

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ И ПРОИЗВОДСТВЕННЫЙ ЖУРНАЛ

## **1** 2010

### Главный редактор А.И. САВКИН

### РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Алексейчук Г.П., д-р техн. наук, Алешин Н.П., д-р техн. наук, акад. РАН, Братухин А.Г., д-р техн. наук, Воронцов А.Л., д-р техн. наук, Гусейнов А.Г., д-р техн. наук, Дмитриев А.М., д-р техн. наук, член-корр. РАН (председатель секции обработки материалов без снятия стружки), Драгунов Ю.Г., д-р техн. наук, член-корр. РАН, Древаль А.Е., д-р техн. наук (председатель секции технологии машиностроения), Дроздов Ю.Н. д-р техн. наук, акад. РИА и РАК (председатель секции конструирования и расчета машин), Кутин А.А., д-р техн. наук, Омельченко И.Н. д-р техн. и экон. наук (председатель секции организации и экономики производства), Пименов А.Ф., д-р техн. наук, Попов Д.Н., д-р техн. наук, Рыбин В.В., д-р техн. наук, член-корр. РАН, Салтыков М.А., д-р техн. наук, Трегубов Г.П., д-р техн. наук, Цыганкова И.А. (ответственный секретарь)

### ИЗДАЕТСЯ С НОЯБРЯ 1921 ГОДА

Журнал входит в перечень утвержденных ВАК РФ изданий для публикации трудов соискателей ученых степеней

Журнал переводится на английский язык, переиздается и распространяется во всем мире фирмой "Аллертон Пресс" (США)



ООО «Издательство Машиностроение» 107076, Москва, Стромынский пер., 4

### Адрес редакции:

107076, Москва, Стромынский пер., 4. Телефон: 8-(499)-748-02-91 E-mail: vestmash@mashin.ru www.mashin.ru

Журнал зарегистрирован 19 апреля 2002 г. за № 77-12421 в Комитете Российской Федерации по печати

Учредитель: А.И. Савкин

Индексы: **70120** ("Роспечать"), **27841** ("Пресса России"), **60264** ("Почта России")

Цена свободная

Отпечатано в ООО "Подольская Периодика", 142110, Московская обл., г. Подольск, ул. Кирова, 15

### СОДЕРЖАНИЕ

### CONTENTS

конструирование, растет, испытания и надежность машин	DESIGN, CALCULATION, 12313 AND RELIABILITY OF MACHINES
Заверюха Г. Г. — Исследование влияния контактных напряжений на долгово соединяемых элементов	чность 3 <b>Zaveryukha G. G.</b> — Study of contact stresses influence on the joined elements longevity
Уткин В. С. — Оценка надежности конических зубчатых колес по контактной у сти при ограниченной статистической информации о контролируемых парам Щетникович К. Г. — Влияние осевой нагрузки на изменение условий скольжен доводке шариков сборным инструментом	истало- метрах 9 ия при 13  Utkin V. S. — Reliability evaluation of the bevel wheels regarding a contact fatigue at limited statistical information about of controlled variables  Shchetnikovich K. G. — An influence of axial load on the slipping condi- tions change at finishing of spherules by an assembly tool
намических реакций опор манипуляторной машины	
Рубин А. М. — Оценка контактных напряжений сопряженных осесимметричн линдрических оболочек разной длины в зонах разрыва контактного давлени	ых ци- я 21 <b>Rubin A. M.</b> — Evaluation of contact stresses of variable-length conjugate axisymmetric cylindrical shells in the ruptured zones of contact pressure
Рубцов В. Н. — Фаза кромочного контакта в конических передачах с круг зубьями	23 circular teeth
<b>Цыбулько А. Е., Романенко Е. А.</b> — Критерий сопротивления усталости мате при сложном напряженном состоянии	26 materials at a complex stress
соединений	28 subject to the welded junctions
<b>Цикл статей "Проблемы трибологии — трения, изнашивания и смазк</b>	
<b>Каржавин В. В., Плаксина Л. Т., Илюшин В. В., Потехин Б. А.</b> — Исслед трибологических свойств наплавленной алюминиевой бронзы	
ТЕХНОЛОГИЯ МАШИНОСТРОЕНИЯ	MANUFACTURING ENGINEERING
<b>Горчев В. С.</b> — Решение для автоматических линий структуры « $2 \times 1$ » дискр действия с производительностями участков $q_1 < q_2$ без учета их совместны зов и отказов бункера	x otka- $\ldots$ ture with production sectors efficiencies $q_1 < q_2$ nonmetering of their combined failures and of the bunker failure
<b>Легаев В. П., Генералов Л. К.</b> — Разомкнутая оптимизация в двумерных си управления процессом токарной обработки	43 sional turning control systems
Барботько А. И., Разумов М. С. — Обработка многогранников с четным числю рон на токарном станке	
<b>Черкашин В. П.</b> — Токарный проходной резец с раздельной схемой обработки <b>Петрушин С. И., Проскоков А. В.</b> — Теория несвободного резания матер Стружкообразование с развитой зоной пластических деформаций	малов 53  Petrushin S. I., Proskokov A. V. — Constrained cutting theory of the materials. Chip forming with developed zone of plastic deformation
Абрамов Ф. Н. — Точность базирования заготовок с отверстиями на цилиндри и срезанном пальцах	
Обработка материалов без снятия стружки	Chipless materials working
<b>Шин И. Г.</b> — Расчет температуры в зоне контакта при дробеударном упро детали	<b>Shin I. G.</b> — Calculation of temperature in the contact zone at shot-shock strengthening of the machinery
Серия статей «Проблемы теории и практики резания материалов»	Series of articles "Theory and practice problems of materials cutting"
Воронцов А. Л., Султан-заде Н. М., Албагачиев А. Ю., Савкин А. И. — Разр новой теории тепловых процессов резания. 1. Исходные положения	
ОРГАНИЗАЦИЯ И ЭКОНОМИКА ПРОИЗВОДСТВА	PRODUCTION ORGANIZATION AND ECONOMICS
<b>Черников Б. В.</b> — Методология документационного обеспечения производст процессов машиностроительного предприятия	
Долгов В. А. — Теоретические основы формальных описаний объектов конфиг при технической подготовке производства типовых изделий	
ТЕХНИЧЕСКАЯ ИНФОРМАЦИЯ	TECHNICAL INFORMATION
<b>Лебедев В. А., Романюк В. С.</b> — Расширение зоны работы механизированног рудования для дуговой сварки	85 nized equipment for arc welding
Амиров Ф. Г. — Анализ переходных процессов в работе ветроэнергетического новки с применением вейвлет-преобразования	Amirov F. G. —Transient analysis of a wind-electric set working process with use of the wavelet transform
История науки и техники	Science and engineering history
	92 <b>Troyanovskaya I. P.</b> — Analysis of development of swivel theory of the wheel machines
Вниманию авторов	12, 95
Художественный редактор Т. Н. Галицына	Сдано в набор 02.11.2009. Подписано в печать 16.12.2009.
Технический редактор О. А. Ефремова	Формат $60 \times 88 \ 1/8$ . Бумага офсетная. Печать офсетная.
Корректор М. Г. Джавадян	Усл. печ. л. 11,76. Учизд. л. 13,66. Заказ 5.

Перепечатка материалов из журнала "Вестник машиностроения" возможна при обязательном письменном согласовании с редакцией журнала; ссылка на журнал при перепечатке обязательна.

За содержание рекламных материалов ответственность несет рекламодатель.

# КОНСТРУИРОВАНИЕ, РАСЧЕТ, ИСПЫТАНИЯ И НАДЕЖНОСТЬ МАШИН

УДК 629.735.33.015.4.023

Г. Г. ЗАВЕРЮХА, канд. техн. наук (ЦАГИ), тел.: (495) 556-39-73

## Исследование влияния контактных напряжений на долговечность соединяемых элементов

Исследовано влияние контактных касательных напряжений в условиях фреттинг-усталости соединений. Разработана модель усталостной повреждаемости соединений, позволяющая оценить их долговечность по усталостным характеристикам стандартного образца с центральным отверстием.

**Ключевые слова:** контактные напряжения, долговечность, усталостная повреждаемость, усталостные трещины, переменное нагружение.

An effect of contact tangential stresses in the fretting fatigue conditions of joints was studied. A model of fatigue failure rate of the joints allowing estimate their longevity regarding the fatigue characteristics of a standard sample with central hole has been elaborated.

**Keywords:** contact stresses, longevity, fatigue failure rate, fatigue cracks, variable loading.

Со времен Велера (XIX в.) известно несоответствие изменения предела выносливости изменению теоретической (геометрической) концентрации напряжений в элементах конструкций, в связи с чем возникло понятие "эффективная концентрация напряжений", соответствующая изменению предела выносливости конструктивного элемента. Рассматривая усталость как показатель, используемый для решения задач по обеспечению ресурса и безопасности эксплуатации конструкции, провели множество исследований по установлению и определению зависимости между теоретическим  $K_{\scriptscriptstyle T}$  и эффективным  $K_{\sigma}$  коэффициентами концентрации напряжений (ККН) в элементах конструкций. В настоящее время известен ряд факторов, влияющих на эти зависимости, однако однозначного решения не существует.

Для использования в исследованиях исходных характеристик усталости конструкционных материалов эксперименты проводили на образцах двух видов. Первый образец (рис. 1, *a*) — полоса с центральным отверстием —наиболее часто встречающийся элемент в конструкциях. При определении долговечности конструкций с использованием долговечности гладкого образца без концентратора

(без отверстия) вероятность получения неточных результатов значительно выше. Точность показателя сопротивления усталости гладких образцов существенно зависит от технологии их изготовления. Второй образец — проушина (рис. 1, б). Здесь геометрическая концентрация напряжений от основной нагрузки реализуется в виде фреттинг-усталостных повреждений, возникающих в зоне контакта с соединяющими элементами (болтами, заклепками, штифтами, шлицами, шпонками и т. д.) при переменном нагружении. Фреттинг-усталостные повреждения существуют во всех (даже сварных) соединениях, испытывающих переменные нагрузки.

Существует мнение, что результаты по выносливости, полученные для образцов этих видов, в большинстве случаев дают правильное представление об усталостной повреждаемости материала. Результаты усталостных испытаний проушин не сводятся к результатам испытаний стандартных образцов, если учитывать только теоретические ККН. Экспериментальная долговечность проушин значительно меньше, чем долговечность, полученная пересчетом по эквивалентным циклическим напряжениям только с учетом ККН. Разница экспериментальных данных может превышать 30 %, что свидетельствует о наличии существенной фреттинг-усталостной повреждаемости проушин при циклическом нагружении с учетом того, что данные расчетов по теоретическим ККН практически всегда меньше, чем результаты, полученные по эффективным ККН. Разработка приемлемой модели фреттинг-усталостной повреждаемости для оценки долговечности соединений является одной из са-

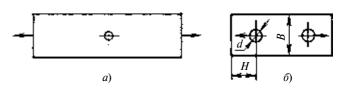


Рис. 1. Образец с центральным отверстием (а) и проушина (б)

мых важных задач в вопросе обеспечения заданного ресурса конструкций.

### Анализ влияния контактных напряжений на долговечность соединяемых элементов

При переменном нагружении соединений между контактирующими поверхностями возникают периодические относительные движения малой амплитуды. Относительные микроперемещения, составляющие тысячные доли миллиметра, называют проскальзыванием или фреттингом. Этот процесс сопровождается проявлением различных повреждений: изнашивание поверхностей; коррозия (химическая реакция на поверхностях контактирующих элементов, электролитическая эрозия); дефектация поверхностей (адгезия, питтинг, каверны); усталостные трещины и др. В зависимости от вида преобладающего повреждения различают три типа фреттинга: фреттинг-износ, фреттинг-коррозию, фреттинг-усталость. При растяжении полосы с круглым отверстием, отверстие приобретает форму эллипса. При этом поперечный диаметр отверстия уменьшается, а продольный увеличивается. Поверхность болтового отверстия при растяжении полосы испытывает сжимающее нагружение, в результате чего часть контактной поверхности защемляется, возникают дополнительные контактные касательные напряжения. При переменном нагружении полосы с заполненным соединяющим элементом отверстием имеют место все признаки фреттинг-усталостного повреждения контактирующих поверхностей. При этом прослеживаются две зоны: зона проскальзывания с заметными следами трения и наличием порошкообразного материала, так называемый шрам [1]; зона непроскальзывания — гладкая зона, в которой соединяемые элементы работают как единый элемент. Усталостные трещины появляются на границе этих зон.

В своих работах исследователи Р. Б. Хейвуд [2] и Р. Б. Уотерхауз [1] пришли к единому мнению: дополнительным повреждающим фактором в условиях фреттинг-усталости являются контактные касательные напряжения. Первый утверждал: "Здесь надо говорить о ККН. Касательные напряжения в области контакта являются причиной трещин, которые, достигнув некоторого критического значения, продолжают дальше развиваться независимо под действием общих напряжений в детали." Р. Б. Уотерхауз предполагал: "... можно ожидать, что максимальное переменное напряжение сдвига создается на границе между участками проскальзывания и непроскальзывания, где возникают усталостные трещины."

С этим нельзя не согласиться. Однако остается без ответа основной вопрос: как оценивать эти напряжения и использовать их в расчетах. Проанализируем некоторые результаты исследования долговечности в условиях фреттинг-усталости.

# Влияние защемляющего давления (прижатия) соединяемых элементов и амплитуды проскальзывания на долговечность в условиях фреттинг-усталости

Из работ [1, 2] известно, что фреттинг-усталостная повреждаемость зависит не только от основных переменных нагружений контактирующих деталей, но и от защемляющего давления, т. е. давления прижатия соединяемых элементов, и от амплитуды относительных микроперемещений при циклическом нагружении.

На рис. 2 приведены результаты исследования [3] влияния защемляющего давления на усталостную долговечность образца в условиях фреттинг-усталости. Исследования проводили на гладких образцах в виде полосы из сплава АК4-1Т1 с прижатыми (с помощью приспособления) к их боковым поверхностям с противоположных сторон двумя шайбами-накладками из сплава 30ХГСА. Циклическое нагружение проводилось на режимах отнулевого нагружения с частотой 40 Гц. Анализ полученной кривой зависимости  $N/N_*$  относительной долговечности ( $N_*$  — долговечность образца без накладок) от защемляющего давления р показал, что при  $\rho = 30 \div 220 \text{ M}$ Па долговечность мало зависит от защемляющего давления, что согласуется с результатами, представленными в работе [1]. Усталостная повреждаемость при  $\rho > 60$  МПа практически не изменяется. Исследования проводили и на образцах из сплава АК4-1Т1 с шайбами-накладками из того же сплава. Было установлено, что средняя усталостная долговечность образцов практически не зависит от материала шайб. Следовательно, можно предположить, что касательные контактные напряжения, снижающие долговечность, стабильны и не зависят от материала шайб, если прочность данного материала не ниже прочности образцов, и зави-

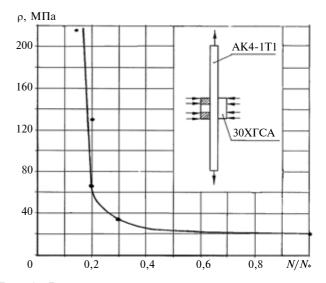


Рис. 2. Влияние защемляющего давления р на относительную долговечность в условиях фреттинг-усталости

сит только от упругопластических свойств материала образца. Неизменность результатов испытаний от материала накладок при одних и тех же условиях дает основание предположить, что коррозия в условиях фреттинг-усталости является несущественным фактором, по крайней мере, для алюминиевых сплавов.

Исследование влияния амплитуды проскальзывания на долговечность в условиях фреттинг-усталости [1, 2] проводили и на образцах из сплава АК4-1Т1 со стальными накладками с опорами на концах, защемляющих часть образца. Для получения необходимой амплитуды проскальзывания изменяли или высоту опор, меняя упругую деформацию, или расстояние между опорами при фиксированной высоте. Результаты показали, что усталостная прочность снижается при увеличении амплитуды проскальзывания примерно до 6 мкм. При дальнейшем увеличении амплитуды проскальзывания усталостная долговечность почти не изменялась. Для алюминиевых сплавов это достигается уже при полосе защемления в 2 ÷ 3 мм. Полученные результаты имеют большое значение для построения общей модели повреждаемости в условиях контактного взаимодействия.

### Особенности контактного взаимодействия соединяемых элементов

Аналогичные результаты получили японские исследователи Нишиока и Хиракава и английские ученые Р. Б. Уотерхауз и Тейлор [1]. Исследования проводили применительно к случаю фреттинга двух плоских поверхностей и цилиндрической поверхности в контакте с плоским образцом. Движение осуществлялось под прямым углом к линии контакта. Результаты показали, что усталостные трещины появляются в граничной области проскальзывания/непроскальзывания, где возникают наибольшие контактные касательные напряжения. На рис. 3 приведено распределение числа n усталостных трещин на поверхности образца (полосы) в продольном направлении. Направление оси ординат совпадает с шириной переходной полосы при контакте цилиндрической и плоской поверхностей, а наибольшее число трещин наблюдается по краям граничной области.

Аналогичные результаты были получены и при контакте плоских поверхностей, но при этом область непроскальзывания была значительно больше. В результате возникновения трещин и их роста контактные напряжения в локальной зоне уменьшаются, процесс фреттинга очень медленно перемещается в зону непроскальзывания, т. е. туда где на начальном этапе проскальзывания не наблюдалось. Граница между участками проскальзывания и непроскальзывания сдвигается теперь внутрь зоны контакта. Трещины возникают уже на новом месте.

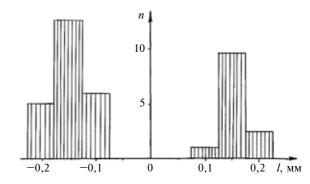


Рис. 3. Распределение числа n усталостных трещин на поверхности полосы в продольном направлении (начало координат совпадает центральной осью полосы) в зависимости от расстояния l до условной границы зон проскальзывания и непроскальзывания

Одна из начальных или вновь образовавшихся трещин становится развивающейся под действием уже только основной нагрузки, т. е. без участия контактных усилий. Если зона непроскальзывания узкая, как в случае контакта с цилиндрической поверхностью (здесь зона уменьшалась из-за мельчайших продуктов разрушения), то, в конце концов, проскальзывание может происходить по всей площади контакта. Таким образом, возникшая на границе проскальзывания и ставшая причиной разрушения детали трещина может оказаться в поврежденной зоне (шраме), т. е. в зоне проскальзывания. Это обстоятельство приводит многих исследователей к неправильному определению роли ККН: они считают основными повреждающими факторами второстепенные процессы.

На рис. 4 приведены результаты усталостных испытаний на режимах отнулевого нагружения образцов двух видов. Для испытаний использовали: полосы толщиной 3 мм, изготовленные из катаной плиты сплава 1201-Т1, с накладками из сплава 30ХГСА высотой 15 мм, база защемления составляла 10, 30 и 60 мм; образцы такой же формы, что и сплошные образцы с прижатыми с двух сторон накладками, изготовленные фрезерованием из сплава 1201-Т1, но ступенчатые (длина ступеней 10, 30 и 60 мм). Все сплошные образцы показали более низкую долговечность, чем образцы с накладками. Это свидетельствует о том, что долговечность для алюминиевых сплавов при фреттинге меньше, чем при концентрации напряжений, связанных с перепадом жесткостей элементов. При максимальных напряжениях 140 МПа долговечности всех образцов с базой защемления и длиной ступени 10 мм совпадают.

Ошибочно можно предположить, что повреждаемость от фреттинга в данных условиях отсутствует. Очевидно, что более правильным является предположение о балансе влияния концентрации напряжения и фреттинг-усталостной повреждаемости.

Действительно, если уравнение баланса локальных напряжений от фреттинг-усталости и концен-

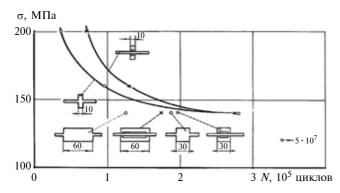


Рис. 4. Связь долговечности, контактных касательных напряжений и теоретической (геометрической) концентрации напряжений

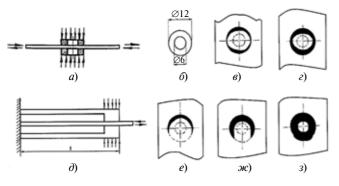


Рис. 5. Схемы защемлений образцов шайб с малыми (а) и большими (д) амплитудами относительных микроперемещений и следы (соответственно  $\delta-\varepsilon$  и e-3) шрамов

трации напряжений имеет вид  $\sigma + \overline{\tau} = K_{\sigma}\sigma$ , то  $\overline{\tau}/\sigma = (K_{\sigma}-1)$ . Согласно зависимости  $K_{\sigma}$  от  $K_{T}$  с учетом геометрических параметров сплошного образца [5] эффективный ККН может находиться в диапазоне  $1,8 \le K_{\sigma} \le 2$ . Экспериментальные среднестатистические контактные напряжения для этого сплава  $\overline{\tau} = 120$  МПа. Если принять  $K_{\sigma} = 1,9$ , то  $\overline{\tau}/\sigma = 1,9-1=0,9$ . С учетом данных, представленных на рис.  $4, \overline{\tau}/\sigma \approx 120/140 \approx 0,9$ . Это подтверждают и исследования долговечностей образцов других типоразмеров — с увеличением длины ступеньки концентрация напряжения в сплошных образцах увеличивается, а в образцах с накладками не изменяется.

Большой интерес представляют исследования усталостной повреждаемости соединяемых элементов в условиях полного микропроскальзывания. В экспериментах использовали две схемы защемления части гладкого образца из сплава AK4-1T1 (рис. 5, a, d). В первой схеме в специальном приспособлении для установления фиксированного давления прижатия контактирующих элементов — шайб из сплава 30XГСА, с двух сторон защемляли небольшую часть образца. Во второй схеме использовали неподвижный захват усталостной машины, два кронштейна и те же шайбы, защемляли значительную часть образца длиной  $l=75\div150$  мм.

Исследования усталостной повреждаемости образцов из катаной плиты сплава АК4-1Т1 при отну-

левом нагружении  $\sigma_{max} = 125 \ \text{М} \Pi \text{а} \ \text{и} \ \rho = 125 \ \text{М} \Pi \text{а}$ со стандартными шайбами (см. рис. 5, a, d) показали, что долговечности до разрушения образцов в условиях фретинга с двумя зонами (проскальзывания и непроскальзывания), в частности по схеме с защемлением участка длиной 75 мм (см. рис. 5, e, e), составляют  $0.7 \cdot 10^6 \div 0.8 \cdot 10^6$  циклов. А в условиях полного проскальзывания с защемлением участка длиной 150 мм (см. рис. 5,  $\partial$ , 3) долговечность составляет  $\approx 1.3 \cdot 10^7$  циклов, что на порядок больше. Поэтому усталостная повреждаемость с учетом приведенных выше результатов в условиях полного проскальзывания не может быть надежно предсказуемой. Следовательно, в расчетах целесообразно использовать повреждаемость в условиях фреттинга с переходными зонами проскальзывания/непроскальзывания.

### Модель контактного взаимодействия соединяемых элементов

На основании анализа физического взаимодействия контактирующих элементов в условиях переменного нагружения, исследований особенностей и основных повреждающих факторов предлагается упрощенная модель этого взаимодействия. Рассмотрим особенности переменного нагружения контактирующих элементов в сравнении с аналогичным нагружением стандартного образца — полосы с центральным отверстием (см. рис. 1, а). При определенной нагрузке на образце в зоне максимальной концентрации напряжений в области отверстия имеют место пластические деформации. Из-за пластического течения материала напряжения в области отверстия не достигают теоретических максимальных значений, пики напряжений сглаживаются, а при разгрузке образца в зоне пластических деформаций образуются остаточные сжимающие напряжения (рис. 6, а). Для упрощения схемы на рис. 6 показано характерное распределение напряжений для неупрочняющегося материала. При повышении нагрузки зона пластической деформации увеличивается, а, следовательно, увеличивается область с максимальными напряжениями. Амплитуда переменных напряжений увеличивается вследствие роста остаточных напряжений.

При нагружении образца с защемленными пластинами (рис. 6, б), воспринимающими нагрузку вследствие трения контактирующих поверхностей, на поверхности образца в области контакта с краев пластин вследствие проскальзывания вершины шероховатой поверхности деформируются пластически, и напряжения от основной нагрузки здесь практически отсутствуют. Это наблюдается до границы проскальзывания. Дальше поверхностные слои пластин нагружаются вместе с образцом, т. е. происходит совместная деформация. На участке проскальзывания вследствие трения происходит

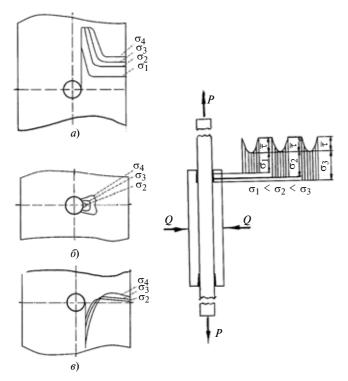


Рис. 6. Особенности нагружения полос с отверстиями

постепенное нагружение пластины. При увеличении нагрузки граница между участками проскальзывания и непроскальзывания смещается к центру пластин. Максимальные контактные напряжения возникают на новом месте (в отличие от стандартного образца), так как для "подключения" пластин в работу при большей нагрузке требуется большая площадь контакта.

В связи с изотропностью механических и физических свойств материала и одинаковой чистотой поверхности образца максимальные контактные напряжения при изменении нагрузки остаются постоянными. Максимальные касательные напряжения возникают во впадинах шероховатостей, так как там нет пластического течения, которое имеет место на внутренней поверхности отверстия. Пластическое течение локализуется на вершинах шероховатостей, частично гася концентрацию напряжений во впадинах. Таким образом, с увеличением нагрузки пластическая деформация не накапливается в одном месте, как это происходит в образцах с отверстиями. Пластические деформации на вершинах шероховатостей поверхности обеспечивают постоянные контактные напряжения на образцах независимо от величины нагрузки.

Это же подтверждают исследования влияния ширины зоны проскальзывания на усталостную долговечность контактирующих элементов, которую можно изменять, изменяя нагрузку. Исследования проводили при различных циклических нагрузках с участком проскальзывания более 6 мкм.

Усталостные испытания проушин показали, что при уменьшении амплитуды основной циклической нагрузки постоянная повреждаемость от контактных напряжений увеличивается, т. е. увеличивается наклон кривой усталости проушин по сравнению с кривой усталости стандартного образца.

Таким образом, общая усталостная повреждаемость контактирующего элемента зависит от размаха основных циклических напряжений и фиксированных для данного материала максимальных контактных (касательных) напряжений.

При исследовании рассматривались самые простые контактные взаимодействия в условиях фреттинг-усталости, однако учитывая результаты исследования влияния различных факторов на усталостную повреждаемость (защемляющее давление, амплитуда проскальзывания, механизм зарождения и развития дефектов и др.), предлагаемую модель можно использовать и для более сложного взаимодействия, например при циклическом нагружении проушин. При нагружении проушин посредством болта без зазора (или с небольшим зазором) максимальные значения напряжения от геометрической концентрации напряжений возникают на поверхности отверстия в месте наименьшего суммарного поперечного сечения образца. Из-за слабой зависимости повреждаемости от защемляющего давления и его неравномерности в зоне контакта в этих же зонах возникают максимальные касательные напряжения. Эти напряжения постоянны, так как амплитуда проскальзывания практически не влияет на повреждаемость. Геометрическая концентрация напряжений совместно с действующими переменными напряжениями от нагружения пластины посредством болта определяют ее долговечность.

## Расчет долговечности контактирующих элементов в шарнирном соединении типа проушина—вилка

Учитывая, что коэффициент q чувствительности к надрезу, обусловливающий связь теоретического и эффективного коэффициентов концентрации:  $q=(K_{\sigma}-1)/(K_{\rm T}-1)$ , для конструктивных элементов из алюминиевых сплавов при изменении радиуса надреза от 3 до 10 мм изменяется незначительно (от 0,86 до 0,95) и близок к единице, то можно принять, что для таких радиусов надреза  $K_{\sigma}$  пропорционален  $K_{\rm T}$ , следовательно, по изменению коэффициента  $K_{\rm T}$  можно определить  $K_{\sigma}$ .

Для апробации предлагаемого метода расчета использовали результаты усталостных испытаний образцов с отверстиями и проушин из одного и того же материала. Испытывали проушины разных размеров, следовательно, с разными концентрациями напряжений и разной частотой нагружения. Оценку концентрации напряжения проводили в соответствии с работами [4] и [5]. Если принять, что при изменении радиуса надреза от 3 до 7 мм коэф-

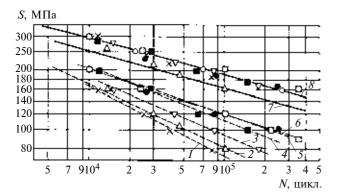


Рис. 7. Приведенные к эквивалентным по повреждаемости номинальные напряжения проушин (1-6) и номинальные напряжения стандартного образца  $(7,\ \delta)$  из сплава B95T1, вырезка в поперечном направлении:

 $1-B=30~{\rm mm},\ H=19~{\rm mm},\ d=8~{\rm mm},\ f=40~{\rm \Gamma u},\ K_{\rm T}=4,2;$   $2-B=30~{\rm mm},\ H=15~{\rm mm},\ d=10~{\rm mm},\ f=0,17~{\rm \Gamma u},\ K_{\rm T}=3,6;$   $3-B=30~{\rm mm},\ H=19~{\rm mm},\ d=10~{\rm mm},\ f=40~{\rm \Gamma u},\ K_{\rm T}=3,7;$   $4-B=30~{\rm mm},\ H=19~{\rm mm},\ d=12~{\rm mm},\ f=40~{\rm \Gamma u},\ K_{\rm T}=3,25;$   $5-B=30~{\rm mm},\ H=19~{\rm mm},\ d=14~{\rm mm},\ f=40~{\rm \Gamma u},\ K_{\rm T}=2,9;$   $6-B=26~{\rm mm},\ H=16~{\rm mm},\ d=10~{\rm mm},\ f=40~{\rm \Gamma u},\ K_{\rm T}=3,3;$   $7-f=40~{\rm \Gamma u};\ 8-f=0,17~{\rm \Gamma u}$ 

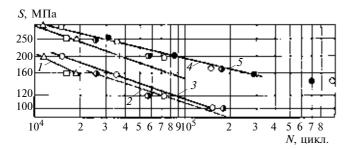


Рис. 8. Приведенные к эквивалентным по повреждаемости номинальные напряжения проушин (1-3) и номинальные напряжения стандартного образца (4, 5) из сплава B95T1, вырезка в продольном направлении:

1-B=26 мм, H=17 мм, d=10 мм, f=0,17 Гц,  $K_{\rm T}=3,3;$  2-B=30 мм, H=19 мм, d=12 мм, f=40 Гц,  $K_{\rm T}=3,25;$  3-B=26 мм, H=17 мм, d=10 мм, f=40 Гц,  $K_{\rm T}=3,3;$  4-f=0,17 Гц; 5-f=40 Гц

фициент  $K_{\sigma}$  пропорционален  $K_{\mathrm{T}}$ , то можно привести результаты испытаний всех проушин к единой кривой усталости, например к кривой усталости стан-

дартного образца с отверстием:  $\sigma_{\Pi p} = \frac{\sigma_{_H} K_{_T} + \overline{\tau}}{2\sigma}$ , где  $\sigma_{_H}$  — номинальные напряжения в проушине;  $\overline{\tau}$  — усредненные максимальные контактные напряжения.

Рассмотрим результаты усталостных испытаний проушин пяти типоразмеров с различной концентрацией напряжений, изготовленных из прессованной панели из сплава B95T1, вырезанных в поперечном и продольном направлениях проката при прессовании, и номинальные напряжения стандартного образца с центральным отверстием с частотой нагружения 40 и 0,17 Гц (рис. 7, 8). Каждая экспериментальная точка при испытании проушин

пересчитана методом последовательного приближения по приведенным напряжениям к единой кривой усталости стандартного образца. Для образца с отверстием расчетные точки располагаются на кривых усталости или вблизи них. Небольшие отклонения результатов для некоторых образцов можно отнести к технологическим издержкам или погрешности эксперимента, так как другие результаты хорошо согласуются. Для сплава B95T1  $\tau = 130~\text{М}\Pi$ а в двух направлениях. Расчеты подтверждаются экспериментальными данными для двух частот нагружения при тех же максимальных контактных напряжениях ( $\tau = 130~\text{M}\Pi$ a).

На рис. 9 и 10 приведены результаты усталостных испытаний стандартных образцов и проушин соответственно из прессованной панели из сплава Д16Т и плиты из сплава АК4-1Т1. Для обоих сплавов максимальные контактные напряжения составляют  $\bar{\tau} = 100 \text{ M}\Pi a$ .

По наклону кривых усталости можно судить о контактных напряжениях от фреттинга. Для плакированных листов из сплавов B95T2 и AK4-1T1 кривые усталости проушины и полосы с отверстием практически параллельны. Очевидно, что в этом случае  $\bar{\tau}$  приближается к нулю.

Для поковок из стали ЗОХГСНА угол наклона кривых усталости проушин и полос с отверстиями зависят от термообработки заготовок. Так при прочности заготовок  $\sigma_{\rm B}=1200~{\rm M}$  д усталостные повреждаемости проушин ( $K_{\rm T}=3,25$ ) и образцов

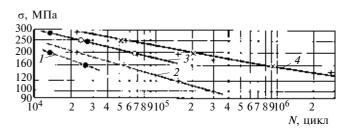


Рис. 9. Приведенные к эквивалентным по повреждаемости номинальные напряжения проушин (1, 2) и номинальные напряжения стандартного образца (3, 4) из сплава Д16Т

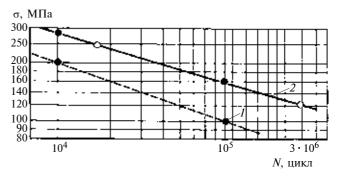


Рис. 10. Приведенные к эквивалентным по повреждаемости номинальные напряжения проушин (1) и номинальные напряжения стандартного образца (2) из сплава AK4-1T1

с отверстием ( $K_{\rm T}=2,6$ ) сравниваются при номинальных напряжениях 200 МПа, а при  $\sigma=180$  МПа кривые усталости практически параллельны.

Данная модель контактного взаимодействия не учитывает технологических остаточных напряжений в отверстиях — только предполагает, что остаточные напряжения в области отверстия пластин примерно такие же, как и в области отверстия проушин. Дальнейшее совершенствование модели, учитывающей другие факторы, в том числе и остаточные напряжения, расширит возможности ее применения.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

- 1. **Р. Б. Уотерхауз.** Фреттинг-коррозия / Пер. с англ. под ред. Г. Н. Филимонова. Л.: Машиностроение, 1976.
- 2. **Р. Б. Хейвуд.** Проектирование с учетом усталости / Пер. с англ. под ред. И. Ф. Образцова. М.: Машиностроение, 1969.
- 3. **Г. Г. Заверюха.** Исследование выносливости конструктивных элементов при сложном периодическом процессе нагружения. Дис. ... канд. техн. наук. ЦАГИ, 1979.
- 4. **И. П. Сухарев.** Прочность шарнирных узлов машин. М.: Машиностроение, 1977.
- 5. **Р. Е. Петерсон.** Коэффициенты концентрации напряжений: Пер. с англ. М.: Мир, 1977.

УДК 621.01-192

В. С. УТКИН, д-р техн. наук (ВоГТУ, г. Вологда), тел.: (8172) 518-396

# Оценка надежности конических зубчатых колес по контактной усталости при ограниченной статистической информации о контролируемых параметрах

Рассмотрена методика расчета надежности индивидуальной конической зубчатой передачи по контактной усталости зуба при ограниченной статистической информации о контролируемых параметрах математической модели предельного состояния на основе теории возможностей

**Ключевые слова:** коническое зубчатое колесо, контактная усталость, оценка надежности.

Reliability of an individual bevel gear drive calculation technique regarding the tooth's contact fatigue at limited statistical information about of controlled variables of mathematical model of the limiting state, based on the possibilities theory, has been considered.

**Keywords:** bevel wheel, contact fatigue, reliability evaluation.

Для надежной и бесшумной работы конических зубчатых передач, особенно в условиях динамической нагрузки, должно быть обеспечено правильное зацепление зубьев. Правильность зацепления проверяют обычно по пятну контакта, которое получают с помощью краски, проворачивая передачу под нагрузкой, по возможности близкой к рабочей [1].

На рис. 1 показаны возможные расположения пятна контакта по высоте и длине зуба конической передачи. Зацепление считается удовлетворительным, если пятна контакта всех зубьев имеют длину, равную  $0,6 \div 0,8$  от длины зуба, и расположены по середине этой длины (см. рис. 1, a) или ближе к утолщенному концу (см. рис. 1, b). Расположение пятна контакта у края зубьев (см. рис. 1, b) и особенно у края утоньшенной части зуба (см. рис. 1, c) недопустимо [1].

Данные в работе [1] оценки влияния расположения места контакта зубьев на работу конических зубчатых колес неопределенны и не содержат ко-

личественной оценки влияния возможных смещений и расположений пятна контакта по длине и высоте зуба на безотказность и бесшумность работы передачи. Возникает, например, вопрос, всегда ли недопустимо положение пятна контакта, показанное на рис. 1, в, е, а если передача работает с пониженными нагрузками, с пониженными скоростями, в открытых или закрытых условиях? Справедливы ли такие категоричные заявления о недопустимости работы передачи без учета ее ответственности в работе всей системы и без учета последствий при отказе передачи или всей механической системы?

Не касаясь возможности регулирования конических зубчатых колес в передаче с целью улучшения ее работы, рассмотрим методы оценки надежности зубьев по условию контактной выносливости в индивидуальной зубчатой передаче в зависимости от положения пятна контакта в прямозубых конических передачах на стадии их эксплуатации.

Известно [1], что в конических зубчатых передачах зазор в зацеплении колеблется в интервале  $(0,06 \div 0,1)m$  (m — модуль зубчатого зацепления). Например, для m = 8 мм зазор составит  $0,5 \div 0,8$  мм. Вследствие износа зубьев при эксплуатации зазор может оказаться еще больше. Для выявления места рас-

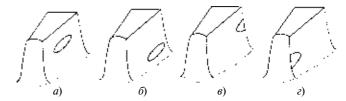


Рис. 1. Возможные положения пятна контакта на боковой поверхности зуба колеса (шестерни) конической передачи

положения пятна контакта используют краску. А для выявления распределения нагрузки по длине пятна контакта можно использовать свинцовую пластину, толщина которой больше зазора между зубьями [1].

Для этого предварительно измеряют толщину  $\delta_0$ свинцовой пластины, а затем пропускают ее между зубьями при вращении зубчатых колес. Затем пластину делят на участки длиной  $\Delta l$  (необязательно равные), измеряют их толщины  $\delta_i$  и выявляют место длиной  $\Delta l$  с толщиной  $\delta_{\min}$ . Число измерений толщины пластины для сбора статистических данных и нахождения среднего значения δ<sub>min</sub> ограничено по длине  $\Delta l$ , поэтому информация о величине  $\delta_{min}$  мала для обработки ее методами математической статистики, в частности для выявления закона распределения и определения его параметров. В связи с этим анализ статистических данных предлагается осуществлять методами теории возможностей [2]. Кроме того, возникает вопрос, достаточно ли выявить выборку только с  $\delta_{min}$  на свинцовой пластине (что равносильно области с наибольшими контактными напряжениями на поверхности зуба колеса передачи) для оценки надежности одного зуба и даже всего зубчатого колеса.

Площадь ω пятна контакта на свинцовой пластине можно разбить на элементарные площадки  $\Delta \omega$ , длиной  $\Delta l$  вдоль зуба, совокупность которых образует систему (в понятиях теории надежности). Эту систему будем считать последовательной, т. е. такой, в которой отказ одного элемента Δω приводит к отказу всей системы. Понятие отказа многовариантно по его физической природе и степени значимости. По В. В. Болотину [3] можно выделить четыре вида отказов. Один из них лишь затрудняет эксплуатацию объекта или вызывает ее временное прекращение, второй требует замены отказавшего элемента, третий соответствует достижению предельного состояния, при котором элемент подлежит капитальному ремонту или замене, а четвертый связан с угрозой для людей и окружающей среды. В связи с этим при оценке надежности зуба передачи по контактной усталости следует принять тот или иной вид отказа. В данной работе для последовательной системы предполагается возникновение отказа третьего вида с соответствующей математической моделью предельного состояния по контактной усталости. Так как сведения о независимости элементарных элементов  $\Delta \omega$  отсутствуют и неизвестна степень их зависимости друг от друга, то для последовательной системы (пятен контактов) надежность будет характеризоваться, согласно работе [4], возможностью нормального функционирования  $R(t)=\min_{i=1,\dots,n}R_i(t)$  и возможностью отказа  $Q(t)=\max_{i=1,\dots,n}Q_i(t)$ , т. е. надежностью од-

ного элементарного элемента  $\Delta\omega$  пятна контакта с  $\delta_{\min}$ . Для оценки надежности всего зубчатого колеса необходимо выбрать зубья с более неблагоприятным расположением пятна контакта (см. рис. 1) и найти для них значения  $R_i(t)$  и  $Q_i(t)$ . Рассматривая колесо как последовательную систему, состоящую из зубьев, выявим зуб с минимальным значением  $R_{\min}$  и максимальным  $Q_{\max}$ , которые и будут характеризовать надежность зубчатого колеса по условию контактной усталости.

Основные сведения из теории возможностей применительно к решаемой в статье задаче можно найти в работе [5]. Там же приведены методы решения задач в зависимости от числа нечетких переменных в математических моделях и от зависимости (линейной и нелинейной) между ними.

Рассмотрим методику определения надежности зуба конической передачи по условию контактной усталости.

Математическая модель предельного состояния зуба по критерию сопротивления контактной усталости в полюсе зацепления имеет вид:

согласно работе [6]

$$\sigma_H = z_H z_M z_\varepsilon \sqrt{\frac{F_t k_{H\alpha} k_{H\beta} k_{H\nu} (u \pm 1)^2}{2b_w a_w}} \le \sigma_{H \, \text{lim}}, \quad (1)$$

согласно работе [7]

$$\sigma_H = 6.13 \cdot 10^3 z_H \frac{1}{a_w} \sqrt{\frac{M_{\text{Kp}}(u \pm 1)^2}{b_w u}} k_{H\varepsilon} \le \sigma_{H \text{ lim}}, \quad (2)$$

где  $F_t$  — сила, действующая на зуб;  $M_{\rm KD}$  — номинальный крутящий момент.

Так как  $M_{\rm Kp}=F_t d_{w1}/2$ , то  $F_t=2M_{\rm Kp}/d_{w1}$ . Значение  $M_{\rm Kp}$  найдем по формуле  $M_{\rm Kp}=9554N/n$  [6] (мощность N, кBт, находим с помощью ваттметра, частоту вращения n, мин $^{-1}$ , — с помощью тахометра). Отсюда  $F_t = 9554 N/(n\rho)$ , где  $\rho$  — расстояние от центра площадки  $\omega$ , на которую действует сила  $F_t$ , до оси вращения зубчатого колеса (рис. 2).

Пятно контакта делим на элементарные площадки  $\Delta\omega$  произвольной формы и размера, например путем деления отпечатка пятна контакта на свинцовой пластине. На площадку Δω, действует

нагрузка 
$$\Delta F_{ti} = F_t(\delta_0 - \delta_i) / \sum_{i=1}^n (\delta_0 - \delta_i)$$
. Для дальнейших расчетов берем наибольшее значение на-

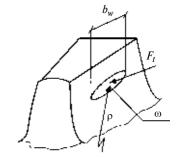


Рис. 2. Воздействие силы  $F_t$  на зуб в области пятна контакта зубчатых колес конической передачи

грузки  $\Delta F_{t\max}$  на соответствующей площадке  $\Delta \omega_i$  с  $\delta_{\min}$ , измеряем расстояние  $\rho$  от центра площадки  $\Delta \omega_i$  до оси вращения зубчатого колеса и находим момент  $\Delta M_{\mathrm{KP}\max}$  или силу  $\Delta F_{t\max}$ .

Если измерить мощность на двигателе и частоту вращения на зубчатой передаче несколько раз в течение работы передачи, то, пренебрегая потерей мощности в передаче (увеличение запаса надежности), можно определить  $\tilde{F}_t = 9554 \tilde{N}/(\tilde{n} \, \rho_1)$ . Величины  $\tilde{F}_t$ ,  $\tilde{N}$ ,  $\tilde{n}$  считаем нечеткими переменными. Тогда  $\Delta \tilde{F}_{ti}$  также будет нечеткой переменной:

$$\Delta \tilde{F}_{ti} = 9554 \tilde{N} (\tilde{\delta}_t - \tilde{\delta}_i) / \sum_{i=1}^{n} (\delta_0 - \delta_i) \tilde{n} \, \rho. \tag{3}$$

Проверку зубьев на контактную усталость проводим для колеса, так как прочность металла колеса обычно меньше прочности металла шестерни, т. е. учитываем частоту вращения колеса. Но так как зуб шестерни находится в зацеплении чаще, чем зуб колеса, проверку надежности следует проводить и для шестерни.

Используем математическую модель (1), в которой для конической передачи можно принять:  $a_w$  — межосевое расстояние на уровне площадки  $\Delta \omega_i$  с  $\Delta F_{t \max}$ ;  $b_w = \Delta l = \Delta b_w$  — ширина площадки  $\Delta \omega_i$  (см. рис. 2);  $u = z_1/z_2$  — передаточное число;  $\sigma_{H \lim}$  — предел контактной выносливости. Для стальных колес в соответствии с работой [6]  $z_M = 275 \ \mathrm{M\Pi a}^{1/2}$ ,  $\varepsilon_\alpha = \sqrt{2/\sin 2\alpha_w}$ ,  $z_\varepsilon = \sqrt{(4-\varepsilon_\alpha)/3}$ ,  $\alpha_w = 20^\circ$ ,  $z_\varepsilon = 1,88 - 3,2(1/z_1 + 1/z_2)$ .

Для приработанных зубьев  $k_{H\alpha}$  = 1. Значения  $k_{H\beta}$  и  $k_{H\nu}$  можно принять по табл. 14.2 и 14.4 работы [6]. Из приведенных в модели (1) членов нечеткими переменными будут  $\tilde{F}_t$ ,  $\tilde{a}_w$ ,  $\tilde{b}_w$  и  $\tilde{\sigma}_{H \, \text{lim}}$ . Остальные члены можно считать детерминированными величинами. Методика определения  $\sigma_{H \, lim}$  с применением метода царапания была приведена в работе [5]. Известно [6], что для стальных колес без специальной химико-термической обработки поверхности зуба при HB < 350 имеем  $\sigma_{H\,\mathrm{lim}} =$  $= \sigma_{H \text{ lim}}^0 k_{HL}$ , где  $\sigma_{H \text{ lim}}^0 = 1.8 HB + 65$  (МПа). Для других случаев  $\sigma_{H\,\mathrm{lim}}^0$  можно найти по табл. 14.7 работы [6]. Значения  $k_{H\alpha}$  можно найти там же по табл. 14.8. Твердость НВ устанавливается опытным путем с помощью царапания [8] и является нечеткой переменной.

С учетом нечетких переменных формула (1) для  $\Delta \omega_i$  с  $\Delta F_{tmax}$  примет вид:

$$z_H z_M z_\varepsilon \sqrt{\frac{\Delta \widetilde{F}_{t \max} k_{H\alpha} k_{H\beta} k_{H\nu} (u+1)^2}{2\Delta b_w a_w u}} \leq \sigma_{H \lim}^0 \ k_{H\alpha}, (4)$$

где  $\Delta b_w$  — длина элемента  $\Delta \omega_i$ ;  $a_w$  — межосевое расстояние.

Приведем выражение (4) с учетом формулы (3) и, обозначив  $\sigma_{H \, \text{lim}}^0$  через  $\sigma$ , к виду

$$\frac{\widetilde{\sigma}^{2} \Delta \widetilde{b}_{w} \widetilde{n} \sum_{i=1}^{n} (\widetilde{\delta}_{0} - \widetilde{\delta}_{i})}{N(\widetilde{\delta}_{0} - \widetilde{\delta}_{i} \min)} \geqslant 
\geqslant \frac{9554}{2a_{w} \rho_{1} u} \left(\frac{z_{H} z_{M} z_{\varepsilon}}{k_{H\alpha}}\right)^{2} k_{H\alpha} k_{H\beta} k_{H\nu} (1 + u)^{2} = c. \quad (5)$$

Правая часть выражения (5) — детерминированная величина, левая часть — нечеткая функция, которую запишем в виде:

$$Y(y) = \frac{\widetilde{\sigma}_0^2 \Delta \widetilde{b}_w \sum_{i=1}^{n} (\widetilde{\delta}_0 - \widetilde{\delta}_i)}{N(\widetilde{\delta}_0 - \widetilde{\delta}_i \min)} \widetilde{n}.$$
 (6)

Для характеристики всех нечетких переменных используем одну и ту же функцию распределения возможностей вида  $\pi_X(x) = \exp\{-[(x-a)/b]^2\}$ . Из нее найдем обратную функцию  $[\pi_X(x)]^{-1} = x = a \pm b \sqrt{-\ln\alpha_*}$ , где  $\alpha_* = \pi_X(x)$  при известном значении x. Известен принцип обобщения Заде [2]  $\forall_{\epsilon} \in \{-, +\}, \left(\pi_f^{\epsilon}(x_1, x_2, ..., x_n)\right)^{-1} = f\left((\pi_{x_1}^{\epsilon})^{-1}, (\pi_{x_2}^{\epsilon})^{-1}, ..., (\pi_{x_n}^{\epsilon})^{-1}\right)$ . Знак минус относится к восходящей ветви функции  $\pi_X(x)$ , плюс — к нисходящей ветви. Соответственно для выражения (6) после обозначения  $\sqrt{-\ln\alpha_*} = \beta$ , получим:

$$y = \frac{(a_{\sigma} - b_{\sigma}\beta)^{2}(a_{b} - b_{b}\beta) \sum_{i=1}^{n} [(a_{\delta} - b_{\delta}\beta) - (a_{i} + b_{i}\beta)(a_{n} - b_{n}\beta)]}{(a_{N} + a_{N}\beta)[(a_{\delta} + b_{\delta}\beta) - (a_{i\min} - b_{i\min}\beta)]}. (7)$$

При этом перед "b" ставится знак минус, если функция Y(y) будет возрастающей от данной нечеткой переменной, и знак плюс, если функция Y(y) будет убывающей.

В формуле (7) значения a и b для контролируемых параметров находят по измеренным значениям  $\{x_i\}$ :  $a=0.5(X_{\max}+X_{\min}),\ b=0.5(X_{\max}-X_{\min})/\sqrt{-\ln\alpha}$ , значением  $\alpha$  (уровень среза) задаются [9] из интервала  $\alpha\in[0,1]$ . В формуле (7) два неизвестных: y и  $\beta$ . Одним из них задаются. Обычно правую часть выражения (5) принимают за y:

$$y = \frac{9554}{2a_{w}\rho_{1}u} \left(\frac{z_{H}z_{M}z_{\varepsilon}}{k_{H\alpha}}\right)^{2} k_{H\alpha}k_{H\beta}k_{H\nu}(1+u)^{2}, \quad (8)$$

так как значения элементов правой части известны для данной конической передачи. В этом случае из

формулы (7) находят  $\beta$ , а так как  $\alpha_* = y^{-\beta^2}$ , то можно найти α\*. Что характеризует эта величина?

Из формулы (7) найдем "среднее" значение нечеткой переменной для Y(y) при  $\alpha = 1$  или  $\beta = 0$ :

$$a_{y} = \frac{a_{\sigma}^{2} a_{b} \Sigma (a_{\delta} - a_{i})}{a_{N} (a_{\delta} - a_{i\min})} a_{n}. \tag{9}$$

Если окажется, что  $a_v \geqslant y$  [соответствует выражению (5)], то возможность безотказной работы передачи по контактной усталости R = 1, а возможность отказа  $Q = \alpha_* = e^{-\beta^2}$ . При  $a_v < y$  [см. выражения (5) и (8)] имеем наоборот:  $R = \alpha_* = e^{-\beta^2}$ ,

Необходимость безотказной работы  $N_0 = 1 - Q$ . Надежность передачи по контактной усталости будет характеризоваться интервалом [R,  $N_0$ ].

**Рассмотрим пример.** Пусть  $\sigma_{H \text{lim}}^0 = \sigma = \{800,$ 

Пооо, 1200} МПа, 
$$\sum_{i=1}^{n} (\delta_0 - \delta_i) = \sum_{i=1}^{n} (a_\delta - a_i) = 4$$
 мм,  $\Delta b_w = \{40, 46, 50\}$  мм,  $\delta_0 = \{0,6; 0,7; 0,8\}$  мм  $\delta_{i\min} = \{0,3; 0,4; 0,5\}$  мм,  $N = \{4,0; 4,8; 5,0\}$  кВт. Для упрощения решения примера будем рассматривать  $\sum_{i=1}^{n} (\tilde{\delta}_0 - \tilde{\delta}_i)$  по средним значениям  $a_\sigma$  и  $a_i$ , т. е.  $i=1$  как детерминированную величину. Все остальные параметры и коэффициенты также пусть будут детерминированными величинами. Найдем  $a_\sigma = 1000$  МПа при  $\alpha = 0,3$ ,  $b_\sigma = 182$  МПа,  $a_b = 45$  мм,  $b_b = 4,5$  мм,  $a_\delta = 0,7$  мм,  $b_\delta = 0,09$  мм,  $a_{i\min} = 0,4$  мм,  $b_i = 0,09$  мм,  $a_N = 4,5$  кВт,  $b_N = 0,45$ ,  $k_{HL} = 1,2$ ;  $k_{H\alpha} = 0,8$ ;  $k_{H\nu} = 1,2$ ;  $k_{H\beta} = 1,15$ ;  $k_{H\alpha} =$ 

При  $n = 260 \text{ мин}^{-1}$  по выражению (5) найдем:

$$\begin{split} c &= 220 \cdot 10^{17} a_y = \\ &= \frac{(1000 \cdot 10^6)45 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^{-3} \cdot 260}{4,5 \cdot 0,3 \cdot 10^{-3}} = 338 \cdot 10^{17}. \end{split}$$

Так как  $a_y=338\cdot 10^{17}>c=220\cdot 10^{17}$ , то R=1. Примем  $y=220\cdot 10^{17}$  и найдем из формулы (7)  $\beta_{\min}=0.75$ . Тогда  $Q=l^{-\beta^2}=0.57$  и  $N_0=1-0.57=1$ = 0.43.

Надежность зуба передачи характеризуется интервалом [1; 0,43], где  $\bar{P} = 1$  — верхнее значение вероятности безотказной работы, P = 0.43 — нижнее значение. Полученный результат служит информацией для принятия решения о продолжении или прекращении эксплуатации передачи.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

- 1. Орлов П. И. Основы конструирования. Справочно-методическое пособие. Кн. 2, перераб. и доп. М.: Машиностроение, 1977. 574 с.
- 2. Дюбуа Л., Прад А. Теория возможностей. Приложения к представлению знаний в информатике: Пер. с фр. М.: Радио и связь, 1990. 288 с.
- 3. Болотин В. В. Прогнозирование ресурса машин и
- конструкций. М.: Машиностроение, 1984. 312 с. 4. **Уткин В. С., Уткин Л. В.** Определение надежности строительных конструкций: Учеб. пособие. 2-е изд., перераб. Вологда: ВоГТУ, 2000. 176 с.
- 5. Уткин В. С. Определение надежности индивидуальных механических систем при ограниченной информации // Вестник машиностроения. 2006. № 5. C. 37—39.
- 6. Иосилевич Г. Б. Детали машин. М.: Машиностроение, 1988. 288 с.
- 7. Решетов Д. Н., Иванов А. С., Фадеев В. З. Надежность машин. Учеб. пособие / Под ред. Д. Н. Решетова. М.: Высшая школа, 1988. 238 с.
- 8. Фридман Я. Б. Механические свойства металлов. 3-е изд., перераб. и доп. Ч. 2. М.: Машиностроение, 1974. 368 c.
- 9. Уткин В. С. Значения уровня риска в теории возможностей // Строительные материалы. 2004. № 8. C. 35.

### ВНИМАНИЮ АВТОРОВ!

Правила подготовки рукописей смотрите в №7 за 2009 г. на второй странице обложки.

К. Г. ЩЕТНИКОВИЧ, канд. техн. наук (Белорусский НТУ, г. Минск), e-mail: kazimir.sphere@tut.by

## Влияние осевой нагрузки на изменение условий скольжения при доводке шариков сборным инструментом

Описана конструкция инструмента для доводки шариков между соосно установленными нижним приводным диском и верхним неподвижным диском со встроенными концентрическими кольцами. Определены силы трения шарика о рабочие поверхности дисков и возможные положения мгновенной оси вращения шарика. Показаны преимущества процесса доводки шариков сборным инструментом по сравнению с обработкой традиционным инструментом.

