ВЕСТНИК машиностроения

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ И ПРОИЗВОДСТВЕННЫЙ ЖУРНАЛ

1

2011

ИЗДАЕТСЯ С НОЯБРЯ 1921 ГОДА

Журнал входит в перечень утвержденных ВАК РФ изданий для публикации трудов соискателей ученых степеней

Журнал переводится на английский язык, переиздается и распространяется во всем мире фирмой "Аллертон Пресс" (США)

ООО «Издательство Машиностроение»
107076, Москва, Стромынский пер., 4

Адрес редакции:
107076, Москва,
Стромынский пер., 4.
Телефон: 8-(499)-748-02-91.
E-mail: vestmash@mashin.ru
www.mashin.ru

Журнал зарегистрирован 19 апреля 2002 г. за № 77-12421 в Комитете Российской Федерации по печати
Учредитель: А.И. Савкин

Индексы: **70120** ("Роспечать"),
27841 ("Пресса России"),
60264 ("Почта России")

Цена свободная

Отпечатано в ООО "Подольская Периодика", 142110, Московская обл., г. Подольск, ул. Кирова, 15

Главный редактор А.И. САВКИН

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Алешин Н.П., д-р техн. наук, акад. РАН, **Братухин А.Г.,** д-р техн. наук, **Воронцов А.Л.,** д-р техн. наук, **Гусейнов А.Г.,** д-р техн. наук, **Дмитриев А.М.,** д-р техн. наук, член-корр. РАН (председатель секции обработки материалов без снятия стружки), **Драгунов Ю.Г.,** д-р техн. наук, член-корр. РАН, **Древаль А.Е.,** д-р техн. наук (председатель секции технологии машиностроения), **Дроздов Ю.Н.,** д-р техн. наук, акад. РИА и РАК (председатель секции конструирования и расчета машин), **Кутин А.А.,** д-р техн. наук, **Омельченко И.Н.,** д-р техн. и экон. наук (председатель секции организации и экономики производства), **Пименов А.Ф.,** д-р техн. наук, **Попов Д.Н.,** д-р техн. наук, **Попов А.В.,** д-р техн. наук, **Рыбин В.В.,** д-р техн. наук, член-корр. РАН, **Салтыков М.А.,** д-р техн. наук, **Трегубов Г.П.,** д-р техн. наук, **Цыганкова И.А.** (ответственный секретарь)

СОДЕРЖАНИЕ

КОНСТРУИРОВАНИЕ, РАСЧЕТ, ИСПЫТАНИЯ И НАДЕЖНОСТЬ МАШИН

Волков Г. Ю. — Формализованное отображение и систематика структур плоских многозвенных зубчатых и фрикционных механизмов . . . 3

Медведев Ю. А., Кузнецов В. П. — Энергетический расчет многодвигательных электрогидравлических приводов со случайными вариациями параметров . . . 7

Хадеев Р. Г. — Электродвигатель с управляемыми частотой вращения и крутящим моментом . . . 14

Рыков А. А., Юрьев Г. С. — Математическое моделирование упругих и демпфирующих характеристик стержневого элемента . . . 15

Тарханов В. И. — Расчет напряжений изгиба в болтах и шпильках . . . 18

Гасанова М. А. — Расчет частично корродированного растянутого стержня . . . 20

Перов А. А., Соцков Д. А. — Технологические факторы, влияющие на повышенный износ гильз цилиндров двигателя КамАЗ . . . 22

Юнусов Ф. С., Юнусов Р. Ф. — Теоретическое исследование механики абразивной среды в вибрирующем контейнере . . . 24

Цыбулько А. Е., Бахтин Д. Е., Романенко Е. А. — Применение натурального критерия для оценки усталостной прочности деталей машин при сложном нагружении . . . 31

Цикл статей «Проблемы трибологии — трения, изнашивания и смазки»

Козырев Ю. П., Седакова Р. Ф. — Инженерная модель нанокомпозитов триботехнического применения на основе полимеров с многослойной структурой дисперсного наполнителя . . . 34

ТЕХНОЛОГИЯ МАШИНОСТРОЕНИЯ

Гусейнов Г. А., Мамедов Ч. М. — Новая конструкция торцевого шлифовального круга 37

Рубцов Ю. В., Коннова Г. В., Щетинин В. С., Золотарёва С. В. — Совершенствование конструкции механизма резания дисковой рубильной машины . . . 40

Легаев В. П., Генералов Л. К. — Повышение эффективности токарной обработки на основе автоматического контроля показателей процесса резания 44

Горчев В. С. — Математические основы исследования автоматических линий структуры "3×2" . . . 47

Кобзев А. А., Легаев В. П., Генералов Л. К. — Использование моделируемых сигналов в системах автоматического управления процессом резания . . . 54

Серия статей «Проблемы теории и практики резания материалов»

Воронцов А. Л., Султан-заде Н. М., Албагачиев А. Ю., Савкин А. И. — Разработка новой теории тепловых процессов резания. 5. Общий математический аппарат теплофизики резания. Часть 2 . . . 61

ОРГАНИЗАЦИЯ И ЭКОНОМИКА ПРОИЗВОДСТВА

Омельченко И. Н., Максименко Н. Ю. — Анализ подходов к построению и реализации систем менеджмента качества . . . 68

Ежов Г. П. — Методы оценки эффективности инновационно-инвестиционных проектов на промышленных предприятиях . . . 73

Ступников В. П., Дубровский В. А., Подволоцкая Н. И. — Современные проблемы энергоэффективности в машиностроении . . . 78

ТЕХНИЧЕСКАЯ ИНФОРМАЦИЯ

Дмитриев В. Я., Комаишко С. Г., Кулик Г. Н., Моисей М. В., Суздаль К. В., Тонконог А. Ю. — Капитальный ремонт автоклавного реактора для изготовления полиэтилена высокого давления . . . 81

Кушнир А. П. — Механизм прохождения загрязнений через бесконтактные уплотнения при остановке вращения шпинделя . . . 83

Вэньчжэ Ян — Создание системы дистанционного управления крепью . . . 87

Вниманию авторов и подписчиков . . . 33, 43, 86

Реклама . . . 88

CONTENTS

DESIGN, CALCULATION, TESTS AND RELIABILITY OF MACHINES

Volkov G. Yu. — Formalized representation and systematization of structures of plain multilink toothed and friction mechanisms

Medvedev Yu. A., Kuznetsov V. P. — Energy calculation of multimotor electro-hydraulic drives with random variations of the parameters

Khadeev R. G. — Electric motor with controllable rotational speed and torsion torque

Rykov A. A., Yur'ev G. S. — Mathematical modeling of elastic and shock-absorbing characteristics of a bar element

Tarkhanov V. I. — Calculation of the bending stresses in the bolts and pins

Gasanova M. A. — Calculation of a partially corroded bar

Perov A. A., Sotskov D. A. — Processing factors, influencing on the enhanced wear of the КамАЗ motor cylinder sleeves

Yunusov F. S., Yunusov R. F. — Theoretical study of the mechanics of abrasive medium in the vibrating container

Tsybul'ko A. E., Bakhtin D. E., Romanenko E. A. — The use of a natural criterion for assessing the fatigue strength of machine parts under complex loading

A series of articles "Problems of tribology — friction, wearing away and lubrication

Kozyrev Yu. P., Sedakova E. B. — An engineering model of nanocomposites of tribotechnical use based on the polymers with multilayer structure of a disperse filling

MANUFACTURING ENGINEERING

Guseiinov G. A., Mamedov Ch. M. — A new design of end grinding wheel

Rubtsov K. A., Konnova G. V., Shchetinin V. S., Zolotareva S. V. — Improvement of the design of cutting mechanism of the cutter-type chipper

Legaev V. P. Generalov L. K. — The efficiency enhancement of turning on the basis of automated control of the measure of cutting process

Gorchev V. S. — Mathematical foundations of study of the automated lines of "3×2" structure

Kobzev A. A., Legaev V. P., Generalov L. K. — Use of modulated signals in the automatic control systems of cutting process

A series of articles "Problems of theory and practice of materials cutting"

Vorontsov A. L., Sultan-zade N. M., Albagachiev A. Yu., Savkin A. I. — Development of a new theory of thermal cutting processes. 5. A general mathematical apparatus of cutting thermal physics, Part 2

ORGANIZATION AND ECONOMICS OF PRODUCTION

Omel'chenko I. N., Maksimenko N. Yu. — Analysis of the approaches to the design and realization of the quality management systems

Ezhov G. P. — The efficiency evaluation methods of the innovation-investment projects in the industrial enterprises

Ctupnikov V. P., Dubrovsky V. A., Podvolotskaya N. I. — Modern problems of the energy efficiency in the engineering industry

TECHNICAL INFORMATION

Dmitriev V. Ya., Komaishko S. G., Kulik G. N., Moisey M. V. Suzdal' K. V., Tonkonog A. Yu. — Capital repair of the autoclave reactor for production of high-pressure polyethylene

Kushnir A. P. — Soiling passing mechanism through the non-contact seals at the spindle rotation stoppage

Venchzhe Yan — Creation of a shore remote control system

Художественный редактор *Т. Н. Галицына*
Технический редактор *Т. А. Шацкая*
Корректор *Т. В. Пчелкина*

Сдано в набор 03.11.2010. Подписано в печать 20.12.2010.
Формат 60 × 88 1/8. Бумага офсетная. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 10,78. Уч.-изд. л. 11,48. Заказ 4.

Перепечатка материалов из журнала "Вестник машиностроения" возможна при обязательном письменном согласовании с редакцией журнала; ссылка на журнал при перепечатке обязательна.
За содержание рекламных материалов ответственность несет рекламодатель.

© ООО "Издательство Машиностроение", "Вестник машиностроения", 2011

КОНСТРУИРОВАНИЕ, РАСЧЕТ, ИСПЫТАНИЯ И НАДЕЖНОСТЬ МАШИН

УДК 621.01

Г. Ю. ВОЛКОВ, канд. техн. наук (Курганский ГУ), e-mail: vlkv48@mail.ru

Формализованное отображение и систематика структур плоских многозвенных зубчатых и фрикционных механизмов

Предложен метод отображения плоских планетарных передач и опор качения в форме матрицы связей, составленной с учетом кинематической совместимости элементов, краткую запись которой можно использовать в систематизации механизмов, хранении информации, структурном анализе.

Ключевые слова: планетарная передача, замкнутая система, центроидная пара, структурный синтез, кинематическая совместимость.

Method of representation of flat planetary gears and rolling-contact bearings in the form of matrix of coupling, composed subject to kinematic compatibility of elements, is proposed. Short writing of the compatibility may be used in the mechanisms systematization, information storage, and structural analysis.

Keywords: planetary gear, closed system, centroidal pair, structural synthesis, kinematic compatibility.

Известны сотни различных механизмов, состоящих из зубчатых или гладких цилиндрических звеньев, в основном планетарные передачи и опоры качения, большинство из которых по тем или иным причинам не нашли широкого применения. В настоящее время для описания подобных механизмов используют кинематические схемы в сочетании с текстовым пояснением, что, во-первых, делает громоздким отображение объекта, а во-вторых, затрудняет процесс синтеза — поиск новых схем, который основывается лишь на интуиции. Рядом исследователей предложены подходы к систематизации структурных схем для отдельных групп подобных механизмов [1—4]. Однако отсутствие единой системы указывает на то, что задача разработки универсальной и компактной формы отображения структур данных механизмов остается актуальной.

Основой отображения структуры рассматриваемых механизмов является перечень главных элементов и их взаимосвязи, т. е. цилиндрические тела, которые катятся друг по другу; назовем это базисной центроидной структурой (БЦС). В работе [5] подобные механические системы представлены в виде матрицы, построенной с учетом кинематической совместимости элементов. Рассмотрим возможность использования данного подхода для формализованного отображения структур широкого круга кинематических цепей, состоящих из зубчатых и фрикционных передач и опор качения.

Правила составления матрицы связей БЦС

На первом этапе описания механизма в качестве элементов системы будем рассматривать только цилиндрические тела, каждое из которых характеризуется направлением вращения (спином) и видом рабочей поверхности, которая может быть охватываемой (Р — ролик, зубчатое колесо) или охватывающей (К — кольцо, зубчатое колесо с внутренними зубьями). Основной формой представления структуры кинематической цепи является прямоугольная матрица связей, номера строк которой соответствуют номерам колец, вращающихся в одном направлении (например по часовой стрелке) и номерам роликов, вращающихся в другом направлении (против часовой стрелки). Номера столбцов соответствуют номерам колец, вращающихся против часовой стрелки, и номерам роликов, вращающихся по часовой стрелке. Внутри матрицы указываются связи между элементами, т. е. между звеньями. В БЦС будем учитывать связи только двух видов: центроидную кинематическую пару (пара качения) — обозначим *w*, и жесткую концентрическую связь центров тел качения — обозначим *c*. Отсутствие связи будем обозначать нулем.

В качестве примера рассмотрим матрицу связи БЦС системы, представленной на рис. 1, которая является ее первичной матрицей:

$$\begin{array}{c|cccc|} & P_1 & P_2 & P_3 & K_6 \\ K_2 & w & c & 0 & 0 \\ K_3 & w & 0 & c & 0 \\ P_4 & 0 & w & w & w \\ P_5 & 0 & w & w & w \end{array}.$$

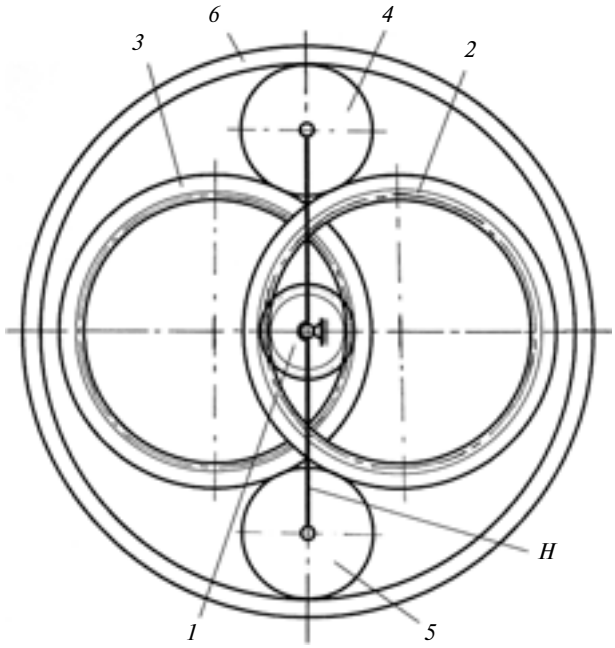


Рис. 1. Планетарная передача [6]:
1÷3 — зубчатые колеса; *4÷6* — ролики; *H* — водило

При составлении первичной матрицы связи по кинематической схеме механизма, звенья которого обозначены цифрами в произвольном порядке, руководствуются следующими правилами. Цилиндрическое звено *1* будет находиться в первой строке матрицы (строка номеров звеньев), а звено *2*, катящееся по звену *1*, — в первом столбце; следующее звено, взаимодействующее со звеном *2*, — второе в первой строке и т. д. Далее матрицу заполняют символами соответствующих связей.

Большинство механизмов, построенных на основе БЦС, содержат повторяющиеся элементы. Такие структуры целесообразно представлять как симметричные. При этом можно выделить два вида симметрии: зеркальную (осевую) симметрию и симметрию вращения *n*-го порядка. Последняя симметрия встречается наиболее часто в планетарных механизмах и опорах качения.

Симметричные структуры имеют ядро (основу), состоящую из неповторяющихся элементов, и оболочку — повторяющиеся элементы. Обозначим повторяющиеся элементы (сателлиты, ролики подшипников и т. д.) верхними индексами: о — осевая симметрия, *n* или конкретное число (2; 3 и т. д.) — соответственно симметрия вращения и число повторений в этом структурном фрагменте.

Все связи элементов повторяющегося структурного фрагмента между собой и с неповторяющимися элементами, т. е. ядрами, повторяются *n* раз. Связи между крайними элементами соседних повторяющихся структурных фрагментов обозначим верхними индексами "1" или "2". Таким образом, w^1 означает, что данная связь существует не внутри, а между соседними фрагментами; w^2 — связь присутствует как внутри фрагмента, так и между соответствующими элементами соседних фрагментов.

Система (см. рис. 1) обладает как зеркальной (осевой) симметрией, так и симметрией вращения второго порядка. Матрица связей БЦС этой системы, составленная с учетом зеркальной симметрии, имеет вид:

$$\begin{array}{c|ccc|} & P_1 & P_2^{o} & K_6 \\ \hline K_2^{o} & w & c & 0 \\ P_4 & 0 & w & w \\ P_5 & 0 & w & w \end{array}. \qquad (1)$$

Матрица, составленная с учетом симметрии вращения, имеет вид:

$$\begin{array}{c|ccc|} & P_1 & P_2^{2} & K_6 \\ \hline K_2^{2} & w & c & 0 \\ P_4^{2} & 0 & w^2 & w \end{array}. \qquad (2)$$

Составим первичную матрицу связей симметричной структуры, показанной на рис. 2:

$$\begin{array}{c|cccc|} & P_1 & P_4^{n} & P_7^{n} & P_5^{n} \\ \hline P_3^{n} & w & w & w^1 & w^2 \\ K_2 & 0 & w & w & w \\ P_6^{n} & w & w & w & 0 \end{array}. \qquad (3)$$

Заметим, что наличие структурной симметрии не означает наличия геометрической (размерной)

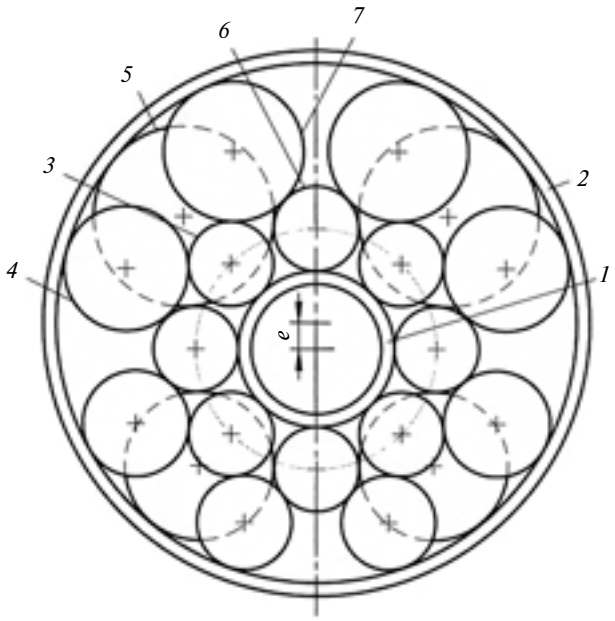


Рис. 2. Бессепараторный подшипник качения [7]:
1÷7 — тела качения

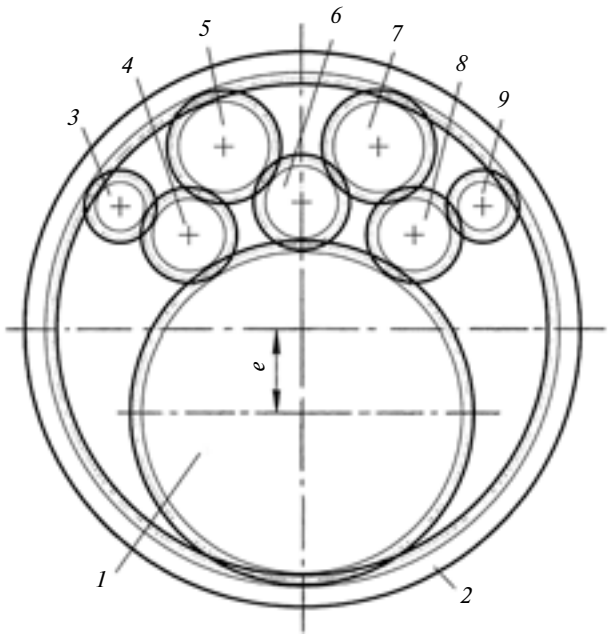


Рис. 3. Зубчатый эксцентриковый подшипник качения [8]:
1÷9 — зубчатые колеса

симметрии. Так, в бессепараторном эксцентриковом подшипнике (см. рис. 2) оси центральных звеньев *1* и *2* взаимно смещены, а сателлиты имеют разные диаметры.

Матрицы связей систем, обладающих симметрией вращения, имеют меньшую размерность, т. е. проще, чем матрицы тех же систем, но представленных как зеркально-симметричные [сравним формулы (1) и (2)]. Это следует учитывать при выборе формы отображения БЦС. В некоторых случаях к структурной симметрии вращения можно относиться условно — с некоторой натяжкой. Так, систему, показанную на рис. 3, можно условно отобразить матрицей связей системы, имеющей симметрию вращения:

$$\begin{array}{c|cc|} & \mathrm{P}_1 & \mathrm{P}_5^n \\ \hline \mathrm{K}_2 & w & w \\ \mathrm{P}_4^n & w & w^2 \end{array}. \qquad (4)$$

Отбор неизоморфных структур и компактное обозначение матрицы связи БЦС

Для того чтобы каждая кинематическая цепь имела только одно стандартное компактное отображение, следует ввести жесткие правила. Однако выбрать логичный и универсальный порядок отбора изоморфных структур не так просто. С учетом многообразия кинематических схем, которые подлежат формализованному описанию, предлагается следующий иерархический ряд правил:

1. Основа (ядро) матрицы состоит из неповторяющихся тел качения (кольца и ролики):

а) кольца стоят в первой строке слева, а в первом столбце — сверху;

б) число строк меньше или ровно числу столбцов;

в) в квадратной матрице число колец в первой строке не меньше, числа колец в первом столбце.

2. Повторяющиеся элементы ставятся правее и ниже основы, причем вначале — кольца, а затем — ролики.

3. В спорных случаях при выборе единственного (учетного) представителя изоморфных структур следует выбирать ту матрицу, которая характеризуется наибольшим числом, прочитанным по клеткам матрицы связей слева направо и сверху вниз. При этом отсутствие связи обозначается нулем, а наличие соответствующей связи — индексами "1" или "2". Ниже приведены матрицы связей механизмов (см. рис. 1—3), преобразованные в соответствии с правилами стандартного вида:

для планетарной передачи (см. рис. 1), вместо матрицы (2):

$$\begin{array}{c|ccc|} & \mathrm{K}_6 & \mathrm{P}_1 & \mathrm{P}_2^2 \\ \hline \mathrm{K}_2^2 & 0 & w & c \\ \mathrm{P}_4^2 & w & 0 & w^2 \end{array}, \qquad (5)$$

для бессепаратного подшипника качения (см. рис. 2), вместо матрицы (3):

$$\begin{array}{c|ccc|} & \mathrm{K}_2 & \mathrm{P}_3^n & \mathrm{P}_6^n \\ \hline \mathrm{P}_1 & 0 & w & w \\ \mathrm{P}_4^n & w & w & w \\ \mathrm{P}_7^n & w & w^1 & w \\ \mathrm{P}_5^n & w & w^2 & 0 \end{array}, \qquad (6)$$

для зубчатого подшипника качества (см. рис. 3), вместо матрицы (4):

$$\begin{array}{c|cc|} & \mathrm{K}_2 & \mathrm{P}_4^n \\ \hline \mathrm{P}_1 & w & w \\ \mathrm{P}_5^n & w & w^2 \end{array}. \qquad (7)$$

Матрицу связи БЦС можно отобразить компактно, записав ее в строку в виде формулы по следующему правилу: "верхняя строка" × "крайний левый столбец": "первая строка", "вторая строка", и т. д.

Формулы строения БЦС систем, показанных на рис. 1—3 и отображенных матрицами (5)—(7), имеют вид:

$$\mathrm{KPP}^2\times\mathrm{K}^2\mathrm{P}^2\colon\ 0wc,\ w0w^2; \qquad (8)$$

$$\mathrm{KP}^n\mathrm{P}^n\times\mathrm{PP}^n\mathrm{P}^n\mathrm{P}^n\colon\ 0ww,\ www,\ ww^1w,\ ww^20;$$

$$\mathrm{KP}^n\times\mathrm{PP}^n\colon\ ww,\ ww^2.$$

Формулы строения БЦС можно записать для любых механизмов, состоящих из зубчатых колес и/или гладких тел качения. Обратная процедура — воссоздание по матрице графической схемы, относится к задачам параметрического синтеза, которая в данной статье не рассматривается, однако для матриц размерностей, имеющих практическое значение, эта процедура осуществима на уровне интуиции.

Матрица связей центроидной системы, включая рычажные звенья

БЦС полезны при анализе и синтезе принципиальных схем механических систем. Следующий этап проектирования, на котором рассматриваются конкретные кинематические схемы механизмов, может опираться на те же матрицы связей. Для этого в качестве элементов систем кроме тел качения учитывают рычажные звенья (Н). Условимся, что символ единственного рычажного звена Н (водила или стойки), относящегося к неповторяющейся основе системы, будет ставиться впереди матрицы БЦС, т. е. первым в верхней строке и/или крайнем левом столбце, символы Н повторяющихся рычажных звеньев — в конце этой матрицы.

Для записи реальных кинематических цепей следует расширить перечень видов связей. Введем следующие обозначения: r — нормальная неудерживающая (односторонняя) связь, реализуется высшей кинематической парой и вычитает одну степень свободы (число накладываемых связей $S = 1$); t — тангенциальная связь, реализуется зубчатым зацеплением с боковым зазором ($S = 1$), при этом фиксация осей зубчатых колес обеспечивается другими элементами цепи; w — центроидная пара ($S = 2$), эквивалентна связи ($t + n$), реализуется беззазорным зубчатым зацеплением; v — вращательная пара между центрами звеньев ($S = 2$); u — вращательная пара в произвольной точке рычажного звена ($S = 2$); d — нормальная двухсторонняя связь ($S = 1$), например поводок с двумя вращательными парами — элемент водила; z — зубчатая передача ($t + d$) — зацепление с зазором и поводок, связывающий оси зубчатых колес ($S = 2$); c — жесткая концентрическая связь ($S = 3$); e — жесткая эксцентрическая связь ($S = 3$), встречается только в зубчато-рычажных механизмах.

Переход от БЦС к реальной кинематической схеме дополняет и несколько усложняет описание объекта, но незначительно, за исключением случаев, когда дальнейшая детализация схемы ведет к потере первоначальной симметрии.

В матрице связей планетарного механизма (см. рис. 1) в дополнение к БЦС [см. матрицу (5) и формулу (8)] появляется центральное рычажное звено — водило Н, а связи w центроидного типа, где нет зубьев, заменяют на связи r. Чтобы зашифрованную в матрице кинематическую цепь можно было назвать механизмом, надо выделить ведущее, опорное и ведомое звенья. В приведенной ниже матрице это сделано с помощью различных скобок: () — ведущее, [ ] — опорное, { } — ведомое:

$$\begin{array}{c|cccc|} & \{H\} & [K_6] & (P_1) & P_2^2 \\ \hline \{H\} & c & v & v & 0 \\ K_2^2 & 0 & 0 & w & c \\ P_4^2 & u & r & 0 & r^2 \end{array}$$

или $\{H\}[K](P)P^2 \times \{H\}K^2P^2$: $cvv0$, $00wc$, $ur0r^2$.

Матрица (6) бессепараторного подшипника (см. рис. 2) почти не изменяется, кроме того, что связи обозначают r:

$$\begin{array}{c|ccc|} & K_2 & P_3^n & P_6^n \\ \hline P_1 & 0 & r & r \\ P_4^n & r & r & r \\ P_7^n & r & r^1 & r \\ P_5^n & r & r^2 & 0 \end{array}$$

или $KP^nP^n \times PP^nP^nP^n$: $0rr$, rrr, rr^1r, rr^20.

Окончательное описание структуры зубчатого эксцентрикового подшипника (см. рис. 3) нельзя выполнить, используя симметрию вращения. Однако в данном случае можно применить зеркальную симметрию:

$$\begin{array}{c|ccc|} & K_2 & P_6 & P_4^o \\ \hline P_1 & w & w & w \\ P_5^o & w & w & w \\ P_3^o & w & 0 & w \end{array}$$

или $KPP^o \times PP^oP^o$: www, www, $w0w$.

Предлагаемый метод описания структур предназначен для механических систем, состоящих исключительно или преимущественно из тел качения, и может быть распространен на иные объекты, в том числе и на чисто шарнирные механизмы.

Иллюстрация возможности хранения информации

Для сокращения большого числа примеров использования графических изображений в таблице приведены номера патентов и формулы строения соответствующих кинематических цепей, в которую вошли все механизмы, относящиеся к рассматриваемому классу, запатентованные автором в разные годы.

Патент	Формула строения
SU 370350	$KKP^n \times PP^nP^n$: $\upsilon 0r$, $r0r^2$, $0rr^2$
SU 432297	$KPPP^oP^oP^oP^o \times KPP^oP^oP^oP^o$: $0rrrrr0r$, $0rrrr0$, $rr0r000$, $r00rr00$, $r000rrr$, $r0r00rr$
SU 581896	$KP^nP^n \times PP^nP^nP^n$: $0rr$, rrr, rr^1r, rr^20
SU 610156	$PK^2 \times P^2P^2$: rr^2, rr
SU 719749	$KPP^oP^o \times PP^oP^oP^o$: $rrrr$, $rrr0$, $rr0r$, $r0r$
SU 477967	$KPK^nP^n \times HP^nP^n$: $\upsilon\upsilon 0u$, $0rcr$, $r0r0$
SU 733770	$KPK^nP^n \times HP^nP^n$: $\upsilon\upsilon 0u$, $r0cr$, $0rr0$
SU 1626024	$HKPP^2 \times HK^2P^2P^2$: $c\upsilon\upsilon 0$, $00rc$, $0r0r$, $u00r^2$
SU 1770646	$HKKPP \times HPP^oP^o$: $c\upsilon 0\upsilon u$, $0rc00$, $00rrr$, $ur0r0$
RU 2331000	$KP \times P^n$: ww
RU 2315212	$KPH^o \times HP^oP^o$: $00u$, rru, rru
RU 2352839	$KPP^o \times PP^oP^o$: www, www, $w0w$
RU 2341698	$KPP^n \times KP^n$: $00w$, rww^2
RU 2345256	$KP^3 \times KP^3$: $0w$, rw^2
RU 2341697	$HKPP^o \times PP^oP^o$: $0wrr$, $0rrr$, $ur0r$
RU 59174	$KPH^oH^o \times HP^oP^oP^o$: $00u0$, $rruu$, $rru0$, $rr0u$
RU 73045	$KP^2 \times KP^2$: $0w$, rw^2

Таким образом, предлагаемый метод отображения структур механизмов можно использовать для систематизации их видов, для компактного хранения информации, а также при структурном синтезе методами комбинаторики. При этом следует четко задавать границы поля поиска путем введения ограничений, обусловленных поставленными задачами синтеза.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Кудрявцев В. Н.** Планетарные передачи. Л.: Машиностроение, 1966. 308 с.
2. **Плеханов Ф. И., Кунивер А. С.** Классификация и символика планетарных передач // Приводная техника. 2003. № 4. С. 26—34.
3. **Дворников Л. Т.** Решение задач синтеза структур передач с промежуточными телами и безводильных планетарных передач // 13-я науч.-практ. конф. "Проблемы механики и машиностроения". Новокузнецк, 2003. С. 3—15.
4. **Cageless** bearings technology, the standard for the 1980'S. E. Traut // Sample Journal. № 2. V. 17.
5. **Волков Г. Ю., Крохмаль Н. Н.** Закономерности строения фрикционных механизмов, представляющих собой замкнутую систему тел качения // Изв. вузов. 1992. № 10—12. С. 52—57.
6. **Пат. 2017037 Рос. Федерации:** Зубчато-фрикционная передача.
7. **А. с. 1581896 СССР:** Подшипник качения.
8. **Пат. 2352839 Рос. Федерации:** Эксцентриковый подшипник качения.

УДК62-82/-83

Ю. А. МЕДВЕДЕВ, В. П. КУЗНЕЦОВ, кандидаты технических наук (Владимирский ГУ),
e-mail: medvedev@vladggu.ru

Энергетический расчет многодвигательных электрогидравлических приводов со случайными вариациями параметров

Предложена методика энергетического расчета многодвигательного электрогидравлического привода, позволяющая определить его оптимальные параметры с учетом составляющей взаимонагружения, отнесенной к статической составляющей нагрузки.

Ключевые слова: электрогидравлические приводы, системы управления, энергетический расчет.

The energy calculation technique of multimotor electro-hydraulic drive is proposed. The technique allows determine the drive's optimal parameters subject to the interloading component, referring to static component of load.

Keywords: electro-hydraulic drives, control systems, the energy calculation.

Рациональный выбор мощности электрогидравлического привода (ЭГП) систем автоматического управления имеет большое значение, так как во многом определяет стоимость эксплуатационных расходов, габаритные и весовые показатели, КПД привода и качество процессов управления [1—4].

Воздействие различных случайных факторов, влияющих на скорость движения нагрузки, придают ей случайный характер и приводят к существенному ухудшению быстродействия и точности ЭГП. Если это влияние значительно, то появляется необходимость учитывать воздействие случайных факторов при выборе мощности привода. Учет случайных составляющих нагрузки в процессе проектирования позволяет более точно оценить фактическую нагрузку привода и, следовательно, найти дополнительные возможности повышения его эффективности.

Важным этапом проектирования многодвигательных электрогидравлических приводов (МДЭГП) является анализ предельных энергетических возможностей, зависящих не только от мощности объединяемых гидродвигателей (ГД), но и от режима их взаимонагружения, обусловленного случайной неидентичностью характеристик отдельных звеньев привода.

Для оценки мощности исполнительного устройства привода, необходимой для воспроизведения требующегося закона движения объекта, используется нагрузочная характеристика, которая определяет наибольшие значения вращающего момента и частоты вращения, дает представление о мощности нагружения и позволяет рассчитать конструктивные параметры привода. Игнорирование влияния случайных факторов на процесс нагружения ЭГП может привести к ошибке в расчете мощности, что в свою очередь скажется на его предельных динамических возможностях, поэтому необходимо учитывать случайные составляющие нагрузки.

Расчет мощности МДЭГП с учетом потерь энергии, вызванных взаимонагружением двигателей, представляет большой практический интерес. В случае представления законов движения привода и изменения статистической нагрузки на его валу в виде детерминированных функций времени потребная мощность и КПД МДЭГП могут быть оценены по методике [5]. Для упрощения инженерных расчетов будем считать механические характеристики МДЭГП линейными (по крайней мере, это справедливо в диапазоне изменения нагрузки $\Delta P_i = 0 \div 2/3 P_0$).

На основании уравнения для семейства механических характеристик двухдвигательного привода для многодвигательного соединения ($i = 1, 2, ..., n$) имеем:

$$n = \sum_{i=1}^{k} \frac{\beta_{\text{п}i} I_{\text{у}i}}{\alpha_i} \Big/ \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{\alpha_i} - M_\Sigma \Big/ \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{\alpha_i}, \qquad (1)$$

где $I_{\text{у}}$ — ток управления i-го ГД; $\beta_{\text{п}i}$ — крутизна скоростной характеристики ГД; α_i — координата движения; M_Σ — суммарный момент привода после объединения.

В этом случае максимальная потребная мощность

$$N_{\max} = \sum_{i=1}^{k} N_{i\max} = Mn =$$

$$= M\left(\sum_{i=1}^{k} \frac{\beta_{\text{п}i} I_{\text{у}i}}{\alpha_i} \Big/ \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{\alpha_i} - M_\Sigma \Big/ \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{\alpha_i} \right). \qquad (2)$$

Момент, при котором N достигает максимального значения, можно определить из условия $\partial N / \partial M = 0$, т. е. $\sum_{i=1}^{k} \frac{\beta_{\text{п}i} I_{\text{у}i}}{\alpha_i} \Big/ \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{\alpha_i} - 2M_\Sigma \Big/ \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{\alpha_i} = 0$, откуда

$$M_\Sigma = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{k} \frac{\beta_{\text{п}i} I_{\text{у}i}}{\alpha_i}. \qquad (3)$$

Подставив равенство (3) в уравнение (1), получим:

$$n = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{k} \frac{\beta_{\text{п}i} I_{\text{у}i}}{\alpha_i} \Big/ \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{\alpha_i}. \qquad (4)$$

Следовательно, максимальное значение мощности, которое можно принять за требующееся,

$$N_{\max} = \frac{1}{4} \left(\sum_{i=1}^{k} \frac{\beta_{\text{п}i} I_{\text{у}i}}{\alpha_i} \right)^2 \Big/ \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{\alpha_i}. \qquad (5)$$

Известно, что КПД гидравлического привода с дроссельным управлением, работающего в тормозном режиме, отрицателен, поэтому при наличии взаимонагружения двигателей и малых значениях внешней нагрузки КПД может принять отрицательное значение. Выражение для КПД МДЭГП имеет вид:

$$\eta = n \sum_{i=1}^{k} M_i \Big/ \sum_{i=1}^{k} n_i^* M_i^*, \qquad (6)$$

где M_i^* и n_i^* — момент и частота вращения i-го привода до объединения приводов.

При наличии взаимонагружения двигателей некоторые значения M_i отрицательны и КПД (6) привода уменьшается. Таким образом, в энергетическом отношении ликвидация взаимонагружения имеет важное практическое значение.

В качестве примера на рис. 1 показаны механические характеристики и графики мощности единичных и двухдвигательного гидроприводов. Характеристики получены при токе управления элек-

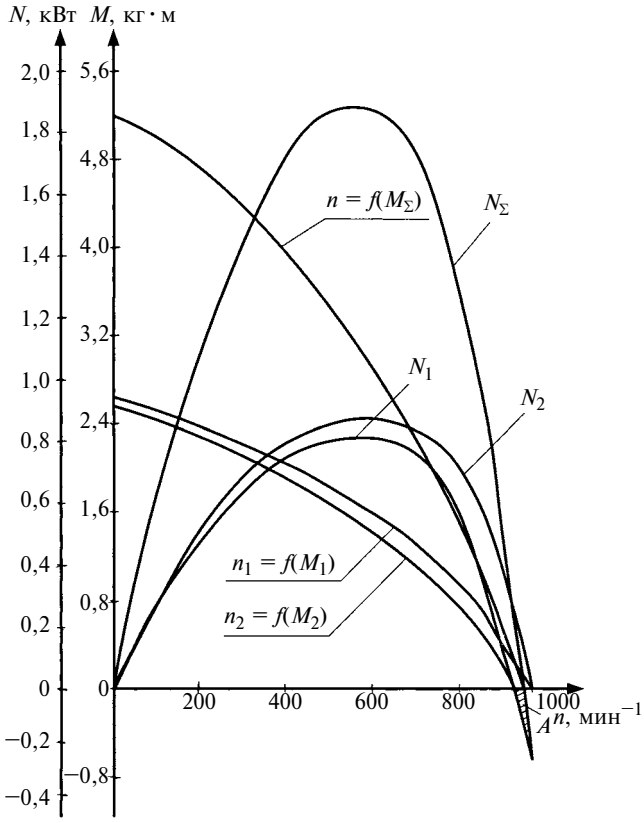


Рис. 1. Механические характеристики и графики мощности (N_1, N_2, N_Σ) единичных и двухдвигательного гидроприводов

тромеханического преобразователя, равном 15 мА. Из рис. 1 видно, что частоты вращения n_1 и n_2 холостого хода приводов 1 и 2 отличаются на ≈5 % при близких значениях жесткости механических характеристик. В этом случае суммарная мощность ($N_1 + N_2$) приводов 1 и 2 несколько больше суммарной мощности N_Σ двухдвигательного ГП при передаваемой нагрузке. Взаимонагружение единичных приводов 1 и 2 приводит к потерям мощности (на рис. 1 — область *A*), что является существенным недостатком жесткого соединения гидродвигателей.

Практика создания ГД показывает, что потребная мощность, как правило, рассчитывается методами, основанными на представлении законов движения привода и изменения нагрузки на его валу детермированными функциями времени [6]. Однако в ряде случаев приходится выбирать мощность привода, когда характер изменения нагрузки является случайным. Типичным примером такого случая является изменение нагрузки МДЭГП с жестким соединением гидродвигателей вследствие их взаимонагружения.

Исследования МДЭГП с объемным и дроссельным регулированием показывают, что взаимонагружение случайно по величине вследствие случайного разброса параметров характеристик объединяемых приводов. Вполне вероятно, что при значительном взаимонагружении требующийся режим движения может оказаться даже невоспроизводимым, поэтому учет этого явления при выборе мощности МДЭГП принципиально необходим [7].

Задача вероятностного подхода к расчету мощности МДЭГП [8] в общей постановке заключается в установлении аналитической зависимости между статистическими характеристиками требующегося процесса движения и изменения нагрузки и параметрами привода, позволяющими получить такое движение с принятой вероятностной обеспеченностью.

Задача решается при условиях:

1) управляющие воздействия являются стационарными функциями времени с известными статистическими характеристиками;

2) требующийся закон движения нагрузки и составляющая взаимонагружения являются стационарными и коррелированными функциями, подчиненными нормальному закону распределения;

3) механические характеристики привода линейны, т. е. для него может быть получена передаточная функция;

4) основная нагрузка привода — инерционная, а взаимонагружение отнесено к статической составляющей нагрузки;

5) МДЭГП позволяет осуществить любой закон регулирования, т. е. его энергетические возможности должны быть достаточными для придания нагрузке требующихся скоростей и ускорений в заданном диапазоне частот.

Используя спектральное представление стационарной функции на входе привода, можно вычислить спектральную плотность случайного сигнала на выходе в установившемся режиме, т. е. требующийся закон движения нагрузки можно определить из соотношения [8]:

$$S_x(\nu) = |W(j\nu)|^2 S_д(\nu), \tag{7}$$

где $S_д(\nu)$ и $S_x(\nu)$ — спектральные плотности управляющего воздействия и требующегося процесса движения; $W(j\nu)$ — амплитудно-фазовая частотная характеристика ГП.

Таким образом, задача сводится к расчету мощности ГП, статистически обеспечивающего требующийся процесс движения нагрузки, заданный спектральной плотностью.

В установившемся режиме работу МДЭГП с жестким соединением гидродвигателей можно описать системой уравнений:

$$\left.\begin{aligned}
\omega_1 &= k_1 Q_1 - \frac{1}{\beta_1} M_1;\\
\omega_2 &= k_2 Q_2 - \frac{1}{\beta_2} M_2;\\
&\vdots\\
\omega_m &= k_m Q_m - \frac{1}{\beta_m} M_m;\\
\omega_1 &= \omega_2 = \ldots = \omega_m = \omega;\\
M &= \sum_{i=1}^{m} M_i = \sum_{i=1}^{m} q_i \Delta p_i,
\end{aligned}\right\} \tag{8}$$

где первые *m* уравнений представляют собой механические характеристики объединяемых приводов (характеристики рассматриваем в линейной области); последние два уравнения — условия жесткого соединения; ω_i — частота вращения *i*-го ГД; k_i и Q_i — коэффициент усиления по скорости и расход рабочей жидкости на входе *i*-го ГД; β_i и M_i — жесткость механической характеристики и момент нагрузки на валу *i*-го ГД; q_i и Δp_i — удельный объем *i*-го ГД и перепад давлений на нем ($i = 1, 2, \ldots, m$).

С учетом принятых условий момент на "выходном звене" МДЭГП

$$M = \sum_{i=1}^{m} M_i(t) = Ju\frac{d^2\varphi(t)}{dt^2} + m_{вз}(t)\frac{1}{u}, \tag{9}$$

где $\varphi(i)$ — координата, характеризующая закон движения нагрузки; *u* — передаточное число редуктора, принимаемое для всех ГД одинаковым; $m_{вз}$ — случайное значение момента взаимонагружения; *J* — приведенный момент инерции вращающихся час-

тей ГД и нагрузки, определяемый соотношением $J = \sum_{i=1}^{m} J_i + J_н \frac{1}{u^2}$.

Решая систему уравнений (8) относительно частоты вращения многодвигательного привода $\omega = u d\varphi(t)/dt$ и учитывая равенство (9), получаем линеаризованное дифференциальное уравнение движения:

$$\frac{Ju}{\sum_{i=1}^{m} \beta_i} \frac{d^2\varphi(t)}{dt^2} + u\frac{d\varphi(t)}{dt} = \frac{\sum_{i=1}^{m} \beta_i k_i Q_i(t)}{\sum_{i=1}^{m} \beta_i} - m_{вз}(t)\frac{1}{u\sum_{i=1}^{m} \beta_i}. \quad (10)$$

Принимаем в качестве управляющего воздействия процесс изменения установившейся скорости привода и, переходя к изображениям Лапласа при начальных условиях, запишем уравнение (10) в виде:

$$\Omega(P) = W_{экв}^{-1}(P)\Phi(P) + W_{вз}(P)M_{вз}(P), \quad (11)$$

где $\Omega(P) = \omega_0(t) = \sum_{i=1}^{m} \beta_i k_i Q_i(t) \Big/ \sum_{i=1}^{m} \beta_i$ — изображение Лапласа при нулевых начальных условиях и установившейся скорости привода для данного сочетания параметров; $W_{экв}^{-1}(P) = (1 - T_{экв})uP$ — обратная передаточная функция МДЭГП, зависящая от инерционных свойств ГД, нагрузки и жесткости механических характеристик; $M_{вз}(P) = m_{вз}(t)$ — одна из возможных реализаций стационарного случайного процесса изменения момента взаимонагружения; $W_{вз}(P) = \frac{1}{u}\sum_{i=1}^{m} \beta_i$ — передаточная функция по составляющей скорости привода, обусловленной взаимонагружением; $\Phi(P) = \varphi(t)$ — изображение Лапласа при нулевых начальных условиях закона движения нагрузок.

По уравнению (11) строим структурную схему формирования случайного процесса $\omega_0(t)$ (рис. 2, *а*), согласно которой записываем выражение спектральной плотности процесса изменения скорости

$$S_{\omega_0}(\nu) = S_\omega(\nu) + 2\mathrm{Re}S_{\omega m}(j\nu) + S_m(\nu), \quad (12)$$

где $S_{\omega_0}(\nu)$, $S_\omega(\nu)$, $S_m(\nu)$ — спектральные плотности процессов $\omega_0(t)$, $\omega(t)$, $m_{вз}(t)$ соответственно; $S_{\omega m}(j\nu)$ — взаимная спектральная плотность процессов $\omega(t)$ и $m_{вз}(t)$.

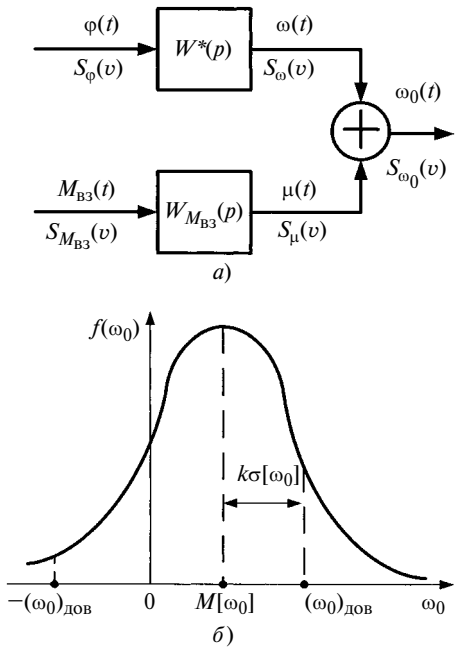


Рис. 2. К расчету мощности многодвигательного гидропривода: структурная схема формирования случайного процесса (*а*) и закон его распределения (*б*)

С учетом формулы (7) выражение спектральной плотности для $\omega_0(t)$ запишется в виде:

$$S_{\omega_0}(\nu) = |W_{экв}^{-1}(j\nu)|^2 S_\varphi(\nu) + \mathrm{Re}[W_{экв}^{-1}(j\nu)W_{вз}(j\nu)S_\varphi m_{вз}(j\nu)] + |W_{вз}(j\nu)|^2 S_m(\nu) = \left[u^2\nu^2 + \frac{\left(\sum_{i=1}^{m} J_i\right)^2}{\left(\sum_{i=1}^{m} \beta_i\right)^2} u^2\nu^2 + \frac{2J_н \sum_{i=1}^{m} J_i}{\left(\sum_{i=1}^{m} \beta_i\right)^2}\nu^4 + \frac{J_н^2}{u^2\left(\sum_{i=1}^{m} \beta_i\right)^2}\nu^4\right] S_\varphi(\nu) - \frac{2\nu}{\sum_{i=1}^{m} \beta_i}\left(\sum_{i=1}^{m} J_i + \frac{J_н}{u^2}\right)[\mathrm{Re}S_\varphi m_{вз}(j\nu) + \mathrm{Im}S_\varphi m_{вз}(j\nu)] + \frac{1}{u^2\left(\sum_{i=1}^{m} \beta_i\right)^2} S_m(j\nu). \quad (13)$$

Прежде чем найти числовые характеристики процесса $\omega_0(t)$, выраженные через параметры ГД, нагрузки и вероятностные характеристики взаимонагружения, проанализируем некоторые члены выражения (13).

Известно, что число ГД многодвигательного привода выбирается в зависимости не только от требующейся мощности, но и от других факторов, например требований конструкции механизма. Как правило, выбираются двигатели одного типа, имеющие (по каталогу) одинаковые моменты инерции $J_1 = J_2 = ... = J_m = J_{ГД}$. Тогда в выражении (13) $\sum_{i=1}^{m} J_i = nJ_{ГД}$, а величину $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{m}\beta_i$ (здесь n — число ГД) можно рассматривать как статистическое среднее значение жесткости характеристик выбранного двигателя $M^*[\beta]$. Чем больше число двигателей, тем ближе $M^*[\beta]$ к математическому ожиданию $M[\beta]$.

Используя связь дисперсии процесса с его спектральной плотностью и учитывая выражение (13) и соображения, касающиеся представления числа ГД в явном виде, получим:

$$D[\omega_0(t)] = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} S\omega_0(\nu)\mathrm{d}\nu = \left\{\bar{\varphi}^2 + \frac{J_{ГД}}{(M^*[\beta])^2}\bar{\bar{\varphi}}^2\right\}u^2 +$$

$$+ 2\left\{\frac{J_н J_{ГД}}{n(M^*[\beta])^2}\bar{\bar{\varphi}}^2 - \frac{J_{ГД}}{n(M^*[\beta])^2}A - \frac{1}{n(M^*[\beta])^2}B\right\} +$$

$$+ \frac{1}{u^2 n^2 (M^*[\beta])^2}\left\{J_н^2\bar{\bar{\varphi}}^2 - 2J_н A + D[m_{вз}]\right\}, \quad (14)$$

где $\bar{\varphi}^2 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\nu^2 S_\varphi(\nu)\mathrm{d}\nu$; $\bar{\bar{\varphi}}^2 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\nu^2 S_\varphi(\nu)\mathrm{d}\nu$;

$A = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\nu^2 \mathrm{Re}\, S_{\varphi m_{вз}}(j\nu)\mathrm{d}\nu$; $B = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\nu^2 \mathrm{Im}\, S_{m_{вз}} \times$

$\times (j\nu)\mathrm{d}\nu$; $D[m_{вз}] = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} S_{m_{вз}}(\nu)\mathrm{d}\nu$.

Если в соответствии с уравнением (11) записать процесс $\omega_0(t)$ в виде суммы стационарных процессов:

$$\omega_0(t) = u\bar{\varphi} + \frac{J}{\sum_{i=1}^{m}\beta_i}\bar{\bar{\varphi}}^2(t) + \frac{1}{\sum_{i=1}^{m}\beta_i}m_{вз}(t), \quad (15)$$

то математическое ожидание $M[\omega_0(t)]$ можно определить через математические ожидания слагаемых. В данном случае математические ожидания первых двух слагаемых уравнения (15) равны нулю вследствие стационарности случайного процесса, поэтому получаем:

$$M[\omega_0(t)] = \frac{1}{unM^*[\beta]}M[M_{вз}(t)]. \quad (16)$$

Энергетическая обеспеченность заданного процесса $\varphi(t)$ определяется обеспеченностью принятого доверительного интервала $(\omega_0)_{дов}$, т. е. его вероятность

$$P\{\omega_0(t)\} \leqslant (\omega)_{дов} = a, \quad (17)$$

где a —требующаяся обеспеченность, которая при нормальном законе распределения процесса определяется с помощью табулированной функции распределения вероятностей $\Phi^*(x)$ [9, 10].

Для нахождения величины доверительного симметричного интервала $(\omega)_{дов}$, имеющего заданную обеспеченность a, необходимо знать закон распределения процесса $\omega_0(t)$. В рассматриваемом случае этот закон является нормальным, так как заданные процессы $\varphi(t)$ и $m_{вз}(t)$ имеют нормальное распределение вероятностей и характеризуются плотностью вероятности вида

$$f(\omega_0) = \frac{1}{\sigma[\omega_0]\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{\{\omega_0 - M[\omega_0(t)]\}^2}{2(\sigma[\omega_0])^2}\right), \quad (18)$$

где $\sigma[\omega_0] = \sqrt{D[\omega_0]}$ — среднее квадратическое отклонение $\omega_0(t)$.

Кривая распределения по указанному закону (рис. 2, *б*) определяется величинами $\sigma[\omega_0]$ и $M[\omega_0(t)]$, где среднеквадратическое отклонение определяет форму кривой $f(\omega_0)$, а математическое ожидание — ее положение. Назначенная обеспеченность a определяется площадью, ограниченной кривой $f(\omega_0)$ и ординатами $\pm(\omega_0)_{дов}$. В этом случае

$$(\omega_0)_{дов} = \psi\{a, \sigma(\omega_0), M[\omega_0(t)]\}, \quad (19)$$

т. е. является функцией заданной обеспеченности a и известных величин $\sigma[\omega_0]$ и $M[\omega_0(t)]$. При нормальном законе распределения вероятностей любое фиксированное значение процесса [в данном случае $(\omega_0)_{дов}$] можно записать в виде

$$(\omega_0)_{дов} = M(\omega_0(t)] + x\sigma[\omega_0], \quad (20)$$

где x — аргумент табулированной функции $\Phi^*(x)$ распределения вероятностей.

Из формулы (20) видно, что при фиксированных значениях математического ожидания и среднеквадратического отклонения, обеспеченность $(\omega_0)_{дов}$ определяется величиной x. Установление зависимости величины x от величин, указанных в формуле (19), является сложной задачей. В практических случаях, когда составляющие динамической нагрузки и взаимонагружения будут соизмеримы, можно требовать сравнительно высокой обеспеченности процессов и с весьма малой погрешностью считать, что

$$P\{(\omega_0(t)) < \omega_0(t)\} \approx$$
$$\approx P\{\omega_0(t) < (\omega_0)_{дов}\} = \Phi(x) = a, \quad (21)$$

и из выражения (21) находить x. При малых значениях составляющей взаимонагружения по сравнению с динамической нагрузкой, т. е. при $M[m_{вз}(t)] = 0$ вероятностная оценка рассматриваемых процессов может быть получена с помощью соотношения

$$P\{\omega_0(t) \leqslant (\omega_0)_{дов}\} = 2\Phi^*(x) - 1, \qquad (22)$$

из которого находим значение x. Подставляя в равенство (20) значение, найденное по выражению (21) или (22), определяем доверительный интервал процесса изменения скорости $\omega_0(t)$.

Известно, что максимальная механическая мощность любого привода однозначно зависит от его предельной механической характеристики и может быть определена по формуле [11]

$$N = \frac{1}{4}\gamma\omega_{0\max}^2\beta, \qquad (23)$$

откуда для МДЭГП имеем:

$$N_{\max} = \frac{1}{4}\gamma n M^*[\beta](\omega_0)_{дов}^2, \qquad (24)$$

где γ — коэффициент пропорциональности, определяемый системой единиц; n — выбранное число ГД.

Таким образом, максимальная мощность МДЭГП с учетом взаимонагружения на основании формулы (14), (16), (20) и (24) определяется выражением

$$N_{\max} = \frac{1}{4}\gamma n M^*[\beta] \times$$

$$\times \left[\frac{M[m_{вз}(t)]}{unM^*[\beta]} + x\sqrt{\left\{\bar{\dot{\varphi}}^2 + \frac{J_{ГД}^2}{(M^*[\beta])^2}\bar{\ddot{\varphi}}^2\right\}u^2 + \frac{+2\left\{\frac{J_н J_{ГД}}{n(M^*[\beta])^2}\bar{\ddot{\varphi}}^2 - \frac{J_{ГД}A}{n(M^*[\beta])^2} - \frac{B}{n^2(M^*[\beta])^2}\right\} + \frac{1}{u^2n^2(M^*[\beta])^2}\left\{J_н^2\bar{\ddot{\varphi}}^2 - 2J_нA + D[m_{вз}(t)]\right\}}}\right]^2. \qquad (25)$$

Уравнение (25) позволяет выразить максимальную мощность, которой должен обладать МДЭГП, содержащий n ГД с моментом инерции $J_{ГД}$ каждый и жесткостью механической характеристики, определяемой статистическим средним $M^*[\beta]$ через момент инерции $J_н$ нагрузки, передаточное число u редуктора, статистические характеристики закона движения $\bar{\dot{\varphi}}^2$, $\bar{\ddot{\varphi}}^2$, изменения момента взаимонагружения ($M[m_{вз}(t)]$, $D[m_{вз}(t)]$) и их взаимные статистические характеристики (A, B).

При конструировании любого привода мы стремимся обеспечить требующиеся скорости и ускорения движения нагрузки с помощью минимальной установленной мощности. Рассмотрим, каким образом с помощью выражения (25) можно определить параметры привода, удовлетворяющие критерию минимума установленной мощности. Следует заметить, что при конструировании МДЭГП минимизация мощности должна осуществляться прежде всего путем ликвидации взаимонагружения.

Задачу минимизации мощности по выражению (25) будем решать выбором оптимального передаточного числа u редуктора. Найдем соотношение параметров привода, при которых $N_{\max}$ будет минимальным. Анализ формул (25) и (24) показывает, что минимум мощности будет при минимальном доверительном интервале изменения скорости:

$$(\omega_0)_{дов} = \frac{M[m_{вз}(t)]}{unM^*[\beta]} + x\sqrt{\left\{\bar{\dot{\varphi}}^2 + \frac{J_{ГД}^2}{(M^*[\beta])^2}\bar{\ddot{\varphi}}^2\right\}u^2 + \frac{+2\left\{\frac{J_н J_{ГД}}{n(M^*[\beta])^2}\bar{\ddot{\varphi}}^2 - \frac{J_{ГД}A}{n(M^*[\beta])^2} - \frac{B}{n^2(M^*[\beta])^2}\right\} + \frac{1}{u^2n^2(M^*[\beta])^2}\left\{J_н^2\bar{\ddot{\varphi}}^2 - 2J_нA + D[m_{вз}(t)]\right\}}}, \qquad (26)$$

поэтому минимизация сводится к нахождению минимума функции (26) при изменениях передаточного числа u. На основании исследования функции (26) при положительных значениях в области значений коэффициентов, имеющих физический смысл, можно утверждать, что у $(\omega_0)_{дов}$ существует единственный экстремум — минимум. Для определения соответствующего оптимального передаточного числа $u_{опт}$ необходимо решить в общем виде уравнение

$$d(\omega_0)_{дов}/du = 0. \qquad (27)$$

Подставив найденное значение $u_{опт}$ в формулу (26), находим минимальное значение $(\omega_0)_{дов}$, а затем по формуле (24) определяем минимальное значение $N_{\max}$. В этом случае, когда постоянная составляющая взаимонагружения в случайном законе изменения нагрузки отсутствует ($M[m_{вз}(t)] = 0$), задача минимизации мощности решается несколько проще. Минимум функции $N_{\max} = f(u)$ находим из условия $dN/du = 0$, тогда с учетом формулы (25) оптимальное значение передаточного числа

$$u_{опт} = \sqrt{\frac{J_н^2\bar{\ddot{\varphi}}^2 - 2J_нA + D[m_{вз}(t)]}{n^2\left\{\left(M^*[\beta]\right)^2\bar{\dot{\varphi}}^2 + J_{ГД}\bar{\ddot{\varphi}}^2\right\}}}. \qquad (28)$$

Подставив равенство (28) в выражение (25), находим минимальную мощность привода:

$$N_{\min} = \frac{\gamma x^2}{2}\left\{(T_{\text{экв}} J_{\text{н}} \bar{\bar{\varphi}}^2 - T_{\text{экв}} A - B) + \right.$$

$$\left. + \sqrt{\left(\bar{\dot{\varphi}}^2 + T_{\text{экв}}^2 \bar{\bar{\varphi}}^2\right)\left(J_{\text{н}}^2 \bar{\bar{\varphi}}^2 - 2J_{\text{н}} A + D[m_{\text{вз}}(t)]\right)}\right\}. \quad (29)$$

Расчетные формулы изложенной методики получены только для двух составляющих нагрузки, а в общем случае, когда нагрузка создается силами сухого и вязкого трения, позиционной и постоянной составляющими, расчет мощности значительно усложняется. С другой стороны, опыт проектирования МДЭГП показывает, что одновременное сочетание всех составляющих нагрузки встречается сравнительно редко или же некоторыми из них с допустимой для расчета погрешностью можно пренебречь.

Выбираемая мощность привода не может быть определена однозначно, так как обеспеченность статистически заданного закона движения нагрузки зависит от инерционных свойств выбираемых двигателей. Выбор двигателей большей мощности не всегда приводит к увеличению быстродействия и росту обеспеченности процесса, а выбор двигателей с наименьшими моментами инерции ограничивается потребной мощностью, т. е. зависит от числа объединяемых двигателей. По конструктивным соображениям предпочтительно многодвигательное соединение с двумя двигателями; во всяком случае желательно иметь не более четырех объединяемых двигателей.

Формулы (25), (28) и (29) для расчета минимальной мощности и оптимального передаточного числа редуктора не выражают эти параметры в функции заданных $\bar{\dot{\varphi}}^2$, $\bar{\bar{\varphi}}^2$, $J_{\text{н}}$ и, кроме того, получить минимальную величину $(\omega_0)_{\text{дов}}$ в общем виде подстановкой $u_{\text{опт}}$ довольно сложно, поэтому для использования данной методики можно рекомендовать такую последовательность расчета:

1) выбираем число объединяемых ГД ($n = 2 \div 4$);

2) задаем значения параметров $M^*[\beta]$ и $J_{\text{ГД}}$ произвольно выбранного типа двигателей из принятой гаммы и подставляем их в выражение (26);

3) находим $u_{\text{опт}}$ из уравнения (27); подставив его в формулу (26), определяем $(\omega_0)_{\text{дов}}$ и по формуле (24) рассчитываем $\min N_{\max}$;

4) для принятой гаммы ГД строим зависимости располагаемой (номинальной) мощности двигателей $N_{\text{ном}} = f(J_{\text{ГД}})$ и для тех же расчетных значений $J_{\text{ГД}}$ потребной мощности $\min N_{\max} = f(J_{\text{ГД}})$.

Координаты точки A пересечения кривых (рис. 3) характеризуют параметры выбранного привода (суммарные мощности двигателей и их моменты инерции). Если окажется, что минимальная мощность $\min N_{\max} > N_{\text{ном}}$ выбранных двигателей, то

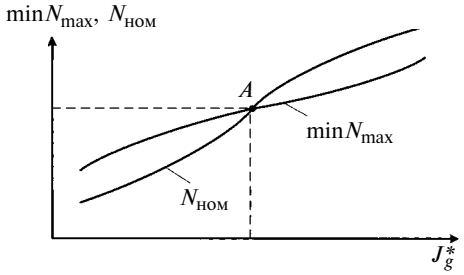


Рис. 3. К выбору мощности двигателей

повторяют расчет по пп. 2÷4 для двигателей большей мощности. Отсутствие точки пересечения кривых свидетельствует о том, что необходимо или взять другую гамму ГД, или увеличить число объединяемых ГД.

Таким образом, предложенная методика позволяет рассчитать оптимальные параметры многодвигательного электрогидравлического привода с учетом случайной составляющей взаимонагружения, отнесенной к статистической составляющей нагрузки при условии линейности механических характеристик [12].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Булгаков А. А.** Энергетические процессы следящего электропривода в гармоническом режиме. М.: Изд-во АН СССР, 1960. 526 с.
2. **Гайдукевич В. И., Титов В. С.** Случайные нагрузки силовых электроприводов. М.: Энергоатомиздат, 1983. 278 с.
3. **Мелкозеров П. С.** Энергетический расчет систем автоматического управления и следящих приводов. М.: Энергия, 1968. 355 с.
4. **Инженерные** исследования гидроприводов летательных аппаратов / Под. ред. Д. Н. Попова. М.: Машиностроение, 1978. 347 с.
5. **Бровченко П. Н., Кузнецов В. П.** Энергетический расчет многодвигательного гидропривода // Вопросы динамики систем автоматического управления. Сб. научных трудов №153 / Под ред. Г. С. Черноруцкого. Челябинск: ЧПИ, 1974. С. 74—79.
6. **Прокофьев В. Н., Сенько Н. А., Середкин В. П.** О синхронизации распределения нагрузок в многодвигательном приводе при стационарном режиме работы // Изв. вузов. Машиностроение. 1967. № 5. С. 133—138.
7. **Medvedev Ju. A., Kuznecov V. P.** Pravdepodobnostna metoda vypotu vlacmotorovtho hydraulickeho pohonu // Strojienska Vuroba, Praha. 1981. № 9. S. 87—94.
8. **Кузнецов В. П., Медведев Ю. А.** Вероятностный подход к расчету многодвигательного гидропривода // Пневматика и гидравлика. Вып. 9. Приводы и системы управления. М.: Машиностроение, 1982. С. 135—143.
9. **Вентцель Е. С.** Теория вероятностей. М.: Высшая школа, 1999. 575 с.
10. **Вентцель Е. С., Овчаров Л. А.** Теория вероятностей и ее инженерные приложения. М.: Высшая школа, 2000. 354 с.
11. **Ратнер Н. И.** Расчет электроприводов в случайных режимах. М.: Машиностроение, 1986. 347 с.
12. **Медведев Ю. А., Кузнецов В. П.** Энергетический расчет многодвигательных электрогидравлических приводов со случайными вариациями параметров. Библиографический указатель ВИНИТИ РАН "Депонированные научные работы" (№ 114—В2010), 2010, № 4, б/о 42. 19 с.

УДК 62-838

Р. Г. ХАДЕЕВ, канд. техн. наук (НИИИ ВМ МО РФ, г. Москва),
e-mail: khadeev@mail.ru

Электродвигатель с управляемыми частотой вращения и крутящим моментом

Предложен электродвигатель с управляемыми частотой вращения выходного вала и его крутящим моментом при постоянной частоте вращения ротора. Особенностью данного двигателя является увеличение крутящего момента на выходном валу при увеличении потребляемого крутящего момента.

Ключевые слова: электродвигатель, частота вращения, крутящий момент, адаптивная трансмиссия.

The electric motor with controllable rotational speed and its torsion torque at constant rotor's rotation speed is proposed. The motor's peculiarity is that the torsion torque on its output shaft is increased as the consumable torsion torque is enlarged.

Keywords: electric motor, rotational speed, torsion torque, adaptive transmission.

При конструировании трансмиссии электротранспорта серьезными проблемами являются согласование относительно постоянной частоты вращения вала электродвигателя с изменяющейся в широких пределах частотой вращения колес машины и малый крутящий момент при старте и разгоне транспортного средства или пуске инерционного механизма.

Электрическая трансмиссия — перспективное направление развития транспорта, которое сдерживается в значительной степени сложностью согласования частоты вращения вала электродвигателя с частотой вращения колес транспортного средства, которая изменяется от нуля (трогание с места) до значения, соответствующего максимальной скорости машины. Особенно это проявляется при старте. Существующие на сегодняшний день способы изменения частоты вращения вала электродвигателя имеют существенные недостатки. При использовании частотных преобразователей имеются ограничения по изменению угловой скорости вала электродвигателя. При этом увеличиваются потери, снижаются мощность и крутящий момент. Коэффициент полезного действия пусковых частотных преобразователей составляет примерно 90 %. Электронные устройства дороже механических, менее надежны, требуют больших затрат на техническое обслуживание и ремонт. Для производства частотных преобразователей, например для электродвигателей скоростного электропоезда, нет надежной элементной базы.

Однако решить перечисленные проблемы можно конструктивно. На рисунке приведена схема двухроторного электродвигателя с вертикальным расположением вала. Ротор *2* (первый) электродвигателя установлен на водиле *3*, которое свободно вращается на валу *6*. Ротор *2* индуктивно связан со статором *1*. На водиле *3* свободно установлены жестко соединенные между собой сателлиты *4* и *5*, которые вращаются вокруг центральных колес *7* и *8* разного диаметра. Центральное колесо *7* соединено с выходным валом *6*. Центральное колесо *8* свободно вращается на валу *6* и соединено с ротором *10* (второй). Центральное колесо *8* соединено с обгонной муфтой *9*, ответная часть которой соединена с корпусом.

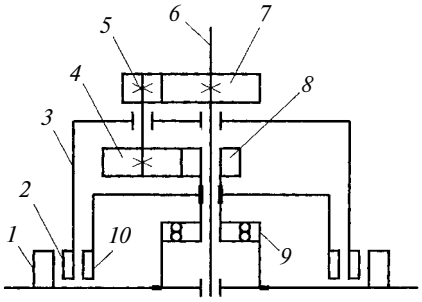


Схема двухроторного электродвигателя с вертикальным расположением вала: *1* — статор; *2* — ротор электродвигателя (первый); *3* — водило; *4*, *5* — сателлиты; *6* — выходной вал электродвигателя; *7*, *8* — центральные колеса; *9* — обгонная муфта; *10* — второй ротор

Предлагаемое устройство отличается надежностью и долговечностью, при этом недорогое и имеет простую конструкцию. Ротор *2* подключен к входу несимметричного дифференциала, один его выход, передающий больший крутящий момент, соединен с выходным валом, второй выход, передающий меньший крутящий момент, связан с ротором *10*, который также индуктивно связан с ротором *2*. Ротор *10* при вращении ротора *2* вырабатывает электроэнергию, а возникающая при этом противодействующая сила стремится уменьшить их взаимное скольжение, так же, как это происходит в электроиндукционных муфтах. Противодействующая сила частично блокирует дифференциал, заставляя разгоняться выходной вал электродвигателя. Управляя нагрузкой в цепи ротора *10*, можно управлять силой, блокирующей дифференциал. Ротор *10* соединен с обгонной муфтой, которая ответной частью соединена с корпусом. Обгонная муфта препятствует вращению ротора *10* в сторону, обратную направлению вращения ротора *2*. При пуске электродвигателя и нагрузке на выходном валу ротор *10* стремится вращаться в сторону, противоположную направлению вращения ротора *2*, так как они связаны дифференциальной связью. Но обгонная муфта препятствует этому, ротор *10* останавливается и диффе-

ренциал работает как редуктор с большим передаточным отношением, многократно увеличивая крутящий момент на выходном валу. С увеличением частоты вращения обгонная муфта выходит из соединения с корпусом, крутящий момент на выходном валу уменьшается до величины крутящего момента ротора электродвигателя. При увеличении крутящего момента на выходном валу он затормаживается, ротор *10* через зубчатые колеса дифференциала стремится вращаться в обратную сторону. Обгонная муфта входит в соединение с корпусом, предотвращая вращение ротора *10* в обратном направлении, крутящий момент на выходном валу увеличивается. При этом частота вращения выходного вала уменьшается. Пусковой крутящий момент на выходном валу данного электродвигателя зависит от соотношения параметров дифференциала и при пуске может быть на порядок больше крутящего момента, возникающего на роторе. Это указывает на то, что можно использовать электродвигатели с малым пусковым моментом.

Предлагаемое устройство даже при старте транспортного средства обеспечивает плавное изменение частоты вращения выходного вала и крутящего момента, повышая КПД трансмиссии. Его можно расположить вблизи или непосредственно на колесе транспортного средства. Приоритетные направления — гибридные и электрические машины, что особенно удобно для полноприводных транспортных средств специального назначения, так как упрощается трансмиссия и повышается надежность. Возможно применение этого устройства и в тех случаях, если необходима постоянная частота вращения выходного вала, или для управления, например, работой насоса. В этом случае надо, чтобы электрическая нагрузка в цепи второго ротора была функцией частоты вращения выходного вала. Если необходимо поддерживать постоянную частоту вращения ротора электродвигателя, обеспечивая его синхронность, то электрическая нагрузка в цепи второго ротора должна быть функцией частоты вращения ротора электродвигателя.

УДК534.282.001.57

А. А. РЫКОВ, канд. техн. наук, Г. С. ЮРЬЕВ, д-р техн. наук (Новосибирский ГТУ), e-mail: teormech@ngs.ru

Математическое моделирование упругих и демпфирующих характеристик стержневого элемента

На основе экспериментальных данных о свободных колебаниях нелинейного осциллятора с упругим элементом получены упругодемпфирующие характеристики балки в виде независимых полиномов, которые можно использовать при моделировании виброзащитных систем.