**Ключевые слова:** шарики, хрупкие материалы, доводка, сборный инструмент, кинематика, силы сцепления и трения.

The tool design for finishing of spherules between coaxially installed lower driving dish and upper fixed one with built-in concentric rings has been described. The friction forces of the spherule on the dishes working surfaces and possible positions of instantaneous rotation axis of the spherule have been determined. The advantages of the spherules finishing by an assembly tool as compared with working by a traditional one have been shown.

**Keywords:** spherules, fragile material, finishing, assembly tool, kinematics, cohesive and friction forces.

Доводка стальных шариков осуществляется между двумя чугунными дисками в кольцевых канавках V-образного или радиусного профиля [1, 2]. Скорость проскальзывания шариков относительно рабочих поверхностей инструмента составляет незначительную часть от линейной скорости приводного диска, и ее величина изменяется по площадке контакта от нуля до некоторого максимального значения. Давление по площадкам контакта шарика с дисками также распределено неравномерно. Учитывая, что область максимального давления на площадке контакта не совпадает с областью максимального проскальзывания [3], интенсивность обработки шариков низкая, несмотря на высокую скорость вращения нижнего диска и большое усилие прижима верхнего диска.

Вследствие низкой скорости съема припуска операция доводки шариков является самой продолжительной в технологическом процессе их изготовления. Медленная переориентация шариков в пространстве при движении по кольцевой канавке и высокие контактные нагрузки создают значительные технологические трудности при обработке шариков из хрупких материалов. Необходимо отметить также, что длительная доводка стальных шаров в режиме качения приводит к передеформированию, охрупчиванию и усталостному разрушению поверхностного слоя. Опасность такого механизма съема металла [4] состоит в том, что процесс

периодического передеформирования и охрупчивания, запускаемый на финишной обработке, продолжается затем при эксплуатации. Формированию на поверхности шара дефектной зоны способствуют также высокие удельные нагрузки в области контакта с доводочными дисками [5]. Сокращение продолжительности обработки в результате увеличения скорости вращения инструмента повышает вероятность ухудшения качества поверхности шариков, так как число циклов передеформирования шариков остается тем же, а динамические нагрузки возрастают.

Интенсивность обработки можно повысить, если создать перемещение шариков по кольцевой канавке. Сборная конструкция инструмента для доводки шариков [6] позволяет реализовать четырехточечный контакт шарика с дисками, при котором имеет место скольжение шариков в зоне обработки. Данная работа посвящена теоретическому исследованию кинематики и динамики шариков при доводке между нижним приводным диском и верхним прижимным диском с установленными в его концентрических пазах кольцами.

Конструкция инструмента и кинематика шариков при доминирующей нагрузке на кольца. Особенностью инструмента для доводки шариков является сборная конструкция верхнего неподвижного прижимного диска со вставными кольцами (рис. 1). Обрабатываемые шарики 4 размещают в кольцевых выемках 2 нижнего диска 1. На торцевой поверхности верхнего диска 9 прорезаны концентричные пазы 8, по краям которых выполнены проточки 6 трапецеидального профиля. В пазах с зазором установлены кольца 7, имеющие на нижней торцевой поверхности конические фаски 3. На дне концен-

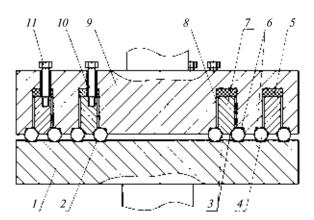


Рис. 1. Конструкция сборного инструмента для доводки шариков

тричных пазов закреплены упругие элементы 5, контактирующие с верхней торцевой поверхностью колец. Свойства и размеры упругих элементов выбирают в соответствии с необходимым давлением на шарики в процессе доводки. Болты 10 препятствуют вращению колец и удерживают их в пазах при подъеме верхнего прижимного диска.

Нагрузка на шарики складывается из осевой нагрузки  $P_s$ , прикладываемой к верхнему прижимному диску, и нагрузки  $P_m$  на неподвижные кольца, которая создается с помощью упругих элементов. Осевая нагрузка на шарики регулируется независимо от выбранной нагрузки на кольца. После включения привода вращения нижнего диска шарики перемещаются вдоль кольцевых дорожек, находясь в контакте с четырьмя поверхностями: горизонтальной поверхностью кольцевой выемки на нижнем диске, боковой и торцевой поверхностями проточки на верхнем диске и поверхностью конической фаски на кольце. Каждое кольцо базируется непосредственно на обрабатываемых шариках по двум поверхностям и в процессе доводки самоустанавливается соосно верхнему диску и параллельно нижнему. Шарик с инструментом контактирует в четырех несимметрично расположенных относительно его центра точках, поэтому неизбежно скольжение шарика по поверхности инструмента в одной из них. Независимая регулировка осевой нагрузки от нагрузки на кольца расширяет технологические возможности управления процессом доводки. Сборная конструкция верхнего неподвижного прижимного диска со вставными кольцами может быть применена и при элеваторной доводке шариков.

При нагрузке на кольца, намного превышающей нагрузку на прижимной диск, кинематика шариков (рис. 2) может быть рассмотрена из условия отсутствия проскальзывания в наиболее нагруженных точках A, B и K контакта с инструментом. Мгновенная ось абсолютного вращения шарика проходит через точки B и K контакта шарика с кольцом и неподвижным диском и составляет с горизонталью угол

$$\beta = (\alpha - \xi)/2,\tag{1}$$

где  $\alpha$  — угол конической фаски кольца;  $\xi$  — угол наклона боковой поверхности проточки прижимного диска.

Угловая скорость абсолютного вращения шарика составляет:

$$\omega = \frac{v_A}{AA_1} = \frac{\omega_{\pi}R}{r[\sin(\beta + \xi) + \cos\beta]},$$
 (2)

где  $\omega_{\rm д},\,v_A$  — соответственно угловая и линейная скорости нижнего диска в точке  $A;\,r$  — радиус щарика.

Угол у наклона мгновенной оси относительного вращения шарика найдем, сравнивая проекции от-

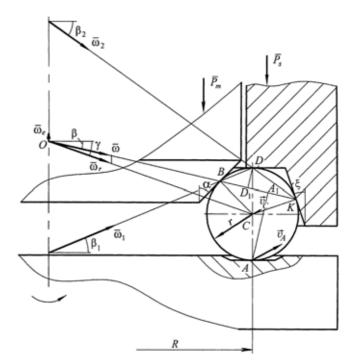


Рис. 2. Кинематическая схема для шарика в зоне обработки

резков OC и OK на вертикальную ось вращения инструмента:

$$tg\gamma = [(R + r\cos\xi)tg\beta + r\sin\xi]/R.$$
 (3)

Угловую скорость  $\omega_r$  относительного вращения шарика определим из равенства проекций векторов  $\varpi$  и  $\varpi_r$  на горизонтальную линию:

$$\omega_r = \omega \cos \beta / \cos \gamma. \tag{4}$$

Угловую скорость переносного вращения шарика рассчитываем по формуле

$$\omega_e = \omega r \sin(\beta + \xi) / R. \tag{5}$$

Скорость скольжения шарика относительно торцевой поверхности кольцевой проточки на неподвижном кольце зависит от расстояния точки D до мгновенной оси вращения шарика:

$$v_{sD} = \omega DD_1 = \omega r [\cos \beta - \sin(\beta + \xi)]. \tag{6}$$

Расчет скорости скольжения показывает, что ее величина более чем в 2,5 раза превышает максимальную скорость дифференциального проскальзывания при длине дуги контакта с инструментом, равной 0,3d, где d — диаметр шарика. Принимая во внимание, что при дифференциальном проскальзывании шариков на площадке контакта имеются точки, скорость проскальзывания в которых приближается к нулевому значению, скольжение шариков с высокой скоростью по торцевой поверхности проточки значительно повышает интенсивность обработки.

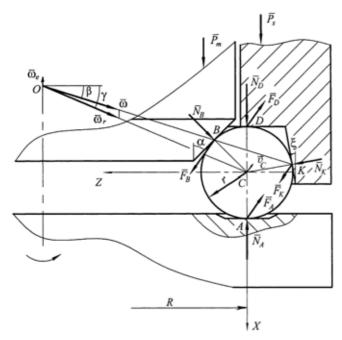


Рис. 3. Схема сил, действующих на шарик в зоне обработки

Определение сил сцепления шариков с инструментом при доминирующей нагрузке на кольца. В точках контакта с инструментом (рис. 3) на шарик действуют силы  $N_A$ ,  $N_B$ ,  $N_D$  и  $N_K$  нормального давления, вызванные нагрузкой на прижимной диск и кольца, а также касательные силы  $F_A$ ,  $F_B$ ,  $F_D$  и  $F_K$  сцепления и трения, вызванные вращением нижнего диска.

Каждое из колец давит конической поверхностью на шарик с силой  $N_B = P_m/\sin\alpha$ , где  $P_m$  — нагрузка на один шарик, создаваемая кольцом.

Нормальное давление шарика на нижний диск зависит от суммарной нагрузки на прижимной диск и кольца:

$$N_A = P_S + P_m + mg,$$

где  $P_s$  — осевая нагрузка на один шарик, создаваемая прижимным диском; m — масса шарика; g — ускорение свободного падения.

Шарик по кольцевой дорожке перемещается под действием силы  $F_A$  сцепления с нижним диском, а также сил сцепления с кольцом  $(F_B)$  и прижимным диском  $(F_K)$ . На шарик действует сила  $F_D$  трения скольжения о торцевую поверхность проточки прижимного диска, зависящая от силы  $N_D$  нормального давления.

Для определения неизвестных сил сцепления и давления необходимо составить уравнения движения шарика по кольцевой дорожке, образованной четырьмя рабочими поверхностями инструмента. Так как сила трения скольжения шарика по торцевой поверхности проточки на прижимном диске намного превышает силы трения качения, последние не учитывались при составлении уравнений движения шарика. Дифференциальные уравнения относи-

тельного движения шарика [3] запишем в системе координат *XYZ*, проходящих через его центр, проецируя действующие силы на соответствующие оси:

$$m\frac{\mathrm{d}v_{CX}}{\mathrm{d}t} = -N_A + N_B \sin\alpha + N_D + \\ + N_K \sin\xi + mg = 0;$$

$$m\frac{\mathrm{d}v_{CY}}{\mathrm{d}t} = -F_A + F_B - F_D + F_K = 0;$$

$$m\frac{\mathrm{d}v_{CZ}}{\mathrm{d}t} = -N_B \cos\alpha + N_K \cos\xi = 0;$$

$$I\frac{\mathrm{d}\omega_{rX}}{\mathrm{d}t} = -F_B r \cos\alpha + F_K r \cos\xi = 0;$$

$$I\frac{\mathrm{d}\omega_{rY}}{\mathrm{d}t} = 0;$$

$$I\frac{\mathrm{d}\omega_{rY}}{\mathrm{d}t} = 0;$$

$$I\frac{\mathrm{d}\omega_{rY}}{\mathrm{d}t} = -F_A r - F_B r \sin\alpha + F_D r - F_K r \sin\xi = 0,$$

где I — момент инерции шарика;  $v_C$  — скорость центра шарика.

Первые три уравнения отображают движение центра масс шарика при установившемся перемещении, следующие три уравнения — вращение шарика вокруг его центра. При нагрузках на кольца, превышающих нагрузку на прижимной диск, шарик скользит по наименее нагруженной торцевой поверхности кольцевой проточки. Положение мгновенной оси вращения и другие кинематические характеристики шарика могут быть определены по формулам (1)—(6).

Нормальное давление шарика на торцевую и боковую поверхности кольцевой проточки найдем из первого и третьего дифференциальных уравнений системы (7):

$$N_D = \frac{P_s \sin \alpha \cos \xi - P_m \cos \alpha \sin \xi}{\sin \alpha \cos \xi}; \quad N_K = \frac{P_m \cos \alpha}{\sin \alpha \cos \xi}.$$

Сила трения скольжения шарика о торцевую поверхность кольцевой проточки прижимного диска тогда составит:

$$F_D = f_s \frac{P_s \sin \alpha \cos \xi - P_m \cos \alpha \sin \xi}{\sin \alpha \cos \xi},$$

где  $f_s$  — коэффициент трения скольжения шарика о прижимной диск.

Силы сцепления шарика с инструментом определяются выражениями:

$$F_{B} = \frac{f_{s}(1 + \cos \xi)(P_{s}\sin \alpha \cos \xi - P_{m}\cos \alpha \sin \xi)}{[(1 + \tan \xi)\cos \alpha + (1 + \sin \alpha)\cos \xi]\sin \alpha \cos \xi};$$

$$F_{K} = F_{B}\cos \alpha/\cos \xi;$$

$$F_{A} = F_{B} - F_{D} + F_{K}.$$
(8)

Сила трения скольжения шарика о торцевую поверхность кольцевой проточки прижимного диска значительно увеличивает силы сцепления по другим поверхностям контакта с инструментом. По мере увеличения осевой нагрузки на прижимной диск силы сцепления шарика с инструментом в точках *А*, *В* и *К* возрастают, но их максимальная величина ограничивается значением сил трения скольжения. Скольжение шарика начнется в той точке контакта, в которой величина силы сцепления раньше достигнет значения силы трения скольжения при данной силе нормального давления.

Анализ условий скольжения шарика в зоне обработки при повышенной осевой нагрузке. Сравнивая отношения сил сцепления к соответствующим силам нормального давления, находим, что в точке Aоно намного меньше, чем в точках B и K, поэтому и скольжение будет наблюдаться в одной из этих точек. При появлении скольжения шарика по кольцу или боковой поверхности проточки изменяются условия его трения по торцевой поверхности проточки: трение скольжения в точке D переходит в трение качения. Мгновенная ось абсолютного вращения шарика изменяет свое положение и проходит через точку D на прижимном диске. Расчет показывает, что  $F_B/N_B = F_K/N_K$ . Следовательно, при повышенной осевой нагрузке скольжение шарика возможно как в точке B, так и в точке K. Ось абсолютного вращения шарика пройдет через точку D на прижимном диске (см. рис. 2), и ее положение может изменяться в широких пределах в зависимости от соотношения мгновенных значений сил  $F_B$  и  $F_K$ . Угол наклона оси вращения шарика

к горизонтали может изменяться от  $\beta_1 = \frac{\pi}{4} \, - \, \frac{\alpha}{2} \, ,$ 

когда она проходит через точку  $\emph{B}$ , до  $\beta_2 = \frac{\pi}{4} \, - \, \frac{\xi}{2} \, ,$ 

когда она проходит через точку *К*. Погрешности формы шарика и инструмента, вибрации при обработке, вызывая изменения условий контакта шарика с инструментом, способствуют постоянному изменению положения мгновенной оси абсолютного вращения шарика.

Сила трения скольжения шарика по конической поверхности кольца, изготовленного из одинакового с верхним диском материала,

$$F_B = f_s N_B = f_B P_m / \sin \alpha. \tag{9}$$

Сила трения скольжения в точке K составляет  $F_K = f_s N_K = f_s P_m/(\mathrm{tg}\alpha \cos \xi)$ .

Подставив выражение (9) в формулу (8), определим переходную осевую нагрузку  $P_{sl}$ , достаточную для скольжения шарика в точках B или K:

$$P_{sl} =$$

$$= P_m \frac{(1 + \sin\alpha)\cos^2\xi + [(2 + \cos\xi)\sin\xi + \cos\xi]\cos\alpha}{(1 + \cos\xi)\sin\alpha\cos\xi}. \quad (10)$$

Подставив значения геометрических параметров инструмента  $\alpha=55^\circ$  и  $\xi=10^\circ$ , получим величину переходной нагрузки  $P_{sl}=1,64P_m$ .

Если кольца изготовить из материала с более высоким значением коэффициента трения, то при больших нагрузках на прижимной диск шарик будет скользить по боковой поверхности проточки и ось абсолютного вращения шарика пройдет через точки B и D под углом  $\beta_1$  к горизонтали. Величина переходной осевой нагрузки при этом не изменяется и рассчитывается по формуле (10). При выборе материала колец с меньшим значением коэффициента трения шарик будет скользить по конической фаске кольца, а ось абсолютного вращения шарика пройдет через точки D и K под углом  $\beta_2$  к горизонтали. Сила трения скольжения шарика по конической поверхности кольца в этом случае составит:  $F_B = f_m P_m / \sin \alpha$ , где  $f_m$  — коэффициент трения скольжения шарика о кольцо.

Подставив полученное выражение силы трения скольжения в формулу (8), определим переходную осевую нагрузку, достаточную для скольжения шарика по кольцу при известной нагрузке  $P_m$  на кольца:

$$P_{sl} = P_{m} \frac{f_{s}(1 + \cos \xi) \cos \alpha \sin \xi +}{f_{s}(1 + \cos \xi) \sin \alpha \cos \xi} \rightarrow \frac{f_{m}[(1 + \tan \xi) \cos \xi] \cos \xi}{f_{m}[(1 + \tan \xi) \cos \xi] \cos \xi}.$$
(11)

Из выражения (11) следует, что при уменьшении коэффициента трения  $f_m$  уменьшается осевая нагрузка, необходимая для скольжения шарика по конической поверхности кольца и изменения положения его мгновенной оси вращения.

Следовательно, в зависимости от давления инструмента и материалов верхнего диска и колец возможны три устойчивых положения мгновенной оси абсолютного вращения шарика. При малой осевой нагрузке по сравнению с нагрузкой на кольца ось вращения шарика проходит через точки контакта с конической поверхностью кольца и боковой поверхностью проточки. Увеличение осевой нагрузки свыше определенного значения вызывает поворот мгновенной оси вращения шарика вокруг точки B или точки K в зависимости от соотношения коэффициентов трения шарика о верхний диск и кольцо. В первом случае мгновенная ось абсолютного вращения шарика пройдет через точку B на кольце и точку D на торцевой поверхности проточки, а во втором случае займет другое положение, проходя через точки D и K. Если материал диска и колец одинаков, то при повышенной осевой нагрузке ось абсолютного вращения шарика пройдет через точку D и угол ее наклона к горизонтали может изменяться от  $\beta_1$  до  $\beta_2$ .

Значительные изменения положения мгновенной оси вращения шарика при изменении нагрузки

на верхний диск являются еще одним преимуществом инструмента со вставными кольцами по сравнению с традиционным. Под влиянием технологических вибраций непрерывно изменяется соотношение нагрузок на верхний диск и кольца, поэтому доводка шариков при осевой нагрузке, близкой к переходной, будет сопровождаться быстрой переориентацией шариков в пространстве. Указанное преимущество в сочетании с большой скоростью скольжения позволяет с высокой точностью обрабатывать сборным инструментом шарики из стали и материалов, доводка которых традиционным способом вызывает значительные технологические трудности: металлокерамики, магнитотвердых спеченных материалов, неметаллических хрупких материалов.

Доводка сборным инструментом сопровождается значительным возрастанием сил сцепления шариков с дисками, вследствие чего, наблюдается скольжение шариков по одной из рабочих поверхностей. Положение мгновенной оси вращения шарика зависит от материала инструмента и соотношения нагрузок на верхний диск и кольца. Приведенные кинематические характеристики движения шарика дают возможность рассчитать угловую и поступательную скорости шарика, а также скорость скольжения по рабочим поверхностям инструмента. Дифференциальные уравнения относи-

тельного движения шарика позволяют найти силы сцепления и трения шарика о диски. Быстрая переориентация шариков при перемещении по кольцевой дорожке в сочетании с высокой скоростью скольжения и низкими нагрузками контакта с инструментом обеспечивают высокую точность доводки шариков, изготовленных из сталей и различных хрупких материалов.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

- 1. **Олендер Л. А.** Технология и оборудование шарикового производства. Минск: Вышэйшая школа, 1974. 336 с.
- 2. **Олендер Л. А., Добрынин Ю. А.** Совершенствование формообразования сферических поверхностей. Минск: БелНИИНТИ, 1980. 43 с.
- 3. **Филонов И. П.** Механика процессов обкатки. Минск: Наука и техника, 1985. 328 с.
- 4. **Куранов В. Г., Виноградов А. Н., Бузов А. В.** Оптимизация финишной обработки шаров прецизионных подшипников качения // Актуальные проблемы электронного приборостроения и машиностроения: сб. науч. ст. / Отв. ред. Т. В. Конюшкова. Саратов: СГТУ, 2002. С. 126—129.
- 5. **Куранов В. Г., Виноградов А. Н.** Явление "трибоцементации" в процессе финишной обработки шаров подшипников // Трение и смазка в машинах и механизмах. 2007. № 8. С. 32—37.
- 6. Пат. 1250 Респ. Беларусь: МПК В 24 В 11/02. Устройство для обработки шариков.

УДК 621.86.078.66.001.573

А. А. ДОБРАЧЕВ, канд. техн. наук, Л. Т. РАЕВСКАЯ, канд. физ.-мат. наук, А. В. ШВЕЦ

(Уральский государственный лесотехнический университет,

г. Екатеринбург), e-mail: razurala@mail.ru

# Математическое моделирование динамических реакций опор манипуляторной машины

Получены соотношения статических и динамических составляющих реакций опор манипулятора, исследованы зависимости динамической составляющей от угловой скорости, веса груза, угла наклона рукоятки, вычислены поправки к опрокидывающему моменту, вызванные динамической реакцией опор.

**Ключевые слова:** динамическая реакция, опоры, математическое моделирование, опрокидывающий момент.

The relations of static and dynamic components of the manipulator's poles response were obtained. Dependences of the dynamic component upon angular velocity, load weight, and grip inclination angle were studied, and the corrections to tilting moment, conditioned by dynamic poles response, were calculated.

**Keywords:** dynamic response, poles, mathematical modeling, tilting moment.

Сегодня в проектных работах широко используются информационные технологии (ИТ) и методы математического моделирования. Математическая мо-

дель — совокупность выражений (уравнения, неравенства, логические условия), описывающих существенные для проводимого исследования свойства объекта.

Вычислительные эксперименты с моделью сокращают время исследований и снижают их стоимость. Моделирование поведения объекта в различных ситуациях, в том числе и экстремальных, может стать основой проектных решений [1—3].

Последовательность математического моделирования:

1. Постановка задачи:

формулирование цели исследования;

схематизация объекта, т. е. принятие допущений и определение существенных для данного исследования свойств объекта;

выбор переменных, определение параметров модели.

- 2. Математическая формулировка задачи запись выражений для каждого блока математической модели и выражений, определяющих связи между блоками.
- 3. Разработка алгоритма. Использование ИТ для реализации

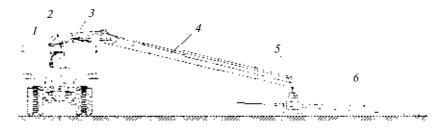
математической модели возможно только после дискретизации объекта, т. е. замены непрерывной среды ее дискретным аналогом. При этом исходные дифференциальные и интегральные уравнения заменяются аппроксимирующей системой нелинейных алгебраических уравнений, для решения которой необходимы различные итерационные процедуры.

- 4. Реализация алгоритма в виде компьютерной программы.
- 5. Проверка адекватности модели, т. е. подтверждение ее соответствия исследуемому объекту. Математическая модель считается адекватной, если сопоставление результатов моделирования с данными о поведении реального объекта показывает, что изучаемые характеристики воспроизводятся в модели с требуемой точностью.
- 6. Разработка математической модели, ее исследование путем вычислительного эксперимента и интерпретации полученных данных, т. е. перенесения результатов вычислительного эксперимента на изучаемый объект с разработкой рекомендаций по их практическому использованию.

В соответствии с вышеуказанной последовательностью поставим задачу исследования динамической составляющей реакции опор для уточнения условий устойчивости манипуляторной машины для лесных грузов (рис. 1). Полагаем, что предложенный расчет позволит оценить дополнительные динамические реакции опор любых манипуляторных и подъемно-транспортных машин.

Ранее рассмотренная статическая устойчивость манипуляторной машины к опрокидыванию позволила подобрать параметры базовой части машины. Получено уравнение траектории движения центра тяжести и проверена его совместимость с уравнением линии опрокидывания. Определено опасное направление. Движение манипулятора определяет динамическую составляющую реакций опор.

Схематизация объекта предполагает упрощения конструк-



**Рис. 1. Схема манипуляторной машины:** 1- база; 2- стойка; 3- стрела; 4- телескопическая рукоять; 5- рабочие органы (грейфер с ротатором); 6- груз

ции при сохранении основных его размеров, относительного расположения и др.

Упрощения: стойка, стрела, рукоять в качестве первого приближения считаются однородными стержнями; груз сосредоточен в точке на конце рукояти; опоры стойки — подпятник и цилиндрический шарнир; стрела вращается вокруг стойки в горизонтальной плоскости.

Выбор параметров. Первый параметр — угловая скорость ю манипулятора, которая в каждом отдельном исследовании считается постоянной для того, чтобы в первом приближении пренебречь тангенциальными составляющими сил инерции. Тангенциальные составляющие важны в задачах, связанных с переходными процессами отрыва или торможения. В данном случае ограничимся рассмотрением стационарных процессов. Кинематика манипулятора изложена в работе [4].

Второй параметр — сила тяжести груза, которую будем изменять в определенных пределах.

Третий параметр — угол между рукоятью и вертикалью.

Постановка задачи: требуется получить выражения для статических и динамических составляющих реакций опор манипулятора; исследовать зависимость динамической составляющей от различных параметров (угловая скорость, вес груза, угол наклона рукояти); вычислить поправки к опрокидывающему моменту, обусловленные динамической реакцией опор; оценить количественно дополнительные опрокидывающие моменты относительно статического опрокидывающего момента в зависимости от параметров.

Математическая формулировка задачи. Используем уравнения кинетостатики ПО принципу Даламбера. Ко всем активным внешним силам и реакциям связей добавим силы инерции (главные моменты сил инерции равны нулю). На рис. 2 приведена расчетная схема манипулятора, где  $\overline{X}_A, \ \overline{Y}_A, \ \overline{Z}_A, \ \overline{X}_B, \ \overline{Y}_B, \ \overline{Z}_B$  — реакции опоры соответственно в точках A и B;  $L_1, L_2$  — длины стрелы и рукояти;  $\overline{G}_1, \ \overline{G}_2, \ \overline{G}_3, \ \overline{G}_4$  силы тяжести стрелы, телескопической рукояти, груза с рабочими органами (грейфером и ротатором), стойки; M — момент от манипулятора;  $h_{\rm cT}$  — высота стойки; h — плечо равнодействующей  $\overline{\Phi}_2$  системы сил инерции, прикладываемых к рукояти;  $\overline{\Phi}_1$  и  $\overline{\Phi}_3$  — силы инерции.

Рассмотрим работу рукояти манипулятора. Так как в каждой точке вращающейся рукояти (изменение угла в между осью рукояти и вертикалью) силы инерции разные, найдем точку K приложения результирующей силы инерции:  $\overline{\Phi}_2 = -m_2 \overline{a}_{C_2}$ , где  $m_2$  масса рукояти;  $\bar{a}_{C_2}$  — ускорение центра массы рукояти. Для этого определим плечо h равнодействующей системы сил инерции относительно точки O. Момент равнодействующей системы сил инерции, приложенный в точке K, относительно точки O равен сумме моментов всех элементарных сил  $\overline{\Phi}_i$  инерции относительно точки O.

На элементарном участке dξ, находящемся на расстоянии ξ от

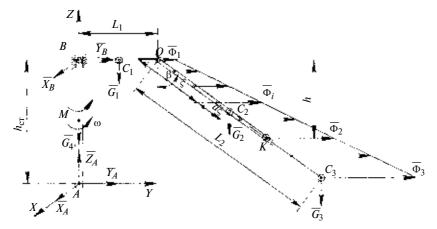


Рис. 2. Расчетная схема

точки O, действует сила  $\Phi_i$  инерции, равная произведению массы на нормальное ускорение:

$$\Phi_i = \omega^2 R_i m_i, \tag{1}$$

где  $R_i$  — расстояние от элементарного участка  $\mathrm{d}\xi$  до оси вращения;  $m_i$  — масса этого участка.

В соответствии с рис. 2 получаем:  $R_i = L_1 + \xi \sin \beta$ . Массу элементарного участка можно записать, как  $m_i = \rho d\xi$  ( $\rho$  — удельная масса). Тогда выражение (1) примет вид:  $\Phi_i = \omega^2 [L_1 + \xi \sin \beta] \rho d\xi$ .

Плечо силы  $\overline{\Phi}_i$  относительно точки О составляет  $h_i = \xi \cos \beta$ .

Момент силы  $\overline{\Phi}_i$  относительно точки O находим по формуле

$$M_i = \xi \cos(\beta)\omega^2 [L_1 + \xi \sin\beta] \rho d\xi.$$
 (2)

Из уравнения (1) и условия равенства моментов получаем:

$$\Phi_2 h =$$

$$= \int_{0}^{L_2} \xi \cos(\beta) \omega^2 [L_1 + \xi \sin \beta] \rho d\xi. \quad (3)$$

Модуль силы инерции  $\Phi_2 =$ 

$$= m_2 a_{C_2}^n.$$

Ускорение в точке  $C_2$  имеет вид:  $a_{C_2} = \omega^2 R_{C_2}$ , где  $R_{C_2} = L_1 +$ 

$$+\frac{L_2}{2}\sin\beta$$
 — радиус вращения.

Тогда

$$a_{C_2} = \omega^2 \left( L_1 + \frac{L_2}{2} \sin \beta \right);$$
 (4)

$$\Phi_2 = m_2 \omega^2 \left( L_1 + \frac{L_2}{2} \sin \beta \right).$$
(5)

Подставив выражение (5) в уравнение (3), получим:

$$m_2\omega^2\Big(L_1+\frac{L_2}{2}\sin\beta\Big)\,h=$$

$$= \int_{0}^{L_2} \xi \cos(\beta) \omega^2 [L_1 + \xi \sin\beta] \rho d\xi, \quad (6)$$

где  $m_2 = \rho L_2$ ; ρ, ω,  $\cos \beta$ ,  $\sin \beta$  — постоянные величины.

Из уравнения (6) найдем плечо силы инерции (расстояние от линии действия силы  $\overline{\Phi}_2$  до точки O):

$$h = \frac{\cos(\beta) L_2 [3L_1 + \sin(\beta) 2L_2]}{6L_1 + 3L_2 \sin\beta}$$

Для определения реакций опор в точках A и B составим систему уравнений кинетостатики (принцип Даламбера) — три уравнения для силы  $F_i$  и три уравнения для момента:

$$\Sigma F_{ix} + \Sigma \Phi_{ix} = 0;$$

$$\Sigma F_{iy} + \Sigma \Phi_{iy} = 0;$$

$$\Sigma F_{iz} + \Sigma \Phi_{iz} = 0;$$

$$\Sigma M_{ix} + M_{ix}^{\Phi} = 0;$$

$$\Sigma M_{iy} + M_{iy}^{\Phi} = 0;$$

$$\Sigma M_{iz} + M_{iz}^{\Phi} = 0,$$
(7)

где  $M_i$  — моменты активных внешних сил и реакций связей;  $M_i^{\Phi}$  — моменты сил инерции.

Из первого уравнения системы (7) получим  $X_A = -X_B$ .

Во второе уравнение системы (7)  $Y_A + Y_B + \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 = 0$  подставим силы инерции:

$$\Phi_{1} = m_{1}\omega^{2} \frac{L_{1}}{2} = \frac{G_{1}}{g}\omega^{2} \frac{L_{1}}{2};$$

$$\Phi_{2} = m_{2}\omega^{2} \left(L_{1} + \frac{L_{2}}{2}\sin\beta\right) =$$

$$= \frac{G_{2}}{g}\omega^{2} \left(L_{1} + \frac{L_{2}}{2}\sin\beta\right);$$

$$\Phi_{3} = m_{3}\omega^{2}[L_{1} + L_{2}\sin\beta] =$$

$$= \frac{G_{3}}{g}\omega^{2}[L_{1} + L_{2}\sin\beta].$$

Заменив массу силой тяжести, получим уравнение с двумя неизвестными (реакции опор):

$$Y_A + Y_B + \frac{G_1}{g} \omega^2 \frac{L_1}{2} + \frac{G_2}{g} \omega^2 \left( L_1 + \frac{L_2}{2} \sin \beta \right) + \frac{G_3}{g} \omega^2 [L_1 + L_2 \sin \beta] = 0.$$
 (8)

Из третьего уравнения системы (7) получим компоненту реакции в точке A:

$$Z_A = G_1 + G_2 + G_3 + G_4.$$

Четвертое уравнение системы (7) имеет вид:

$$Y_B h_{cT} + G_1 \frac{L_1}{2} + \Phi_1 h_{cT} + G_2 \left( L_1 + \frac{L_2}{2} \sin \beta \right) + \Phi_2 (h_{cT} - h) + G_3 [L_1 + L_2 \sin \beta] + G_3 [h_{cT} - L_2 \cos \beta] = 0.$$

Тогда для  $Y_B$  получим:

$$Y_{B} = \left[ -G_{1} \frac{L_{1}}{2} - \Phi_{1} h_{\text{cT}} - \Phi_{2} \left( h_{\text{cT}} - \frac{\cos(\beta) L_{2} [3L_{1} + \sin(\beta) 2L_{2}]}{6L_{1} + 3L_{2} \sin\beta} \right) - G_{3} [L_{1} + L_{2} \sin\beta] - \Phi_{3} [h_{\text{cT}} - L_{2} \cos\beta] - G_{2} \left( L_{1} + \frac{L_{2}}{2} \sin\beta \right) \right] \left( \frac{1}{h_{\text{cT}}} \right).$$
 (9)

Значения динамической составляющей  $Y_R^c$ , кН (%), реакции опоры при различной угловой скорости  $\omega$  и  $G_3=14$  кН

ω, рад/с	$\beta = 30^{\circ}, Y_B^{c} = -91,91 \text{ kH}$	$β = 65^{\circ}, Y_B^{c} = -110,20 \text{ kH}$	$\beta = 70^{\circ}, Y_B^{c} = -113,74 \text{ кH}$	$β = 90^\circ, Y_B^c = -116,75 \text{ kH}$
0,05	0,03 (-0,03)	0	-0,02 (0,02)	-0,06 (0,05)
0,10 0,15	0,13 (-0,14) 0,28 (-0,31)	0	$-0.07 (0.06) \\ -0.16 (0.14)$	-0.23 (0.20)  -0.52 (0.45)
0,20	0,51 (-0,55)	0	-0.28(0.25)	-0,93 (0,80)
0,25 0,30	0,79 (-0,86) 1,14 (-1,24)	$ \begin{array}{c} -0.01 \ (0.01) \\ -0.01 \ (0.01) \end{array} $	-0,44 (0,39) -0,64 (0,56)	-1,46 (1,16) -2,10 (1,80)
0,35	1,55 (-1,69)	-0.02(0.01)	-0.87(0.76)	-2,86(2,45)
0,40 0,45	2,02 (-2,20) 2,56 (-2,79)	$ \begin{array}{c} -0.02 \ (0.02) \\ -0.03 \ (0.02) \end{array} $	-1,13 (0,99)  -1,43 (1,26)	-3,73 (3,19)  -4,72 (4,04)
0,50	3,16 (-3,44)	-0.03 (0.03)	-1,77 (1,55)	-5,83 (5,00)
0,55	3,83 (-4,16) 4,56 (-4,96)	$-0.04 (0.04) \\ -0.05 (0.04)$	-2,14 (1,88) -2,54 (2,24)	-7,05 (6,04) -8,39 (7,19)
0,60 0,65	5,35 (-5,82)	-0.03 (0.04) -0.06 (0.05)	-2,34 (2,24) -2,99 (2,63)	-8,39 (7,19) -9,85 (8,44)
0,70	6,20 (-6,75)	-0.07 (0.06)	-3,46(3,05)	-11,42(9,78)
0,75 0,80	7,12 (-7,74) 8,10 (-8,81)	$ \begin{array}{c} -0.08 \ (0.07) \\ -0.09 \ (0.08) \end{array} $	-3,98 (3.50) -4,52 (3,98)	-13,11 (11,23) -14,92 (12,78)
0,85	9,14 (-9,95)	-0.10(0.09)	-5,11(4,49)	-16,84 (14,43)
0,90 0,95	10,25 (-11,15) 11,42 (-12,43)	$-0.11 (0.10) \\ -0.12 (0.11)$	-5,73 (5,03) -6,38 (5,610)	-18,88 (16,17) -21,04 (18,02)
1,00	12,65 (-13,77)	-0.14 (0.12)	-7,07 (6,22)	-23,31 (19,97)

Из уравнения (8) получим реакцию опоры  $Y_A$  в точке A.

Из пятого уравнения системы (7) получим:  $X_B = 0$ ,  $X_A = 0$ .

Из шестого уравнения следует, что момент от двигателя равен моменту сопротивления (ускорение  $\varepsilon = 0$ ).

Исследуем динамическую реакцию опоры  $Y_B$  [уравнение (9)]. Реакция опоры включает в себя статическую и динамическую составляющие. Динамическая составляющая  $Y_B^{\pi}$  реакции опоры, связанная с нормальными компонентами сил инерции, зависит от угловой скорости  $\omega$ , угла  $\beta$  и силы тяжести груза. Полученное значение будет максимальным, так как манипулятор находится в плоскости YZ.

Из технической характеристики манипулятора БАКМ 1600-4 имеем:  $G_1 = 2.9 \text{ кH}$ ;  $G_2 = 11.5 \text{ кH}$ ;  $G_3 = 14 \text{ кH}$ ;  $h_{\text{ст}} = 2 \text{ м}$ . Угол  $\beta$  изменяется от 0 до 1,6 рад, а угловая скорость  $\omega$  — от 0 до 1 рад/с.

С помощью программы МАРLE 9.5 строим зависимости динамической составляющей от угловой скорости  $\omega$  и угла  $\beta$  (рис. 3, см. на обложке, с. 3). Из рисунка видно, что максимальных значений по абсолютной величине динамическая составляющая достигает при  $\omega=1$  рад/с и  $\beta=1,6$  и 0,3 рад (для  $L_1=5$  м,  $L_2=5$  м) и  $\beta=0,6$  рад (для  $L_1=2$  м,  $L_2=8$  м). При горизонтальном расположе-

нии рукояти ( $\beta = 1,6$  рад) силы инерции груза и рукояти достигают максимальных значений, при этом динамическая составляющая реакции опоры, составляет 23 кН. При малых значениях угла в груз оказывается гораздо ниже стойки, сила инерции груза создает момент другого направления относительно оси X, что меняет знак динамической составляющей реакции опоры. Чем больше длина  $L_2$  рукояти, тем при большем угле в происходит смена знака динамической составляющей. Оптимальные значения угла в от 55 (см. рис. 3, a) до 65° (см. рис. 3,  $\delta$ ). В этом интервале машина наиболее устойчива к опрокидыванию.

При малых значениях ю  $(0 \div 0,3 \text{ рад/c}) \ Y_{R}^{\Pi} \text{ составляет } 0 \div 2 \%$ от статической (таблица) и слабо влияет на устойчивость машины. Очевидно, что при  $\omega = 0$  динамическая составляющая реакции опоры отсутствует. Небольшие угловые скорости — наиболее безопасный режим работы манипуляторной машины. При  $\omega \geqslant 0,4$  рад/с возрастают и реакция  $Y_R^{\pi}$ , и чувствительность к изменению угла в. Оптимальными являются значения угловой скорости  $0.2 \div 0.3$  рад/с, опасными —  $0.8 \div 1.0$  рад/с. Некоторым преимуществом отличается манипулятор с  $L_1 = 2$  м и  $L_2 = 8$  м. В этом случае силы инерции ближе к оси вращения.

При  $\beta = 65^\circ$  динамическая составляющая практически исчезает. Казалось бы, при таком значении угла  $\beta$  машина может работать с угловой скоростью в несколько раз большей, чем 0,3 рад/с, что повысит производительность труда. Однако рекомендовать такую скорость следует с осторожностью. Дело в том, что точно выдержать значение угла  $\beta$  в этом интервале довольно сложно, а малейшее отклонение (5÷10°) приведет к резкому увеличению динамической составляющей.

На рис. 4 (см. на обложке, с. 3) показаны поверхности отклика динамической составляющей реакции опоры от силы  $G_3$  тяжести груза и угла  $\beta$ . Здесь  $G_1 = 2.9 \text{ кH}$ ,  $G_2 = 11.5$  кH,  $h_{\rm CT} = 2$  м,  $\beta$  изменяется от 0 до 1,6 рад,  $\omega = 0.3$  рад/с,  $G_3$  изменяется от 0 до 15 кН. Анализ показал, что реакция  $Y_B^{\pi}$  линейно зависит от силы  $G_3$ . Č увеличением  $G_3$  возрастает динамическая составляющая реакции опоры по абсолютной величине. Это связано с линейной зависимостью сил инерции от массы зависимость от угловой скорости параболическая (см. рис. 3). Большая зависимость реакции  $Y_{R}^{\Pi}$  наблюдается от угла  $\beta$ (см. рис. 4), что приводит к изменению ее знака, а предельных значений она достигает при  $\beta = 0.2$  рад (см. рис. 4, *a*) и  $\beta = 0.6$  рад (см. рис. 4, б).

А. М. РУБИН, канд. техн. наук (г. Москва), e-mail: bone-1@mail.ru

# Оценка контактных напряжений сопряженных осесимметричных цилиндрических оболочек разной длины в зонах разрыва контактного давления

Рассматривается задача осесимметричного контакта двух цилиндрических оболочек разной длины. Исследуется распределение контактных напряжений в локальных зонах разрыва контакта. Используется итерационный процесс метода регулирования зон контакта и отрыва.

**Ключевые слова:** цилиндрические оболочки, контактные напряжения, осесимметричный контакт, контактное давление, зона разрыва, регулирование зон контакта.

A problem of axisymmetric contact of two variable-length cylindrical shells is considered. Distribution of contact stresses in local zones of ruptured contact is investigated. At that iterative process of the regulation method of contact and breakaway zones is used.

**Keywords:** cylindrical shells, contact stresses, breakaway zone, regulation of contact zones.

На примере осесимметричного контакта тонких упругих цилиндрических оболочек были исследованы контактные напряжения в зонах разрыва контактного давления. По краям зон контакта оболочек имеют место сосредоточенные силы [1, 2]. Следует иметь в виду, что сосредоточенная сила — понятие абстрактное. Бесконечных контактных напряжений в действительности не существует. Во-первых, теория упругости справедлива только для малых деформаций. Во-вторых, реальные материалы деформируются пластически при конечных напряжениях.

В настоящей работе при определении контактных усилий используется алгоритм метода попыток, предложенный в теории расчета сооружений с односторонними связями [3]. Эффективность данного метода применительно к задачам контактного взаимодействия получила подтверждение в работах [4—6]. Трудности возникают в том случае, если на границах разрыва

зон контакта появляются сосредоточенные силы. Это указывает на факторы, которые следует учитывать для более точной оценки действительных контактных напряжений. В некоторых случаях рекомендуется учитывать сдвиговую жесткость оболочек [1, 7].

Рассмотрим контактную задачу для двух цилиндрических оболочек разной длины, посаженных с натягом симметрично относительно среднего поперечного сечения O-O (рисунок). Условие совместного перемещения оболочек описывается системой уравнений WX = a, где W — квадратная матрица единичных перемещений оболочек; X — вектор неизвестных контактных усилий; a — вектор натягов (зазоров) в сечениях оболочек.

При поиске зон контакта и отрыва организуется итерационный процесс метода попыток [3—5]. Контактные усилия рассматриваются как реакции связей одностороннего действия, достаточно податливых при растяжении. Отрицательные связи исключаются, процесс корректируется. Итерационный процесс заканчивается в том случае, если исключенные усилия в предыдущем и последующем приближениях отрицательные и малы по абсолютному значению, а остальные усилия — положительные.

При изменении геометрических параметров оболочек изменяются зоны контакта и отрыва поверхностей взаимодействия. Одним предельным случаем является сосредоточенный краевой контакт короткого наружного цилиндра, другим — равномерный контакт по всей поверхности взаимодействия цилиндров одинаковой длины. Последний случай, описываемый формулами Ляме, принимается нами в качестве эталонной задачи [8]. Решение контактной задачи позволяет проследить

(Окончание статьи. Начало см. на стр. 17)

1111

На рис. 5 (см. на обложке, с. 3) показаны поверхности отклика динамической составляющей от параметров  $G_3$  и  $\omega$  при  $\beta = 70^\circ$ . Угловая скорость больше влияет на  $Y_B^{\Pi}$ , чем сила тяжести груза. Поскольку динамическая составляющая чувствительнее к изменению угловой скорости, чем к силе тяжести груза, то рекомендуется более узкий диапазон угловых скоростей. Следует также обратить

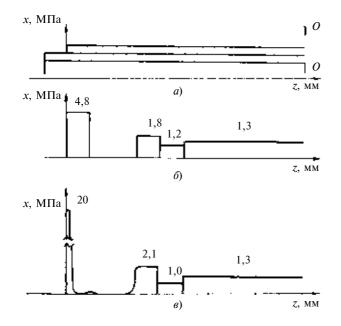
внимание на угол между рукоятью и вертикалью.

В дальнейшем можно рассмотреть переходные процессы — произвольное положение стрелы относительно горизонтальной линии.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Моисеев Н. Н.** Математика ставит эксперимент. М.: Наука, 1979. 224 с.

- 2. **Самарский А. А.** Вычислительный эксперимент в задачах технологии // Вестник АН СССР. 1984. № 3. С. 77—88.
- 3. **Самарский А. А.** Математическое моделирование и вычислительный эксперимент // Вестник АН СССР. 1979. № 5. С. 38—49.
- 4. Добрачев А. А., Раевская Л. Т., Швец А. В. Исследование кинематики работы звеньев манипулятора в обобщенном виде // Лесной вестник. 2008. № 3. С. 118—122.



поведение соединения оболочек во всем диапазоне изменения параметров.

Задачи теории оболочек сложны. На расстояниях порядка толщины оболочки нельзя рассматривать оболочку как двумерную поверхность, существуют внутренняя и краевая зоны напряженного состояния.

Выступающие концы внутреннего длинного цилиндра увеличивают контактное давление у краев посадочной поверхности, т. е. вызывают концентрацию напряжений. Градиент смещений поверхности бесконечен на границе области контакта. Этот бесконечный градиент связан со скачком давления от нулевого значения вне зоны контакта до некоторого значения внутри нее. Краевые контактные напряжения имеют асимптотический характер. Асимптотика указывает на сложное поведение материала оболочки, существенно влияющее на работоспособность конструкции. Точного решения задачи распределения контактного давления не получено.

Асимптота — как линия, к которой неограниченно приближается рассматриваемая кривая с удалением на бесконечность, при этом приближение не превращается в совпадение, применительно к реальным объектам не претендует на строгость определения, так как включает в себя в значительной мере условные понятия.

Вопрос, какие величины напряжений считать действительными, а какие условными, остается не вполне ясным. Цель поставленной задачи состоит в том, чтобы воспользоваться простейшей моделью, отражающей реальную действительность с приемлемой точностью и полнотой.

При анализе поведения сопряженных оболочек во всем диапазоне изменения параметров используется асимптотический подход [9]. Принципиально важно, что определение поправок, учитывающих отклонение от предельных случаев, намного проще, чем непосредственное исследование исходной системы.

Предполагается, что размеры локальных зон в окрестностях разрыва контактного давления устанавливаются не точно на основе алгоритма метода попыток, в котором контактные силы моделировались связями одностороннего действия без какихлибо предположений относительно характера распределения контактных напряжений.

Продолжим итерационный процесс метода попыток в предположении появления бесконечно малых положительных сосредоточенных сил на краях внутренних зон контакта. Для уточнения установленных зон контакта и отрыва организуется циклический вычислительный процесс (последовательное варьирование) определения размеров локальных зон контакта и соответственной корректировки и исключения из расчета ранее установленных зон отрыва.

При отсутствии математически строгой постановки задачи важен контроль полученных результатов. Степень доверия повышается при устойчивой сходимости итерационного процесса в широком диапазоне варьирования параметров [10].

Проверим решение в рамках выбранного численного метода. Например, результат, полученный численным методом, можно проверить, уменьшая шаг разбиения меридиана оболочек и увеличивая соответственно число участков и, следовательно, порядок *п* матрицы W перемещений. Возможности разбиения оболочек при этом не беспредельны по условиям сходимости.

Проверим точность определения контактных напряжений на конкретных примерах. Сначала рассмотрим решение эталонной задачи для оболочек длиной 10 мм и толщиной стенки 1 мм с натягом 0,01 мм, радиусом контакта 9 мм (см. рисунок a). Принимаем: модуль упругости  $2,1\cdot 10^5$  МПа, коэффициент Пуассона 0,3.

Матрицы W перемещений вычислялись по теории круговых цилиндрических оболочек методом начальных параметров. Порядок n матриц W (и, соответственно, число равномерно расставленных сечений по длине оболочки) изменялся от 10 до 20. Определялись сосредоточенные контактные силы и соответствующие интервалы разбиения оболочек напряжения.

Для двух цилиндров одинаковой длины равномерное контактное давление составляло ~ 1,3 МПа во всех случаях. Расхождения с результатами расчетов по формуле Ляме были незначительны.

При увеличении длины внутренней оболочки происходит разрыв зоны контактных напряжений, который проявляется как наглядная демонстрация разделения напряженного состояния оболочек на внутреннюю и краевую зоны. По мере увеличения длины внутренней оболочки этот разрыв увеличивается.

При увеличении длины внутреннего цилиндра до 12,5 мм намечается разрыв зон контактных напряжений в непосредственной близости от края наружного цилиндра. Точность вычислений контактных сил, а также кольцевых и меридиональных напря-

В. Н. РУБЦОВ, канд. техн. наук (Уфимский государственный авиационный ТУ), e-mail: OKMiM@ugatu.ac.ru

## Фаза кромочного контакта в конических передачах с круговыми зубьями

Рассматриваются конические передачи с большим углом наклона зуба. Показано, что часть пятна контакта, сформированная кромочным зацеплением, может полностью покрываться профильной составляющей, что равносильно кромочному или срединному удару в цилиндрических передачах.

**Ключевые слова:** конические передачи, круговые зубья, фаза кромочного зацепления, пятно контакта.

The bevel drives with large tooth tilt angle are considered. It was shown that a part of contact spot, having been formed by toothed edge contact, may be fully covered by profile component that proves to be equivalent to the toothed edge contact or to a middle shock in the cylindrical gearing.

**Keywords:** bevel drives, circular teeth, toothed edge contact phase, contact spot.

Математическое моделирование зацепления конических и гипоидных зубчатых передач, больше известное как обратная задача [1, 2], позволяет выявить такие особенности пятна контакта, которые не всегда заметны визуально. При этом задача сводится к решению системы трансцендентных уравнений с семью неизвестными для обкатных и с шестью неизвестными для полуобкатных передач.

В зацеплении конических зубчатых колес с круговыми зубьями имеет место очень значительная зависимость профильного коэффициента  $\varepsilon_{\alpha}$  перекрытия от среднего угла  $\beta_m$  наклона зуба [3].

(Окончание статьи. Начало см. на стр. 21)

жений, возрастала незначительно при изменении интервала разбиения оболочки, что свидетельствует об устойчивости полученных результатов.

Исключение из расчета зон отрыва, в которых контактные силы устанавливались как отрицательные и малые величины, не приводило к существенным изменениям. Краевые контактные напряжения изменялись от 3 до 4,8 МПа, внутренние — от 1,6 до 1,8 МПа.

Приведенные примеры расчета выполнялись без регулирования зон контакта и отрыва, и без каких-либо предположений о характере распределения локальных контактных напряжений. Между тем регулирование принципиально важно для определения локальных напряжений на границе внутренней и краевой зон. Регулирование зон контакта (и соответственно зон отрыва) проводилось с уменьшением интервалов разбиения в краевой области и в предположении появления на границах разрыва внутренних зон бесконечно малых положительных сосредоточенных сил.

Краевая и внутренняя области разделялись в данном случае незначительной зоной разрыва контактных напряжений. При уменьшении интервалов в краевой области и недостаточном общем числе разбиений во внутренней области проявлялось своеобразное соотношение неопределенности — определялись правдоподобные напряжения в краевой зоне и искаженные — во внутренней. И, наоборот, при регулировании зоны разрыва со стороны только внутренней области краевые напряжения искажались, а правдоподобные напряжения устанавливались лишь во внутренней области. И наконец, при достаточно большом порядке *п* матриц W и уменьшении интервалов в краевой области отмеченные выше искажения

картины напряженного состояния не наблюдались. Так, при n=20 максимальные краевые напряжения составляли 20 МПа, внутренние — 2,08 МПа. На рисунках  $\delta$  и  $\epsilon$  представлены эпюры контактных напряжений при  $\epsilon$  20, выполненные соответственно без учета и с учетом регулирования.

Очевидно, что регулирование зон разрыва с использованием вычислительной корректировки локальных зон контакта приводит к значительному изменению представлений о краевых и в меньшей степени внутренних контактных давлениях.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

- 1. **Джонсон К.** Механика контактного взаимодействия. М.: Мир, 1989. 510 с.
- 2. **Детенко Ф. М., Фастовский В. М.** Контактная задача о посадке двух цилиндрических оболочек различной длины // Изв. АН СССР. МТТ. 1974. № 3. С. 118—121.
- 3. **Рабинович И. М.** Вопросы теории расчета сооружений с односторонними связями. М.: Стройиздат, 1975. 145 с.
- 4. **Рубин А. М.** Контактные задачи штуцерных соединений // Машиноведение. 1987. № 3. С. 106—109.
- 5. **Рубин А. М.** Бифуркационные особенности осесимметричного контакта цилиндрических оболочек // Вестник машиностроения. 2001. № 2. С. 26, 27.
- 6. **Рубин А. М.** К выбору расчетной модели контактной задачи резьбовых соединений // Вестник машиностроения. 2002. № 5. С. 22, 23.
- 7. **Бояршинов С. В.** Основы строительной механики машин. М.: Машиностроение, 1973. 456 с.
- 8. Андрианов И. В., Маневич Л. И. Асимптология: идеи, методы, результаты. М.: Аслан, 1994. 194 с.
- 9. **Блехман И. И., Мышкис А. Д., Пановко Я. Г.** Прикладная математика: предмет, логика, особенности подходов. С примерами из механики: М.: КомКнига, 2005. 376 с.
- 10. Феодосьев В. И. Избранные задачи и вопросы по сопротивлению материалов. М.: Наука, 1973. 400 с.

Наибольшие значения приходятся на передачи типа Зерол, у которых  $\beta_m=0$ . Профильное перекрытие в зубчатых передачах имеет место, если угол  $\mu$  между рабочей линией и средней линией зуба близок к 90°. Для передач с равновысокими зубьями  $\varepsilon_{\alpha}$  аналитически выражается через коэффициент перекрытия эквивалентной цилиндрической передачи:

$$\varepsilon_{\alpha} = \cos^2 \beta_m \frac{\cos \alpha_n}{\cos \alpha_{tm}} \varepsilon_{\alpha \nu},$$
 (1)

где  $\alpha_n$  и  $\alpha_{tm}$  — углы профиля соответственно в нормальном сечении и среднем торцевом;  $\epsilon_{\alpha \nu}$  — коэффициент перекрытия эквивалентной цилиндрической передачи.

На рис. 1 представлены зависимости изменения коэффициента  $\varepsilon_{\alpha}$  от угла  $\beta_m$  для передачи с числом зубьев 13 и 38. Формула (1) дает результат, всего на 1 % отличающийся от действительного [2]. Это объясняется тем, что в передачах с круговыми зубьями рабочая линия никогда не бывает плоской кривой. Наибольшее рекомендуемое значение угла наклона по ГОСТ 19326-73 равно 45°. Для стандартного исходного контура  $\alpha_n = 20^\circ$ , поэтому уже при  $\beta_m = 35^\circ$  коэффициент  $\epsilon_\alpha = 1,1,$  при  $\beta_m = 45^\circ$   $\epsilon_\alpha = 0,85,$  что означает неизбежность кромочного контакта.

Рабочая линия для этого случая показана на рис. 2, где участки соответствуют:  $C_{a}I$  — ведомому кромочному контакту; *IE* — контакту боковых рабочих поверхностей;  $EB_{\rho}$  — ведущему кромочному контакту. Если коэффициент перекрытия незначительно превышает единицу, то вследствие погрешностей установок при зубообработке и неточностей при монтаже точки  $C_a$  и  $B_a$  пересопряжения зубьев необязательно расположатся на профильном участке ІЕ зацепления. Это обусловливает необходимость рассматривать кинематику кромочного зацепления как обратную задачу. Формально необходимо уравнения, которые следуют из равенства  $e^{(1)} = e^{(2)}$  ортов нормалей боковых поверхностей зубьев, заменить на условие касания пространственной кривой и поверхности зуба.

На рис. 3 показан вектор касательной к пространственной криволинейной кромке зуба  $t_i = n_i \times e_i$ , где  $n_i$  — орт нормали к поверхности конуса вершин зубьев.