Ключевые слова: стержень-рессора, упругая сила, демпфирующая сила, осциллятор, полупериод, коэффициенты полиномов.

On the basis of experimental data of free oscillations of nonlinear oscillator with an elastic element the elastic-damping characteristics of a bar have been obtained as independent polynomials, which may be used at modeling of the vibroprotective systems.

Keywords: bar-spring, elastic force, damping force, oscillator, half-period, polynomial coefficients.

На автомобильном и железнодорожном транспорте широко применяются упругие подвески, которые должны не только обладать минимальной жесткостью и нелинейной статической характеристикой, но и иметь адаптивные свойства в широком диапазоне нагрузок, т. е. обеспечивать оптимальность и управляемость упругих и демпфирующих сил в текущем времени.

Не останавливаясь на единичных проектах автомобильных подвесок, рассмотрим простые и эффективные технические решения для массового производства, такие, например, как стержень-рессора, закрепленная в неподвижных опорах (рис. 1). При изменении эксплуатационной нагрузки Q изменяются кривизна, продольная и поперечная силы, рабочая жесткость стержня.

Статическая характеристика — зависимость упругой реакции стержня от прогиба, определяется уравнением

$$EI/\rho = M, \qquad (1)$$

где EI — жесткость стержня при изгибе; ρ^{-1} — изменение кривизны стержня; M — изгибающий мо-

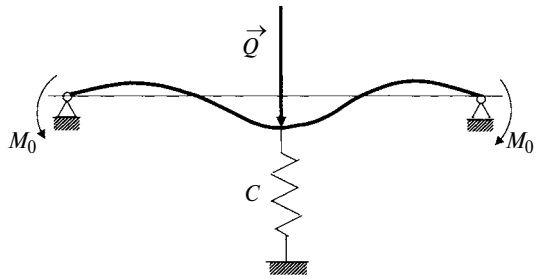


Рис. 1. Схема работы стержень-рессоры

мент, который зависит от поперечной и продольной нагрузок, моментов и углов поворота стержня на опорах.

Уравнение (1) интегродифференциально относительно переменных — прогиба и длины сечения, так как изгибающий момент зависит от прогиба стержня. Возможно численное интегрирование по формуле (1), а при малых перемещениях — приближенное аналитическое решение, в том числе в обобщенных параметрах [1], что обеспечивает полноценный синтез упругого устройства. При необходимости управления параметрами подвески и поддержания ее околонулевой жесткости в широком диапазоне нагрузок устанавливается пружина (см. рис. 1). Итог данного расчета — характеристика восстанавливающих сил (ХВС), которую можно использовать в предварительном теоретическом проекте, дополненном демпфирующим устройством с соответствующей характеристикой демпфирующих сил (ХДС). При этом следует учитывать внутреннее демпфирование самого упругого стержня, которое существенно возрастает при снижении жесткости в области околонулевых значений [2].

Учитывая, что прямой расчет ХДС стержня невозможен и, главное, очевиден факт существования и взаимозависимости упругих и демпфирующих сил, предлагается одновременное определение ХВС и ХДС для реального образца с определенной настройкой жесткости стержня на основе экспериментальных данных, полученных для свободных затухающих колебаний осциллятора со стержнем. Предположим, что уменьшение амплитуды затухающих колебаний осциллятора связано исключительно с работой демпфирующих сил, зависящих от амплитуды, но не зависящих от частоты колебаний в пределах эксперимента [3]. Искомые характеристики получены в виде степенны́х полиномов.

Известные подходы к определению уравнений петли гистерезиса опираются на априорное их задание, что является основным недостатком моделирования [3, 4].

Рассмотрим нелинейный осциллятор с одной степенью свободы, уравнение свободного движения которого при наличии произвольных восстанавливающих и демпфирующих сил имеет вид: $M\ddot{x} + F_{д}(x, \dot{x}) + F_{у}(x) = 0$, где M — масса упруго подвешенного объекта (твердое тело); x — виброперемещение; $F_{у}(x)$ и $F_{д}(x, \dot{x})$ — функция соответственно упругой и демпфирующей сил.

Рассмотрим случай, когда упругая и демпфирующая силы нелинейно зависят от деформации балки и могут быть представлены соответственно полиномами нечетной и четной степеней. Колебательный процесс в этом случае описывается дифференциальным уравнением

$$\ddot{x} + \sum_{i=1}^{N_1} k_i x^{2i-1} + \operatorname{sign}(\dot{x}) \sum_{i=1}^{N_1} P_i x^{2i-2} = 0, \qquad (2)$$

где N_1 — число рассматриваемых полупериодов колебаний.

Интегрируя уравнение (2), получим:

$$\frac{v^2}{2} + \sum_{i=1}^{N_1} \frac{k_i}{2i}(x^{2i} - x_j^{2i}) + \\ + \operatorname{sign}(\dot{x})\left[\sum_{i=1}^{N_1} \frac{P_i}{2i-1}(x^{2i-1} - x_j^{2i-1})\right] = 0, \qquad (3)$$

где x_j — экспериментальные значения амплитуд колебаний для каждого полупериода.

В выражении (3) всего $2N_1$ неизвестных. Учитывая, что в конце каждого полупериода скорость v объекта равна нулю, получим первые N_1 уравнений:

$$\sum_{i=1}^{N_1} \frac{k_i}{2i}(x_{j+1}^{2i} - x_j^{2i}) + \\ + \operatorname{sign}(\dot{x})\left[\sum_{i=1}^{N_1} \frac{P_i}{2i-1}(x_{j+1}^{2i-1} - x_j^{2i-1})\right] = 0, \qquad (4)$$

где $j = 1, 2, ..., N_1$.

Проинтегрировав выражение (3) на этих же полупериодах, получим еще N_1 уравнений:

$$T_j = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{x_j}^{x_{j+1}} \left[\sum_{i=1}^{N_1} \frac{k_i}{2i}(x_j^{2i} - x^{2i}) + \right. \\ \left. + \operatorname{sign}(\dot{x})\left(\sum_{i=1}^{N_1} \frac{P_i}{2i-1}(x_j^{2i-1} - x^{2i-1})\right)\right]^{-1/2} \mathrm{d}x, \qquad (5)$$

где $j = 1, 2, ..., N_1$; T_j — время полупериодов рассматриваемых интервалов.

Чтобы получить из выражения (5) систему алгебраических уравнений относительно коэффициентов k_i и P_i, возьмем интеграл приближенно. Каждый полупериод можно представить в виде:

$$T_j = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{x_j}^{x_{j+1}} \left[\sum_{i=0}^{N} \alpha_i \frac{x_j^{i+1} - x^{i+1}}{i+1}\right]^{-1/2} \mathrm{d}x, \qquad (6)$$

где $N = 2N_1 - 1$; α_i — искомые коэффициенты k_i и P_i.

С помощью линейного преобразования $x = 0{,}5(x_j + x_{j+1}) + 0{,}5(x_j - x_{j+1})z = M_j + \beta_j z$ интервал $[x_j, x_{j+1}]$ интегрирования в формуле (6) приве-

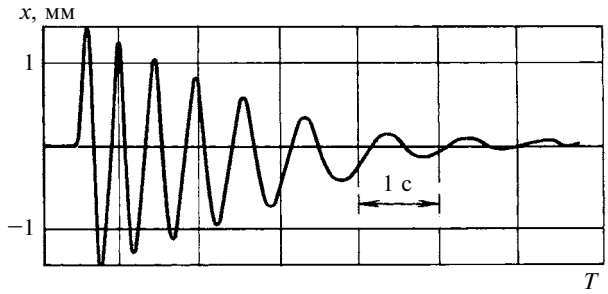


Рис. 2. Осциллограмма свободных колебаний осциллятора с рессорой

дем к стандартному виду [−1, 1], тогда формула (6) примет вид:

$$T_j = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{-1}^{1} \left[(1 - z^2) \sum_{i=0}^{N-1} b_i (M_j + \beta_j z) \right]^{-1/2} \mathrm{d}z.$$

Здесь $M_j = (x_j + x_{j+1})/2$; $\beta_j = (x_j - x_{j+1})/2$; коэффициенты b_i вычисляют по рекуррентным формулам: $L_N = \alpha_N/(N + 1)$; $L_i = \alpha_i/(i + 1) + L_{i+1}x_j$; $i = N - 1, ..., 1$, где $L_0 = L_1 x_j + \alpha_0$; $b_{N-1} = L_N$, $b_i = L_{i+1} + b_{i+1}x_{j+1}$; $i = N - 2, ..., 0$.

Ортогональной системой многочленов на отрезке [−1, 1] с соответствующей весовой функцией $(1 - z^2)^{-1/2}$ является система многочленов Чебышева первого рода. Отсюда квадратурная формула наивысшей алгебраической точности для полупериода будет иметь вид:

$$T_j = \frac{\pi}{n\sqrt{2}} \sum_{k=1}^{n} \left[\sum_{i=0}^{N-1} b_i \left(M_j + \beta_j \cos\left(\frac{(2k-1)\pi}{2n} \right) \right)^i \right]^{-1/2}, \quad (7)$$

где n — число приближений.

Ограничимся первым приближением ($n = 1$), тогда из формулы (7) получим:

$$T_j = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \left[\sum_{i=0}^{N-1} b_i M_j^i \right]^{-1/2}.$$

Избавляясь от квадратного корня, получим: $\sum_{i=0}^{N-1} b_i M_j^i = \pi^2/(2T_j^2)$, т. е. линейную систему алгебраических уравнений относительно искомых коэффициентов k_i и P_i, обозначенных α_i:

$$\sum_{i=2}^{N+1} C_{ki} \alpha_{i-1} = \pi^2/(2T_j^2). \quad (8)$$

Коэффициенты C_{ki} находим по формуле $C_{ki} = S_i/i$. Здесь $S_i = D_{i-1} + S_{i-1}M_j$, где $D_i = x_j^{i-1} + x_{j+1}D_{i-1}$; $S_1 = 0$; $D_1 = 1$; $C_{k1} = 0$; $j = 1, ..., (N + 1)/2$; $k = (N + 1)/2 + 1, ..., N + 1$.

Таким образом, уравнения (4) и (8) представляют собой алгебраическую систему с $2N_1$ неизвестными. Полученная система алгебраических уравнений имеет плохо обусловленную матрицу. Поэтому для ее решения необходимы специальные методы. В данном случае используем метод приближенного вычисления нормального решения линейных алгебраических уравнений с вырожденной матрицей методом квадратных корней.

Рассмотрим пример изложенного метода идентификации рассеяния энергии колебаний. На рис. 2 показана осциллограмма свободных колебаний в нелинейном осцилляторе с балкой. Для четырех полупериодов колебаний, т. е. $N_1 = 4$, будет $2N_1 = 8$ неизвестных коэффициентов. Определив по осциллограмме значения амплитуд x_j и время полупериодов T_j для алгебраических уравнений (4) и (8), найдем коэффициенты упругой и демпфирующей сил: $k_1 = 19{,}06$; $k_2 = 11{,}81$; $k_3 = 8{,}96$; $k_4 = 7{,}43$; $P_1 = 2{,}51$; $P_2 = 1{,}73$; $P_3 = 1{,}44$; $P_4 = 0{,}58$. По коэффициентам k_i и P_i определим зависимости упругой и демпфирующей удельных сил (рис. 3, 4).

Зависимость упругой силы $F_у$ от деформации x представляет собой нелинейную функцию. Демпфирующая сила $F_д$ при деформациях, близких к ну-

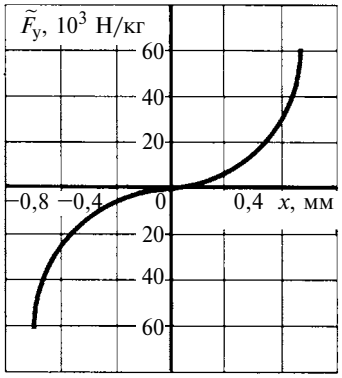


Рис. 3. Зависимость удельной упругой силы $F_у$ от деформации x

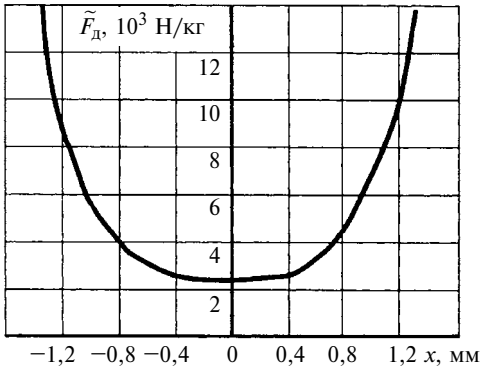


Рис. 4. Зависимость удельной демпфирующей силы $F_д$ от деформации

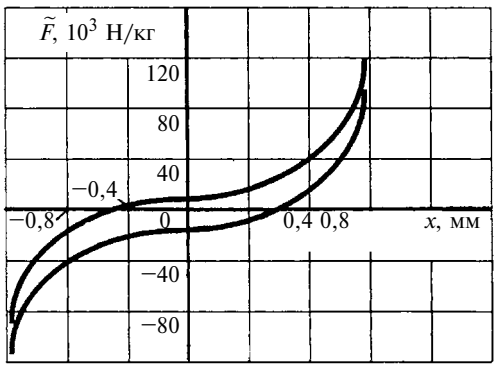


Рис. 5. Зависимость удельной силы F от деформации x (петля гистерезиса)

Амплитуда, мм		Время, с	
Эксперимент	Расчет	Эксперимент	Расчет
1,432	1,432	0,56	0,56
−1,354	−1,350	0,96	0,91
1,250	1,260	1,56	1,30
−1,146	−1,148	1,96	1,73
1,020	1,019	2,56	2,21
−0,898	−0,861	3,06	2,75
0,781	0,670	3,76	3,35

лю, почти постоянна и при увеличении деформации резко возрастает.

На рис. 5 показана зависимость удельной (отнесенная к массе осциллятора) силы F от деформации x, которая представляет собой петлю гистерезиса.

Для оценки точности полученных результатов подставим коэффициенты k_i и P_i в дифференциальное уравнение (2) и проинтегрируем его, например методом Рунге—Кутта, результаты приведены в таблице. Совпадение экспериментальных и расчетных данных уже в первом приближении удовлетворительное, поэтому можно считать, что дифференциальное уравнение (2) идентифицирует колебательный процесс (см. рис. 2).

По аналитическим выражениям для упругой и демпфирующей сил можно, задав кинематическое или силовое воздействия, построить амплитудно-частотную характеристику системы.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Юрьев Г. С.** Виброизоляция прецизионных устройств. Новосибирск: 1989. 16 с.
2. **Юрьев Г. С.** Состояние совершенной неупругости твердого тела // Известия СОАН СССР. Сер. Технические науки. Вып. 3. 1988. № 11. С. 102—105.
3. **Матвеев В. В.** Демпфирование колебаний деформируемых тел. Киев: Наукова думка, 1985. 264 с.
4. **Савельев В. А.** Моделирование упругих и демпфирующих свойств листовой рессоры // Машиноведение, 1986. № 3. С. 56—61.

УДК 621.882

В. И. ТАРХАНОВ, канд. техн. наук (Ульяновский ГТУ), e-mail: l.yakovleva@ulstu.ru

Расчет напряжений изгиба в болтах и шпильках

Представлен уточненный расчет напряжений изгиба, возникающих в болтах и шпильках вследствие непараллельности поверхностей соединяемых деталей, с учетом зазора между стержнем крепежной детали и поверхностями отверстий соединяемых деталей.

Ключевые слова: болт, шпилька, напряжения изгиба, перемещения, опорные поверхности.

In the paper the refined calculation of the bending stresses, arising in the bolts and pins through the non-parallelism of surfaces of connectable parts, is presented subject to the clearance between the bar of fixing part and surfaces of holes in the connectable details.

Keywords: bolt, pin, bending stresses, transfer, base surfaces.

При определении напряжений изгиба в затянутых болтах (шпильках), возникающих при непараллельности опорных поверхностей под гайкой и головкой болта [1—3], предполагается, что для перемещения стержня нет препятствий. Рассмотрим эту задачу в условиях ограниченного изгиба стержня в отверстиях соединяемых деталей (рис. 1). Принимаем, что поперечные сечения болта (шпильки) на концах участка расчетной длины l (рис. 2) располагаются относительно друг друга под углом φ, прогиб y ограничен зазором δ между поверхностью отверстий соединяемых деталей и стержнем до его перемещения. В поперечном сечении с координа-

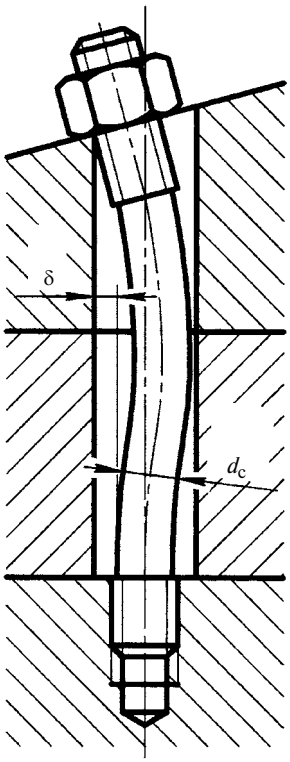


Рис. 1. Резьбовое соединение шпилькой при перекосе опорной поверхности под гайкой

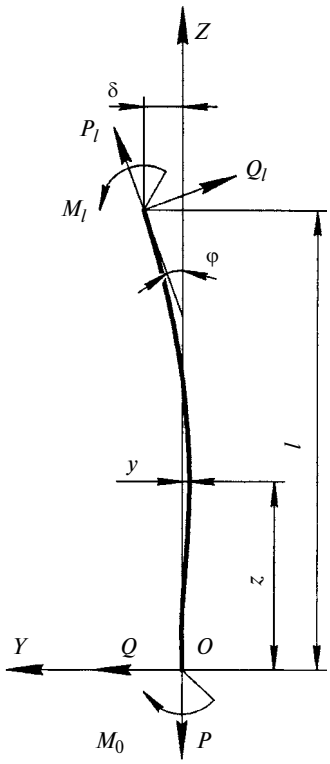


Рис. 2. Расчетная схема

той $z = 0$ стержень нагружен продольной силой P, изгибающим моментом M_0 и поперечной силой Q.

Дифференциальное уравнение упругой линии стержня (без учета деформаций сдвига) имеет вид:

$$EIy'' = M_0 + Py + Qz, \qquad (1)$$

где E — модуль упругости материала болта (шпильки), I — осевой момент инерции поперечного сечения стержня диаметром d_c.

Введем обозначение $\lambda = \sqrt{\frac{P}{EI}}$, тогда общее решение уравнения (1) имеет вид:

$$y = \frac{M_0}{P}[\mathrm{ch}(\lambda z) - 1] + \frac{Q}{\lambda P}[\mathrm{sh}(\lambda z) - \lambda z].$$

Используя граничные условия $y = \delta$ и $y' = \mathrm{tg}\varphi$ при $z = l$, получим выражение для изгибающих моментов в пределах расчетной длины стержня:

$$M = \frac{P}{2\mathrm{th}\frac{\lambda l}{2} - \lambda l}\left\{\left[\frac{\mathrm{tg}\varphi}{\lambda}\left(1 - \frac{\lambda l}{\mathrm{sh}\lambda l}\right) - \delta\mathrm{th}\frac{\lambda l}{2}\right]\mathrm{ch}(\lambda z) + \right.$$
$$\left. + \left(\delta - \frac{\mathrm{tg}\varphi}{\lambda}\mathrm{th}\frac{\lambda l}{2}\right)\mathrm{sh}(\lambda z)\right\}.$$

Выразим растягивающую силу P через напряжение $\sigma_з$ затяжки, получим формулу для напряжений изгиба в поперечных сечениях стержня:

$$\sigma_и = \frac{4\sigma_з}{\mathrm{th}\frac{\lambda l}{2} - \frac{\lambda l}{2}}\left\{\left[\frac{\mathrm{tg}\varphi}{4}\sqrt{\frac{E}{\sigma_з}}\left(1 - \frac{\lambda l}{\mathrm{sh}(\lambda l)}\right) - \frac{\delta}{d_c}\mathrm{tg}\frac{\lambda l}{2}\right]\mathrm{ch}(\lambda z) + \right.$$
$$\left. + \left(\frac{\delta}{d_c} - \frac{\mathrm{tg}\varphi}{4}\sqrt{\frac{E}{\sigma_з}}\mathrm{th}\frac{\lambda l}{2}\right)\mathrm{sh}(\lambda z)\right\}, \qquad (2)$$

где $\lambda = \frac{4}{d_c}\sqrt{\frac{\sigma_з}{E}}$.

Если нет препятствий для перемещения стержня, то из условия равновесия болта поперечная сила $Q = -P\mathrm{tg}\varphi$. Тогда формула (2) имеет вид: $\sigma_и = \frac{2\mathrm{tg}\varphi\sqrt{\sigma_з E}}{\mathrm{sh}(\lambda l)}\mathrm{ch}(\lambda l - \lambda z)$, при этом в сечении с координатой $z = l$ величину прогиба находим по формуле $f = \mathrm{tg}\varphi\left(l - \frac{1}{\lambda}\mathrm{th}\frac{\lambda l}{2}\right)$.

Экспериментальные исследования [4] и расчет показали, что прогибы длинных болтов на концах, а при несоосных отверстиях соединяемых деталей прогибы на концах коротких болтов ограничены зазором δ. Кроме того, при условии $\delta < 0{,}1l\varphi$ изогнутый стержень может касаться противоположной стороны отверстия, поэтому полученные формулы неприменимы.

Известно [1], что при отсутствии препятствий для перемещения стержня наибольшее напряжение изгиба возникает в сечении стержня с координатой $z = 0$. Однако по мере ограничения прогиба стержня напряжение изгиба в сечении с координатой $z = 0$ уменьшается, а в сечении с координатой $z = 1$ увеличивается. При зазоре $\delta = 0{,}5l\varphi$ напряжения изгиба в сечениях на концах расчетного участка равны. С дальнейшим уменьшением зазора наибольшее напряжение изгиба имеет место в сечении с координатой $z = l$. На расстоянии $l/2$ напряжение изгиба не зависит от прогиба стержня и определяется выражением

$$\sigma_и = \frac{\mathrm{tg}\varphi\sqrt{\sigma_з E}}{\mathrm{sh}(\lambda l/2)}. \qquad (3)$$

Если принять $\mathrm{tg}\varphi \approx \varphi$ и $\mathrm{sh}(\lambda l/2) \approx (\lambda l/2)$, то выражение (3) примет вид:

$$\sigma_и = \frac{1}{2}\varphi E\frac{d_c}{l}, \qquad (4)$$

что соответствует приближенной формуле, приведенной в работах [1—3].

Поэтому формула (4) применима при условии $\lambda l < 1$ для приближенного расчета напряжений изгиба в середине стержня, но она не соответствует действительным напряжениям в других сечениях.

При уменьшении зазора δ, ограничивающего прогиб стержня, эффективно увеличение относительной длины l/d_c болтов для снижения напряжений изгиба.

Зависимость напряжений изгиба болта на участке с резьбой от напряжений на гладком участке стержня имеет вид: $\sigma_{ир} = \sigma_и(d_c/d_р)^3$, где $d_р$ — расчетный диаметр резьбы.

Согласно ГОСТ Р 52627—2006 (ИСО 898-1:1999) при расчете прочности болтов, винтов и шпилек диаметр $d_р$ определяют по формуле $d_р = 0{,}5(d_2 + d_3)$, где d_2 — средний диаметр наружной резьбы; d_3 — внутренний диаметр по дну впадины наружной резьбы.

Таким образом, при перекосе опорных поверхностей под гайкой и головкой болта целесообразно использовать болты со стержнем уменьшенного диаметра $d_c \approx d_2$, чтобы разные участки стержня уравнять по податливости и прочности.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Биргер И. А., Иосилевич Г. Б.** Резьбовые соединения. М.: Машиностроение, 1973. 256 с.
2. **Якушев А. И., Мустаев Р. Х., Мавлютов Р. Р.** Повышение прочности и надежности резьбовых соединений. М.: Машиностроение, 1979. 215 с.
3. **Решетов Д. Н.** Детали машин. М.: Машиностроение, 1989. 496 с.
4. **Решетов Д. Н., Тарханов В. И., Мокринский В. И.** Влияние напряжений изгиба на усталостную прочность болтов // Изв. вузов. Машиностроение. 1973. № 4. С. 36—40.

УДК 539.4.019.3

М. А. ГАСАНОВА (Гянджинский ГУ, Азербайджан), e-mail: mexribanh@rambler.ru

Расчет частично корродированного растянутого стержня

Исследуются предельные значения времени для частично упругого растянутого стержня. Показано, что длительность эксплуатации определяется временем достижения предельного напряжения.

Ключевые слова: неоднородный стержень, коррозионный износ, геометрическая нелинейная теория, предельное значение.

The limiting time values for partially-elastic stretched bar are investigated. It was shown that the exploitation time length is determined by the time, when the limiting stress is achieved.

Keywords: non-uniform bar, corroded wear, geometrical non-linear theory, limiting value.

При проектировании многих конструкций возникает необходимость расчета их нагруженных элементов, контактирующих с агрессивной средой. Такие задачи возникают при расчете гидротехнических, портовых и других сооружений, в которых происходит коррозия, вызываемая контактом с морской водой или влажным воздухом. Процесс коррозии зависит не только от физико-механических свойств сред, но и от состояния контактирующих поверхностей, в частности от их шероховатости. В зависимости от состояния конструкций, например при наличии антикоррозионной защиты, коррозия может быть локальной, т. е. конструкция корродирует частично. В этом случае конструкция рассчитывается как кусочно-однородная. Однако в процессе коррозии коррелирующий участок может не только углубляться, но и расширяться. Это и отличает расчет частично корродированной конструкции от расчета кусочно-однородной [1].

Процесс коррозии приводит к различным последствиям. Рассмотрим лишь износ, т. е. изменение геометрических параметров конструкции. В результате этого изменения происходит перераспределение напряженно-деформированного состояния конструкции, вследствие чего изменяются и ее технические показатели, например предельная нагрузка, при которой возникают или предельное напряжение, или предельное перемещение. Кроме того, эти изменения происходят в течение времени, за которое достигаются их предельные значения. В данной работе исследуется предельное время для частично упругого растянутого стержня.

Постановка задачи. Рассмотрим однородный прямоугольный (в плане) стержень толщиной H_0 и длиной L. Пусть один торец ($x = 0$) закреплен, а другой ($x = L$) — нагружен растягивающей силой T, x — продольная координата. Предположим, что происходит износ участка $L_{01} \leqslant x \leqslant L_{02}$, где $L_{02} < L$; $0 < L_{01}$. Пусть в результате изменяются толщина H_0 участка и его длина $l_0 = L_{02} - L_{01}$, а ширина остается без изменения.

Перемещение торца $x = L$ некорродированного стержня определяется выражением $u|_{x=L} = TL/(EbH_0)$, где E — модуль упругости материала стержня.

Из условия эксплуатации конструкции известно значение предельного перемещения $u_{\text{пр}}$. Следовательно, растягивающая сила также имеет предельное значение $T_{\text{пр}} = EbH_0 \dfrac{1}{L} u_{\text{пр}}$.

Рассмотрим процесс коррозионного изнашивания. Как было указано выше, он приводит к изменению геометрических параметров, в частности толщины. Рассмотрим самое простое уравнение изменения износа в поперечном направлении [2]: $\mathrm{d}H/\mathrm{d}t = -\vartheta$; $H = H_0$ при $t = 0$, где t — время; ϑ — скорость коррозии. Отсюда следует, что $H = H_0 - \vartheta$ при $t < t_0$, где $t_0 = H_0/\vartheta$ — время полного износа стержня по толщине.

Как было указано выше, предполагается увеличение длины корродированного участка, т. е. при коррозии увеличивается длина l_0 в результате уменьшения L_{01} и увеличения L_{02}. Итак, в результате изнашивания левый конец корродированного участка с координатой L_{01} за время t сместится на величину ϑt, координата которой будет $L_1 = L_{01} - \vartheta t$. Это следует из уравнения изнашивания в продольном направлении $\mathrm{d}L/\mathrm{d}t = \pm\vartheta$; $L = L_H \pm \vartheta t$, где L_H — правый конец корродированного участка с координатой L_{02}, который за время t в результате коррозии сместится вправо на величину ϑt и его координата будет $L_1 = L_{01} + \vartheta t = L_{01} + l_0 + \vartheta t$.

Процесс продольной коррозии будет продолжаться до тех пор, пока не будут достигнуты показатели $L_1 = 0$ или $L_2 = L$, т. е. до времени $t_1 = \min\{t_{11}, t_{12}\}$, где $t_{11} = L_{01}/\vartheta$, $L_{01} = (L - L_{02})/\vartheta$.

Из теории стержней известно, что $H_0 \ll l_{01}$ и $H_0 \ll L - L_{02}$. Поэтому полный износ участка в поперечном направлении произойдет быстрее, чем в продольном; $t_1 = \min\{t_1, t_0\} = t_0$. Отсюда следует, что величина t_0 характеризует полный износ стержня. Кроме того, в результате изнашивания однородный стержень становится кусочно-однородным и его можно представить как сочленение трех стержней: $0 \leqslant x \leqslant L_1$, $L_1 \leqslant x \leqslant L_2$, $L_2 \leqslant x \leqslant L$. Определим перемещение правого торца стержня.

Решение задачи. Рассмотрим равновесие составного стержня. Уравнение равновесия с учетом кон-

тактных условий на участках $x = L_1$ и $x = L_2$ имеет вид:

$$\sigma_1 H_0 b = \sigma_2 H b = \sigma_3 H_0 b = T, \qquad (1)$$

где σ_1 — напряжение на каждом участке составного стержня.

Приняв, что упругие свойства материала стержня в результате коррозии не изменяются, определим перемещение каждого участка. С учетом контакта между участками получим [1]: $u_i = c_{1i}x + c_{2i}$; $u_1\big|_{x = L_1} = u_2\big|_{x = L_1}$; $u_2\big|_{x = L_2} = u_3\big|_{x = L_2}$; $u_1\big|_{x = 0} = 0$.

С учетом условий (1) и следующих условий: $c_{21} = 0$; $c_{11}L_1 = c_{12}L_1 + c_{22}$; $c_{12}L_2 + c_{22} = c_{12}L_2 + c_{23}$; $Ec_{11}H_0 b = Ec_{12}Hb = Ec_{13}H_0 b = T$, после преобразований искомая величина будет определяться выражением

$$u\big|_{x = L} = \frac{T}{Eb}\left(\frac{1}{H} - \frac{1}{H_0}\right)(L_2 - L_1) + \frac{T}{EH_0 b}L.$$

Предположим, что при расчете не учитывается изменение длины участка, т. е. $L_1 = L_{01}$, $L_2 = L_{01} + L_0$, а изменяется лишь толщина стержня. Тогда искомая величина

$$u\big|_{x = L} = \frac{T}{EH_0 b}L + \frac{T}{Eb}l_0\left(\frac{1}{H_0 - \vartheta t} - \frac{1}{H_0}\right). \qquad (2)$$

Отметим, что это же выражение можно получить, если частично корродированный стержень рассчитывать по теории кусочно-однородных стержней. Если же учитывать изменение длины корродированного стержня, то получим:

$$u\big|_{x = L} = \frac{T}{EH_0 b}L + \frac{T}{Eb}\left(\frac{1}{H_0 - \vartheta t} - \frac{1}{H_0}\right)(l_0 + 2\vartheta t). \qquad (3)$$

Анализ решения. Было показано, что геометрические параметры конструкции не могут изменяться до бесконечности: имеются временны́е ограничения $t < t_0$. С другой стороны, перемещение имеет ограничение $u|_{x = L} = u_{\text{пр}}$. Данное ограничение при отсутствии коррозии определяет предельное значение силы $T_{\text{пр}}$, а при наличии коррозии определяет предельное значение времени $t_{\text{пр}}$, при котором перемещение достигает предельного значения. Определим величину $t_{\text{пр}}$ из условия $u|_{x = L} = u_{\text{пр}}$. Если верно выражение (2), то $u_{\text{пр}} = \dfrac{T_{\text{пр}}}{EbH_0}L = \dfrac{T}{EH_0 b}L + \dfrac{T}{Eb}l_0\dfrac{\vartheta t}{H_0(H_0 - \vartheta t)}$, откуда получаем:

$$\frac{T_{\text{пр}}}{T} = 1 + \frac{l_0}{L}\frac{\vartheta t}{H_0 - \vartheta t};$$

$$t_{\text{пр}}^{(1)} = H_0\left(1 - \frac{T_{\text{пр}}}{T}\right)\left(1 - \frac{T_{\text{пр}}}{T} - \frac{l_0}{L}\right)^{-1}\frac{1}{\vartheta}. \qquad (4)$$

Так как $T_{\text{пр}} < T$, то для существования $t_{\text{пр}}^{(1)}$ необходимо, чтобы соблюдалось условие $\dfrac{T_{\text{пр}}}{T} < 1 - \dfrac{l_0}{L} < 1$.

Сопоставим величины $t_{\text{пр}}^{(1)}$ и t_0. Из уравнения (4) следует:

$$\frac{t_{\text{пр}}^{(1)}}{t_0} = \left(1 - \frac{T_{\text{пр}}}{T}\right)\left(1 - \frac{T_{\text{пр}}}{T} - \frac{l_0}{L}\right)^{-1} > 1,$$

т. е. предельное перемещение не достигается в результате полного изнашивания. Если принять выражение (3), то получим:

$$u_{\text{пр}} = \frac{T_{\text{пр}}}{EbH_0} = \frac{T}{EH_0 b}L + \frac{T}{Eb}\frac{\vartheta t}{H_0(H_0 - \vartheta t)}(l_0 + 2\vartheta t).$$

Отсюда получаем:

$$\frac{T_{\text{пр}}}{T} = 1 + \frac{\vartheta t}{H_0 - \vartheta t}\frac{l_0 + 2\vartheta t}{L}. \qquad (5)$$

Сопоставим величины $t_{\text{пр}}^{(2)}$ и t_0. Из уравнения (5) следует:

$$t_{\text{пр}}^{(2)} = \frac{1}{4H_0}\left[L\left(1 - \frac{T_{\text{пр}}}{T}\right) - l_0 - \right.$$
$$\left. - \sqrt{\left[L\left(1 - \frac{T_{\text{пр}}}{T}\right) - l_0\right]^2 - 8H_0 L\left(1 - \frac{T_{\text{пр}}}{T}\right)}\,\right].$$

Так как $T_{\text{пр}} < T$, то при условии, что $T_{\text{пр}} < \left(1 - \dfrac{l_0}{L}\right)T$, перед квадратным корнем ставится знак "−". Если верны условия $T_{\text{пр}} > \left(1 - \dfrac{l_0}{L}\right)T$ и $T_{\text{пр}} < T$, то $t_{\text{пр}}^{(2)}$ не существует.

Отсюда видно, что $t_{\text{пр}}^{(2)} > t_0$. В самом деле, из последнего неравенства следует:

$$L\left(1 - \frac{T_{\text{пр}}}{T}\right) - l_0 - 4H_0 >$$
$$> \sqrt{\left[L\left(1 - \frac{T_{\text{пр}}}{T}\right) - l_0\right]^2 - 8H_0 L\left(1 - \frac{T_{\text{пр}}}{T}\right)}.$$

После возведения обеих частей в квадрат получим:

$$-8H_0\left[L\left(1 - \frac{T_{\text{пр}}}{T}\right) - l_0\right] + 16H_0^2 > -8H_0 L\left(1 - \frac{T_{\text{пр}}}{T}\right)$$
$$\text{или } L_0 + 2H_0 > 0,$$

откуда следует, что перемещение не достигает предельного значения, так как происходит полный износ.

Предположим, что предельное состояние определяется условием $\sigma = \sigma_{пр}$. Тогда из равенства $T = \sigma b H_0$ определяем предельную нагрузку для некорродированного стержня: $T_{пр} = \sigma b H_0$ [2]. Для частично корродированного стержня, как было показано выше, существуют три напряжения: $\sigma_1 = \sigma_3 = T/(bH_0)$, $\sigma_2 = T/[bH(t)]$.

Очевидно, что $\sigma_2 > \sigma_1$, так как $H(t) < H_0$. Поэтому предельное напряжение достигается на корродированном участке. Из условия $\sigma_2 > \sigma_1$ следует:

$$\sigma_{пр} = \frac{T}{bH(t)} = \frac{T}{b(H_0 - \vartheta t)} = \frac{T_{пр}}{bH_0}.$$

Отсюда получаем:

$$\frac{\bar{T}_{пр}}{T} = \left(1 - \frac{\vartheta}{H_0} t\right)^{-1} \text{ или}$$

$$\bar{t}_{пр} = \left(1 - \frac{T}{\bar{T}_{пр}}\right) = t\left(1 - \frac{T}{\bar{T}_{пр}}\right),$$

где $\bar{t}_{пр}$ — предельное время, при котором в стержне достигается предельное напряжение. Так как $\bar{t}_{пр} < t_0$, то очевидно, что в стержне критическое напряжение достигается раньше, чем происходит полный износ. Отметим, что условие $\sigma = \sigma_{пр}$ не зависит от расширения корродированного участка.

Выводы

Для частично корродированного упруго растянутого стержня были найдены три предельных значения времени: время полного коррозионного изнашивания, время достижения предельного напряжения и время достижения предельного перемещения. Показано, что продолжительность эксплуатации определяется временем достижения предельного напряжения.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Колчунов В. И., Панченко Л. А.** Расчет составных тонкостенных конструкций. М: Изд-во АСВ, 1980. 281 с.

2. **Гасанова М. А.** О растяжении частично корродированного стержня // Механика-машиностроение. 2005. № 4. С. 5—10.

УДК 62-222.1

А. А. ПЕРОВ, Д. А. СОЦКОВ, доктора технических наук (Владимирский ГУ), e-mail: perov.a.a@yandex.ru

Технологические факторы, влияющие на повышенный износ гильз цилиндров двигателя КамАЗ

Предложен метод обработки гильз цилиндров двигателя, который позволяет существенно уменьшить овальность и конусность, возникающие на операциях сборки.

Ключевые слова: двигатель, гильзы цилиндров, деформация, износ, овальность, конусность.

The motor cylinder sleeves processing technique is proposed, which allows decrease substantially the ovality and conicity, arising on the assembling operations.

Keywords: motor, cylinder sleeves, deformation, wear, ovality, conicity.

Конструкции двигателей постоянно совершенствуются, при этом используются новые материалы, повышаются требования к топливам и моторным маслам, форсируются рабочие процессы, оптимизируются режимы, однако главный показатель эффективности работы — КПД двигателя, остается на низком уровне. Так, для двигателей марки КамАЗ он составляет 0,42. К тому же при эксплуатации КПД двигателя постепенно снижается до значения, при котором его использовать нецелесообразно. Кроме того, в конструкции двигателя есть слабое звено — уплотнение между поршнем и цилиндром.

Изнашивание деталей цилиндропоршневой группы (ЦПГ) в значительной степени зависит от технологических факторов. Расчет замыкающего звена в технологической размерной цепи в статике для дизеля КамАЗ показал, что отклонения могут в 7÷8 раз превышать номинальное значение $\alpha_{\Delta н}$, т. е. $\alpha_{\Delta н} = 0{,}158$ мм; $\alpha_{\Delta max} = 0{,}773$ мм; $\alpha_{\Delta min} = -0{,}458$ мм, таким образом, допуск составит $\Delta_{\alpha_\Delta} = T_{\alpha_\Delta} = \alpha_{\Delta max} - \alpha_{\Delta min} = 1{,}231 \pm 0{,}615$ мм, т. е. кривошипно-шатунный механизм или будет заклинивать, или между его звеньями образуется зазор.

Характерный износ рабочей поверхности гильзы дизеля КамАЗ-740 при пробеге 120 тыс. км показан на рис. 1. Показано, что места максимального износа располагаются не в плоскости качания шатуна, а под углом 20÷45° к оси коленчатого вала, что практически совпадает с результатами исследований на реальном двигателе КамАЗ-740 с расположением плоскости максимальных деформаций гильзы при сборке (рис. 2), которые превышают номинальные значения овальности и конусности в 2÷2,5 раза (овальность не более 0,025 мм). Таким образом, изнашивание рабочей поверхности гильзы при эксплуатации является следствием овально-

сти, полученной в процессе сборки. Исследования на жесткой модели блок-картера показали, что с увеличением жесткости уменьшаются деформации, овальность и конусность в 2÷2,5 раза (рис. 3—5).

При износе колец любого диаметра на 0,5 мм зазор в замке увеличивается до 3 мм и более: при номинальном износе компрессионных колец он составит 0,4÷0,6 мм, для маслосъемных колец — 0,3÷0,4 мм, что может стать причиной значительных утечек газов (60÷70 % от общих утечек).

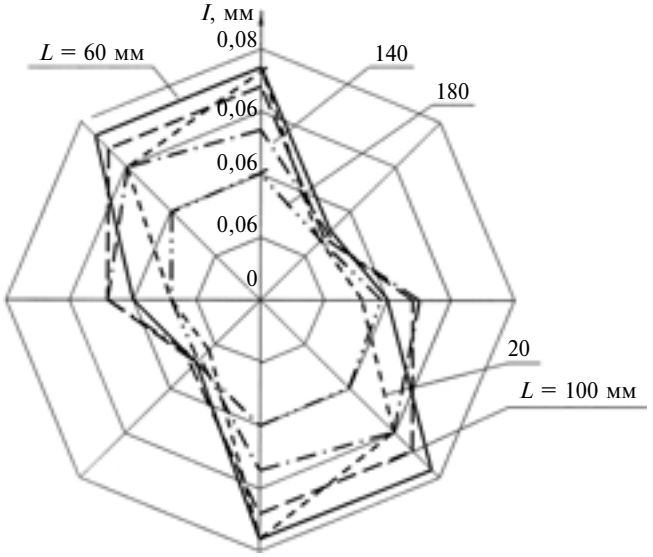


Рис. 1. Диаграмма изнашивания *I* рабочей поверхности гильзы в разных ее сечениях по длине *L* после пробега в 120 тыс. км

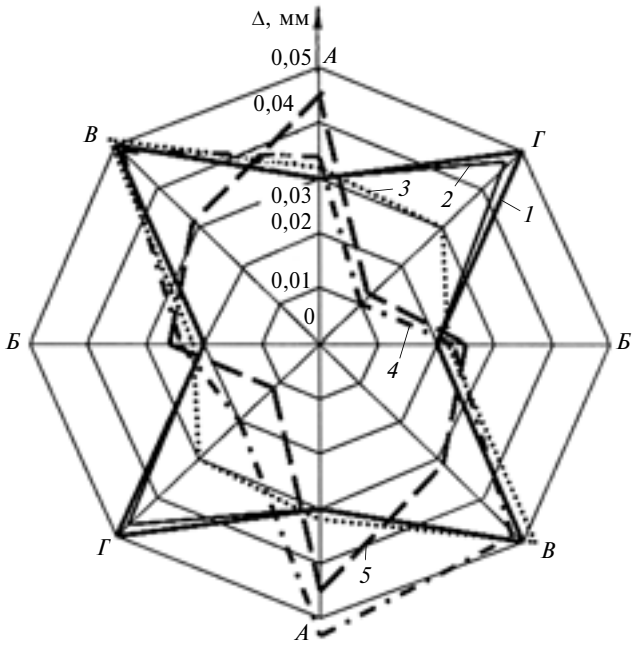


Рис. 2. Диаграмма деформаций Δ внутренней поверхности в разных сечениях по длине *L* гильзы после сборки в блок-картере (*1—5* — пояса замеров)

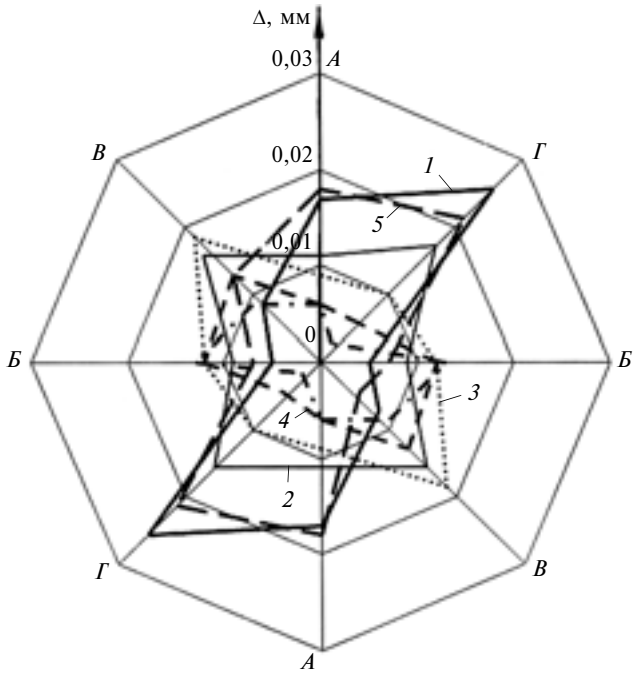


Рис. 3. Диаграмма деформаций Δ внутренней поверхности в разных сечениях по длине *L* гильзы после сборки в модели блок-картера (*1—5* — пояса замеров)

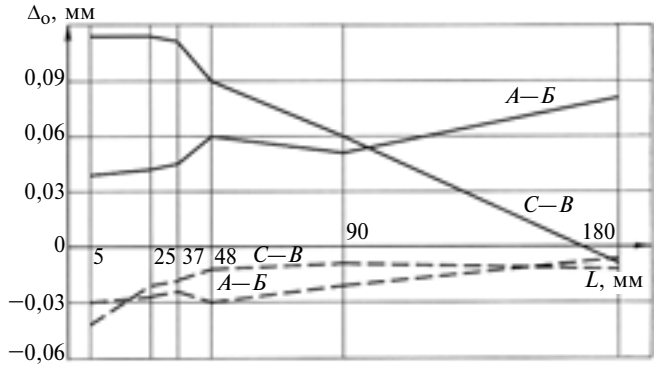


Рис. 4. Зависимости изменения овальности Δ_o гильзы после сборки по длине *L* (——— — блок-картер; −−− — модель блок-картера)

Предлагаемые конструктивные изменения [5—8], устраняющие термодинамические зазоры в системе "поршневое кольцо — цилиндр", связаны с усложнением технологических процессов и требуют высокоточного оборудования, новых материалов и высококвалифицированных специалистов. Поэтому целесообразным является разработка на базе ремонтных предприятий таких технологий, которые позволили бы существенно уменьшить овальность и конусность гильз при сборке. Так, установка гильз цилиндров дизеля КамАЗ-740 в жесткий блок-картер приводит к снижению деформаций внутренней поверхности, овальности и конусности после сборки в 2÷2,5 раза.

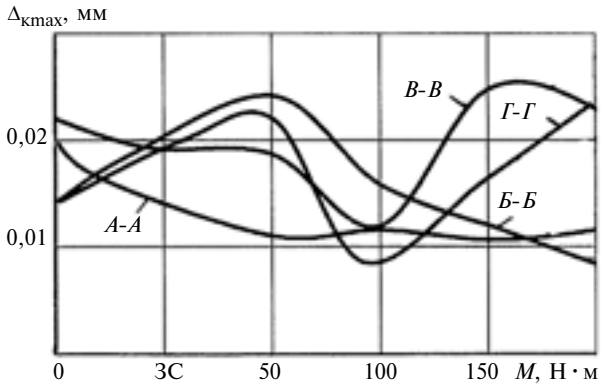


Рис. 5. Зависимости изменения конусности $\Delta_{k\,max}$ гильзы от момента *M* в разных сечениях модели блок-катрера (*А-А*, *Б-Б*, *В-В*, *Г-Г* — сечения; ЗС — запрессованное состояние)

Статистический анализ, проведенный в МАДИ [10], показал, что введение дополнительных ребер жесткости в блок-картере имеет как положительные, так и отрицательные стороны. Например, число трещин в перемычках между цилиндрами увеличилось в 1,4 раза, что явилось следствием перераспределения внутренних напряжений. Таким образом, в области уменьшения овальности и конусности гильз цилиндров наиболее рациональным является изменение геометрических параметров гильз, т. е. придание гильзе перед обработкой заранее искаженной формы с помощью приспособления, которое имитирует головку цилиндра при сборке с моментом затяжки, соответствующим требованиям по техническим условиям завода-изготовителя.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Гаркунов Д. Н.** Триботехника. М.: Машиностроение, 1985. 424 с.
2. **Титунин Б. А., Старостин Н. Г., Мушниченко В. М.** Ремонт автомобилей КамАЗ. Л.: ВО Агропромиздат, 1987. 288 с.
3. **Дедков Г. В.** Адгезионный механизм трения в нанотрибоконтактах // Письма в ЖТФ. Т 24. 1998. № 19. С. 44—50.
4. **Бугаев В. Н.** Ремонт форсированных тракторных двигателей. М.: Колос. 1978. 126 с.
5. **Пат. 2243396 С2 Рос. Федерации.** Поршневые уплотнения для двигателя внутреннего сгорания.
6. **Пат. 700323 С1 Рос. Федерации.** Поршень для двигателя внутреннего сгорания.
7. **Пат. 2282739 С1 Рос. Федерации.** Поршневые уплотнения для двигателя внутреннего сгорания.
8. **Пат. 38166 С1 Рос. Федерации.** Сборный поршень с плавающей сменной головкой.

УДК 621.923.048.6

Ф. С. ЮНУСОВ, академик РАТН, д-р техн. наук, Р. Ф. ЮНУСОВ, канд. техн. наук
(КГТУ им. А. Н. Туполева, г. Казань), e-mail: ramibox@mail.ru

Теоретическое исследование механики абразивной среды в вибрирующем контейнере

Рассматривается динамика перемещения абразивной массы в вибрирующем контейнере. Установлены дифференциальные уравнения, определяющие их взаимодействие, обеспечивающее заданные технические условия.

Ключевые слова: контейнер, вибрации, абразивные гранулы, перемещения, уравнения движения.

The transfer dynamics of abrasive mass in vibrating container is considered. Differential equations, determining their interaction and providing prescribed technical conditions, have been stated.

Keywords: container, vibrations, abrasive granules, transfers, motion equations.

Исследование динамики абразивной массы в вибрирующем U-образном контейнере представляет собой большие трудности (особенно описание движения отдельных частиц). С учетом этого в данной работе использованы методы, позволяющие определить динамику абразивной среды и управление процессом при изменении его параметров. Актуальность задачи связана с тем, что повышение производительности и мощности вибрационных машин [1] требуют новых подходов к созданию теории процесса, более основательной разработки методов расчета вибрационных установок и оптимизации режимов обработки.

Механика процесса движения абразивных частиц

При работе вибрационной установки абразивные гранулы, входящие в контакт с поверхностью контейнера, получают от него силовые импульсы. От нижнего слоя импульсы передаются вышележащим слоям. Вследствие наличия сил трения и необратимых деформаций импульсы по мере передачи их от слоя к слою ослабевают, причем степень их затухания определяется характером и величиной силовых импульсов, создаваемых контейнером. Энергия колебательного движения контейнера затрачивается на ускорение абразивных гранул и восполнение потерь при обратимых деформациях.

Вследствие того, что силовой импульс от стенки контейнера передается не одновременно всей аб-

разивной массе (ввиду ее способности сжиматься) и не в полную меру (вследствие рассеяния энергии), а постепенно от нижних слоев к верхним, то имеет место запаздывание перемещения слоев. Поэтому, когда контейнер приводится в движение, прежде всего начинает перемещаться нижний слой, находящийся с ним в контакте. В первый момент верхний слой гранул остается неподвижным, поэтому по мере перемещения гранул в нижнем слое происходят уплотнение слоев и сдвиг гранул. При дальнейшем перемещении контейнера в движение вовлекаются вышележащие слои, и так происходит до тех пор, пока вся абразивная масса не придет в движение.

Так как U-образный контейнер двухкомпонентной вибрационной установки совершает сложное колебательное движение: поступательное — в двух взаимно перпендикулярных направлениях и вращательное — вокруг центра тяжести системы, то абразивная масса совершает вращательное движение.

С течением времени нижний слой, передав всю свою кинематическую энергию вышележащим слоям, под действием силы тяжести начнет обратное движение, а верхние слои будут продолжать перемещаться. В этот момент начинается "разрыхление" слоя абразивных гранул. Однако в следующий момент нижний слой получает очередной импульс от стенки контейнера, направленный вперед и вверх. При этом верхние и нижние слои перемещаются и уплотняются до тех пор, пока нижний слой не передаст всю свою кинематическую энергию и не начнется момент "разрыхления" слоев. Таким образом, в рабочем контейнере абразивная масса проходит фазы уплотнения и разрыхления.

Если поместить деталь в вибрирующий контейнер с абразивной массой и сообщить ей независимую от контейнера вибрацию с помощью манипулятора, абразивные гранулы начнут ударяться о деталь. Эффективность шлифования в этом случае будет зависеть от сочетания колебаний абразивной массы и детали.

Описание такого сложного движения системами дифференциальных уравнений весьма затруднительно [2], однако расчленение движения на переносное (движение контейнера с массой) и относительное (движение абразивных гранул относительно контейнера и детали относительно массы) позволяет при некоторых допущениях составить системы дифференциальных уравнений и найти их решения.

Дифференциальные уравнения движения контейнера с массой абразивных гранул

Контейнер движется под действием возмущающей силы F, которая возникает при вращении неуравновешенной массы m_0 с эксцентриситетом r и угловой скоростью ω, жестко связанной с платформой (рис. 1). Платформа установлена на четырех пневмоамортизаторах. На рис. 1 представлена схема системы с центробежным источником вибраций. Корпус вибровозбудителя *1* жестко соединен с приводимой в движение платформой *2*, на которой установлен рабочий контейнер с гранулами. Контейнер с платформой и жестко присоединенные к ней части вибровозбудителя будем называть рабочим органом (РО). Приведенный центр тяжести РО и загрузки контейнера находится в точке O_0, равновесное положение которой принято за начало неподвижной системы координат. Неуравновешенная масса *3* вращается вокруг оси, совпадающей с точкой A_0. Позиции *4* и *5* обозначают проекции равнодействующих упругих сил, приложенных к РО, *6* и *7* — проекции равнодействующих диссипативных сил. К рабочему органу приложены упругие *8* и диссипативные *9* моменты. Проекции равнодействующих упругих и диссипативных сил фактически совмещены и приложены в точках, координаты которых определены плечами l_1 и l_2.

Приняты следующие обозначения: m_0 и m_1 — массы дисбаланса и РО с гранулами (без учета дисбаланса); r — эксцентриситет массы дисбаланса относительно оси вращения, совпадающей с точкой A_1; $x_0 = -h$ и $y_0 = 0$ — координаты проекции точки A_0; l_1, l_2 — плечи проекций упругих сил; J_0 и J_1 — центральные моменты инерции дисбаланса и РО; ω — угловая скорость дисбаланса; x, y — смещения точки O_0 от положения равновесия; ψ — угол отклонения РО от начального положения; t — время; s — коэффициент угловой жесткости амортизатора; c_x, c_y — коэффициенты линейной жесткости;

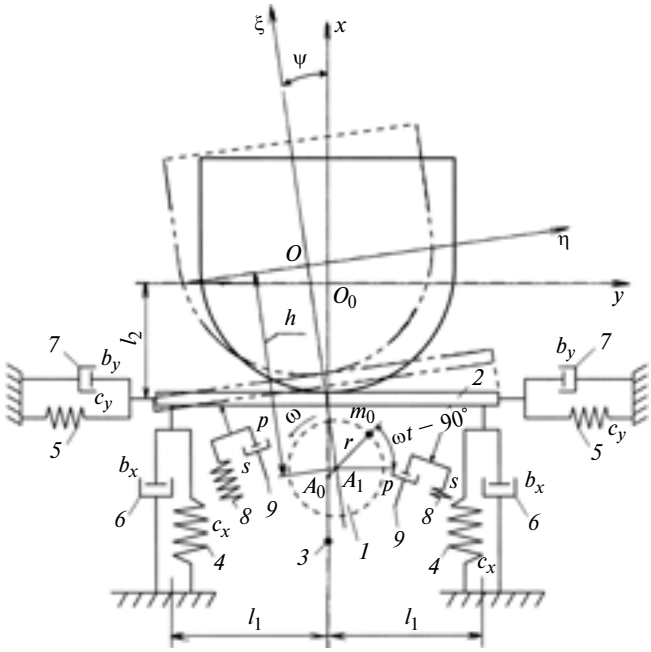


Рис. 1

b_x, b_y — коэффициенты линейного сопротивления; p — коэффициент углового сопротивления амортизаторов.

Для составления дифференциальных уравнений движения воспользуемся уравнением Лагранжа второго рода:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_k} = Q_\mathrm{k}\ (k = 1, 2, 3), \qquad (1)$$

где L — функция Лагранжа, равная превышению кинетической энергии T системы над ее потенциальной энергией Π, т. е. $L = T - \Pi$; Q_k — обобщенные силы; q_k — обобщенные координаты.

В качестве обобщенных координат приняты ξ, η, ψ, так как система обладает тремя степенями свободы. Угол ψ будем считать малым, вследствие чего примем $\sin\psi \approx \psi$; $\cos\psi = 1$. Считаем также, что упругие и диссипативные воздействия пропорциональны соответствующим обобщенным координатам и скоростям [3]. Плечи упругих и диссипативных сил постоянны.

Кинетическая энергия системы состоит из кинетических энергий T_1 рабочего органа и T_2 дисбаланса, т.е. $T = T_1 + T_2$:

$$T_1 = \frac{m_1}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \frac{1}{2}J_1\dot{\psi}^2; \qquad (2)$$

кинетическая энергия дисбаланса

$$T_2 = \frac{m_2}{2}(\dot{x}_g^2 + \dot{y}_g^2) + \frac{1}{2}J_0\omega^2. \qquad (3)$$

Для определения координат центра тяжести дисбаланса составим расчетную схему (рис. 2), на которой обозначены: O_0 — центр тяжести РО в момент времени $t_0 = 0$; O — центр тяжести РО с координатами x и y в любой момент времени t.

Центр тяжести дисбаланса в момент времени $t_0 = 0$ имеет координаты $[-(h + r); 0]$, а в момент $t = t_1$ — координаты $[x_g, y_g]$.

Из построения (см. рис. 2) с учетом того, что $O_0A_0 = OA_1 = x_0$, имеем:

$$\begin{cases} x_g = x_0\cos\psi - x + r\cos\omega t; \\ y_g = x_0\sin\psi + y + r\sin\omega t. \end{cases}$$

Подставив x_g и y_g в уравнение (3), получим:

$$T_2 = \frac{m_0}{2}(-x_0\sin\psi\,\dot{\psi} - \dot{x} - r\omega\sin\omega t)^2 +$$

$$+ \frac{m_0}{2}(x_0\sin\psi\,\dot{\psi} + \dot{y} + r\omega\cos\omega t)^2 + \frac{1}{2}J_0\omega^2. \qquad (4)$$

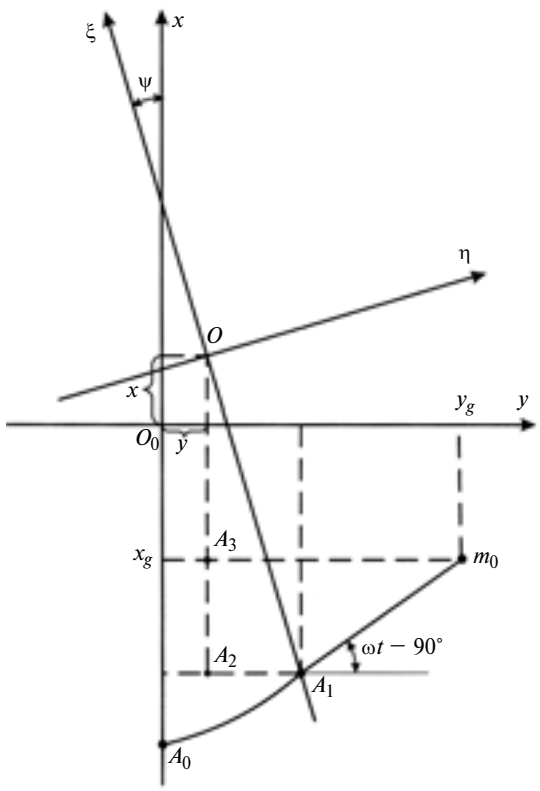


Рис. 2

Потенциальная энергия системы складывается из энергии левых и правых амортизаторов:

$$\Pi_1 = \frac{c_x}{2}(x - l_1\sin\psi)^2 + \frac{c_y}{2}(y + l_2\sin\psi)^2 + \frac{1}{2}s\psi^2;$$

$$\Pi_2 = \frac{c_x}{2}(x + l_1\sin\psi)^2 + \frac{c_y}{2}(y - l_2\sin\psi)^2 - \frac{1}{2}s\psi^2.$$

Для системы потенциальная энергия запишется в виде:

$$\Pi = \Pi_1 + \Pi_2 = c_x(x^2 + l_1^2\psi^2) + c_y(y^2 + l_2^2\psi^2). \quad (5)$$

С учетом выражений (2), (4) и (5) составим функцию Лагранжа:

$$L = \frac{(m_1 + m_0)}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \frac{m_0}{2}[r^2\omega^2 + x_0^2\dot{\psi}^2 +$$

$$+ 2x_0\dot{\psi}(\dot{x}\sin\psi + \dot{y}\cos\psi) + 2r\omega(\dot{x}\sin\omega t + \dot{y}\cos\omega t) +$$

$$+ 2x_0r\omega\dot{\psi}\cos(\omega t - \psi)] - c_x(x^2 + l_1^2\psi^2) -$$

$$- c_y(y^2 + l_2\psi^2) + \frac{1}{2}J_1\dot{\psi}^2 + \frac{1}{2}J_0\omega^2.$$

Определив производные $\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k}$, $\frac{\partial L}{\partial q_k}$ (1), $u\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k}\right)$ ($k = 1, 2, 3$) и подставив их в уравнение Лагранжа

(1), получим искомые дифференциальные уравнения колебания рассматриваемой системы:

$$\begin{cases} (m_1+m_0)\ddot{x}+m_0[x_0(\dot{\psi}^2\cos\psi+\ddot{\psi}\sin\psi)+r\omega^2\cos\omega t]+ \\ \qquad +2c_x x = Q_x; \\ (m_1+m_0)\ddot{y}+m_0[x_0(\ddot{\psi}\cos\psi+\dot{\psi}\sin\psi)-r\omega^2\sin\omega t]+ \\ \qquad +2c_y y = Q_y; \\ (J_1+m_0x_0^2)\ddot{\psi}+m_0x_0[\ddot{x}\sin\psi+\dot{x}\dot{\psi}\cos\psi+\ddot{y}\cos\psi- \\ \qquad -\dot{y}\dot{\psi}\sin\psi]\psi-[r\omega(\omega-\dot{\psi})\sin(\omega t-\psi)+ \\ \qquad +2(l_1^2c_x+l_2^2c_y)]\psi = Q_\psi, \end{cases} \tag{6}$$

где Q_x, Q_y, Q_ψ — обобщенные силы, за которые примем диссипативные силы.

Для этого воспользуемся диссипативной функцией Рэлея, представляющей собой функцию обобщенных скоростей: $\Phi = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{3} b_k\dot{q}_k^2$.

Частная производная от этой функции по какой-либо обобщенной скорости $\dot{q}_k$, взятая с обратным знаком, представляет собой соответствующую данной обобщенной координате диссипативную силу $Q_k = -\partial\Phi/\partial\dot{q}_k$.

Для левого и правого амортизаторов функция Рэлея запишется соответственно:

$$\begin{cases} \Phi_1 = \frac{1}{2}[b_x(\dot{x}-l_1\dot{\psi})^2+b_y(\dot{y}+l_2\dot{\psi})^2+p\dot{\psi}^2]; \\ \Phi_2 = \frac{1}{2}[b_x(\dot{x}-l_1\dot{\psi})^2+b_y(\dot{y}+l_2\dot{\psi})^2+p\dot{\psi}^2]. \end{cases}$$

Для всей системы функция Рэлея запишется в виде:

$$\Phi = \Phi_1+\Phi_2 = \frac{1}{2}[b_x(\dot{x}-l_1\dot{\psi})^2+b_x(\dot{x}+l_1\dot{\psi})^2+ \\ +b_y(\dot{y}+l_2\dot{\psi})^2+b_y(\dot{y}-l_2\dot{\psi})^2].$$

Частные производные от Φ по соответствующим обобщенным скоростям будут:

$$\left.\begin{aligned} Q_x = -2b_x\dot{x};\quad Q_y = 2b_y\dot{y}; \\ Q_\psi = -2(b_xl_1^2+b_yl_2^2)\dot{\psi}. \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

Система уравнений (6) с учетом производных (7) и малости угла ψ примет вид:

$$\begin{cases} (m_1+m_0)\ddot{x}+2b_x\dot{x}+2c_xx = -m_0r\omega^2\cos\omega t; \\ (m_1+m_0)\ddot{y}+2b_y\dot{y}+2c_yy+m_0x_0\ddot{\psi} = m_0r\omega^2\sin\omega t; \\ (J_1+m_0x_0^2)\ddot{\psi}+2(b_xl_1^2+b_yl_2^2)\dot{\psi}+(c_xl_1^2+c_yl_2^2)\psi+ \\ \qquad +m_0x_0\ddot{y} = m_0x_0r\omega^2\sin\omega t. \end{cases} \tag{8}$$

Систему уравнений (8) относительно x, y, ψ после некоторых преобразований можно представить в виде:

$$m\ddot{x}+2b_x\dot{x}+2c_xx = -a_0\cos\omega t; \tag{9}$$

$$\alpha_0\dddot{y}+\alpha_1\ddot{y}+\alpha_2\ddot{y}+\alpha_3\dot{y}+\alpha_4y = \\ = \alpha_5'\cos\omega t+\alpha_6'\sin\omega t; \tag{10}$$

$$\alpha_0\dddot{\psi}+\alpha_1\ddot{\psi}+\alpha_2\ddot{\psi}+\alpha_3\dot{\psi}+\alpha_4\psi = \\ = \alpha_5''\cos\omega t+\alpha_6''\sin\omega t, \tag{11}$$

где $m = m_1+m_0$; $a_0 = rm_0\omega^2$; $a_1 = J_1+m_0x_0^2$; $a_2 = 2(b_xl_1^2+b_yl_2^2)$; $a_3 = 2(c_xl_1^2+c_yl_2^2)$;

$$\alpha_0 = mJ_1+m_0m_1x_0^2;\ \alpha_5' = \omega a_0a_2;\ \alpha_1 = ma_2+2a_1b_y; \\ \alpha_5'' = 2\omega a_0b_yx_0;\ \alpha_2 = ma_3+2a_2b_y+2a_1c_y; \\ \alpha_6' = a_0(\omega^2J_1-a_3);\quad \alpha_3 = 2(a_3b_y+a_2c_y); \\ \alpha_6'' = a_0x_0(m_1\omega^2-2c_y);\quad \alpha_4 = 2a_3c_y.$$

Полученные уравнения (9)—(11) описывают колебания системы с тремя степенями свободы. Уравнения (9), (10) описывают переносное движение центра тяжести загруженного контейнера, уравнение (11) — маятниковые или крутильные колебания системы относительно центра тяжести загруженного контейнера.

Решение дифференциальных уравнений переносного движения контейнера с массой абразивных гранул

В начальный момент времени ($t_0 = 0$) вибрационная установка находится в состоянии покоя, поэтому для отыскания решения уравнений (9)—(11) зададим следующие начальные условия:

$$\lim_{t\to t_0} x(t) = \lim_{t\to t_0}\dot{x}(t) = \lim_{t\to t_0} y(t) = \lim_{t\to t_0}\dot{y}(t) = \\ = \lim_{t\to t_0}\psi(t) = \lim_{t\to t_0}\dot{\psi}(t) = 0. \tag{12}$$

Общее решение уравнения (9), удовлетворяющее условиям (12), представляется в виде:

$$x(t) = x_1(t)+x_2(t), \tag{13}$$

где

$$\left.\begin{aligned} x_1(t) &= e^{-nt}\left[c_1\cos\sqrt{k^2-n^2}\,t+c_2\sin\sqrt{k^2-n^2}\,t\right]; \\ x_2(t) &= [B\sin\omega t+D\cos\omega t]; \\ n &= b_x/m;\ k = \sqrt{2c_x/m};\ H = -a_0/m; \\ D &= H(k^2-\omega^2)/\Delta_1;\ B = 2Hn\omega/\Delta_1; \\ \Delta_1 &= (k^2-\omega^2)^2+4n^2\omega^2;\ c_1 = -D; \\ c_2 &= -nH(k^2+\omega^2)/\Delta_2\sqrt{k^2-n^2}. \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

Первое слагаемое решения (13) описывает влияние свободных затухающих колебаний системы, второе слагаемое — влияние вынужденных периодических колебаний.

Определим момент времени t_i, начиная с которого в расчетах можно пренебрегать влиянием первого слагаемого. Для этого зададим малую величину ε и найдем решение неравенства

$$\max\left\{e^{-nt}\left[c_1\cos\sqrt{k^2-n^2}\,t + c_2\sin\sqrt{k^2-n^2}\,t\right]\right\} \leqslant \varepsilon. \quad (15)$$

Учитывая, что $\left|\cos\left(\sqrt{k^2-n^2}t\right)\right| \leqslant 1$ и $\left|\sin\left(\sqrt{k^2-n^2}t\right)\right| \leqslant 1$, неравенство (15) перепишем в виде: $e^{-nt}\{|c_1| + |c_2|\} \leqslant \varepsilon$.

Отсюда получим:

$$t \geqslant \frac{1}{n}\ln\left\{\frac{|c_1| + |c_2|}{\varepsilon}\right\}. \quad (16)$$

Итак, начиная с момента времени $t_i > t_0$, удовлетворяющего условию (16) в расчетах, можно пренебречь влиянием первого слагаемого и принять $x(t) = A_x\sin(\omega t + \delta_k)$, где $A_x = \sqrt{B^2 + D^2}$; $\delta_k = \mathrm{arctg}D/B$, B и D определяются из соотношений (14).

В формуле (16) необходимо задать величину ε. При этом следует учесть тот факт, что при выводе уравнений (9) принято допущение $\sin\psi \approx \psi$ (так как $\max\psi = 5° = 0{,}0872$ рад). Такое допущение вносит следующую погрешность $\Delta\psi \leqslant |(\max\psi)^3|/3! \leqslant 0{,}00012$.

Отсюда следует, что величина ε должна удовлетворять неравенству $\varepsilon \leqslant \Delta\psi$. Итак, можно принять $\varepsilon = 10^{-4}$. Тогда по формуле (16) вычислим момент времени t_i, начиная с которого в расчетах можем пренебречь влиянием функции $x_1(t)$.

Уравнения (10) и (11) отличаются лишь правыми частями. Решение соответствующих однородных уравнений сводится к рассмотрению решений следующего характеристического уравнения:

$$\alpha_0 z^4 + \alpha_1 z^3 + \alpha_2 z^2 + \alpha_3 z + \alpha_4 = 0. \quad (17)$$

При заданных параметрах α_1 уравнение (17) может быть решено методом последовательных приближений. Кроме того, математическое обеспечение современных ЭВМ позволяет без составления программ вычислять корни уравнений вида (17). Но во многих случаях представляют интерес не числовые значения корней, а их расположение в комплексной плоскости.

Согласно теореме Штурма и индекса многочлена, изложенных в работе [4], удается установить по конкретным значениям коэффициентов α_i число и расположение корней уравнений вида (17). Если корни однородных уравнений, соответствующих уравнениям (10) и (11) расположены в левой полуплоскости, то функциями $y_1(t)$ и $\psi_1(t)$ можно пренебречь, как и в случае решения уравнения (9).

Частное решение уравнения (10) в предположении, что оно не имеет чисто мнимых корней вида $\pm i\omega$, имеет вид: $y(t) = A_y\sin(\omega t + \delta_y) = A_1\sin\omega t + B_1\cos\omega t$, где

$$\left.\begin{aligned}
&A_y = \sqrt{A_1^2 + B_1^2};\ \ \delta_y = \mathrm{arctg}\frac{B_1}{A_1};\\
&R_1 = \alpha_0\omega^4 - \alpha_2\omega^2 + \alpha_4;\\
&R_2 = \alpha_1\omega^3 - \alpha_3\omega;\ \ \Delta_0 = R_1^2 + R_2^2;\\
&A_1 = (\alpha_6' R_1 - \alpha_5' R_2)/\Delta_0;\\
&B_1 = (\alpha_6' R_2 + \alpha_5' R_1)/\Delta_0.
\end{aligned}\right\} \quad (18)$$

Аналогично частное решение уравнения (11) примет вид:

$$\psi(t) = A_\psi\sin(\omega t + \delta_\psi) = A_2\sin\omega t + B_2\cos\omega t,$$

где

$$\left\{\begin{aligned}
&A_\psi = \sqrt{A_2^2 + B_2^2};\\
&\delta_\psi = \mathrm{arctg}\frac{B_2}{A_2};\\
&A_2 = (\alpha_6'' R_1 - \alpha_5'' R_2)/\Delta_0;\\
&B_2 = (\alpha_6'' R_2 + \alpha_2'' R_1)/\Delta_0.
\end{aligned}\right. \quad (19)$$

Итак, решения основной системы (8) для момента времени $t_i > t_0$ описываются уравнениями:

$$\left\{\begin{aligned}
&x(t) = A_x\sin(\omega t + \delta_x);\\
&y(t) = A_y\sin(\omega t + \delta_y);\\
&\psi(t) = A_\psi\sin(\omega t + \delta_\psi),
\end{aligned}\right. \quad (20)$$

где коэффициенты A_k, δ_k ($k = x; y; \psi$) определяются из соотношений (14), (18), (19).