Таким образом, получим уравнение

$$[e^{(1)} \times e^{(2)}]n_i = 0.$$
 (2)

Вектор  $n_i$  вычисляется следующим образом. Выбирается вспомогательная система координат, жестко связанная с ведущим зубчатым колесом, с началом в апексе конуса вершин зубьев, и рассматривается единичный вектор  $d_i$  оси. Затем находится вектор  $r_a = r_i - a_i$ , где  $r_i$  — вектор точки боковой поверхности;  $a_i$  — вектор, проведенный из вершины начального конуса в вершину конуса выступов зубьев.

После некоторых преобразований получим:

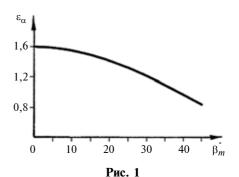
$$n_i = d_i - r_a \frac{d_i r_a}{|r_a|^2}.$$

К уравнению (2) добавляется условие расположения точки кромки на поверхности упомянутого конуса вершин:  $r_i d_i - \sqrt{(r_i)^2 \cos \delta_{ai}} = 0$ , где  $\delta_{ai}$  — угол конуса вершин зубьев колеса, работающего в данный момент кромкой.

Функция погрешности положения ведомого зубчатого колеса (рис. 4), полученная решением приведенных выше уравнений, имеет вид:

$$\Delta\Phi_2 = \Phi_2(\Phi_1) - \frac{z_1}{z_2}\Phi_1,$$

где  $z_1$  и  $z_2$  — числа зубьев;  $\Phi_1$  — угол поворота ведущего зубчатого колеса от начального положения,



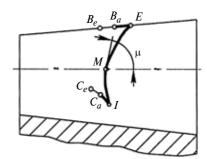


Рис. 2

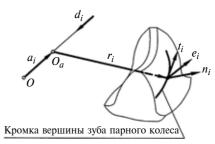


Рис. 3

отмеченного точкой M;  $\Phi_2(\Phi_1)$  — функция угла поворота ведомого зубчатого колеса.

В общем случае функция  $\Delta\Phi_2$  состоит из трех участков:  $C_eI$  — ведомого кромочного контакта; IE — контакта боковых поверхностей зубьев;  $EB_e$  — ведущего кромочного контакта.

Возможен также контакт торцевой кромкой зуба, но практикой он отвергается как неприемлемый.

Активное взаимодействие кромки зуба и поверхности про-

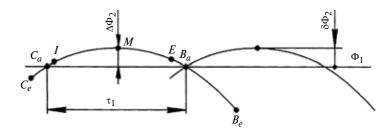


Рис. 4

исходит при кромочном ударе в цилиндрических зубчатых передачах. Однако даже при срединном ударе имеет место кромочное зацепление зуба ведущего колеса с ножкой ведомого. В точке, где заканчивается зацепление эвольвент, очередная пара зубьев еще разделена зазором  $\Delta p_b$ . С этого момента ведомое зубчатое колесо движется замедленно. Это продолжается до тех пор, пока зазор между профилями не будет выбран. Таким образом, исследование кромочного зацепления имеет практическое значение. Дуга зацепления на профильном участке равна  $\gamma_p = \varepsilon_a \tau_1$ , причем коэффициент профильного перекрытия  $\varepsilon_{\alpha} < 1$ ,  $\tau_{1}$  — угловой шаг зубьев ведущего зубчатого колеса. Следовательно, рабочая линия состоит из трех участков, оказывающих различное влияние на пятно контакта.

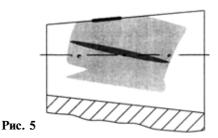
Функцию погрешности положения ведомого зубчатого колеса на дуге зацепления  $C_eIEB_e$  (см. рис. 4) можно назвать обобщенной функцией погрешности положения. Для определения истинных точек пересопряжения следует поступить аналогично частному случаю — построить функцию, сдвинутую на один шаг. Тем самым можно определить точки пересопряжения  $C_a$  и  $B_a$ . В приведенном примере точка  $C_a$  находится в зоне ведомого кромочного

контакта, поэтому пересопряжение сопровождается кромочным ударом. Точка  $B_a$  находится в зоне ведущего кромочного контакта.

Обобщенная функция погрешности положения позволяет более достоверно предсказать пятно контакта. На участке *IE* оно формируется из мгновенных площадок контакта, которые в первом приближении принимаются эллипсами [3]. Одна из таких площадок показана на рис. 5.

С наименьшей определенностью можно говорить об участках кромочного контакта, при котором не очень отчетливый след кромки направлен примерно вдоль линии зуба. Вследствие  $\varepsilon_{\alpha} < 1$  эта область (см. рис. 5) частично закрыта профильной частью пятна. Возможен случай, когда участок кромочного контакта полностью закрывается его профильной частью.

Свидетельством кромочного контакта на пятне контакта в обоих случаях является небольшой "заусенец". Негативным является кромочный удар в точке  $C_a$ . На первый взгляд зубчатая передача с таким пятном контакта совершенно недопустима для эксплуатации. Однако в прямозубых цилиндрических передачах с учетом погрешностей основных шагов при  $\Delta p_{b2} > \Delta p_{b1}$  имеет место кромочный удар. Расчеты показали, что при этом протяжен-



ность кромочного зацепления составляет 10 % дуги зацепления, что не так уж мало. Эти зубчатые передачи работоспособны, хотя контактные напряжения по Герцу должны быть очень велики. Рассмотренные зубчатые передачи с неполностью локализованным пятном контакта на профильной части зубьев вполне работоспособны, если пятно контакта соответствует схеме, приведенной на рис. 2, а параметр  $\delta\Phi_2$  (см. рис. 4) не превышает допуск  $f_c$  циклической погрешности.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

- 1. **Литвин Ф. Л.** Теория зубчатых зацеплений. М.: Наука, 1968. 584 с.
- 2. **Лопато Г. А., Кабатов Н. Ф., Сегаль М. Г.** Конические и гипоидные передачи с круговыми зубьями. М.: Машиностроение, 1977. 424 с.
- 3. **Рубцов В. Н.** Синтез полуобкатных конических передач с круговыми зубьями // Механика машин. 1974. Вып. 45. С. 43—49.

### ВНИМАНИЮ ПОДПИСЧИКОВ ЖУРНАЛА "ВЕСТНИК МАШИНОСТРОЕНИЯ"

Подписка на журнал принимается по каталогам:

"Роспечать" — индекс **70120**;

"Пресса России" — индекс **27841**;

"Почта России" — индекс 60264.



А. Е. ЦЫБУЛЬКО, Е. А. РОМАНЕНКО (ЗАО"Новокраматорский машиностроительный завод", г. Краматорск, Украина), тел.: 8-10-380-6264-7-82-03

## Критерий сопротивления усталости материалов при сложном напряженном состоянии

Для инженерных расчетов рекомендуется критерий сопротивления усталости, определяющий переход в предельное состояние конструкционных материалов, находящихся в условиях сложного напряженного состояния. Новизна критерия состоит в том, что положение площадки в объеме напряженно-деформированного материала, на которой могут зарождаться усталостные трещины, определяют сами главные напряжения через направляющие косинусы ее нормали.

**Ключевые слова:** конструкционные материала, сложно-напряженное состояние, критерии прочности.

A fatigue resistance criterion is recommended for engineering calculations, determining a transition into the limiting state of structural materials being in a complex stress condition. Novelty of the criterion is that, the location of area element in the deflected mode volume of a material, where fatigue cracks may arise, are conditioned by the principal stresses themselves through the direction cosines of its normal.

**Keywords:** engineering materials, deflected mode, strength criteria.

Вопросы количественной оценки прочности деталей машин при переменных нагрузках в условиях сложного напряженного состояния приобретают все большее значение. Однако в настоящее время надежных критериев оценки недостаточно.

Результаты экспериментального исследования сопротивления усталости в условиях сложного напряженного состояния (в основном при кручении с изгибом) показывают, что отношение пределов выносливости при повторном сдвиге  $\tau_{-1}$  и повторном растяжении  $\sigma_{-1}$  (для сталей  $0,5 \div 0,7$ , а для чугунов  $0,7 \div 0,9$ ) соответствует отношению  $\tau_{\rm K}/\sigma_{\rm p}$ , определяемому многими теориями статической прочности [1].

Отмеченная корреляция между характеристиками статической прочности и усталости указывает на принципиальную возможность распространения критериев, согласующихся с экспериментом в условиях статического нагружения, на случай усталости. Базовый критерий статической прочности получим путем следующих рассуждений.

В настоящее время можно считать установленным, что наступление предельного состояния материала обусловлено его способностью одновременно оказывать сопротивление как касательным, так и нормальным напряжениям. Сказанное математически можно выразить линейной зависимостью октаэдрических касательных напряжений  $\tau_{\text{окт}}$ 

от результирующего нормального напряжения  $\sigma_r$  и констант m и n материала [1]:

$$\tau_{\text{OKT}} \le m(n + \sigma_r). \tag{1}$$

В работе [2] предлагается результирующее нормальное напряжение  $\sigma_r$  на площадке, у которой нормаль  $\nu$  (рис. 1) определяется направляющими косинусами, рассчитывать по формулам:

$$\cos \alpha_1 = \sigma_1/\Sigma_p; \cos \alpha_2 = \sigma_2/\Sigma_p; \cos \alpha_3 = \sigma_3/\Sigma_p,$$
 (2)

где  $\Sigma_p = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2}$ ;  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$  — углы, которые образует нормаль у с соответствующими направлениями главных напряжений  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  и  $\sigma_3$ .

В теории упругости нормальное напряжение  $\sigma_{\nu}$  на произвольной площадке с нормалью  $\nu$  определяется по формуле

$$\sigma_{v} = \sigma_{1} \cos^{2} \alpha_{1} + \sigma_{2} \cos^{2} \alpha_{2} + \sigma_{3} \cos^{2} \alpha_{3}. \tag{3}$$

После подстановки выражений (2) в равенство (3) найдем необходимое выражение результирующего нормального напряжения:

$$\sigma_r = \frac{\sigma_1^3 + \sigma_2^3 + \sigma_3^3}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2}.$$
 (4)

Октаэдрическое касательное напряжение  $\tau_{OKT}$  определяется по формуле [1]

$$\tau_{v} = \sqrt{(\sigma_{1}\cos\alpha_{1})^{2} + (\sigma_{2}\cos\alpha_{2})^{2} + (\sigma_{3}\cos\alpha_{3})^{2} - \frac{1}{(\sigma_{1}\cos^{2}\alpha_{1} + \sigma_{2}\cos^{2}\alpha_{2} + \sigma_{3}\cos^{2}\alpha_{3})^{2}}},$$

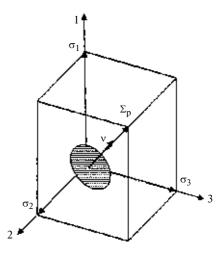


Рис. 1. Положение вектора  $\nu$  эквивалентного направления в пространственной системе главных напряжений  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$ 

при условии  $\cos\alpha_1=\cos\alpha_2=\cos\alpha_3=\cos\alpha=1/\sqrt{3}$  и действует на площадке, нормаль которой образует равные углы с главными напряжениями  $\sigma_1,\ \sigma_2$  и  $\sigma_3,\ T.\ e.$ 

$$\tau_{\text{OKT}} = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \,. \tag{5}$$

Выражения для констант m и n получим из зависимости (1) с учетом формул (4) и (5) через предельные напряжения для материала при одноосном растяжении ( $\sigma_1 = \sigma_p$ ;  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ ) и сжатии ( $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$ ;  $\sigma_3 = -\sigma_c$ ), т. е.

$$n = 2\sigma_{\rm p}\sigma_{\rm c}/(\sigma_{\rm p} - \sigma_{\rm c});$$
  

$$m = \sqrt{2} (\sigma_{\rm p} - \sigma_{\rm c})/[3(\sigma_{\rm p} + \sigma_{\rm c})].$$
 (6)

Зависимость (1) с учетом выражений (6) будет иметь вид:

$$\frac{3(\sigma_{p} + \sigma_{c})}{2\sqrt{2}\sigma_{c}} \tau_{OKT} + \frac{3(\sigma_{c} - \sigma_{p})}{2\sigma_{c}} \sigma_{r} \leq \sigma_{p}. \tag{7}$$

Тогда, используя понятие интенсивности напряжений [3]

$$\sigma_{i} = \frac{3}{\sqrt{2}} \tau_{\text{OKT}} =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\sigma_{1} - \sigma_{2})^{2} + (\sigma_{2} - \sigma_{3})^{2} + (\sigma_{3} - \sigma_{1})^{2}}, \quad (8)$$

получим критерий предельного состояния однородных материалов при статической нагрузке в виде:

$$\frac{1+\chi}{2}\,\sigma_i + \frac{1-\chi}{2}\,\sigma_r \leqslant \sigma_p,\tag{9}$$

где  $\chi = \sigma_p/\sigma_c$  — характеристика хрупко-пластических свойств материала.

Из выражения (9) с учетом формул (4) и (8) следует, что отношение предельных напряжений  $\sigma_p$  при одноосном растяжении к предельным напряжениям при чистом сдвиге ( $\sigma_1 = \tau_K$ ;  $\sigma_2 = 0$ ;  $\sigma_3 = -\tau_K$ ), т. е.  $\phi = \sigma_p/\tau_K$ , будет определяться по зависимости:

$$\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2} (1 + \chi), \tag{10}$$

которая совпадает с зависимостью, полученной по критерию Боткина—Миролюбова и критерию октаэдрических касательных напряжений [1].

На рис. 2 показаны кривые, позволяющие оценить достоверность критерия (9) путем сравнения с критериями предельных состояний для однородных материалов, которые подтверждаются экспериментами по определению начала пластических деформаций материала, при сложном напряженном состоянии:

1) по IV (энергетическому) критерию [1]:  $\sigma_i \le \sigma_p$ ;

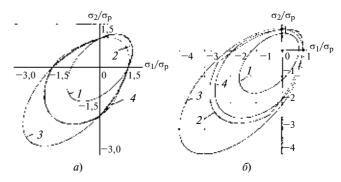


Рис. 2. Предельные кривые, построенные по энергетической теории (1), по теории Писаренко—Лебедева (2), по теории октаэдрических напряжений (3) и по теории (4) для стали У8 ( $\sigma_{\rm p}=250~{\rm MHa},\,\sigma_{\rm c}=430~{\rm MHa},\,\chi=0,58$  [4]):  $a-\sigma_3/\sigma_{\rm p}=0;\,\delta-\sigma_3/\sigma_{\rm p}=-0,5$ 

2) по критерию Писаренко—Лебедева [1]:  $\chi \sigma_i + (1-\chi)\sigma_1 \leqslant \sigma_p;$ 

3) по критерию октаэдрических напряжений [3]:

$$\begin{split} &\frac{3(\sigma_{\text{c}} + \sigma_{\text{p}})}{2\sqrt{2}\sigma_{\text{c}}}\tau_{\text{окт}} + \frac{3(\sigma_{\text{c}} + \sigma_{\text{p}})}{2\sigma_{\text{c}}}\sigma_{\text{окт}} \leqslant \sigma_{\text{p}} \\ &\text{или } \frac{1 + \chi}{2}\sigma_{i} + \frac{3(1 - x)}{2}\sigma_{\text{окт}} \leqslant \sigma_{\text{p}}, \end{split}$$

где  $\sigma_{\text{OKT}}$  — октаэдрическое нормальное напряжение, определяемое по формуле (3) при условии  $\cos\alpha_1=\cos\alpha_2=\cos\alpha_3=\cos\alpha=\frac{1}{\sqrt{3}}$ , т. е.  $\sigma_{\text{OKT}}=(\sigma_1+\sigma_2+\sigma_2+\sigma_3)$ 

Из анализа рис. 2 можно сделать вывод, что критерий (9) с практической точностью определяет переход однородных материалов в предельное состояние при статической нагрузке, а плавность кривой с характерным сужением в области растяжения и характерным расширением в области сжатия позволяет рекомендовать его как условие пла-

Предполагая инвариантность критерия (9) к виду напряженного состояния в условиях усталости, запишем критерий прочности для конструкционных материалов при повторно-переменных напряжениях в виде:

стичности конструкционных материалов.

$$\frac{1+\chi^*}{2}\sigma_{ia} + \frac{1-\chi^*}{2}\sigma_{ra} = \sigma_{-1}.$$
 (11)

Принимая за исходные характеристики материала пределы выносливости  $\sigma_{-1}$  и  $\tau_{-1}$  по наиболее опасному симметричному циклу и вводя обозначение  $\phi^* = \sigma_{-1}/\tau_{-1}$ , из выражения (10) получим сле-

дующую зависимость:  $\chi^* = \frac{2}{\sqrt{3}} \, \phi^* - 1$ , после чего

критерий (11) представим в виде:

$$\frac{\varphi^*}{\sqrt{3}}\sigma_{ia} + \left(1 - \frac{\varphi^*}{\sqrt{3}}\right)\sigma_{ra} = \sigma_{-1}.$$
 (12)

Здесь  $\sigma_{ia}$ ,  $\sigma_{ra}$  — амплитудные значения соответственно интенсивности напряжений и результирующего нормального напряжения:

$$\sigma_{ia} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\sigma_{1a} - \sigma_{2a})^2 + (\sigma_{2a} - \sigma_{3a})^2 + (\sigma_{3a} - \sigma_{1a})^2};$$

$$\sigma_{ra} = \frac{\sigma_{1a}^3 + \sigma_{2a}^3 + \sigma_{3a}^3}{\sigma_{1a}^2 + \sigma_{2a}^2 + \sigma_{3a}^2}.$$

Новизна критерия (12) по сравнению с имеющимися критериями усталостной прочности [1] состоит в том, что положение площадки в объеме напряженно-деформированного материала, на которой могут зарождаться усталостные трещины, определяют сами главные напряжения  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  и  $\sigma_3$  через направляющие косинусы (2) ее нормали  $\nu$ .

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

- 1. **Писаренко Г. С., Лебедев А. А.** Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии. Киев: Наукова думка, 1976. 416 с.
- 2. **Цыбулько А. Е.** Универсальный критерий прочности, учитывающий вид напряженного состояния конструкционных материалов // Тяжелое машиностроение. 1999. № 12.
- 3. **Остаточные** напряжения: учебное пособие / Ж. А. Мрочек, С. С. Макаревич, Л. М. Кожуро и др. Минск: УП "Технопринт", 2003. 352 с.
- 4. **Феодосьев В. И.** Сопротивление материалов. М.: Машгиз, 1960. 536 с.

УДК 621.791:539.4

Е. Н. НЕГОДА, канд. техн. наук, А. А. ДЗЮБА (ДВГТУ, г. Владивосток), e-mail: negoda60@mail.ru

# Расчет выносливости палубы судна с учетом сварных соединений

На основе структурно-механической модели разрушения феррито-перлитных сталей методом конечных элементов рассчитано предельное состояние сварной конструкции — части палубы судна, определены остаточные напряжения, асимметрия цикла нагружения, предельная поврежденность. Осуществлен переход от оценки выносливости сварного соединения к определению сопротивления усталости.

**Ключевые слова:** сварное соединение, выносливость, структурно-механическая модель, напряжения, циклическое нагружение, сопротивление усталости.

On the basis of a structural-mechanical breakout pattern of ferrite-pearlitic steels the limiting state of a welded structure in the form of a part of the boat desk has been calculated. At that the tempers, loading cycle asymmetry, and limiting damage were calculated. The transition from evaluation of the welded joint endurance to the fatigue resistance determination has been realized.

**Keywords:** welded joint, endurance, structural-mechanical model, stresses, cyclical loading, fatigue resistance.

Остаточные напряжения в стальных конструкциях после сварочных работ приводят к уменьшению их выносливости вследствие технологической механической поврежденности [1, 2]. Большинство сварных конструкций разрушаются в области сварных соединений [3]. Оценка многоцикловой усталости как на этапе проектирования, так и при определении остаточного ресурса сварных конструкций,

необходима для обеспечения их надежности.

Существующие расчетно-экспериментальные методы оценки выносливости применительно для каждой конструкции требуют значительных материальных затрат. Для этого в соответствии с ГОСТ 25.504—82 требуется определение целого ряда коэффициентов, конкретизирующих особенности циклического напряженного состояния и формы

конструкции на основании испытаний стандартных образцов. Сложное напряженно-деформированное состояние (НДС), возникающее в области сварного соединения, характеризуется параметрами циклического нагружения ( $\sigma_{\min}$ ,  $\sigma_{\max}$ ,  $\sigma_f$ , r), значения которых существенно отличаются от значений аналогичных параметров в областях, удаленных от сварного шва, имеют место поля значений асимметрии цикла r(x, y, z), предела выносливости  $\sigma_f(x, y, z, r)$ , эквивалентных напряжений  $\sigma_{\ni}(x, y, z)$ . Современные численные методы, например, метод конечных элементов (МКЭ), позволяют определить НДС конструкции в каждой ее физической точке с учетом геометрических особенностей конструкции. При этом исключается необходимость введения коэффициентов концентрации напряжений, учета сложного НДС и ряда других параметров. Таким образом, выносливость конструкции можно оценить расчетным методом на основе механических свойств материала. Для этого необходимо конкретизировать определение и расчет асимметрии и эквивалентных напряжений цикла нагружения. В ра-

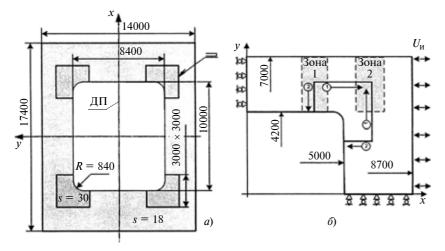


Рис. 1. Палубная секция в трюмной части судна (а) и ее расчетная схема (б)

оотах [4, 5] предложен метод расчета сопротивления усталости путем определения асимметрии

цикла 
$$r = r(x, y, z)$$
:  $r = \frac{S_{\min}}{S_{\max}} \cos \varphi$ ,

где  $S_{\min}$ ,  $S_{\max}$  — минимальный и максимальный модули векторов октаэдрических касательных напряжений за цикл нагружения;  $\phi$  — угол между ними.

По результатам расчета поля напряжений в процессе циклического нагружения данный подход позволяет определить асимметрию цикла в каждой физической точке сварного соединения. Эквивалентные напряжения при сложном напряженном состоянии [4] находим по формуле

$$\sigma_{9}^{2} = (b_{1} + b_{2})\sigma_{k}^{2} + (2b_{2} - b_{1})(1 - \delta_{nm})\sigma_{m}\sigma_{n},$$

где k, m, n — индексы главных напряжений (1, 2, 3);  $\delta_{nm}$  — символ Кронекера;  $b_1$ ,  $b_2$  — коэффициенты, учитывающие энергии формоизменения и изменения объема в оценке предельного состояния.

Предельным считается состояние конструкции, при котором в некоторой области возникает трещина длиной 2 мм за  $N_1$  шагов циклического нагружения:

$$N_1 = k_1 \frac{\sigma_b - \sigma_3}{(\sigma_3 + \sigma_{f0})(\sigma_b - \sigma_{f0})} \,, \label{eq:N1}$$

где  $\delta_{f0}$  — предел выносливости исходного металла;  $\sigma_b$  — услов-

ный предел прочности;  $\sigma_b$  — эквивалентные напряжения;  $k_1$  — коэффициент уравнения Бастейнера. Для стали ВСт3сп коэффициент  $k_1$  в работе [5] представлен в виде полинома степени r:

$$k_1 = 16818258 + 15403257r +$$
  
+ 29863908 $r^2$  + 31848012 $r^3$  +  
+ 14038650 $r^4$ .

На основе структурно-механической модели разрушения ферритно-перлитных сталей [6, 7] разработан метод оценки выносливости сварных соединений [5], в котором дан переход от оценки выносливости сварного соединения к определению сопротивления усталости сварной конструкции.

Рассмотрим пример расчета палубы судна в трюмной части с усилениями в виде угловых вставок (рис. 1, *a*). Приняты стандартные теплофизические и механические свойства стали Вст3сп, расчетная схема приведена на рис. 1, *б*. Предполагаем, что борт — податлив.

Моделирование сварочного процесса осуществляется движением линейного источника теплоты по контуру вставки в последовательности наложения швов (см. рис. 1,  $\delta$ , стрелки) при режиме:  $I=1000\,$  A,  $U=43\,$  B,  $v_{\rm CB}=0,0042\,$  м/с. Формирование сварочных напряжений и деформаций по движению источника прослеживалось решением задачи за 50 шагов по времени. Поле остаточных сварочных напряже-

ний (ОСН) представлено на рис. 2, а (см. на обложке, с. 2). Затем рассчитывали НДС конструкции при действии циклической нагрузки с асимметрией r = -1 на контуре с учетом ОСН. Схема жесткого нагружения, заданного перемещениями, обусудна. словлена симметрией Циклическая нагрузка в виде перемещений  $U_{\rm H}$ , соответствующих  $0,6\sigma_{\rm T}$  в сечений x=0 (см. рис. 1,6) приложена за четыре цикла "растяжение-сжатие". При этом максимальная интенсивность напряжений возникает по концам верхнего продольного [относительно диаметральной плоскости (ДП)] шва в местах примыкания вертикальных швов (см. рис. 2). Напряженное состояние в области нижнего продольного шва меньше, что объясняется локализацией силового потока в примыкающей к борту части палубы.

На рис. 3 (см. на обложке, с. 2) приведено развитие ОСН вдоль верхнего продольного шва (y = 5,2 м). После циклической нагрузки ОСН характеризуется высокими значениями, сохраняющимися в течение всей эксплуатации корабля. По значениям НДС последнего цикла определяется выносливость конструкции.

В результате расчета методом МКЭ нестационарной физически нелинейной задачи [5] для данной конструкции получены следующие результаты. Асимметрия цикла в сварном соединении в целом положительная, несмотря на симметричную нагрузку (r = -1) по контуру (рис. 4), что

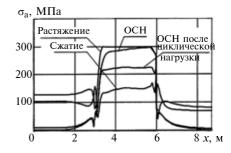


Рис. 4. Распределение асимметрии цикла  $(a, \ b)$  и предельной поврежденности  $(b, \ c)$  соответственно в зонах 1 и 2

### Цикл статей

### "Проблемы трибологии — трения, изнашивания и смазки"

(под общей редакцией академика Российской академии космонавтики и Российской инженерной академии, д-ра техн. наук Ю. Н. Дроздова)

УДК 621.791.92:669.3571

В. В. КАРЖАВИН, д-р техн. наук, Л. Т. ПЛАКСИНА

(Российский государственный профессионально-педагогический университет, г. Екатеринбург),

В. В. ИЛЮШИН, Б. А. ПОТЕХИН, д-р техн. наук

(Уральская государственная лесотехническая академия, г. Екатеринбург), e-mail: plt2006@yandex.ru

## **Исследование трибологических свойств наплавленной алюминиевой бронзы**

Проведены сравнительные испытания пары трения "сталь — бронза". Приведены результаты исследования трибологических свойств верхнего слоя алюминиевой бронзы, наплавленного разработанными антифрикционными материалами, по сравнению с материалом того же типа в литом и горячедеформированном состояниях.

**Ключевые слова:** наплавка, электрод, пара трения, антифрикционные материалы, трибологические свойства, сравнительные испытания, коэффициент трения, износостойкость.

Comparison test of the "steel—bronze" pair have been made. Investigation results of frictional properties of top layer of aluminum bronze fused by engineered antifriction materials are presented in comparison with the same type material in the cast and hot-deformed states.

**Keywords:** fusing, electrode, friction pair, antifriction materials, frictional properties, comparison test, friction coefficient, endurance.

Алюминиевые бронзы, содержащие  $5 \div 10$  % Al, обладают ценными технологическими и механическими свойствами. Такие сплавы в основном представляют собой  $\alpha$ -твердые растворы: раствори-

мость алюминия в меди ( $\approx 9,5$  %) практически не изменяется при повышении температуры до 600 °C и уменьшается до 8 % при 1000 °C. Данные сплавы в исходном состоянии являются равновесными, т. е. содержание легирующих элементов таково, что в соответствии с температурной зависимостью их растворимости в меди сплав в широком диапазоне температур не претерпевает фазовых превращений. При длительных испытаниях на трение в условиях избирательного переноса наличие флуктуации концентрации легирующих элементов и неоднородности химического состава по глубине зоны деформации не вызывает процессов, связанных с распадом  $\alpha$ -твердого раствора.

Анализ изменения интенсивности изнашивания алюминиевых бронз [1, 2, 3] позволил сделать вывод, что характеристики трения и изнашивания материала этого класса чувствительны к трем основным факторам: природе легирующих элементов трущихся материалов, свойствам смазочной среды и состоянию контртела. Диффузионное перераспределение компонентов сплава в зоне деформации является сущест-

1111

(Окончание статьи. Начало см. на стр. 28)

соответствует общим представлениям о связи ОСН и нагрузки. В областях примыкания швов имеются участки с асимметрией цикла, близкой к контурному значению (r = -0.9), и наблюдаются значительные эквивалентные напряжения (см. рис. 2), что приводит к локализации усталостной поврежденности в этих областях. Максимальная поврежденность  $(1/N_1)$  возникает в зонах 1 и 2 на расстоянии от сварного соединения 100÷200 мм. Эти зоны локальны и являются центрами усталостного разрушения.

Полученные данные соответствуют возникновению усталост-

ной трещины на практике. Возможное их развитие определяется общим напряженным состоянием корабля при эксплуатации.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

- 1. **Труфяков В. А.** Прочность сварных соединений при переменных нагрузках. Киев: Наукова думка, 1990. 256 с.
- 2. Серенсен С. В., Махутов Н. А. Сопротивление сварного соединения малоуглеродистой стали малоцикловому нагружению в зависимости от свойств отдельных зон // Проблемы прочности. 1970. № 12. С. 25—33.
- 3. **Повреждение** судовых конструкций / Н. В. Барабанов, Н. А. Иванов, В. В. Новиков и др. Под ред.

- H. В. Барабанова. Л.: Судостроение,1977. 400 с.
- 4. **Негода Е. Н.** Расчет многоцикловой выносливости сварных соединений // Сварочное производство. 2006. № 1. С. 3—6.
- 5. **Негода Е. Н.** Оценка выносливости сварных соединений из стали ВСт3сп при наличии остаточных напряжений // Сварочное производство. 2008. № 4. С. 8—11.
- 6. **Матохин Г. В.** Оценка ресурса сварных конструкций из ферритоперлитных сталей. Владивосток: Изд-во ДВГТУ, 2001. 202 с.
- 7. **Карзов Г. П., Леонов В. П., Марголин Б. З.** Механическая модель развития усталостной трещины // Проблемы прочности. 1985. № 8. С. 9—18.

Таблииа 1

электрода Плавиковый шпат Мрамор Криолит	АБ-4 15 12 53,5	AB-4/1 15 12
Мрамор	12	12
Фтористый натрий Ферромарганец Каолин ПАМ-4 Никелевый порошок Рутиловый концентрат Бентонит Никельмарганиевая лигатура	12 3 — — — — 3 1,5	50,5 12 3 3 2,8 1,2 0,5 —

Таблица 2

Компонент покрытия	Содержание компонента, %	
Лигатура ФС30Р3М30 (ТУ 14-5-136—81) СаF <sub>2</sub> СаCO <sub>3</sub> Р3М Si Al Fe	33 33 10÷14 14÷18 2÷4 3÷4	

венно важным в механизме контактного взаимодействия. Поэтому при трении особое значение приобретает структурная стабильность материала, определяемая, в частности, количеством легирующих элементов. Различные по природе и свойствам легирующие элементы меди при наличии резкого градиента плотности дислокаций в пределах слоя толщиной в несколько микрометров обусловливают особенности механизма контактного взаимодействия.

На основе анализа вышеизложенного возникла задача исследования разработанных наплавочных антифрикционных материалов. Одной из главных характеристик таких материалов является коэффициент f трения, так как он связан со многими другими трибологическими свойствами, главным образом с износостойкостью [4].

Цель проведенного исследования — определение коэффициента трения верхнего наплавленного слоя антифрикционной бронзы (наплавка электродами АБ-4, АБ-4/1 и РЗМ) и сравнение с его значениями для материала того же типа (бронза марки БрАМц9-2) в литом и горячедеформированном состояниях. Марка и толщина электродных покрытий (АБ-4 и АБ-4/1) приведены в табл. 1 и 2. Образец для сравнения — стержень Ø 3 мм из бронзы БрАМц9-2. Опытные наплавки проводили в три слоя на пластины из стали Ст3 на оборудовании Кетррі Міпагс 140.

Состав электродного покрытия РЗМ приведен в табл. 2.

Как показали проведенные металлографические исследования, типичная микроструктура верхнего наплавленного слоя металла для всех трех покры-

тий представляла собой следующее: по границам дендритов  $\alpha$ -твердого раствора (светлые кристаллы) расположены включения эвтектоида  $\alpha + \gamma$ , внутри зерен  $\alpha$ -фазы — мелкие включения железосодержащей фазы (рис. 1).

Следовательно, в соответствии с принципом Шарли, в предложенных для испытаний образцах бронзовых наплавок общее улучшение антифрикционных свойств, в частности износостойкости, может быть достигнуто при сочетании в гетерогенном сплаве двух структур: мягкой (пластичной) матрицы и твердой — в виде изолированных островков включений в мягкую матрицу.

Исследования показали, что между исходными механическими свойствами материалов и их антифрикционными свойствами нет прямой связи. Износ поверхностей трения определяется главным образом свойствами вторичных структур и в очень сильной степени зависит от характера образующихся оксидных пленок [5]. Причем значение имеет не одно какое-либо свойство, а их комплекс твердость, прочность, хрупкость, прочность связи с поверхностью. Свойства основного металла и легирующих добавок определяют характер образующихся вторичных структур, которые обусловливают изменения, протекающие в поверхностном слое, и обеспечивают положительный градиент сдвигового сопротивления, необходимый для нормального протекания процессов трения и изнашивания [5].

Образцы испытывали по схеме "диск — палец" (палец с плоской торцевой поверхностью), приведенной на рис. 2 в условиях граничной смазки турбинным маслом Tn-22. Контртело — диск, изготовленный из стали IIIX15, имел твердость  $45\ HRC$  и шероховатость поверхности Ra=0,5 мкм. Данная схема является наиболее оптимальной, так как благодаря небольшой площади поверхности трения образцов достигается значительное удельное давление в зоне трения. Схема универсальна с точки зрения изготовления образцов различными методами: литьем, наплавкой и др.

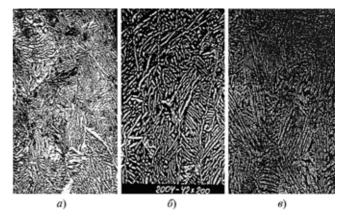


Рис. 1. Верхний (третий) слой, наплавленный соответственно электродами АБ-4 (a), АБ-4/1 (б) и РЗМ (в)

Машина трения изготовлена на базе вертикально-фрезерного станка с ЧПУ мод. 6Б72ПФ2. Схема машины представлена на рис. 3.

### Техническая характеристика машины трения

Схема испытания Диск — три
пальчиковых
образца
Частота <i>п</i> вращения шпинделя
с образцами, мин <sup>-1</sup> От 40 до 2000
Средний радиус трения, м 0,0625
Скорость скольжения $v$ , м/с От 0,3 до 13,0
Нагрузка на испытуемые образцы, Н:
общая До 960
минимальная (нормируемая)
на каждый
Погрешность измерения нагрузки, % Не более 4
Момент трения, Н · м:
максимальный 2,3
минимальный (нормируемый) 0,01
Погрешность определения
момента трения, % Не более 5
Коэффициент взаимного
перекрытия $K \dots 0,015$
Охлаждение Воздушное,
принудительно
припудительно

В установке 1 трения оправка с образцами закрепляется в шпинделе станка, а нагрузочно-измерительный блок с контртелом — на столе станка. Нагрузка в зоне трения создается силой сжатия специальной тарированной пружины. Величина сжатия задается вертикальным перемещением стола станка. Испытание заключалось в оценке трения трех образцов по контртелу, прижатому к ним силой N. В процессе движения образцы под действием момента трения стремятся увлечь за собой контртело. Сопротивление моменту трения оказывает сила упругости специально изготовленной и тарированной пружины кручения. Трущиеся поверхности смазываются циркулирующим маслом, которое из насосной станции 6 через фильтр тонкой очистки по системе трубок подается на контртело и соответственно в зону трения. Затем масло сливается в отстойник, где проходит грубую очистку. Блок 7 окончательной обработки образцов обеспечивает параллельность рабочих поверхностей образцов и поверхности контртела. Для контроля температуры в зоне трения применяли измеритель-регулятор ОВЕН ТРМ-1, который управляет вентилятором 2, охлаждающим детали установки и, соответственно, зону трения потоком воздуха. Работа всей машины трения задается и управляется с пульта 4. Применение измерительной системы 3 для снятия и записи показаний позволяет получать диаграммы изменения момента трения во времени.

Подготовка к испытаниям заключалась в следующем: поверхность трения кольца-контртела полировали до устранения следов предыдущих испытаний и получения параметра шероховатости  $Ra_{\rm cp}=0.5$  мкм; испытуемые образцы устанавлива-

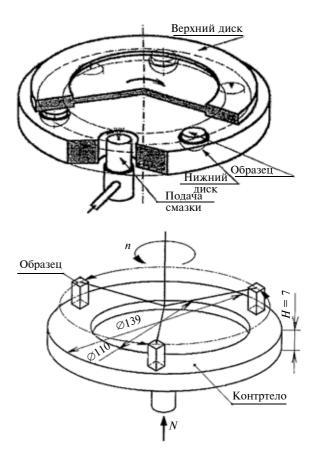
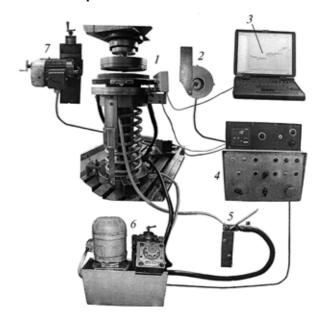


Рис. 2. Схема трибологических испытаний



**Рис. 3. Примерная компоновка машины трения:** 1- установка трения; 2- вентилятор; 3- измерительная система; 4- пульт управления; 5- регулятор подачи смазочного материала; 6- насосная станция; 7- блок обработки образцов

ли в оправку, которую закрепляли в шпинделе станка. Для устранения погрешностей установки и крепления, создания общей плоскости трения, а также общих внешнего и внутреннего радиусов зоны трения проводили обработку поверхностей трения и боковых поверхностей всех образцов. Окончатель-

ная обработка заключалась в шлифовании поверхностей трения образцов наждачной бумагой 858 Л 251 СМ 40 (ГОСТ 10054—82), закрепленной на плоском диске. Образцы в оправке последовательно промывали бензином, ацетоном и спиртом, затем сушили на воздухе. Измеряли контурную площадь A поверхности трения образцов для расчета удельного давления p и контроля задаваемой нагрузки на образцы. Проводили приработку образцов и контртела. Удельное давление p в зоне трения составляло 0,5 МПа. Приработка протекала не менее 2 ч и считалась законченной при стабильных значениях момента трения и температуры в течение 40 мин.

Испытания проводили в несколько этапов. В ходе испытаний постоянно контролировали момент трения  $M_{\mathrm{Tp}}$  и температуру контртела на расстоянии 1 мм от поверхности трения (специальным датчиком). Температура поверхности контртела устанавливалась в процессе трения в результате саморазогрева. Испытания проводили при скорости скольжения v = 3,25 м/с и удельном давлении от 0,5 до 5 МПа. Скорость скольжения задавали перед началом испытания. Удельное давление в зоне трения ступенчато повышали от 0,5 МПа до запланированного значения с шагом 1 МПа. Продолжительность работы на каждой ступени нагружения составляла не менее 30 мин после окончания процесса приработки, о котором судили по стабилизации момента трения и температуры. В ходе испытаний постоянно контролировали угол  $\alpha$  закручивания диска с контртелом, определяющий момент  $M_{\rm TP}$  трения, и температуру T контртела на расстоянии 1 мм от поверхности трения. Испытания повторяли не менее 3 раз для каждого материала с заменой образцов и обновлением поверхности контртела. Этап испытания считался законченным либо прекращался при наступлении одного из условий: макротемпература в зоне трения превысила 100 °C; показания не изменялись в течение 30 мин; существенных колебаниях показаний, являющихся проявлением скачкообразного движения при трении; схватывание испытуемого материала с контртелом; предельные значения момента трения.

После окончания испытания на запланированном скоростном режиме давление в зоне трения ступенчато снижали с шагом 1 МПа при продолжительности работы на каждой ступени  $15 \div 20$  мин.

При этом также контролировали момент трения и температуру в зоне трения.

Обработка результатов заключалась в переводе задаваемых и контролируемых величин (сжатия h пружины контурной площади A поверхности трения образцов, частоты n вращения шпинделя с оправкой, угла  $\alpha$  поворота диска с контртелом, температуры T контртела) в интересующие нас показатели — нагрузку N и давление p в зоне трения, скорость скольжения v, коэффициент f трения.

По величине сжатия пружины определяли нагрузку в зоне трения:  $N = k_h h$ , где  $k_h = 11,4$  — тарировочный коэффициент.

Давление в зоне трения рассчитывали по формуле p = N/A, где A — контурная площадь поверхности трения образцов, мм<sup>2</sup>.

Скорость скольжения определяли по формуле  $v = \pi dn/(60 \cdot 1000)$ , где d = 0,125 — средний диаметр трения, м.

Момент трения определяли по углу закручивания диска:  $M_{\rm Tp} = k_M \alpha$ , где  $k_M = 0,0046$  — тарировочный коэффициент.

Коэффициент трения вычисляли по формуле f = 2M/(Nd) или  $f = 0.074\alpha/h$ .

Значения коэффициентов трения испытуемых бронзовых наплавок приведены в табл. 3. При давлении p=3 МПа в данных условиях испытаний бронза БрАМц9-2 в литом и наплавленном состоянии (наплавка электродом АБ-4) схватывается с контртелом. Установлено, что значения коэффициентов трения бронзы, наплавленной электродами АБ-4/1 и РЗМ, сопоставимы и зависят от удельного давления при контактном нагружении (рис. 4).

Проведенные испытания позволяют сделать заключение о том, что формирование поверхностного слоя исследуемой бронзы, определяемое способом ее изготовления, существенно влияет на ее коэффициент трения и, соответственно, служебные свойства машин и механизмов [6, 7]. Значения коэффициента трения алюминиевой бронзы, наплавленной электродами АБ-4/1 улучшенного состава (в сравнении с электродом АБ-4, явившимся основой для корректировки, разработанным на ЗАО "Уралмашзавод") и РЗМ, в данных условиях испытаний сопоставимы и существенно ниже ( $\approx$  в 2 раза), чем его значения для материала того же типа (бронза марки БрАМц9-2) в литом и горячедеформированном состояниях. При давлении p=3 МПа

Таблица З

Бронза (условие получения)	Коэффициент трения испытуемых бронз при удельном давлении $p$ , МПа					
ъронза (условие получения)	0,5	1	2	3	4	5
Литье Горячее деформирование Наплавка электродом АБ-4 Наплавка электродом РЗМ Наплавка электродом АБ-4/1		0,0484÷0,0520	0,0338÷0,0360 0,0447÷0,0465 0,0520÷0,0593 0,0137 0,0146	0,0569÷0,0599		0,0135 0,0135

### ТЕХНОЛОГИЯ МАШИНОСТРОЕНИЯ

УДК 621.9.06-52

В. С. ГОРЧЕВ, канд. техн. наук (МГУПИ), тел.: (495) 484-49-40

# Решение для автоматических линий структуры "2 $\times$ 1" дискретного действия с производительностями участков $q_1 < q_2$ без учета их совместных отказов и отказов бункера

Представлено аналитическое решение для автоматических линий структуры "2  $\times$  1" дискретного действия с производительностью участков  $q_1 < q_2$ , позволяющее определить производительность и надежность автоматических линий и любые их характеристики в зависимости от надежности участков и емкости бункера и тем самым способствующее созданию более совершенных автоматических линий.

**Ключевые слова:** автоматические линии дискретного действия, определение производительности и надежности, аналитическое решение.

An analytical solution for transfer lines of discrete action 2  $\times$  1 structure with efficiency of production sectors  $q_1 < q_2$  is presented. The solution allows determine along with the efficiencies and reliability also any another characteristics of these lines depending on the production sectors reliability and bunker capacity. In that way the solution facilitates to developing more perfecting transfer lines.

Keywords: transfer (automated) lines of discrete action, determination of efficiency and reliability, analytical solution.

Успехи в создании математических основ исследования автоматических линий (АЛ) позволяют получить решения для АЛ структуры "2  $\times$  1" с разными производительностями участков ( $q_1 > q_2$  и

 $q_1 < q_2$ ), а также формулы для расчета их характеристик с целью оценки степени их совершенства и выбора лучшего варианта. Эти успехи стали возможны благодаря результатам, полученным в рабо-

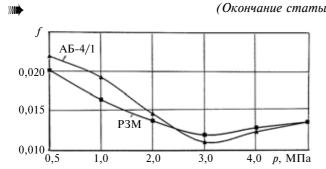


Рис. 4. Зависимости коэффициента f трения металла от удельного давления p при наплавке электродами A $\overline{\text{B}}$ -4/1 и P $\overline{\text{3}}$ M-1

бронза БрАмц9-2 в литом состоянии и наплавленном электродами АБ-4 схватывается с контртелом, чего не наблюдается при наплавке разработанными электродами АБ-4/1 и РЗМ.

Электроды марки АБ-4/1 были использованы для наплавки пар трения следующих узлов и машин: подшипников скольжения механизмов шагающих экскаваторов, поршней и штоков гидравлических систем, а также для заварки дефектов в литых заготовках из алюминиевой бронзы (шестерен). Электродами марки РЗМ были наплавлены крышки для

системы и комплексной системы управления.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

- 1. Любарский А. М., Палатник Л. С. Металлофизика трения. М.: Металлургия, 1976. 176 с.
- 2. **Кутьков А. А.** Износостойкие и антифрикционные покрытия. М.: Машиностроение, 1976. 152 с.
- 3. **Рыбакова Л. М., Куксенова Л. И.** Структура и износостойкость металла. М.: Машиностроение, 1982. 212 с.
- 4. **Крагельский И. В., Добычин М. Н., Комбалов В. С.** Основы расчетов на трение и износ. М.: Машиностроение, 1977. 523 с.
- 5. **Федорченко И. М., Пугина Л. И.** Композиционные спеченные антифрикционные материалы. Киев: Наукова думка, 1980. 404 с.
- 6. Плаксина Л. Т., Илюшин В. В., Потехин Б. А. Исследование трибологических свойств наплавленной бронзы // Науч.-техн. конф. в рамках 8-й Междунар. спец. выставки "Сварка. Диагностика и контроль". Сб. докл. Екатеринбург: ГОУ ВПО УГТУ-УПИ, 2008. С. 21, 22. 7. Плаксина Л. Т., Илюшин В. В., Потехин Б. А. Ис-
- 7. Плаксина Л. Т., Илюшин В. В., Потехин Б. А. Исследование трибологических свойств алюминиевой бронзы // Наука образование производство: опыт и перспектива развития: Материалы регион. науч.-техн. конф. (6.02.2009 г., г. Нижний Тагил) в 3 т. Т. 3 / Нижнетагильский технологический ин-т (филиал) УГТУ УПИ. Нижний Тагил, 2009. С. 79, 80.

тах [1 и 2]. В работе [1], во-первых, для описания законов распределения запаса деталей в бункере по уровням вместо обыкновенных дифференциальных уравнений были введены дифференциальные уравнения с частными производными и, во-вторых, разработан метод решения самих дифференциальных уравнений. В работе [2] был представлен метод определения постоянных интегрирования с учетом детерминированных процессов, когда переход АЛ в другие состояния выполняется не только в случайные моменты времени при отказе или восстановлении участка, но и в моменты после изготовления определенного числа деталей.

С использованием результатов данных работ были получены решения, во-первых, для АЛ структуры "2 × 1" непрерывного действия с производительностями участков  $q_1 > q_2$ , в которых протекают только чистые случайные процессы [1], во-вторых, для АЛ дискретного действия с производительностями участков  $q_1 > q_2$ , в которых к случайным процессам примешиваются детерминированные процессы [3].

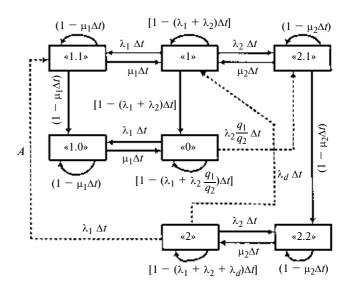
В данной статье ставится задача: найти аналитическое решение для АЛ дискретного действия структуры "2  $\times$  1" с производительностями участков  $q_1 < q_2$ .

### Постановка задачи

Рассмотрим АЛ дискретного действия структуры "2 × 1" с производительностями участков  $q_1 < q_2$  без учета их совместных отказов и отказов бункера. Граф такой линии (рисунок) имеет семь состояний "0", "1.0", "1", "1.1", "2.1", "2", "2.2". АЛ случайным образом "блуждает" по указанным состояниям в направлении стрелок, формируя их вероятности  $P_0$ ,  $P_{1.0}$ ,  $P_1$ ,  $P_{1.1}$ ,  $P_{2.1}$ ,  $P_2$  и  $P_{2.2}$  и законы  $p_1$ ,  $p_{1.1}$  и  $p_{2.1}$  распределения деталей по уровням, когда запас деталей в бункере изменяется. Состояния "1", "0" и "2", расположенные в центре графа и на одной вертикали, называются главными, когда все элементы АЛ — участки 1, 2 и бункер — работоспособны.

Каждое главное состояние со своими состояниями отказа, расположенными на одной горизонтали ("1", "1.1" и "2.1"; "0" и "1.0"; "2" и "2.2"), образует отдельное звено, в рамках которого самостоятельно решаются задачи звена, поэтому исследование большой системы складывается из исследования отдельных более простых ее звеньев. Среди главных состояний есть одно, которое имеет наибольшее число состояний отказа: именно столько, сколько участков в линии. Такое состояние будем называть центральным главным состоянием; в данной задаче это состояние "1".

Граф состояний имеет иерархическую структуру, вершиной которой является центральное главное состояние "1" со своим звеном. Младшие звенья этой структуры формируют для центрального



Граф состояний АЛ структуры "2 × 1" дискретного действия с производительностями участков  $q_1 < q_2$ 

звена начальные условия, указанные штриховыми стрелками, идущими из состояния "2" в "1.1", из "2" в "1" и из "0" в "2.1", которые позволяют получить решение для центрального звена; поэтому исследования АЛ всегда следует начинать с исследования центрального звена. Если будет найдено решение для центрального звена, то будет решена и поставленная задача.

В ответ на начальные условия центральное звено формирует для звеньев младших уровней графа состояний слагаемые предельного перехода, показанные в виде одиночных стрелок, идущих из состояния "1.1" в "1.0", из "1" в "0" и из "2.1" в "2.2". Предельный переход выполняется всегда, когда бункерный запас выходит на нулевой уровень "0" или максимальный "2". Например, если АЛ находится в состоянии "1.1", отказал участок 1, а участок 2 обрабатывает детали, получая их из бункера, вследствие чего запас в бункере уменьшается со скоростью  $q_2$ , то, когда он станет равным нолю, АЛ перейдет в состояние "1.0". Если АЛ находится в состоянии "1", работают участки 1 и 2 с производительностями  $q_1 < q_2$ , вследствие чего запас деталей в бункере уменьшается со скоростью  $q_2 - q_1$ , то, когда он достигнет ноля, АЛ перейдет в состояние "0". Если АЛ находится в состоянии "2.1", отказал участок 2, а участок 1 работает и обработанные детали поступают в бункер, то запас деталей в бункере возрастает со скоростью  $q_1$ , и когда он достигнет максимального значения "2", АЛ перейдет в состояние "2.2".

Для каждого перехода на графе состояний указана его вероятность (рядом с соответствующей стрелкой). Для предельного перехода она равна вероятности нахождения АЛ оставаться в исходном состоянии, из которого выполняется переход, и указана полукруглой стрелкой. Все переходы на

графе состояний, за исключением одного, связаны со случайным процессом, определяемым такими характеристиками надежности участков, как интенсивности  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  потоков отказов участков 1 и 2 и интенсивности  $\mu_1$  и  $\mu_2$  потоков восстановления этих участков. Исключение представляет переход из главного состояния "2" в главное состояние "1" с вероятностью перехода  $\lambda_d$   $\Delta t$ , где  $\lambda_d$  — интенсивность потока переходов АЛ в детерминированном процессе.

Источником детерминированного процесса в АЛ дискретного действия является различие производительностей участков, которое вызывает изменение состояния бункера при работающих участках. Рассмотрим случай, когда АЛ с производительностями участков  $q_1 < q_2$  находится в состоянии "2" — бункер полон, а участки 1 и 2 работают. Как правило, между участками расположено распределительное устройство. Детали, обработанные на участке 1, передаются на распределительное устройство, а система управления определяет, куда передавать деталь — на участок 2 или в бункер. Допустим, что на участке 1 время обработки одной детали  $\tau_1 = 11$  мин, а на участке  $2 - \tau_2 = 10$  мин. На участок 2 после обработки первой детали поступит вторая деталь из распределительного устройства. Через 1 мин первая деталь, обработанная на участке 1, будет передана в распределительное устройство. Таким образом, при обработке каждой детали последовательно увеличивается время до появления следующей детали в распределительном устройстве. В результате наступит момент, когда в распределительном устройстве не окажется детали, и на участок 2 после обработки очередной детали новая деталь поступит из бункера, т. е. АЛ перейдет из состояния "2" в состояние "1". Переход выполняется после изготовления фиксированного числа деталей на том участке, который имеет наибольшую производительность, и это число деталей определяется соотношением:

$$\frac{q_2}{q_2 - q_1} + 1 = \frac{\tau_1}{\tau_1 - \tau_2} + 1 = \frac{11}{11 - 10} + 1 = 12.$$

Этот процесс повторяется каждый раз, когда АЛ переходит из состояния "2.2" в состояние "2", и каждый раз после обработки 12-й детали из бункера извлекается первая деталь, а АЛ переходит в состояние "1", уменьшая тем самым время и вероятность пребывания АЛ в состоянии "2". Таким образом, указанный переход фиксирован, поэтому рассматриваемый процесс называется детерминированным процессом.

На обработку партии из 12 деталей затрачивается время  $t=10\times 12=120$  мин. В любой момент этого временного отрезка может произойти отказ либо участка 1, либо участка 2. В первом случае АЛ

переходит из состояния "2" в состояние "1.1" (штриховая стрелка A) с вероятностью перехода  $\lambda_1 \Delta t$ . Во втором случае АЛ переходит в свое состояние отказа "2.2" с вероятностью перехода  $\lambda_2 \Delta t$ . Так взаимодействуют случайные и детерминированные процессы во всех АЛ дискретного действия с разными производительностями участков.

Принимая во внимание взаимодействие случайных и детерминированных процессов, ставим задачу: найти аналитическое решение для АЛ дискретного действия структуры "2  $\times$  1" с производительностями участков  $q_1 < q_2$  без учета их совместных отказов и отказов бункера.

#### Решение задачи

При исследовании принимаем следующие условия:

- 1) процесс функционирования автоматических линий является марковским процессом с экспоненциальными законами распределения времени между отказами и времени восстановления после отказов;
- 2) запас деталей в бункере измеряется в единицах  $z\tau$ , т. е. длительностью его расходования и накопления; здесь z уровень запаса в бункере, принимает любые целочисленные значения в интервале  $[0 \le z \le z_{\text{max}}]$ , где  $z_{\text{max}}$  максимальный бункерный запас,  $\tau$  время обработки одной детали на линии;
- 3) простаивающий участок или бункер отказать не может;
- 4) восстановление участка, бункера и другого оборудования начинается сразу после отказа (система обслуживания без ожидания наладчиков).

Используя граф состояний АЛ дискретного действия структуры "2  $\times$  1" без учета совместных отказов участков с производительностями  $q_1 < q_2$  и бункера между ними и условия  $1 \div 4$ , представим математическую модель, которая состоит из математических моделей отдельных звеньев системы, в приведенном ниже виде.