Первые два уравнения системы (20) при исключении параметра t дают траекторию движения приведенного центра тяжести O в момент времени $t_i > t_0$:

$$\frac{x^2}{A_x^2} - \frac{2xy}{A_xB_y}\cos(\delta_x - \delta_y) + \frac{y^2}{A_y^2} = \sin^2(\delta_x - \delta_y). \quad (21)$$

В общем случае эта траектория представляет собой эллипсовидную кривую, которая превращается в обычный эллипс $\frac{x^2}{A_x^2} + \frac{y^2}{A_y^2} = 1$ с полуосями A_x и A_y, если начальные фазы δ_x, δ_y удовлетворяют условию:

$$(\delta_x - \delta_y) = \pm\frac{\pi}{2} + 2k\pi\ (k = 0; \pm1; \pm2; ...)$$

и вырождаются в пару слившихся прямых вида: $x = \frac{A_x}{A_y} y$, если $(\delta_x - \delta_y) = 2k\pi$, или $x = -\frac{A_x}{A_y} y$, если $(\delta_x - \delta_y) = (2k \pm 1)\pi$.

Частные случаи траектории (21) анализируются в работе [5].

Приведенный центр тяжести O вибрационной установки с загруженным контейнером по истечении времени $t = t_i$ выходит на орбиту (21) и в дальнейшем продолжает свое движение только по этой траектории.

Взаимодействие движений контейнера и массы абразивных гранул

Сумму двух масс запишем в виде:

$$m = M_0 + M_1, \tag{22}$$

где M_0 — масса абразивных гранул; M_1 — масса подвижных частей и вибрационной установки (с массой дисбалансов).

Расчетная схема положения центра тяжести двух масс приведена на рис. 3. В момент времени $t_0 = 0$ центры тяжести M_0 и M_1 сосредоточены в точках $\overset{0}{C}_0$ и $\overset{1}{C}_0$ соответственно. Далее общий центр тяжести двух масс расположен на отрезке, соединяющем точки $\overset{0}{C}_0$ и $\overset{1}{C}_0$. Положение центра тяжести

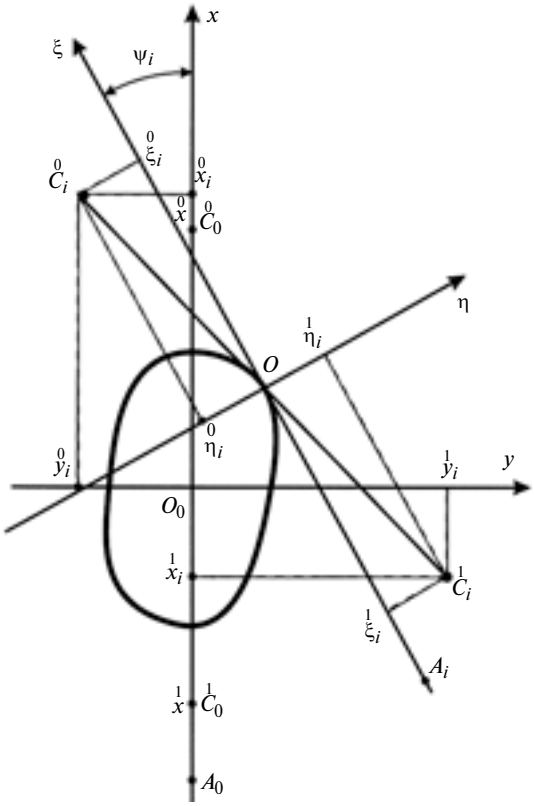


Рис. 3

двух масс (точка O) в любой момент времени определяется уравнением (20). Если поместить начало O подвижной системы координат $\xi O \eta$ в центре массы m, а ось $O\xi$, совместить с осью симметрии контейнера, то в любой момент времени t_i отрезок $\overset{0}{C}_0$, $\overset{1}{C}_0$, будет проходить через начало системы координат $\xi O \eta$ (см. рис. 3).

Используя теорему о равенстве моментов, запишем соотношение:

$$M_0 O\overset{0}{C}_i = M_1 O\overset{1}{C}_i, \tag{23}$$

следствием которого являются равенства

$$M_0 \left|\overset{0}{\xi}_i\right| = M_1 \left|\overset{1}{\xi}_i\right|; \quad M_0 \left|\overset{0}{\eta}_i\right| = M_1 \left|\overset{1}{\eta}_i\right|, \tag{24}$$

где $\overset{0}{\xi}_i$, $\overset{0}{\eta}_i$ и $\overset{1}{\xi}_i$, $\overset{1}{\eta}_i$ — координаты точек $\overset{0}{C}_i$ и $\overset{1}{C}_i$ в системе $\xi O \eta$.

Однако к соотношениям (23) и (24) можно подойти, исходя из уравнений центра двух масс в подвижной системе координат:

$$\begin{cases} m x_i = M_0 \overset{0}{x}_i + M_1 \overset{1}{x}_i; \\ m y_i = M_0 \overset{0}{y}_i + M_1 \overset{1}{y}_i; \end{cases} \tag{25}$$

где $\overset{0}{x}_i$, $\overset{0}{y}_i$ и $\overset{1}{x}_i$, $\overset{1}{y}_i$ — координаты точек $\overset{0}{C}_i$ и $\overset{1}{C}_i$ в системе $x O_0 y$.

Координаты же точек $\overset{0}{C}_i$ и $\overset{1}{C}_i$ в рассматриваемых системах $\xi O \eta$ и $x O_0 y$ связаны известными из геометрии соотношениями:

$$\begin{cases} \overset{0}{x}_i = x_i + \overset{0}{\eta}_i \cos\psi_i + \overset{0}{\xi}_i \sin\psi_i; \\ \overset{0}{y}_i = y_i + \overset{0}{\eta}_i \sin\psi_i - \overset{0}{\xi}_i \cos\psi_i; \end{cases} \tag{26}$$

$$\begin{cases} \overset{1}{x}_i = x_i - \overset{1}{\xi}_i \cos\psi_i - \overset{1}{\eta}_i \cos\psi_i; \\ \overset{1}{y}_i = y_i + \overset{1}{\xi}_i \sin\psi_i - \overset{1}{\eta}_i \cos\psi_i. \end{cases} \tag{27}$$

Подставляя зависимости (25) и (27) в уравнения (25) и учитывая равенство (22), получим соотношения:

$$\begin{cases} M_0(\overset{0}{\xi}_i \cos\psi_i + \overset{0}{\eta}_i \sin\psi_i) = M_1(\overset{1}{\xi}_i \cos\psi_i + \overset{1}{\eta}_i \sin\psi_i); \\ M_0(\overset{0}{\xi}_i \sin\psi_i - \overset{0}{\eta}_i \cos\psi_i) = M_1(\overset{1}{\xi}_i \sin\psi_i - \overset{1}{\eta}_i \cos\psi_i), \end{cases} \tag{28}$$

которые приводятся к уравнениям видов (23) и (24).

В процессе вибрационной обработки ввиду отсутствия жесткой связи между массами M_0 и M_1 и наличия движения массы абразивных гранул отно-

сительно контейнера имеют место следующие неравенства:

$$\overset{0}{C}_0\overset{1}{C}_0 \leqslant \overset{0}{C}_i\overset{1}{C}_i; \quad O_0\overset{0}{C}_0 \leqslant O\overset{0}{C}_i; \quad O_0\overset{1}{C}_0 \leqslant O\overset{1}{C}_i. \quad (29)$$

Первое из этих неравенств равносильно сумме двух последних. Используя соотношения (23) в фиксированные моменты времени (например $t = t_0$ и $t = t_i$), получим:

$$O_0\overset{0}{C}_0 \cdot O\overset{1}{C}_i = O\overset{0}{C}_i \cdot O_0\overset{1}{C}_0. \quad (30)$$

Преобразуя полученные соотношения (23)—(30), можно установить, что среди них имеются только две независимые между собой связи:

$$\overset{0}{x}\overset{1}{\xi}_i = \overset{1}{x}\overset{0}{\xi}_i; \quad \overset{0}{y}\overset{1}{\eta}_i = \overset{1}{y}\overset{0}{\eta}_i. \quad (31)$$

Это означает, что для определения четырех параметров $\overset{0}{\xi}_i$, $\overset{0}{\eta}_i$, $\overset{1}{\xi}_i$, $\overset{1}{\eta}_i$ имеем лишь два уравнения (31). Недостающие уравнения должны быть получены исходя из других взаимосвязей, к которым подойдем при рассмотрении абсолютного движения массы абразивных гранул в неподвижной системе координат xO_0y.

Массу абразивных гранул представим как систему материальных частиц с массами μ_k. На каждую частицу действуют суммарные внутренние $\bar{F}_k^{\text{в}}$ и внешние $\bar{F}_k^{\text{н}}$ силы. Уравнение движения каждой частицы имеет вид:

$$\mu_k\ddot{\bar{r}}_k = \bar{F}_k^{\text{в}} + \bar{F}_k^{\text{н}}, \quad (32)$$

где $\bar{r}_k$ — радиус-вектор частицы.

Суммируя силы (32) по индексу k, получим:

$$\sum_k \mu_k\ddot{\bar{r}}_k = \sum_k \bar{F}_k^{\text{н}}. \quad (33)$$

Согласно теореме сумма внутренних сил обращается в нуль.

С другой стороны, используя теорему о движении центра масс [6], запишем:

$$\sum_k \mu_k\ddot{\bar{r}}_k = M_0\ddot{\bar{r}}_{c_0}, \quad (34)$$

где $\bar{r}_{c_0} = x_{c_0}\bar{i} + y_{c_0}\bar{j}$ — радиус-вектор центра тяжести загрузки в любой момент времени; i, $\bar{i}$, $\bar{j}$ — единичные координатные векторы.

Из сравнения уравнений (33) и (34), имеем:

$$M_0\ddot{\bar{r}}_{c_0} = \sum_k \bar{F}_k^{\text{н}}. \quad (35)$$

Частицы загрузки при работе контейнера находятся во взвешенном состоянии и на них действует сила тяжести, которая и является внешней силой:

$$\sum_k \bar{F}_k^{\text{н}} = -M_0 g\bar{i}. \quad (36)$$

Подставляя равенство (36) в (35) и заменяя радиус-вектор $\bar{r}_{c_0}$ выражением $x_{c_0}\bar{i} + y_{c_0}\bar{j}$, получим векторное уравнение:

$$\ddot{x}_{c_0}\bar{i} + \ddot{y}_{c_0}\bar{j} = -g\bar{i}, \quad (37)$$

которое равносильно системе двух скалярных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \ddot{x}_{c_0} = -g; \\ \ddot{y}_{c_0} = 0. \end{cases} \quad (38)$$

Итак, найдены еще две связи для отыскания параметров $\overset{0}{\xi}_i$, $\overset{0}{\eta}_i$, $\overset{1}{\xi}_i$, $\overset{1}{\eta}_i$. Вследствие маятниковых (крутильных) колебаний виброустановки относительно общего центра тяжести происходит вращательное движение массы абразивных гранул.

Для составления уравнения вращения загрузки воспользуемся равновесием инерционных сил:

$$\bar{F}_{\text{и}} + \bar{F}_{1\text{и}} = 0, \quad (39)$$

где $\bar{F}_{\text{и}}$ — сила инерции установки; $\bar{F}_{1\text{и}}$ — сила инерции массы абразивных гранул.

Инерционная сила установки выразится соотношением:

$$\bar{F}_{\text{и}} = \sum_k m_k\frac{\mathrm{d}\bar{V}_k}{\mathrm{d}t} = -\sum_k m_k\frac{\mathrm{d}(\omega\bar{r}_k)}{\mathrm{d}t} = -\sum_k m_k\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t}\bar{r}_k\right) =$$

$$= -\sum_k m_k\left(\frac{\mathrm{d}^2\psi}{\mathrm{d}t^2}\bar{r}_k + \frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t}\frac{\mathrm{d}\bar{r}_k}{\mathrm{d}t}\right) = -\sum_k m_k\left(\frac{\mathrm{d}^2\psi}{\mathrm{d}t^2}\bar{r}_k + \frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t}\bar{V}_k\right) =$$

$$= -\sum_k m_k\left(\frac{\mathrm{d}^2\psi}{\mathrm{d}t^2}\bar{r}_k + \frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t}\omega\bar{r}_k\right) =$$

$$= -\sum_k m_k\left(\frac{\mathrm{d}^2\psi}{\mathrm{d}t^2}\bar{r}_k + \frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t}\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t}\bar{r}_k\right) =$$

$$= -\sum_k m_k\bar{r}_k\left[\frac{\mathrm{d}^2\psi}{\mathrm{d}t^2} + \left(\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t}\right)^2\right] =$$

$$= -\left[\frac{\mathrm{d}^2\psi}{\mathrm{d}t^2} + \left(\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t}\right)^2\right]\sum_k m_k\bar{r}_k =$$

$$= -\bar{r}_0 m\left[\frac{\mathrm{d}^2\psi}{\mathrm{d}t^2} + \left(\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t}\right)^2\right], \quad (40)$$

где m_k — масса элементарных частиц вибрационной системы, причем $\sum_k m_k \bar{r}_k = m\bar{r}_0$, $m = M_0 + M_1$.

Инерционная сила массы абразивных гранул определяется выражением:

$$\bar{F}_{1\text{и}} = \sum_k \mu_k \overline{W}_{1k} = -\sum_k \mu_k \frac{\mathrm{d}\overline{V}_{1k}}{\mathrm{d}t} =$$

$$= -\sum_k \mu_k \frac{\mathrm{d}(\omega \bar{r}_{1k})}{\mathrm{d}t} = \bar{r}_{c_0} M_0 \left[\frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}t^2} + \left(\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}\right)^2\right]. \qquad (41)$$

Подставляя выражения (40) и (39) в систему (38), окончательно получим:

$$\bar{r}_0 m \left[\frac{\mathrm{d}^2\psi}{\mathrm{d}t^2} + \left(\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t}\right)^2\right] + \bar{r}_{c_0} M_0 \left[\frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}t^2} + \left(\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}\right)^2\right] = 0.$$

где $\varphi(t)$ — угол вращения массы абразивных гранул вокруг движущегося по орбите (21) центра тяжести всей системы: $\bar{r}_0$ и $\bar{r}_{c_0}$ — радиус-векторы точек O и C_0.

Итак, имеем пять связей: (31), (37), (41), которые позволяют при дополнительных условиях представить картину взаимодействия движений контейнера и массы абразивных гранул.

Теоретические исследования механики абразивной среды в вибрирующем контейнере позволили установить дифференциальные уравнения движения приведенного центра тяжести загруженного контейнера. Движение центра тяжести определяется тремя уравнениями второго порядка относительно трех переменных x, y и ψ. Уравнения этой системы сводятся к одному самостоятельному линейному дифференциальному уравнению второго порядка с постоянными коэффициентами в правой части и к двум самостоятельным уравнениям.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Юнусов Ф. С., Халимулин Р. М., Исмагилов Р. А.** Технологическая эффективность и конструктивная надежность вибрационных станков для обработки деталей. М.: Машиностроение, 1992. 135 с.
2. **Братухин А. Г., Халимулин Р. М., Юнусов Ф. С.** Размерное и безразмерное формообразование поверхностей деталей. М.: Машиностроение, 1999. 270 с.
3. **Халимулин Р. М., Юнусов Ф. С., Лабутин Ю. П.** Техника и технология однокоординатной вибрационной обработки деталей. Казань: Полиграфический комбинат им. К. Якуба, 1991. 120 с.
4. **Березин И. С., Жидков Н. П.** Методы вычислений. Т. 2. М.: Машгиз, 1959.
5. **Быховский И. И.** Основы теории вибрационной техники. М.: Машиностроение, 1969.
6. **Бухгольц Н. Н.** Основной курс теоретической механики. М.: Наука, 1969.

УДК 001.8:539.3

А. Е. ЦЫБУЛЬКО, Д. Е. БАХТИН, Е. А. РОМАНЕНКО (ЗАО "Новокраматорский машиностроительный завод", Украина, г. Краматорск), тел.: (84323) (06264) 782-03

Применение натурального критерия для оценки усталостной прочности деталей машин при сложном нагружении

Предложен критерий усталостной прочности, определяющий переход в предельное состояние конструкционных материалов, находящихся в условиях сложного напряженного состояния при переменных напряжениях.

Ключевые слова: детали машин, усталостная прочность, натуральный критерий, сложное нагружение.

The fatigue strength criterion is proposed, which determines the transition into the limiting state of structural materials being in the combined stress conditions at variable stresses.

Keywords: machine parts, fatigue strength, a natural criterion, complex loading.

Усталостные поломки составляют основной вид разрушения деталей машин и нередко приводят к тяжелым последствиям, так как происходят внезапно. Источником усталостного разрушения является действие переменных (во времени) напряжений [1]. Вопросы количественной оценки прочности деталей при переменных нагрузках в условиях сложного напряженного состояния приобретают все большее значение. Однако надежных критериев для такой оценки пока недостаточно.

Результаты экспериментального исследования усталостной прочности в условиях сложного напряженного состояния (в основном при кручении с изгибом) показывают, что отношение пределов выносливости при повторном сдвиге (τ_{-1}) и повторном растяжении (σ_{-1}) [например, для сталей $\tau_{-1}/\sigma_{-1} = 0{,}5 \div 0{,}7$] соответствует отношению $\tau_к/\sigma_р$, определяемому многими теориями статической прочности [2].

Отмеченная корреляция между характеристиками статической прочности и характеристиками усталости указывает на принципиальную возможность распространения критериев, согласующихся с экспериментом в условиях статического нагружения, на случай усталости.

С учетом того, что наступление предельного состояния материала обусловлено его способностью одновременно оказывать сопротивление как касательным, так и нормальным напряжениям [2], принимаем за базовый критерий статической прочности натуральный критерий предельного состояния материалов [3, 4]:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_{\text{экв}} &= \sqrt{K_1\tau_\nu^2 + K_2\sigma_\nu^2} \le \sigma_{\text{р}} \text{ при } \sigma_\nu > 0; \\ \sigma_{\text{экв}} &= \sqrt{K_1\tau_\nu^2 + K_3\sigma_\nu^2} \le \sigma_{\text{р}} \text{ при } \sigma_\nu \le 0, \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

который учитывает как физическую природу деформаций (сдвиг, отрыв), так и влияние на прочность всех трех главных напряжений σ_1, σ_2, σ_3 и деформаций, а также хорошо согласуется с имеющимися теоретическими и экспериментальными данными [5].

В выражениях (1) введены следующие обозначения: $\sigma_{\text{экв}}$ — эквивалентное напряжение; σ_ν, τ_ν — функции нормальных и касательных напряжений:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_\nu &= \sigma_1\cos^2\alpha_1 + \sigma_2\cos^2\alpha_2 + \sigma_3\cos^2\alpha_3; \\ \tau_\nu &= \sqrt{(\sigma_1\cos\alpha_1)^2 + (\sigma_2\cos\alpha_2)^2 + (\sigma_3\cos\alpha_3)^2 - \sigma_\nu^2}, \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

действующих на поверхности разрушения — опасной площадке, направляющие косинусы нормали ν которой определяются из выражений:

$$\left.\begin{aligned} \cos\alpha_1 &= \Sigma_1/\Sigma_{\text{р}}; \\ \cos\alpha_2 &= \Sigma_2/\Sigma_{\text{р}}; \\ \cos\alpha_3 &= \Sigma_3/\Sigma_{\text{р}}, \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

где α_1, α_2, α_3 — углы, которые образует нормаль ν с направлениями главных напряжений σ_1, σ_2, σ_3; $\Sigma_1 = 2\sigma_1 - \chi(\sigma_2 + \sigma_3)$; $\Sigma_2 = 2\sigma_2 - \chi(\sigma_1 + \sigma_3)$; $\Sigma_3 = 2\sigma_3 - \chi(\sigma_1 + \sigma_2)$;

$$\Sigma_{\text{р}} = \sqrt{2[(2+\chi^2)(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - \chi(4-\chi)(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)]},$$

(здесь $\chi = \sigma_{\text{р}}/\sigma_c$ — характеристика хрупко-пластических свойств материалов, $0 < \chi \leqslant 1$);

$$K_1 = \frac{3(2+\chi^2)^2}{2(4-\chi^2)}; \; K_2 = \frac{(2+\chi^2)^2}{4-\chi^2}(1-\chi^2);$$

$K_3 = \dfrac{(2+\chi^2)^2}{4(4-\chi^2)}(1-\chi^2)\chi^2$ — коэффициенты влияния свойств материала на сопротивление нормальным и касательным напряжениям.

Условие прочности при чистом сдвиге ($\sigma_1 = \tau_{\text{к}}$, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_3 = -\tau_{\text{к}}$), вытекающее из натурального критерия (1), имеет вид:

$$\tau_{\text{к}} \leqslant \sqrt{\frac{2}{3}}\,\frac{\sqrt{4-\chi^2}}{2+\chi^2}\,\sigma_{\text{р}}. \quad (5)$$

Применяя предложенный в работе [2] подход, предполагаем инвариантность критерия (1) и выражений (2÷5) в зависимости от вида напряженного состояния в условиях усталости и вводим следующие обозначения:

$$\tau_{\text{к}} \to \tau_{-1};\; \sigma_{\text{р}} \to \sigma_{-1};\; \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 \to \sigma_{1\text{а}}, \sigma_{2\text{а}}, \sigma_{3\text{а}},$$

где $\sigma_{1\text{а}}$, $\sigma_{2\text{а}}$, $\sigma_{3\text{а}}$ — амплитудные значения главных напряжений.

После этого запишем критерий (1) в виде:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_{\text{экв}} &= \sqrt{K_1\tau_\nu^2 + K_2\sigma_\nu^2} \le \sigma_{-1} \text{ при } \sigma_\nu > 0; \\ \sigma_{\text{экв}} &= \sqrt{K_1\tau_\nu^2 + K_3\sigma_\nu^2} \le \sigma_{-1} \text{ при } \sigma_\nu \le 0, \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

а выражение (5) в виде:

$$\tau_{-1} \leqslant \sqrt{\frac{2}{3}}\,\frac{\sqrt{4-\chi^2}}{2+\chi^2}\,\sigma_{-1},$$

откуда, введя обозначение $\psi = \sigma_{-1}/\tau_{-1}$, находим:

$$\chi = \sqrt{\frac{\psi}{3}\left(\sqrt{36+\psi^2} - \psi\right) - 2}. \quad (7)$$

Например, для малоуглеродистой стали Ст3 $\psi = \sigma_{-1}/\tau_{-1} = 1/0{,}6 \approx 1{,}667$. Тогда по выражению (7) получим $\chi = 0{,}731$.

Пример. На гранях элемента детали действуют главные напряжения, амплитудные значения которых составляют: $\sigma_{1\text{а}} = 150$ МПа, $\sigma_{2\text{а}} = 75$ МПа, $\sigma_{3\text{а}} = 0$. Материал — малоуглеродистая сталь Ст3: $\psi = 1{,}667$, $\sigma_{-1} = 195$ МПа. Проверить усталостную прочность детали.

По критерию Писаренко—Лебедева [2] при $\chi = 1{,}37(\psi - 1) = 0{,}914$:

$$\sigma_{i\text{a}} = \sqrt{\sigma_{1\text{a}}^2 + \sigma_{2\text{a}}^2 + \sigma_{3\text{a}}^2 - \sigma_{1\text{a}}\sigma_{2\text{a}} - \sigma_{2\text{a}}\sigma_{3\text{a}} - \sigma_{3\text{a}}\sigma_{1\text{a}}} = \\ = 129{,}9 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{\text{экв}} = \chi\sigma_{i\text{a}} + (1 - \chi)\sigma_{1\text{a}} = 131{,}6 < \sigma_{-1} = 195 \text{ МПа},$$

запас прочности $n = \sigma_{-1}/\sigma_{\text{экв}} = 195/131{,}6 = 1{,}48$.

По натуральному критерию [6] при $\chi = \sqrt{\frac{\psi}{3}\left(\sqrt{36 + \psi^2} - \psi\right) - 2} = 0{,}731$:

$$\cos\alpha_1 = 0{,}8228; \quad \cos\alpha_2 = 0{,}1354; \quad \cos\alpha_3 = -0{,}5520;$$
$$\sigma_\nu = 102{,}9 \text{ МПа} > 0; \quad \tau_\nu = 68{,}9 \text{ МПа};$$
$$K_1 = 2{,}78, \quad K_2 = 0{,}86;$$

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{K_1\tau_\nu^2 + K_2\sigma_\nu^2} = 149{,}3 < \sigma_{-1} = 193 \text{ МПа},$$

а запас прочности $n = \sigma_{-1}/\sigma_{\text{экв}} = 195/149{,}3 = 1{,}306$.

Известно, что концентрация напряжений оказывает сильное влияние на усталостную прочность, так как усталостное разрушение носит локальный характер. При этом благодаря наличию в материале микропластических деформаций локальные пики касательных напряжений τ_ν перераспределяются и не влекут за собой разрушение материала. Ответственными за разрушение являются нормальные напряжения σ_ν, к которым, очевидно, необходимо отнести эффективный коэффициент концентрации k_σ [1], т. е. $k_\sigma\sigma_\nu$, при этом $k_\sigma = 1 + q(\alpha_\sigma - 1)$, где α_σ — теоретический коэффициент концентрации напряжений ($\alpha_\sigma > 1$), зависящий от вида концентратора напряжений; $q = 0{,}1 \div 0{,}9$ — коэффициент чувствительности к концентрации напряжений, зависящий от типа материала.

С учетом эффективного коэффициента k_σ концентрации напряжений критерий (6) запишем в виде:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_{\text{экв}} &= \sqrt{K_1\tau_\nu^2 + K_2(k_\sigma\sigma_\nu)^2} \le \sigma_{-1} \text{ при } \sigma_\nu > 0; \\ \sigma_{\text{экв}} &= \sqrt{K_1\tau_\nu^2 + K_3(k_\sigma\sigma_\nu)^2} \le \sigma_{-1} \text{ при } \sigma_\nu \le 0. \end{aligned}\right\} \quad (8)$$

Отметим, что новизна предлагаемого критерия (8) по сравнению с имеющимися критериями усталостной прочности [2] состоит в том, что положение опасной площадки с действующими на ней разрушающими факторами — нормальными σ_ν (с учетом эффективного коэффициента концентрации напряжений k_σ для данной детали) и касательными τ_ν напряжениями определяют сами главные напряжения $\sigma_{1\text{a}}$, $\sigma_{2\text{a}}$, $\sigma_{3\text{a}}$ через направляющие косинусы $\cos\alpha_1$, $\cos\alpha_2$, $\cos\alpha_3$ ее нормали ν.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Биргер И. А., Мавлютов Р. Р.** Сопротивление материалов: Учебное пособие. М.: Наука, 1986. 560 с.
2. **Писаренко Г. С., Лебедев А. А.** Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии. Киев: Наукова думка, 1976. 416 с.
3. **Цыбулько А. Е., Романенко Е. А., Козлов П. Н.** Оценка прочности конструкций по натуральному критерию предельного состояния материалов // Вестник машиностроения. 2007. № 7. С. 10—12.
4. **Цыбулько А. Е., Бахтин Д. Е., Романенко Е. А.** Популяризация натурального критерия предельных напряженных состояний материалов по-разному сопротивляющихся растяжению и сжатию // КШП ОМД. 2008. № 1.
5. **Цыбулько А. Е., Козлов П. Н.** Теория прочности широкого класса изотропных материалов при сложном напряженном состоянии // Вестник машиностроения. 2005. № 12. С. 21—24.

ВНИМАНИЮ ПОДПИСЧИКОВ ЖУРНАЛА "ВЕСТНИК МАШИНОСТРОЕНИЯ"

Подписка на журнал принимается по каталогам:

"Роспечать" — индекс **70120**;
"Пресса России" — индекс **27841**;
"Почта России" — индекс **60264**.

Цикл статей
"Проблемы трибологии — трения, изнашивания и смазки"
(под общей редакцией академика Российской инженерной академии и академии космонавтики, д-ра техн. наук Ю. Н. Дроздова)

УДК 669.018.95:539.62

Ю. П. КОЗЫРЕВ, Е. Б. СЕДАКОВА, кандидаты технических наук
(ИПМаш РАН, г. Санкт-Петербург), e-mail: elenasedakova 2006@yandex.ru

Инженерная модель нанокомпозитов триботехнического применения на основе полимеров с многослойной структурой дисперсного наполнителя

Рассмотрены структурные особенности композитов с дисперсными нанонаполнителями. Разработана модель, позволяющая оценивать износостойкость нанокомпозитов в зависимости от концентрации наполнителя и размера его частиц. Показана достаточно хорошая сопоставимость расчетных зависимостей с экспериментальными кривыми.

Ключевые слова: наночастицы, износостойкость, объемная концентрация, нанокомпозит, поверхностная концентрация, контактное давление, полимер, трение, многослойная структура.

In the paper structural peculiarities of composites with disperse nanofillers are considered. A model, allowing estimate the nanocomposite's wearing qualities in the dependence of the filler concentration and dimensions of its particles, has been elaborated. It was shown a good enough comparability of calculation and experimental data.

Keywords: nano-particles, wearing qualities (durability), volume concentration, nano-composite, surface concentration, contact pressure, polymer, friction, multilayer structure.

Технология предварительного перемешивания частиц полимера с дисперсным наполнителем характерна для производства нанокомпозитов на основе большого числа полимеров, в том числе политетрафторэтилена (ПТФЭ) полиэфирэфиркетона (ПЭЭК), полифениленсульфида [1, 2]. Если учесть, что размер частиц полимера намного больше размеров частиц наполнителя, то при перемешивании частицы наполнителя будут оседать на поверхности частиц полимера. Последующее формование под давлением и при повышенных температурах (до 380 °С) приводит к образованию структуры, в которой каждая частица полимера окружена частицами наполнителя [2]. Если размер частиц наполнителя находится в микродиапазоне, то при оптимальных для трибологического применения концентрациях наполнителя (порядка 20÷40 об. %) образуется композит, имеющий структуру типа расслоенных сеток. В пространстве такая структура представляет собой сетку из частиц полимера, пересекающуюся с однослойной сеткой из частиц наполнителя. С позиций инженерного моделирования влияние однослойной сетки из частиц наполнителя на распределение напряжений внутри композита и, косвенно, на его триботехнические характеристики впервые было рассмотрено в работе [3].

При использовании нанонаполнителей, имеющих размеры менее 100 нм, уже при малых концентрациях количество частиц наполнителя становится достаточным для создания многослойных структур вокруг частиц полимера [2]. Повышенная активность наночастиц и высокая температура формования композита могут приводить к созданию материала с прочной ячеистой структурой. Считается [2], что такая структура способствует резкому уменьшению размеров частиц износа полимерной матрицы и, соответственно, повышению износостойкости композита вследствие сопротивления распространению трещин в матрице.

С другой стороны, в работе [4] показано, что дисперсный наполнитель может снижать нагруженность матрицы на поверхности трения и тем самым повышать износостойкость композитов. В настоящей статье этот подход развивается до уровня инженерной модели применительно к нанокомпозитам, состоящим из многослойных ячеистых структур наполнителя.

Обоснованность полученных результатов подтверждается сопоставимостью предлагаемых расчетных зависимостей с опубликованными экспериментальными данными.

Рассмотрим особенности предлагаемой инженерной модели. Представим частицы полимера и наполнителя в виде кубов с размерами r_p и r_f соответственно. Рассмотрим частицу полимера и на ее поверхности распределим частицы наполнителя. Назовем такую структуру композитным кубом. Пусть композитный куб контактирует одной из своих граней с поверхностью трения, причем эта грань куба в результате изнашивания освобождена от частиц наполнителя. Приложим к кубу силу сжатия, перпендикулярную поверхности трения. Тогда давление p_c, создаваемое на поверхности контакта, будет распределяться между матрицей и стенка-

ми из наполнителя следующим образом [3]:

$$p_c = p_m(1 - \varphi_S) + p_f\varphi_S, \qquad (1)$$

где p_m, p_f — давления, создаваемые на поверхностях контакта со стороны соответственно матрицы и наполнителя; φ_S — поверхностная концентрация наполнителя в любой плоскости, параллельной поверхности трения.

Для нахождения величины φ_S введем коэффициент многослойности наполнителя:

$$\gamma = n_f/n_{f0}, \qquad (2)$$

где n_f — количество частиц наполнителя в композите; n_{f0} — количество частиц наполнителя при полностью заполненном первом слое.

Установим взаимосвязь коэффициента γ и объемной концентрации φ_f наполнителя в композите. Для этого рассмотрим зависимости n_f и количества частиц полимера n_p от φ_f. Получим:

$$n_f = \varphi_f V_C/r_f^3; \qquad (3)$$

$$n_p = (1 - \varphi_f)V_C/r_p^3, \qquad (4)$$

где V_C — объем композита.

Рассмотрим одну частицу полимера. Из уравнения (4) находим:

$$V_C = r_p^3/(1 - \varphi_f). \qquad (5)$$

Подставив значение V_C из уравнения (5) в равенство (3), определим:

$$n_f = \varphi_f r_p^3/[(1 - \varphi_f)r_f^3]. \qquad (6)$$

Первый сплошной слой из частиц наполнителя на поверхности полимерной частицы образуется, когда φ_f достигнет определенной пороговой величины $\varphi_{f0} = 3r_f r_p/(r_p^2 + 3r_f r_p)$. Здесь коэффициент 3 отражает то, что одна частица наполнителя перекрывает сразу две поверхности полимера.

Подставив в уравнение (6) величину φ_{f0}, найдем значение n_{f0}. Далее с учетом равенства (2) определим:

$$\gamma = \frac{\varphi_f(1 - \varphi_{f0})}{\varphi_{f0}(1 - \varphi_f)}. \qquad (7)$$

Соотношение (7) показывает зависимость γ от φ_f. Так, для полностью заполненного первого слоя $\gamma = 1$. Если заполнены первый и второй слои, то $\gamma = 2$. Кроме того, при соответствующей градации φ_f величина γ будет иметь целые и промежуточные значения. Очевидно, что все эти выводы распространяются на произвольное число слоев.

Величина φ_S в зоне контакта определяется выражением $\varphi_S = 2r_p r_f\gamma/(r_p^2 + 2r_p r_f\gamma)$, в котором коэффициент 2 отражает то, что одна частица наполнителя перекрывает сразу две поверхности полимера.

Вернемся к соотношению (1). Чтобы определить нагруженность стенок и матрицы необходимо найти величины p_m и p_f относительно p_c при сжатии на границе контакта композитного куба с абсолютно твердой поверхностью (контртелом). Решим уравнение (1) с учетом равенства деформаций матрицы и стенок. Примем также, что упругие характеристики материалов при сжатии и растяжении идентичны. Получим $p_f = p_m E_f/E_m$, где E_f и E_m — модули упругости стенки и матрицы соответственно.

Будем считать, что E_f зависит от числа слоев. При небольшом числе слоев на величину E_f оказывает влияние устойчивость стенки, которая уменьшается с уменьшением числа слоев. При большом числе слоев величина E_f может уменьшаться в зависимости от плотности упаковки стенок. Таким образом, зависимость E_f от γ должна описываться функцией с максимумом. Этому условию удовлетворяет выражение, определяющее расчетное значение модуля упругости наполнителя:

$$E_f^{\text{рас}} = 4E_f(e^{-\gamma/t} - e^{-2\gamma/t}), \qquad (8)$$

где t — коэффициент, определяемый экспериментально.

Подставив уравнения (8) в равенство (1), получим:

$$p_c = p_m(1 - \varphi_S) + \frac{4p_m E_f(e^{-\gamma/t} - e^{-2\gamma/t})}{E_m}\varphi_S. \qquad (9)$$

Из уравнения (9) находим:

$$p_m = \frac{p_c}{(1 - \varphi_S) + \dfrac{4E_f(e^{-\gamma/t} - e^{-2\gamma/t})}{E_m}\varphi_S}. \qquad (10)$$

Подставив равенство (10) в уравнение (9), получим выражение, которое в краткой форме имеет вид: $p_c = \beta p_c + (1 - \beta)p_c$, где β — доля давления на матрицу или нагруженность матрицы композита.