Математическая модель центрального звена "1"

$$-(q_2 - q_1) \frac{\partial p_1}{\partial z(\tau_1 - \tau_2)} =$$

$$-(\lambda_1 + \lambda_2)p_1 + \mu_1 p_{1.1} + \mu_2 p_{2.1}; \tag{1}$$

$$-q_2 \frac{\partial p_{1.1}}{\partial z \tau_2} = -\mu_1 p_{1.1} + \lambda_1 p_1; \tag{2}$$

$$q_1 \frac{\partial p_{1.2}}{\partial z \tau_1} = -\mu_2 p_{2.1} + \lambda_2 p_1. \tag{3}$$

Начальные условия для центрального звена "1"

$$\frac{\lambda_d}{(q_2 - q_1)} P_2 = p_1 [z_{\text{max}}(\tau_1 - \tau_2)]; \tag{4}$$

$$\frac{\lambda_1}{q_2} P_2 = p_{1.1}(z_{\text{max}} \tau_2); \tag{5}$$

$$\frac{\lambda_2}{q_2} P_0 = p_{2.1}(0).$$
(6)

Для функции  $p_{2.1}$  можно получить дополнительное начальное условие, сложив приведенные ниже уравнения (10) и (11):

$$\frac{\lambda_1 + \lambda_d}{q_1} P_2 = p_{2.1}(z_{\text{max}} \tau_1). \tag{7}$$

Математическая модель звена "0"

$$0 = -\left(\lambda_1 + \lambda_2 \frac{q_1}{q_2}\right) P_0 + \mu_1 P_{1.0} + (q_2 - q_1) p_1(0); \quad (8)$$

$$0 = -\mu_1 P_{1,0} + \lambda_1 P_0 + q_2 p_{1,1}(0). \tag{9}$$

Математическая модель звена "2"

$$0 = -(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_d)P_2 + \mu_2 P_{2,2}; \tag{10}$$

$$0 = -\mu_2 P_{2.2} + \lambda_2 P_2 + q_1 p_{2.1} (z_{\text{max}} \tau_1).$$
 (11)

Знак "—" перед частной производной в уравнениях (1), (2) указывает на то, что бункер выдает детали и его запас убывает, а отсутствие знака "—" в уравнении (3) — на то, что бункер принимает детали и его запас возрастает.

Исследования начинаем с решения дифференциальных уравнений  $(1) \div (3)$  центрального звена главного состояния "1". Складывая дифференциальные уравнения  $(1) \div (3)$  и интегрируя, получим уравнение связи трех искомых функций  $p_1$ ,  $p_{1,1}$  и  $p_{2,1}$ :

$$q_1p_{2.1} = q_2p_{1.1} + (q_2 - q_1)p_1 + C.$$

Для определения постоянной интегрирования C складываем уравнения (8) и (9) и, учитывая начальное условие (6), получаем уравнение связи указанных функций для случая, когда бункерный запас равен нулю:

$$q_1p_{2,1}(0) = q_2p_{1,1}(0) + (q_2 - q_1)p_1(0),$$

в котором постоянная интегрирования C=0. Следовательно, она равна нулю и в исходном уравнении, поэтому уравнение связи окончательно принимает вид:

$$q_1 p_{2,1} = q_2 p_{1,1} + (q_2 - q_1) p_1. (12)$$

Уравнение связи (12) позволяет для решения системы дифференциальных уравнений (1)  $\div$  (3) использовать только два дифференциальных уравнения из трех, а функцию, определяемую третьим дифференциальным уравнением, получить из уравнения (12).

Для выбора дифференциальных уравнений, необходимых для решения, используем понятие базовых функций из работы [2]:

- 1) в качестве первой базовой функции выбирается та, которая входит во все исследуемые дифференциальные уравнения (в нашем случае такой функцией является функция  $p_1$ );
- 2) в качестве второй базовой функции из двух оставшихся выбирается та, которая, во-первых, равна сумме двух остальных, а, во-вторых, удовлетворяет двум начальным условиям [в нашей задаче такой функцией согласно уравнению (12) является функция  $p_{2.1}$ , которая действительно удовлетворяет двум начальным условиям (6) и (7)].

Таким образом, базовыми дифференциальными уравнениями являются уравнения (1) и (3) центрального звена "1", интегрируя которые в соответствии с методикой работы [1], получим общее решение для независимых функций  $p_1$  и  $p_2$  1:

$$p_1 = C_1 \left( 1 - \frac{\lambda_2}{q_1} \frac{T_{\leq}}{\omega_{\leq}} \right) e^{\psi_{\leq} z(\tau_1 - \tau_2)} + C_2 T e^{\omega_{\leq} z \tau_1}; \quad (13)$$

$$p_{2.1} = -C_1 \frac{\lambda_2}{q_1} \frac{1}{\omega_{<}} e^{\psi_{<} z(\tau_1 - \tau_2)} + C_2 e^{\omega_{<} z\tau_1}.$$
 (14)

Используя уравнение (12), получим решение и для функции  $p_{1.1}$ :

$$p_{1.1} = -C_1 \left[ \frac{\lambda_2}{q_2} \frac{1}{\omega_{<}} + \frac{q_2 - q_1}{q_2} \left( 1 - \frac{\lambda_2}{q_1} \frac{T_{<}}{\omega_{<}} \right) \right] e^{\psi_{<} z (\tau_1 - \tau_2)} + C_2 \left( \frac{q_1}{q_2} - \frac{q_2 - q_1}{q_2} T_{<} \right) e^{\omega_{<} z \tau_1}.$$
 (15)

Коэффициенты  $T_<$  ,  $\psi_<$  и  $\omega_<$  в формулах (13) ÷ (15), имеют вид:

$$T_{<} = \frac{\mu_{1}q_{1} + \mu_{2}q_{2}}{q_{2}(\lambda_{1} + \lambda_{2}) + \mu_{1}(q_{2} - q_{1})};$$

$$\psi_{<} = \frac{q_2(\lambda_1 + \lambda_2) + \mu_1(q_2 - q_1)}{q_2(q_2 - q_1)};$$

$$\omega_{<} = \frac{q_1 \lambda_2 \mu_1 - q_2 \lambda_1 \mu_2 - \mu_1 \mu_2 (q_2 - q_1)}{q_1 [q_2 (\lambda_1 + \lambda_2) + \mu_1 (q_2 - q_1)]},$$

где индекс "<" при коэффициентах указывает на то, что производительность участка 1 меньше производительности участка 2.

Используя функции  $p_1$  и  $p_{2.1}$  и их начальные условия (4) и (7), определим постоянные интегрирования  $C_1$  и  $C_2$ :

$$C_{1} = \frac{\lambda_{d} \left(1 - \frac{q_{2} - q_{1}}{q_{1}}T_{<}\right) - (q_{2} - q_{1})\frac{\lambda_{1}}{q_{1}}T_{<}}{(q_{2} - q_{1})e^{\psi_{<}z_{\max}(\tau_{1} - \tau_{2})}}P_{2};$$

$$C_{2} = \frac{\lambda_{d} \left(\frac{\lambda_{2}}{q_{1}} \frac{1}{\omega_{<}} + \frac{q_{2} - q_{1}}{q_{1}} h_{1}\right) - (q_{2} - q_{1}) \frac{\lambda_{1}}{q_{1}} h_{1}}{(q_{2} - q_{1}) e^{\psi_{<} z_{\text{max}} \tau_{1}}} P_{2},$$

где 
$$h_1=1-rac{\lambda_2}{q_1}rac{T_<}{\omega_<}.$$

Входящий в формулы параметр  $\lambda_d$  — интенсивность потока переходов АЛ в детерминированном процессе — определяется, согласно работе [2], из анализа общего решения — уравнений (13), (14). Требуется найти новое значение коэффициента  $C_2$ , которое удовлетворяло бы частному решению при  $q_1=q_2$ . Коэффициент  $C_2$  выбирают, исходя из того, что он входит в те слагаемые общего решения, которые обеспечивают переход от общего решения к частному. Для решения при  $q_1>q_2$  коэффициент  $C_2=\lambda_2 P_0/q_2$  был определен непосредственно из общего решения [2], так как и в общем, и в частном

решении он определяется через одну и ту же вероятность  $P_0$ . Одновременно левые слагаемые, которые появляются в результате различия производительностей участков, обращаются в ноль при  $q_1 = q_2$ , что позволило определить новое значение постоянной интегрирования  $C_2$ .

Коэффициент интегрирования  $C_2$  при производительности участков  $q_1 < q_2$  определяется через вероятность  $P_2$ , а при  $q_1 = q_2$  — через вероятность  $P_0$ . Это связано с тем, что начальные условия задаются на разных границах:  $z = z_{\max}$  — для решения при  $q_1 < q_2$ , т. е. запас деталей в бункере принимает максимальное значение; z = 0 — для решения при  $q_1 = q_2$ , т. е. бункер пуст. Одновременно в общем решении (13), (14) левые слагаемые, содержащие множитель  $\mathrm{e}^{\psi_{<} z(\tau_1 - \tau_2)}$  с параметром

$$\psi_{<} = \frac{q_{2}(\lambda_{1} + \lambda_{2}) + \mu_{1}(q_{2} - q_{1})}{q_{2}(q_{2} - q_{1})} \bigg|_{q_{1} = q_{2}} = \infty,$$

обращаются в бесконечность ( $\pm \infty$ ). По этим причинам нельзя определить новое значение коэффициента  $C_2$  непосредственно из общего решения (13), (14) при  $q_1 < q_2$ . В таких случаях из независимых функций выбирается та, которая имеет свободное начальное условие, неиспользованное при определении постоянных интегрирования  $C_1$  и  $C_2$ , и устанавливается связь между вероятностями  $P_0$  и  $P_2$ .

В задаче, когда  $q_1 < q_2$ , такой функцией является  $p_{2.1}$ , имеющая свободное начальное условие (6) и вероятность  $P_2$  определяется через вероятность  $P_0$  по формуле

$$P_{2} = \frac{\lambda_{1} P_{0}/q_{2}}{-\frac{\lambda_{2}}{q_{1}} \frac{1}{\omega_{c}} \frac{\lambda_{d} \left(1 - \frac{q_{2} - q_{1}}{q_{1}} T_{c}\right) - (q_{2} - q_{1}) \frac{\lambda_{1}}{q_{1}} T_{c}}{(q_{2} - q_{1}) e^{\psi c z_{\text{max}}(\tau_{1} - \tau_{2})}} + \frac{\lambda_{d} \left(\frac{\lambda_{2}}{q_{1}} \frac{1}{\omega_{c}} + \frac{q_{2} - q_{1}}{q_{1}} h_{3}\right) + (q_{2} - q_{1}) \frac{\lambda_{1}}{q_{1}} h_{3}}{(q_{2} - q_{1}) e^{\omega c z_{\text{max}} \tau_{1}}}$$
(16)

В решении, полученном профессором А. П. Владзиевским [4] при условии  $q_1=q_2$ , вероятность  $P_2$  определяется формулой

$$P_2 = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} P_0 e^{\omega = z_{\text{max}} \tau}. \tag{17}$$

Тогда новое значение коэффициента интегрирования  $C_2$  следует определить таким образом, чтобы выполнялся переход от формулы (16) к формуле (17) при  $q_1 = q_2$ . В этом случае первое слагаемое в знаменателе формулы (16) обращается в ноль, так как сомножитель  $e^{\psi < z(\tau_1 - \tau_2)}$  в знаменателе слагаемого равен бесконечности. Второе слагаемое в знаменателе формулы (16) представляет собой коэффициент  $C_2/P_2$ , и для перехода от формулы (16) к формуле (17) его новое значение должно определяться выражением

$$\frac{C_2}{P_2} = \frac{\lambda_d \left(\frac{\lambda_2}{q_1} \frac{1}{\omega_{<}} + \frac{q_2 - q_1}{q_1} h_1\right) + (q_2 - q_1) \frac{\lambda_1}{q_1} h_1}{(q_2 - q_1) e^{\omega_{<} z_{\text{max}} \tau_1}} = \frac{\lambda_1 / q_1}{e^{\omega_{<} z_{\text{max}} \tau_1}} \bigg|_{q_1 = q_2} = \frac{\lambda_1 / q}{e^{\omega_{<} z_{\text{max}} \tau_1}}.$$
(18)

Используя формулу (18), определим значение параметра  $\lambda_d$ :

$$\lambda_d = \frac{(q_2 - q_1)}{h_2} \frac{\lambda_1}{q_1} \frac{\lambda_2}{q_1} \frac{T_{\leq}}{\omega_{\leq}},$$

где 
$$h_2 = \frac{\lambda_2}{q_1} \frac{1}{\omega_<} + \frac{(q_2 - q_1)}{h_2} h_1.$$

Подставляя значение параметра  $\lambda_d$  в формулу (16) и выполняя преобразования, определяем

$$P_{2} = \frac{\lambda_{2}}{q_{2}} P_{0} \frac{q_{1}}{\lambda_{d} e^{-\psi < z_{\text{max}}(\tau_{2} - \tau_{1})} + \lambda_{1} e^{-\omega < z_{\text{max}}\tau_{1}}}.$$

Подставляя значения параметра  $\lambda_d$  и вероятности  $P_2$  в формулы для определения постоянных интегрирования  $C_1$  и  $C_2$  и выполняя соответствующие преобразования, получаем:

$$C_{1} = -\lambda_{d} P_{0} \frac{q_{1}}{q_{2}} \frac{\omega_{<} e^{-\psi_{<} z_{\max}(\tau_{2} - \tau_{1})}}{\lambda_{d} e^{-\psi_{<} z_{\max}(\tau_{2} - \tau_{1})} + \lambda_{1} e^{-\omega_{<} z_{\max} \tau_{1}}};$$

$$C_2 = \frac{\lambda_2}{q_2} P_0 \frac{\lambda_1 e^{-\omega < z_{\text{max}} \tau_1}}{\lambda_d e^{-\psi < z_{\text{max}} (\tau_2 - \tau_1)} + \lambda_1 e^{-\omega < z_{\text{max}} \tau_1}}.$$

Эти формулы свидетельствуют о справедливости метода определения постоянных интегрирования  $C_1$  и  $C_2$ , изложенного в работе [2], и для АЛ с производительностями участков  $q_1 < q_2$ . Сложность формул зависит от того, задаются ли начальные условия при z=0 или при  $z=z_{\rm max}$ .

Подставляя значения постоянных интегрирования  $C_1$  и  $C_2$  в уравнения общего решения (13)  $\div$  (15) и выполняя соответствующие преобразования, получаем:

1. Формулу для закона  $p_1$  распределения запаса деталей в бункере по уровням, когда бункерный запас убывает со скоростью  $q_2 - q_1$ :

$$p_{1} = \frac{\lambda_{2}}{q_{2}} P_{0} \frac{\lambda_{d} \frac{q_{1}}{\lambda_{2}} \omega_{<} \left(\frac{\lambda_{2}}{q_{1}} \frac{T_{<}}{\omega_{<}} - 1\right) e^{-\psi_{<}(z_{\max} - z)(\tau_{2} - \tau_{1})} + \lambda_{1} T_{<} e^{-\omega_{<}(z_{\max} - z)\tau_{1}}}{\lambda_{d} e^{-\psi_{<}z_{\max}(\tau_{2} - \tau_{1})} + \lambda_{1} e^{-\omega_{<}z_{\max}\tau_{1}}};$$

2. Формулу для закона  $p_{2.1}$  распределения запаса деталей в бункере по уровням, когда отказал участок 2 и бункерный запас возрастает со скоростью  $q_1$ :

$$p_{2.1} = \frac{\lambda_2}{q_2} P_0 \frac{\lambda_d e^{-\Psi < (z_{\text{max}} - z)(\tau_2 - \tau_1)} + \lambda_1 e^{-\omega < (z_{\text{max}} - z)\tau_1}}{\lambda_d e^{-\Psi < z_{\text{max}}(\tau_2 - \tau_1)} + \lambda_1 e^{-\omega < z_{\text{max}}\tau_1}};$$

3. Формулу для закона  $p_{1.1}$  распределения запаса деталей в бункере по уровням, когда отказал участок 1 и бункерный запас убывает со скоростью  $q_2$ :

$$p_{1.1} = \frac{\lambda_2}{q_2} P_0 \frac{\lambda_d \frac{q_1}{\lambda_2} \omega_{<} h_2 e^{-\psi_{<}(z_{\max} - z)(\tau_2 - \tau_1)} + \lambda_1 \left(\frac{q_1}{q_2} - \frac{q_2 - q_1}{q_2} T_{<}\right) e^{-\omega_{<}(z_{\max} - z)\tau_1}}{\lambda_d e^{-\psi_{<}z_{\max}(\tau_2 - \tau_1)} + \lambda_1 e^{-\omega_{<}z_{\max}\tau_1}};$$

4. Формулу для определения вероятности  $P_1$  главного состояния "1", в котором оба участка работают, а бункерный запас убывает со скоростью  $q_2 - q_1$ :

$$P_{1} = \frac{\lambda_{2}}{q_{2}} P_{0} \frac{\lambda_{d} \frac{q_{1}}{\lambda_{2}} \omega_{<} \left(\frac{\lambda_{2}}{q_{1}} \frac{T_{<}}{\omega_{<}} - 1\right) \frac{1 - e^{-\psi_{<} z_{\max}(\tau_{2} - \tau_{1})}}{\psi_{<}} + \lambda_{1} T_{<} \frac{1 - e^{-\omega_{<} z_{\max}\tau_{1}}}{\omega_{<}}}{\lambda_{d} e^{-\psi_{<} z_{\max}(\tau_{2} - \tau_{1})} + \lambda_{1} e^{-\omega_{<} z_{\max}\tau_{1}}};$$

5. Формулу для определения вероятности  $P_{2.1}$  состояния отказа "2.1", в котором отказал участок 2 и бункерный запас возрастает со скоростью  $q_1$ :

$$P_{2.1} = \frac{\lambda_2}{q_2} P_0 \frac{\lambda_d \frac{1 - e^{-\Psi < z_{\text{max}}(\tau_2 - \tau_1)}}{\Psi <} + \lambda_1 \frac{1 - e^{-\omega < z_{\text{max}}\tau_1}}{\omega_<}}{\lambda_d e^{-\Psi < z_{\text{max}}(\tau_2 - \tau_1)} + \lambda_1 e^{-\omega < z_{\text{max}}\tau_1}};$$

6. Формулу для определения вероятности  $P_{1.1}$  состояния отказа "1.1", в котором отказал участок 1 и бункерный запас убывает со скоростью  $q_2$ :

$$P_{1.1} = \frac{\lambda_2}{q_2} P_0 \frac{\lambda_d \frac{q_1}{\lambda_2} \omega_< h_2 \frac{1 - \mathrm{e}^{-\psi < z_{\max}(\tau_2 - \tau_1)}}{\psi_<} + \lambda_1 \left( \frac{q_1}{q_2} - \frac{q_2 - q_1}{q_2} T_< \right) \frac{1 - \mathrm{e}^{-\omega < z_{\max}\tau_1}}{\omega_<}}{\lambda_d \mathrm{e}^{-\psi < z_{\max}(\tau_2 - \tau_1)} + \lambda_1 \mathrm{e}^{-\omega < z_{\max}\tau_1}};$$

7. Формулу для определения вероятности  $P_{2.2}$  состояния отказа "2.2", в котором отказал участок 2 и бункерный запас находится на максимальном уровне; для вывода формулы использовалось уравнение (10):

$$P_{2.2} = \frac{(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_d)}{\mu_2} P_2 = \frac{\lambda_2}{q_2} P_0 \frac{(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_d)}{\mu_2} \frac{q_1}{\lambda_d e^{-\psi < z_{\text{max}}(\tau_2 - \tau_1)} + \lambda_1 e^{-\omega < z_{\text{max}}\tau_1}};$$

8. Формулу для определения вероятности  $P_{1.0}$  состояния отказа "1.0" — отказал участок 1 и бункер пуст; для вывода формулы использовалось уравнение (9):

$$P_{1.0} = \frac{\lambda_1}{\mu_1} P_0 + \frac{\lambda_2}{q_2} P_0 \frac{q_2}{\mu_1} \frac{\lambda_d \frac{q_1}{\lambda_2} \omega_{<} h_2 \mathrm{e}^{-\psi_{<} z_{\max}(\tau_2 - \tau_1)} + \lambda_1 \left(\frac{q_1}{q_2} - \frac{q_2 - q_1}{q_2} T_{<}\right) \mathrm{e}^{-\omega_{<} z_{\max} \tau_1}}{\lambda_d \mathrm{e}^{-\psi_{<} z_{\max}(\tau_2 - \tau_1)} + \lambda_1 \mathrm{e}^{-\omega_{<} z_{\max} \tau_1}} \,.$$

Вероятности всех состояний исследуемой АЛ зависят только от вероятности  $P_0$ , для определения которой следует использовать условие полноты системы:

$$P_0 + P_{1.0} + P_1 + P_{1.1} + P_{2.1} + P_2 + P_{2.2} = 1,$$

которое утверждает, что рассматриваемая АЛ в любой момент времени будет обязательно находиться в одном из своих состояний с вероятностью, равной единице, и позволяет определить вероятность  $P_0$ :

$$P_0 = \frac{1}{1 + P_{1,0}^* + P_1^* + P_{1,1}^* + P_{2,1}^* + P_2^* + P_{2,2}^*},$$

где  $P_{1.0}^*$ ,  $P_1^*$ , ...,  $P_{2.2}^*$  — значения указанных вероятностей без сомножителя  $P_0$ .

Полученные вероятности позволяют определить интегральные (итоговые) характеристики исследуемой АЛ: 1) коэффициент готовности АЛ:

$$\eta_{\text{гот}} = P_0 + P_1 + P_{1.1} + P_2 \quad \text{или} \quad \eta_{\text{гот}} = \frac{1}{1 + \frac{P_{1.0} + P_{2.1} + P_{2.2}}{P_0 + P_1 + P_{1.1} + P_2}} \,.$$

Коэффициент  $\eta_{\text{гот}}$  готовности АЛ определяет ее технические возможности и предполагает, что на ее входе всегда имеется поток деталей, после отказа сразу начинается восстановление, не учитывается время на ее профилактику и другие внешние причины;

2) коэффициент наложенных потерь участка 1 на участок 2:

$$\delta_{1 \to 2} = \frac{P_{1.0}}{P_{1.0} + P_{1.1}}$$
 или  $\delta_{1 \to 2} = \frac{1}{1 + P_{1.1}/P_{1.0}}$ .

Коэффициентом наложенных потерь называется вероятностная доля потерь собственных простоев любого участка, которая добавляется к собственным простоям других участков, как предыдущих, так и последующих;

3) коэффициент наложенных потерь участка 2 на участок 1:

$$\delta_{2 \to 1} = \frac{P_{2,2}}{P_{2,2} + P_{2,1}}$$
 или  $\delta_{2 \to 1} = \frac{1}{1 + P_{2,1}/P_{2,2}}$ .

Таким образом, поставленная задача решена; получено аналитическое решение для АЛ дискретного действия структуры "2  $\times$  1" с производительностями участков  $q_1 < q_2$ , без учета их совместных отказов и отказов бункера.

Полученное решение позволяет определить граничные функции для АЛ более сложной структуры "3  $\times$  2", состоящих из трех участков и двух бункеров между ними. Из работы [1] известно, что в качестве граничной функции выбирается функция распределения запаса деталей в бункере по уровням центрального звена главного состояния "1". В данном решении такой функцией является функция  $p_1$ , которая определяется формулой:

$$p_{1} = \frac{\lambda_{2}}{q_{2}} P_{0} \frac{\lambda_{d} \frac{q_{1}}{\lambda_{2}} \omega_{<} \left(\frac{\lambda_{2}}{q_{1}} \frac{T_{<}}{\omega_{<}} - 1\right) e^{-\psi_{<}(z_{\text{max}} - z)(\tau_{2} - \tau_{1})} + \lambda_{1} T_{<} e^{-\omega_{<}(z_{\text{max}} - z)\tau_{1}}}{\lambda_{d} e^{-\psi_{<}z_{\text{max}}(\tau_{2} - \tau_{1})} + \lambda_{1} e^{-\omega_{<}z_{\text{max}}\tau_{1}}}.$$

Для граничной функции нужна только форма кривой, которая сохраняется, если убрать общие сомножители и заменить их неизвестной константой C, которая задает начальную точку граничной функции:

$$\overline{p_1} = C \left\{ \lambda_d \frac{q_1}{\lambda_2} \omega_{<} \left( \frac{\lambda_2}{q_1} \frac{T_{<}}{\omega_{<}} - 1 \right) e^{-\psi_{<}(z_{\text{max}} - z)(\tau_2 - \tau_1)} + \lambda_1 T_{<} e^{-\omega_{<}(z_{\text{max}} - z)\tau_1} \right\}.$$

Истинное положение граничной функции на координатной сетке определяется начальными условиями, задаваемыми АЛ структуры " $3 \times 2$ ":  $\lambda_3 P_{10}/q_2$ ,  $\lambda_1 P_{21}/q_2$ ,  $\lambda_2 P_{01}/q_1$ ,  $\lambda_2 P_{12}/q_3$ . Дальнейший принцип формирования граничной функции рассмотрим для начального условия  $\lambda_2 P_{01}/q_1$ . Это условие представляет собой плотность вероятности появления первой детали в бункере 1, когда отказал участок 2, и запас деталей в бункере 1 начинает возрастать. Участок 3 продолжает работать, извлекая детали из бункера 2, поэтому запас деталей в бункере 2 уменьшается. Так формируется функция  $p_{2.11}$ , распределения плотности вероятности деталей по уровням, когда запас деталей в бункере 1 возрастает, а в бункере 2 — убывает. Это распределение представляет собой поверхность, которая должна проходить через искомую граничную функцию, формируемую в бункере 1.

Следовательно, интеграл от искомой граничной функции  $p_1$  будет равен заданному начальному условию  $\lambda_2 P_{0,1}/q_1$ :

$$\frac{\lambda_2}{q_1} P_{01} = C \left\{ \lambda_d \frac{q_1}{\lambda_2} \omega_{<} \left( \frac{\lambda_2}{q_1} \frac{T_{<}}{\omega_{<}} - 1 \right) \frac{1 - e^{-\Psi < z_{1.\max}(\tau_2 - \tau_1)}}{\Psi_{<}} + \lambda_1 T_{<} \frac{1 - e^{-\omega < z_{1.\max}\tau_1}}{\omega_{<}} \right\}.$$

Определив C, получим для искомой граничной функции формулу:

$$\overline{p_1} \, = \, \frac{\lambda_2}{q_1} \, P_{01} \frac{\lambda_d \frac{q_1}{\lambda_2} \omega_< \left(\frac{\lambda_2}{q_1} \frac{T_<}{\omega_<} - 1\right) \mathrm{e}^{-\psi_< (z_{1.\max} - z)(\tau_2 - \tau_1)} + \lambda_1 \, T_< \mathrm{e}^{-\omega_< (z_{1.\max} - z)\tau_1}}{\lambda_d \frac{q_1}{\lambda_2} \omega_< \left(\frac{\lambda_2}{q_1} \frac{T_<}{\omega_<} - 1\right) \frac{1 - \mathrm{e}^{-\psi_< z_{1.\max}(\tau_2 - \tau_1)}}{\psi_<} + \lambda_1 \, T_< \frac{1 - \mathrm{e}^{-\omega_< z_{1.\max}\tau_1}}{\omega_<}} \, ,$$

в которой следует заменить в числителе и знаменателе индекс 2 на 3, так как согласно начальному условию  $\lambda_2 P_{01}/q_1$  отказал участок 2, а участки 1 и 3 работают, поэтому в формуле должны быть указаны индексы работающих участков. После замены индексов получим для определения граничной функции окончательную формулу:

$$\overline{p_1} \, = \, \frac{\lambda_2}{q_1} \, P_{01} \frac{\lambda_d \frac{q_1}{\lambda_3} \omega_< \left(\frac{\lambda_3}{q_1} \frac{T_<}{\omega_<} - 1\right) \mathrm{e}^{-\psi_< (z_{1.\max} - z_1)(\tau_3 - \tau_1)} + \lambda_1 \, T_< \mathrm{e}^{-\omega_< (z_{1.\max} - z_1)\tau_1}}{\lambda_d \frac{q_1}{\lambda_3} \omega_< \left(\frac{\lambda_3}{q_1} \frac{T_<}{\omega_<} - 1\right) \frac{1 - \mathrm{e}^{-\psi_< z_{1.\max}(\tau_3 - \tau_1)}}{\psi_<} + \lambda_1 \, T_< \frac{1 - \mathrm{e}^{-\omega_< z_{1.\max}\tau_1}}{\omega_<}} \, ,$$

где  $z_{1.\max}$  — максимальный запас деталей в бункере 1.

Следует заменить индексы и при коэффициентах  $\lambda_d$ ,  $\omega_<$ ,  $T_<$  и  $\psi_<$ , входящих в полученную формулу. Выполним эту замену для коэффициента  $\lambda_d$ . Имеем:

$$\begin{split} \lambda_d &= \frac{(q_2-q_1)}{h_2} \, \frac{\lambda_1}{q_1} \, \frac{\lambda_2}{q_1} \, \frac{T_<}{\omega_<} \,. \end{split}$$
 Должно быть 
$$\lambda_d &= \frac{(q_3-q_1)}{h_2} \, \frac{\lambda_1}{q_1} \, \frac{\lambda_3}{q_1} \, \frac{T_<}{\omega_<} \,, \end{split}$$

где 
$$h_2=rac{\lambda_3}{q_1}rac{1}{\omega_<}+rac{(q_3-q_1)}{h_2}\,h_1\,$$
 и  $h_1=1-rac{\lambda_4}{q_1}rac{T_<}{\omega_<}.$ 

Аналогично формируются граничные функции и для остальных начальных условий:  $\lambda_3 P_{10}/q_2$ ,  $\lambda_1 P_{21}/q_2$  и  $\lambda_2 P_{12}/q_3$ . При этом необходимо следить, чтобы при формировании граничной функции в зависимости от производительностей работающих участков  $(q_i = q_j, \ q_i < q_j \$ или  $q_i > q_j)$  выбиралось соответствующее решение. Принцип формирования граничной функции был рассмотрен для случая, когда  $q_1 < q_3$ .

#### Выводы

### В теоретическом аспекте:

- 1. Получено аналитическое решение для автоматических линий структуры "  $2 \times 1$ " дискретного действия с производительностями участков  $q_1 < q_2$ , в которых к случайным процессам примешиваются детерминированные процессы со своими характеристиками надежности, определяемыми в процессе решения;
- 2. Дано уточнение метода определения постоянных интегрирования  $C_1$  и  $C_2$  при исследовании автоматических линий с производительностями участков  $q_1 < q_2$  в зависимости от начальных условий, которые используются для решения дифференциальных уравнений.

### В практическом аспекте:

- 1. Полученные формулы позволяют определить производительность и надежность автоматической линии в зависимости от характеристик надежности ее участков, их производительностей и емкости бункера. Задавая различные значения этих характеристик, можно сравнить различные варианты компоновок, что способствует созданию более совершенных автоматических линий.
- 2. Полученное аналитическое решение позволяет формировать граничные функции для исследования автоматических линий более сложной структуры "3 × 2", создавая базу для будущих решений и исследований.

Новизна данной работы состоит в том, что впервые получено аналитическое решение, которое должно заменить приближенные и ошибочные решения, позволяя проектировать более совершенные автоматические линии. Это дает основание говорить о серьезном научном вкладе в создание теории автоматических линий и ее математических основ.

Полученные результаты и формулы будут полезны фирмам, научно-исследовательским институтам и проектным организациям, связанным с разработкой, исследованием и эксплуатацией автоматических линий.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

- 1. **Горчев В. С.** Математические основы исследования автоматических линий с накопителями деталей // Вестник машиностроения. 2008. № 2. С. 32—41.
- 2. **Горчев В. С.** Метод определения постоянных интегрирования при исследовании автоматических линий с учетом детерминированных процессов // Вестник машиностроения. 2009. № 12. С. 50-57.
- 3. **Горчев В. С.** Решение для автоматических линий структуры "2 × 1" дискретного действия с производительностями участков  $q_1 > q_2$  без учета их совместных отказов и бункера // Вестник машиностроения. 2009. № 11. С. 46—52.
- 4. **Владзиевский А. П.** Автоматические линии в машиностроении. М.: Машгиз, 1958. Кн. 1. С. 358—377.

В. П. ЛЕГАЕВ, д-р техн. наук, Л. К. ГЕНЕРАЛОВ, канд. техн. наук (Владимирский ГУ), e-mail: generalov@vlsu.ru

### Разомкнутая оптимизация в двумерных системах управления процессом токарной обработки

Рассмотрен метод оптимизации процесса токарной обработки с помощью ЧПУ, реализующего разомкнутое управление скоростью резания и замкнутое управление подачей. Это позволяет при постоянно меняющихся технологических условиях повысить эффективность обработки. Приведен алгоритм определения экономичной скорости резания.

**Ключевые слова:** автоматическое управление, токарная обработка, оптимизация, расчет, критерии, качество, производительность, режимы резания, экономичная скорость, поправочные коэффициенты, стойкость инструмента.

An optimization method of turning process with CNC realizing an open control of the cutting speed and closed control of the feed is considered. The method allows heighten the working efficiency at continuously changed operating conditions. An algorithm for determination of economical cutting speed is presented.

**Keywords:** automatic control, turning, optimization, calculation, criteria, quality, productivity, cutting parameters, economical speed, correction coefficients, tool life.

В системах автоматического управления процессом токарной обработки (САУ ПТО), осуществленного путем изменения подачи и скорости резания, обычно разделяют задачи, решаемые каждым каналом управления. Так, с помощью управления подачей регулируются силовые параметры процесса

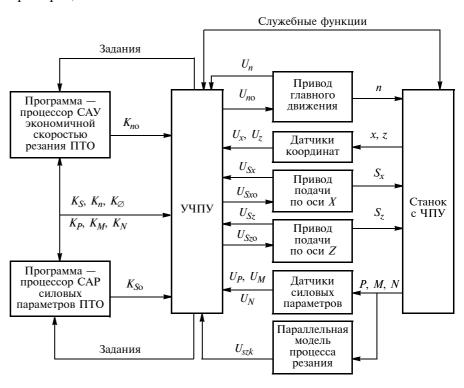
резания — сила, момент или мощность, а посредством управления частотой вращения шпинделя или скоростью резания проводится оптимизация процесса, разомкнутая или замкнутая относительно заданного критерия качества.

Системы, реализующие расчет текущих значений критерия качества и осуществляющие поиск его экстремума, требуют больших затрат реального времени, что при постоянно изменяющихся технологических условиях обработки снижает эффективность применения САУ ПТО. Известно также, что указанные критерии не имеют четко выраженного экстремума, и поэтому поиск точных экстремальных значений не оправдывает себя, особенно при попытке достичь этого повышением требований к САУ ПТО [1].

Системы, построенные по разомкнутому принципу, являются более простыми и шире применяются на практике, например, системы регулирования температуры в зоне резания, интенсивности изнашивания инструмента, силы резания и др. Для определения критериальных значений в качестве начальных условий используют сигналы соответствующих датчиков. Учитывая наличие корреляционных связей, один и тот же сигнал с датчика можно использовать для определения двух, трех и более параметров.

Рассмотрим данный принцип регулирования на примере двумерной системы управления (рисунок).

Структура рассматриваемой САУ ПТО соответствует двумерной адаптивной системе управления, осуществляющей разомкнутую оптимизацию процесса резания путем регулирования скорости резания и силовых параметров с ограничением по шероховатости поверхности. Устройство числового программного управления (УЧПУ) поставляет двум программам — процессорам, осуществляющим адаптивное управление, коды текущих значений: контурной подачи  $K_S$ ; частоты вращения  $K_n$ ; диаметра обработки  $K_{\varnothing}$ ; силовых параметров  $K_P$ ,  $K_M$ ,  $K_N$ , и принимает обратную информацию о те-



кущих значениях управлений по частоте вращения  $K_{no}$  и контурной подаче  $K_{S}$ , по которым затем вырабатываются задания в виде напряжений  $U_{no}$ ,  $U_{Szo}$ ,  $U_{Sxo}$  на привод главного движения и приводы подач по осям координат X и Z.

Положение инструмента в процессе обработки контролируется датчиками по осям координат X и Z, выходные напряжения которых ( $U_X$  и  $U_Z$ ) подаются в УЧПУ. Одновременно подаются напряжения  $U_{no}$ ,  $U_{Szo}$ ,  $U_{Sxo}$  обратных связей с привода главного движения и приводов подач, а также сигналы  $U_{Szk}$  с параллельной модели, предназначенной для повышения точности обработки [2].

Задания, формируемые УЧПУ и выдаваемые в программы адаптивного управления, частично формируются при пуске станка, частично меняются от перехода к переходу, при смене инструмента и т. д. и присутствуют в оговоренных оператором областях памяти.

При принятии за интегральный критерий эффективности качества САУ ПТО функционала производительности

$$J_n = \int_0^T \frac{v(\eta)S_0(\eta)t_p(\eta)\eta_{cM}}{(\eta + \eta_{cM})} d\eta$$

критерием текущей оптимизации без ограничений является

$$J_n^m = v S_0 t_p T / (T + \eta_{cm}),$$
 (1)

где v — скорость резания;  $S_0$  — подача;  $t_{\rm p}$  — глубина резания; T — период стойкости инструмента;  $\eta$  — текущее время;  $\eta_{\rm cm}$  — время смены инструмента.

Подставляя в равенство (1) выражение для периода стойкости инструмента в виде

$$T^{Z_v} = C_v / (v t_{\mathbf{n}}^{X_v} S_0^{Y_v}), \tag{2}$$

можно получить выражение для оптимальной или экономичной скорости резания:

$$v_{9} = \frac{C_{v}}{\eta_{cM}^{Z_{v}} \left(\frac{1}{Z_{v}} - 1\right)^{Z_{v}} S_{0}^{Y_{v}} t_{p}^{X_{v}}}.$$
 (3)

Таким образом, для поддержания скорости резания на заданном оптимальном уровне необходимо знать фактическую глубину резания. При этом подача остается известной и не изменяется в процессе обработки. Воспользуемся выражением для тангенциальной составляющей  $P_{\rm z}$  силы резания при токарной обработке [3]:

$$P_{z} = C_{p} v^{Z_{p}} S_{0}^{Y_{p}} t_{p}^{X_{p}}.$$
 (4)

Причем все поправочные коэффициенты на материалы заготовки и инструмента, а также его геометрию будем считать известными и постоянными, входящими в коэффициент  $C_{\rm p}$ . Тогда при условии, что скорость резания (3) выбрана оптимальной, фактическая глубина резания будет:

$$t_{\rm p} = \left(\frac{P_{\rm z}}{C_{\rm p}}\right)^{K_1} v_{\rm s}^{-Z_{\rm p}K_1} S_0^{-Y_{\rm p}K_1},\tag{5}$$

где  $K_1 = 1/X_p$ .

Подставив выражение (5) в равенство (7), получим:

$$v_{3} = \frac{C_{v}}{\eta_{\text{CM}}^{Z_{v}} \left(\frac{1}{Z_{v}} - 1\right)^{Z_{v}} S_{0}^{Y_{v}} \left(\frac{P_{z}}{C_{p}}\right)^{X_{v}} v_{3}^{-Z_{p}X_{v}K_{1}} S_{0}^{-Y_{p}X_{v}K_{1}}}. (6)$$

После преобразования выражение примет вид:

$$v_{9} = \left(\frac{C_{v} C_{p}^{X_{v} K_{1}}}{\eta_{cM}^{Z_{v}} \left(\frac{1}{Z_{v}} - 1\right)^{Z_{v}}}\right)^{\lambda} \frac{S_{0}^{\alpha_{9}}}{P_{Z}^{\beta_{9}}}.$$
 (7)

Как видно, для токарной операции в выражение (7) скорости резания входят только сила и подача, поэтому упрощенно эту зависимость можно представить в виде:  $v_3 = C_3^{\lambda} S_0^{\alpha 9}/P_Z^{\beta 9}$ , где  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\lambda$  определяются выражениями:

$$\alpha = \frac{Y_{p}X_{v}K_{1} - Y_{v}}{1 + Z_{p}X_{v}K_{1}};$$

$$\beta = \frac{X_{v}}{X_{p}} \frac{1}{1 + Z_{p}X_{v}K_{1}};$$

$$\lambda = \frac{1}{1 + Z_{p}X_{v}K_{1}}.$$
(8)

В цифровых САУ ПТО определение значения  $v_{\ni}$  по формуле (6) или (7), а также задание скорости резания для привода главного движения состоит из следующих этапов:

- 1) определение значения коэффициента  $C_3$ ;
- 2) определение фактических значений подачи  $S_0$  и тангенциальной составляющей силы резания  $P_z$ , а также показателей степени  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\lambda$ ;
- 3) определение скорости резания  $v_9$  и задание частоты вращения шпинделя  $n_9=1000v_9/(\pi D)$ , где D диаметр детали.

Для сокращения времени работы процессора УЧПУ целесообразно предварительно до начала обработки рассчитать значения показателей  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\lambda$  и коэффициента  $C_3$ . При сравнительно небольших изменениях значений подачи  $S_0$  и составляющей  $P_z$ 

силы резания целесообразно предварительно рассчитать значения степенных функций

$$F_{1} = S_{0}^{\alpha_{9}};$$

$$F_{2} = P_{z}^{\beta_{9}},$$

$$(9)$$

и записать их в память процессора.

При выполнении указанных условий задачей системы разомкнутой оптимизации будет извлечение из памяти значений  $C_3$ ,  $F_1$ ,  $F_2$  и расчет экономичной скорости резания:

$$v_9 = C_9 F_1 / F_2. {10}$$

Оценим точность разомкнутой оптимизации по выражению (6) при наружном точении конструкционной углеродистой стали с пределами прочности  $\sigma_{\rm B}=750~{\rm H/mm^2}$  проходным резцом из материала T15K6 с геометрией:  $\phi=45^\circ$ ,  $\gamma=0$ ,  $\lambda=0$ ,  $r=2~{\rm mm}$ . Коэффициенты и показатели степени в формулах для определения усилий и скорости резания выбраны по таблицам, приведенным в работе [3].

Предварительно вычислим показатели  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\lambda$  степени по формулам (8) и для указанных выше условий получим:

$$\alpha = \begin{cases} -0.0877 \text{ при } S_0 \leqslant 0.3 \text{ мм/об;} \\ -0.2381 \text{ при } 0.3 \leqslant S_0 \leqslant 0.7 \text{ мм/об;} \\ -0.3383 \text{ при } S_0 \geqslant 0.7 \text{ мм/об;} \end{cases}$$

$$\beta = 0.1504$$
;  $\lambda = 1.002$ .

Принимая время смены инструмента  $\eta_{\text{см}} = 20$  мин, получим зависимости для оптимальной скорости резания:

$$v_{9} = \begin{cases} 417,59 \\ 346,77 \\ 337,87 \end{cases} \frac{S_{0}^{\alpha_{9}}}{P_{Z}^{\beta_{9}}}.$$

Влияние отклонений параметров стойкостной (2) и силовой (4) зависимостей на точность определения скорости  $v_3$  резания различно. Так, влияние параметров, входящих в зависимость (2), на изменение  $v_3$  более значительно, поскольку погрешности вычисления  $C_{\rm v}$ , отклонений геометрии резания, характеристик материалов заготовки и инструмента полностью переходят в погрешность определения скорости резания по выражению (7).

Считается, что на точность определения  $v_3$  существенно влияет изменение фактической геометрии резания в выражении (4). Выясним это при обработке криволинейных контуров деталей, изменяя главный угол  $\varphi$  в плане инструмента. Если угол  $\varphi$  изменяется в пределах  $30 \div 60^\circ$ , то скорость резания будет изменяться в пределах  $(1,0116 \div 0,9908)v_3$  относительно начального значения  $\varphi=45^\circ$ , при котором  $v_3=1$ . Таким образом, отклонение  $v_3$ ,

связанное с изменением фактического значения угла  $\varphi$ , составляет не более 1 %, что незначительно.

Предположим, что основной погрешностью в определении силовой зависимости является погрешность определения коэффициента  $C_{\rm p}$  и, полагая ее равной  $\pm$  20 % при расчетах по формуле (7), будем иметь отклонение  $v_{\rm 3}$  около 2,8  $\div$  3,3 % в зависимости от знака погрешности, что несущественно.

Погрешность в измерении  $P_z$ , связанная с динамическими ошибками тракта обработки информации, также слабо влияет на изменение скорости резания. Если амплитудную ошибку оценить в 20 %, то влияние на точность определения  $v_3$  составит  $2.7 \div 3.4 \%$ .

Таким образом, в двумерных САУ погрешности параметров, входящих в выражение (2) для определения стойкости инструмента, оказывают существенное влияние на погрешность определения экономичной скорости резания, а погрешности параметров силовой зависимости (4) слабо влияют на результат.

Известно, что для поддержания экстремального значения  $v_3$  с точностью до 2 % необходимо, чтобы оно отличалось от оптимального значения не более, чем на  $10 \div 15$  %, а при отклонении  $v_3$  на 30 % производительность снижается на 17 % [1]. Поэтому применение разомкнутой оптимизации эффективно при высокой точности определения параметров стойкостной зависимости, достаточно гладком контуре детали и малом разбросе характеристик материалов заготовки и инструмента.

В САУ ПТО, стабилизирующих силовые параметры и регулирующих подачу при постоянной скорости резания, возникает неоптимальное управление, исключить которое можно путем введения второго контура управления, а именно частотой вращения шпинделя. При этом целесообразно использовать затабулированные значения предварительно рассчитанных функций (9), позволяющих минимизировать затраты реального процессорного времени при расчете скорости  $v_3$  резания. Расчет  $v_3$  по формуле (10) может быть использован для задания исходной точки для системы оптимизации, замкнутой по критерию качества, для быстрого выхода в околоэкстремальную зону в начале процесса обработки или при переходных процессах, когда быстродействие поискового экстремального регулятора недостаточно для оптимизации в реальном времени.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

- 1. **Корытин А. М., Шапарев Н. К.** Оптимизация управления металлорежущими станками. М.: Машиностроение, 1974. 200 с.
- 2. **Кобзев А. А., Генералов Л. К.** Модель процесса токарной обработки в системе автоматического управления // Станки и инструмент. 2008. № 11. С. 26—29.
- 3. **Обработка** металлов резанием: Справочник технолога / Под общ. ред. А. А. Попова. М.: Машиностроение, 1988. 735 с.

А. И. БАРБОТЬКО, канд. техн. наук., М. С. РАЗУМОВ (Курский ГТУ), e-mail: mika\_1984\_@mail.ru

### Обработка многогранников с четным числом сторон на токарном станке

Трудоемкость изготовления изделий типа многогранников для машиностроения и приборостроения можно уменьшить путем формообразования многогранных поверхностей обработкой резцами на токарном станке. Проведенное исследование подтвердило высокую эффективность разработанного метода при обработке на токарном станке многогранников с четным числом сторон.

**Ключевые слова:** точение, формообразование многогранников, устройство для токарного станка, траектория движения инструмента.

It was shown that the work content of items of the polyhedrons type for machine-building and instrument-making industry may be reduced by means of shaping of the polyhedral surfaces by the cutting tool on the lathe. Investigations have verified high efficiency of the method at turning of polyhedrons with even number of sides

**Keywords:** turning, shaping (forming) of polyhedrons, device for lathe, tool motion trajectory.

Рассмотрим формообразование многогранных поверхностей путем обработки резцом на токарном станке. Для получения на цилиндрической поверхности заготовки четного числа граней (две, четыре, шесть и т. д.) в КГТУ разработано устройство, представляющее собой планетарный механизм, который устанавливается на шпиндель станка и крепится к его направляющим (рис. 1).

Устройство содержит неподвижное зубчатое колесо (см. рис. 1, a), закрепленное на направляющих 2 (см. рис. 1,  $\delta$ ) токарного станка болтами 3, 4 и 5 с помощью пластины 6 и прихватов 7. С одной стороны колеса 1 (см. рис. 1, a) расположена планшайба 8, скрепленная с диском 9болтами 10, с другой — крышка 11. Диск 9, крышка 11 и колесо 1 образуют камеру, уплотненную прокладками 12 и сальниковыми набивками 13 и 14. В камере расположены планетарные зубчатые колеса 15 и 16, установленные на осях 17 и 18 на подшипниках 19, 20, 21 и 22. На осях 17 и 18 установлены на шпонках соответственно резцовая головка 23 с резцами 24 и противовес 25. Резцовая головка установлена на оси планетарного зубчатого колеса с передаточным отношением к неподвижному зубчатому колесу, равным 1:2, что по нашим дан-

ным наиболее подходит для обработки многогранников с четным числом сторон.

При обтачивании многогранников с двумя, четырьмя, шестью и т. д. гранями используют резцовую головку с соответствующим числом резцов (один, два, три и т. д.), имеющих одинаковый радиус d расположения вершин резцов в головке (см. рис. 1, a).

Если в резцовой головке установлены два резца и расположены они напротив друг друга, то при вращении шпинделя, например, против часовой стрелки зубчатое колесо 1 будет вращаться также против часовой стрелки, а колесо 15 начнет вращаться по часовой стрелке вместе с нижним резцом, который описывает за первые пол-оборота резцовой головки верхнюю часть эллипсной поверхности T (рис. 2, a) в четверти I круга, а за вторые пол-оборота этот резец описывает нижнюю часть эллипсной поверхности Т

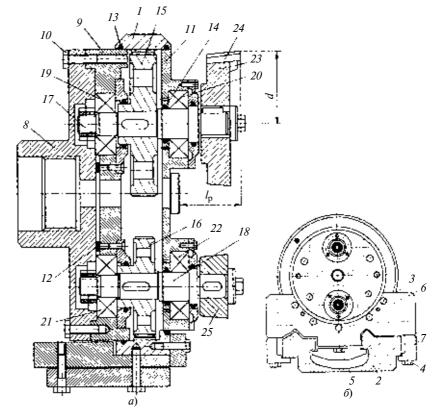


Рис. 1. Устройство для обработки многогранников с четным числом сторон (a) и его крепление на направляющих токарного станка  $(\delta)$ 

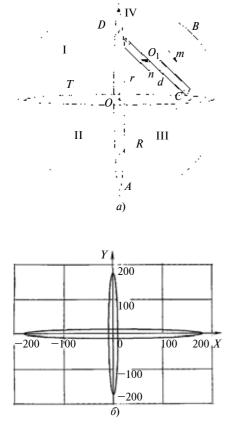
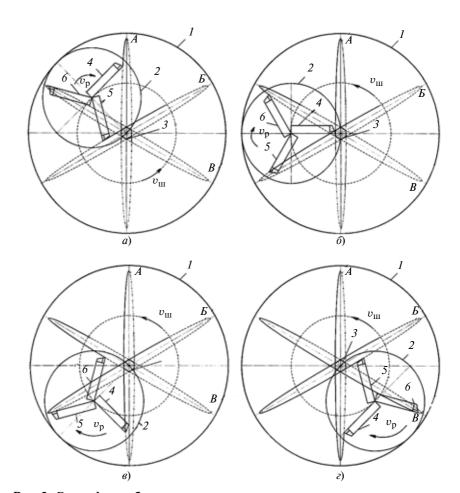


Рис. 2. Траектории резцов за два полных оборота резцовой головки: a — траектория для случая R > r > d, R = 2r;  $\delta$  — завершающая фаза образования траектории

в четверти II круга. Соответственно за второй полный оборот резцовой головки нижний резец описывает нижнюю и верхнюю части эллипсной поверхности T в III и IV четвертях круга. Верхний же резец начинает движение вниз и обрабатывает сначала за первый оборот левую сторону в I и II четвертях круга вертикальной эллипсной поверхности D, а затем за второй оборот правую сторону (в III и IV четвертях круга).

За время одного оборота шпинделя токарного станка, а, следовательно, и центра  $O_1$  колеса 15 наружная его точка (например B, см рис. 2, a) пройдет путь, равный  $S = 2\pi R$ , где R = OB = OA— радиус колеса 1.

Тогда скорость движения наружной точки B колеса 15 будет:  $v = S/t = 2\pi Rn = 2\pi rm$ , где



**Рис. 3. Схема формообразования шестигранного вала тремя резцами:**  $a,\, \delta,\, \epsilon,\, \epsilon$  — мгновенные положения резцового блока; 1 и 2 — зубчатые колеса; 3 — получаемое сечение вала;  $4\div \delta$  — резцы;  $A,\, \mathcal{B}$  и B — траектории резцов при вращении;  $v_{\mathrm{III}},\, v_{\mathrm{p}}$  — направления вращения шпинделя и резцового блока

 $r = O_1 B = O_1 O$  — радиус колеса 15; t = 1/n — время одного оборота колеса 15; n и m — частоты вращения соответственно колеса 15 относительно точки O и наружной точки O этого колеса относительно центра  $O_1$ .

Отсюда получим соотношение между частотами вращения n и m: m = Rn/r.

Определим среднюю скорость W движения режущей кромки резца (точки C) вдоль траектории резания (вдоль линии T). При  $R=190\,$  мм,  $r=R/2=95\,$  мм ( $d=100\,$  мм,  $r=100\,$  мин $=100\,$  мин $=1000\,$  мин $=10000\,$  мин $=100000\,$ 

Получаем W = 106.8 м/мин.

Полученное значение скорости резания необходимо учитывать при выборе вида инструментального материала (твердый сплав, быстрорежущая сталь и др.) резцов.

Характеристики эллипсной траектории зависят от наладки резцов и прежде всего расстояния d от вершины резца до осевой линии шпинделя станка. Оно определяет размер между двумя параллельными гранями обрабатываемого многогранника. Зубчатое колесо 15 перекрывает доступ стержневой заготовки в отверстие шпинделя. Поэтому длина  $l_3$ 

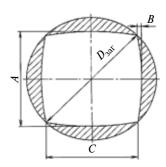


Рис. 4. Схема поперечного сечения многогранника (квадрата)

Размеры, мм, сечения многогранника на рис. 4

A	С	2 <i>B</i>
10	9,9961	0,0039
11	10,9949	0,0051
12	11,9933	0,0067
13	12,9915	0,0085
14	13,9894	0,0106
15	14,9870	0,0130
16	15,9842	0,0158
17	16,9811	0,0189
18	17,9775	0,0225
19	18,9736	0,0264
20	19,9692	0,0308
21	20,9644	0,0356
22	21,9590	0,0410
23	22,9532	0,0468
24	23,9468	0,0532
25	24,9399	0,0601
26	25,9325	0,0675
27	26,9244	0,0756
28	27,9157	0,0843
29	28,9064	0,0936
30	29,8964	0,1036

π	φ°	x, mm	y, mm
0,0000	0	10	0
0,1745	10	9,8480	31,256
0,3491	20	9,3969	61,5636
0,5236	30	8,6602	90
0,6981	40	7,6604	115,7017
0,8727	50	6,4278	137,8879
1,0472	60	5	155,8845
1,2217	70	3,4202	169,1446
1,3963	80	1,7364	177,2653
1,5708	90	0	180
1,7453	100	-1,7364	177,2653
1,9199	110	-3,4202	169,1446
2,0944	120	-5	155,8845
2,2689	130	-6,4278	137,8879
2,4435	140	-7,6604	115,7017
2,6180	150	-8,6602	90
2,7925	160	-9,3969	61,5636
2,9671	170	-9,8480	31,2566
3,1416	180	-10	0

П р и м е ч а н и е. Координаты x и y соответствуют точкам на рис. 2, a.

обрабатываемой заготовки должна быть увязана с вылетом  $l_{\rm p}$  резцов из резцового блока (см. рис. 1, a):  $l_{\rm p} > l_{\rm 3}$ .

Для крепления и базирования заготовки используют резцедержатель или поперечные салазки суппорта станка, размещая заготовку в специальном приспособлении. В качестве примера обработки заготовок с другим числом граней на рис. 3 представлена схема формирования шестигранного сечения вала тремя резцами при условии R = 2r, r > d.

При оценке технологичности предлагаемого метода требуется ответить на вопрос о необходи-

мости или избыточности дополнительной обработки многогранного профиля, например фрезерованием или шлифованием. С помощью программы "Компас 3D" было проведено графическое исследование отклонения B параллельных сторон многогранника от номинального значения A (рис. 4). Результаты представлены в табл. 1.

Измерения расстояний между параллельными сторонами квадратов показали, что в данном случае формообразования дополнительная обработка не требуется, так как для большинства изделий с многогранным сечением не тре-

Таблица 3

π	φ°	X, MM	y, mm
0,0000	0	180	0
0,1745	10	177,2653	1,7364
0,3491	20	169,1446	3,4202
0,5236	30	155,8845	5
0,6981	40	137,8879	6,4278
0,8727	50	115,7017	7,6604
1,0472	60	90	8,6602
1,2217	70	61,5636	9,3969
1,3963	80	31,2566	9,8480
1,5708	90	0	10
1,7453	100	-31,2566	9,8480
1,9199	110	-61,5636	9,3969
2,0944	120	-90	8,6602
2,2689	130	-115,7017	7,6604
2,4435	140	-137,8879	6,4278
2,6180	150	-155,8847	5
2,7925	160	-169,1446	3,4202
2,9671	170	-177,2653	1,7364
3,1416	180	-180	0
	1	I	

буется большая точность. Расчетные значения размеров проверены с использованием описания представленного процесса системой параметрических зависимостей !:

$$x = (R - r)\cos\varphi -$$

$$- d\cos[\varphi(R - r)/r];$$

$$y = (R - r)\sin\varphi +$$

$$+ d\sin[\varphi(R - r)/r],$$

где x, y — параметры траектории (см. рис. 2,  $\delta$ ); R — радиус колеса I (см. рис. 1, a); r — радиус колеса I5; d — радиус расположения вершины резца в резцовой головке;  $\varphi$  — угол поворота центра колеса I5 из начального положения.

В исследованном устройстве принято соотношение r = R/2.