Обозначим $\lambda = E_f/E_m$, тогда

$$\beta = \frac{(1 - \varphi_S)}{(1 - \varphi_S) + 4\lambda(e^{-\gamma/t} - e^{-2\gamma/t})\varphi_S}. \qquad (11)$$

Если в уравнение (11) подставить $\varphi_f = 0$, то получим $\beta = 1$. Очевидно, что в этом случае вся нагрузка будет приложена к полимерной матрице. При всех других значениях φ_f выполняется неравенство $0 \leqslant \beta < 1$, причем величина β снижается при росте E_f и соответствующем росте λ.

Известно, что для описания изнашивания материалов в общем виде используется степенная зависимость интенсивности I_h линейного изнашивания от основных эксплуатационных параметров, которая в наиболее простой форме имеет вид [5]:

$$I_h = ap^b v^c, \qquad (12)$$

где p — контактное давление; v — скорость скольжения; a, b и c — коэффициенты, определяемые опытным путем.

В соответствии с равенством (12) и при учете β интенсивность I_h^c изнашивания композита можно записать в виде суммы интенсивностей изнашивания матрицы I_h^m и наполнителя I_h^f:

$$I_h^c = I_h^m + I_h^f = \\ = a(\beta p)^b v^c + \frac{a}{D}(1-\beta)^b p^b v^c, \quad (13)$$

где D — коэффициент, учитывающий разницу интенсивностей изнашивания матрицы и наполнителя.

Примем, что интенсивность изнашивания исходного полимера определяется по уравнению (12). Разделив равенство (13) на (12) найдем относительную интенсивность I_C^m изнашивания композита по сравнению с ненаполненной матрицей:

$$I_C^m = \beta^b + \frac{(1-\beta)^b}{D}. \quad (14)$$

Для проверки предложенной модели по уравнению (14) рассчитаем I_C^m нанокомпозитов на основе ПТФЭ и ПЭЭК с многослойной структурой наполнителя. В расчетах примем исходные параметры, соответствующие реальным материалам [1, 2], а именно: r_p = 100 мкм и r_f = 25 нм.

Экспериментальными исследованиями установлено, что величина b изменяется от 1 до 3 [5], поэтому принимаем b = 2. Для нанокомпозита на основе ПТФЭ ориентировочно принимаем E_f = 500 ГПа, соответствующее углеродному волокну, для чистого ПТФЭ — E_m = 0,45 ГПа [6]. Тогда λ = 1111. Кроме того, принимаем D = 1000, что по порядку величины соответствует значению λ и отражает влияние модуля упругости на износостойкость. На основании сравнения экспериментальной и апроксимационной кривых принимаем t = 50. Для нанокомпозита на основе ПЭЭК также ориентировочно принимаем E_f = 500 ГПа, соответствующее волокнам SiC, а для чистого ПЭЭК — E_m = 3 ГПа [6]. Тогда λ = 167. В этом случае принимаем D = 100, t = 15.

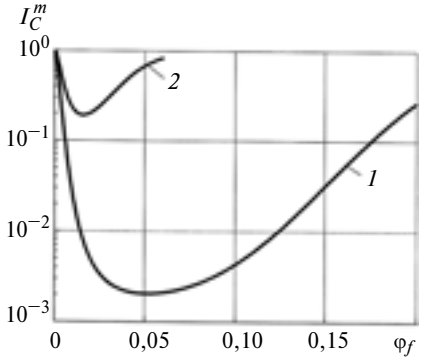


Рис. 1. Расчетные зависимости относительной интенсивности изнашивания модельных нанокомпозитов на основе ПТФЭ (*1*) и ПЭЭК (*2*)

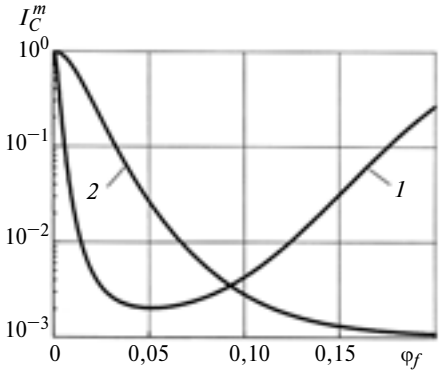


Рис. 2. Расчетные зависимости I_C^m для нано- и микронаполнителя:
1 — r_f = 25 нм, r_p = 100 мкм; *2* — r_f = = 1 мкм, r_p = 100 мкм

Из рис. 1 видно, что у рассматриваемых композитов наблюдается резкий спад величины I_C^m при $\varphi_f \leqslant 0{,}025$. Однако нанокомпозит с меньшим значением λ и, соответственно, D (с более износостойкой матрицей) имеет меньший диапазон изменения величины I_C^m. Максимальное снижение величины I_C^m для композита на основе ПТФЭ составляет 900 раз, а для композита на основе ПЭЭК — 8 раз. Следовательно, на этот показатель существенное влияние оказывает величина λ. Полученные расчетные зависимости в целом имеют тот же характер, что и экспериментальные зависимости, приведенные в работах [1, 2].

Таким образом, предлагаемая модель находится в соответствии с экспериментальными результатами.

Далее проведем сравнительный анализ износостойкости композита при нано- и микроразмерах частиц наполнителя. Как видно из рис. 2, нанокомпозит обладает более высокой износостойкостью при $\varphi_f \leqslant 0{,}08$. Особенно существенно его преимущество при $\varphi_f \leqslant 0{,}025$.

При $\varphi_f \leqslant 0{,}08$ более износостойким оказывается композит с наполнителем микрометровых размеров. Отмеченный факт необходимо учитывать при создании новых антифрикционных композитов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Адериха В. Н., Шаповалов В. А., Плескачевский Ю. М.** Прочностные свойства, структура и износостойкость композитов ПТФЭ — технический углерод // Трение и износ. 2008. Т. 29. № 2. С. 160—168.

2. **A stady** on the friction and wear behavior of PTFE filled with alumina nanoparticles / W. G. Sewyer, K. D. Freudenberg, P. Bhimaraj, L. Schadler // Wear 254 (2003). P. 573—580.

3. **Козырев Ю. П., Седакова Е. Б.** Влияние особенностей структуры композиционных материалов на основе политетрафторэтилена на снижение нагруженности матрицы // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2010. № 2. С. 40—45.

4. **Козырев Ю. П., Седакова Е. Б.** Анализ влияния волокнистых и дисперсных наполнителей на снижение нагруженности полимерной матрицы при трении // Вестник машиностроения. 2010. № 6. С. 50—54.

5. **Планирование** эксперимента при исследовании триботехнических характеристик фенольных углепластиков / Н. М. Добычин, А. В. Морозов, А. В. Никулин и др. // Вопросы материаловедения. 2009. № 1. С. 186—193.

6. **Физические** величины: Справочник / Под ред. И. С. Григорьева, Е. З. Мелехова. М.: Энергоатомиздат, 1991. 1232 с.

УДК 621.92-5

Г. А. ГУСЕЙНОВ, д-р техн. наук, Ч. М. МАМЕДОВ (АзТУ, г. Баку, Азербайджан), e-mail: tk_xt2001@mail.ru

Новая конструкция торцевого шлифовального круга

На основании исследований неравномерного абразивного воздействия при плоском шлифовании торцом круга разработана новая конструкция круга и проведена ее параметризация.

Ключевые слова: торцевой шлифовальный круг, прерывистая рабочая поверхность, тепловое воздействие.

On the basis of study of non-uniform abrasive effect at flat grinding by the wheel's face a new construction of the wheel has been designed and its parameterization has been accomplished.

Keywords: end grinding wheel, interrupted work surface, thermal effect.

Шлифование торцом круга на станках с прямоугольным столом и вертикальным шпинделем является одним из наиболее эффективных методов обработки высокоточных плоских поверхностей деталей. Этот процесс особенно эффективен при обработке деталей с большой номинальной поверхностью контакта, таких как шибера и плашки прямоточных задвижек фонтанной арматуры. Эффективность торцевого шлифования определяется высокой геометрической точностью и производительностью процесса, который в десятки раз выше производительности плоского шлифования периферией круга. Следы обработки в виде микронеровностей, получаемые при торцевом шлифовании, исходя из функциональных свойств поверхностей, также имеют более благоприятные формы и направления. В то же время торцевое шлифование имеет ряд принципиальных недостатков, в том числе большое тепловое воздействие на обрабатываемую поверхность, приводящее к возникновению прижогов, трещин, структурных превращений и растягивающих остаточных напряжений в поверхностном слое детали. Поэтому вопросам исследования и усовершенствования процесса торцевого шлифования, особенно снижению температурного воздействия на обрабатываемую поверхность, посвящены многочисленные работы, которые показывают, что возникновение и распределение теплоты в процессе шлифования зависят от всех возможных условий проведения процесса, в том числе от схемы обработки, величины поверхности контакта, характеристики круга, режима резания, механических и теплофизических свойств материала детали, свойств смазочно-охлаждающих технологических средств (СОТС) и т. д.

Обобщая результаты анализа исследований в области торцевого шлифования, можно выделить три направления снижения теплового воздействия на обрабатываемую поверхность детали: управление режимами процесса шлифования; применение СОТС; применение шлифовальных кругов с прерывистой поверхностью.

Управление режимами и условиями шлифования в большинстве случаев не представляется возможным ввиду величины дисбаланса шлифовального круга, колебаний припусков и ряда требований, предъявляемых к обрабатываемой поверхности. Анализ работы [1] показывает, что уменьшение скорости резания, глубины резания и скорости подачи для снижения температуры до допускаемого уровня приводят к значительному уменьшению производительности процесса и изменению микропрофиля шлифованной поверхности.

Применение СОТС способствует снижению температуры детали в целом, но не является тем необходимым средством, которое обеспечивает допустимую температуру в зоне шлифования. СОТС мало влияет на мгновенные температуры в зоне работы зерна [1]. Кроме того, применение СОТС в производственных условиях не всегда целесообразно с точки зрения экологической безопасности.

Наиболее действенным методом повышения эффективности и улучшения качества абразивной обработки является применение кругов с прерывистой рабочей поверхностью. Этот метод заключается в том, что температуру в зоне резания можно понизить путем проведения шлифования с определенными интервалами, продолжительность которых должна быть меньше времени теплового насыщения металла, а в промежутке между интервалами обработки поверхность обрабатываемой детали необходимо охлаждать [1].

При этом одним из основных факторов, влияющих на процесс шлифования, является размер об-

рабатываемых поверхностей, точнее размер зоны контакта. При плоском шлифовании торцом круга зона контакта значительно больше, чем при других видах шлифования. Эта особенность приводит к существенному различию специфических характеристик процесса шлифования в разных точках зоны контакта. Многочисленные факторы, приводящие к неравномерному абразивному воздействию на обрабатываемую поверхность, особенно ярко проявляются при больших площадях контакта.

Следует отметить, что торцевое шлифование кругами с прерывистой рабочей поверхностью сопровождается вибрациями. При этом наиболее значимыми факторами колебаний являются: неуравновешенность прерывистого шлифовального круга, которая обусловлена погрешностями его формы и размеров; размеры режущих выступов и их число; неравномерная плотность структуры инструмента; ударные воздействия шлифовального круга на обрабатываемую поверхность детали. Вибрация в системе СПИД приводит в свою очередь к ухудшению микро- и макропрофилей шлифованных поверхностей и ограничивает применение прерывистого шлифования.

Обобщая результаты проведенного анализа, можно констатировать, что каждый из вышеперечисленных способов снижения теплового воздействия на обрабатываемую поверхность имеет положительные и отрицательные моменты. Среди рассматриваемых эффективным способом является прерывистое шлифование. Усовершенствуя конструкцию шлифовального круга с прерывистой рабочей поверхностью, определяя его оптимальные параметры и условия функционирования, в том числе режимы шлифования и способ охлаждения, можно дополнительно повысить эффективность процесса торцевого шлифования.

Обобщая вышеизложенное можно сделать вывод, что процесс тепловыделения в зоне контакта при торцевом шлифовании имеет сложный характер. Кроме традиционных факторов теплофизики следует обратить внимание и на характерные особенности работы абразивных зерен рабочего торца шлифовального круга. Не принимая во внимание физическую сущность этих особенностей и не имея математической модели процесса, происходящего в зоне резания, трудно определить оптимальные условия снижения теплового воздействия на обрабатываемую поверхность.

Идея снижения теплового воздействия на обрабатываемую поверхность посредством конструктивного оформления шлифовального круга привела к появлению кругов с прерывистыми (сегментные круги), эксцентричными, наклонными и другими поверхностями. Эти способы хотя и позволяют снизить тепловое воздействие на обрабатываемую поверхность, однако неуклонно ведут к повышению вибрации в технологической системе в результате ударного воздействия при прерывистом шлифовании и неуравновешенности при шлифовании с эксцентричными и наклонными кругами. Неуравновешенность шлифовальных кругов приводит, в свою очередь, к возрастанию напряжений в круге, ухудшению качества шлифуемых поверхностей и появлению на них прижогов, повышенному износу круга, преждевременному выходу из строя шпиндельного и других узлов станка. Среди вышеперечисленных конструкций торцевых шлифовальных кругов наибольшее распространение получили сегментные круги, которыми оснащаются серийно выпускаемые плоскошлифовальные станки с вертикальным шпинделем и прямоугольным столом.

Анализируя работу кругов с прерывистой рабочей поверхностью — сегментных кругов, нетрудно убедиться в том, что работа резания при этом осуществляется в основном зернами, расположенными на внешнем рабочем слое сегмента и на передней кромке его торца, с величиной продольной подачи детали на один сегмент. Об этом свидетельствует интенсивное выкрошивание зерен из связки в этой зоне. По мере изнашивания происходит самооформление внешнего профиля сегмента. При этом на внешней поверхности сегмента образуется рабочая поверхность, имеющая некоторый угол атаки к плоскости резания. Аналогичные явления наблюдались профессором А. И. Якимовым [1] при периферийном шлифовании кругами с прерывистой рабочей поверхностью. При этом профиль выступа приобретает спиральное очертание. Точка раздела между фронтальной и тыльной зонами с течением времени шлифования при одних и тех же режимах имеет фиксированное положение. Самозатачиваемость круга протекает равномерно по всему профилю с сохранением постоянного угла атаки.

Указанное явление особенно характерно при глубинном и черновом многопроходном шлифовании с большими подачами на глубину. Эти наблюдения приводят к мысли, что основным очагом тепловыделения в контактной зоне сегментного круга является фронтальная — режущая полоса контактной зоны. В последующих полосах фактически работающие зерна, попадая в уже прорезанные царапины, производят работу выхаживания. Причем выхаживающие способности условных полос возрастают по мере удаления от фронтальной зоны по убывающей геометрической прогрессии. Таким образом, рабочий торец сегмента условно разбивается на две части: первая — режущая фронтальная полоса, вторая — последующие выхаживающие полосы.

Прерывистость рабочего торца круга в выхаживающей части незначительно влияет на процесс те-

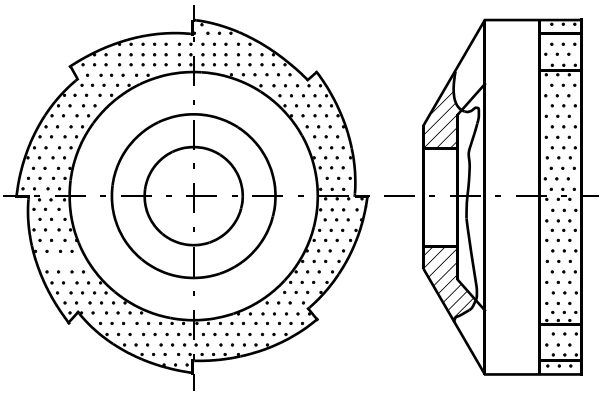
пловыделения в контактной зоне. В то же время ввиду прерывистости поверхности эта часть выступа является одной из основных причин появления вибраций в технологической системе, что приводит к ухудшению качества обработки, снижая выхаживающую способность рабочего торца круга.

Следовательно, снижение интенсивности тепловыделения в режущей фронтальной части рабочего торца круга, где она имеет доминирующее значение, путем создания прерывистости в этой зоне и устранения очагов возникновения вибраций, а также выполнения выхаживающей части сплошной, являются наиболее оптимальными решениями повышения эффективности торцевого шлифования. Таким образом, путем соответствующего конструктивного оформления можно одновременно снижать тепловое воздействие на обрабатываемую поверхность и вибрации в технологической системе.

Прерывистость фронтальной полосы рабочего торца круга в результате создания на ней вырезов способствует уменьшению числа фактически работающих зерен и, следовательно, увеличению нагрузки на них. Сила удара, воспринимаемая в основном зернами участка, прилегающего к передней кромке рабочего выступа, хотя и относительно меньше, но будет способствовать возникновению колебаний в технологической системе. Высота участка передней кромки, воспринимающей удары, соответствует продольной подаче шлифовального круга, приходящейся на один выступ прерывистой поверхности.

Для устранения периодических ударов в этой зоне и, следовательно, источников вибраций режущие выступы прерывистой части рабочего торца шлифовального круга следует профилировать таким образом, чтобы увеличивалось число режущих зерен рабочего выступа и создавались условия для относительно равномерного распределения между ними припуска, приходящегося на один выступ прерывистой части фронтальной полосы. Проблема увеличения числа фактически работающих зерен в рабочем слое абразивного круга и равномерного распределения припуска между этими зернами решается профилированием режущего выступа по архимедовой спирали, т. е. переход от впадины к выступу в режущей фронтальной полосе выполняется по архимедовой спирали. Таким образом, сформулировано изобретение [2].

Торцевой шлифовальный круг (рисунок) с режущими выступами, очерченными по архимедовой спирали, проявляя вентиляционную способность, может отводить выделяющуюся теплоту и отходы шлифования из зоны резания. Толщина среза изменяется от нуля при входе зерна в контакт до максимума при выходе из него. У прерывистого круга выступы, очерченные по архимедовой спирали, напоминают фрезы с затылованными зубьями, при этом относительно зоны резания передняя поверхность имеет форму архимедовой спирали, а задняя поверхность — плоскую форму. Характерной особенностью затылования передней — фронтальной поверхности по архимедовой спирали является то, что она сохраняет постоянство профиля и тем самым угла атаки режущих зерен, расположенных на ней.



Архимедова спираль получается в результате двух движений: поступательного — от продольной подачи детали, и вращательного — от шлифовального круга. Архимедова спираль практически обеспечивает постоянство угла атаки зерен, расположенных по всей ее длине. Теоретически этого постоянства нет, но отклонение мало, и для процесса шлифования им можно пренебречь. Затылование торцевого шлифовального круга новой конструкции можно производить на специальном затыловочном станке затылованными резцами.

При торцевом шлифовании подача на оборот круга определяется формулой

$$S_{об} = y_и/n_к = v_д \pi D_к/(1000 v_к),$$

где $v_д$ — скорость продольного перемещения детали, м/мин; $n_к$ — частота вращения круга, $с^{-1}$; $D_к$ — диаметр шлифовального круга; мм; $v_к$ — скорость вращения шлифовального круга, м/с.

Подача на режущий выступ шлифовального круга с прерывистой рабочей поверхностью определяется по формуле

$$S_в = S_{об}/Z = v_д \pi D_к/(1000 v_к Z),$$

где Z — число выступов на прерывистой режущей части круга.

Для определения характеристики архимедовой спирали, по которой очерчены выступы прерывистой части шлифовального круга, ее шаг приравниваем к продольной подаче детали на один выступ прерывистой части. Данному значению шага могут соответствовать две спирали, отличающиеся друг от друга направлением вращения круга: при

вращении по часовой стрелке применяется шлифовальный круг с выступами, очерченными левой спиралью, и наоборот.

Уравнение архимедовой спирали в полярной системе координат имеет вид:

$$\rho/a = \varphi/(2\pi), \qquad (1)$$

где ρ — приращение радиус-вектора; a — шаг архимедовой спирали при полном обороте радиус-вектора; φ — текущее значение полярного угла поворота радиус-вектора.

Уравнение (1) запишем в виде:

$$\rho = K\varphi, \qquad (2)$$

где $K = a/2\pi$ — параметр архимедовой спирали, который определяется приращением текущего радиус-вектора расположения зерна при повороте его на угол в 1 рад.

Повороту радиус-вектора из любого его положения на угол φ соответствует одно и то же приращение расстояния.

Подставив K в формулу (2), получим:

$$\rho = \frac{a}{2\pi}\varphi. \qquad (3)$$

Значения угла поворота φ в зависимости от числа Z выступов шлифовального круга приведены ниже:

Z.	3	6	12	24
φ°	120	60	30	15

Приравняв в формуле (3) шаг a архимедовой спирали к продольной подаче детали за оборот круга, получим:

$$\rho = \frac{v_д \pi D_к \varphi/(1000 v_к)}{2\pi} = \frac{v_д D_к \varphi}{2000 v_к}.$$

Приращение радиус-вектора зерен по режущему выступу, очерченному по архимедовой спирали, получим в виде: $\rho = v_д D_к \varphi/(2000 v_к Z) = S_{об}/Z$.

Анализ результатов проведенных исследований показал:

1. Торцевой шлифовальный круг, выполненный с прерывистой режущей и сплошной выхаживающей частями рабочего торца, способствуют снижению температурного воздействия на обрабатываемую поверхность и уменьшению ее шероховатости.

2. Оформление перехода от выступов к впадинам прерывистой части рабочего торца по архимедовой спирали способствует относительно равномерному распределению припуска на выступ между режущими абразивными зернами.

3. Предложенная конструкция шлифовального круга способствует снижению ударного воздействия на обрабатываемую поверхность и тем самым уменьшению вибраций технологической системы СПИД.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Якимов А. И.** Оптимизация процесса шлифования. М.: Машиностроение, 1975. 173 с.
2. **Пат. 0183** Азербайджанской Республики: Торцевой шлифовальный круг.

УДК 621.891

Ю. В. РУБЦОВ, Г. В. КОННОВА, В. С. ЩЕТИНИН, кандидаты технических наук, С. В. ЗОЛОТАРЁВА (ГОУВПО "Комсомольский-на-Амуре ГТУ"), e-mail: vckgpmo@knastu.ru

Совершенствование конструкции механизма резания дисковой рубильной машины

Апробированы методы и средства безотходного производственного процесса получения технологической щепы, которые позволили усовершенствовать механизм резания дисковой рубильной машины.

Ключевые слова: механизм резания, технологическая щепа, отходы резания, загрузочное устройство, сколы, отщепы, однородная фракция, безотходная технология.

The methods and facilities for wasteless industrial process of obtaining of the pulpchips, allowing improve the cutting mechanism of the cutter-type chipper, have been approved.

Keywords: cutting mechanism, pulpchips, cutting waste, feeder, chips, silverings, homogeneous fraction, wasteless technology.

Одним из недостатков существующих рубильных машин является интенсивное изнашивание стенки кожуха и низкое качество щепы. Это обусловлено следующим: щепа, отделенная режущим ножом от бревна, с большой силой и значительной скоростью ударяется о стенку кожуха и только затем подхватывается лопатками. Процесс резания сопряжен с интенсивным выделением летучих и жидких фаз различных химически активных веществ, усиливающих коррозионные процессы стенок кожуха. Низкое качество щепы обусловлено деформацией щепы вследствие ее удара о стенку кожуха и механического воздействия режущего ножа, что влечет за собой смятие щепы, обусловливая высокий уровень шума.

Усовершенствованная конструкция рубильной машины обеспечивает создание условий, исключающих удар щепы о стенку путем установки на ножевом диске накладных пластин, направляющих поток щепы из подножевых отверстий в зону захвата щепы лопатками.

Экспериментальные исследования показали снижение интенсивности изнашивания задней стенки кожуха, снижение потерь щепы и уровня шума. Вместе с тем снижается температура нагрева кожуха и уменьшается загрязнение его внутренней поверхности благодаря дополнительному вентиляционному эффекту, достигнутому установкой накладной изогнутой пластины. Поток щепы в зоне подножевого отверстия, взаимодействуя с пластиной и воздушной массой, транспортируется в циклон (накопитель). Это уменьшает износ задней стенки кожуха. Профиль пластины выполнен таким образом, чтобы уменьшить силу удара щепы о пластину, ее деформацию, потери, снизить уровень шума.

На рис. 1 показана схема механизма резания рубильной машины для получения щепы. Рубильная машина содержит основание и привод (не показаны), ножевой диск *1* с ножами *2* и транспортные лопатки *3*. В диске *1* выполнены подножевые отверстия *4* для ножей *2*. Диск размещен в кожухе *5*, имеющем загрузочное устройство (патрон) *6* и щепоотводящий патрубок *7*. Задняя стенка *8* кожуха *5* отстоит от задней поверхности *9* ножевого диска на расстоянии, достаточном для размещения криволинейной пластины *10*. Пластина установлена на задней поверхности ножевого диска в зоне подножевого отверстия. Накладная пластина *10* образует с задней поверхностью ножевого диска угол α, обеспечивающий отскок щепы *11* после взаимодействия (движение щепы показано стрелкой) с пластиной в зону *12* захвата щепы лопаткой *3*.

Работает рубильная машина следующим образом. Древесина *13* закладывается в загрузочное устройство *6*, приводится во вращение ножевой диск *1*. Ножи *2* срезают толстую стружку, из которой при сдвиге передней грани режущего ножа образуется одиночный тонкий элемент, называемый технологической щепой. Щепа *11*, проходя через ножевое отверстие *4*, взаимодействует с пластиной *10*, отскакивает в зону *12*, где захватывается лопаткой *3*, и выбрасывается в щепоотводящий патрубок *7*.

Изменяя форму контактной поверхности пластины *10*, можно снизить степень повреждения щепы и организовать более точное ориентирование потока щепы из подножевой щели в зону захвата лопаткой *3*. Для этого поверхность пластины, взаимодействующая со щепой, должна преобразовывать энергию удара щепы о пластину в движение скольжения (трения) щепы по пластине в сторону

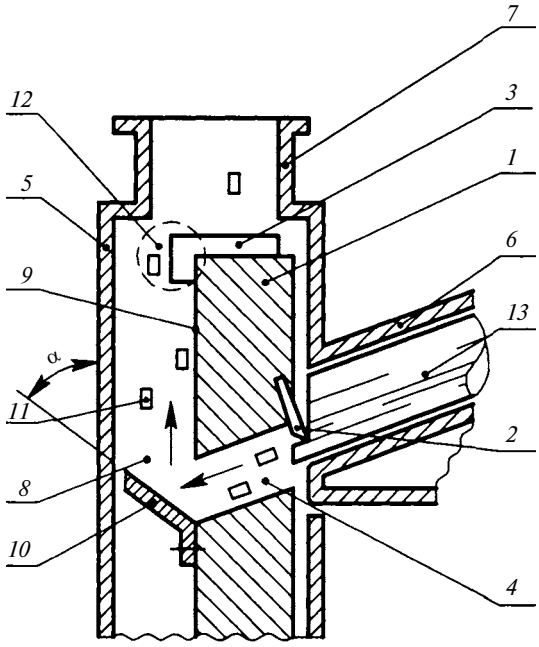


Рис. 1. Схема механизма резания дисковой рубильной машины для получения щепы

зоны *12* захвата щепы лопаткой *3*. Такое преобразование возможно при параболической форме пластины [1].

При взаимодействии древесины с пластиной в подножевой щели возникает краевой эффект, который выражается в образовании сколов и отщепов (основная причина брака). Сами сколы и отщепы способствуют повышению сил трения на боковых участках подножевой щели, что приводит к интенсивному изнашиванию диска и возможным его разрывам, особенно дезинтеграторов при измельчении крупных фракций щепы. Это обусловлено тем, что длина подножевой щели превышает длину режущего ножа, в силу чего боковые грани режущего ножа скалывают и отщипывают ту часть перерабатываемого бревна, которая не опирается жестко на контрнож. На ножевом диске промышленных дисковых рубильных машин с боков режущего ножа вплотную к его торцам оппозитно установлены ограничители. Ограничитель представляет собой пластину с выступом, закрывающим подножевую щель со стороны, обращенной к режущему лезвию режущего ножа, причем выступ имеет скос, оппозитно примыкающий к задней грани режущего ножа. Скос с противоположной стороны имеет посадочный паз, охватывающий установ, закрепленный на ножевом диске. Подножевые отверстия края ближнего к периферии ножевого диска закрыты сменными ограничителями. Разделение толстой стружки на щепу происходит не по ножевому диску, а по ограничителю, т. е. изнашиванию подвергается сменный ограничитель, а не ножевой диск. По мере изнашивания ограничители заменяются.

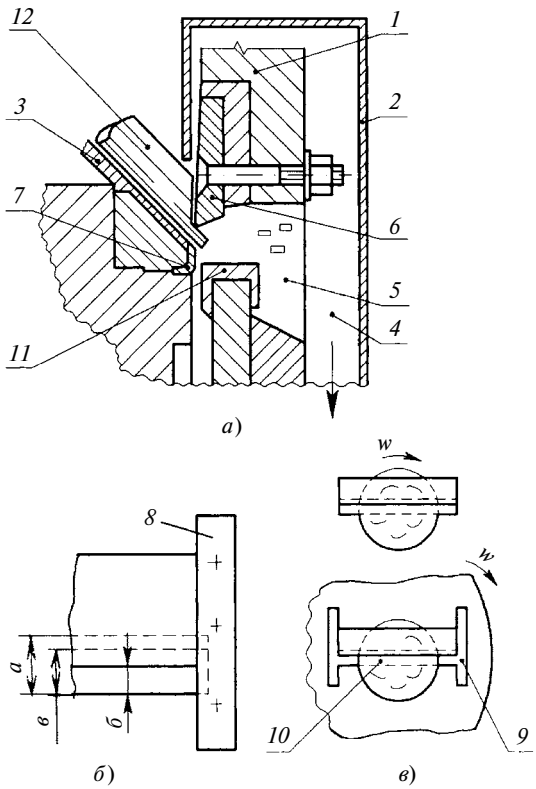


Рис. 2. Конструкция стружкообразующего устройства (*а*), ограничитель в сборе с режущим ножом (*б*) и схема его работы (*в*)

Ограничители, изменяя геометрию подножевого отверстия, своими скосами острых выступов подрезают стружку. Это снижает вероятность образования сколов и отщепов. Необходимым условием завершения безотходного резания древесины является замкнутость силового пространственного многоугольника, образуемого боковой кромкой режущего ножа и силами реакций от базовых поверхностей режущих ножей и контрножей.

Стружкообразующее устройство (рис. 2, *а*) содержит раму с установленным на ней электродвигателем, тормоз, систему опор приводного вала (не показаны). На приводном валу установлен ножевой диск *1*, закрытый кожух *2* с загрузочным устройством *3* и щепоотводом в приямок *4*. Ножевой диск содержит подножевую щель *5*, режущие ножи *6* и контрножи *7*. Режущие ножи *6* представляют собой пластину с лезвием, образованным опорной поверхностью и задней гранью. С боков режущего ножа вплотную к его торцам на ножевом диске *1* установлены ограничители *8* (рис. 2, *б*). Ограничитель представляет собой пластину с выступом *9* (рис. 2, *в*), закрывающим частично подножевое отверстие *5* со стороны, обращенной к лезвию режущего ножа *6* (*а* — ширина отверстия, *б* — открытая часть ширины и длина отверстия *10*, *в* — расстояние от торца выступа до торцевого края подножевой щели). Выступ *9* имеет скос оппозитно задней грани режущего ножа *6*. В выступе *9* со стороны, противоположной скосу, выполнен посадочный паз, охватывающий установ, обеспечивающий возможность закрепления ограничителей *11* на ножевом диске *1*. При загрузке древесины *12* для переработки в загрузочное устройство *3* и включении электродвигателя ножевой диск *1* совершает вращательное движение вокруг своей оси; заготовка упирается в него под действием составляющей силы резания ножа и веса бревна. Режущие ножи *6* отрубают от заготовки толстую стружку, которая разделяется на щепу вытесняется в подножевое отверстие *5* и подается в приямок *4*. Выступы *9* ограничителей *8* обеспечивают фиксацию древесной заготовки в процессе резания ножом *6* и тем самым уменьшают возможность образования сколов и отщепов. В данном устройстве изнашивание подножевого диска стружкой полностью устранено. Достигаемый эффект связан с установкой ограничителей, которые позволяют устранить конструктивный недостаток рубительных машин [2].

Критерием оценки качества щепы является получаемый при резании выход щепы. Щепа должна иметь номинальные размеры, а качество срезов должно обеспечивать одноразмерность щепы.

Существующие рубильные машины снабжены ножом в виде пластины с плоской передней гранью и прямолинейным лезвием. Недостатком такого решения является низкий процент выхода щепы однородной фракции. Образуется щепа произвольных размеров по ширине и для повторного ее измельчения требуются дополнительные технические средства.

Предлагаемая дисковая рубильная машина (рис. 3, *а*) предназначена для получения щепы однородной фракции. Она содержит раму, вал ножевого диска, контрнож, режущие ножи, вращающийся ножевой диск с радиально расположенными подножевыми щелями, над которыми расположены режущие ножи особой конструкции. На рис. 3, *б* показан нож *2*, на передней грани *1* которого выполнены клиновидные разделительные резцы *3*, отстоящие от режущего лезвия *8* на расстоянии *а*. Угол между боковыми поверхностями разделительных резцов составляет $\varphi = 10 \div 40°$, а расстояние *l* между лезвиями разделительных резцов определяет ширину получаемой щепы.

Качество продукции (древесноволокнистые, кормовые добавки и т. д.), изготовляемой с применением древесной щепы, во многом определяется однородностью её фракции. Однородность щепы регламентируется её длиной, толщиной и шириной. Длина щепы определяется конструкцией рубильной машины. Толщина щепы регламентируется углом β наклона передней поверхности ножей.

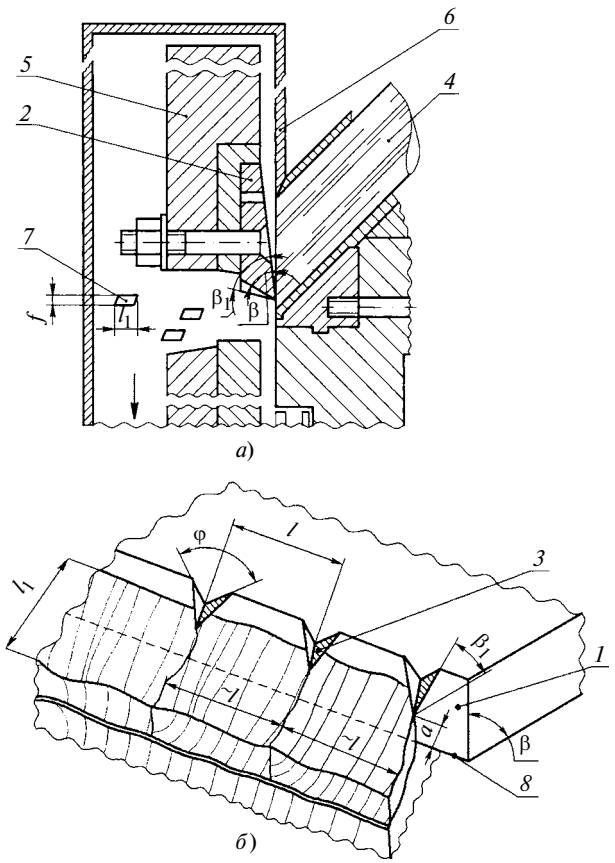


Рис. 3. Конструкции дисковой рубильной машины (*а*) и режущего ножа с разделительными резцами (*б*)

Ширина щепы в основном зависит от свойств древесины, ее структуры и т. д. Таким образом, длину и толщину щепы можно задавать, ширина щепы берется произвольно и не зависит от конструкции рубильной машины.

Рубильная машина работает следующим образом. Перерабатываемая древесина *4* подается в загрузочное устройство, далее — к режущему ножу *2*, установленному на ножевом диске *5*. Весь механизм закрыт кожухом *6*. Каждый режущий нож представляет собой пластину с передним и задним углом резания. Материал ножа, величины углов — общепринятые. Режущее лезвие *7* резца наклонено к задней поверхности ножа под углом $\beta_1 > \beta$, что обеспечивает выступание лезвия резца *3* над передней гранью *1*. Боковые грани резцов симметричны и образуют в плане угол φ, который позволяет обеспечивать клиновидную форму разделительных резцов.