Для случая R = 190 мм, r = 95 мм, d = 85 мм и  $\varphi = (0, ..., \pi)$  имеем:

а) координаты эллипса D при изменении угла  $\phi$  от 0 до  $\pi$  (табл. 2):

$$x = (190 - 95)\cos\varphi - 85\cos[\varphi(190 - 95)/95];$$
  

$$y = (190 - 95)\sin\varphi + 85\sin[\varphi(190 - 95)/95];$$

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Выгодский М. Я. Справочник по высшей математике. М.: Наука, 1966. 872 с.

В. П. ЧЕРКАШИН, канд. техн. наук (ОАО "Гипроуглемаш"), тел.: (495) 502-9493 доб. 2-17

### Токарный проходной резец с раздельной схемой обработки

Рассмотрены конструктивные особенности токарного проходного резца с раздельной схемой обработки, который с конструктивной точки зрения является комбинированным резцом и состоит из двух резцов, работающих соответственно боковой и вершинной режущей кромками. Проанализированы условия, при которых все участвующие в резании кромки перетачиваются только при достижении полного износа при заданной допустимой величине износа.

Ключевые слова: токарный резец, схема обработки.

The design philosophy of lathe through-pass tool with separate turning scheme is considered. The tool represents a combined design and consists of two tools working by side-cut and apical cutting edges, respectively. The conditions have been analyzed, at which all edges, participating in the cutting, are refaced only on reaching of wear-out at assigned allowable wear value.

**Keywords:** lathe tool, turning scheme.

Стойкость традиционного токарного проходного резца, режущая часть которого состоит из боковой и вершинной режущих кромок, определяется стойкостью его вершинной режущей кромки, формирующей поверхность обрабатываемого вала. Как показывают опыт эксплуатации, наблюдения и замеры, износ вершинной режущей кромки в 3 раза больше износа боковой режущей кромки; увеличение фаски износа по задней поверхности на вершинной режущей кромке происходит ориентировочно в 3 раза быстрее.

При переточке резца по задней поверхности (по передней поверхности осуществляется лишь легкая доводка) перетачиваются и изношенные вершинные режущие кромки, и еще неизношенные и работоспособные боковые режущие кромки. Это нерационально, особенно при использовании для режущих частей резцов современных сверхтвердых и дорогостоящих материалов. Этот недостаток можно устранить, используя токарный резец с раздель-

ной схемой обработки, которая была разработана применительно к зуборезным головкам [1—4] и распространена на зуборезные фрезы [5], долбяки [6, 7] и обкаточные резцы [8, 9], получившие промышленное применение при изготовлении редукторов [10].

Токарный проходной резец с раздельной схемой обработки (рис. 1) содержит резцы двух видов: резец I работает только боковыми режущими кром-

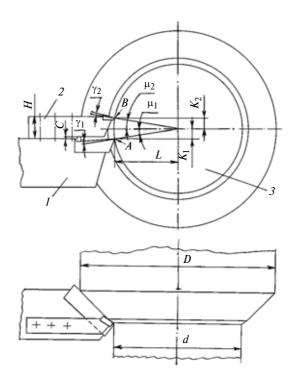


Рис. 1. Токарный проходной резец с раздельной схемой обработки:

1,2 — резцы; 3 — обрабатываемая заготовка (вал); D,d — диаметры заготовки и вала после обработки; H,C — высота и величина подреза державки резца 2;  $\mu_1,\mu_2$  — углы между линиями, соединяющими вершины резцов 1 и 2 и центр вала, и горизонтальной прямой; A,B — вершины резцов 1 и 2

(Окончание статьи. Начало см. на стр. 46)

11111

б) координаты эллипса T при изменении угла  $\phi$  от 0 до  $\pi$  (табл. 3):

$$x = (190 - 95)\cos\varphi - 85\cos[\varphi(190 - 95)/95];$$
  

$$y = (190 - 95)\sin\varphi + 85\sin[\varphi(190 - 95)/95].$$

Из проведенных расчетов видно, что траектории, полученные

графическим путем и расчетом, совпадают. Значения координат x и y для полных эллипсов представлены на рис. 2,  $\delta$ .

Таким образом, исследование доказало высокую эффективность разработанного метода. Дальнейшая разработка технологии обработки многогранников связана с определением

параметров режима резания (v, S, t), затрат энергии на осуществление процесса и расчетом динамических свойств маховика-противовеса, установленного на оси 18, для обеспечения оптимального резания в условиях резкого колебания глубины t резания или величины  $(D_{3ar} - A)/2$  (см. рис. 4).

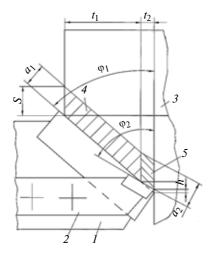


Рис. 2. Сечения стружки при обработке резцом с раздельной схемой обработки:

1, 2 — резцы; 3 — обрабатываемая заготовка; 4, 5 — сечения стружки, снимаемой резцами 1 и 2;  $a_1$ ,  $a_2$  — толщины стружки, снимаемой резцами 1 и 2;  $\phi_1$ ,  $\phi_2$  — углы в плане резцов 1 и 2;  $h=t_2$ ( $tg\phi_1-tg\phi_2$ ) — расстояние между вершинами резцов вдоль оси вала;  $t_1$ ,  $t_2$  — глубины резания резцов 1 и 2; S — подача

ками, а вершинные режущие кромки служат для простоты и удобства взаимной установки резцов относительно друг друга и относительно обрабатываемого вала (или ступени вала); резец 2 содержит только вершинные режущие кромки и работает только ими; формирует обрабатываемую поверхность резец 2, который работает по блокированной, несвободной схеме резания, но он снимает стружку в сравнительно небольшом объеме. Резец 1 работает по свободной схеме резания и снимает стружку в большом объеме. Поэтому стойкость резцов 1 и 2 приблизительно одинакова и может регулироваться изменением глубины  $t_2$  резания резца 2 путем изменения угла  $\varphi_2$  и размера h (рис. 2) и, как следствие, изменением глубины  $t_1$  резания резца 1. Токарный проходной резец с раздельной схемой обработки по конструкции является комбинированным резцом, так как состоит из двух специальных резцов, державки которых соединены винтами.

Резец I может быть получен из стандартного токарного резца путем подреза снизу державки на величину  $0.5\,\mathrm{H}$  (см. рис. 1), чтобы выполнялось условие  $K_1=K_2$ ; может иметь место вариант конструктивного исполнения, когда  $K_1=K_2=\mathrm{H}$ . Заметим, что уменьшение высоты державки резца I можно компенсировать увеличением ее ширины (т. е. можно взять стандартный резец с большей шириной державки). Это увеличит изгибную прочность державки и будет способствовать лучшему отводу теплоты из зоны резания. Резец I тоже может быть получен из стандартного токарного резца. Державка резца I подрезается снизу на глубину I0 мм и на длину, при которой державка

не будет соприкасаться с твердосплавной пластиной резца I. Заметим, что величину подреза можно компенсировать увеличением ширины державки резца 2, что будет способствовать лучшему отводу теплоты из зоны резания.

Передние углы  $\gamma_1$  резца I и  $\gamma_2$  резца 2 отсчитываются от линии, соединяющей вершину (т. е. периферийную, наиболее удаленную точку вершинной режущей кромки) резца с центром обрабатываемого вала (ступени вала). Их величины при принятых параметрах  $K_1 = K_2$  соответствуют окончательному диаметру вала, который должен получиться после проточки.

Резцы 1 и 2 с помощью несложного приспособления устанавливаются в резцедержателе станка так, чтобы их вершины имели одинаковые расстояния по радиусу до центра вала с учетом назначенных допусков на установку. Допуски должны назначаться таким образом, чтобы расстояние от вершины A резца 1 до центра вала было гарантированно на  $0.03 \div 0.05$  мм больше расстояния до него от вершины резца 2 (вершина резца 1 не будет участвовать в резании). Резцы 1 и 2 работают в разных условиях резания, снимают стружки разных сечений (см. рис. 2), изнашиваются по-разному и перетачиваются независимо друг от друга при достижении полного износа режущих кромок.

В условиях автоматизированного производства, когда переточка резцов связана с остановкой станка и, следовательно, с увеличением времени его простоя, целесообразно иметь или равную стойкость резцов I и 2, или кратность их переточки по времени, когда, например, более стойкий резец перетачивался бы в 2 раза реже.

Токарную обработку проходным резцом с раздельной схемой обработки проводили на токарновинторезном станке мод. 1А64. Резец I был выполнен из стандартного резца, имеющего державку шириной B=25 мм и высотой H=40 мм; резец 2 был выполнен из стандартного резца с державкой размерами  $B\times H=10\times 16$ . Материал державок — сталь 40X ГОСТ 4543—71, твердость  $160\div 170$  HB. Материал твердосплавных пластин резцов — T15K6.

Заготовка — вал D=100 мм, диаметр окончательно обработанного вала d=80 мм. Глубина резания резца  $1\,t_1=8$  мм, резца  $2\,t_2=2$  мм. Скорость резания v=130 м/мкм, подача S=0,5 мм/об, передние углы  $\gamma_1=\gamma_2=3^\circ$ ; углы в плане  $\phi_1=50^\circ$ ,  $\phi_2=60^\circ$  (см. рис. 2).

Стойкость резцов 1 и 2 оказалась примерно одинаковой и составила 1,7 ч при износе по задней поверхности  $0,9 \div 1,0$  мм (что примерно в 3 раза превышает стойкость традиционного токарного проходного резца). Шероховатость обработанной поверхности соответствовала параметру  $Ra6,3 \div Ra3,2$  по ГОСТ 2789-73 (шероховатость определяли с помощью эталонов шероховатости).

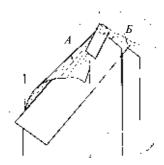


Рис. 3. Виды стружек от резца 1(A) и резца 2(B)

Если увеличить допускаемую величину износа резца I до  $1.8 \div 2.0$  мм, что соответствует нормативам для твердосплавных токарных проходных резцов [11], то срок службы резца увеличится вдвое и резец I надо будет перетачивать в 2 раза реже, чем резец 2. Подчеркнем, что должно соблюдаться соотношение глубин  $t_1$  и  $t_2$  (например  $t_2 = 0.25t_1$ ), иначе равностойкость резцов не будет стабильной. Заметим, что принцип раздельной схемы обработки состоит в раздельной схеме резания резцами I и I и раздельной схеме переточки при разной их стойкости; при равностойкости резцов I и I имеем частный случай раздельной схемы обработки, который сводится только к раздельной схеме резания.

При обработке резцом I при скорости резания v=130 м/мин, глубине резания  $t_1=8$  мм и подаче S=0,5 мм/об (типовой режим резания [11]) стружка имеет суставчатую форму. При выходе из зоны резания резца I стружка имеет радиус завивания  $R=11\div13$  мм со слабо соединенными между собой фрагментами. Эта стружка при выходе из зоны резания сразу встречается с державкой резца I (рис. 3), разламывается на мелкие кусочки и ссыпается с державки резца I.

При уменьшении подачи стружка становится более прочной и труднее поддается разрушению: фрагменты, на которые разрушается стружка, становятся более крупными. При  $S=0,2\,$  мм/об стружка уже имеет сливную форму и не разрушается. Встречаясь с державкой резца 2, эта стружка изгибается, витки ее деформируются и она выходит вверх над зоной резания резца 1 в виде сильнодеформированной спирали. В этом случае, как правило, для сливных стружек целесообразно устанавливать стружколомы.

Стружка от резца 2 имеет такую же форму, как и от резца 1. Но эта стружка — небольшая по размеру, с радиусом завивания  $R=2\div 2,5$ мм и не встречает на своем пути никаких препятствий.

### Некоторые особенности токарного проходного резца с раздельной схемой обработки

1. Величины передних углов  $\gamma_1, \gamma_2,$  а также углов  $\mu_1$  и  $\mu_2$  находятся определенном соответствии с раз-

мерами  $K_1$ ,  $K_2$  и диаметром d вала после обработки (см. рис. 1). Например, если передние углы выполнены равными  $\gamma_1=\gamma_2=3^\circ$  при d=80 мм,  $K_1=K_2=8$  мм, то  $L=[(0,5d)^2-K_1^2]^{0,5}=39,2$  мм, а углы  $\mu_1=\arctan(K_1/L)=11,3^\circ$ ,  $\mu_2=\arctan(K_2/L)=11,3^\circ$ .

Если будем обрабатывать вал с окончательным диаметром d'=85 мм, то изменятся передние углы  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$ , так как изменятся углы наклона линий, соединяющих вершины резцов с центром вала (передняя поверхность резцов не изменится), при этом получим  $L'=[(0,5d')^2-K_1^2]^{0,5}=41,73$  мм. В этом случае будем иметь:  $\mu_1'=\arctan(K_1/L')=10,8^\circ; \ \mu_2'=\arctan(K_2/L')=10,8^\circ; \ \Delta\mu=11,3^\circ-10,8^\circ=0,5^\circ; \ \gamma_1'=3^\circ+\Delta\mu=3^\circ+0,5^\circ=3,5^\circ; \ \gamma_2'=3^\circ-\Delta\mu=3^\circ-0,5^\circ=2,5^\circ.$ 

Для того чтобы снова получить передние углы, равные 3° (если это необходимо, например при значительном нарушении равностойкости резцов I и 2), нужно сделать переточку резцов, при которой изменятся углы наклона передней поверхности резцов (при этом углы  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  не изменятся).

При большом числе обрабатываемых ступеней заготовки с разными диаметрами значения передних углов нужно выбирать, ориентируясь на ступень со средней величиной диаметра.

При обработке на станках с ЧПУ вала, содержащего нецилиндрические тела вращения (шаровые, конические), программа корректирует, соответственно, положения резцов 1 и 2, входящих в состав резца с раздельной схемой обработки; при этом все время незначительно меняются передние углы резцов 1 и 2.

2. В токарном проходном резце с раздельной схемой обработки резец I выполняет основную работу резания с выделением большого количества теплоты. Можно считать, что резец 2 в течение определенного времени режет нагретую заготовку (вал).

Результаты исследования стойкости резцов при резании предварительно нагретой заготовки приведены в работе [12], продолжаются эти исследования и в настоящее время [13]. При резании заготовки, предварительно нагретой (например горелкой) до температуры  $600 \div 700$  °C, стойкость резца увеличивается в  $3 \div 4$  раза [12, 13], а в отдельных случаях в  $7 \div 8$  раз [12].

Но при раздельной схеме обработки резец 2 режет не предварительно нагретую заготовку, а заготовку, которая нагревается после начала резания, т. е. до гораздо меньшей температуры.

Согласно работе [14], только что обработанная резцом поверхность вала имеет температуру  $250 \div 300$  °C (в то время как температура в зоне резания достигает  $1000 \div 1100$  °C). Аналогичные тем-

пературы на только что обработанной резцом поверхности вала наблюдались и при использовании для их определения термокрасок в случае обработки как стандартным резцом, так и резцом с раздельной схемой обработки. Но увеличение стойкости резца 2 все равно имеет место, о чем свидетельствует следующее.

Вал диаметром 84 мм обтачивали токарным проходным резцом с раздельной схемой обработки до диаметра 80 мм, т. е. глубина резания составляла 2 мм. Остальные данные были такие же, как при обтачивании вала диаметром 100 мм до диаметра 80 мм (приведены выше). Резец I в резании в данном случае не участвовал, так как слой глубиной 2 мм полностью снимался идущим впереди резцом 2. В данном случае резец 2 резал ненагретую заготовку и имел в  $1,05 \div 1,2$  раза меньшую стойкость, т. е. при нагреве заготовки при обработке резцом I стойкость резца 2 увеличивается в  $1,05 \div 2$  раза; большее увеличение стойкости имеет место при обработке более длинных валов.

Таким образом, относительная стойкость резцов 1 и 2 является приблизительной и зависит от многих факторов.

Подчеркнем, что изменение передних углов резцов I и 2, имеющее место при обработке вала с большим числом ступеней разных диаметров, неоднозначно влияет на стойкость этих резцов. Например, при увеличении переднего угла стойкость резца может увеличиться, так как уменьшаются силы резания, но стойкость может и уменьшиться, так как уменьшается угол заострения (при неизменном заднем угле) и ухудшается отвод теплоты из зоны резания [15].

Подчеркнем также, что в определенных условиях резец 2 (например, при увеличенной ширине державки этого резца, обработке длинных валов, уменьшении глубины резания этим резцом) может иметь большую стойкость, чем резец 1.

Получить стабильную относительную стойкость (равностойкость или кратность переточки) можно только с учетом конкретных условий производства.

#### Выводы

1. Токарный проходной резец с раздельной схемой обработки целесообразно применять в условиях серийного производства на станках с ЧПУ или на универсальных токарно-винторезных станках, так как его стойкость примерно в 3 раза больше стойкости традиционного токарного проходного резца.

- 2. Увеличение времени работы резца до переточки очень важно в условиях автоматизированного производства.
- 3. Для внедрения токарного проходного резца с раздельной схемой обработки практически не требуется никаких производственных затрат.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

- 1. **Пат. 1775247 Рос. Федерации:** МКИ В23 F 21/34. Зуборезная головка для нарезания конических колес с круговыми зубьями.
- 2. **Горманюк Н. А., Черкашин В. П.** Зуборезная головка с раздельной схемой обработки активной части зубьев и оснований зубьев конических колес // Научнотехнические достижения и передовой опыт в угольной промышленности. М.: ЦНИЭИуголь, 1990. № 8. С. 26, 27.
- 3. **Черкашин В. П.** Выбор параметров зуборезной головки с раздельной схемой обработки // СТИН. 2006. № 12. С. 14-16.
- 4. **Черкашин В. П.** Анализ стойкости зуборезных инструментов с раздельной схемой обработки // Вестник машиностроения. 2006. № 6. С. 53-58.
- 5. **Черкашин В. П.** Зуборезный инструмент для изготовления тяжелонагруженных зубчатых передач угледобывающих комбайнов // Горные машины и автоматика. 2002. № 3. С. 8—11.
- 6. **Черкашин В. П., Старовойтов В. Г.** Зуборезный инструмент для производства на отечественных заводах запчастей для импортной угледобывающей техники // Горные машины и автоматика. 2003. № 2. С. 34—37.
- 7. **Черкашин В. П., Соколов И. И.** Планетарные передачи в конструкциях угледобывающих комбайнов // Горные машины и автоматика. 2004. № 9. С. 33—35.
- 8. **Черкашин В. П., Соколов И. И., Ищенко В. А.** Производство зубчатых колес очистных комбайнов в современных условиях // Техника машиностроения. 2001. № 2. С. 69-71.
- 9. **Черкашин В. П.** Проектирование и изготовление зубчатых муфт угледобывающих комбайнов // Горные машины и автоматика. 2002. № 4. С. 19—22.
- 10. **Угледобывающая** техника института "Гипроуглемаш" и ее создатели / К. Ф. Азерская, А. Д. Антонов, С. Д. Антонов и др. Под ред. В. В. Старичнева, В. З. Шабловского. М.: Дизайн-бюро Альянс, 2005. 128 с.
- 11. **Справочник** металлиста в 5 томах / Е. Д. Баклунов, А. К. Белопухов, М. И. Жебин и др. Под ред. А. Н. Малова. Т. 3. М.: Машиностроение. 1977. 748 с.
- 12. **Лоладзе Т. Н.** Износ режущего инструмента. М.: Машгиз, 1958. 356 с.
- 13. **Котельников В. И**. Влияние нагрева заготовки на стойкость токарных резцов // СТИН. 2008. № 4. С. 13—15.
- 14. **Грановский Г. И., Грановский В. Г.** Резание металлов. М.: Высшая школа, 1985. 304 с.
- 15. **Калашников С. Н.** Зуборезные резцовые головки. М.: Машиностроение, 1972. 160 с.

С. И. ПЕТРУШИН, д-р. техн. наук (Томский политехнический университет), А. В. ПРОСКОКОВ, канд. техн. наук (Юргинский технологический институт — филиал ТПУ), e-mail: proskokov@tpu.ru

### Теория несвободного резания материалов. Стружкообразование с развитой зоной пластических деформаций

Предложена схема стружкообразования с развитой зоной пластических деформаций, построенная на основе полей линии скольжения. Получены уравнения для граничных линий пластической зоны.

**Ключевые слова:** процесс резания, стружкообразование, пластические деформации, линии скольжения, граничные линии.

Chip forming scheme with developed zone of plastic deformations, designed on the basis of the slip-line fields, has been proposed. Equations for boundary lines of plastic zone have been obtained.

**Keywords:** cutting process, chip forming, plastic deformations, slip-lines, boundary lines.

Рассмотренные в работе [1] схемы стружкообразования с единственной условной поверхностью сдвига не отвечают на вопросы о величине и характере действующих в заготовке и стружке напряжений и деформаций и о контактных напряжениях на рабочих участках передней и задней поверхностей лезвия инструмента. В то же время экспериментально доказано, что превращение срезаемого слоя в стружку происходит в пластической зоне сложной формы. Предпринимались многочисленные попытки моделирования этой зоны на основе построения полей линий скольжения. Согласно теории пластичности линии скольжения представляют собой два семейства взаимно ортогональных криволинейных координат, вдоль которых действуют максимальные касательные напряжения. Если удается построить кинематически возможное поле линий скольжения, то возможен и расчет напряженно-деформированного состояния (НДС) в зоне стружкообразования.

В данной работе будем опираться на два положения, основанных на подходе к исследованию несвободного резания, первое из которых — замена сложного объемного НДС зоны резания плоскими схемами, рассматриваемыми в сечениях, параллельных направлению схода стружки. Такое допущение позволяет решать плоскую задачу пластичности с построением в каждом сечении полей скольжения, а объемный характер деформации учитывать через изменение толщины срезаемого слоя и длин силового контакта на передней и задней поверхностях лезвия инструмента. Это дает возможность использовать при несвободном резании закономерности, установленные для схемы свободного резания.

Второе положение связано с исходными данными для расчета механики резания. Традиционный подход основан на задании постоянных касательных напряжений в плоскости сдвига, назначение которых представляет собой главную проблему. В отличие от этого при построении сетки линий скольжения в пластической области в качестве исходных данных задаются законы распределения силовых контактных напряжений на рабочих площадках лезвия, а их значения, как и значения внутренних напряжений в зоне пластичности, — расчетные. В этой концепции предполагается, что первопричиной изменения геометрии зоны пластичности являются контактные процессы на трущихся площадках лезвия инструмента.

Первая серьезная попытка построить поле линий скольжения в зоне стружкообразования при свободном ортогональном резании принадлежит Н. Н. Зореву [2]. К сожалению, правильно отражая картину пластических деформаций, наблюдаемых на микрофотографиях корней стружки, эта схема не поддается расчетам из-за некоторого произвольного проведения линий скольжения. Другие схемы [3—5] позволяют рассчитать напряжения в пластической зоне, но в этом случае отдается предпочтение или области первичных деформаций, прилегающей к свободной поверхности срезаемого слоя и стружки, или области вторичных деформаций, окружающей лезвие. Поэтому вопрос разработки схемы полей скольжения в пластической зоне, реально отражающей результаты экспериментов и в то же время позволяющей использовать расчетные методы, остается открытой.

Форма и размеры зоны пластичности, прилегающей к лезвию, зависят от условий трения рабочих поверхностей, которые определяются законами распределения контактных напряжений на передней поверхности и в стружке, а также на задней поверхности и в заготовке.

Рассмотрим сечение корня стружки в направлении ее схода и определим геометрию пластической зоны, прилегающей к передней поверхности лезвия в случае, если динамический передний угол  $\gamma_{\rm I}=0$  (рис. 1). Экспериментально установлено [6], что общая длина  $l_{\rm II}$  контакта стружки с передней поверхностью состоит из пластического ( $l_{\rm III}$ ) и упругого ( $l_{\rm IVI}$ ) участков примерно одинаковой величины. Соответственно, на участке  $l_{\rm III}$  имеет место

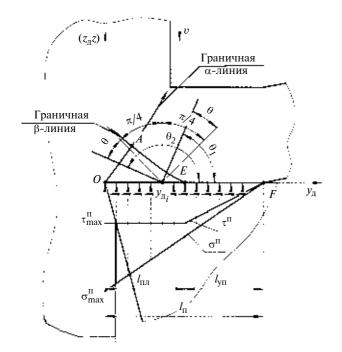


Рис. 1. Схема нагружения передней поверхности лезвия контактными напряжениями и расположение линий скольжения

трение между пластически деформируемым материалом заготовки и передней поверхностью лезвия, а на участке  $l_{\rm yn}$  — внешнее трение скольжения между сформировавшейся стружкой и инструментом. Поэтому для жесткопластической модели обрабатываемого материала поле линий скольжения будет располагаться выше участка  $l_{\rm пл}$  и отсутствовать в стружке на участке  $l_{\rm yn}$ .

Обобщая экспериментальные данные, полученные профессором М. Ф. Полетикой [6], можно аппроксимировать распределение нормальных контактных напряжений на передней поверхности, используя закон треугольника, а касательные напряжения принять постоянными на пластическом участке и линейно уменьшающимися до нуля в конце контакта — на упругом участке:

$$\sigma^{\Pi} = \sigma_{\text{max}}^{\Pi} \left( 1 - \frac{y_{\Pi}}{I_{\Pi}} \right); \tag{1}$$

$$\tau^{\Pi} = \begin{cases} \tau_{\text{max}}^{\Pi}, \ 0 \leq y_{\text{d}} \leq l_{\Pi\Pi}; \\ \frac{\tau_{\text{max}}^{\Pi}}{l_{\Pi} - l_{\Pi\Pi}} (l_{\Pi} - y_{\text{d}}), \ l_{\Pi\Pi} \leq y_{\text{d}} \leq l_{\Pi}, \end{cases}$$
 (2)

где  $\sigma_{max}^{\Pi}$  и  $\tau_{max}^{\Pi}$  — максимальные нормальные и касательные контактные напряжения на передней поверхности.

Согласно закону трения Кулона—Амонтона коэффициент трения в рассматриваемой точке контактной поверхности определяется отношением касательного контактного напряжения к нормальному напряжению в той же точке:

$$\mu_{\Pi} = \tau^{\Pi}/\sigma^{\Pi}. \tag{3}$$

Подставив в формулу (3) значение контактных напряжений из выражений (1) и (2) на участке пластического контакта, получим:

$$\mu^{\Pi} = \frac{\tau_{\text{max}}^{\Pi}}{\sigma_{\text{max}}^{\Pi}} \frac{l_{\Pi}}{l_{\Pi} - y_{\Pi}} = \mu_{\Pi 0} \frac{l_{\Pi}}{l_{\Pi} - y_{\Pi}}, \tag{4}$$

где  $\mu_{\Pi 0}$  — коэффициент трения на вершине лезвия.

Из равенства (4) следует, что для принятых законов изменения контактных напряжений коэффициент трения на пластическом участке не является постоянным, а увеличивается от вершины лезвия до  $y_{\rm d} = l_{\rm пл}$ . В области упругого контакта коэффициент трения, являясь уже коэффициентом внешнего трения между упругой стружкой и передней поверхностью лезвия, становится постоянным на всем упругом контакте и находится по формуле

$$\mu_{\Pi} = \mu_{\Pi 0} \frac{l_{\Pi}}{l_{\Pi} - l_{\Pi \Pi}}.$$

По условию пластичности максимальное касательное напряжение при плоском деформированном состоянии не может быть больше  $0.5\sigma_T$  [7], и поэтому в области пластического контакта  $\mu_\Pi < 0.5$ . Следовательно, коэффициенты трения в машинных парах непригодны для оценки контакта стружки с лезвием.

Угол  $\theta$  трения на передней поверхности, задающий направление осей главных напряжений в текущей точке  $y_{\rm д}$  контакта, определяется через коэффициент трения:  $\theta = {\rm arctg}\,\mu_{\rm II}$ . Направление выхода линий скольжения на контактную поверхность совпадает с линией сдвигов, наклоненных относительно главных нормальных напряжений на угол  $\pi/4$ . Следовательно, углы выхода линий скольжения в зоне пластического контакта имеют вид:

для 
$$\alpha$$
-линий  $\theta_1=\frac{\pi}{4}\,+\,\theta=\frac{\pi}{4}\,+\,\mathrm{arctg}\,\mu_\Pi;$ 

для 
$$\beta$$
-линий  $\theta_2=\frac{3\pi}{4}+\theta=\frac{3\pi}{4}+\mathrm{arctg}\,\mu_\Pi.$ 

Тангенсы углов  $\theta_1$  и  $\theta_2$  представляют собой дифференциальные уравнения  $\alpha$ - и  $\beta$ -линий скольжения (уравнения Т. Гейрингера [7]). В динамической системе координат имеем:

$$\alpha - \frac{\mathrm{d}z_{\Pi}}{\mathrm{d}y_{\Pi}} = \mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \mathrm{arctg}\,\mu_{\Pi}\right) = \frac{1 + \mu_{\Pi}}{1 - \mu_{\Pi}}; \qquad (5)$$

$$\beta - \frac{\mathrm{d}z_{\Pi}}{\mathrm{d}y_{\Pi}} = \mathrm{tg}\left(\frac{3\pi}{4} + \mathrm{arctg}\,\mu_{\Pi}\right) =$$

$$= -\mathrm{ctg}\left(\frac{3\pi}{4} + \mathrm{arctg}\,\mu_{\Pi}\right) = -\frac{1-\mu_{\Pi}}{1+\mu_{\Pi}}.$$
 (6)

Проинтегрировав выражения (5) и (6) с учетом равенства (4), получим искомые уравнения линий скольжения:

$$\alpha$$
-линия  $z_{\rm fl} = y_{\rm fl} - 2\mu_{\rm fl} l_{\rm fl} |l_{\rm fl}(1 - \mu_{\rm fl}) - y_{\rm fl}| + C_{\rm fl};$  (7)

$$\beta$$
-линия  $z_{\Pi} = -y_{\Pi} - 2\mu_{\Pi}0I_{\Pi}\ln|I_{\Pi}(1+\mu_{\Pi}0)-y_{\Pi}| + C_{\text{II}},$  (8)

где постоянные интегрирования  $C_{\rm I}$  и  $C_{\rm II}$  определяются координатами текущей точки пластического контакта.

Для построения полного поля линий скольжения в зоне стружкообразования важное значение имеют граничные линии скольжения, где обрабатываемый материал переходит из упругого состояния в пластическое и обратно. Граничная  $\beta$ -линия выходит из точки  $y_{\rm I} = l_{\rm III}$ , где  $z_{\rm II} = 0$  (точка E). Определив  $C_{\rm II}$  в выражении (8), получим:

$$z_{\rm d} = I_{\rm \Pi\Pi} - y_{\rm d} + 2\mu_{\rm \Pi0}I_{\rm n}\ln\left|\frac{I_{\rm y\Pi} + \mu_{\rm \Pi0}I_{\rm n}}{(1 + \mu_{\rm \Pi0})I_{\rm n} + y_{\rm n}}\right|. \tag{9}$$

Граничная  $\alpha$ -линия проходит через вершину  $O(y_{\rm A}=0; z_{\rm A}=0)$  лезвия перпендикулярно к граничной  $\beta$ -линии и задает направление сдвиговой области:

$$z_{\pi} = y_{\pi} + 2\mu_{\Pi 0} I_{\Pi} \ln \left| \frac{I_{\Pi} (1 - \mu_{\Pi 0})}{I_{\Pi} (1 - \mu_{\Pi 0}) - y_{\pi}} \right|.$$
 (10)

Узловая точка A пересечения граничных  $\alpha$ - и  $\beta$ -линий скольжения определяется решением трансцендентного уравнения, полученного приравниванием выражений (9) и (10), численным методом.

Расчеты границ зоны пластичности показали, что  $\alpha$ - и  $\beta$ -линии имеют небольшую вогнутость, увеличивающуюся с уменьшением  $\mu_{\Pi 0}$ . При этом с увеличением  $\mu_{\Pi 0}$  наклон  $\alpha$ -линии к оси  $y_{\rm д}$  увеличивается, а  $\beta$ -линии уменьшается. Предельный коэффициент пластического трения на передней поверхности ( $\mu_{\rm \Pi}=0,5$ ) достигается с увеличением  $\mu_{\Pi 0}$  довольно быстро с началом в точке  $y_{\rm g}=l_{\rm пл}$ . В этом случае внешнее трение между стружкой и инструментом прекращается и прирезцовый слой стружки полностью затормаживается. Начинается образование нароста или застойной зоны, возникает внутреннее трение в материале стружки.

Пластический контакт между задней поверхностью и поверхностью резания (рис. 2) происходит при большей скорости скольжения, но с физической точки зрения он мало отличается от контактных процессов на передней поверхности. Рассмотрим случай, когда  $\alpha_{\rm J}=0$ , т. е. при трении между

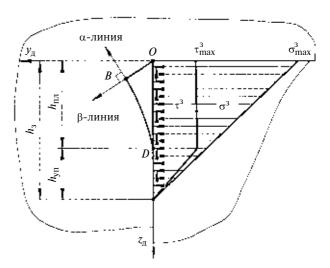


Рис. 2. Схема нагружения задней поверхности лезвия контактными напряжениями

заготовкой и фаской износа лезвия. Общая длина контакта по задней поверхности  $(h_3)$  делится точкой D на участок пластического  $(h_{\Pi\Pi})$  и упругого  $(h_{\Psi\Pi})$  контактов.

Для обеспечения единства полей линий скольжения, прилегающих к передней и задней поверхностям, оси  $z_{\rm д}$  и  $y_{\rm д}$  направим в обратную сторону, поменяв также местами  $\alpha$ - и  $\beta$ -линии скольжения. Будем считать, что распределение контактных напряжений на задней поверхности аналогично распределению напряжений на передней поверхности, т. е. нормальные напряжения  $\sigma_3$  распределены по треугольному закону, а касательные  $\tau_3$  постоянны на пластическом участке.

Тогда:

$$\begin{cases} \tau^3 = \tau_{\text{max}}^3 , \ 0 \le z_{\text{d}} \le h_{\text{пл}}; \\ \\ \tau^3 = \frac{\tau_{\text{max}}^3}{h_3 - h_{\text{пл}}} (h_3 - z_{\text{d}}), \ h_{\text{пл}} \le z_{\text{d}} \le h_3; \\ \\ \sigma^3 = \sigma_{\text{max}}^3 \left(1 - \frac{z_{\text{d}}}{h_3}\right); \\ \\ \mu_3 = \mu_{30} h_3 / (h_3 - z_{\text{d}}); \\ \\ \mu_{30} = \tau_{\text{max}}^3 / \sigma_{\text{max}}^3 . \end{cases}$$

Если известен закон изменения коэффициента  $\mu_3$  трения на задней поверхности, то аналогично анализу передней поверхности, получим следующие выражения для граничных линий:

$$\alpha$$
-линия —  $y_{\pi} = h_{\Pi\Pi} - z_{\pi} + 2\mu_{30}h_{3}\ln\left|\frac{h_{3}(1+\mu_{30}) - h_{\Pi\Pi}}{h_{3}(1+\mu_{30}) - z_{\pi}}\right|;$  (11)

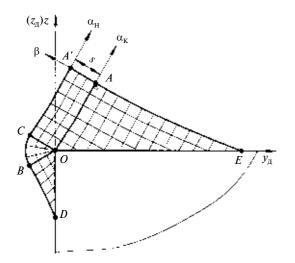
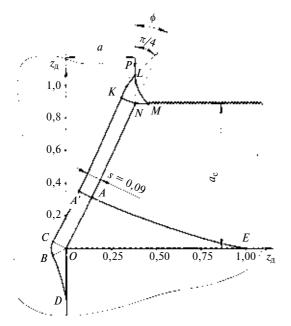


Рис. 3. Поле линий скольжения в зоне вторичных деформаций, прилегающей к лезвию инструмента



**Рис. 4. Пример построения зоны пластичности:**  $a=0,4\,{\rm mm};\ l_{\rm пл}=1\,{\rm mm};\ h_{\rm пл}=0,3\,{\rm mm}$ 

$$\beta$$
-линия —  $y_{\rm I} = z_{\rm II} + 2\mu_{30}h_3\ln\left|\frac{h_3(1-\mu_{30})}{h_3(1-\mu_{30})-z_{\rm II}}\right|$ . (12)

Решив уравнения (11) и (12), определим координаты узловой точки B пересечения граничных линий скольжения.

Соединение двух прилегающих к передней и задней поверхностям полей линий скольжения происходит через центрированный веер СОВ (рис. 3) и область OAA'C почти однородной пластической деформации. Расстояние OC задает толщину s полосы сдвига срезаемого слоя между начальной  $\alpha_{\rm H}$  и конечной  $\alpha_{\rm K}$  линиями скольжения. При достижении в точке D условия  $\mu_3=0,5$  также будет достигнуто полное торможение обрабатываемого мате-

риала и возможно возникновение нароста, форма которого будет эквидистантна фигуре EA'CBD.

Положение сдвиговой области стружкообразования, выходящей на свободную поверхность срезаемого слоя и стружки, зависит от условий трения на передней и задней поверхностях лезвия. Если бы трение отсутствовало, то угол выхода плоскостей скольжения на свободную поверхность составил бы  $\pi/4$ , как это имеет место при осадке заготовки со смазочным материалом при обработке металлов давлением. Эти плоскости называют линиями Чернова—Людерса. Трение на передней поверхности обусловливает изменение направления скольжения, поворачивая его против часовой стрелки. Однако условие выхода на свободную поверхность должно сохраняться, так как в точке L (рис. 4) имеет место одноосное сжатие главным нормальным напряжением, а направление сдвига должно располагаться под углом  $\pi/4$  к нему [7]. Поэтому у свободной поверхности должно происходить искривление направления скольжения. Исходя из этого на рис. 4 построена кинематически возможная сетка линий скольжения в зоне первичных деформаций, ориентированная относительно ранее построенного поля скольжения в области лезвия таким образом, что конечная граница сдвиговой полосы скольжения совпадает с граничной α-линией ОАΝ поля скольжения у передней поверхности. Начальная граница СА' К сдвиговой полосы скольжения эквидистантна конечной *OAN* границы.

В области *KLM*, примыкающей к угловому переходу между наружными поверхностями срезаемого слоя и стружки, происходит поворот начальной границы сдвиговой полосы по часовой стрелке, который обеспечивает выход ее на свободную поверхность под углом  $\pi/4$ . Если предположить, что переходная кривая АМ (кривая А. А. Брикса [2]) представляет собой часть окружности радиуса R, то кривые KL и KM будут представлять собой части логарифмических спиралей. В этой зоне решается задача Коши теории пластичности [5]. Для определения характеристик этих спиралей рассмотрим треугольник *KLM* отдельно (рис. 5). В полярных координатах r,  $\theta$  с центром в точке  $O_1$  уравнение логарифмической спирали, пересекающей все свои радиусы-векторы под углом  $\pi/4$ , имеет вид [7]:

$$r = c e^{\phi}. \tag{13}$$

Для точки L имеем следующее условие прохождения через нее спирали (13):  $\theta_L = \pi$ ;  $r_L = R$ . Заметим, что  $\angle O_1 KO' = \angle LO_1 K = \pi/4 - \phi$ , где  $\phi$  — угол сдвига (угол наклона сдвиговой полосы), который ввиду малой кривизны  $\alpha$ -линии скольжения и небольших размеров зоны KLM можно принять одинаковым для точек P и N. Если взять производную выражения (10), то угол  $\phi$  в точке N определится выражением

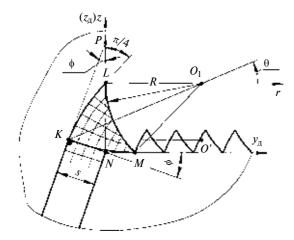


Рис. 5. Переходная зона пластичности между срезаемым слоем и стружкой

$$\mathrm{ctg}\phi = 1 + \frac{2\mu_{\Pi 0}l_{\Pi}}{l_{\Pi}(1 - \mu_{\Pi 0}) - a}.$$

Тогда для точки K логарифмической спирали имеем:  $\theta_K = 5\pi/4 - \phi$ ;  $r_K = O_1 K = (R + s\cos\phi)/\cos(\pi/4 - \phi)$ , где s — толщина сдвиговой полосы. Подставляя полученные значения полярных координат точек L и K в уравнение (13), получим систему уравнений

$$\begin{cases}
R = C_1 e^{\pi}; \\
\frac{R + s \cos \phi}{\cos(\pi/4 - \phi)} = C_1 e^{\frac{5\pi}{4} - \phi},
\end{cases}$$

решая которую, имеем:

$$C_{\rm I} = \frac{s\cos\phi}{e^{\pi} \left[ e^{\frac{\pi}{4} - \phi} \cos\left(\frac{\pi}{4} - \phi\right) - 1 \right]};$$

$$R = \frac{s\cos\phi}{e^{\frac{\pi}{4} - \phi} \cos\left(\frac{\pi}{4} - \phi\right) - 1}.$$
(14)

Учитывая равенства (14) и то, что отрезок KM логарифмической спирали симметричен относительно луча  $O_1K$  отрезку KL, можно в координатах  $y_{\pi}z_{\pi}$  (см. рис. 4) определить положение узловых точек зоны первичных деформаций:

$$L\{a; a_c + R\cos 2\phi\};$$
  
 $K\{a - s\cos \phi; a_c + s\sin \phi\};$   
 $M\{a + R(1 - \sin 2\phi); a_c\}.$ 

Заметим, что в пластическом треугольнике KLM не удается выполнить условие выхода на свободную поверхность стружки под углом  $\pi/4$  граничной логарифмической спирали KM. Представляется, что точка M является точкой бифуркации, с которой начинается пилообразность наружной поверх-

ности стружки. При этом часть зубчика параллельна кривой LM, а другая часть представляет собой отрезок какой-либо внутренней  $\alpha$ -спирали данной зоны пластичности (см. рис. 5). При определенных условиях, задаваемых свойствами обрабатываемого материала и особенностями НДС, данная пилообразность увеличивается, происходит переход от сливной стружки к стружке скалывания.

Значение s или толщины полосы сдвига в формулах (14) определяется как расстояние от начала координат до точки B (см. рис. 4) пересечения граничных  $\alpha$ - и  $\beta$ -линий поля скольжения, прилежащего к задней поверхности. Как отмечалось выше, координаты точки B находятся из решения уравнений (11) и (12) методом последовательных приближений. Расчеты показали, что с увеличением длины контакта (износа) на задней поверхности лезвия величина s увеличивается.

Точка N на рис. 5 имеет координаты  $y_{\pi_N}=a;$   $z_{\pi_N}=a_{\rm c}.$  Подставив в выражение (10) эти значения, получим:

$$a_{\rm c} = a + 2\mu_{\rm \Pi 0} l_{\rm \Pi} \ln \left| \frac{l_{\rm \Pi} (1 - \mu_{\rm \Pi 0})}{l_{\rm \Pi} (1 - \mu_{\rm \Pi 0}) - a} \right|. \tag{15}$$

Введем безразмерную величину  $m=l_{\Pi}/a$ , которая характеризует отношение между толщиной срезаемого слоя и длиной контакта стружки с передней поверхностью лезвия. Учитывая, что  $a_{\rm c}=\zeta_a a$ , можно записать выражение (15) в безразмерном виде:

$$\zeta_a = 1 + 2\mu_{\Pi 0} m \ln \left| \frac{m(1 - \mu_{\Pi 0})}{m(1 - \mu_{\Pi 0}) - 1} \right|. \tag{16}$$

Выражение (16) имеет фундаментальное значение, так как связывает между собой коэффициент усадки стружки, коэффициент трения в вершине лезвия и относительную длину контакта; оно позволяет по любым двум известным параметрам определять третий.

Представленные результаты относятся к плоской задаче расчета НДС. На рис. 6 представлена расчетная схема процесса стружкообразования при несвободном косоугольном резании лезвием с закругленной вершиной и одно из сечений, проведенных под углом схода стружки. Данное сечение по передней поверхности проводится в направлении схода стружки, а по задней — совпадает с главной секущей плоскостью [1]. Последовательно рассматривая ряд подобных сечений, можно построить в объеме всю зону пластичности при несвободном резании. Здесь  $a_i$  — толщина срезаемого слоя в направлении схода стружки і-м сечении;  $a_{ci}$  — толщина стружки в i-м сечении;  $l_{\Pi i}$  полная длина контакта i-го сечения;  $l_{\Pi \Pi i}$  — длина пластического контакта i-го сечения;  $l_{y\pi i}$  —длина

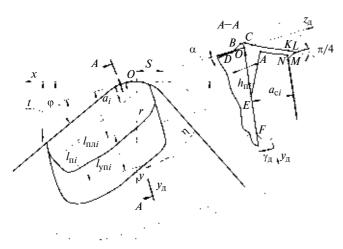


Рис. 6. Расчетная схема НДС при несвободном резании

упругого контакта *i*-го сечения; S — подача; t — глубина резания; r — радиус при вершине;  $\phi$  — главный угол в плане;  $\eta$  — угол схода стружки;  $y_{\rm д}$  — ось абсцисс динамической системы координат;  $\gamma_{\rm д}$  — передний угол в i-м сечении динамической системы координат.

Таким образом, построенное поле линий скольжения при несвободном резании качественно соответствует форме зоны пластичности, установлен-

ной экспериментально с помощью микрофотографии корней сливной стружки [2] и одновременно описывается аналитически путем задания координат узловых точек и уравнений граничных линий скольжения. По этим данным можно рассчитать в любой точке зоны пластичности внутренние напряжения и далее контактные напряжения на рабочих поверхностях лезвия инструмента.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

- 1. **Петрушин С. И., Проскоков А. В.** Теория несвободного резания материалов. Образование стружки с единственной условной поверхностью сдвига// Вестник машиностроения. 2009. № 11. С. 56—63.
- 2. **Зорев Н. Н.** Вопросы механики процесса резания металлов. М.: Машгиз, 1956. 368 с.
- 3. **Петрушин С. И.** Введение в теорию несвободного резания материалов. Томск: Изд-во ТПУ, 1999. 97 с.
- 4. **Армарего И. Дж. А., Браун Р. Х.** Обработка металлов резанием. М.: Машиностроение. 1977. 325 с.
- 5. **Гольдшмидт М.** Г. Деформации и напряжения при резании металлов. Томск: STT, 2001. 180 с.
- 6. **Полетика М. Ф.** Контактные нагрузки на режущих поверхностях инструмента. М.: Машиностроение, 1969. 150 с.
- 7. Сторожев М. В., Попов Е. А. Теория обработки металлов давлением. М.: Машиностроение, 1977. 423 с.

УДК 621.7.9

Ф. Н. АБРАМОВ, канд. техн. наук (Национальный технический университет Украины "КПИ", г. Киев), e-mail: tmmmi@users.ntu-kpi.kiev.ua

### Точность базирования заготовок с отверстиями на цилиндрическом и срезанном пальцах

Описаны основные факторы, влияющие на точность базирования заготовок с отверстиями на цилиндрическом и срезанном пальцах. Получены аналитические зависимости для определения погрешностей базирования, возникающих от действия каждого фактора в отдельности и при их совместном проявлении. Даны рекомендации по минимизации вероятных погрешностей базирования.

**Ключевые слова:** базирование заготовок с отверстиями, аналитические зависимости, погрешности базирования.

Basic factors, influencing on the basing accuracy of blanks with holes on cylindrical and cut fingers, are described. Analytic dependences have been obtained allowing determine the basing errors, conditioned by the effect of every factor individually and their combined action also. Recommendations on the probable basing errors minimization are given.

Keywords: basing of blanks with holes, analytical dependences, basing error.

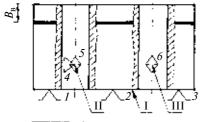
Заготовки для деталей типа корпусов, рычагов, кронштейнов и др. при обработке часто базируют на цилиндрическом и срезанном пальцах. В таких случаях об-

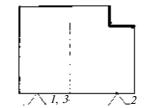
работанную плоскую поверхность используют для задания постоянно-координатной установочной технологической базы, а оси двух перпендикулярных к

ней отверстий — для назначения переменно-координатных двойной опорной и опорной технологических баз (здесь и в дальнейшем используются термины и понятия, изложенные в работах автора  $[1 \div 4]$ ).

Базирование таких заготовок может быть как с совмещением, так и без совмещения баз. Принято считать, что в первом случае погрешность базирования вызывает один фактор: использование переменно-координатных технологических баз. Во втором случае к этому фактору добавляют еще один: несовмещенность баз. В то же время не учитывают такие не менее важные факторы, как погрешность взаимного расположения (отклонение от перпендикулярности) осей отверстий и установочной базовой поверхности, погрешности формы последней.

Кроме того, игнорируются факторы, которые не вызывают погрешности базирования, но су-





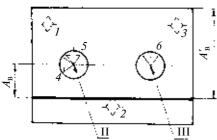


Рис. 1. Теоретическая схема базирования призматической заготовки с отверстиями на цилиндрическом и срезанном пальцах:

 $A_{\rm B},~A_{\rm B}'$  — размеры выполняемые при базировании заготовки соответственно с совмещением и без совмещения баз; I — постоянно-координатная установочная технологическая база; II и III — переменно-координатные двойная опорная и опорная технологические базы;  $1\div 6$  — координатные точки

щественно влияют на ее величину: форма и размеры контактных поверхностей опор и центрирующих поясков пальцев, схема расположения опор на установочной технологической базе и место расположения поясков пальцев по высоте нормируемых участков отсчетных баз.

В ряде работ [5, 6 и др.] изложены результаты анализа влияния некоторых из указанных выше факторов на точность базирования заготовок. Однако эти исследования носили упрощенный характер и поэтому не отражали в полной мере состояние вопроса. Поэтому возникла необходимость комплексного исследования влияния всех факторов на точность базирования заготовок. Ниже приведены результаты такого исследования применительно к заготовкам для призматических деталей с отверстиями (рассмотрено базирование таких заготовок, как с совмещением, так и без совмещения баз). При использовалась исследовании теоретическая схема базирования заготовок (рис. 1).

Для упрощения расчетов был принят ряд ограничений и оговорены некоторые исходные условия.

1. Допуски диаметров отверстий и пальцев принимались попарно одинаковыми. В этом случае погрешность базирования для обоих размеров, связывающих

обработанную поверхность с осями отверстий, будет одинаковой (некоторые авторы [7, 8] ошибочно считают, что заданный на рис. 1 размер  $A_{\rm B}$  связывает обработанную поверхность не с осями отверстий, а с проведенной через них плоскостью).

- 2. Использовались специальные опоры с конической рабочей поверхностью, гарантированно обеспечивающие точечный контакт с реальной поверхностью заготовки. Для случаев использования стандартизованных опор предусматривается введение расчетные зависимости некоторого поправочного коэффициента  $K_0$ . Руководствуясь известными экспериментальными данными [9], его величину можно ориентировочно принимать для сферических опор  $K_{\text{с.о}} = 0.7$ , для плоских опор  $K_{\text{п.о}} = 0.5$  и для опорных пластин  $K_{\text{о.п}} = 0.3$ .
- 3. Рассматривалась одна схема расположения опор на установочной технологической базе. Предварительные расчеты показали, что в рассматриваемом случае на величину погрешности базирования, возникающей из-за погрешности формы установочной базовой поверхности, схема расположения указанных опор не влияет.
- 4. Анализировалась погрешность базирования для выполняемого размера в зависимости от действия каждого фактора в

отдельности, затем находилась ее суммарная величина.

### 1. Анализ точности базирования заготовки с совмещением баз

Теоретическая схема базирования заготовки показана на рис. 1. В рассматриваемом случае погрешность базирования для выполняемого размера  $A_{\rm B}$  будет вызывать следующие основные факторы: 1) использование переменно-координатных опорной и двойной опорной технологических баз; 2) погрешность взаимного расположения осей отверстий и установочной технологической базы; 3) погрешность формы реальной установочной базы.

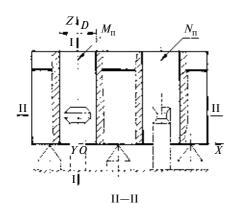
Кроме того, на величину возникающей погрешности базирования будут оказывать существенное влияние дополнительные факторы: 1) форма и размеры контактных поверхностей опор; 2) место расположения центрирующих поясков пальцев по высоте нормируемых участков отсчетных баз.

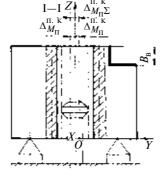
В расчетах погрешностей базирования, возникающих при воздействии одного отдельно взятого фактора, влиянием всех остальных факторов будем пренебрегать.

# 1.1. Расчет погрешности базирования, возникающей из-за использования переменно-координатных технологических баз

Искомую погрешность базирования будем рассчитывать с использованием реальной схемы базирования (рис. 2). Отсчетной базой для размера  $A_{\rm B}$  является ось  $M_{\rm II}$ , а ее нормируемым участком будет отрезок длиной  $B_{\rm B}$ , где  $B_{\rm B}$  — высота обрабатываемого уступа (указанные здесь отсчетная база и ее нормируемый участок сохраняются при расчетах погрешностей базирования, возникающих под влиянием остальных факторов).

Предельное поле рассеяния отклонений  $\Delta_{M_\Pi^{\Sigma}}^{\Pi.K}$  оси  $M_\Pi$  относи-





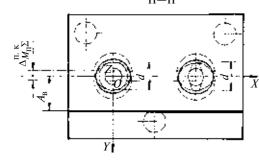


Рис. 2. Реальная схема базирования заготовки с совмещением баз для расчета погрешности базирования, возникающей из-за использования переменно-координатных технологических баз

тельно плоскости XOZ в секущей плоскости I—I может быть найдено по известной формуле [9]

$$\Delta_{M_{\Pi}\Sigma}^{\Pi.K} = 2\Delta_{M_{\Pi}}^{\Pi.K} =$$

$$= IT_D + IT_d + \Delta_{\min}, \qquad (1)$$

где  $\Delta_{M_{\Pi}\Sigma}^{\Pi,K}$  — линейное отклонение оси  $M_{\Pi}$  относительно плоскости XOZ в секущих плоскостях I-I и II-II;  $IT_D$  и  $IT_d$  — соответственно допуски диаметров D отверстия и d пальца;  $\Delta_{\min}$  — минимальный гарантированный зазор в сопряжении пальца с отверстием.

Принимая поле  $\Delta_{M_{\Pi}\Sigma}^{\Pi.K}$  за искомую погрешность базирования, можем записать

$$\varepsilon_{6A_n}^{\Pi.K} = IT_D + IT_d + \Delta_{\min}.$$
 (2)

# 1.2. Расчет погрешности базирования, возникающей из-за погрешности взаимного расположения осей отверстий и установочной базовой поверхности

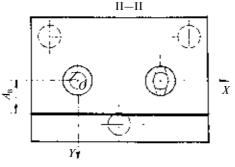
Расчет осуществляем с использованием реальной схемы базирования заготовки (рис. 3).

Предельные поля  $\Delta_{M_\Pi\Sigma}^{\mathrm{B.p}}$  и

 $\Delta_{1\,M_\Pi\Sigma}^{\mathrm{B.p}}$  рассеяния угловых отклонений оси  $M_\Pi$  относительно плоскости XOZ в секущей плоскости I-I соответственно на расчетных длинах  $B_{\mathrm{p.d}}$  и  $B_{\mathrm{p.d}}'$  таковы:

$$\Delta_{M_{\Pi}\Sigma}^{\text{B.p}} = 2\Delta_{M_{\Pi}}^{\text{B.p}} = 2B_{\text{p.d}} \operatorname{tga}; \quad (3)$$

$$Z_{\mathbf{I}}$$
  $M_{\Pi}$   $N_{\Pi}$   $N$ 



$$\Delta_{1M_{T}\Sigma}^{\text{B.p}} = 2\Delta_{1M_{T}}^{\text{B.p}} = 2B'_{\text{p.J}}\text{tg}\alpha, (4)$$

где  $\Delta_{M_{\Pi}}^{\text{B,p}}$  и  $\Delta_{1\,M_{\Pi}\Sigma}^{\text{B,p}}$  — угловые отклонения оси  $M_{\Pi}$  относительно плоскости XOZ в секущей плоскости I-I соответственно на расчетных длинах  $B_{\text{р,д}}$  и  $B_{\text{р,д}}'$  (здесь и в дальнейшем угловые отклонения выражаются в линейных единицах);  $\alpha$  — угол наклона оси  $M_{\Pi}$  относительно плоскости XOZ в секущей плоскости I-I.

Из рис. 3 можно определить

$$tg\alpha = \frac{IT_{M_{\Pi} \perp E_{\Pi}}}{B_{p,\Pi}}, \qquad (5)$$

где  $IT_{M_\Pi \perp E_\Pi}$  — допуск перпендикулярности оси  $M_\Pi$  к плоскости  $E_\Pi$ ;  $B_{\rm p.g}$  — ранее выполненный размер.