При включении двигателя вращение передается рабочему органу дисковой рубильной машины. Вращающиеся ножи отделяют ножом щепу *7*, которая под собственной тяжестью подает вниз на приемный конвейер. При этом длина и толщина щепы имеют регламентированные параметры. По мере врезания режущего лезвия передней грани ножа в древесину вступают разделительные резцы *3*. Они раскалывают щепу вдоль волокон на части шириной $\approx l_1$, пропорциональной расстоянию *l* между разделительными резцами. Для определения геометрических параметров разделительных резцов были проведены соответствующие эксперименты.

Таким образом, экспериментальными исследованиями установлены техническая возможность и экономическая целесообразность выполнения на передней грани ножей разделительных резцов, отстоящих от лезвия на оптимальное расстояние [3].

Анализ образования щепы был осуществлен в производственных условиях эксплуатации дисковых рубильных машин (Красноярский ЛПК, г. Красноярск) на экспериментальные исследования процесса резания, а дисковой рубильной машине — в центральном НИИ механизации и электрификации лесной промышленности (г. Химки Московской обл.).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Пат. 2179922 Рос. Федерации:** МПК^7 7В 27L 11/00. Рубительная машина для изготовления технологической щепы.
2. **Пат. 2172671 Рос. Федерации:** МПК^7 7В 27L 11/00. Станок стружкообразующий.
3. **Пат. 2192349 Рос. Федерации:** МПК^7 В27L 11/02. Рубительная машина.

ВНИМАНИЮ АВТОРОВ!

Правила подготовки рукописи опубликованы на 3-й полосе обложки журнала "Вестник машиностроения" № 2 за 2010 г.

УДК 621.91-52

В. П. ЛЕГАЕВ, д-р техн. наук, Л. К. ГЕНЕРАЛОВ, канд. техн. наук (Владимирский ГУ),
e-mail: generalov@vlsu.ru

Повышение эффективности токарной обработки на основе автоматического контроля показателей процесса резания

Рассмотрен метод повышения эффективности токарной обработки на станках с ЧПУ, использующий критерии оптимизации, определяемые аналитическим путем в режиме реального времени на основе сигналов обратных связей от САУ.

Ключевые слова: токарная обработка, автоматическое управление, оптимизация, критерии качества, точность.

The efficiency enhancement method of turning on the NC machine tools, using the optimization criteria, being determined by analytical method in real-time mode on the basis of feedback signals from the automatic control system, is considered.

Keywords: turning, automatic control, optimization, quality criteria, accuracy.

При обработке на станках с ЧПУ наряду с активным контролем размеров обрабатываемых поверхностей изделий перспективным в области повышения эффективности технологических процессов является применение систем автоматического управления (САУ). Использование САУ обусловлено наличием как планируемых, так и не планируемых изменений технологических показателей: припуска на обработку, величина которого может изменяться в 10 раз, твердости обрабатываемого материала (в пределах одной заготовки на 5÷15 %, для партии заготовок от 7 до 43 % [1]), геометрии инструмента, его режущих свойств, что приводит к снижению качества технологического процесса.

Для обеспечения надежности технологического процесса назначают заниженные режимы резания. Это снижает точность, производительность и повышает себестоимость обработки. Существующие системы ЧПУ могут только частично компенсировать планируемые изменения технологических показателей. Кроме этого, на большинстве станков непрерывный контроль технологического процесса не выполняется, следовательно, возможность управления процессом отсутствует, что сдерживает повышение точности и эффективности обработки, а также понижает конкурентоспособность выпускаемых станков.

Практика применения САУ процессом резания показывает, что непрерывный контроль и управление режимами резания позволяют повысить производительность труда как минимум на 20÷50 %, повысить точность обработки, увеличить срок службы инструмента.

Реализация так называемого адаптивного управления процессом обработки состоит в автоматическом и целенаправленном внесении изменений в ход технологического процесса на основе оптимальных законов управления объектом, которым в данном случае является процесс резания. При этом система управления для возможно большего приближения к оптимальному управлению должна непрерывно решать задачи идентификации объекта, расчета критерия качества управления и оптимального закона управления процессом, изменять структуру и осуществлять поднастройку параметров. Необходимость в этом связана со сложностью и отсутствием достаточного объема априорной информации о конкретном процессе.

Рассмотрим использование критериев качества управления и настройку параметров для повышения эффективности обработки деталей резанием. В качестве расчетного критерия оптимальности технологического процесса механической обработки чаще всего используют зависящую от режимов резания часть себестоимости обработки изделия, производительность или временны́е затраты на обработку. Для решения задачи оптимального управления процессом обработки партии деталей можно использовать критерий вида [2]:

$$Q = \int_0^{V_м} \left[\frac{1 + K_{х.х} S v}{v F(S;\ t)} + \frac{j_и(\bar{u};\ \bar{f};\ h)}{v F(S;\ t)} \frac{\gamma}{h_{пр}} \right] \mathrm{d}V_м \qquad (1)$$

где $V_м$ — объем снимаемого материала; F — площадь срезаемого слоя; v, S, t — соответственно скорость, подача и глубина резания; $\bar{u} = \{v,\ S,\ t\}$ — вектор управления; $K_{х.х}$ — коэффициент, учитывающий потери при холостом ходе; $\bar{f}$ — вектор внешних технологических воздействий; h, $h_{пр}$ — текущий и предельный износы инструмента; $j_и = \mathrm{d}h/\mathrm{d}\eta$ — скорость изнашивания инструмента; γ — коэффициент удельных затрат.

В зависимости от параметра γ критерий Q определяет удельные затраты времени при условии, что

$\gamma = T_и/T_п$, где $T_и$ — период смены инструмента; $T_п$ — время работы инструмента до полного износа или удельные стоимостные затраты при $\gamma = E_и/E_с$, где $E_и$ — затраты на инструмент за время его работы; $E_с$ — затраты, связанные с единицей времени работы оборудования. В зависимости от задачи используется один из вариантов критерия Q.

Для оптимизации текущего управления резанием учитывают то, что при отсутствии ограничений и заранее заданных граничных условий экстремум критерия оптимальности [см. формулу (1)] совпадает с экстремумом его подынтегральной функции и за функцию цели принимают:

$$q = \frac{1 + K_{х.х} S v}{v F(S;\ t)} + \frac{\gamma}{h_{пр}} \frac{j_и(\bar{u};\ \bar{f};\ h)}{v F(S;\ t)}.$$

Таким образом, задачей текущего адаптивного управления является оптимизация управления по выбранному критерию, которая решается, как правило, при наличии ограничений технологических параметров, которые связаны с возможностями оборудования по мощности привода главного движения, частоте вращения шпинделя, прочности инструмента и механизмов подачи станка, точности обработки, качеству обработанной поверхности и пр. При управлении ограничения обусловливают получение только условного экстремума критерия качества. Причем экстремальное значение для большинства случаев при однорезцовой обработке лежит вне области допустимого управления, а достижимое экстремальное значение критерия находится на линии ограничений.

При отсутствии ограничений текущее оптимальное управление может быть найдено путем совместного решения двух уравнении: $\frac{\partial q}{\partial S} = 0$ и $\frac{\partial q}{\partial v} = 0$, определяющих точку экстремума функции цели $q(v, S)$, при значениях заданных управляющих воздействий v и S. При этом глубина t резания является независимым параметром.

При наличии ограничений возможно их разделение по влиянию управляющих воздействий на две группы: первая — скоростные ограничения (скорость v резания, частота n вращения шпинделя, мощность N резания; вторая — ограничения, связанные с подачей (подача S, сила P и момент M резания). Тем самым можно осуществить раздельное управление по двум каналам (подачи и скорости резания) двумя группами ограничений.

Известно, что для решения задач адаптивного управления в теории автоматического управления применяют различные виды систем: экстремальные, самонастраивающиеся, самоорганизующиеся,

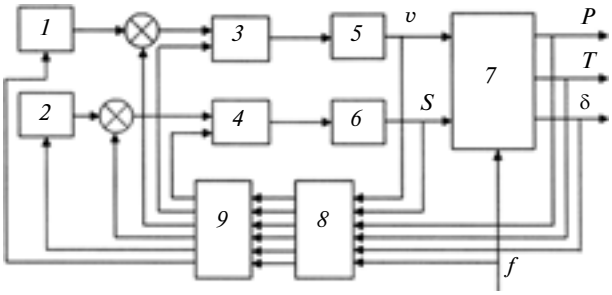


Рис. 1. Обобщенная структурная схема САУ

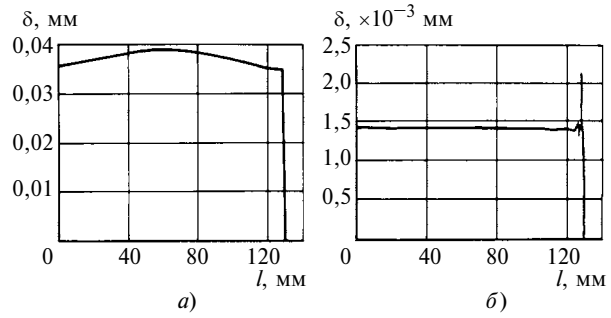


Рис. 2. Зависимости изменения погрешности обработки по длине заготовки без использования (*а*) и с использованием корректирующего сигнала (*б*)

самообучающиеся и др. Наиболее распространенными адаптивными САУ для процесса резания являются так называемые системы предельного или граничного управления — Adaptive control constraint. Наибольшее распространение получили предельные одномерные системы, осуществляющие регулирование технологических параметров лишь по одному каналу, т. е. путем управления подачей. Они обеспечивают до 80 % эффективности от применения адаптивного управления на станке в полном объеме, являются более быстродействующими, в 3÷5 раз менее трудоемкими, чем системы оптимизации [2]. Для наибольшей эффективности адаптивного управления предлагается ввести в канал обратной связи вычислитель и оптимизатор, представляющие собой математические модели, определяющие на основании идентифицированных данных каналов управления и выходных данных объекта управления корректирующие сигналы.

Обобщенная структурная схема адаптивной САУ процессом резания представлена на рис. 1. Она содержит задающие устройства *1* и *2*, устройства *3* и *4* управления, устройства привода подач (*5* и *6*), объект *7* управления, вычислитель *8* и оптимизатор *9*. На рис. 2 показаны два канала управления, которые действуют независимо, и формирование корректирующих сигналов в каждом из них не зависит от состояния другого.

САУ работает следующим образом. Сигналы из задающих блоков *1* и *2* поступают в устройства *3* и *4*, которые представляют собой электроприводы, соединенные с кинематической системой станка (*5* и *6*), осуществляющие вращение шпинделя и продольную подачу инструмента. В блоке *7* реализуется процесс резания, на его выходе регистрируются усилие P резания, температура T, толщина δ срезаемого припуска и другие показатели. Кроме этого, на процесс действуют возмущающие факторы f. По каналам обратных связей сигналы поступают в вычислительное устройство *8*, в котором происходит определение значений v и S аналитическим методом по известным зависимостям, приведенным в справочной литературе. В блоке *9* происходит определение значения критерия q и его сравнение с оптимальным значением. В случае несовпадения критериев решается обратная задача по определению режимов резания, удовлетворяющих требованиям оптимальности критерия.

При наличии статических и динамических ошибок в САУ, устранить которые путем изменения входных воздействий не удается, значения ограничений снижают. В этом случае эффективная реализация метода адаптивного управления осуществляется с помощью компьютера.

Рассмотрим пример модельного управления точностью обработки цилиндрической детали на станке ТПУ-125М с ЧПУ в продольном сечении с применением персонального компьютера. Используем сигнал с устройства управления, регулирующего скорость v резания и продольную подачу S. Этот сигнал одновременно поступает в вычислитель, который содержит математические модели и функции режимов резания в зависимости от технологических факторов и выработки корректирующего сигнала для соответствующего канала.

Для заготовки, установленной в центрах, погрешность формы в продольном сечении после обработки в зависимости от соотношения жесткостей элементов технологической системы может представлять собой выпуклость или вогнутость. Считаем, что жесткость центров достаточная и погрешность обусловлена податливостью заготовки. Определение изгиба заготовки от действия сил резания выполним по формуле [3] $f_3 = P_{из}l^3/48EI$, где $P_{из}$ — усилие, вызывающее изгиб; l — длина детали; E — модуль упругости; I — момент инерции в поперечном сечении детали. Деформация в результате действия усилия резания определяется в зависимости от текущих координат обработки.

Модель процесса резания, используемая в вычислителе, подробно изложена в работе [4], учитывает колебания припуска на обработку, твердость материала заготовки, упругие деформации технологической системы и геометрию режущего инструмента. Моделирование процесса резания происходит одновременно с выполнением технологического процесса, при этом входным воздействием для вычислителя *8* являются текущие значения частоты вращения шпинделя и подачи инструмента.

В результате моделирования установлено положительное влияние корректирующих сигналов, поступающих через оптимизатор в задающее устройство установки оптимальных значений режимов резания. Кроме этого, происходит коррекция подачи S инструмента сигналом, поступающим в сумматор соответствующего канала. Подача снижается для изменения усилия резания, при котором прогиб по длине заготовки имеет постоянную величину.

Моделирование САУ проводили в среде Simulink интегрированного пакета Matlab. На рис. 2 приведены результаты моделирования в виде зависимостей изменения погрешности обработки в продольном сечении заготовки диаметром 50 и длиной 130 мм без и с использованием корректирующего сигнала.

Анализ полученных результатов показал, что профиль детали в продольном сечении без корректирующего сигнала имеет бочкообразную форму (см. рис. 2, *а*), несмотря на снимаемый припуск в 0,1 мм. В начале обработки погрешность составила 0,035 мм, а в середине — 0,039 мм. При использовании корректирующего сигнала наблюдалось снижение погрешности обработки до 0,0015 мм и ее постоянство, профиль имел правильную цилиндрическую форму (см. рис. 2, *б*). Таким образом, повысилась точность обработки деталей в продольном и поперечном сечениях без введения дополнительных устройств в систему автоматического управления.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Ратмиров В. А., Чурин И. Н., Шмуттер С. Л.** Повышение точности и производительности станков с программным управлением. М.: Машиностроение, 1970. 343 с.
2. **Якобс Г. Ю., Якоб Э., Кохан Д.** Оптимизация резания. Параметризация способов обработки резанием с использованием технологической оптимизации. М.: Машиностроение, 1981. 279 с.
3. **Колев К. С., Горчаков Л. М.** Точность обработки и режимы резания. М.: Машиностроение, 1976. 144 с.
4. **Кобзев А. А., Генералов Л. К.** Модель процесса токарной обработки в системе автоматического управления // Станки и инструмент. 2008. № 11. С. 26—29.

УДК 621.9.06-52

В. С. ГОРЧЕВ, канд. техн. наук (МГУПИ), тел.: (495)-484-49-40

Математические основы исследования автоматических линий структуры "3×2"

Разработан метод решения системы из трех дифференциальных уравнений с частными производными для центрального звена "11" автоматических линий, состоящих из трех участков равной производительности и двух бункеров между ними (структура "3×2"), при этом не учитываются совместные отказы участков, а надежность бункеров принимается равной 1. Данное решение позволяет найти аналитическое решение для всей автоматической линии указанной структуры.

Ключевые слова: автоматические линии, их структуры, производительность и надежность участков, емкость бункера, математическая модель, аналитическое решение, контроль решения, формулы для функций распределения деталей в бункере по уровням.

The solution method of system from three differential equations with partial derivatives for central link "11" of automated lines, consisted of three sections of equal productivity and two bunkers between them ("3×2" structure), has been elaborated. At that the compatible refusals of the sections do not take into account, and the bunker's reliability is assumed to be equal to 1. Given solution allows arrive at analytical solution for the whole of automatic line of the structure mentioned above.

Keywords: automatic lines, their structures, productivity and reliability of production sections, the content of bunker, mathematical model, analytical solution, solution control, formulae for the distribution functions of details within the bunker throughout the levels.

Относительно медленное развитие теории производительности и надежности автоматических линий (АЛ) связано с трудностями создания математических основ их исследования. Общая математическая модель АЛ формируется из математических моделей ее отдельных звеньев состояний, при этом для решения дифференциальных уравнений разных звеньев должны применяться и разные математические методы.

Построим один из таких методов решения дифференциальных уравнений центрального звена "11" АЛ, состоящей из трех участков одинаковой производительности и двух бункеров между ними (так называемая структура "3×2"), при этом не учитываются совместные отказы участков, а надежность бункеров принимается равной единице. Любое звено АЛ содержит главное состояние и его состояния отказов. В главном состоянии все элементы линии работоспособны. Главные состояния отличаются только состоянием бункеров. Каждый бункер имеет три состояния: 0 — бункер пуст; 1 — запас деталей в бункере находится на промежуточном уровне; 2 — бункер полон. Поэтому главные состояния могут быть обозначены: "00", "01", "10", "11", "12", "20", "21", "22". Состояние "11" называется центральным. Его звено состояний не зависит от других звеньев, т. е. имеет все условия для решения его дифференциальных уравнений. Если будет найдено решение для центрального звена, то будет получено решение и для системы в целом.

Математическая модель центрального звена "11" имеет вид:

$$p_{11} = \frac{\mu_1 p_{1.11} + \mu_2 p_{2.11} + \mu_3 p_{3.11}}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3};$$

$$\left.\begin{aligned} -\frac{\partial p_{1.11}}{\partial x} &= -\mu_1 p_{1.11} + \lambda_1 p_{11}; \\ \frac{\partial p_{2.11}}{\partial x} - \frac{\partial p_{2.11}}{\partial y} &= -\mu_2 p_{2.11} + \lambda_2 p_{11}; \\ \frac{\partial p_{3.11}}{\partial y} &= -\mu_3 p_{3.11} + \lambda_3 p_{11}. \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

В приведенных уравнениях приняты следующие обозначения: $p_{1.11}$, $p_{2.11}$ и $p_{3.11}$ — искомые функции (поверхности) от двух переменных x и y, представляющие собой распределения бункерных запасов по уровням, когда отказывают соответственно участки 1, 2 и 3 (номер отказавшего участка в обозначении функций указывается через точку перед обозначением состояния бункеров); λ_i — интенсивность потока отказов i-го участка; μ_i — интенсивность потока восстановления i-го участка. Независимые переменные x и y определяются соотношениями $x = x_1\tau$ для бункера 1 и $y = y_1\tau$ для бункера 2, в которых x_1 и y_1 — текущие значения деталей в бункерах 1 и 2, принимающих любые целочисленные значения в интервалах $[0 < x_1 < x_{max}]$ и $[0 < y_1 < y_{max}]$, где x_{max} и y_{max} —максимальные бункерные запасы; τ — время обработки одной детали или такт выпуска деталей на линии, принимающий любые значения.

Процесс функционирования АЛ является марковским процессом и математическая модель была построена для экспоненциальных законов распределения времени между отказами участков и их восстановления после отказов.

Подставляя значение функции p_{11} — в систему уравнений (1) , получим систему

$$-\frac{\partial p_{1.11}}{\partial x} = -\mu_1 p_{1.11} + \lambda_1 \frac{\mu_1 p_{1.11} + \mu_2 p_{2.11} + \mu_3 p_{3.11}}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3};$$

$$\frac{\partial p_{2.11}}{\partial x} - \frac{\partial p_{2.11}}{\partial y} = -\mu_2 p_{2.11} + \lambda_2 \frac{\mu_1 p_{1.11} + \mu_2 p_{2.11} + \mu_3 p_{3.11}}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3};$$

$$\frac{\partial p_{3.11}}{\partial y} = -\mu_3 p_{3.11} + \lambda_3 \frac{\mu_1 p_{1.11} + \mu_2 p_{2.11} + \mu_3 p_{3.11}}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3},$$

которая после преобразований примет вид:

$$-\frac{\partial p_{1.11}}{\partial x} = -\frac{(\lambda_2 + \lambda_3)\mu_1}{\Lambda} p_{1.11} + \frac{\lambda_1 \mu_2}{\Lambda} p_{2.11} + \frac{\lambda_1 \mu_3}{\Lambda} p_{3.11};$$

$$\frac{\partial p_{2.11}}{\partial x} - \frac{\partial p_{2.11}}{\partial y} = \frac{\lambda_2 \mu_1}{\Lambda} p_{1.11} - \frac{(\lambda_2 + \lambda_3)\mu_2}{\Lambda} p_{2.11} + \frac{\lambda_2 \mu_3}{\Lambda} p_{3.11};$$

$$\frac{\partial p_{3.11}}{\partial y} = \frac{\lambda_3 \mu_1}{\Lambda} p_{1.11} + \frac{\lambda_3 \mu_2}{\Lambda} p_{2.11} + \frac{(\lambda_1 + \lambda_2)\mu_3}{\Lambda} p_{3.11}.$$

Заменив здесь коэффициенты более простыми символами

$$\left.\begin{aligned} &a_1 = (\lambda_2 + \lambda_3)\mu_1/\Lambda;\ b_1 = \lambda_1 \mu_2/\Lambda;\ c_1 = \lambda_1 \mu_3/\Lambda; \\ &a_2 = \lambda_2 \mu_1/\Lambda;\ b_2 = (\lambda_1 + \lambda_3)\mu_2/\Lambda;\ c_2 = \lambda_2 \mu_3/\Lambda; \\ &a_3 = \lambda_3 \mu_{13}/\Lambda;\ b_3 = \lambda_3 \mu_2/\Lambda;\ c_3 = (\lambda_1 + \lambda_2)\mu_3/\Lambda, \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

где $\Lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3$, приходим к системе дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} -\dfrac{\partial p_{1.11}}{\partial x} = -a_1 p_{1.11} + b_1 p_{2.11} + c_1 p_{3.11}; & (3) \\ \dfrac{\partial p_{2.11}}{\partial x} - \dfrac{\partial p_{2.11}}{\partial y} = a_2 p_{1.11} - b_2 p_{2.11} + c_2 p_{3.11}; & (4) \\ \dfrac{\partial p_{3.11}}{\partial y} = a_3 p_{1.11} + b_3 p_{2.11} - c_3 p_{3.11}, & (5) \end{cases}$$

в которой коэффициенты a_i, b_i и c_i связаны соотношениями

$$a_1 = a_2 + a_3; \quad b_2 = b_1 + b_3; \quad c_3 = c_1 + c_2. \quad (6)$$

Постановка задачи

При исследовании математических моделей АЛ со структурами "3×2" и "4×3", состоящих из участков равной производительности и бункеров между ними, в работе [1] были установлены дополнительные условия:

1. Сумма частных производных уравнений (3)÷(5) системы равна 0:

$$-\frac{\partial p_{1.11}}{\partial x} + \frac{\partial p_{2.11}}{\partial x} - \frac{\partial p_{2.11}}{\partial y} + \frac{\partial p_{3.11}}{\partial y} = (a_2 + a_3 - a_1)p_{1.11} + (b_1 + b_3 - b_2)p_{2.11} + (c_1 + c_2 - c_3)p_{3.11} = 0.$$

2. Частные производные различных функций по одной и той же независимой переменной дифференцирования равны:

$$\partial p_{1.11}/\partial x = \partial p_{2.11}/\partial x; \quad \partial p_{3.11}/\partial y = \partial p_{2.11}/\partial y. \quad (7)$$

В системе уравнений (3)÷(5) равные производные расположены на одной вертикали.

Решения системы уравнений (3)÷(5) с учетом соотношений (6) будем искать в классе функций, удовлетворяющих дополнительным условиям (7). Покажем, что достаточно предположить справедливость только одного из соотношений (7), а второе выполняется автоматически. Подставив значение первой пары частных производных $\partial p_{1.11}/\partial x = \partial p_{2.11}/\partial x = a_1 p_{1.11} - b_1 p_{2.11} - c_1 p_{3.11}$ в дифференциальное уравнение (4), получим:

$$\partial p_{2.11}/\partial y = (a_1 - a_2)p_{1.11} + (b_2 - b_1)p_{2.11} - (c_1 + c_2)p_{3.11}.$$

Заменив значения в круглых скобках коэффициентами из соотношений (6), получим уравнение $\partial p_{2.11}/\partial y = a_3 p_{1.11} + b_3 p_{2.11} - c_3 p_{3.11}$, совпадающее с уравнением (5), т. е. выполняется второе из соотношений (7). Это свидетельствует о том, что, во-первых, уравнение (4) представляет собой линейную комбинацию уравнений (3) и (5), поэтому система дифференциальных уравнений является зависимой и все искомые функции можно выразить через одну — $p_{2.11}$, а во-вторых, процессы увеличения и уменьшения деталей в одном и том же бункере описываются одним дифференциальным уравнением. Опираясь на свойства протекающих в системе процессов, в настоящей работе ставим задачу: найти метод решения системы дифференциальных уравнений (3)÷(5) центрального звена "11" АЛ структуры "3×2".

Решение задачи

Интегрируя соотношения (7), выразим функции $p_{1.11}$ и $p_{3.11}$ через функцию $p_{2.11}$:

$$p_{1.11} = p_{2.11} + h_1(y); \quad p_{3.11} = p_{2.11} + h_2(x).$$

Функция $p_{2.11}$ определяется зависимым дифференциальным уравнением (4), которое в дальнейшем не должно использоваться в решении задачи,

поэтому исходная система дифференциальных уравнений (3)÷(5) преобразуется к виду:

$$\partial p_{2.11}/\partial x = (a_1 - b_1 - c_1)p_{2.11} + a_1 h_1(y) - c_1 h_2(x);$$

$$\partial p_{2.11}/\partial y = (a_3 + b_3 - c_3)p_{2.11} + a_3 h_1(y) - c_3 h_2(x).$$

Введя новые обозначения:

$$p_{1.11} = z(x, y) = z; \quad p_{2.11} = u(x, y) = u;$$
$$p_{3.11} = v(x, y) = v; \quad z = u = h_1(y);$$
$$v = u + h_2(x), \qquad (8)$$

представим дифференциальные уравнения в виде:

$$\partial u/\partial x = (a_1 - b_1 - c_1)u + a_1 h_1(y) - c_1 h_2(x); \qquad (9)$$

$$\partial u/\partial y = (a_3 + b_3 - c_3)u + a_3 h_1(y) - c_3 h_2(x). \qquad (10)$$

Для определения неизвестных функций $h_1(y)$ и $h_2(x)$ используем равенство смешанных частных производных, для чего дифференцируем уравнения (9) и (10):

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = (a_1 - b_1 - c_1)\frac{\partial u}{\partial y} + a_1 \frac{\partial h_1(y)}{\partial y};$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} = (a_3 + b_3 - c_3)\frac{\partial u}{\partial x} - c_3 \frac{\partial h_2(x)}{\partial x}.$$

Далее подставим частные производные $\partial u/\partial y$ и $\partial u/\partial x$ из уравнений (9) и (10), получим смешанные частные производные:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = (a_1 - b_1 - c_1)(a_3 + b_3 - c_3)u + (a_1 - b_1 - c_1)a_3 h_1(y) - (a_1 - b_1 - c_1)c_3 h_2(x) + a_1 \frac{\partial h_1(y)}{\partial y};$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} = (a_3 + b_3 - c_3)(a_1 - b_1 - c_1)u + (a_3 + b_3 - c_3)a_1 h_1(y) - (a_3 + b_3 - c_3)c_1 h_2(x) - c_3 \frac{\partial h_2(x)}{\partial x}.$$

Приравняв их и собрав раздельно слагаемые, принадлежащие одной и той же функции, получим для определения неизвестных функций $h_1(y)$ и $h_2(x)$ следующие дифференциальные уравнения:

$$\frac{\partial h_1(y)}{\partial y} = \frac{(b_3 - c_3)a_1 + (b_1 + c_1)a_3}{a_1} h_1(y) + C_4; \qquad (11)$$

$$\frac{\partial h_2(x)}{\partial x} = \frac{(a_1 - b_1)c_3 - (a_3 + b_3)c_1}{c_3} c_3 h_2(x) - C_4. \qquad (12)$$

Решение однородного уравнения (11) имеет вид:

$$h_1(y) = C e^{\frac{(b_3 - c_3)a_1 + (b_1 + c_1)a_3}{a_1} y}.$$

Используя прием вариации постоянного для решения неоднородного уравнения (11), будем считать C функцией от y и, подставив решение $h_1(y)$ в уравнение (11), получим дифференциальное уравнение для определения C:

$$\frac{dC}{dy} e^{\frac{(b_3 - c_3)a_1 + (b_1 + c_1)a_3}{a_1} y} + \frac{(b_3 - c_3)a_1 + (b_1 + c_1)a_3}{a_1} C e^{\frac{(b_3 - c_3)a_1 + (b_1 + c_1)a_3}{a_1} y} = \frac{(b_3 - c_3)a_1 + (b_1 + c_1)a_3}{a_1} C e^{\frac{(b_3 - c_3)a_1 + (b_1 + c_1)a_3}{a_1} y} + C_4.$$

Сократив совпадающие слагаемые, разделив на коэффициент при частной производной и проинтегрировав, получим для определения C выражение:

$$C = -C_4 \frac{1}{(b_3 - c_3)a_1 + (b_1 + c_1)a_3} \times e^{-\frac{(b_3 - c_3)a_1 + (b_1 + c_1)a_3}{a_1} y} + C_2.$$

Подставив значение C в решение однородного уравнения, получим для определения функции $h_1(y)$ выражение:

$$h_1(y) = C_2 e^{\frac{(b_3 - c_3)a_1 + (b_1 + c_1)a_3}{a_1} y} - C_4 \frac{1}{(b_3 - c_3)a_1 + (b_1 + c_1)a_3}.$$

Учитывая, что произвольная постоянная C_4 изменяется в диапазоне от $-\infty$ до $+\infty$ и определяется начальными условиями, будем при промежуточных вычислениях опускать постоянные множители, т. е. получим: $h_1(y) = C_2 e^{\frac{(b_3 - c_3)a_1 + (b_1 + c_1)a_3}{a_1} y} - C_4$.

Решение уравнения (12) выполняется аналогично решению уравнения (11), и функция $h_2(x)$ определяется формулой:

$$h_2(x) = C_3 e^{\frac{(a_1 - b_1)c_3 - (a_3 + b_3)c_1}{c_3} x} + C_4.$$

Подставив значения функций $h_1(y)$ и $h_2(x)$ в исходные уравнения (9) и (10), получим значения частных производных:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = (a_1 - b_1 - c_1)u + a_1 C_2 e^{\frac{(b_3 - c_3)a_1 + (b_1 + c_1)a_3}{a_1} y} - c_1 C_3 e^{\frac{(a_1 - b_1)c_3 - (a_3 + b_3)c_1}{c_3} x} - C_4; \qquad (13)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = (a_3 + b_3 - c_3)u + a_3 C_2 e^{\frac{(b_3 - c_3)a_1 + (b_1 + c_1)a_3}{a_1} y} -$$

$$- c_3 C_3 e^{\frac{(a_1 - b_1)c_3 - (a_3 + b_3)c_1}{c_3} x} - C_4. \qquad (14)$$

Проверим, совместны ли полученные дифференциальные уравнения (13) и (14). Дифференцируя их и выполняя преобразования, находим смешанные частные производные:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = (a_1 - b_1 - c_1)(a_3 + b_3 - c_3)u -$$

$$- (a_1 - b_1 - c_1)c_3 C_3 e^{\frac{(a_1 - b_1)c_3 - (a_3 + b_3)c_1}{c_3} x} +$$

$$+ (a_3 + b_3 - c_3)a_1 C_2 e^{\frac{(b_3 - c_3)a_1 + (b_1 + c_1)a_3}{a_1} y} - C_4;$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} = (a_1 - b_1 - c_1)(a_3 + b_3 - c_3)u -$$

$$- (a_1 - b_1 - c_1)c_3 C_3 e^{\frac{(a_1 - b_1)c_3 - (a_3 + b_3)c_1}{c_3} x} +$$

$$+ (a_3 + b_3 - c_3)a_1 C_2 e^{\frac{(b_3 - c_3)a_1 + (b_1 + c_1)a_3}{a_1} y} - C_4.$$

Сопоставляя смешанные частные производные, видим, что они тождественно равны, поэтому дифференциальные уравнения (13) и (14) совместны, т. е. имеют общее решение. Этого результата можно было ожидать, так как функции $h_1(y)$ и $h_2(x)$ определялись из условия равенства смешанных частных производных, т. е. сам принцип формирования дифференциальных уравнений закладывал их совместность.

Приступая к поиску общего решения, интегрируем дифференциальное уравнение (13). Решение его однородного уравнения имеет вид: $u(x, y) = Ce^{(a_1 - b_1 - c_1)x}$.

Подставив решение $u(x, y)$ в исходное дифференциальное уравнение (13) и использовав прием вариации постоянного, в котором C рассматривается как функция от x, получим дифференциальное уравнение:

$$\frac{\partial C}{\partial x} = a_1 C_2 e^{\frac{(b_3 - c_3)a_1 + (b_1 + c_1)a_3}{a_1} y - (a_1 - b_1 - c_1)x} -$$

$$- c_1 C_3 e^{-\frac{(a_3 + b_3 - c_3)c_1}{c_3} x} - C_4 e^{-(a_1 - b_1 - c_1)x},$$

проинтегрировав которое, определим

$$C = -\frac{a_1}{(a_1 - b_1 - c_1)} \times$$

$$\times C_2 e^{\frac{(b_3 - c_3)a_1 + (b_1 + c_1)a_3}{a_1} y - (a_1 - b_1 - c_1)x} +$$

$$+ \frac{c_3}{(a_3 + b_3 - c_3)} C_3 e^{-\frac{(a_3 + b_3 - c_3)c_1}{c_3} x} +$$

$$+ \frac{1}{(a_1 - b_1 - c_1)} C_4 e^{-(a_1 - b_1 - c_1)x} + g(y).$$

Подставив значение C в решение однородного уравнения, получим решение $u(x, y)$ для дифференциального уравнения (13):

$$u(x, y) = g(y) e^{(a_1 - b_1 - c_1)x} -$$

$$- \frac{a_1}{(a_1 - b_1 - c_1)} C_2 e^{\frac{(b_3 - c_3)a_1 + (b_1 + c_1)a_3}{a_1} y} +$$

$$+ \frac{c_3}{(a_3 + b_3 - c_3)} C_3 e^{\frac{(a_1 - b_1)c_3 - (a_3 + b_3)c_1}{c_3} x} + C_4.$$

В решение $u(x, y)$ входит неизвестная функция $g(y)$, определить которую можно, использовав условие, что данное решение должно удовлетворять дифференциальному уравнению (14). Подставив решение в уравнение (14) и выполнив преобразования, получим для определения функции $g(y)$ дифференциальное уравнение $dg(y)/dy = (a_3 + b_3 - c_3)g(y)$ проинтегрировав которое, получим значение самой функции: $g(y) = C_1 e^{(a_3 + b_3 - c_3)y}$.

Подставив это значение, найдем общее решение:

$$u(x, y) = C_1 e^{(a_1 - b_1 - c_1)x + (a_3 + b_3 - c_3)y} -$$

$$- \frac{a_1}{(a_1 - b_1 - c_1)} C_2 e^{\frac{(b_3 - c_3)a_1 + (b_1 + c_1)a_3}{a_1} y} +$$

$$+ \frac{c_3}{(a_3 + b_3 - c_3)} C_3 e^{\frac{(a_1 - b_1)c_3 - (a_3 + b_3)c_1}{c_3} x} + C_4,$$

подстановка которого в исходные дифференциальные уравнения (13) и (14) обращает их в тождества. Используя полученное решение и возвращаясь к ранее введенным обозначениям (8), получаем формулы для функции распределения бункерных запасов по уровням, когда отказывают участки 1, 2 и 3.