С учетом формулы (5) зависимости (3) и (4) примут вид:

$$\Delta_{M_{\Pi}\Sigma}^{\text{B.p.}} = \frac{2B_{\text{p.J.}}}{B_{\text{p.B}}} IT_{M_{\Pi} \perp E_{\Pi}};$$
 (6)

$$\Delta_{1\,M_{\Pi}\Sigma}^{\rm B,p} = \frac{2\,B_{\rm p,\pi}'}{B_{\rm p,B}}\,IT_{M_{\Pi}\,\perp\,E_{\Pi}}.\quad(7)$$

Как видно из зависимостей (6) и (7), на величину получае-

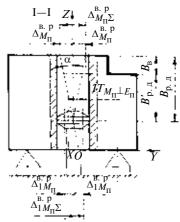


Рис. 3. Реальная схема базирования заготовки с совмещением баз для расчета погрешности базирования, возникающей из-за погрешности взаимного расположения осей отверстий и установочной технологической базы

мых полей существенное влияние оказывает место расположения центрирующих поясков пальцев по высоте нормируемого участка отсчетной базы  $M_{\Pi}$ , определяемое размерами  $B_{\rm p, I}$  и  $B'_{\rm p, I}$ . Изменением соотношения этих размеров можно управлять величинами указанных полей. Так, при  $B_{\rm p, I} > B'_{\rm p, I}$  наибольшим будет поле, получаемое по формуле (6), и наоборот, при  $B'_{\rm p, I} > B_{\rm p, I}$  наибольшим становится поле, рассчитываемое по формуле (7).

Принимая наибольшее из получаемых полей в качестве рассматриваемой погрешности базирования, будем иметь:

а) при 
$$B_{\rm p, II} > B_{\rm p, II}'$$

$$\epsilon_{6A_{\rm B}}^{\rm B.p} = \frac{2B_{\rm p.J.}}{B_{\rm p.B}} IT_{M_{\rm II} \perp E_{\rm II}}, \quad (8)$$

б) при 
$$B'_{\rm p, I} > B_{\rm p, I}$$

$$\epsilon_{6A_{\rm B}}^{\rm B.p} = \frac{2B_{\rm p.H}'}{B_{\rm p.B}} IT_{M_{\rm H} \perp E_{\rm H}}.$$
(9)

При 
$$B_{\rm p.д} = B_{\rm p.д}' = \frac{1}{2} \, B_{\rm B}$$
 по-

грешность базирования будет минимальной:

$$\varepsilon_{6A_{\rm B}{\rm min}}^{\rm B.p} = \frac{B_{\rm B}}{B_{\rm D.B}} IT_{M_{\rm \Pi} \perp E_{\rm \Pi}}.$$
 (10)

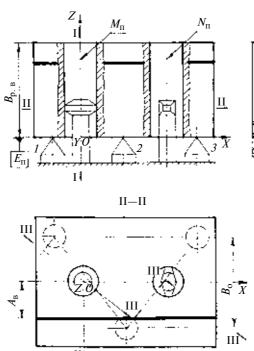
В свою очередь при  $B_{\rm p,g} = B_{\rm p,B}$  погрешность базирования будет максимальной:

$$\varepsilon_{6A_{\rm B}}^{\rm B.p} = 2IT_{M_{\rm \Pi} \perp E_{\rm \Pi}}.$$
 (11)

# 1.3. Расчет погрешности базирования, возникающей из-за погрешности формы реальной установочной базы

Реальная схема базирования заготовки показана на рис. 4.

Возможны следующие случаи контакта опор I, 2, 3 с реальной базовой поверхностью  $E_{\rm p}$ : 1) все опоры контактируют с максимальными выступами или впадинами макронеровностей; 2) две опоры контактируют с максимальными выступами, а третья опора — с максимальной впади-



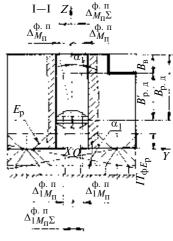


Рис. 4. Реальная схема базирования заготовки с совмещением баз для расчета погрешности базирования, возникающей из-за погрешности формы реальной установочной технологической базы

ной или соответственно наоборот. В первом случае можно принять, что погрешность формы поверхности  $E_{\rm p}$  не вызывает погрешность базирования для выполняемого размера  $A_{\rm B}$ . Во втором случае будут возникать угловые отклонения прилегающей плоскости  $E_{\rm n}$  относительно плоскости XOY, что, в свою очередь, будет вызывать угловые отклонения оси  $M_{\rm n}$  относительно плоскости XOZ. Этот случай и будем рассматривать при анализе данной погрешности базирования.

При ее расчете необходимо анализировать угловые отклонения оси  $M_\Pi$  относительно плоскости XOZ, происходящие из-за угловых отклонений плоскости  $E_\Pi$  в секущих плоскостях I-I и III-III. При этом следует иметь в виду, что возникающие в секущей плоскости III-III угловые отклонения оси  $M_\Pi$  следует пересчитывать в угловые отклонения ее в направлении секущей плоскости I-I, совпадающей с направлением выполняемого размера  $A_{\rm R}$ .

Определив предельные поля рассеяния отклонений оси  $M_{\Pi}$  в указанных секущих плоскостях, принимаем наибольшее из них

в качестве искомой погрешности базирования.

Предварительно выполненные расчеты показали, что предельное поле рассеяния отклонений оси  $M_\Pi$  относительно плоскости XOZ в секущей плоскости III—III получается в рассматриваемом случае всегда меньше поля рассеяния отклонений непосредственно в секущей плоскости I—I. Поэтому его исключаем из дальнейших расчетов погрешности базирования.

Предельные поля  $\Delta_{M_\Pi\Sigma}^{\Phi.\Pi}$  и

 $\Delta_{1\,M_\Pi\Sigma}^{\Phi,\Pi}$  оси  $M_\Pi$  рассеяния отклонений относительно плоскости XOZ в секущей плоскости I-I соответственно на расчетных длинах  $B_{\rm p,\Pi}$  и  $B_{\rm p,\Pi}'$  таковы:

$$\Delta_{M_{\Pi}\Sigma}^{\Phi,\Pi} = 2\Delta_{M_{\Pi}}^{\Phi,\Pi} = 2B_{p,\Pi} \operatorname{tg}\alpha_{1}, (12)$$

$$\Delta_{1\,M_{\Pi}\Sigma}^{\Phi.\Pi} = 2\Delta_{1\,M_{\Pi}}^{\Phi.\Pi} = 2\,B'_{p,\pi} tg\alpha_1, (13)$$

где  $\Delta_{M_\Pi}^{\Phi,\Pi}$  и  $\Delta_{1M_\Pi}^{\Phi,\Pi}$  — угловые отклонения оси  $M_\Pi$  относительно плоскости XOZ в секущей плоскости I-I соответственно на расчетных длинах  $B_{\rm p, T}$  и  $B_{\rm p, T}'$ ;  $\alpha_1$  — угол наклона оси  $M_{\rm II}$  относительно плоскости XOZ в секущей плоскости I—I (равен углу  $\alpha_1$  наклона плоскости  $E_{\rm II}$  относительно плоскости XOY в этой же секущей плоскости).

Из рис. 4 получим:

$$tg\alpha_1 = IT_{\Phi E_n}/B_0, \qquad (14)$$

где  $IT_{\Phi E_{\rm p}}$  — допуск формы реальной поверхности  $E_{\rm p}$ ;  $B_{\rm o}$  — расстояние между опорами в секущей плоскости I—I.

С учетом выражения (14) зависимости (12) и (13) примут вид:

$$\Delta_{M_{\Pi}\Sigma}^{\Phi.\Pi} = \frac{2B_{\mathrm{p}.\Pi}}{B_{\mathrm{o}}} IT_{\Phi E_{\mathrm{p}}}, \qquad (15)$$

$$\Delta_{1M_{\Pi}\Sigma}^{\Phi,\Pi} = \frac{2B'_{\mathsf{p},\Pi}}{B_{\mathsf{o}}} IT_{\Phi}E_{\mathsf{p}}.$$
 (16)

Как было отмечено в п. 1.2, на величину получаемых полей оказывает существенное влияние место расположения центрирующих поясков пальцев по высоте нормируемого участка базы  $M_{\Pi}$ .

При  $B_{\rm p. T} > B_{\rm p. T}'$  наибольшим будет поле, получаемое по формуле (15), и наоборот, при  $B_{\rm p. T}' > B_{\rm p. T}$  наибольшим становится поле, рассчитываемое по формуле (16).

Тогда с учетом поправочного коэффициента  $K_0$ , получим:

а) при 
$$B_{\rm p.д} > B_{\rm p.л}'$$

$$\varepsilon_{0A_{\rm B}}^{\Phi,\Pi} = 2K_{\rm o}\frac{B_{\rm p,H}}{B_{\rm o}}IT_{\Phi E_{\rm p}},\qquad(17)$$

б) при  $B'_{\rm p, II} > B_{\rm p, II}$ 

$$\varepsilon_{6A_{\rm B}}^{\Phi,\Pi} = 2K_0 \frac{B'_{\rm p,\Pi}}{B_0} IT_{\Phi E_{\rm p}}.$$
 (18)

При  $B_{\rm p, J} = B_{\rm p, J}' = B_{\rm B}/2$  погрешность базирования будет минимальной:

$$\varepsilon_{0A_{\rm B}\min}^{\Phi.\Pi} = K_{\rm o} \frac{B_{\rm B}}{B_{\rm o}} IT_{\Phi E_{\rm p}}.$$
 (19)

В свою очередь при  $B_{\rm p, I} = B_{\rm p, I}'$  погрешность базирования будет максимальной:

$$\varepsilon_{6A_{\rm B}}^{\Phi,\Pi} = 2K_{\rm O} \frac{B_{\rm p.\pi}}{B_{\rm O}} IT_{\Phi E_{\rm p}}.$$
 (20)

### 1.4. Расчет суммарной погрешности базирования для выполняемого размера $A_{\rm R}$

На основании полученных выше расчетных зависимостей можем записать общую формулу для определения суммарной погрешности базирования в виде:

$$\varepsilon_{6A_{R}}^{\text{CYM}} = \varepsilon_{6A_{R}}^{\Pi.K} + \varepsilon_{6A_{R}}^{B.p} + \varepsilon_{6A_{R}}^{\Phi.\Pi},$$

где  $\varepsilon_{6A_{\rm B}}^{\rm п.K}$ ,  $\varepsilon_{6A_{\rm B}}^{\rm B.p}$ ,  $\varepsilon_{6A_{\rm B}}^{\rm \phi.n}$  определяются соответственно по формулам (2); (8) или (9); (17) или (18).

Минимальная суммарная погрешность базирования может быть рассчитана по формуле

$$\begin{split} \epsilon^{\text{CyM}}_{6A_{\text{B}}\text{min}} &= \\ &= \epsilon^{\text{II.K}}_{6A_{\text{B}}} \, + \, \epsilon^{\text{B.P}}_{6A_{\text{B}}\text{min}} \, + \, \epsilon^{\text{\phi.II}}_{6A_{\text{B}}\text{min}} \, , \end{split}$$

где  $\epsilon_{6A_{\rm B}{\rm min}}^{{\rm B.p}}$  и  $\epsilon_{6A_{\rm B}{\rm min}}^{{\rm \phi.n}}$  находятся по формулам (10) и (19).

Максимальная суммарная погрешность базирования будет определяться по зависимости:

$$\begin{split} \epsilon^{\text{cym}}_{6A_{\text{B}}\text{max}} &= \\ &= \epsilon^{\text{п.к}}_{6A_{\text{B}}} \, + \, \epsilon^{\text{B.p}}_{6A_{\text{B}}\text{max}} \, + \, \epsilon^{\varphi.\pi}_{6A_{\text{B}}\text{max}} \, , \end{split}$$

где  $\varepsilon_{6A_{\rm B}}^{\rm B.p}$  и  $\varepsilon_{6A_{\rm B}}^{\rm \phi.n}$  находятся по формулам (11) и (20).

### 2. Анализ точности базирования заготовки без совмещения баз

Теоретическая схема базирования заготовки показана на рис. 1. В рассматриваемом случае кроме указанных в п. 1 основных факторов появляется еще один: несовмещенность опорной и двойной опорной технологических баз с отсчетной базой для выполняемого размера  $A_p'$ .

### 2.1. Расчет погрешности базирования, возникающей из-за несовмещения баз

Реальная схема базирования заготовки представлена на рис. 5.

Отсчетной базой для выполняемого размера  $A_{\rm B}'$  является прилегающая плоскость  $H_{\rm II}$ , а нормируемым участком служит площадка на ней с размерами  $B_{\rm B} \times C_{\rm p.B}$ , где  $B_{\rm B}$  — высота обра-

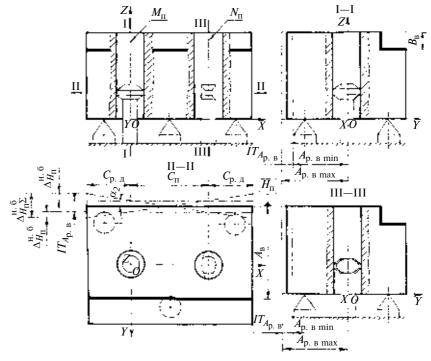


Рис. 5. Реальная схема базирования заготовки для расчета погрешности базирования, возникающей из-за несовмещения баз

батываемого уступа, а  $C_{\rm p.B}$  — ранее выполненный размер (указанные здесь отсчетная база и ее нормируемый участок сохраняются при расчетах погрешностей базирования, возникающих в результате влияния остальных факторов).

В данном случае база  $H_{\Pi}$  может иметь отклонения относительно плоскости ХОХ в секущих плоскостях I—I, II—II и III—III. В секущих плоскостях І-І и III—III могут возникать линейные и угловые отклонения базы  $H_{\Pi}$ , не выходящие за пределы допуска ранее выполненного размера  $A_{\rm p.B}$ . При этом крайние положения базы  $H_{\Pi}$  будут располагаться параллельно плоскости XOZ. В секущей плоскости II—II к указанным выше отклонениям будут добавляться угловые отклонения базы  $H_{\Pi}$  на расчетной длине  $C_{p,\pi}$ . Поскольку в последнем случае предельное поле рассеяния отклонений базы  $H_{\Pi}$  всегда будет больше тех, которые могут возникать в секущих плоскостях I—I и III—III, то это и будем учитывать при расчете рассматриваемой погрешности базирования.

Предельное поле  $\Delta_{H_\Pi\Sigma}^{\mathrm{H.6}}$  рассеяния отклонений базы  $H_\Pi$  относительно плоскости XOZ в секущей плоскости II-II может быть рассчитано по формуле

$$\Delta_{H_{\Pi}\Sigma}^{\text{H.6}} = IT_{A_{\text{p.B}}} + 2\Delta_{H_{\Pi}}^{\text{H.6}} =$$

$$= IT_{A_{\text{p.B}}} + 2C_{\text{p.J}} \text{tg}\alpha_{2}, \quad (21)$$

где  $\Delta_{H_{\Pi}}^{\mathrm{H.6}}$  — угловое отклонение базы  $H_{\Pi}$  относительно плоскости XOZ в секущей плоскости II—II на расчетной длине  $C_{\mathrm{p.д}}$ ;  $\alpha_2$  — угол наклона базы  $H_{\Pi}$  относительно плоскости XOZ в этой же секущей плоскости (указанный угол может возникать при несовпадении предельных размеров  $A_{\mathrm{p.8\,max}}$  и  $A_{\mathrm{p.8\,min}}$  на осях  $M_{\Pi}$  и  $N_{\Pi}$  отверстий).

Согласно рис. 5 величина  $tg\alpha_2$  может быть найдена по формуле

$$tg\alpha_2 = IT_{A_{p,B}}/C_{\Pi}, \qquad (22)$$

где  $C_{\Pi}$  — расстояние между пальцами.

Подставив выражение (22) в формулу (21) и проведя преобразования, получим:

$$\Delta_{H_{\Pi}\Sigma}^{\text{H.6}} = \left(1 + \frac{2C_{\text{p.}\pi}}{C_{\Pi}}\right) IT_{A_{\text{p.B}}}.$$
 (23)

Приняв поле  $\Delta_{H_{\Pi}\Sigma}^{\mathrm{H.6}}$  за искомую погрешность базирования, получим:

$$\epsilon_{\bar{0}A'_{\rm B}}^{\rm H.\bar{6}} = \left(1 + \frac{2C_{\rm p,I}}{C_{\rm m}}\right)IT_{A_{\rm p,B}}.$$
 (24)

# 2.2. Расчет погрешности базирования, возникающей из-за использования переменно-координатных технологических баз

Реальная схема базирования заготовки изображена на рис. 6.

База  $H_{\Pi}$  может иметь отклонения относительно плоскости XOZ в секущих плоскостях I—I и II—II. Предельное поле рассеяния отклонений базы  $H_{\Pi}$  относительно плоскости XOZ в секущей плос-

кости I-I может быть найдено по формуле

$$\begin{split} & \Delta_{H_\Pi \Sigma}^{\Pi.K} = \Delta_{M_\Pi \Sigma}^{\Pi.K} = \\ & = IT_D + IT_d + \Delta_{\min}, \end{split}$$

где  $\Delta_{M_\Pi^\Sigma}^{\Pi.K}$  определяется по ранее полученной формуле (2).

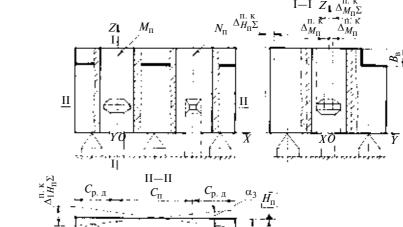
Предельное поле  $\Delta_{1H_{\Pi}\Sigma}^{\Pi.K}$  рассеяния отклонений базы  $H_{\Pi}$  относительно плоскости XOZ в секущей плоскости II—II будет:

$$\Delta_{1H_{\Pi}\Sigma}^{\Pi.K} = \Delta_{F_{\Pi}\Sigma}^{\Pi.K} =$$

$$= \Delta_{M_{\Pi}\Sigma}^{\Pi.K} + 2\Delta_{F_{\Pi}}^{\Pi.K} = IT_D + IT_d +$$

$$+ \Delta_{\min} + 2C_{p,\Pi} tg\alpha_3, \qquad (25)$$

где  $\Delta_{F_\Pi^\Sigma}^{\Pi.K}$  — предельное поле рассеяния отклонений плоскости  $F_\Pi$ , проведенной через оси  $M_\Pi$  и  $N_\Pi$  отверстий, относительно плоскости XOZ в секущей плоскости II—II;  $\Delta_{M_\Pi^\Sigma}^{\Pi.K}$  — предельное поле рассеяния отклонений оси  $M_\Pi$ , определяемое по формуле (1);  $\Delta_{F_\Pi}^{\Pi.K}$  — угловое отклонение плоскости  $F_\Pi$  относительно плоскости XOZ в секущей плоскости II—II на рассекущей плоскости II—II на рас



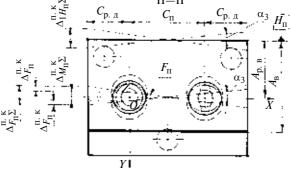


Рис. 6. Реальная схема базирования заготовки без совмещения баз для расчета погрешности базирования, возникающей из-за использования переменно-координатных технологических баз

четной длине  $C_{\rm p.д}$ ;  $\alpha_3$  — угол наклона плоскости  $F_{\Pi}$  относительно плоскости XOZ в секущей плоскости II—II.

Согласно рис. 6

$$tg\alpha_3 =$$

$$=\frac{\Delta_{M_{\Pi}\Sigma}^{\Pi.K}}{C_{\Pi}}=\frac{IT_{D}+IT_{d}+\Delta_{\min}}{C_{\Pi}}\,. \eqno(26)$$

Подставив зависимость (26) в формулу (25) и проведя преобразования, получим:

$$\Delta_{1H_{\Pi}\Sigma}^{\Pi.K} = \left(1 + \frac{2C_{\text{p.}\Pi}}{C_{\Pi}}\right) \times (IT_D + IT_d + \Delta_{\min}).$$

Так как  $\Delta_{1H_{\Pi}\Sigma}^{\Pi.K} \geq \Delta_{H_{\Pi}\Sigma}^{\Pi.K}$  , то его и принимаем в качестве искомой погрешности базирования. В результате можем записать:

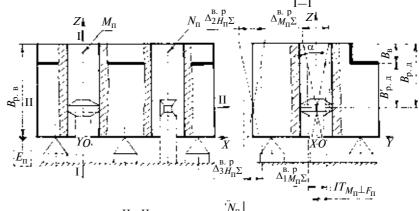
$$\varepsilon_{6A'_{B}}^{\Pi.K} = \left(1 + \frac{2C_{p,\pi}}{C_{\Pi}}\right) \times (IT_{D} + IT_{d} + \Delta_{\min}). \tag{27}$$

### 2.3. Расчет погрешности базирования, возникающей из-за погрешности взаимного расположения осей отверстий и установочной технологической базы

При расчете погрешности базирования  $\epsilon_{6A'_{R}}^{\text{H.6}}$  (см. п. 2.1) не учитывалась погрешность взаимного расположения (отклонение от перпендикулярности) оси  $M_{\pi}$ отверстия и плоскости  $E_{\Pi}$ . В этом случае крайние положения базы  $H_{\Pi}$ , найденные в секущей плоскости І-І, располагались параллельно плоскости ХОХ.

При определении искомой погрешности базирования будет учитываться отклонение от перпендикулярности оси  $M_{\Pi}$  к плоскости  $E_{\Pi}$ . При таких условиях будут возникать угловые отклонения крайних положений базы  $H_{\Pi}$ относительно плоскости ХОХ. Величины этих отклонений зависят от соотношения допусков перпендикулярности  $IT_{H_\Pi \perp E_\Pi}$ 

базы  $H_\Pi$  и  $IT_{M_\Pi \perp E_\Pi}$  оси  $M_\Pi$ 



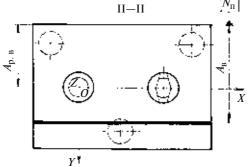


Рис. 7. Реальная схема базирования заготовки без совмещения баз для расчета погрешности базирования, возникающей из-за погрешности взаимного расположения осей отверстий и установочной технологической базы

к плоскости  $E_{\Pi}$ . При  $IT_{H_{\Pi}\perp E_{\Pi}} \geqslant$  $\geqslant IT_{M_\Pi \perp E_\Pi}$  предельные угловые отклонения крайних положений базы  $H_{\Pi}$  относительно плоскости ХОХ будут ограничиваться величиной допуска  $IT_{M_\Pi \perp E_\Pi}$ . В дру-

гих случаях указанные отклонения крайних положений базы  $H_\Pi$  всегда будут меньше угловых отклонений оси  $M_{\Pi}$  относительно плоскости ХОХ. Погрешностью базирования, возникающей в таких случаях, можно пренебрегать.

Реальная схема базирования заготовки, используемая для расчета рассматриваемой в данном случае погрешности базирования, показана на рис. 7.

Предельные поля  $\Delta_{2H-\Sigma}^{\mathrm{B.p}}$  и  $\Delta_{3H}^{\text{B.p}}$  рассеяния отклонений крайних положений базы  $H_{\Pi}$  относительно плоскости XOZ в секущей плоскости І-І на расчетных длинах  $B_{\rm p.д}$  и  $B_{\rm p.д}'$  таковы:

$$\Delta_{2H_{\Pi}\Sigma}^{\text{B.p}} = \Delta_{M_{\Pi}\Sigma}^{\text{B.p}} =$$

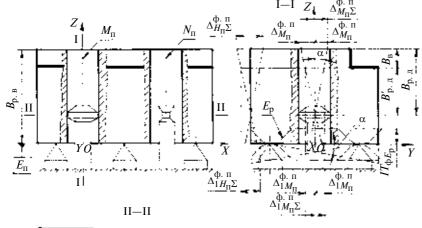
$$\begin{split} &= \frac{2B_{\rm p, I}}{B_{\rm p, B}} \, IT_{M_{\rm II} \perp E_{\rm II}}, \\ &\Delta_{3H_{\rm II} \Sigma}^{\rm B.p} = \Delta_{1M_{\rm II} \Sigma}^{\rm B.p} = \\ &= \frac{2B_{\rm p, II}'}{B_{\rm p, IR}} \, IT_{M_{\rm II} \perp E_{\rm II}}, \end{split}$$

где поля  $\Delta_{M_\Pi\Sigma}^{\mathrm{B.p}}$  и  $\Delta_{1\,M_\Pi\Sigma}^{\mathrm{B.p}}$  определяются по ранее полученным формулам (6) и (7).

Это значит, что при обеих схемах базирования заготовки (с совмещением и без совмещения баз) погрешность взаимного расположения осей отверстий и установочной технологической базы вызывает одинаковые погрешности базирования. Следовательно, в рассматриваемом случае искомую погрешность базирования можно рассчитывать по ранее полученным зависимостям (8)  $\div$  (11).

### 2.4. Расчет погрешности базирования, возникающей из-за погрешности формы реальной установочной базы

Реальная схема базирования заготовки изображена на рис. 8.



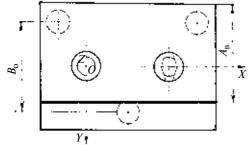


Рис. 8. Реальная схема базирования заготовки без совмещения баз для расчета погрешности базирования, возникающей из-за погрешности формы реальной установочной технологической базы

Руководствуясь информацией, изложенной в п. 1.3, будем анализировать отклонения отсчетной базы  $H_{\Pi}$  относительно плоскости XOZ в секущей плоскости I-I.

Предельные поля  $\Delta_{H_{\Pi}\Sigma}^{\Phi,\Pi}$  и  $\Delta_{1H_{\Pi}\Sigma}^{\Phi,\Pi}$  рассеяния отклонений базы  $H_{\Pi}$  относительно плоскости XOZ в секущей плоскости I-I на расчетных длинах  $B_{\mathrm{p,q}}$  и  $B_{\mathrm{p,q}}'$  могут быть найдены по формулам:

$$\Delta^{\phi.\pi}_{H_{\Pi}\Sigma} = \Delta^{\phi.\pi}_{M_{\Pi}\Sigma} = \frac{2B_{\rm p.\pi}}{B_{\rm o}} IT_{\phi E_{\rm p}};$$

$$\Delta_{1H_{\Pi}\Sigma}^{\Phi,\Pi} = \Delta_{1M_{\Pi}\Sigma}^{\Phi,\Pi} = \frac{2B'_{\mathrm{p},\Pi}}{B_{\mathrm{o}}} IT_{\Phi E_{\mathrm{p}}},$$

где поля  $\Delta_{M_\Pi\Sigma}^{\Phi,\Pi}$  и  $\Delta_{1M_\Pi\Sigma}^{\Phi,\Pi}$  определяются по зависимостям (15) и (16).

Из этого следует, что рассматриваемую погрешность базирования также можно рассчитывать

по ранее полученным зависимостям  $(17) \div (20)$ .

### 2.5. Расчет суммарной погрешности базирования для выполняемого размера $A_p^{\prime}$

С учетом полученных выше расчетных зависимостей можно записать общую формулу для определения суммарной погрешности базирования для размера  $A_{\rm B}'$  в следующем виде:

$$\begin{split} \epsilon^{\text{CYM}}_{\vec{6}A_{\text{B}}'} &= \epsilon^{\text{H.}\vec{6}}_{\vec{6}A_{\text{B}}'} \; + \; \epsilon^{\text{\Pi.}\text{K}}_{\vec{6}A_{\text{B}}'} \; + \\ &+ \; \epsilon^{\text{B.}\text{P}}_{\vec{6}A_{\text{D}}'} \; + \; \epsilon^{\Phi.\Pi}_{\vec{6}A_{\text{D}}'} \; , \end{split}$$

где  $\varepsilon_{6A'_{B}}^{\text{H.6}}$ ,  $\varepsilon_{6A'_{B}}^{\text{п.к}}$ ,  $\varepsilon_{6A'_{B}}^{\text{в.р}}$ ,  $\varepsilon_{6A'_{B}}^{\varphi,\Pi}$  определяются соответственно по формулам (24); (27); (8) или (9); (17) или (18).

Минимальная суммарная погрешность базирования может быть найдена по формуле

$$\begin{split} \epsilon^{\text{CYM}}_{\delta A_B^\prime \text{min}} &= \epsilon^{\text{H.}\delta}_{\delta A_B^\prime} \; + \; \epsilon^{\text{\Pi.}K}_{\delta A_B^\prime} \; + \\ &+ \; \epsilon^{\text{B.}p}_{\delta A_B^\prime \text{min}} \; + \; \epsilon^{\varphi.\pi}_{\delta A_B^\prime \text{min}} \, , \end{split}$$

где  $\epsilon_{6A'_{B}}^{\text{B.p}}$  и  $\epsilon_{6A'_{B}}^{\text{ф.п}}$  определяются соответственно по формулам (10) и (19).

Максимальная погрешность базирования будет определяться по зависимости:

$$\begin{split} \epsilon^{\text{CYM}}_{6A_B^\prime \text{max}} &= \epsilon^{\text{H.6}}_{6A_B^\prime} \; + \; \epsilon^{\text{\Pi.K}}_{6A_B^\prime} \; + \\ &+ \; \epsilon^{\text{B.p}}_{6A_B^\prime \text{max}} + \; \epsilon^{\varphi.\pi}_{6A_B^\prime \text{max}}, \end{split}$$

где  $\epsilon_{6A'_{B}}^{\text{B.p}}$  и  $\epsilon_{6A'_{B}}^{\Phi.\Pi}$  находятся по формулам (11) и (20).

### 2.6. Пример расчета суммарной погрешности базирования заготовки без совмещения баз

При расчетах будем использовать реальные схемы базирования заготовки, показанные на рис. 6 ÷ 8. При этом будем определять суммарную погрешность базирования, возникающую при заданных значениях геометрических параметров, а также возможную минимальную ее величину.

Исходные данные:  $A_{\rm B}'=$  =  $85\,h14(-0.81);$   $A_{\rm p.B}=50\pm$   $\pm$   $\frac{IT14}{2}\left(\pm$   $\frac{0.62}{2}\right);$   $B_{\rm B}=10$  мм;  $B_{\rm p.B}=100\,h14(-0.87);$   $B_{\rm p.A}=90$  мм;  $B_{\rm p.A}'=80$  мм;  $C_{\rm H}=150$  мм;  $C_{\rm p.A}=25$  мм;  $B_{\rm o}=80$  мм; D= =  $20\,H8(+0.033);$   $d=20\,f7(^{-0.020}_{-0.041});$   $\Delta_{\rm min}=0.020$  мм;  $IT_{M_{\rm H}}\pm E_{\rm H}=0.30$  мм;  $IT_{\Phi}E_{\rm p}=0.6\,IT_{B_{\rm p.B}}=0.52$  мм;  $K_{\rm o}=0.5.$ 

Для случая  $B_{\rm p, J} > B'_{\rm p, J}$  развернутая формула для определения суммарной погрешности базирования  $\epsilon^{\rm cym}_{6A'_{\rm B}}$  с учетом соответствующих преобразований имеет вид:

$$\begin{split} \varepsilon_{6A_{\rm B}'}^{\rm cym} &= \left(1 + \frac{2\,C_{\rm p,I}}{C_{\rm II}}\right) \times \\ &\times (IT_{A_{\rm p,B}} + IT_D + IT_d + \Delta_{\rm min}) + \\ &+ 2B_{\rm p,I} \left(\frac{IT_{M_{\rm II} \perp E_{\rm II}}}{B_{\rm p,B}} + \frac{K_{\rm o}}{B_{\rm o}} IT_{\Phi E_{\rm p}}\right). \end{split}$$

Подставив численные значения геометрических параметров, получим:

$$\varepsilon_{6A'_{B}\min}^{\text{cym}} = \left(1 + \frac{2,25}{150}\right) \times \\ \times \left(0,62 + 0,033 + 0,021 + 0,020\right) + \\ + 2 \cdot 90 \left(\frac{0,30}{100} + \frac{0,5}{80} \cdot 0,52\right) = \\ = 2.06 \text{ MM}.$$

Развернутая формула для определения минимальной суммарной погрешности имеет вид:

$$\begin{split} \varepsilon_{6A_{\mathrm{B}}^{\prime}\mathrm{min}}^{\mathrm{cym}} &= \left(1 + \frac{2\,C_{\mathrm{p},\mathrm{I\!\!I}}}{C_{\mathrm{II}}}\right) \,\times \\ &\times \left(IT_{A_{\mathrm{p},\mathrm{B}}} + IT_{D} + IT_{d} + \Delta_{\mathrm{min}}\right) + \\ &+ B_{\mathrm{B}}\!\!\left(\frac{IT_{M_{\mathrm{II}}\perp E_{\mathrm{II}}}}{B_{\mathrm{p},\mathrm{B}}} + \frac{K_{\mathrm{o}}}{B_{\mathrm{o}}}IT_{\mathrm{\Phi}E_{\mathrm{p}}}\right). \end{split}$$

После подстановки численных значений геометрических параметров получим:

$$\begin{split} \epsilon_{6A_{\rm B}'{\rm min}}^{\rm cym} &= \left(1 + \frac{2,25}{150}\right) \times \\ \times &\left(0,62 + 0,033 + 0,021 + 0,020\right) + \\ &+ 10 \left(\frac{0,30}{100} + \frac{0,5}{80} \cdot 0,52\right) = 0,99 \ {\rm mm}. \end{split}$$

Полученные погрешности базирования составляют от допуска выполняемого размера  $A'_{\rm B}$  соответственно 254 % и 122 %.

Результаты расчетов свидетельствуют о том, что при заданных значениях геометрических параметров осуществлять базирование заготовки без совмещения баз не рекомендуется.

#### Выводы

- 1. Выполненные расчеты показывают, что на точность базирования призматических заготовок с отверстиями на цилиндрическом и срезанном пальцах оказывает влияние совокупность одновременно действующих основных (вызывающих погрешность базирования) и дополнительных (влияющих на величину данной погрешности) факторов. Возникающая в результате этого суммарная погрешность базирования может быть не только сопоставима с допуском выполняемого размера, но и значительно превышать его.
- 2. Для минимизации суммарной погрешности базирования следует ужесточать допуски размеров, формы и взаимного расположения геометрических элементов заготовки, используемых для задания технологических баз, применять опоры с развитыми плоскими поверхностями, а центрирующие пояски пальцев располагать на уровне средней секущей плоскости или максимально близко к ней.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

- 1. **Абрамов Ф. Н.** О разработке терминологии базирования в машиностроении // Вестник машиностроения. 2006. № 2. С. 67—72.
- 2. **Абрамов Ф. Н.** О классификации терминов базирования в машиностроении // Вестник машиностроения. 2006. № 3. С. 56—61.
- 3. **Абрамов Ф. Н.** К вопросу о сущности базирования в машиностроении // Вестник машиностроения. 2007. № 6. С. 74—77.
- 4. **Абрамов Ф. Н.** Влияние погрешностей формы и взаимного расположения базовых поверхностей на точность базирования призматических заготовок с совмещением баз // Вестник машиностроения. 2007. № 7. С. 54—64.
- 5. **Прилуцкий В. А**. Точность базирования заготовки на опорах-штырях // Станки и инструмент. 1983. № 8. С. 31—33.
- Прилуцкий В. А. Расчет точности базирования заготовок на опорах // Станки и инструмент. 1989. № 1. С. 22, 23.
- 7. **Колкер Я. Д., Руднев О. Н.** Базирование и базы в машиностроении. Киев: Выща школа, 1991. 99 с.
- 8. **Коганов И. А., Каплан Д. С.** Основы базирования: Учебное пособие. Тула: ТулГТУ, 1993. 128 с.
- 9. **Станочные** приспособления: Справочник. В 2-х т. Т. 1 / Под ред. Б. Н. Вардашкина, А. А. Шатилова. М.: Машиностроение, 1984. 592 с.

УДК 621.924.9:536.74

И. Г. ШИН, канд. техн. наук

(Ташкентский институт текстильной и легкой промышленности, Узбекистан), e-mail: dimashin@list.ru

### Расчет температуры в зоне контакта при дробеударном упрочнении детали

Приведены результаты теплофизического анализа при дробеударном упрочнении деталей машин, смоделированном одноактным соударением жесткой сферической частицы с плоской стальной поверхностью — упругим полупространством. Получены уравнения для определения температуры любой точки тела в зоне удара дроби и времени внедрения деформирующего тела до минимальной глубины при упрочнении.

**Ключевые слова:** дробеударное упрочнение, время внедрения, глубина внедрения, удар, кинетическая энергия, теплопроводность, контактные площадки.

Results of thermalphysic analysis at shot-shock strengthening of the machinery, having been modeled by a monoacting impact of rigid spherical particle with flat steel surface — by elastic half-space, have been presented. Equations for determination of temperature in any point of a body in the shot shock zone and embedding time of deforming body up to minimal depth at hardening have been obtained.

**Keywords:** shot-shock strengthening, embedding time, embedding depth, shock, kinetic energy, heat conductivity, contact areas.

Одной из основных задач современной технологической теплофизики является обеспечение требуемого качества поверхностного слоя и высоких эксплуатационных свойств деталей с учетом температурных полей, т. е. теплофизического анализа процессов механической обработки. Теплофизический анализ позволяет установить законы распределения температур на контактных поверхностях режущих и деформирующих инструментов, определяющие их изнашивание и работоспособность; определить точность обработки, температурные деформации и термические напряжения изделия и инструмента; найти пути снижения температуры, используя рациональные методы регулирования интенсивности и направления тепловых потоков в зоне обработки, и эффективные смазочно-охлаждающие среды.

Рассмотрим теплофизику контактного взаимодействия при ударном поверхностном пластиче-

ском деформировании детали. В качестве рабочего тела выбраны стальные закаленные ( $64 \div 65 \ HRC$ ) шарики (дробь) диаметром  $D = 0.05 \div 5 \ \text{мм}$ .

Дробеударную обработку условно представим как дискретный процесс последовательных ударов по плоской обрабатываемой поверхности, наносимых дробью. На начальном этапе полидеформационный процесс дробеударного упрочнения целесообразно моделировать как одноактное соударение со скоростью  $v_0$  жесткой сферической частицы массой m и диаметром Dс плоской стальной поверхностью (рис. 1) — упругим полупространством, с последующим решением контактной задачи о вдавливании в него этой частицы. Правомерность рассмотрения упрочняемого твердого тела в виде полупространства заключается в том, что размеры (d, h) отпечатка (лунки), образующегося при пластической деформации контактного микрообъема материала после удара дробью, как правило, значительно меньше размеров (толщина, ширина и длина) упрочняемой детали.

Полагаем, что источник теплоты точечный. Возможность такого предположения определяется отношением расстояния между источниками теплоты к зоне их действия, которое ориентировочно составляет более 3 [1], т. е. размеры источника теплоты малы по сравнению с размерами зоны действия. Источник теплоты во времени действия считается мгновенным, так как время контакта шара с деформируемым телом составляет доли миллисекунды, а время упругопластического внедрения шара до момента  $v_0 = 0$ , в течение которого возникает тепловая энергия, меньше.

При соударении дроби со скоростью  $v_0$  с поверхностью упрочняемой детали происходит преобразование ее кинетической энергии  $W=mv_0^2/2$ . С учетом закона сохранения энергии можно энергию  $W_y$  удара представить как разность кинетической энергии  $W_0$  шара до соударения и энергии  $W_1$  после удара:

$$W_{y} = \Delta W = W_{o} - W_{1} =$$
  
=  $W_{o}(1 - k^{2}),$  (1)

где  $W_1 = mv_1^2/2$  — энергия отскока;  $v_1$  — скорость дроби после

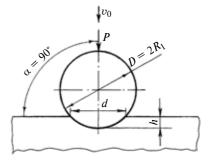


Рис. 1. Схема вдавливания твердой сферы в плоскую поверхность преграды

удара; k — коэффициент восстановления скорости.

Энергия  $W_y$  удара, действующая на контактный микрообъем, вызывает упругопластическое деформирование материала, следствием которого является упрочнение и интенсивное теплообразование с дальнейшим распространением теплоты и теплообменом между контактирующими телами и окружающей средой. Таким образом, энергия  $W_y$  эквивалентна работе деформации в пределах пластического отпечатка, поэтому в соответствии с первым законом термодинамики запишем:

$$W_{\rm v} = A = Q + \Delta U, \tag{2}$$

где Q — теплота, образующаяся при ударе твердой сферической частицы о плоскую поверхность в результате диссипации механической энергии (энергии удара);  $\Delta U$  — изменение внутренней энергии контактирующих тел (поверхностного слоя детали и дроби).

Количество теплоты, образующейся при ударе, с учетом формул (1) и (2) составит:

$$Q = W_{y} - \Delta U = = W_{0}(1 - k^{2}) - \Delta U.$$
 (3)

Теплота Q в соответствии с уравнением теплового баланса вследствие теплопроводности контактирующих тел и окружающей среды передается в определенном количестве обрабатываемой детали  $(Q_{\rm u})$ , дроби  $(Q_{\rm m})$  и окружающей среде  $(Q_{\rm c})$  (рис. 2). Пренебрегая окружающей средой по причине адиабатичности контактной поверхности вследствие незначительного времени кон-

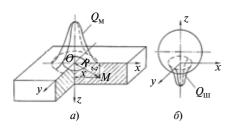


Рис. 2. Схема потоков теплоты: a - B полупространство;  $\delta - B$  дробь

такта дроби с обрабатываемой поверхностью, исчисляемого в миллисекундах, т. е.  $Q_{\rm c}\approx 0$ , получим уравнение связи тепловой, механической и внутренней энергии для процесса соударения:  $W_{\rm o}(1-k^2)-\Delta U=Q_{\rm u}+Q_{\rm III}$ .

Теплофизический анализ контактного взаимодействия твердых тел невозможен без дифференциального уравнения теплопроводности, решение которого представим в виде:

$$\Theta(x, y, z, t) = \frac{Q}{\lambda \sqrt{\omega} (4\pi t)^{3/2}} \exp\left[-\frac{R^2}{4\omega t}\right]. \quad (4)$$

Здесь  $\Theta(x, y, z, t)$  — температура любой точки тела с координатами x, y, z через время t после того, как в точке с координатами  $x_{u}$ ,  $y_{\rm H}$ ,  $z_{\rm H}$  имел место тепловой импульс, т. е. возник и пропал мгновенный источник теплоты; Q — количество теплоты, перешедшее в изделие посредством этого импульса, Дж;  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности,  $B_T/(M \cdot {^{\circ}C});$  $\omega = \lambda/(c\rho)$  — коэффициент температуропроводности,  $M^2/c$ , где ср — объемная теплоемкость, Дж/(м $^3 \cdot ^{\circ}$ С) [c — массовая теплоемкость, Дж/(кг  $\cdot$  °C);  $\rho$  — плотность материала,  $\kappa \Gamma / M^3$ ]; R = $= \sqrt{(x_{\rm M} - x)^2 + (y_{\rm M} - y)^2 + (z_{\rm M} - z)^2}$ расстояние от источника теплоты до рассматриваемой точки с координатами x, y, z.

Для расчета температуры тела в зоне контакта прежде всего, необходимо располагать данными по интенсивности выравнивая температуры. Если принять всю теплоту за единицу, а теплоту, поступающую в шар как  $q_{\rm III}=bq$ , где b— коэффициент, то теплота, поступающая в изделие, будет  $q_{\rm II}=(1-b)q$  (рис. 3). При этом  $q_{\rm III}+q_{\rm II}=bq+(1-b)q=q$ .

Чтобы определить коэффициент b, воспользуемся методом расчета баланса теплоты, который основывается на сравнении средних температур на контакт-

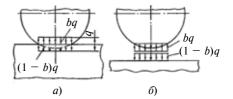


Рис. 3. Расчетные схемы распределения теплоты между поверхностным изделия и дроби:

a — в контакте;  $\delta$  — при разрыве контакта

ных площадках двух тел [2]. Так, любая точка контактной площадки одного из тел имеет температуру, равную температуре площадки другого тела, соприкасающейся с ним в данный момент времени. Следовательно, в момент контакта теплота будет передаваться одновременно и в изделие, и в шар.

Приравняем температуры изделия и шара в любой точке зоны контакта в момент удара:  $\Theta_{\rm u} = \Theta_{\rm III}$ . Используя уравнение теплопроводности (4), в котором общее количество теплоты находится по выражению (3), составим систему уравнений:

$$\Theta = \frac{(1-b)[W_{o}(1-k^{2})-\Delta U]}{\lambda_{u}\sqrt{\omega_{u}}(4\pi t)^{3/2}} \times \exp\left[-\frac{R^{2}}{4\omega_{u}t}\right];$$

$$\Theta = \frac{b[W_{o}(1-k^{2})-\Delta U]}{\lambda_{uv}\sqrt{\omega_{uv}}(4\pi t)^{3/2}} \times \exp\left[-\frac{R^{2}}{4\omega_{uv}t}\right].$$
(5)

Решая систему уравнений (5) относительно b, получим:

$$b = \frac{1}{1 + \frac{\lambda_{\rm u}}{\lambda_{\rm m}} \sqrt{\frac{\omega_{\rm u}}{\omega_{\rm m}}} \frac{A_{\rm u}}{A_{\rm m}}},$$
 (6)

где  $A = \exp[-R^2/4\omega t]$ .

Если теплофизические параметры материалов изделия и шара окажутся таковыми, что отношения коэффициентов температуро-

проводности ( $\omega$ ) и теплопроводности ( $\lambda$ ) будут приблизительно одинаковыми:  $\omega_{\text{и}}/\omega_{\text{ш}} \approx \lambda_{\text{u}}/\lambda_{\text{ш}}$  и  $A_1 \approx A_2$ , то выражение (6) примет вип:

$$b \approx \frac{1}{1 + \left(\frac{\lambda_{\text{II}}}{\lambda_{\text{III}}}\right)^{3/2}}.$$
 (7)

Действительно, сравнение теплофизических параметров дроби ( $\omega_{\text{и.c}}$ ,  $\lambda_{\text{и.c}}$ ) (инструментальная сталь ШХ15) и изделия ( $\omega_{\text{к.c}}$ ,  $\lambda_{\text{к.c}}$ ) (конструкционная сталь, например, 30X, 40X и 20XН3A) показало, что коэффициенты температуропроводности и теплопроводности имеют близкие значения:  $\omega_{\text{и.c}} = 0.065 \cdot 10^{-4}$   $\omega_{\text{K.c}} = (0.066 \div 0.072) \cdot 10^{-4}$  м $^2$ /с;  $\lambda_{\text{и.c}} = 33.4$  и  $\lambda_{\text{K.c}} = 33.5 \div 35.2$  BT/(м · °C) [3].

В системе уравнений (5) для расчета контактных температур при ударе необходимо знать суммарное изменение внутренней энергии контактирующих тел:  $U = U_{\rm M} + U_{\rm III}$ . Однако в силу предположения о недеформируемости твердой частицы можно записать:  $\Delta U \approx \Delta U_{\rm M}$ . Учет изменения внутренней энергии  $\Delta U$  при контактном взаимодействии дроби с поверхностью изделия обязателен при определении параметров качества поверхностного слоя. При решении же задач теплофизики, в частности, определении средней контактной температуры при ударе, изменением внутренней энергии пренебрегают.

Таким образом, уравнение температуры любой точки тела в зоне удара шаром будет иметь

вид: 
$$\Theta = \frac{(1-b) W_0 (1-k^2)}{\lambda_{_{\rm M}} \sqrt{\omega_{_{\rm M}}} (4\pi t)^{3/2}} \times$$

$$\times \exp\left[-\frac{R^2}{4\omega_{_{
m H}}t}\right]$$
, где  $t$  — время

после теплового импульса;  $R = x^2 + y^2$  — расстояние от источника теплоты в точке O до любой точки M (см. рис. 2, a).

Определим температуру в любой точке контактной зоны в момент t, который соответствует максимальной глубине проникновения дроби и равен времени соприкосновения дроби с обрабатываемой поверхностью. Для этого рассмотрим упрощенное уравнение движения дроби (см. рис. 1) в обрабатываемой среде:

$$m\frac{\mathrm{d}^2 h}{\mathrm{d}t^2} = -2\pi R \sigma_{\mathrm{T}} h, \qquad (8)$$

где m и R — соответственно масса и радиус дроби;  $\sigma_{\rm T}$  — предел текучести обрабатываемого материала, принимаемый как сопротивление его деформации; h — глубина внедрения шарика (нормаль к плоскости обрабатываемой детали).

Решение дифференциального уравнения (8), в котором масса дроби выражена через объем и плотность р, будет иметь вид:

$$h = vD\sqrt{\frac{\rho}{6\sigma_{\rm T}}}\sin\left(\frac{1}{D}\sqrt{\frac{6\sigma_{\rm T}}{\rho}}t\right),\,$$

где D — диаметр дроби.

Тогда время, в течение которого достигается максимальная глубина внедрения шарика, находится по формуле

$$t = \frac{\pi}{2} D \sqrt{\frac{\rho}{6\sigma_{\rm T}}} \,. \tag{9}$$

Рассмотрим пример расчета мгновенной температуры при ударе дробью диаметром D=2 мм со скоростью  $v_0=40$  м/с по пластине из стали 20 (149 HB). В работе [1] теоретическому определению температуры  $\Theta$  предшествует значительный объем экспериментальных исследований по определению коэффициента k восстановления скорости и продолжительности t контакта. В данной работе этот параметр рассчитываем по формулам работы [4] и выражению (9).

Коэффициент восстановления скорости при ударе k = 0,25. Та-

кое относительно небольшое значение k объясняется невысокой твердостью материала (сталь 20) пластины и низким пределом текучести ( $\sigma_{\rm T}=230 \div 280~{\rm M}\Pi a$ ) для материала. Продолжительность контакта шарика с упрочняемой поверхностью  $t=0,72 \cdot 10^{-5}~{\rm c}$  соответствует времени, в течение которого достигается максимальная глубина h. Дополнительные данные:  $\lambda_{\rm H}=39,8~{\rm BT/(M\cdot ^{\circ}C)}$  и  $\lambda_{\rm H}=33,4~{\rm BT/(M\cdot ^{\circ}C)}$ ;  $\omega_{\rm H}=0,065 \cdot 10^{-4}~{\rm M}^{2}/{\rm c}$ ;  $c_{\rm H}\rho_{\rm H}=5,14 \cdot 10^{6}~{\rm Дж/(M}^{3} \cdot ^{\circ}{\rm C})$ . и  $c_{\rm HI}\rho_{\rm HI}=5,15 \cdot 10^{6}~{\rm Дж/(M}^{3} \cdot ^{\circ}{\rm C})$ .

Таким образом, зная t, k и теплофизические характеристики обрабатываемого материала (сталь 20) и материала дроби (ШХ15), можно рассчитать температуру в любой точке зоны контакта при ударе. Часть теплоты, поступающей в изделие, определяется через коэффициент b (7), который в данном случае равен 0.435.

Так, температура, например, на глубине 0,035 мм поверхностного слоя упрочняемой детали составила  $\Theta = 589$  °C. Сопоставление полученных результатов с данными экспериментальных исследований тепловых процессов при поверхностном наклепе [1] подтвердило адекватность математической модели.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

- 1. **Рыковский Б. П., Смирнов В. А., Щетинин Г. М.** Местное упрочнение деталей поверхностным наклепом. М.: Машиностроение, 1985. 151 с.
- 2. **Резников А. Н., Резников Л. А.** Тепловые процессы в технологических машинах. М.: Машиностроение. 1990. 288 с.
- 3. **Резников А. Н.** Теплофизика резания. М.: Машиностроение, 1969. 288 с.
- 4. Джураев А. Д., Шин И. Г. О коэффициенте восстановления скорости при ударе твердой сферической частицы о плоскую металлическую преграду // Изв. вузов. Технические науки. 1995. № 1—4. С. 121—129.

### Серия статей

### "Проблемы теории и практики резания материалов"

УДК 629.9.01

А. Л. ВОРОНЦОВ, д-р техн. наук (МГТУ им. Н. Э. Баумана), Н. М. СУЛТАН-ЗАДЕ, д-р техн. наук (МГИУ), А. Ю. АЛБАГАЧИЕВ, д-р техн. наук (МГУПИ), А. И. САВКИН, e-mail: vestmash@mashin.ru

# Разработка новой теории тепловых процессов резания. 1. Исходные положения\*

Данная статья открывает цикл статей, который является естественным продолжением цикла, опубликованного в журнале "Вестник машиностроения" № 1—№ 12 за 2008 г. В цикле будет показана необходимость создания новой математической теории тепловых процессов резания, позволяющей объяснить и описать с достаточной точностью известные экспериментальные закономерности. В завершающих статьях цикла будет изложена сама новая теория и показана ее высокая точность. Во всем цикле статей будут использованы единая нумерация формул и рисунков, а также обозначения, принятые в упомянутом опубликованном цикле. В данной статье изложены исходные положения математической теории тепловых процессов резания.

**Ключевые слова:** теория резания, теплота, тепловые процессы, температура резания.

The paper gives rise to cycle of papers, which is natural continuous of the cycle, having been published in the "Vestnik Mashinostreniya" journal No. No. 1—12, 2008. It will be shown here a necessity development of new mathematical theory of heat cutting processes, allowing explain and describe with sufficient accuracy known experimental regularities. In conclusive papers of the cycle the new theory will be described herself, where its high accuracy will be shown. The cycle will use unified numeration of formulae and figures and also notations having been agreed in the cycle mentioned above. In given paper initial statements of the mathematical theory of heat cutting processes are presented.

Keywords: cutting theory, heat, heat processes, cutting temperature.

Изучение теплофизических процессов, имеющих место при резании, является очень важным, поскольку образующаяся в результате работы резания теплота во многом определяет нагрузку на резце, его стойкость, а также качество и размерную точность обработанной поверхности. Чтобы правильно управлять процессом резания и рационально использовать режущий инструмент, необходимо знать законы возникновения и распространения теплоты. Кроме того, и для теоретических расчетов также необходимо знать температуру резания, т. е. среднюю температуру на поверхности контакта обрабатываемого материала с режущим инструментом.

Теплота Q в процессе резания образуется в результате:

- 1) пластической деформации, что следует из формулы (69), приведенной в статье [1, с. 65]; обозначим эту составляющую  $Q_{\pi}$ ;
- 2) разрыва скоростей на границе между заготовкой и зоной пластической деформации, образующей стружку, т. е. внутреннего трения между частицами обрабатываемого материала в процес-

- се деформации, что следует из формулы (70) [1, 66]; обозначим эту составляющую  $Q_{\Gamma}$  (отметим, что ранее ни в одной известной расчетной схеме эта составляющая не учитывалась);
- 3) внешнего трения обрабатываемого материала о переднюю поверхность резца, что следует из формулы (71) [1, с. 66]; обозначим эту составляющую  $Q_{\text{тп}}$ ;
- 4) внешнего трения обработанной поверхности заготовки (т. е. трения полуфабриката) о заднюю поверхность резца; обозначим эту составляющую  $Q_{T3}$ ;
- 5) образования новых поверхностей (т. е. диспергирования) при отрыве стружки от основной массы заготовки; обозначим эту составляющую  $Q_{\rm HII}$ .

Таким образом, в общем виде суммарная теплота резания

$$Q = Q_{\Pi} + Q_{\Gamma} + Q_{\Pi\Pi} + Q_{\Pi\Pi} + Q_{\Pi\Pi}.$$
 (1)

Как правило, работой диспергирования при теоретических исследованиях тепловых явлений резания пренебрегают [2]. В результате выражение (1) упрощается и принимает вид:

$$Q = Q_{\Pi} + Q_{\Gamma} + Q_{\Pi\Pi} + Q_{\Pi3}. \quad (2)$$

Как известно, преобразуется в тепловую энергию не вся работа пластической деформации, только ее часть, которая для чистых металлов составляет  $85 \div 90 \%$ , а для сплавов — 75÷85 % энергии пластической деформации [3, с. 70; 4, с. 21]. Остальная часть работы деформации идет на повышение внутренней энергии искаженной кристаллической решетки металла. Долю тепловой энергии можно учесть с помощью коэффициента  $k_{\theta}$ , называемого  $\kappa o \Rightarrow \phi$ фициентом перехода энергии пластической деформации в теплоту.

<sup>\*</sup> Начало цикла статей. Продолжение см. "Вестник машиностроения" № 2 за 2010 г.

Однако, как правило, в практических расчетах небольшой потерей энергии деформации пренебрегают и с некоторым завышением принимают коэффициент  $k_{\theta}=1$  [2].

Следует подчеркнуть, что достаточно точный теоретический расчет тепловых характеристик процессов резания является весьма проблематичным, поскольку при конкретных вычислениях многие исходные параметры считаются независимыми величинами, в то время как на самом деле эти параметры являются взаимозависимыми. Например, при возрастании температуры теплоемкость увеличивается, а теплопроводность уменьшается.

Основными задачами теории тепловых процессов резания являются:

1) определение температурного поля в зоне резания, поскольку с этим полем связаны определение энергосиловых параметров резания, температурные деформации заготовки и инструмента, влияющие на точность обработки, а также термические напряжения в них;

2) установление законов распределения температур на контактных поверхностях инструмента, так как с этими законами связаны износ и стойкость режущих поверхностей, и, соответственно, работоспособность инструмента в производстве;

3) установление степени влияния различных факторов, изучение путей снижения температуры резания и, главным образом, температуры контактных поверхностей инструмента, разработка методов управления интенсивностью тепловых потоков в зоне резания и рационального использования смазывающе-охлаждающих сред.

Важно подчеркнуть, что для целенаправленного и успешного воздействия на процесс резания нужно знать не только общее ко-

личество теплоты, но и распределение ее, т. е. степень концентрации теплоты в различных участках заготовки, стружки и резца. Если бы вся образующаяся теплота быстро и равномерно распространялась по всему объему заготовки и инструмента, то она бы быстро отводилась в окружающее пространство и не причиняла им вреда. Но в действительности тепловые процессы протекают иначе: большое количество теплоты концентрируется в определенных зонах, сильно повышая их температуру. В результате в этих зонах происходят потеря резцом твердости и затупление его, становятся возможным и изменение структуры обработанной поверхности, пережег и даже локальное плавление металла заготовки. Для предотвращения этого необходимо принимать соответствующие меры, благоприятно воздействующие на процесс резания, облегчающие работу инструмента и повышающие качество обработанной поверхности.

Таким образом, углубленное исследование теплофизики резания является важнейшей не только теоретической, но и практической задачей.

Обстоятельные теоретические и экспериментальные исследования тепловых явлений при резании выполнены А. Н. Резниковым [5], А. А. Рыжкиным [6], Н. В. Талантовым [4] и др. Однако ввиду отсутствия глубоких математических исследований в области механики резания все авторы, занимавшиеся математической разработкой теории тепловых процессов резания, в исходных предпосылках (например, распределению и мощности источников теплоты) были вынуждены либо использовать условную схему с единственной плоскостью сдвига (см. рис. 11 в работе [1, с. 66]), либо практически полностью опираться на экспериментальные данные. Это и

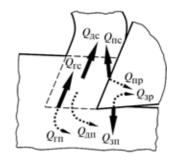


Рис. 1. Условное распределение тепловых потоков при резании

побудило нас сделать попытку уточненного описания закономерностей тепловых явлений, с учетом полученных нами новых теоретических результатов исследования пластической деформации в процессе резания.

Рассмотрим подробнее источники возникновения и возможные пути распространения теплоты в процессе резания без искусственного охлаждения заготовки и инструмента (рис. 1).

Как указано выше, в очаге интенсивной пластической деформации возникает источник теплоты, которая эквивалентна работе, необходимой для создания этой деформации. В работе [5, с. 70] указано, что этот источник возникает "в узкой области вблизи плоскости сдвига". На наш взгляд этот тезис является неверным, поскольку пластическая деформация происходит в значительно большем объеме, чем условная плоскость сдвига. Это хорошо иллюстрируют приведенные в работе [7] экспериментальные фотографии (рис. 2), на которых ясно видно, что даже при резании очень заостренным клином, т. е. с большим передним углом  $\gamma = 60^{\circ}$ , пластические деформации в заготовке начинаются задолго до подхода обрабатываемого материала к условной плоскости сдвига (штриховые линии на рис. 2,  $a-\epsilon$ ), обычно используемой в традиционных расчетах. Эти деформации занимают значительный объем и достаточно хорошо согласуются с

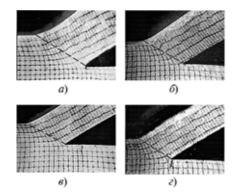


Рис. 2. Искажения координатных сеток вблизи корня стружки, полученные при резании алюминия острым резцом с передним углом  $\gamma = 60^{\circ}$  с различными скоростями и толщинами  $(a \div \epsilon)$  срезаемого слоя

принятой нами новой расчетной схемой, показанной на рис. 40 в работе [8, с. 61] и упрощенно повторенной на рис. 1. Естественно, что при резании с обычно используемыми на практике значительно меньшими, чем  $\gamma = 60^{\circ}$ , передними углами ( $\gamma = -15^{\circ} \div 15^{\circ}$ ), начальные пластические деформации все более удаляются от условной плоскости сдвига, занимая намного больший объем, чем обычно принято считать, что также очень хорошо подтверждают результаты измерения твердости, полученные различными авторами [9, с. 26, 27].

Возникающая в объемном очаге пластической деформации теплота  $Q_{\Pi}$  передается в стружку  $(Q_{\Pi C})$  и в полуфабрикат  $(Q_{\Pi \Pi})$ .

Теплота  $Q_{\Gamma}$ , возникающая на границе разрыва скоростей между очагом пластической деформации и заготовкой, передается в стружку ( $Q_{\Gamma C}$ ) и в полуфабрикат ( $Q_{\Gamma \Pi}$ ).

Теплота ( $Q_{\rm TII}$ ), возникающая в результате трения на передней поверхности резца, одной частью потока уходит в стружку ( $Q_{\rm IIC}$ ), а другой — в резец ( $Q_{\rm IIP}$ ). Часть теплоты трения в зоне острия резца могла бы передаваться через

нижнюю границу очага пластической деформации в полуфабрикат, однако при обычно применяемых скоростях резания это практически неосуществимо [5].

Теплота  $Q_{\rm T3}$  от трения обработанной поверхности полуфабриката о заднюю поверхность резца распределяется между полуфабрикатом ( $Q_{\rm 3II}$ ) и резцом ( $Q_{\rm 3D}$ ).

В процессе резания имеет место сложное переплетение маршрутов движения тепловых потоков. Например, теплота  $Q_{\pi c}$ , получаемая стружкой, может через переднюю контактную поверхность частично передаваться в резец, вызывая его дополнительный нагрев, а далее уже через заднюю поверхность резца выходить в полуфабрикат. В то же время теплота  $Q_{\Pi\Pi}$ , получаемая полуфабрикатом, может затем через заднюю контактную поверхность частично передаваться в резец, а далее уже через переднюю поверхность резца выходить стружку. Соответствующее математическое описание процесса распространения теплоты было бы весьма сложным. Однако, как показано в работе [5], без потери точности и без отклонения от реальной физики процесса задачу математического описания можно значительно упростить, если ввести понятие об итоговых потоках теплообмена.

Принимая это во внимание, по приведенной на рис. 1 условной схеме можно изучать тепловые режимы участвующих в процессе резания объектов, учитывая влияющие на каждый рассматриваемый объект обобщенные источники (сплошные стрелки) и стоки (штриховые стрелки) теплоты.

Например, балансы теплоты можно представить в виде:

в стружке

$$Q_{\rm c} = Q_{\rm \Pi c} + Q_{\rm \Gamma c} + Q_{\rm \Pi c} - Q_{\rm \Pi p};$$
 (3)

в полуфабрикате

$$Q_{\Pi} = Q_{\Pi\Pi} + Q_{\Gamma\Pi} + Q_{3\Pi} - Q_{3p};$$
 (4)

в резце

$$Q_{\rm p} = Q_{\rm \Pi p} + Q_{\rm 3p}.$$
 (5)

Конкретизация выражений (3)—(5), которая будет подробно выполнена далее, позволит описать температурные поля в объектах, участвующих в тепловом процессе резания.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

- Воронцов А. Л., Султан-заде Н. М., Албагачиев А. Ю. Разработка новой теории резания. 2. Состояние вопроса // Вестник машиностроения. 2008.
   № 2. С. 56—66.
- 2. **Вульф А. М.** Резание металлов. Л.: Машиностроение, 1973. 496 с.
- 3. **Сторожев М. В., Попов Е. А.** Теория обработки металлов давлением. М.: Машиностроение, 1977. 423 с.
- 4. **Талантов Н. В.** Физические основы процесса резания, изнашивания и разрушения инструмента. М.: Машиностроение, 1992. 240 с.
- 5. **Резников А. Н.** Теплофизика резания. М.: Машиностроение, 1969. 288 с.
- 6. **Рыжкин А. А.** Теплофизические процессы при изнашивании инструментальных режущих материалов. Ростов-на-Дону: ДГТУ, 2005. 311 с.
- 7. **Добронович К. В.** Исследование деформаций, напряжений и сил резания при точении. Отчет ВНИИ. М.: 1960. 187 с.
- 8. Воронцов А. Л., Султан-заде Н. М., Албагачиев А. Ю. Разработка новой теории резания. 5. Определение кинематического, напряженного и деформированного состояний обрабатываемой заготовки // Вестник машиностроения. 2008. № 5. С. 61—69.
- 9. **Даниелян А. М.** Теплота и износ инструментов в процессе резания металлов. М.: Машгиз, 1954. 276 с.

### ОРГАНИЗАЦИЯ И ЭКОНОМИКА ПРОИЗВОДСТВА

УДК 65.01.005

Б. В. ЧЕРНИКОВ, канд. техн. наук (ООО "АНТ-Информ", г. Москва), e-mail: bor-cher@yandex.ru

# Методология документационного обеспечения производственных процессов машиностроительного предприятия

Рассматривается методология автоматизированного формирования слабоформализуемых производственно-технологических документов для поддержки производственных процессов предприятия на основе кибернетических методов. Приводится модель разработки автоматизированной технологии подготовки документов с использованием автоматизированного лексикологического синтеза. Предлагаемая технология позволяет существенно сократить трудозатраты при создании полнотекстовых документов.

**Ключевые слова:** слабоформализуемый документ, автоматизированное формирование документов, лексикологический синтез, опорное слово, индекс, классификация информации.

Methodology of automated forming of weak-formalized manufacturing documents for support the production processes of an enterprise on the basis of the cybernetic methods is considered. A model of elaboration of automated documents preparation technology with use of automated lexicological synthesis is presented. The technology being proposed allows substantially reduce the man-hours at making of full-text documents.

**Keywords:** weak-formalized document, automated forming of documents, lexicological synthesis, reference word, index, classification of information.

Объектами в организационных системах управляют посредством документов, которые являются носителями первичной информации. Фиксация информации в документе обеспечивает ее сохранение и накопление, возможность передачи во времени и пространстве. Практически каждый управленческий документ можно условно рассматривать в качестве модели некоторой ситуации, требующей решения на уровне руководителя или других сотрудников машиностроительного предприятия. Значение совершенствования технологий, связанных с созданием и обработкой документов (в том числе электронных), существенно возросло в связи с реализацией Федеральной целевой программы "Электронная Россия" и формированием электронного правительства, на решение первоочередных задач которых в современных условиях обращается особое внимание руководителей различного уровня вплоть до Президента России Д. А. Медведева.

Процесс выработки управленческих решений включает в себя несколько этапов. Один из них сбор и оценка полученных сведений, особенно важен при организации производства. Эта информация должна соответствовать требованиям нормативных документов (например, государственным, ведомственным стандартам или руководящим документам предприятия). Необходимо также, чтобы собранные сведения были максимально удобны для восприятия на следующих этапах подготовки решений. В связи с этим возникает проблема эффективного способа закрепления информации в документе, т. е. процесса ее документирования. Современдокументирование информации отвечать ряду требований, к которым, несомненно, должны быть отнесены следующие:

данные должны быть максимально формализованы в целях обеспечения автоматизированной обработки сведений, содержащихся в документе;

создание документов должно занимать минимум времени при сохранении требований к информации, необходимых для поддержки процесса принятия управленческого решения.

#### Цель исследования

Вопросы информационного и документационного обеспечения производственных процессов на промышленных предприятиях и деловой деятельности организаций неоднократно рассматривались специалистами в различных аспектах [1—13]. Наиболее часто специалисты исследовали вопросы организации электронного документооборота, позволяющие повысить эффективность передачи и обработки документов, а также проблемы создания поисковых систем. В связи со стремительным ростом объемов сохраняемой информации рассматривались проблемы поиска новых, более эффективных способов их сокращения при организации хранения и повышения скорости сжатия информации [14—18]. Технические аспекты повышения безо-

пасности информационных систем раскрываются в работах [19, 20].

Анализ работ, направленных на совершенствование документационного обеспечения управления, позволяет сделать вывод, что вопросы автоматизированного формирования текстовых документов для принятия управленческих решений, как и проблемы разработки информационных технологий синтеза текстовых документов, рассмотрены недостаточно глубоко и полно. В то же время данное направление исследований является весьма важным в системе организации производства, поскольку своевременное и качественное принятие управленческих решений во многом зависит от вовремя представленной документированной качественной информации. Именно документирование предусматривает создание документов, используемых в системе организации производства. К таким документам следует отнести прежде всего организационно-распорядительные и производственнотехнологические.

Целью настоящего исследования является разработка методологии совершенствования технологий документационного обеспечения производственных процессов на промышленных предприятиях, особенно выпускающих сложную техническую продукцию (например, машиностроительных или авиастроительных).

Управленческие документы промышленных предприятий в подавляющем большинстве можно охарактеризовать как слабоформализуемые, поскольку при высокой степени вариативности содержания, зависящего от конкретной ситуации, они должны в целом обеспечивать фиксацию всех возможных нюансов сферы применения и учитывать особенности производства.

Слабоформализуемые документы — это полнотекстовые, табличные или смешанные документы, содержание которых существенным образом связано с произвольной, меняющейся в зависимости от конкретной ситуации, структурой. Эти документы обладают достаточно высокой степенью вариативности. Поэтому их содержательная структура может требовать детализации как взаимосвязи, так и взаимной зависимости композиции текста — фрагментов фраз, слов и даже частей отдельных слов.

Формирование связанных текстовых фрагментов с использованием выявленного множества опорных слов образует процесс лексикологического синтеза слабоформализуемых документов, обеспечивающий возможность получения качественного управленческого документа. Применение для этой цели средств вычислительной техники позволяет автоматизировать данный процесс и существенно сократить трудозатраты на создание управленческих документов высокой степени вариативности [21].

#### Сущность лексикологического синтеза документов

Всю совокупность сведений об изучаемом процессе или явлении, которые должны быть зафиксированы в документе, можно представить как множество С. В данном множестве можно выделить совокупность подмножеств, содержащих главные (ключевые) сведения, характеризующие основные моменты процесса, по которому собирается информация:

$$K = \{k_1, k_2, ..., k_i, ..., k_k\}$$
, где  $K \in C$ .

Каждый компонент ключевых сведений может быть представлен своим подмножеством:

$$k_1 = \{k_{11}, k_{12}, ..., k_{1j}, ..., k_{1m}\}$$
, где  $k_1 \in K$ ;  $k_2 = \{k_{21}, k_{22}, ..., k_{2j}, ..., k_{2m}\}$ , где  $k_2 \in K$ ;

$$k_i = \{k_{i1},\ k_{i2},\ ...,\ k_{ij},\ ...,\ k_{im}\}$$
, где  $k_i \in \mathit{K};$   $k_k = \{k_{k1},\ k_{k2},\ ...,\ k_{kj},\ ...,\ k_{km}\}$ , где  $k_k \in \mathit{K}.$ 

Особенностями документационного обеспечения производственных процессов и управления предприятием посредством комплекса документов, входящих в различные подсистемы и фиксирующих сведения о разных событиях или фактах, является взаимосвязь документов, характеризующих различные события ( $C_1$ , ...,  $C_n$ , ...,  $C_N$ ), но имеющих общие (как непосредственно, так и опосредованно связанные) атрибуты (рис. 1).

Выявление аналитических признаков компонентов ключевых сведений  $k_{ij}$  должно сопровождаться сопоставлением опорного слова, однозначно соответствующего определенному компоненту документа.

Лексикологический синтез предполагает построение организационно-распорядительных и производственно-технологических документов из заранее унифицированных формулировок текста путем синтеза словосочетаний и предложений. Данный способ позволяет существенно сократить затраты на создание документов в результате использования структурированной информации. Основой лексикологического синтеза является тот факт, что определенная сфера человеческой деятельности со-

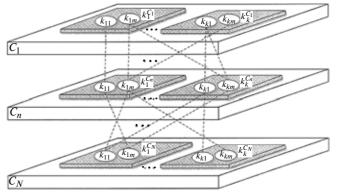


Рис. 1. Модель информационных взаимосвязей комплекса документов предприятия

провождается унифицированным набором документов. Любой документ, фиксирующий информацию по определенной управленческой ситуации, содержит постоянную и переменную информацию. Из текста документа можно выделить характерную для него постоянную информацию. Постоянная информация дополняется переменной, причем в заранее унифицированных текстах документов переменная информация может принадлежать предопределенному множеству вариантов. Если это множество вариантов предварительно и собрано воедино путем экспертной оценки, то переменная информация может быть отнесена к разряду переменной унифицированной. Современные инструментальные средства позволяют осуществить хранение этих, заранее зафиксированных вариантов формулировок в базе знаний по определенной предметной области, соответствующей направлению деятельности предприятия и учитывающей особенности производства. В последующем, при создании доку-

мента реализуется автоматическое внедрение в него постоянной информации, а также автоматизированное включение переменной информации, выбранной из сохраненного множества.

Сущность лексикологического синтеза как раз и состоит в использовании предварительно подготовленного множества вариантов элементов текста, которые позволяют создавать документы, фиксирующие однотипные управленческие ситуации при существенно разном содержании. Документ формируется путем последовательного выбора требуемых формулировок с дополнением, по необходимости, выбранных блоков незначительным объемом переменной неунифицированной информации.

Содержательная часть слабоформализуемого документа формируется способом автоматизированного лексикологического синтеза путем обхода лексикологического дерева. Каждой формулировке документа ставится в соответствие основное слово, выбор которого однозначно определяет наличие конкретной формулировки в документе. Такие слова являются опорными и из них составляют лексикологическую схему формируемого документа (рис. 2).

Взаимная зависимость опорных слов в совокупности определяет последовательность обхода маршрута формирования документа. На основе предварительного анализа структуры документа выявляются основные разделы, которые должны или могут присутствовать в документе. Условные на-

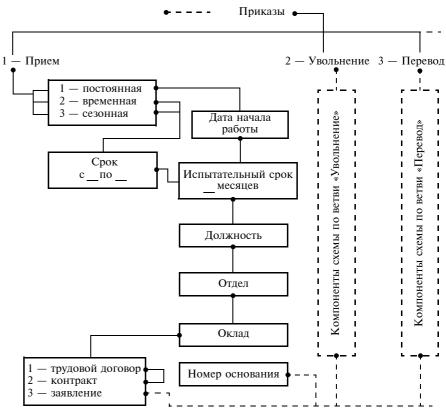


Рис. 2. Фрагмент лексикологической схемы ветви "Приказы" подсистемы формирования организационно-распорядительных документов

именования таких разделов составляют основу синтезируемой совокупности опорных слов. В рамках каждого зафиксированного раздела документа выделяются составные элементы, которые должны или могут входить в состав раздела (слово, фраза, текстовый фрагмент). Для каждого подобного составного элемента определяют опорное слово (или их совокупность), выбор которого в последующем однозначно будет определять внедрение в документ соответствующего компонента. Если фрагмент текста документа содержит значительное число строк и всегда присутствует в документе в строго определенной последовательности построения предложений, то данный фрагмент текста может быть соотнесен с одним опорным словом. Однако в случаях, когда текст документа формируется из предложений, не фиксированных в строго определенной последовательности, и в каждом заново создаваемом документе наблюдаются вариации построения текста, опорных слов будет столько, сколько необходимо для однозначного определения каждого конкретного предложения или словосочетания.

Полный перечень опорных слов с учетом их взаимосвязей образует лексикологическое дерево документа, "прохождение" по ветвям которого обеспечит выбор формулировок, используемых в документе. При этом выбор тех или иных опорных слов будет означать необходимость внедрения в документ совершенно конкретных вариантов тексто-

вых фрагментов. Фактически текст документа формируют путем выбора необходимых заготовок из числа сохраненных, однако эти заготовки могут выбираться не прямо (что нерационально при вариативных изменениях фрагментов), а по их соответствию опорным словам. Структура лексикологического дерева сходна с композицией текста документа. Степень ветвления лексикологического дерева зависит от объема множества вариаций текста документа, определяемых его сложностью и различием документируемых ситуаций. В качестве опорного слова могут выступать разные части речи, определяющие сущность предписываемого действия. При генерации лексикологического дерева следует соблюдать критерии управления лексическими конструкциями. Опорное слово должно быть уникальным для конкретной конструкции, а при необходимости — уточняться другими опорными словами, иначе выбор требуемого текстового фрагмента может быть определен неверно. Уточнение одного опорного слова другим образует их иерархическую подчиненность в структуре лексикологического дерева. Проведение цикла выбора определенной последовательности опорных слов означает формирование экземпляра документа конкретного вида:

$$D^{\mathrm{B}} = \prod_{i=1}^{I^{\mathrm{B}}} \varphi_i$$
 при  $\varphi_i \in \Psi^{\mathrm{B}}$ ,

где  $\phi_i$  — текущее опорное слово;  $I^{\rm B}$  — число опорных слов для документа  $D^{\rm B}$  конкретного вида; i — условный номер (индекс) текущего опорного слова,  $\Psi^{\rm B}$  — множество опорных слов для документа данного вида.

Следует отметить, что последовательный цикл выбора опорных слов без отсечения справедлив лишь для случая обязательного прямого выбора всей последовательности опорных слов документа (рис. 3, штриховая линия означает пропуск индексированных значений при пробегании индекса от 1 до I). В этом случае все опорные слова документа должны быть выбраны в обязательном порядке. Именно это обстоятельство определяет наличие логической приведенной выше производящей функции, однако более общим случаем является вариант выбора опорных слов с отсечением, когда выбор очередного опорного слова зависит от выбора опорного слова на предыдущем шаге цикла (рис. 4, толстой линией условно показана совокупность выбираемых опорных слов, входящих в состав лексикологического дерева).

Модель формирования документа при использовании дерева с ветвлением подобного типа может иметь вид:

$$D^{\mathrm{B}} = \sum_{i=1}^{I^{\mathrm{B}}} \left( \left. \phi_{i} \right|_{\phi_{i-1}} \right)$$
 при  $\phi_{i} \in \Psi^{\mathrm{B}}$ ,

где логическим суммированием, характеризующим образование конкатенаций текстовых фрагментов

Направление выбора опорных слов при формировании документа

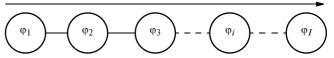


Рис. 3. Модель формирования документа при использовании лексикологического дерева без ветвления

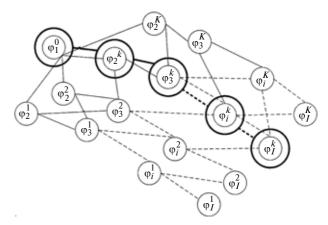


Рис. 4. Модель формирования документа при использовании дерева с отсечением

документа, учтено, что выбираются не все опорные слова, а лишь некоторые из них, хотя все они, безусловно, принадлежат множеству опорных слов документа данного вида.

Референтная взаимосвязь опорных слов при необходимой мощности их множества позволяет сформировать модель создания документа D, принадлежащего к множеству документов определенного вида  $D^{\rm B}$  при и наличии существенных вариаций в рамках отдельных экземпляров:

$$\forall D \in D^{\mathbf{B}} \exists x \in \Psi^{\mathbf{B}} = \{ \varphi_1, \varphi_2, ..., \varphi_b, ..., \varphi_B \};$$
  
$$F(x) = \Phi(\varphi_1) \vee \Phi(\varphi_2) \vee ... \vee \Phi(\varphi_b) \vee ... \vee \Phi(\varphi_B),$$

где x — набор опорных слов, используемый при создании конкретного экземпляра документа данного вида; F(x) — комплекс фрагментов документа, каждый из которых связан с определенным опорным словом  $\phi$ .

## Методологическая модель разработки технологии синтеза

Методология создания слабоформализуемых документов на основе лексикологического синтеза строится на совокупности последовательно выполняемых операций. Структура методологической модели приведена на рис. 5.

Модель охватывает все этапы подготовки информации и разработки автоматизированных способов формирования слабоформализуемых документов на основе лексикологического синтеза. В соответствии с решаемыми задачами на каждом этапе в структуре модели можно условно выделить

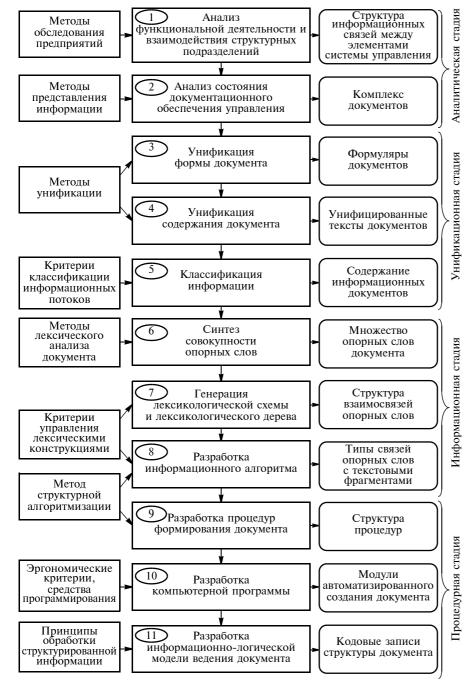


Рис. 5. Методологическая модель разработки технологии формирования слабоформализуемых документов

четыре стадии разработки: аналитическую, унификационную, информационную и технологическую.

Критерий эффективности должен характеризовать возможность формирования текста любого документа из множества используемых в обеспечении конкретного процесса управления в соответствующих областях деятельности. Документ должен обладать необходимой полнотой содержащейся в нем информации и формироваться в приемлемые сроки. При этом необходимо учитывать вариативность формирования текстов в зависимости от конкретной управленческой ситуации. Следовательно,

основным критерием, используемым при решении исследуемого комплекса задач, является полнота содержащейся в нем информации при допустимом времени формирования с учетом вида создаваемого слабоформализуемого документа. Принимая во внимание, что каждый документ содержит совокупность содержательных компонентов-разделов, основной критерий можно представить в виде:

$$P = \sum_{\substack{m=1\\ T_{\text{форм}}}}^{M} p_m \to \max \mid \forall R_{ij};$$

где P — критерий формирования содержания слабоформализуемого документа;  $p_i$  — полнота представления m-го компонента документа;  $R_{ij}$  — вариантность i-го вида документа для j-й управленческой ситуации;  $T_{\text{форм}}$  — время формирования документа;  $T_{\text{доп}}$  — допустимое время формирования документа.

Несмотря на то, что основной критерий характеризует качество формируемых документов, целесообразно рассмотреть и измеряемый критерий, который может иметь принципиальное значение при оценке эффективности исследуемого способа формирования документов. В качестве подобного критерия целесообразно выбрать время формирования документа

$$T_{\text{форм}} \rightarrow \min$$
,

минимизация которого позволит снизить расходы на его создание и, следовательно, себестоимость [22] документа:

$$\begin{split} E_{\rm JIOK} &= \\ &= \frac{E_{\rm IIOJ} + E_{\rm CO3J} + N_{\rm 3K3} (E_{\rm pa3M} + E_{\rm pacx})}{N_{\rm 3K3}} \,, \end{split}$$

где  $E_{
m док}$  — себестоимость документа;  $E_{
m пол}$  — стоимость получения необходимой информации;  $E_{
m созд}$  — стоимость создания документа;  $E_{
m pазм}$  — стоимость размножения документа;  $E_{
m pacx}$  — стоимость расходных материалов;  $N_{
m pacx}$  — число экземпляров документа.

#### Предварительный анализ объекта автоматизации

Использование лексикологического синтеза требует проведения предварительной подготовки

информации, используемой в процессе создания документа. Подготовка информации позволяет всесторонне оценить все варианты построения документа и полноценно подготовить базу для облегчения последующей работы пользователей при формировании разных вариантов создаваемого документа. Аналитическая стадия включает в себя этап анализа функциональной деятельности и взаимодействия структурных подразделений и этап анализа состояния документационного обеспечения управления. Изучение организационной структуры объекта автоматизации, проводимое на первом этапе, позволяет выделить иерархию структурных подразделений; наличие и характер информационных связей между отдельными элементами структуры.

На этапе анализа документационного обеспечения управления (второй этап) необходимо получить сведения об объемах документации по видам документов, распределении документов по документопотокам, наличии типовых текстов, стандартных и унифицированных форм документации. Кроме того, следует установить, сколько и какие инстанции проходит документ каждого вида в ходе обработки, а также способы документирования информации. В результате анализа существующей постановки документационного обеспечения управления определяется комплекс документов, подлежащих автоматизации, ввиду значительной трудоемкости процесса их создания и обработки.

Таким образом, на аналитической стадии формируется постановка задачи создания автоматизированной технологии составления документов, реализация которой приведет к сокращению времени принятия управленческих решений.

#### Этапы унификации документов

В условиях слабой формализации, характерной для текстовых документов, используемых в системах управления, необходимо предварительное приведение содержания к виду, пригодному для автоматизированного формирования конкретного экземпляра документа. Процесс приведения документов к единообразию по форме и содержанию реализуется на стадии, которая включает в себя этапы унификации формы и содержания документа и этап классификации информации, содержащейся в нем.

Первый этап — унификация формы документов, в настоящее время проводится с учетом возможности их последующей обработки техническими средствами в соответствии с требованиями стандарта [23] на основе метода построения формуляра-образца. Унификация состава текста документа состоит в установлении необходимой и достаточной информации для решения конкретной управленческой ситуа-

ции, т. е. устанавливается минимальный перечень показателей, который должен быть включен в документ для того, чтобы он мог участвовать в реализации задачи [24, 25]. Для слабоформализуемых производственно-технологических документов машиностроительного предприятия, создаваемых с помощью лексикологического синтеза, унификация должна быть более жесткой, число возможных вариантов следует предельно сократить, так как становится невозможным использование текстов, если употребляемые в них термины и наименования будут синонимичны и многозначны. При унификации текстов возникает проблема создания единых правил построения предложений и словосочетаний, выбора того или иного порядка слов, применение которых позволит в определенной степени формализовать текст и сформировать оптимальный объем информации, необходимой для формирования документа.

Этап классификации информации необходим при автоматизированном формировании документа. Подобная классификация позволяет подготовить необходимую информационную базу, состоящую из потоков информации, каждый из которых несет определенную функциональную нагрузку. Классификация информации позволяет определить типы связей между словами и упорядочить структуру информационной базы.

Традиционно информацию, содержащуюся в информационных ресурсах, принято классифицировать на постоянную и переменную. При использовании лексикологического синтеза целесообразно применять новый методический подход к классификации информации, в основе которого лежит принцип объединения информации, используемой при формировании документа, в информационные потоки следующих типов:

унифицированная постоянная информация, подготовленная заранее и хранимая в базе знаний предприятия или содержащаяся в тексте программы, которая автоматически внедряется в формируемый документ программными средствами. К этому типу относится постоянная (например, наименование документа) и редко меняющаяся (наименования предприятия, структурных подразделений и должностей, список персонала и т. п.) информация;

унифицированная переменная информация, содержащая стандартизированные и формализован-



Рис. 6. Категории информации в схемах формирования документов

ные данные, хранимая в базе знаний предприятия и вводимая при формировании документа путем выбора требуемых формулировок;

переменная вводимая информация, подчиненная определенным требованиям по способу представления данных и содержащая конкретизирующие данные, как правило, для конкретного экземпляра документа (например, табличные данные, отдельные фамилии и т. п.) и вводимая с клавиатуры непосредственно при подготовке документа в предварительно подготовленные поля;

неунифицированная информация, содержащая свободные формулировки и вводимая по необходимости прямым набором текста с клавиатуры.

Отличия предлагаемой системы классификации от традиционной методики классификационного деления иллюстрирует рис. 6.

Результатом унификационной стадии является комплекс слабоформализуемых производственно-технологических или организационно-распорядительных документов, подготовленный для информатизации документационного обеспечения производственных процессов машиностроительного предприятия на основе применения лексикологического синтеза.

## Информационная и технологическая стадии разработки документирования

Две заключительных стадии разработки технологии формирования слабоформализуемых документов предполагают операции, непосредственно направленные на реализацию автоматизированной технологии в целях информатизации документационного обеспечения производственных процессов промышленного предприятия. На основе результатов классификации информации осуществляется синтез совокупности опорных слов и генерируется лексикологическое дерево документа, содержащее схему взаимосвязей опорных слов. Далее формируется информационный алгоритм, учитывающий характеристику способа внедрения фрагментов, связанных с выбираемыми опорными словами.

На этапах технологической стадии непосредственно разрабатываются процедуры автоматизированного формирования слабоформализуемых документов, программные модули, реализующие процесс создания документа в интерактивном режиме, а также информационно-логическая модель ведения документов машиностроительного предприятия, необходимая для интеграции процедур в структуры информационных систем, эксплуатируемых на конкретном машиностроительном предприятии.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

- 1. **Бессонов С. В.** Оптимизация электронного документооборота в корпоративных системах: Дис. ... канд. экон. наук. М.: Фин. академия при правительстве РФ, 2001.
- 2. **Бойцов Л. М.** Синтез системы автоматической коррекции, индексации и поиска текстовой информа-

- ции: Дис. ... канд. техн. наук. М.: Моск. акад. рынка труда и информационных технологий, 2003.
- 3. Документы и делопроизводство: Справочное пособие // Сост. М. Т. Лихачев. М.: Экономика, 1991.
- 4. **Доронина Л. А.** Повышение эффективности управления предприятием на основе совершенствования кадрового менеджмента: Дис. ... канд. экон. наук. М.: РГГУ, 2003.
- 5. **Кострикин К. А.** Исследование и разработка системы информационной поддержки оптимального текущего планирования производства нефтепродуктов: Дис. ... канд. экон. наук. М.: МЭСИ, 2000.
- 6. **Крошилин А. В.** Разработка и анализ интеллектуальных программ информационного поиска в вычислительных сетях на основе универсальных алгебр: Дис. ... канд. техн. наук. Рязань: ГРТА, 2003.
- 7. **Липко Ю. Ю.** Разработка и исследование моделей принятия решений и систем искусственного интеллекта для предприятий: Дис. ... канд. техн. наук. Таганрог: ГРТУ, 2003.
- 8. **Милов В. Р.** Структурно-параметрический синтез нейросетевых систем обработки информации: Автореф. дис. ... д-ра техн. наук. Нижний Новгород: НГТУ, 2003.
- 9. Ополченов А. В. Методы и программные средства создания экспертных систем принятия решений: Дис. ... канд. техн. наук. М.: МЭИ, 2003.
- 10. **Силантьева Е. Ю.** Исследование и разработка методов и алгоритмов автоматизации документопотоков в корпоративных системах: Дис. ... канд. техн. наук. М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2003.
- 11. Фатуева Е. В. Совершенствование информационного обеспечения высшего учебного заведения на основе технологии управления электронными документами: Дис. ... канд. экон. наук. М.: ГУУ, 2002.
- 12. **Awan F.** LIPT: A Lossless Text Transform to Improve Compression / F. Awan, A. Mukherjee // Proc. of International Conference on Information and Theory: Coding and Computing, IEEE Computer Society, Las Vegas Nevada. April 2001.
- 13. **Bell T.** Modeling for Text Compression / T. Bell, I. H. Witten, J. G. Cleary // ACM Computing Surveys. Dec. 1989. Vol. 21. N 4.
- 14. **Кадач А. В.** Сжатие текстов и гипертекстов // Программирование. 1997. № 4.
- 15. **Лобанов А. К.** Методы построения систем хранения данных // Jet Info Online. 2003. № 7.
- 16. **Тойго Д. В.** Сжатие сохраняемой информации набирает обороты // Сети и системы связи. 2006. № 6.
- 17. **Mahoney M.** Fast Text Compression with Neural Networks // Proc. of the Thirteenth International Florida Artificial Intelligence Research Society Conference. 2000.
- 18. Awan F., Mukherjee A. LIPT: A Lossless Text Transform to Improve Compression // Proc. of International Conference on Information and Theory: Coding and Computing, IEEE Computer Society, Las Vegas Nevada. April 2001.
- 19. **Лукацкий А. В.** Обнаружение атак. СПб.: БХВ-Петербург, 2001.
- 20. **Толстой А. И., Милославская Я. Г.** Интрасети: доступ в Internet, защита. М.: ЮНИТИ, 2000.
- 21. Пат. 2253893 Рос. Федерации. Способ автоматизированного лексикологического синтеза документов.
- 22. Воробьев Г. Г. Документ: информационный анализ. М.: Наука, 1973.
- 23. **ГОСТ 6.10.5—87.** Унифицированные системы документации. Требования к построению формуляра-образца. М.: Изд-во стандартов, 1987.
- 24. **Кушнерук С. П.** Современный документный текст: проблемы формирования развития и состава. Волгоград: Волгоградское научное изд-во, 2005.
- 25. **Кушнерук С. П.** Состав и функции нетерминологической фразеологии документных текстов // Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. 2008. № 6.

В. А. ДОЛГОВ, канд. техн. наук (МГТУ "Станкин"), e-mail: Vdolgov@hetnet.ru

## Теоретические основы формальных описаний объектов конфигурации при технической подготовке производства типовых изделий

Определены объекты конфигурации технической подготовки производства типовых изделий в условиях многономенклатурного производства. Рассмотрены основы создания информационных моделей, предложена структура гибкого сопряжения объектов конфигурации.

**Ключевые слова:** типовые изделия, системы автоматизированного проектирования, гибкая информационная модель, технологический процесс, техническая подготовка производства, объекты конфигурации.

Configuration objects of technical training of typical items production in the conditions of multinomenclate production have been determined. The basic foundations of the informational models have been considered, and a structure of flexible conjugation of the configuration objects has been proposed.

**Keywords:** typical items, CAD systems, flexible informational model, work process, production technical training, configuration objects.

Эффективность технической подготовки многономенклатурного производства типовых изделий во многом определяется трудоемкостью выпуска конструкторской, технологической документации и проведением перенастройки технологической системы.

Предлагаемые отечественным рынком системы автоматизированного проектирования (САПР) — САD системы (Computer Aided Design) не имеют формализованных правил проектирования типовых изделий. Поэтому использование их для разработки конструкторской документации на типовые изделия малоэффективно. Программно-методические комплексы (ПМК) САD систем ориентированы на разработку новых изделий. При этом большинство проектных решений принимается разработчиком.

ПМК САПР технологических процессов (ТП) также не имеют формализованных правил принятия технологических решений. Существующие САПР представляют собой информационную среду, в которой принятие проектных решений остается за проектировщиком. С учетом сложности формализации правил проектирования новых изделий, требующих новых конструкторских, технологических и производственных решений, сегодня данная концепция является доминирующей.

Техническая подготовка производства типовых изделий основывается на уже сложившемся наборе конструкторских, технологических и производственных решений и правил их использования. В связи с тем, что в новом изделии доля типовых компонентов превышает  $70 \div 80 \%$ , использование

САПР для типовых изделий не эффективно — требуются принципиально иные системы, обеспечивающие формализованное принятие решений.

Некоторые САПР оснащены методическим обеспечением, позволяющим формально решать ограниченный набор проектных задач. И для проектирования, например, ТП требуется несколько таких САПР. Поэтому возникает необходимость в сопряжении различных систем и согласовании принимаемых решений. Любая САПР направлена на достижение критериев оптимизации. И использование уже существующих САПР не обеспечивает системный подход при технической подготовке производства типовых изделий.

Устранить эти недостатки в рамках существующих ПМК САПР невозможно. Следовательно, встал вопрос о создании новой теоретической и методической базы.

В настоящее время при технической подготовке производства типовых изделий большой номенклатуры в основе лежит обеспечение производительности технологической системы (ТС). Эффективность использования ТС определяется эффективностью организационно-технологической подготовки производства. Для типовых изделий переналадка действующей ТС осуществляется в пределах возможного изменения ее параметров.

В многономенклатурном производстве состояние ТС постоянно меняется. Кроме того, меняются состав, приоритеты критериев оптимизации и их значения. Поэтому проектирование ТП по заданным в начале проектирования критериям оптимизации нецелесообразно.

Так, основное направление оптимизации производства по себестоимости изделия в период пуска производства конкретного изделия может уступить место оптимизации по производительности. Или, например, требуемая для данного ТП может быть занята другим производственным заданием или находится в ремонте. Возникает необходимость в оперативном изменении или перепроектировании базового ТП, а внесение изменений в документацию и их согласование требует значительного времени. Поэтому на практике пуск изделия в производство или откладывается, или решение об изменении базового ТП принимается без согласования с технологическими службами.

Основное требование к формальному описанию групп деталей, ТП и ТС — обеспечить их однознач-

ную интерпретацию в САПР. Формальное описание отражается в информационных моделях (ИМ).

Можно создать ИМ для определенных групп типовых деталей, в которых должны содержаться: граничные условия существования группы; инвариантная ко всем возможным деталям данной группы структура данных; набор используемых данных; инструкции по выбору данных.

Существующие принципы группирования деталей по общим конструктивным и технологическим признакам, а также только по общим технологическим признакам слабо формализованы. Нет четких правил объединения деталей по конструктивным признакам. При объединении деталей по технологическим признакам учитываются параметры технологической системы. Этот принцип не позволяет формализовать связи детали со связями ТС.

Будем считать основным критерием группирования служебное назначение, которое можно описать следующими критериями: набором функций, выполняемых изделиями; требованиями к каждой функции; размерностью каждого требования; значением (диапазоном) каждого требования.

Рассмотрим типовые детали, проектирование которых осуществляется по определенным правилам. Проектирование должно обеспечить формализованное определение набора функциональных параметров и набор связанных с ними конструкторских решений. Проектирование детали осуществляется в контексте проектирования сборочной единицы, в состав которой она входит, т. е. при проектировании сборочной единицы формируются данные о детали.

Как правило, при проектировании деталей одного назначения применяют одинаковый набор конструкторских решений и единые правила их использования. Производство этих деталей осуществляется в рамках определенного технологического метода. Следовательно, эти детали можно считать подобными конструктивно и технологически. И для них могут быть разработаны формализованные ИМ и ИМ ТП, включающие в себя все технологические переделы.

TП — средство сопряжения объектов конфигурации Первый объект Второй объект TT конфигурации: конфигурации: ДТП РТП связи свойств связи свойств детали TC Текущее Критерии состояние ТС оптимизании COT

Рис. 1. Структура гибкого сопряжения двух объектов конфигурации

Процесс проектирования таких деталей можно свести к управлению их конфигурацией. Согласно ГОСТ Р ИСО 10007—2007 конфигурация — это взаимосвязанные функциональные и физические характеристики продукции, установленные в данных о конфигурации.

Требования к ИМ определяют процедуры, формирующие данные об объекте, и процедуры, использующие эти данные. Например, для ИМ группы деталей процедуры, формирующие данные о детали, — это процедуры ее проектирования, а процедуры, использующие эти данные, —процедуры проектирования технологического процесса.

Результаты проектирования ТП используются процедурами проектирования наладки технологической системы и оперативно-календарного планирования.

Таким образом, требования, предъявляемые к ТП указанными процедурами, можно объединить в две группы: по обеспечению требуемого качества; по обеспечению возможности оперативного изменения в соответствии с текущим состоянием ТС и заданными критериями оптимизации.

Первая группа требований для наладки ТС является обязательной и не зависит от текущего состояния ТС и заданных критериев оптимизации. Эти требования определяют последовательность обработки предмета труда и технические возможности ТС. Поэтому они называются техническими требованиями (ТТ). Вторая группа направлена на достижение заданных критериев оптимизации и определяет организационно-экономические решения по переналадке ТС. Поэтому они называются организационно-экономическими требованиями (ОЭТ) и являются переменными требованиями, границы изменения которых определены ТТ.

Проектирование наладки существующей TC в пределах возможных изменений ее параметров также можно свести к управлению конфигурацией.

Таким образом, определены два объекта конфигурации технической подготовки производства типовых изделий.

Информационное сопряжение двух объектов

конфигурации призвано обеспечить технологический процесс. Для обеспечения формирования ТТ и управления ОЭТ была предложена гибкая ИМ ТП [1], основу которой составляет двухэтапное проектирование ТП. На первом этапе формируется директивный ТП (ДТП), на втором — рабочий ТП (РТП). ДТП содержит ТТ к наладке ТС, а РТП — ОЭТ. Структура гибкого сопряжения двух объектов конфигурации представлена на рис. 1.

ИМ ДТП содержит структурированный перечень технологиче-



Рис. 2. Структура технологического процесса

ских переходов и требования для их выполнения. Требования к осуществлению технологических переходов включают в себя требования к средствам технологического оснащения, технологическим режимам, квалификации персонала.

Путем настройки ИМ ДТП под требования текущего состояния ТС можно получить множество альтернативных РТП изготовления конкретной детали данной группы, каждый из которых обеспечивает требуемое качество детали, но они отличаются между собой уровнем потребляемых ресурсов.

С точки зрения обеспечения требуемого качества основой ТП является состав технологических переходов и последовательность их выполнения. Эффективность внесения организационных изменений в ТП может быть существенно повышена путем создания границ существования альтернативных технологических решений и правил их выбора.

С этой целью была предложена структура технологического процесса, состоящая из трех групп объектов: технических, организационно-технических и организационных (рис. 2) [1].

Технический объект ТП — часть ТП, содержащая действия непосредственно изменяющие и/или определяющие состояние предмета труда. Технический объект мо-

жет состоять только из технических объектов нижнего уровня.

Организационно-технический объект  $T\Pi$  — часть  $T\Pi$ , содержащая вспомогательные действия, необхолимые лля выполнения технических объектов в зависимости от принятых организационных решений. Примерами организационно-технических объектов являются установка заготовки в рабочую зону, настройка технологической системы и т. д. на определенных рабочих местах. Организационнотехнический объект может состоять только из организационно-технических объектов нижнего уровня.

Организационный объект ТП — часть рабочей технологической документации, содержащая информацию об организации выполнения технического и организационно-технического объектов. Примеры организационных решений: выбор рабочего места; объединение технических объектов в группы, выполняемые на одном рабочем месте. Организационные решения составляют базу для диспетчеризации. Организационный объект может состоять из технических и организационно-технических объектов любого уровня, а также организационных объектов нижнего уровня.

Принципиальная структура ИМ ТП и правила ее настройки реализуют принцип проектирования "сверху вниз" (рис. 3). Технологический процесс изготовления деталей включает в себя черновую и чистовую стадии. Первая включает в себя обработки: получистовую, чистовую, тонкую и отделочную. Различные детали могут иметь разное число обработок.

Проектирование осуществляется последовательно и ведется в двух направлениях — поэтапно и с последующей детализацией на каждом уровне.

Каждый этап ТП может содержать различные виды обработки, например, термическую, механическую, нанесение покрытий (чистовая обработка). Для конкретной детали число этапов определяется точностью наиболее ответственной поверхности, а число этапов ТП равно числу этапов изготовления наиболее ответственной поверхности.

Проектирование ДТП имеет два уровня: проектирование принципиальной схемы — уровень 1 (этапы ТП и виды обработки заготовки на каждом этапе определяют принципиальную схему движения предмета труда по ТС производственных подразделений); проектирование ДТП —уровень 2.

Проектирование РТП состоит из одного уровня 3.

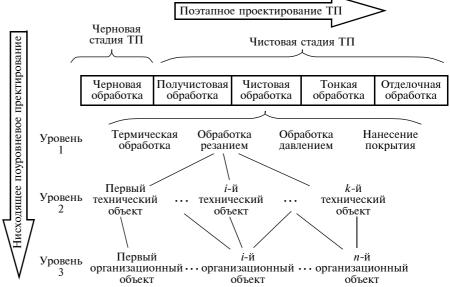


Рис. 3. Принципиальная структура ИМ ТП

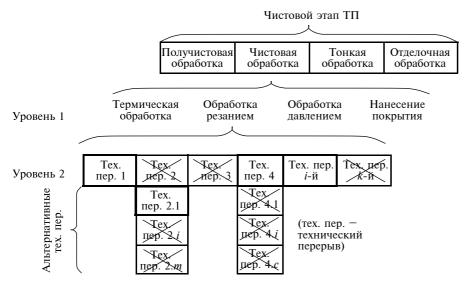


Рис. 4. Логическая схема проектирования ТП

Логическая схема проектирования ТП на всех уровнях сводится к удалению из списка "лишних" для конкретной детали определенных элементов технологического процесса и выбору приемлемого решения из альтернативных вариантов (рис. 4).

Каждый технологический переход связан с определенной нормализованной поверхностью детали или с их сочетанием, который называется модулем поверхности (МП). На каждом этапе обрабатываются определенные МП. Технологический маршрут обработки каждого МП определяется требуемой точностью. Наиболее перспективным является модульное описание деталей [2]. Как уже отмечалось, требуемый уровень формализации процессов управления конфигурацией может быть обеспечен для определенной группы деталей.

Таким образом, предложена ИМ первого объекта конфигурации —связей свойств детали.

Конфигурируемыми параметрами деталей являются размерные связи и связи свойств материала. С точки зрения назначения деталей эти две группы связей являются равнозначными, однако многообразие деталей в первую очередь определяется размерными связями.

В соответствии с принятым принципом группирования деталей была выбрана классификация модулей поверхностей деталей по их функциональному назначению [2].

ИМ группы деталей должна содержать граничные условия существования группы, инвариантную ко всем возможным деталям группы структуру взаимного расположения МП и дополнительных элементов (ДЭ), набор используемых МП и ДЭ, правила их взаимного расположения.

Рассмотрим теоретические основы построения ИМ второго объекта конфигурации — связей свойств ТС. Различают четыре иерархических уровня ТС:

технологические системы операции (рабочих мест); технологические системы процессов (произ-

водственные линии, реализуемые в составе сетевой производственной системы);

технологические системы производственных подразделений (производственные участки и цехи);

технологические системы предприятий.

Технологическая подготовка производства типовых изделий может быть сведена к изменению ТП и соответствующей переналадке ТС производственных подразделений в пределах параметров действующей системы или в пределах ее возможного изменения [3].

Структура конфигурации ТС

производственных подразделений представлена на рис. 5. Переналадка в пределах возможного изменения ТС включает в себя изменения элементов конфигурации и конфигурируемых параметров в определенных пределах. Переналадка, осуществляемая в пределах параметров действующей ТС, сводится к изменению ее конфигурируемых параметров.

Для обеспечения технических требований ДТП необходимо определить перечень альтернативных TC рабочих мест (TC PM) для каждого техническо-

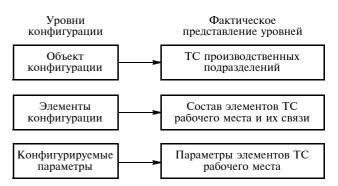


Рис. 5. Структура конфигурации ТС производственных подразделений

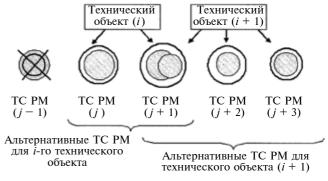
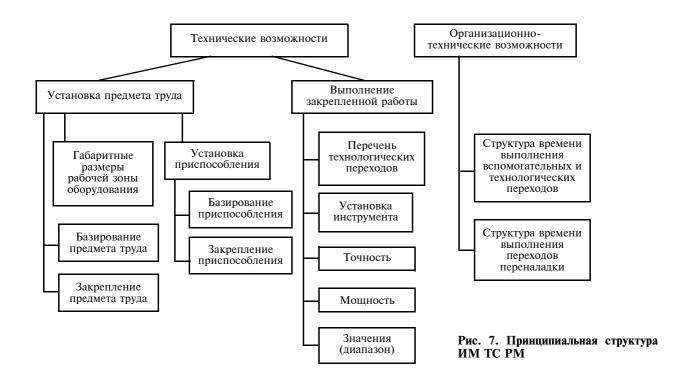


Рис. 6. Определение альтернативных ТС



го объекта ТП изготовления конкретной детали данной группы. При этом сравниваются требования технического объекта к ТС РМ с техническими возможностями имеющихся ТС РМ (рис. 6, заштрихованными кружками показаны требования технологических переходов, окружностями — технические возможности ТС РМ). ТС РМ(j-1) не удовлетворяет требованиям i-го технологического перехода, так как технические требования технологического перехода не обеспечиваются техническими возможностями данной ТС РМ. Потому ее нельзя использовать. Технические возможности альтернативных ТС РМ могут быть различны, например ТС РМ(j) и ТС РМ(j+1).

Каждому техническому объекту должна соответствовать хотя бы одна TC PM. Возможно, что одна TC PM, например TC PM(j+1) (см. рис. 6), может одновременно удовлетворять требованиям нескольких технических объектов.

На следующем уровне конфигурации для ТС РМ, удовлетворяющих требованиям технологических переходов, определяются элементы конфигурации и их связи. Элементами конфигурации ТС РМ является технологическая оснастка.

На последнем уровне конфигурации определяются значения параметров TC PM (параметры настройки), например технологические режимы.

В соответствии с двумя группами требований, предъявляемых к конфигурации ТС, была предложена принципиальная структура ИМ ТС РМ, основу которой составляют две группы данных: технические и организационно-технические возможности (рис. 7).

Технические возможности ТС РМ группируются по двум функциям, описывающим назначение: установка предмета труда; выполнение закрепленной работы.

Функция установки предмета труда уточняется требованиями: к габаритным размерам рабочей зоны технологического оборудования; к установке в приспособлении (комплект технологических баз, место приложения, направление, усилия закрепления), к установке приспособления на технологическом оборудовании.

Функция выполнения закрепленной работы уточняется требованиями к техническим и организационно-техническим возможностям TC.

Организационно-технические возможности ТС РМ определяют эффективность ее переналадки. Структура времени выполнения переходов определяет возможность их совмещения во времени.

Представленные теоретические основы создания формальных описаний объектов конфигурации позволят повысить эффективность технической подготовки производства типовых изделий.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

- 1. **Долгов В. А.** Повышение эффективности позаказного производства путем создания "гибкой" информационной модели технологического процесса // Вестник МГТУ Станкин. 2008. № 4. С. 69—75.
- 2. **Базров Б. М.** Модульная технология в машиностроении. М.: Машиностроение, 2001. 368 с.
- 3. **Киселев Г. А.** Переналаживаемые технологические процессы в машиностроении. М.: Изд-во стандартов, 1980. 272 с.

### ТЕХНИЧЕСКАЯ ИНФОРМАЦИЯ

УДК 621.79.03

В. А. ЛЕБЕДЕВ, канд. техн. наук, В. С. РОМАНЮК (ИЭС им. Е. О. Патона НАН Украины), e-mail: lebedevvladjmir@ukr.net

# Расширение зоны работы механизированного оборудования для дуговой сварки

Рассмотрена возможность повышения эффективности эксплуатации механизированного оборудования для дуговой сварки расширением обслуживаемой им зоны.

**Ключевые слова:** полуавтомат, сварка, зона обслуживания, шланговые держатели, компоновка, электропривод, механизм подачи, электродная проволока, схема управления, цикл работы.

A possibility of the exploitation efficiency enhancement of mechanized equipment for arc welding by means of the serviced zone enlargement is considered.

**Keywords:** semiautomatic device, welding, serviced zone, hose holders, assembling, electrical drive, push-up mechanism (feed gear), electrode wire, control scheme, work cycle.

Механизированное оборудование для дуговой сварки (далее — ДМО), основой которого служат сварочные, наплавочные и режущие полуавтоматы, все шире используется в различных областях машиностроения, при ремонте, восстановлении и утилизации металлоконструкций. При этом одной из наиболее важных задач, возникающих при работе дуговых полуавтоматов разного назначения, является повышение их эффективности, складывающейся из ряда факторов. К числу основных факторов, обеспечивающих высокопроизводительную эксплуатацию полуавтоматов различного назначения, с полным основанием можно отнести решение задач, связанных с расширением зоны, обслуживаемой рассматриваемым оборудованием. Такие решения, как правило, носят комплексный характер и позволяют обеспечить:

сокращение производительного времени и уменьшение числа дополнительного обслуживающего персонала при перемещении оборудования в случае изменения места положения объекта для сварки, наплавки и резки металлов;

уменьшение затрат на организацию рабочего места (вспомогательные узлы, подставки, устройства транспортирования, мостки и др.);

уменьшение общего числа единиц ДМО (балонного хозяйства при процессах в защитных газах) при необходимости проведения технологических операций в разных пространственных положениях и в различных условиях;

проведение работ, которые были ранее недоступны при использовании серийного ДМО.

Для достижения вышеуказанных технических, технологических и в итоге экономических эффектов используются различные средства и возможности. Часть из них уже используется даже в серийно выпускаемом ДМО, а часть в настоящее время может быть признана перспективными решениями.

Целью настоящей статьи является рассмотрение ряда основных технических решений по ДМО, целенаправленно используемых в качестве средств для решения задач расширения зоны его работы (рис. 1).

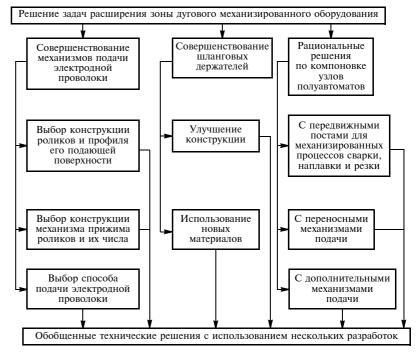


Рис. 1. Основные приемы решения задач расширения зоны работы ДМО

Остановимся на проблеме совершенствования механизмов подачи электродной проволоки по длинному гибкому направляющему каналу. Теоретические аспекты этой проблемы рассмотрены в работе [1], а технические разработки достаточно многогранны и направлены, как правило, на достижения одной цели обеспечить движение электродной проволоки по каналу возможно большей длины без рывков и заклиниваний с возможно наименышими леформациями самой проволоки движителями механизма подачи. Основным звеном при передаче вращающего момента от двигателя механизма подачи являются подающие ролики, от конструкции которых (размеры, состояние и вид рабочей, соприкасающейся с электродной проволокой поверхности зависит длина шлангового держателя, по которому обеспечивается качественная подача электродной проволоки. В совершенствовании этого звена можно выделить два направления: оптимизация поверхности роликов (подробно рассмотрена в работе [2]); число пар роликов (частично рассмотрено в работе [3]) и размеры роликов. В отношении размеров роликов также имеются две тенденции, одна из которых заключается в рассмотрении диаметра ролика как некоторого оптимального параметра, обеспечивающего, с одной стороны, минимальную деформацию проволоки, а с другой — передачу достаточного по величине вращающего момента. Вторая тенденция (и это новое техническое решение) позволяет при определенных конструктивных построениях [4] применять ролики больших диаметров, обеспечивающие минимизацию деформации электродной проволоки с сохранением определенного (также минимального) момента сопротивления подаче, который не зависит от диаметра электродной проволоки, а определяется лишь сопротивлением движению проволоки в гибком направляющем канале. Вариант такого механизма со свободно установленным подающим роликом представлен на рис. 2. Особым отличием такого механизма является независимость скорости подачи электродной проволоки от диаметра подающего ролика.

Известно, что при подаче электродной проволоки, когда ей сообщают осевые или крутильные коле-

бания [5], усилие сопротивления движению падает, и этот эффект также можно использовать для расширения зоны обслуживания полуавтомата. Это относится к импульсной подаче различными специальными механизмами и к подаче планетарными роликами.

По нашей оценке, подтвержденной экспериментальными исследованиями, все это в зависимости от конкретной ситуации (тип и диаметр электродной проволоки, геометрические соотношения в гибком направляющем канале) может обеспечить увеличение длины шлангового держателя в  $1,2 \div 1,5$  раза.

Рассмотренные выше направления совершенствования узлов подачи электродной проволоки, касающиеся ее движителей, дают определенный эффект в расширении зоны работы ДМО, который вполне соответствует затратам на данные совершенствования.

Рассмотрим следующую гамму технических решений, которые обеспечивают расширение зоны обслуживания ДМО и связаны непосредственно с конструктивными особенностями шланговых держателей (см. рис. 1). Эти вопросы достаточно подробно освещены в технической литературе [6], а мы лишь укажем, что шланговый держатель по своей сути является наиболее специфичным и консервативным узлом ДМО и несмотря на достаточно большое число всевозможных предложений по его совершенствованию практически неизменен по конструкции. Некоторые нововведения в шланговые держатели связаны только с используемыми материалами. Это касается повышения гибкости шланговых держателей, снижения усилий сопротивления подаче в результате применения полированных спиралей в гибком направляющем канале, использования специальных пластмасс лля обеспечения полачи проволок из алюминия и его сплавов.

Однако во всех известных нам разработках, касающихся совершенствования конструкций шланговых держателей, применяемых в серийном оборудовании, которые испытывались лишь в лабораторных условиях, удалось достичь удлинения шлангового держателя не более чем в 1,5 раза по сравнению с обычными конструкциями шланговых держателей при моделировании реальных ситуа-



Рис. 2. Механизм подачи с подающим роликом большого диаметра: 1 — прижимной ролик; 2 — подающий

ций (изгибы шланга, изгибы электродной проволоки, засорение гибкого направляющего канала и др.), возникающих при ведении механизированного процесса дуговой сварки. Следует отметить, что возможности удлинения шлангового держателя, появляющиеся при одновременном усовершенствовании механизмов подачи и шланговых держателей, не всегда можно рассматривать как их простую сумму.

Наиболее эффективными с точки зрения расширения зоны обслуживания ДМО являются технические решения, связанные с компоновкой оборудования в целом и отдельных его узлов.

В серийных полуавтоматах в качестве основной принята компоновка, при которой механизм подачи электродной проволоки совмещен с источником питания дуги. Имеются серийные конструкции полуавтоматов отечественного производства (А547Ум, А825), механизм подачи которых выполнен в виде отдельного переносного узла. Такие решения существенно расширяют зону обслуживания полуавтомата, что наряду с простыми техническими решениями и высокими показателями надежности делают их весьма популярными у потребителей. Не вызывают удивления и некоторые новые разработки полуавтоматов с переносным механизмом подачи и с использованием современных систем управления таких, например, как серийно выпускаемый БУСП-2 (рис. 3). Конструкции с перемещаемым механизмом подачи приемлемы для полуавтоматов, предназначенных для сварки тонкими электродными проволоками в углекислом газе, в том числе и для малогабаритных полуавтоматов с питанием от сети напряжением 220 В,



Рис. 3. Переносный полуавтомат для сварки на токах до 315A:

1 - 1 механизм подачи; 2 - 1 система управления



Рис. 4. Полуавтомат на тележке с возможностью работы от источников питания дуги постоянного и переменного тока

предназначенных, например, для работы на токах, не превышающих 160 А, в условиях небольших мастерских при ремонте автомобилей. Механизм подачи такого полуавтомата может быть отнесен от источника питания на 5 ÷ 6 м, что вместе с гибким шланговым держателем обеспечивает зону обслуживания до 8 м. Этого расстояния, по нашему опыту и опыту сварщиков-ремонтников, чтобы решить практически все задачи, связанные с ремонтной сваркой автомобилей, без лишних перемещений источника питания дуги, который, как правило, устанавливается в безопасном для оператора месте. В последнее время появились разработки малогабаритных полуавтоматов вышеуказанного назначения, конструкция которых предусматривает крепление механизма подачи электродной проволоки непосредственно на поясе сварщика, что существенно повышает маневренность сварочного оборудования. Такое техническое решение, а равно и размещение механизма подачи полуавтомата в ранце остаются весьма перспективными для полуавтоматов, предназначенных для сварки алюминия и его сплавов.

При использовании порошковых электродных проволок диаметром до 3,5 мм для реализации процессов сварки, наплавки и резки используются конструкции полуавтоматов, которые практически невозможно сделать легко переносимыми, в частности при необходимости иметь в полуавтомате большие запасы электродной проволоки. Такие механизмы, как правило, устанавливаются на специальных тележках, что позволяет расширить зону обслуживания и, кроме того, установить на платформе тележки конструкции с большим запасом электродной проволоки (до 50 кг).

В ИЭС им. Е. О. Патона на базе серийно выпускаемого полуавтомата ПШ107В [7] разработано несколько вариантов перемещаемых конструкций для работы с порошковыми электродными проволоками. На рис. 4 представлен полуавтомат ПШ107П, предназначенный для ведения процесса наплавки на постоянном и переменном токе улиток земснарядов. Такое техническое решение позволяет достаточно просто установить механизм подачи с большим запасом электродной проволоки в зонах восстановительной наплавки внутренней изношенной поверхности земснаряда и сократить время наплавки в  $1,2 \div 1,5$  раза.

Наплавочно-режущий полуавтомат ПШ107Р используется в случаях, когда процесс необходимо вести длительно на больших прямолинейных расстояниях. Это, например, непрерывная наплавка ножей бульдозеров и скреперов или заготовительная дуговая резка листовой стали или спла-

вов алюминия на полосы. При работе на таком полуавтомате сварщик сидит на откидном сиденье и перемещается вместе с аппаратом вдоль линии наплавки или резки. Коммуникации, связывающие полуавтомат ПШ107Р с источником питания дуги, рассчитаны на возможное нахождение места сварки в радиусе до 15 м.

Несмотря на все достоинства описанных выше систем полуавтоматов бывают случаи, когда даже приближение механизма подачи с необходимым запасом электродной проволоки к месту сварки, наплавки или резки невозможно, например, в судостроении, при ремонте энергетических объектов, при демонтаже крупных и сложных по конфигурации объектов (самолеты, емкости и др.). В этих случаях целесообразно использовать полуавтоматы с несколькими механизмами подачи электродной проволоки. Такие системы известны и используются за рубежом. Промышленного производства полуавтоматов с несколькими механизмами подачи, насколько нам известно, на Украине нет. Однако потребности в их разработке, судя по результатам изучения рынка, имеются. В технической литературе можно встретить описание систем подачи с несколькими подающими механизмами в различных комбинациях. Однако, как подсказывает наш опыт разработки подобных систем, наиболее рациональной конструкцией при сварке удаленных объектов является система с двумя толкающими механизмами подачи (рис. 5), радиус обслуживания которой составляет 6÷8 м. Для большинства случаев сварки, наплавки и резки это является приемлемым как при сварке в среде защитных газов, так и при применении самозащитных порошковых электродных проволок.

Одной из основных задач при разработке систем с несколькими меха-

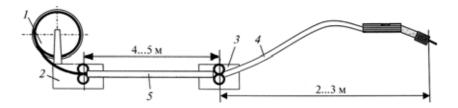


Рис. 5. Система подачи электродной проволоки с двумя механизмами для полуавтомата с расширенной зоной обслуживания:

1— кассета с запасом электродной проволоки; 2, 3— основной и вспомогательный механизмы подачи; 4— шланговый держатель; 5— гибкий шланг

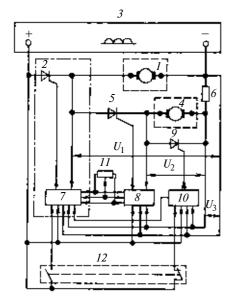


Рис. 6. Блок-схема управления скоростью подачи электродной проволоки полуавтомата с двумя последовательными механизмами полачи

низмами подачи электродной проволоки является сопряжение работы двигателей. В ИЭС им. Е. О. Патона была разработана система управления механизмами подачи с регулируемыми электроприводами постоянного тока, имеющими различные нагрузки, которая может быть предложена для работы при различных компоновках нескольких механизмов подачи, т. е. может быть достаточно универсальной.

На рис. 6 представлена функциональная электрическая блок-схема управления скоростью подачи электродной проволоки полуавтомата с двумя последовательными механизмами подачи. Электродвигатель 1 толкающего механизма через тиристор 2 подключен к общему источнику питания 3, а электродвигатель 4тянущего механизма через тиристор 5 и тиристор 2 с одной стороны и через резистор 6 с другой стороны также подключен к общему источнику питания 3. Управление тиристорами 2 и 5 производится соответственно от схем 7 и 8. Тиристор 9 динамического торможения подключен параллельно электродвигателю 4 и управляется от схемы 10 торможения. Общий для схем 7 и 8 управления задатчик 11 частоты вращения электродвигателей 1 и 4 подключен к входам схем 7 и 8. Коммутирующие элементы 12 осуществляют функции "Пуск" и

"Стоп" толкающего *1* и тянущего *4* электродвигателей.

Для получения необходимого по качеству (диапазон, жесткость механических характеристик) регулирования скорости подачи в систему управления введены обратные связи:

- 1) для схемы 7 управления: отрицательная обратная связь по напряжению якоря электродвигателя I толкающего механизма подачи (на схеме  $U_1$ ); положительная обратная связь по току нагрузки электродвигателя 4 тянущего механизма, снимаемая с резистора 6 (на схеме  $U_3$ );
- 2) для схемы  $\delta$  управления: отрицательная обратная связь по напряжению якоря электродвигателя 4 тянущего механизма (на схеме  $U_2$ ); положительная обратная связь по току нагрузки электродвигателя 4 тянущего механизма, снимаемая с резистора 6 (на схеме  $U_3$ ).

Кроме указанных функций схема 7 осуществляет пуск системы, включая при соответствующей команде тиристор 2. Схема 10 торможения осуществляет остановку подачи без выбега электродной проволоки путем включения тиристора динамического торможения, а также блокировку работы схемы 7 управления на время протекания тока динамического торможения по резистору б во избежание аваситуаций, рийных вызываемых сквозными токами через тиристоры регулирования и динамического торможения [8].

Система управления скоростью подачи электродной проволоки в полуавтомате с двумя последовательными механизмами подачи электродной проволоки (толкающим и тянущим) работает следующим образом.

Предварительно задатчиком 11 в схемах 7 и 8 управления устанавливают угол отпирания тиристоров 2 и 5, соответствующий такому уровню частоты вращения валов электродвигателей 1 и 4, который обеспечивает выбранную (заданную) скорость подачи электродной проволоки, а следовательно, ток дуговой сварки. При подаче команды "Пуск" с устройства 12 команда "Стоп" снимается, тиристор 2 отпирается, вызывая отпирание тиристора 5, так как блок 8 управления включен постоянно. Начинается вращение валов электродвигателей 1 и 4. Если по каким-либо причинам, например вследствие изменения нагрузки, частота вращения вала электродвигателя 1 толкающего механизма уменьшается или увеличивается, то на схему 7 управления подается напряжение  $U_1$  отрицательной обратной связи, вызывая соответственно приоткрывание или призакрывание тиристора 2 до восстановления заданной частоты вращения вала. При этом если нагрузка тянущего механизма не меняется, то частота вращения вала электродвигателя 4 тянущего механизма остается неизменной вследствие того, что угол отпирания тиристора 5 в этой ситуации не изменяется.

Если нагрузка на тянущем механизме изменяется, то вступают в действие обратные связи: отрицательная по напряжению  $U_2$  электродвигателя 4 для схемы 8 управления и положительная по току электродвигателя (на схеме  $U_3$ ), снимаемая с резистора  $\delta$ для схем управления 7 и 8. При этом изменяется угол отпирания тиристоров 2 и 5, что вызывает восстановление частоты вращения вала электродвигателя 4 тянущего механизма. В этой ситуации электродвигатель 1 толкающего механизма способствует восстановлению частоты вращения вала электродвигателя 4 тянущего механизма в результате соответствующего изменения частоты вращения своего вала.

Остановка устройства регулирования производится отключением схемы 7 тиристора 2 с одновременным включением схемы 10 динамического торможения. При этом тиристор 2 отключается, тиристор 5 остается включенным, а тиристор 9 динамического торможения включается от блока 10. Электродвигатели 1 и 4 тормозятся с прохождением тока динамического торможения по цепям: для электродвигателя 1 — тиристор 5, тиристор 9, резистор 6; для электродвигателя 4 — тиристор 9.

Напряжение  $U_3$ , пропорциональное току динамического торможения электродвигателя I, снимается с резистора 6 и подается на схему I0 торможения, которая выдает сигнал запрета на схему 7 управления. При открытом тиристоре 9 на все время протекания тока динамического торможения по резистору 6 тиристор 2 принудительно закрывается.

Вышеописанная система управления скоростью подачи электродной проволоки полуавтомата с двумя последовательными механизмами подачи электродной проволоки и схемами управления в виде электропри-

водов, используемых в блоках БУСП-2, была испытана в лабораторных условиях для следующих вариантов механизмов подачи:

одинаковые по конструкции тянущий и толкающий механизмы на основе электродвигателей типа ДПР;

толкающий механизм подачи полуавтомата ПДГ-516, тянущий механизм подачи на основе электродвигателя ДПР;

толкающий механизм подачи полуавтомата ПДГ-516, тянущий механизм импульсной подачи с односторонними захватами;

толкающий механизм подачи полуавтомата ПДГ-516, тянущий механизм с планетарными роликами разработки ИЭС им. Е. О. Патона;

толкающий механизм подачи полуавтомата ПДГ-516, промежуточный толкающий механизм импульсной подачи на основе квазиволнового преобразователя [9].

Во всех случаях достигался планируемый эффект — значительное увеличение длины гибкого направляющего канала  $(5 \div 6 \text{ м})$ , сохранение характеристик импульсов подачи.

В промышленных условиях прошла испытания система подачи с толкающим механизмом подачи полуавтомата ПДГ-516 и тянущим механизмом подачи на основе электродвигателя ДПР.

В настоящее время с учетом увеличения потребности в высокоэффективном ДМО решение подобной задачи может быть актуальным. При этом возможен переход на новую элементную базу с использованием разработок современных силовых транзисторов, но с алгоритмами управления, описанными выше.

В статье не нашли отражения конструкции полуавтомата с устройствами, облегчающими сварщику манипулирование шланговым держателем (стрелы, поворотные консоли и др.). Они достаточно подробно описаны в работе [10]. Такие устройства кроме прямого назначения позволяют удерживать шланговые держатели в частично выпрямленном положении, что позволяет использовать направляющие каналы большой

длины и, соответственно, расширять зону обслуживания ДМО различного технологического назначения. Эти разработки относятся к направлению, названному (см. рис. 1) рациональными решениями по компоновке узлов полуавтоматов.

Имеется еще одно направление совершенствования ДМО для сварки, наплавки и резки при решении задач расширения зоны его обслуживания — конструирование шланговых держателей с регулируемой гибкостью, позволяющей существенно снизить сопротивление подаче электродной проволоки. Такие разработки упомянуты в работе [11], относятся к задачам совершенствования шланговых держателей (см. рис. 1) и требуют отдельного подробного описания.

#### Выводы

- 1. Существует несколько направлений в разработке ДМО, задачей которых является расширение его зоны обслуживания в результате совершенствования механизмов подачи, шланговых держателей, целенаправленных компоновок и применения нескольких последовательных механизмов.
- 2. Не утратили своего значения разработки систем подачи электродной проволоки с несколькими последовательными механизмами подачи. Для существенного расширения зоны обслуживания ДМО это направление следует развивать, в том числе и с применением механизмов подачи на основе современных разработок планетарных роликов и импульсных механизмов подачи с квазиволновыми преобразователями, а также с применением систем регулирования с комплексом взаимозависимых обратных связей по параметрам нагрузок и частот вращения приводных электродвигателей.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Лебедев В. А., Светников Б. Г.** Учет влияния изгибов направляющего канала и мундштука токоподвода на сопротивление движению элек-

- тродной проволоки (Элементы статического анализа) // Автоматическая сварка. 1984. № 9. С. 35—37.
- 2. **Роликовые** устройства для подачи проволоки в аппаратах дуговой и шлаковой сварки / М. Г. Бельфор, В. П. Ливинский, В. Е. Патон и др. // Автоматическая сварка. 1971. № 12. С. 29—35.
- 3. **Лебедев В. А., Мошкин В. Ф., Пичак В. Г.** Полуавтоматы единой блочно-модульной конструкции для сварки, наплавки и резки // Сварочное производство. 1998. № 1. С 24—28.
- 4. **Лебедев В. А., Пичак В. Г.** Новый подход к конструированию механизма подачи электродных проволок // Автоматическая сварка. 2000. № 4. С. 35—38.
- 5. **Реальные** возможности безредукторных механизмов импульсной подачи электродной проволоки / В. А. Лебедев, С. П. Кавешников, Б. Г. Светников и др. // Вопросы атомной науки и техники. Сер. "Ядерная техники и технология". Вып. 4. 1989. С. 46—50.
- 6. **Бельфор М. Г., Патон В. Е.** Оборудование для дуговой и шлаковой сварки и наплавки. М.: Высшая школа. 1974. 338 с.
- 7. **Лебедев В. А., Пичак В. Г.** Полуавтоматы для сварки и наплавки типа ПШ107 // Автоматическая сварка. 1998. № 7. С. 38—42.
- 8. **Лебедев В. А., Кобылин А. М., Светников Б. Г.** Устройства электрического торможения приводов оборудования для дуговой сварки // Автоматическая сварка. 1989. № 9. С. 57—62.
- 9. **Лебедев В. А., Пичак В. Г., Смолярко В. Б.** Механизмы импульсной подачи электродной проволоки с регулированием параметров импульсов // Автоматическая сварка. 2001. № 5. С. 31—37.
- 10. **Аппаратура** для механизированной дуговой и электрошлаковой сварки и наплавки / А. И. Чвертко, В. Е. Патон, М. Г. Бельфор, Г. М. Гологовский. Киев: Наукова думка. 1978. 200 с.
- 11. **Лебедев В. А., Никитенко В. П.** Перспективные направления в конструировании механизмов подачи электродной проволоки // Автоматическая сварка. 1983. № 7. С. 61—69.

Ф. Г. АМИРОВ, канд. техн. наук (АзТУ, г. Баку, Азербайджан), e-mail: bludlu@mail.ru

## Анализ переходных процессов в работе ветроэнергетической установки с применением вейвлет-преобразования

Показано, что информация о времени переходного процесса в электродвигателе ветроэнергетической установки, полученная с помощью вейвлет-преобразования, может быть использована в оперативных устройствах релейной защиты, осциллограммы которых покажут точное время прохождения сигнала между точкой повреждения и линейным выходом.

**Ключевые слова:** ветроэнергетическая установка, переходные процессы, вейвлет-преобразование сигналов.

It was shown that information of the transient time in the electric motor of a wind-electric set, obtained with the help of the wavelet transform, may be used in operative facilities of relay protection, the oscillograms of which will show the exact time of signal passing between the failure point and line output.

**Keywords:** wind electric set, transient processes, wavelet transform of signals.

Учитывая важность проблемы экологической безопасности, в индустриально развитых странах особое внимание уделяют получению ветровой энергии. В Азербайджане, в частности на Апшеронском полуострове, где средняя годовая скорость ветра составляет 8 ÷ 10 м/с, а число таких дней в году более 260, очевидна целесообразность строительства ветровых электростанций.

Оценка экономической эффективности и расчет энергобаланса ветродвигателей даны в работе [1].

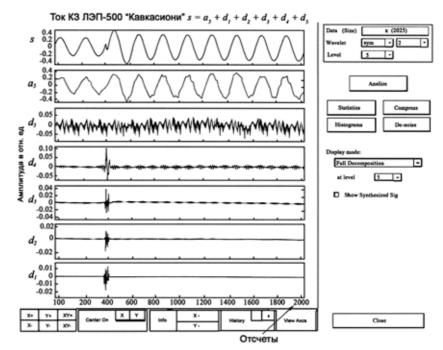
Ветродвигатели (ВД) используют в ветроэнергических установках (ВЭУ) для получения напряжения, пропорционального угловой скорости генератора. Номинальное число оборотов ветроколеса рассчитывается для каждой ВЭУ в связи с параметрами применяемого генератора переменного тока.

Развитие микропроцессорных технологий обусловило интенсивную разработку и создание нового поколения устройств управления, защиты и диагностики для электроэнергетических объектов и систем. При этом первоначальным является алгоритмическое обеспечение функционирования этих устройств, в основе которого лежат новые математические методы анализа и синтеза динамических систем. В последние годы все большее число ученых-энергетиков обращают свое внимание на сравнительно недавно появившийся метод анализа сигналов, называемый вейвлетным анализом (ВА) или вейвлетпреобразованием (ВП).

Обзор некоторых работ зарубежных авторов, в которых ВП используется для решения ряда актуальных задач электроэнергетики, дан в работе [2].

Известно, что анализ электроэнергетических систем (ЭЭС) условно можно разделить на две составляющие: анализ установившихся режимов и анализ переходных процессов. Примером анализа установившегося режима является анализ потока мощности традиционных источников энергии (мгновенный анализ ЭЭС при частоте сигналов 50 Гц) в векторной записи. Даже изучение коротко-

го замыкания обычно проводится в векторной форме записи, что тоже является предметом анализа установившегося режима. Анализ же переходных процессов существенно отличается: в общем случае функции напряжений и токов не носят периодический характер, поскольку при исследовании переходных процессов в электроэнергетических объектах ВЭУ нас интересуют именно кратковременные переходные процессы нерегулярного типа, например, момент короткого замыкания, противоток в распределительном трансформаторе при параллельной работе сети и тепловой электростанции и т. д. (рис. 1). Переходные процессы при параллельной работе ВЭУ с неветровой электростанцией зависят от соизмеримости их мощностей и типа генератора ВЭУ. Особенностью ВД является то, что они при постоянной угловой скорости, по мере увеличения скорости V ветра относительно его расчетной скорости  $V_{\rm p}$  могут значительно развивать мощность (ее номинальное значение). Это создает некоторые трудности при исследовании параллельной работы ВЭУ в электрических системах соизмеримой мощности. Если мощность системы больше мощности ВЭУ, то при увеличении скорости ветра ВЭУ отдает в сеть мощность, большую номинальной и появляется статическая перегрузка



Puc. 1. Вейвлет-преобразование осциллограммы тока короткого замыкания (окно Matlap Wavelet Display)

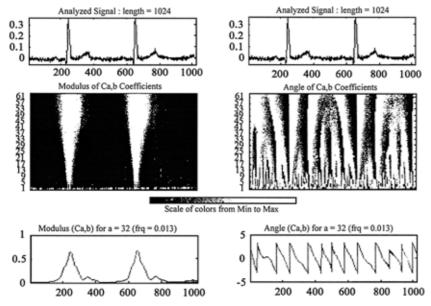


Рис. 2. Комплексное непрерывное вейвлет-разложение

ветродвигателя до величины мощности электрической системы [1]. Это естественно вызывает возникновение переходного процесса в работе электродвигателя ВЭУ.

Следует отметить, что ВП впервые были применены именно для анализа переходных процессов [3—8]. Предполагалось, что использование ВП дает хорошие результаты для выявления структуры волн переходных процессов. В работе [3] было использовано ВП при анализе прохождения переходных процессов через конденсатор выключателя.

Процесс идентификации и классификации переходных процессов в электродвигателе ВЭУ с помощью ВП может быть реализован путем разложения осциллограмм токов и напряжений на фундаментальные компоненты и представления их суммой базовых вейвлетных функций. Для вычисления вейвлет-коэффициентов заданного сигнала достаточно брать его сегменты (фреймы)  $x^{v}$  $(v = 1, ..., v_0)$  длиной N = 128 отсчетов (ближайшее большее 100 — число, соответствующее степени два). Тогда по характерному всплеску на одном из сегментов идентифицируются момент (с точностью до интервала дискретизации) короткого замыкания и развитие переходного процесса. Одновременно с регистрацией в комбинации с нейронными сетями можно провести классификацию переходных процессов.

Для изучения распространения переходных процессов некоторые авторы (например, работы [7]) предла-

гают использовать ВП для численнорешения дифференциальных уравнений, описывающих переходные процессы в электрических цепях. Несомненно, этот подход можно использовать при исследовании переходных процессов в электродвигателе ВЭУ. Данный подход основан на известной связи вейвлет-коэффициентов любого линейного оператора *Tf* от функции f(x) ( $x \in R^1$ ) с вейвлеткоэффициентами функции f(x) [9]. Строгое обоснование формул, связывейвлет-коэффициенты ваюших

производной  $\frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}x^n}f(x)$  с вейвлет-ко-

эффициентами функции f(x), дано в работе [10] как для  $x \in R^1$ , так и для  $x = (x_1, x_2) \in R^2$ . При этом в двумерном случае выводятся формулы, линейно выражающие вейвлет-коэффициенты частных производных n-го порядка по  $x_1$  и  $x_2$  через вейвлет-коэффициенты функции  $f(x_1, x_2)$ .

С помощью этих формул численное решение дифференциальных уравнений (обыкновенных и в частных производных) сводится к решению системы алгебраических уравнений относительно вейвлет-коэффициентов искомого решения дифференциального уравнения [10, 11].

В применении к ВЭУ вышеизложенный подход может быть использован для численного решения дифференциальных уравнений переходных процессов автономной работы электродвигателя и при параллельной работе ВЭУ с неветровой электростанцией, а также при общем ди-

намическом анализе, состоящем в определении параметров отдельных взаимодействующих между собой динамических факторов, например, движении ветроколеса как твердого тела, податливости частей конструкции на изгиб, движении лопастей в шарнире, аэродинамических сил.

Для того чтобы при анализе переходных процессов в ВЭУ иметь возможность рассчитывать любые количественные показатели мощности, необходим анализ разности амплитуд и фаз между соотносимыми напряжениями и токами. Комплексное ВП дает соответствующие фазовые векторы, однако преобразованный сигнал (действительный) вейвлета не дает полной информации о фазе. "Скрытая" информация о фазе, присутствующая в свойстве временной локализации вейвлет-коэффициентов, влияет на средние значения мощности [4]. Однако информацию о фазе дает комплексный вейвлет. Имеется даже возможность выделения мгновенной фазы  $\varphi(t)$  путем полярного представления комплексных коэффициентов [12]. Поэтому он может стать основой оригинальных способов определения мощности с лучшими свойствами временной локализации и дать верные количественные показатели мощности в частотно-временной области (рис. 2). Комплексный одномерный непрерывный вейвлет-анализ (Complex Continuous Wavelet 1-D) имеется в главном меню пакета Wavelet Toolbox в MATLAB [13].

Вейвлеты могут рассматриваться также с позиций релейной защиты ЭЭС [14]. Информация о времени переходного процесса в электродвигателе ВЭУ, полученная с помощью ВП, может быть использована в оперативных устройствах релейной защиты. С помощью вейвлетного анализа осциллограмм нетрудно получить информацию о точном времени прохождения сигнала между точкой повреждения и линейным выходом. Коэффициенты же нескольких первых уровней высокочастотного ВП дают информацию, прямо указывающую на место повреждения, что способствует организации быстродействующей дистанционной релейной зашиты.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Ветроэнергетические** установки / А. Х. Джанахмедов, А. Ш. Мурад-

вердиев, А. М. Мехтиев, Э. А. Джанахмедов // Баку: Изд-во "Чашыоглы", 2001. 162 с.

- 2. **Мисирханов А. М.** Применение вейвлет-преобразования в электроэнергетике // Автоматика и телемеханика. 2006. № 5. С. 5—23.
- 3. **Ribeiro P. F.** Wavelet Transform: An Advance TOOL for Analyzing Nonstationary Harmonic Distortion in Power System // Proc. IEEE ICHPS. IV. Bologna. 1994. P. 21—23.
- 4. **Wavelets** and Electromagnetic Power System Transients / D. Robertson, O. Camps, I. Mayer, W. Gish // IEEE Trans. Power Delivery. 1996. V. 11. N 2. P. 1050—1058.
- 5. Айфичер Э. С., Джевис Б. У. Цифровая обработка сигналов: практический подход. М.: Изд-во "Вильямс", 2005.
- 6. **Galli A. W.** Analysis of Electrical Transients in Power Syst. Via a Novel

- Wavelet Recursive Method // P. H. Dissertation. Purdue University 1997, Purdue, I. N. USA.
- 7. **Heydt G. T., Galli A. W.** Transient Power Quality Analyzed using Wavelets // IEEE Trans. Power Delivery. 1997. V. 12. N 2. P. 908—915.
- 8. **Lee C. H.** Wavelet-based transient Analysis // P. H. Dissertation, Georgia Institute of Technology. 1998. Atlanta, G. A. USA.
- 9. **Дремин И. М., Иванов О. В., Нечитайло В. А.** Вейвлеты и их использование // Успехи физических наук. 2001. Т. 171. № 3. С. 465—501.
- 10. Аббасов Э. М., Дышин О. А., Сулейманов Б. А. Применение вейвлет-преобразований к решению краевых задач для линейных уравнений параболического типа // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2008. Т. 48. № 2. С. 264-281.

- 11. **Аббасов Э. М., Дышин О. А., Сулейманов Б. А.** Вейвлет-метод решения задачи нестационарной фильтрации с разрывными коэффициентами // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2002. Т. 48. № 2. С. 2163—2179.
- 12. **Power** Quality Detection and Classification using Wavelet-multi-resolution Signal Decomposition / A. M. Gaouda, M. Salama, M. Sultan, A. Chikhani // IEEE-PES, PE 207 PWRD 0.01. 1999.
- 13. **Driesen Y., Belmans R.** Time-Frequensy Analysis in Power Measurement using Complex Wavelet // IEEE Trans. Instrument. Measurement. 2003. V. 52. N 4. P. 1232—1238.
- 14. Chaari O., Meunier M., Brouaye F. Wavelets. A New Tool for The Resonant Grounding Power Distribution System Relaying // IEEE Trans. Power Delivery. 1996. V. 11. N 3. P. 1301—1338.

### История науки и техники

УДК 629.3.017.3

И. П. ТРОЯНОВСКАЯ, канд. техн. наук (Челябинский тракторный завод), e-mail: pozin\_b@chtz.vic.ru

### Анализ развития теории поворота колесных машин

Проведены методологический анализ теории поворота колесных транспортных средств и системная классификация существующих на сегодняшний день моделей поворота с указанием области их применения, основополагающих допущений и, следовательно, ограничений и недостатков. Библиографические ссылки позволяют не только охватить работы основных авторов теории поворота, но и проследить даты создания разных направлений.

**Ключевые слова:** колесные транспортные средства, теории поворота, классификация моделей поворота.

Methodological analysis of wheel vehicles rotation theory and systemic classification of the rotation models, existing on to day, with designation of their application field, basic assumptions, and hence of their constraints and drawbacks was presented. Bibliographical references permit to cover not only the works of basic authors of the rotation theory, but yet to retrace the developing dates of different trends.

**Keywords:** wheel vehicles, rotation theories, classification of the rotation models.

В отличие от гусеничных машин колесные обладают более широкими возможностями управления поворотом. В последнее время появляются все новые, часто нетрадиционные способы поворота. Однако все многообразие существующих схем управления поворотом колесной машины независимо от конструктивного исполнения приводов управления (механических, гидравлических или электрических) можно разделить на следующие типы:

управление путем поворота отдельно взятых колес посредством поворотных кулаков или трапеций (рис. 1, a) — машины с управляемыми колесами;

управление путем поворота одной части машины относительно другой (рис.  $1,\delta)$  — машины с шарнирно-сочлененной рамой;

управление, подобное управлению гусеничными машинами, — путем изменения величины и направления скоростей вращения колес правого и левого бортов машины (рис. 1, в) — машины с силовым бортовым поворотом и неповоротными колесами.

Возможно также совмещение этих схем.

Основным аспектом теории поворота колесных машин, как правило, является оценка ее поворотливости, т. е. решение кинематической задачи. В настоящее время выделяется несколько основных направлений развития теории поворота, каждое из которых имеет четкие рамки области применения.

#### 1. Теория жестких колес

Начало исследований криволинейного движения колесной машины было положено еще в 1917 г. Н. Е. Жуковским. Это направление было разработано Е. А. Чудаковым и Я. М. Певзнером [1] на примере двухосной колесной машины с передними управляемыми ведущими колесами. В основе их модели лежит представление о жестком колесе, взаимодействующем с опорной площадкой

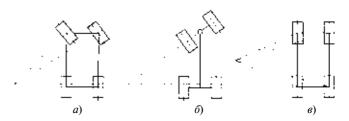


Рис. 1. Схемы управления поворотом машины с управляемыми колесами (a), с шарнирно-сочлененной рамой  $(\delta)$  и с силовым бортовым поворотом (s)

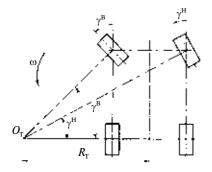


Рис. 2. Модель поворота колесной машины с жесткими колесами [1]

по законам сухого трения, откуда и произошло название этой теории.

Согласно теории жестких колес центр поворота  $O_{\rm T}$  (рис. 2) лежит на пересечении перпендикуляров к плоскостям качения колес, опущенных из их геометрических центров. Радиус  $R_{\rm T}$  поворота относительно этого центра принято называть теоретическим. Основным недостатком данного направления теории поворота является несовпадение теоретического радиуса  $R_{\rm T}$  поворота с действительным радиусом R. Этот факт объясняется тем, что в рамках теории жестких колес не учитываются: буксование колес по грунту; упругие свойства шины и грунта; режимы движения колес (ведомые или ведущие); крюковая нагрузка; распределение нормальных усилий между мостами и т. д.

Несмотря на перечисленные недостатки, а главное в силу ее простоты, данную теорию продолжают использовать на начальной стадии проектирования колесных машин с поворотными элементами. Кроме того, она явилась основой дальнейшего развития теории поворота колесных машин — появления двух принципиально разных направлений: теории упругого увода и теории трения.

#### 2. Теория упругого увода

Явление увода колеса было открыто Г. Брюлье в 1925 г. [2]. Заключается оно в том, что под действием боковых сил упругое колесо отклоняется от прямолинейной траектории. Угол отклонения называется углом увода. За работами Г. Брюлье последовали труды Беккера, Фромма и Маруна (1931 г.), Ионидеса, Бредли и Аллена. Начиная с 1937 г. во Франции были опубликованы результаты работ Сеза, Граумюллера, Рокара, Жульена и д'Буэн Лозано.

**Модели бокового увода.** Активное развитие скоростных машин, движущихся на повороте при воздействии боковых центробежных сил инерции, предопределило появление теории бокового увода, объясняющей различие действительного R и теоретического  $R_{\rm T}$  радиусов поворота наличием поперечной силы. Большое внимание уводу колеса под действием поперечной силы уделено в работах Е. А. Чудакова и Я. П. Певзнера [3]. Позднее вопросами действия боковой силы на движение колесных машин занимались: А. С. Антонов, В. В. Бурцев, Г. С. Гаспарянц, Л. Л. Гинзбург, В. П. Горячкин, Г. В. Зимелев, В. И. Кнороз, П. А. Кудинов, А. С. Литвинов, Е. В. Михайловский, Г. А. Смирнов, Б. С. Фалькевич, Я. Е. Фаробин, А. А. Хачатуров, М. Е. Мацепуро и многие другие.

В основу силового взаимодействия теории бокового увода легла гипотеза Рокара. Сущность гипотезы заключается в линейной зависимости угла  $\Delta\gamma$  увода шины от величины боковой нагрузки  $P_y$ , действующей на колесо со стороны грунта:  $\Delta\gamma = P_y/k_y$ , где  $k_y$  — коэффициент бокового увода. Коэффициент  $k_y$  зависит от размеров и

жесткости шины, внутреннего давления воздуха в ней, величины радиальной нагрузки на колесо и других параметров. Определяется он, как правило, экспериментально. Известны попытки теоретического расчета  $k_{\rm y}$  (Е. Ю. Малиновский, Р. Смиль, В. Горн), но они пока дают противоречивые результаты.

Гипотеза Рокара, выдвинутая им для прямолинейного движения, получила широкое распространение при описании поворота быстроходных машин, когда боковые нагрузки легко объясняются наличием центробежной силы инерции.

В первой модели поворота с учетом бокового увода, разработанной Е. А. Чудаковым [3], ведущая ось заменялась условным центральным колесом с действующими на него суммарными окружными (продольными) и боковыми (поперечными) силами. Такая схема приводит к усреднению углов поворота колес одной оси и углов их бокового увода, что оправдано при движении с радиусом поворота, значительно превышающим колею машины. Рассмотренная модель нашла широкое распространение при исследовании поворота машин с межколесными дифференциалами.

Впоследствии разными авторами [4—7] модель поворота была доработана и развита применительно к многоосным автомобилям с описанием каждого колеса индивидуально (рис. 3). Несмотря на это для всех современных моделей бокового увода сохраняются основные допущения, а, следовательно, и ограничения этой теории.

1. Отсутствие теоретической базы для определения коэффициента  $k_{\rm y}$  бокового увода требует наличия широкого спектра экспериментального материала по этому вопросу. На сегодняшний день имеются многочисленные результаты испытаний увода прямолинейно движущихся ведомых и ведущих колес под действием боковой силы. Однако исследования отдельно взятых колес не позволяют учесть их взаимное влияние друг на друга, накладываемое схемой трансмиссии. К примеру, увод ведущего колеса с индивидуальным приводом (мотор-колесо) отличается от увода ведущих колес, связанных дифференциалом. При криволинейном движении увод колес исследуется, как правило, в комплексе со всей ма-

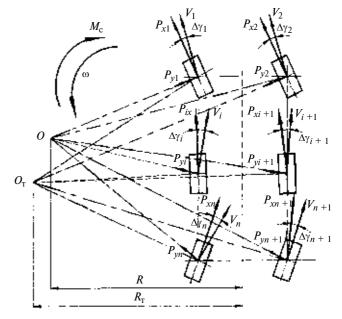


Рис. 3. Модель поворота многоосной колесной машины согласно теории бокового увода

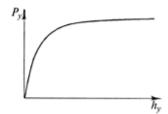


Рис. 4. Экспериментальная зависимость бокового смещения  $h_{\rm V}$  от силы  $P_{\rm V}$  [9]

шиной, что не позволяет оценить влияние на него различных типов трансмиссий.

- 2. Объяснение боковой силы  $P_y$  в контакте колеса с грунтом действием центробежной силы инерции приводит к невозможности применения моделей бокового увода к описанию поворота машин на малых скоростях, характерных при движении тракторных агрегатов в рабочих режимах.
- 3. В основу силового взаимодействия моделей бокового увода положен принцип суперпозиции, проявляющийся в независимом формировании продольной  $P_x$  и поперечной  $P_y$  составляющих силы в контакте. Ввиду того, что принцип независимости действия сил при связях с трением приводит к нарушению законов механики [8], принятое допущение справедливо лишь при малых сопротивлениях движению, когда ограничения по сцеплению еще не достигнуты.
- 4. Отсутствие подробного анализа силового взаимодействия в контакте колеса с грунтом не позволяет учитывать влияние различных типов грунтов на кинематику лвижения.
- 5. Линейная зависимость Рокара  $P_y$  ( $\Delta \gamma$ ) справедлива только в пределах малых значений углов увода  $\Delta \gamma = 3 \div 5^\circ$ , когда отсутствует скольжение колес по грунту [9]. Такое ограничение допустимо при движении автомобиля с большими радиусами поворота. В действительности зависимость  $P_y$  ( $\Delta \gamma$ ) имеет нелинейный характер (рис. 4). Однако нелинейный рост  $\Delta \gamma$  обусловлен уже не упругими свойствами шины, а началом скольжения колеса по грунту и соответствует достижению боковой силой предельного значения по сцеплению в поперечном направлении [3], где действуют законы механики трения, несовместимые с принципом суперпозиции.

Таким образом, теория бокового увода имеет четкие границы области применения — описание движения быстроходных колесных машин: при наличии поворотных элементов, по твердому основанию, с большими радиусами поворота, при отсутствии скольжения колес по грунту. Накопленный достаточно большой эмпирический материал способствует широкому применению этих моделей. Одним из основных направлений дальнейшего развития современных моделей поворота с учетом бокового увода является учет скольжения в контакте с грунтом.

**Модели углового увода.** С развитием тракторного парка, для которого характерны невысокие рабочие скорости, объяснять увод действием боковой силы стало затруднительно по причине малой центробежной силы, составляющей не более  $0,5 \div 1$ % от веса машины. Были предприняты попытки объяснить увод угловой деформацией шины под действием восстанавливающего момента  $M_{\rm C}$  со стороны грунта [10-12], который при малых углах  $\Delta \gamma = 4 \div 6^\circ$  тоже содействует сохранению линейной зависимости между величиной момента  $M_{\rm C}$  и углом  $\Delta \gamma$  относительного поворота площадки контакта [3, 10, 11, 13]:  $\Delta \gamma = M_{\rm C}/k_m$ , где  $k_m$  — угловая жесткость шины колеса.

Такой подход позволяет описать явления, происходящие при повороте машины с малыми радиусами и скоростями [10—12]. Однако эти исследования нашли при-

менение лишь при решении частных силовых задач поворота: сохранение тягового и мощностного балансов; определение усилия на рулевом колесе. Общая модель движения машины с угловым уводом в силу ряда причин пока не получила широкого распространения в общей теории поворота машин.

#### 3. Теория трения скольжения

За пределами теории увода остались машины с частично отключаемыми или тормозными колесами, с силовым бортовым поворотом и неповоротными колесами, другими нетрадиционными схемами поворота, когда явно присутствует полное или частичное скольжение колес по грунту. Кроме того, наличие скольжения наряду с кинематической задачей на передний план выводит задачу силового анализа поворота.

Модели поступательного скольжения. Наибольшее распространение эти модели получили при описании поворота машин с неповоротными колесами. Первая расчетная модель поворота колесной машины с бортовым приводом была предложена В. А. Петрушовым и доработана впоследствии Ю. А. Брянским, Я. Е. Фаробиным, В. И. Смирновым, А. С. Антоновым, Н. А. Забавниковым и др. [4, 6, 7, 14—16]. В основе силового взаимодействия колеса с грунтом, по мнению этих авторов, лежит представление о равнодействующей силе трения, приложенной в центре площадки контакта (рис. 5).

Кинематика жесткого колеса на твердом основании с учетом поступательного скольжения более подробно рассмотрена Н. А. Забавниковым, Б. Н. Назаренко и В. Н. Наумовым в работе [15, 16]. Введя относительное и переносное движения, авторы находят скорости скольжения центров колес, что дает возможность определить силу трения сопротивления, действующую в контакте.

Последователи этой идеи — Ю. Я. Рождественский и К. Ю. Машков, используя нелинейную зависимость элементарной силы трения в точке от ее перемещения и скорости, сумели учесть упругие свойства шины [17], объединив их со скольжением колеса (рис. 6). Авторы ввели

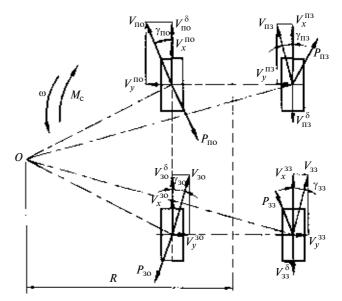


Рис. 5. Модель силового поворота колесной машины: P — сила в контакте; V — скорость колеса; индексы: по, пз — переднее колесо отстающего и забегающего борта; зо, зз — заднее колесо отстающего и забегающего борта;  $\delta$  — индекс скорости продольного скольжения (буксования или юза)

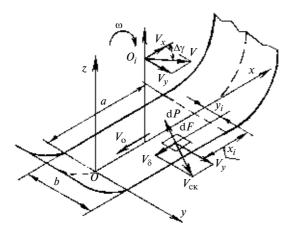


Рис. 6. Модель взаимодействия упругого колеса с твердым основанием при наличии скольжения [17]

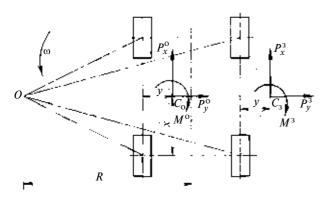


Рис. 7. Модель бортового поворота машины с неповоротными колесами [24]

связь между продольной  $P_{\chi}$  и поперечной  $P_{y}$  составляющими, однако все силовое взаимодействие свели к одной результирующей силе, приложенной к центру пятна контакта. Пренебрежение моментом сопротивления соответствует поступательному скольжению, несовместимому с криволинейным движением. Кроме того, для определения скоростей скольжения опорной площадки необходимо задать конкретные значения переносных и относительных скоростей [15—17], что не всегда возможно.

Используя результаты Ю. Л. Рождественского и К. Ю. Машкова [17], А. В. Шумилин и А. Н. Володин решили задачу бортового поворота многоосной машины с управляемыми передними колесами [18]. Однако при этом они сохранили основное допущение этого направления теории поворота — поступательное скольжение.

Существуют попытки [6, 7] учета момента сопротивления  $M_{\rm C}$  в контакте колеса с грунтом по формуле, заимствованной из теории гусеничных машин:  $M_{\rm C} = \mu \, Ga/4$ , где  $\mu$  — коэффициент сопротивления повороту; G — весовая нагрузка, приходящаяся на колесо; a — длина пятна контакта колеса с грунтом. В современных работах [19] момент сопротивления  $M_{\rm C}$  рассчитывается путем умножения максимальной по сцеплению результирующей силы  $P_{\rm max}$  на величину скольжения центра контакта.

Независимо от способа вычисления момента сопротивления  $M_{\rm C}$  результирующая сила P принимается равной максимальной по сцеплению величине  $P_{\rm max} = \varphi G$ , где  $\varphi$  — коэффициент сцепления. Такой подход соответствует принципу суперпозиции силовых факторов (результирующего момента сопротивления  $M_{\rm C}$  в контакте и резуль-

тирующей силы трения  $P_{\rm max}$ ) [20] и несовместим с механикой трения, так как нарушает законы Кулона в точке. Максимальная по сцеплению сила  $P_{\rm max}$  может развиваться лишь при поступательном скольжении, т. е. при отсутствии момента  $M_{\rm c}$ . Наличие момента  $M_{\rm c}$  приводит к уменьшению результирующей силы P. Чем больше момент  $M_{\rm c}$ , тем меньше результирующая сила P, и наоборот [20].

Возникающее противоречие привело к развитию следующего направления, основанного исключительно на законах трения.

Модели математической теории трения. Основоположником математической теории трения и применения ее к описанию криволинейного движения транспортных машин по праву считается Ф. А. Опейко [21]. На основании работ Н. Н. Шиллера [22] и Н. Е. Жуковского [23] он заложил основы взаимодействия колеса (гусеницы) с грунтом как фрикционной пары трения [8].

Из механики известно, что для любой плоской фигуры (площадки контакта), движущейся в своей плоскости непоступательно, существует мгновенный центр скоростей (скольжения), положение которого при связях с трением однозначно определяет действующие на площадку реакции (составляющие  $P_y$  и  $P_x$  силы трения и момент  $M_{\rm C}$  сопротивления). Рассматривая возникающие в контакте движителя с грунтом силовые факторы как функции координат x и y мгновенного центра скольжения,  $\Phi$ . А. Опейко свел силовую задачу к кинематической. Все возникающие в контакте элементарные силы трения, приведенные к центру скольжения, в случае изотропного взаимодействия имеют вид [21—23]:

$$P_{x} = \varphi y G / \sqrt{x^{2} + y^{2}};$$

$$P_{y} = -\varphi x G / \sqrt{x^{2} + y^{2}};$$

$$M_{c} = \varphi G \sqrt{x^{2} + y^{2}}.$$
(1)

Предложенный  $\Phi$ . А. Опейко подход (1) позволяет полностью отказаться от принципа суперпозиции при определении силовых факторов в контакте и соответствует всем законам механики трения.

Однако введение дополнительных неизвестных координат x и y мгновенных центров скольжения колес требует дополнительных уравнений связей, что затрудняет решение поставленной задачи. Доказанная Ф. А. Опейко теорема о взаимном расположении центров скольжения параллельно-поступательно движущихся тел [8, 21] позволила полностью решить силовую и кинематическую задачи поворота гусеничных машин [8] и колесных машин с неповоротными опорами [24] (рис. 7).

Однако подход Ф. А. Опейко, основанный строго на законах механики, в силу недостатка уравнений связи не нашел применения для машин с поворотными колесами или шарнирно-сочлененной рамой.

#### Заключение

В настоящее время можно выделить три основных направления в теории поворота колесных машин, отличающихся описанием взаимодействия движителя с грунтом:

- 1. Теория жестких колес применяется на начальной стадии проектирования колесной машины с поворотными элементами.
- 2. Теория бокового увода хорошо зарекомендовала себя для описания быстроходных машин с поворотными элементами по твердому основанию с большими радиусами поворота без учета скольжения колес.

3. Математическая теория трения — описывает силовой бортовой поворот машин с неповоротными колесами по твердому основанию без учета упругих свойств шины.

Неоднократно предпринимались попытки совместить разные направления. Например, учесть скольжение колес в рамках теории бокового увода или упругие свойства шины в рамках теории трения. Однако существующие направления основаны на принципиально разных методологических подходах.

В настоящее время теория поворота колесных машин все больше внимания уделяет решению задач устойчивости и управляемости при движении на грани заноса, что предъявляет дополнительные требования к моделям поворота и их адекватности процессам, происходящим при повороте. Развитие современных моделей, как правило, идет по пути их усложнения: введение нелинейной зависимости боковой силы  $P_{\max}$  от угла  $\Delta \gamma$  увода и независимого момента сопротивления  $M_c$ , учет эффекта скалывания и смятия грунта и т. д. Однако заложенные в основу моделей бокового увода допущения начинают входить в противоречие с законами механики и приводят к грубым ошибкам, особенно в режимах повышенного скольжения, близких к началу заноса.

Разные направления теории поворота обусловлены в первую очередь поставленными перед ней задачами и, конечно же, развитием самой колесной техники, характеризующимся появлением новых схем управления поворотом. Отсутствие единого подхода к описанию поворота оставило за пределами исследований достаточно большой класс колесных машин с нетрадиционными схемами поворота: частичным скольжением колес по грунту; наличием лишь одного тормозного колеса; использованием рояльных ведомых колес; применением кинематически несоответствующих мотор-колес и др.

Вопрос единого подхода к описанию поворота произвольной колесной машины особенно актуален для тракторных агрегатов, характеризующихся большим разнообразием конструктивных схем и множеством систем управления поворотом, включая нетрадиционные. Поворот произвольного тракторного агрегата в рабочем режиме осуществляется, как правило, в тяжелых грунтовых условиях и сопровождается деформацией движителя и грунта и их относительным скольжением. Внешнее нагружение (крюковое или весовое, консольно смещенное) может вызвать значительное перераспределение нормальных нагрузок между колесами, что в силу радиальной упругости шин приводит к кинематическому рассогласованию колес и циркуляции мощности. В процессе технологического цикла у некоторых тракторных агрегатов наблюдается криволинейное движение без управляющего воздействия со стороны водителя (пассивный поворот). На сегодняшний день не все задачи полностью решены в рамках существующих направлений теории поворота колесных машин.

Все это обусловливает необходимость дальнейшего развития теории поворота применительно к тракторным агрегатам.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

- 1. **Певзнер Я. М.** Теория устойчивости автомобиля. М.: Машгиз, 1947. 156 с.
- 2. **Рокар И.** Неустойчивость в механике. Автомобили, самолеты, висячие мосты: Пер. с англ. В. К. Житомирского. М.: Иностр. лит-ра, 1959. 288 с.
- 3. **Чудаков Е. А.** Влияние боковой эластичности колес на движение автомобиля. М.-Л.: АН СССР. Вып. 10. 1947. 125 с.

- 4. **Антонов А. С.** Силовые передачи колесных и гусеничных машин. Л.: Машиностроение, 1967. 496 с.
- 5. **Кулешов А. А., Марголин И. И.** Пневмоколесные машины с бортовыми приводами и мотор-колесами. М.: Машиностроение, 1995. 312 с.
- 6. **Смирнов Г. А.** Теория движения колесных машин. М.: Машиностроение, 1981. 272 с.
- 7. Фаробин Я. Е. Теория поворота транспортных машин. М.: Машиностроение, 1970. 176 с.
- 8. **Опейко Ф. А.** Колесный и гусеничный ход. Минск: АСН БССР, 1960. 228 с.
- 9. **Чудаков Д. А.** Основы теории и расчета трактора и автомобиля. М.: Колос, 1972. 384 с.
- 10. **Редчиц В. В.** О явлении относительного поворота контактного отпечатка движущегося колеса // Автомобильная промышленность. 1974. № 3. С. 28—30.
- 11. **Редчиц В. В.** Определение максимального момента сопротивления повороту управляемых колес на месте // Автомобильная промышленность. 1973. № 9. С. 17, 18.
- 12. **Солтус А. ÎI., Редчиц В. В.** О стабилизирующем моменте шины // Автомобильная промышленность. 1976. № 7. С. 23, 24.
- 13. **Кнороз В. И.** Работа автомобильной шины. М.: Транспорт, 1976. 238 с.
- 14. **Брянский Ю. А.** Основные параметры и тяговый расчет базовых тягачей и землеройно-транспортных машин. М.: Высшая школа, 1966. 350 с.
- 15. **Исследования** бортового поворота колесной транспортной машины методом испытания одиночного колеса / Н. А. Забавников, П. С. Сологуб, Б. П. Назаренко и др. // Тракторы и сельскохозяйственные машины. 1972. № 1. С. 12—14.
- 16. Забавников Н. А., Назаренко Б. П., Наумов В. Н. Особенности кинематики колеса при бортовом повороте колесного самохода // Вопросы расчета и конструирования гусеничных машин. Вып.1. Тр. МВТУ № 231. М.: МВТУ, 1976. С. 6—14.
- 17. **Рождественский Ю. Л., Машков К. Ю.** О формировании реакций при качении упругого колеса по недеформируемому основанию в режимах бортового поворота // Вопросы расчета и конструирования гусеничных машин. Тр. МВТУ. № 390. М.: МВТУ, 1982. С. 56—63.
- 18. **Шумилин А. В., Володин А. Н.** Метод определения характеристик поворота колесного транспортного средства на недеформируемом основании // Тракторы и сельскохозяйственные машины. 1993. № 8. С. 17—19.
- 19. **Ларин В. В.** Методы прогнозирования и повышения опорной проходимости многоосных колесных машин на местности: Автореф. дис. ... д-ра техн. наук. М.: МГТУ, 2007. 32 с.
- 20. **Трояновская И. П.** Развитие и анализ взглядов на силовое взаимодействие колеса с грунтом при повороте машины // Механика и процессы управления. Тр. XXXVIII Уральского семинара. Т. 1. Екатеринбург: УрО РАН, 2008. С. 230—237.
- 21. **Опейко Ф. А.** Математическая теория трения. Минск: АСН БССР, 1971. 149 с.
- 22. **Шиллер Н. Н.** Заметки о равновесии твердого тела при действии трения на некоторую плоскую часть его поверхности // Тр. отделения физических наук общества любителей естествознания. Т. V. Вып. 1. 1892. С. 17—19.
- 23. **Жуковский Н. Е.** Условие равновесия твердого тела, опирающегося на неподвижную плоскость некоторой площадкой и могущего перемещаться вдоль этой плоскости с трением // Тр. отделения физических наук общества любителей естествознания. Т. IX. Вып. 1. 1897. С. 339—354.
- 24. **Казаченко Г. В.** Исследование поворота колесных машин с бортовой схемой управления: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Минск: БПУ, 1982. 21 с.