1. Функция распределения запаса деталей по уровням в бункере 1, когда отказал участок 1 и за-

пас деталей в бункере 1 понижается, а в бункере 2 не изменяется:

$$p_{1.11} = z = C_1 e^{(a_1 - b_1 - c_1)x + (a_3 + b_3 - c_3)y} - \frac{b_1 + c_1}{(a_1 - b_1 - c_1)} C_2 e^{\frac{(b_3 - c_3)a_1 + (b_1 + c_1)a_3}{a_1} y} + \frac{c_3}{(a_3 + b_3 - c_3)} C_3 e^{\frac{(a_1 - b_1)c_3 - (a_3 + b_3)c_1}{c_3} x} + C_4.$$

2. Функция распределения запасов деталей по уровням в бункерах 1 и 2, когда отказал участок 2 и запас деталей в бункере 1 возрастает, а в бункере 2 убывает:

$$p_{2.11} = u = C_1 e^{(a_1 - b_1 - c_1)x + (a_3 + b_3 - c_3)y} - \frac{a_1}{(a_1 - b_1 - c_1)} C_2 e^{\frac{(b_3 - c_3)a_1 + (b_1 + c_1)a_3}{a_1} y} + \frac{c_3}{(a_3 + b_3 - c_3)} C_3 e^{\frac{(a_1 - b_1)c_3 - (a_3 + b_3)c_1}{c_3} x} + C_4.$$

3. Функция распределения запаса деталей по уровням в бункере 2, когда отказал участок 3 и запас деталей в бункере 2 возрастает, а в бункере 1 не изменяется:

$$p_{3.11} = \nu = C_1 e^{(a_1 - b_1 - c_1)x + (a_3 + b_3 - c_3)y} - \frac{a_1}{(a_1 - b_1 - c_1)} C_2 e^{\frac{(b_3 - c_3)a_1 + (b_1 + c_1)a_3}{a_1} y} + \frac{a_3 + b_3}{(a_3 + b_3 - c_3)} C_3 e^{\frac{(a_1 - b_1)c_3 - (a_3 + b_3)c_1}{c_3} x} + C_4.$$

Контроль решения

Для выполнения контроля полученного решения упростим формулы определения функций $p_{1.11}$, $p_{2.11}$ и $p_{3.11}$, заменяя показатели степеней при экспонентах на коэффициенты, индексы которых совпадают с индексами соответствующих постоянных интегрирования C_1, C_2 и C_3: $k_1 = a_1 - b_1 - c_1$, $k_1' = a_3 + b_3 - c_3$, $k_2 = [(b_3 - c_3)a_1 + (b_1 + c_1)a_3]/a_1$, $k_3 = [(a_1 - b_1)c_3 - (a_3 + b_3)c_1]/c_3$. Указанные функции должны тождественно удовлетворять исходной системе дифференциальных уравнений (3)÷(5). Проверим их соответствие дифференциальному уравнению (3).

1. Дифференцируем функцию $p_{1.11}$:

$$-\frac{\partial p_{1.11}}{\partial x} = -(a_1 - b_1 - c_1) C_1 e^{k_1 x + k_1' y} - \frac{(a_1 - b_1)c_3 - (a_3 + b_3)c_1}{(a_3 + b_3 - c_3)} C_3 e^{k_3 x}.$$

2. Формируем правую часть уравнения (3):

$$-a_1 p_{1.11} + b_1 p_{2.11} + c_1 p_{3.11} = -a_1 C_1 e^{k_1 x + k_1' y} + a_1 \frac{b_1 + c_1}{(a_1 - b_1 - c_1)} C_2 e^{k_2 y} - a_1 \frac{c_3}{(a_3 + b_3 - c_3)} C_3 e^{k_3 x} - a_1 C_4 + b_1 C_1 e^{k_1 x + k_1' y} - b_1 \frac{a_1}{(a_1 - b_1 - c_1)} C_2 e^{k_2 y} + b_1 C_4 + c_1 C_4 + b_1 \frac{c_3}{(a_3 + b_3 - c_3)} C_3 e^{k_3 x} + c_1 C_1 e^{k_1 x + k_1' y} - c_1 \frac{a_1}{(a_1 - b_1 - c_1)} C_2 e^{k_2 y} + c_1 \frac{a_3 + b_3}{(a_3 + b_3 - c_3)} C_3 e^{k_3 x}.$$

3. Собрав коэффициенты при C_1 раздельно в левой и правой частях, получим:

$$-(a_1 - b_1 - c_1) = -a_1 + b_1 + c_1.$$

4. Собрав коэффициенты при C_2 раздельно в левой и правой частях, получим:

$$0 = a_1 \frac{b_1 + c_1}{(a_1 - b_1 - c_1)} - b_1 \frac{a_1}{(a_1 - b_1 - c_1)} - c_1 \frac{a_1}{(a_1 - b_1 - c_1)}.$$

5. Собрав коэффициенты при C_3 раздельно в левой и правой частях, получим:

$$-\frac{(a_1 - b_1)c_3 - (a_3 + b_3)c_1}{(a_3 + b_3 - c_3)} = -a_1 \frac{c_3}{(a_3 + b_3 - c_3)} + b_1 \frac{c_3}{(a_3 + b_3 - c_3)} + c_1 \frac{a_3 + b_3}{(a_3 + b_3 - c_3)}.$$

6. Собрав слагаемые с коэффициентом C_4 раздельно в левой и правой частях, получим:

$$0 = -a_1 C_4 + b_1 C + c_1 C_4 = -a_2 C_4 - a_3 C_4 + b_1 C_4 + c_1 C_4 = -C_4 - C_4 + C_4 + C_4 = 0.$$

Таким образом, дифференциальное уравнение (3) при подстановке в него функций $p_{1.11}$, $p_{2.11}$ и $p_{3.11}$ обратилось в тождество.

Проверим соответствие полученных функций дифференциальному уравнению (4).

1. Дифференцируем функцию $p_{2.11}$:

$$\frac{\partial p_{2.11}}{\partial x} - \frac{\partial p_{2.11}}{\partial y} = (a_1 - b_1 - c_1)C_1 e^{k_1 x + k_1' y} + \frac{(a_1 - b_1)c_3 - (a_3 + b_3)c_1}{(a_3 + b_3 - c_3)} C_3 e^{k_3 x} - (a_3 + b_3 - c_3)C_1 e^{k_1 x + k_1' y} + \frac{(b_3 - c_3)a_1 + (b_1 + c_1)a_3}{(a_1 - b_1 - c_1)} C_2 e^{k_2 y}.$$

2. Формируем правую часть уравнения (4):

$$a_2 p_{1.11} - b_2 p_{2.11} + c_2 p_{3.11} = a_2 C_1 e^{k_1 x + k_1 y} - a_2 \frac{b_1 + c_1}{(a_1 - b_1 - c_1)} C_2 e^{k_2 y} + a_2 \frac{c_3}{(a_3 + b_3 - c_3)} C_3 e^{k_3 x} + a_2 C_4 - b_2 C_1 e^{k_1 x + k_1' y} + b_2 \frac{a_1}{(a_1 - b_1 - c_1)} C_2 e^{k_2 y} - b_2 \frac{c_3}{(a_3 + b_3 - c_3)} C_3 e^{k_3 x} - b_2 C_4 + c_2 C_1 e^{k_1 x + k_1' y} - c_2 \frac{a_1}{(a_1 - b_1 - c_1)} C_2 e^{k_3 x} + C_2 \frac{a_3 + b_3}{(a_3 + b_3 - c_3)} C_3 e^{k_3 x} + c_2 C_4.$$

3. Собрав коэффициенты при C_1, раздельно в левой и правой частях, получим:

$$(a_1 - b_1 - c_1) - (a_3 + b_3 - c_3) = a_2 - b_2 + c_2.$$

4. Собрав коэффициенты при C_2 раздельно в левой и правой частях, получим:

$$\frac{(b_3 - c_3)a_1 + (b_1 + c_1)a_3}{(a_1 - b_1 - c_1)} = -a_2 \frac{b_1 + c_1}{(a_1 - b_1 - c_1)} + b_2 \frac{a_1}{(a_1 - b_1 - c_1)} - c_2 \frac{a_1}{(a_1 - b_1 - c_1)}.$$

Используя соотношения (6) между коэффициентами и разлагая левую часть проверяемого выражения на отдельные слагаемые, получаем:

$$\frac{(b_3 - c_3)a_1 + (b_1 + c_1)(a_1 - a_2)}{(a_1 - b_1 - c_1)} = \frac{(b_3 - c_3 + b_1 + c_1)a_1 - (b_1 + c_1)a_2}{(a_1 - b_1 - c_1)} = \frac{(b_2 - c_2)a_1 - (b_1 + c_1)a_2}{(a_1 - b_1 - c_1)} = -a_2 \frac{b_1 + c_1}{(a_1 - b_1 - c_1)} + b_2 \frac{a_1}{(a_1 - b_1 - c_1)} - c_2 \frac{a_1}{(a_1 - b_1 - c_1)},$$

т. е. левая часть полностью совпадает с правой.

5. Собрав коэффициенты при C_3 раздельно в левой и правой частях, получим:

$$\frac{(a_1 - b_1)c_3 - (a_3 + b_3)c_1}{(a_3 + b_3 - c_3)} = a_2 \frac{c_3}{(a_3 + b_3 - c_3)} - b_2 \frac{c_3}{(a_3 + b_3 - c_3)} + c_2 \frac{a_3 + b_3}{(a_3 + b_3 - c_3)}.$$

Используя соотношения (6) между коэффициентами и разлагая левую часть выражения на отдельные слагаемые, получаем:

$$\frac{(a_1 - b_1)c_3 - (a_3 + b_3)(c_3 - c_2)}{(a_3 + b_3 - c_3)} = \frac{(a_1 - b_1 - a_3 + -b_3)c_3 + (a_3 + b_3)c_2}{(a_3 + b_3 - c_3)} = a_2 \frac{c_3}{(a_3 + b_3 - c_3)} - b_2 \frac{c_3}{(a_3 + b_3 - c_3)} + c_2 \frac{a_3 + b_3}{(a_3 + b_3 - c_3)},$$

т. е. левая часть полностью совпадает с правой.

6. Собрав слагаемые с коэффициентом C_4 раздельно в левой и правой частях, получим:

$$0 = a_2 C_4 - b_2 C_4 + c_2 C_4 = a_2 C_4 - b_1 C_4 - b_3 C_4 + c_2 C_4 = C_4 - C_4 - C_4 + C_4 = 0.$$

Таким образом, дифференциальное уравнение (4) обратилось в тождество.

Проверим соответствие полученных функций дифференциальному уравнению (5):

1. Дифференцируем функцию $p_{3.111}$:

$$\frac{\partial p_{3.11}}{\partial y} = (a_3 + b_3 - c_3)C_1 e^{k_1 x + k_1' y} - \frac{(b_3 - c_3)a_1 + (b_1 + c_1)a_3}{(a_1 - b_1 - c_1)} C_2 e^{k_2 y}.$$

2. Формируем правую часть уравнения (5):

$$a_3 p_{1.11} + b_3 p_{2.11} - c_3 p_{3.11} = a_3 C_1 e^{k_1 x + k_1' y} - a_3 \frac{b_1 + c_1}{(a_1 - b_1 - c_1)} C_2 e^{k_2 y} + a_3 \frac{c_3}{(a_3 + b_3 - c_3)} C_3 e^{k_3 x} + a_3 C_4 + b_3 C_1 e^{k_1 x + k_1' y} - b_3 \frac{a_1}{(a_1 - b_1 - c_1)} C_2 e^{k_2 y} + b_3 \frac{c_3}{(a_3 + b_3 - c_3)} C_3 e^{k_3 x} + b_3 C_4 - c_3 C_1 e^{k_1 x + k_1' y} + c_3 \frac{a_1}{(a_1 - b_1 - c_1)} C_2 e^{k_2 y} - c_3 \frac{a_3 + b_3}{(a_3 + b_3 - c_3)} C_3 e^{k_3 x} - c_3 C_4.$$

3. Собрав коэффициенты при C_1 раздельно в левой и правой частях, получим:

$$(a_3 - b_3 - c_3) = a_3 + b_3 - c_3.$$

4. Собрав коэффициенты при C_2 раздельно в левой и правой частях, получим:

$$-\frac{(b_3-c_3)a_1+(b_1+c_1)a_3}{(a_1-b_1-c_1)} = -a_3\frac{b_1+c_1}{(a_1-b_1-c_1)} - $$
$$- b_3\frac{a_1}{(a_1-b_1-c_1)} + c_3\frac{a_1}{(a_1-b_1-c_1)}.$$

5. Собрав коэффициенты при C_3 раздельно в левой и правой частях, получим:

$$0 = a_3\frac{c_3}{(a_3+b_3-c_3)} + b_3\frac{c_3}{(a_3+b_3-c_3)} - $$
$$- c_3\frac{a_3+b_3}{(a_3+b_3-c_3)}.$$

6. Собрав слагаемые с коэффициентом C_4 раздельно в левой и правой частях, получим:

$$0 = a_3C_4 + b_3C_4 - c_5C_4 = a_3C_4 + b_3C_4 - c_1C_4 - $$
$$- c_2C_4 = C_4 + C_4 - C_4 - C_4 = 0.$$

Таким образом, и дифференциальное уравнение (5) обратилось в тождество.

Следовательно, поставленная задача успешно решена: разработан метод решения системы дифференциальных уравнений (3)÷(5) с частными производными для центрального звена "11" АЛ структуры "3×2".

Используя граничные функции, полученные в работе [2],

$$p_{1.11}(21) = \frac{\lambda_1\omega_{23}P_{21}}{e^{\omega_{23}y_m}-1}e^{\omega_{23}y},$$

$$p_{2.11}(01) = \frac{\lambda_2\omega_{13}P_{01}}{e^{\omega_{13}y_m}-1}e^{\omega_{13}y},$$

$$p_{2.11}(12) = \frac{\lambda_2\omega_{13}P_{12}}{e^{\omega_{13}x_m}-1}e^{\omega_{13}x},$$

$$p_{3.11}(10) = \frac{\lambda_3\omega_{12}P_{10}}{e^{\omega_{12}x_m}-1}e^{\omega_{12}x},$$

в которых коэффициенты ω принимают значения: $\omega_{12} = \frac{\lambda_2\mu_1-\lambda_1\mu_2}{\lambda_1+\lambda_2}$; $\omega_{13} = \frac{\lambda_3\mu_1-\lambda_1\mu_3}{\lambda_1+\lambda_3}$; $\omega_{23} = \frac{\lambda_3\mu_2-\lambda_2\mu_3}{\lambda_2+\lambda_3}$, можно определить произвольные интегрирования $C_1 \div C_4$, при этом вероятности P_{01} и P_{12} связаны соотношением: $\frac{P_{01}}{e^{\omega_{13}y_m}-1}e^{\omega_{13}y_m} - \frac{P_{12}}{e^{\omega_{13}x_m}-1} = 0$ или $P_{12} = P_{01}\frac{e^{\omega_{13}x_m}-1}{e^{\omega_{13}y_m}-1}e^{\omega_{13}y_m}$.

Общая математическая модель исследуемой АЛ имеет иерархическую структуру, которую удобнее представить в виде главных состояний трех уровней:

"11"
"01", "10", "12", 21"
"00", "20", "22".

В основу разбиения математической модели по уровням положен принцип однородности дифференциальных уравнений на каждом уровне. Математическая модель нижнего уровня для звеньев главных состояний "00", "20", "22", обозначения которых не содержат "1", представляет систему алгебраических уравнений. Математическая модель среднего уровня для звеньев главных состояний "01", "10", "12", "21", обозначения которых содержат по одной "1", представляет собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений. Математическая модель верхнего уровня для звена одного главного состояния "11", обозначение которого состоит только из "1", представляет собой систему дифференциальных уравнений с частными производными. Вероятности P_{01}, P_{10}, P_{12} и P_{21} главных состояний среднего уровня готовят начальные условия в виде граничных функций для дифференциальных уравнений верхнего уровня. Верхний уровень в нашей задаче представлен только одним центральным звеном. В ответ центральное звено "11" формирует слагаемые предельных переходов, когда бункер пуст или полон. Таких слагаемых четыре: по одному слагаемому на каждое звено среднего уровня. Следовательно, к решению дифференциальных уравнений звеньев главных состояний среднего уровня можно приступить, если получено решение для центрального звена "11". Нижний уровень готовит начальные условия для среднего уровня, который формирует слагаемые предельного перехода для нижнего уровня. Такой принцип взаимодействия математических моделей различных уровней сохраняется и в более сложных АЛ.

Разработанный метод решения дифференциальных уравнений для центрального звена "11" АЛ структуры "3×2" планируется распространить и на более сложные структуры "4×3", "5×4" и т. д. Так, например, центральное звено "111" АЛ структуры "4×3" имеет математическую модель вида:

$$-\frac{\partial p_{1.111}}{\partial x} = -a_1p_{1.111} + b_1p_{2.111} + c_1p_{3.111} + d_1p_{4.111};$$

$$\frac{\partial p_{2.111}}{\partial x} - \frac{\partial p_{2.111}}{\partial y} = a_2p_{1.111} - b_2p_{2.111} + $$
$$+ c_2p_{3.111} + d_2p_{4.111};$$

$$\frac{\partial p_{3.111}}{\partial y} - \frac{\partial p_{3.111}}{\partial z} = a_3p_{1.111} + b_3p_{2.111} - $$
$$- c_3p_{3.111} + d_3p_{4.111};$$

$$\frac{\partial p_{4.111}}{\partial z} = a_4p_{1.111} + b_4p_{2.111} + c_4p_{3.111} - d_4p_{4.111},$$

где коэффициенты связаны между собой соотношениями: $a_1 = a_2 + a_3 + a_4$; $b_2 = b_1 + b_3 + b_4$; $c_3 = c_1 + c_2 + c_4$; $d_4 = d_1 + d_2 + d_3$, а сами функции удовлетворяют дополнительным условиям: $\partial p_{1.111}/\partial x = \partial p_{2.111}/\partial x$; $\partial p_{2.111}/\partial y = \partial p_{3.111}/\partial y$; $\partial p_{3.111}/\partial z = \partial p_{4.111}/\partial z$, аналогичным условиям (7), поэтому есть надежда, что будет получено решение и для приведенной системы дифференциальных уравнений.

Выполнен полный контроль разработанного метода решения дифференциальных уравнений для АЛ структуры "3×2", чтобы, во-первых, убедиться в его правильности, во-вторых, знать, каких трудностей следует ожидать при попытке распространить метод на АЛ более сложных структур.

Выводы

1. Разработан метод решения системы дифференциальных уравнений (3)÷(5) с частными производными для центрального звена "11" АЛ, состоящих из трех участков равной производительности и двух бункеров между ними (структура "3×2") без учета совместных отказов участков (надежность бункеров принимается равной 1). Основой для создания метода послужили установленные равенства (7) частных производных различных функций по одной и той же независимой переменной, которые показывают, что законы распределения деталей по уровням в одном и том же бункере при увеличении деталей и их расходовании описываются одним тем же дифференциальным уравнением.

2. Решение для центрального звена "11" позволяет получить аналитическое решение для всей АЛ структуры "3×2" в целом и заменить приближенные решения.

3. Метод представляет серьезный научный вклад в создание математических основ исследования производительности и надежности АЛ и будет полезен фирмам, научно-исследовательским институтам и проектным организациям, связанным с разработкой, исследованием и эксплуатацией автоматических линий.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Горчев В. С.** Метод расщепления для анализа систем дифференциальных уравнений при исследовании надежности и производительности автоматических линий с накопителями деталей // Вестник машиностроения. 2002. № 10. С. 36—40.

2. **Горчев В. С.** Метод преобразования числовых значений в аналитические функции для исследования автоматических линий с накопителями деталей // Вестник машиностроения. 2003. № 2. С. 48—54.

УДК 681.51:621.91.02

А. А. КОБЗЕВ, В. П. ЛЕГАЕВ, доктора техн. наук, Л. К. ГЕНЕРАЛОВ, канд. техн. наук (Владимирский ГУ), e-mail: kobzev@vlsu.ru

Использование моделируемых сигналов в системах автоматического управления процессом резания

Рассматривается метод формирования дополнительных корректирующих воздействий в системе автоматического управления станка с ЧПУ, позволяющий повысить точность регулирования выходных координат объекта управления, не охваченного обратной связью.

Ключевые слова: электромеханический привод, станок, резание, точность, коррекция.

Method of forming of additional correcting effects in the automatic control system of the NC machine tool is considered. The method allows improve the control accuracy of output coordinates of the control object, no placed by feedback.

Keywords: electromechanical drive, machine tool, cutting, accuracy, correction.

Показатели качества управления систем автоматического управления (САУ) технологических систем наиболее эффективно обеспечиваются при постоянных возмущающих воздействиях. В станочных системах это затруднено, поскольку обработка резанием связана с изменением силовых и температурных факторов, возникновением вибраций и ударов, которые оказывают существенное влияние на динамические показатели качества процесса. Поэтому возникает необходимость в дополнительных управляющих или корректирующих воздействиях.

Для обеспечения автоматического управления в адаптивных системах используют устройства управления второго уровня, представляющие собой модель САУ для определения корректирующих воздействий. Сформированные модельные сигналы подаются в вычислительное устройство автоматической системы первого уровня, которая является реальной САУ замкнутого типа с числовым программным управлением. Данный подход использовали на практике [1], но для формирования корректирующих сигналов применяли операционные усилители и другие электронные устройства аналогового типа, что сужало диапазон и точность регулирования.

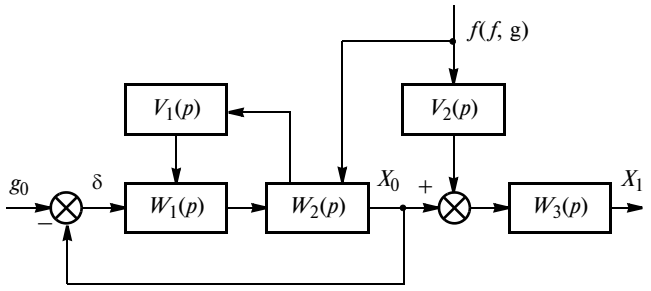


Рис. 1. Структурная схема однокоординатного привода

Рассмотрим на структурном уровне принципиальную возможность компенсации возмущающих воздействий объекта управления с помощью аналитических моделей. В металлорежущих станках объектом управления является процесс резания и для определения его характеристик используют датчики обратной связи приводов продольного и поперечного перемещений, которыми могут являться датчики скорости или момента. При модельном управлении датчики имеют двойное назначение и используются дополнительно как источники входных сигналов для модели процесса резания, формирующей дополнительное корректирующее воздействие, подаваемое в систему управления.

Сформируем дополнительную составляющую для однокоординатного привода, управляющего координатой продольного перемещения X. Спроецируем все возмущения от процесса резания и технологической системы на координату X согласно правилу Вознесенского [2]. Структурная схема САУ по одной координате приведена на рис. 1. Выделим три блока прямого контура: $W_1(p)$ — передаточная функция, включающая в себя усилитель и систему управления; $W_2(p)$ — передаточная функция механической передачи, для станков токарной группы с ЧПУ используют, как правило, зубчатые, винтовые, ременные и другие передачи; $W_3(p)$ — объект управления (процесс резания), который не охвачен главной обратной связью, назовем его свободным звеном; $V_1(p)$, $V_2(p)$ — передаточные функции привода по возмущению для охваченной и не охваченной главной обратной связью частей объекта; g_0, $f(f, g)$ — управляющее и возмущающее воздействия привода; X_1, X_0 — непосредственно регулируемая координата и ее промежуточное значение, охваченное в САУ главной обратной связью; δ — ошибка системы.

Представим возмущающее воздействие как функцию двух параметров — управляющего воздействия, задающего подачу и скорость резания, и возмущающего воздействия, зависящего от условий контактного взаимодействия инструмента и заготовки, свойств материалов заготовки и резца, состояния их поверхностей. К составляющей внешнего возмущения отнесем силовое межкоординатное взаимодействие со стороны других координат привода [3].

Рассмотрим формирование выходной координаты системы. Предположим, что система линейна, следовательно, справедлив принцип суперпозиции. Представим САУ в виде двух последовательно соединенных систем — контура, охваченного обратной связью, включающего в себя двигатель с САУ, и свободного звена, представляющего собой процесс резания. Для упрощения записи возмущение $f(f, g)$ будем записывать как f.

Тогда выходная координата системы управления, показанная на рис. 1, имеет вид:

$$X_1(p) = [X_0(p) + V_2(p)]\,W_3(p)f(p). \qquad (1)$$

Здесь $X_0(p) = \dfrac{W(p)}{1 + W(p)}g_0(p) + \dfrac{W_0(p)}{1 + W_0(p)}f(p)$, где $W(p) = W_1(p)W_2(p)$; $W_0(p) = V_1(p)W_1(p)W_2(p)$.

Ошибка САУ определяется выражением

$$\delta(p) = \left[\frac{1}{1 + W(p)}g_0(p) + \frac{W_0(p)}{1 + W_0(p)}f(p)\right]W_3(p) + \\ + V_2(p)W_3(p)f(p). \qquad (2)$$

Представим ошибку в системе, определяемой уравнением (2), в виде двух составляющих, одна из которых $\delta(p)$, определяется звеном, охваченным обратной связью, а другая — $\Delta\delta(p)$ — свободным звеном:

$$\delta(p) = \delta_0(p) + \Delta\delta(p), \qquad (3)$$

где $$\delta_0(p) = \frac{1}{1 + W(p)}g_0(p) + \frac{V_1(p)}{1 + W_д(p)}f(p); \qquad (4)$$

$$\Delta\delta(p) = X_0(p)[1 + V_2(p)W_3(p)f(p)]. \qquad (5)$$

Как видно из формулы (5), ошибка, вызываемая свободным звеном, не зависит от управляющего воздействия и может быть компенсирована инвариантными средствами.

Для систем программного управления и следящих систем с медленно изменяющимися параметрами входного и возмущающего воздействий компенсация может быть выполнена в следующей постановке. Имеется система с номинальным управлением $g_0(p)$ и возмущением $f(f, g)$ на выходе. Необходимо устранить ошибку, обусловленную свободным звеном. Для этого организуем управление на основе третьей и четвертой форм инвариантности, которое предусматривает формирование дополнительного управления Δg для компенсации составляющей ошибки $\Delta\delta(p)$. Представим суммарный

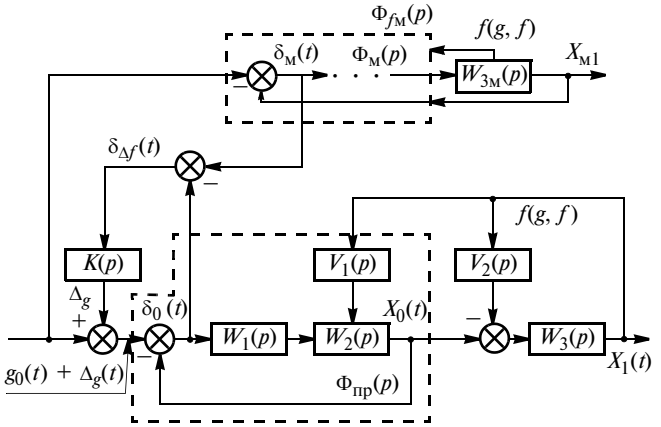


Рис. 2. Структурная схема САУ с корректирующей моделью

сигнал, поступающий на свободное звено, в виде двух составляющих — возмущения $f_0(p)$, соответствующего воздействию выходной координаты $x_0(p)$, и дополнительного возмущения $\Delta f(p)$, определяемого свободным звеном. Тогда функции управления и возмущения имеют вид:

$$\left.\begin{aligned} g_1(p) &= g_0(p) + \Delta g(p); \\ f_1(p) &= f_0(p) + \Delta f(p). \end{aligned}\right\}$$

Для компенсации дополнительного возмущения условие четвертой формы инвариантности запишем в виде: $L(p)\Delta f(p) - B(p)\Delta g(p) = 0$, где $L(p)$, $B(p)$ — операторные многочлены, определяемые на основе уравнений (1)—(5) при их записи в строчной форме.

Выполнение условий четвертой формы инвариантности для компенсации $\Delta f(p)$ возможно в следующих вариантах: формирование дополнительного полинома $B(p)$ при выбранном $\Delta g(p)$; формирование дополнительного управления Δg при выбранном $B(p)$ и выбор произведения $B(p)\Delta g(p)$.

С точки зрения технической реализации целесообразно вводить дополнительное управление по первому варианту, которое при выбранной функции $B(p)$ определяется из условия: $\Delta g\,(p) = L(p)\Delta f(p)/B(p)$.

Возможность учета динамики свободного звена и формирование дополнительной составляющей в управляющем воздействии с помощью модели включает в себя все звенья прямого тракта, в том числе и свободное звено. Структурная схема системы с корректирующей моделью приведена на рис. 2. Для наглядности на схеме использована комбинированная система обозначений. Передаточные функции звеньев имеют традиционное обозначение, управляющее воздействие, регулируемые координаты и ошибки представлены во временной области. Передаточные функции модели запишем в виде: $\Phi_м(p) = \dfrac{W_м(p)}{1 + W_м(p)}$; $\Phi_{fм}(p) = \dfrac{W_{0м}(p)}{1 + W_{0м}(p)}$.

Составляющие ошибки модели прямого контура и системы без свободного звена определяются как:

$$\left.\begin{aligned} \delta_м(p) &= \delta_{мg0}(p) + \delta_{мf0}(p) + \delta_{м\Delta f}(p); \\ \delta(p) &= \delta_{g0}(p) + \delta_{f0}(p). \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

Здесь $\delta_{мg0}(p) = \dfrac{1}{1 + W_1(p)W_2(p)W_3(p)} g_0(p)$ — ошибка модели замкнутой системы при отсутствии возмущающих воздействий; $\delta_{мf0}(p) = \dfrac{W_1(p)W_2(p)W_3(p)}{1 + W_1(p)W_2(p)W_3(p)} f_0(p)$ — ошибка модели замкнутой системы от действия возмущающего воздействия технологической системы; $\delta_{м\Delta f}(p) = \dfrac{W_1(p)W_2(p)W_3(p)}{1 + W_1(p)W_2(p)W_3(p)} \Delta f(p)$ — ошибка модели замкнутой системы от действия возмущающего воздействия, обусловленного процессом резания; $\delta_{g0}(p) = \dfrac{1}{1 + W_1(p)W_2(p)} g_0(p)$ — ошибка реальной системы от управляющего воздействия; $\delta_{f0}(p) = \dfrac{1}{1 + W_1(p)W_2(p)} f_0(p)$ — ошибка реальной системы, обусловленная возмущающим воздействием.

Дополнительная составляющая в управляющем воздействии формируется на основе разности сигналов ошибки модели и системы: $\Delta g(p) = \delta_м(p) - \delta(p)$

С учетом того, что составляющие ошибок по управлению и заданному возмущению в основном контуре и модели одинаковы, а также обращаясь к составляющим ошибок согласно уравнениям (6), получим: $\Delta\delta_м(p) = \delta_{м\Delta f}(p)$.

В результате ошибка от дополнительно возмущения трансформируется в дополнительное управление. Передаточная функция основного контура по управляющему воздействию с астатизмом первого порядка определяется выражением $\Delta\delta_м(p) = \Delta g C_0$, где C_0 — коэффициент ошибки по первой составляющей.

Так как рассматриваемый класс систем имеет астатизм первого порядка по управляющему воздействию, то этот коэффициент равен нулю. Следовательно, дополнительное управление отрабатывается полностью. В результате имеем: $\Delta\delta_{м\Delta f}(p) = \Delta g C_0 = 0$.

Возможна более простая структура. Если рассматривается реальная система, то нет необходимости моделировать основной контур, достаточно взять выходную координату системы без свободного звена и подать ее на модель.

Если дополнительное возмущение изменяется с постоянной скоростью, то следует ввести инвариантный вход по первой производной от него и подать сигнал модели в основной контур реального привода, суммируя с сигналом обратной связи, как показано на рис. 2. Передаточная функция этого звена в простейшем случае имеет вид: $\varphi(p) = 1/K_V$, где K_V — добротность системы по скорости.

Таким образом, указанные приемы позволяют путем введения дополнительных корректирующих воздействий устранять негативные последствия, вызываемые свободным звеном.

Рассмотрим критерии и алгоритмы формирования дополнительных составляющих ошибки привода вносимых дополнительным звеном [4]. Ошибку по возмущающему воздействию представим в виде ряда:

$$\Delta\delta_{\text{м}}(t) = \Delta\delta_{\text{мс}}(t) + \Delta\delta_{\text{мк}}(t) + \Delta\delta_{\text{мд}}(t), \qquad (7)$$

где $\delta_{\text{мс}}$, $\delta_{\text{мк}}$, $\delta_{\text{мд}}$ — соответственно статическая, кинематическая и динамическая ошибки по возмущению.

Для удобства опустим при настоящем рассмотрении символ Δ при составляющих ошибки. Ряд (7) можно представить в виде: $\delta_{\text{м}}(t) = C_{\text{м}0}f_0 + C_{\text{м}1}f'(t) + C_{\text{м}2}f''(f) + \ldots$, где $C_{\text{м}i}$, $i = 1; 2; \ldots$ — коэффициенты ошибок по возмущению, определяются параметрами привода.

Введем для оценки точности условную ошибку:

$$\delta_{\text{м}}^2(t) = \lambda_1\delta_{\text{мс}}^2(t) + \lambda_2\delta_{\text{мк}}^2(t) + \lambda_3\delta_{\text{мд}}^2(t) + \ldots . \qquad (8)$$

Ряд (8) ограничим тремя членами, соответствующими вариантам изменения закона возмущающего воздействия, при постоянных скоростях и ускорениях. Представим их как интегральные квадратичные функции от соответствующих составляющих ряда (7) [5]:

$$\left.\begin{aligned} \delta_{\text{мс}}^2(t) &= \beta_0\int_0^t\delta_{\text{мс}}^2(t)\mathrm{d}t; \\ \delta_{\text{мк}}^2(t) &= \beta_1\int_0^t\delta_{\text{мк}}^2(t)\mathrm{d}t; \\ \delta_{\text{мд}}^2(t) &= \beta_2\int_0^t\delta_{\text{мд}}^2(t)\mathrm{d}t. \end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

Для рассматриваемой совокупности минимизацию каждой составляющей ряда (8) с учетом выражений (9) можно обеспечить формированием эквивалентной составляющей управляющего воздействия U_0, U_1, U_2 при выполнении условий:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial\delta_{\text{мс}}^2(t, U_0)}{\partial U_0} &= \beta_0\int_0^{t_i}\delta_{\text{мс}}(t, U_0)\frac{\partial\delta_{\text{мс}}(t, U_0)}{\partial U_0}\mathrm{d}t = 0; \\ \frac{\partial\delta_{\text{мк}}^2(t, U_1)}{\partial U_1} &= \beta_1\int_0^{t_i}\delta_{\text{мк}}(t, U_1)\frac{\partial\delta_{\text{мк}}(t, U_1)}{\partial U_1}\mathrm{d}t = 0; \\ \frac{\partial\delta_{\text{мд}}^2(t, U_2)}{\partial U_2} &= \beta_2\int_0^{t_i}\delta_{\text{мд}}(t, U_2)\frac{\partial\delta_{\text{мд}}(t, U_2)}{\partial U_2}\mathrm{d}t = 0. \end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

Анализируя выражения (10), полагаем, что переменными являются только параметры U_i, где $i = 0$; 1; 2, поэтому можно записать: $\dfrac{\partial\delta_{\text{мс}}(t, U_0)}{\partial U_0} = p_0X$; $\dfrac{\partial\delta_{\text{мк}}(t, U_1)}{\partial U_1} = p_1V$; $\dfrac{\partial\delta_{\text{мд}}(t, U_2)}{\partial U_2} = p_2\varepsilon$.

Ошибки ряда (7) определяются как:

$$\left.\begin{aligned} \delta_{\text{мс}}(t) &= C_{\text{м}0}K_{\text{м}x}g_n = \beta_0g_n; \\ \delta_{\text{мк}}(t) &= C_{\text{м}1}K_{\text{м}x}V_n = \beta_1V_n; \\ \delta_{\text{мд}}(t) &= C_{\text{м}2}K_{\text{м}x}\varepsilon_n = \beta_2\varepsilon_n, \end{aligned}\right\} \qquad (11)$$

где $K_{\text{м}x}$ — передаточная функция по ошибке от возмущения, действующего на исходную систему.

Формирование корректирующих поправок для закона управления выполняется методом последовательных приближений. Изменение параметров можно полагать пропорциональным изменению самой функции, тогда алгоритмы контуров формирования корректирующих сигналов имеют вид:

$$\left.\begin{aligned} \Delta g_0 &= \upsilon_0\int_0^{t_i}\delta_{\text{мс}}(t, U_0)g_n\mathrm{d}t; \\ \Delta g_1 &= \upsilon_1\int_0^{t_i}\delta_{\text{мк}}(t, U_1)V_n\mathrm{d}t; \\ \Delta g_2 &= \upsilon_2\int_0^{t_i}\delta_{\text{мд}}(t, U_2)\varepsilon_n\mathrm{d}t. \end{aligned}\right\} \qquad (12)$$

Рассмотрим особенности реализации условий формирования U_i при детерминированных стационарных управляющих воздействиях.

Управляющее воздействие $g(f) = g_1 = \text{const}$:

$$U_0 = \upsilon_0\int_0^{t_i}\delta_{\text{мс}}g_1\mathrm{d}t \text{ или } U_0^* = \upsilon_0^*\int_0^{t_i}\delta_{\text{мс}}\mathrm{d}t, \qquad (13)$$

где $\upsilon_0^* = \upsilon_0\beta_0$.

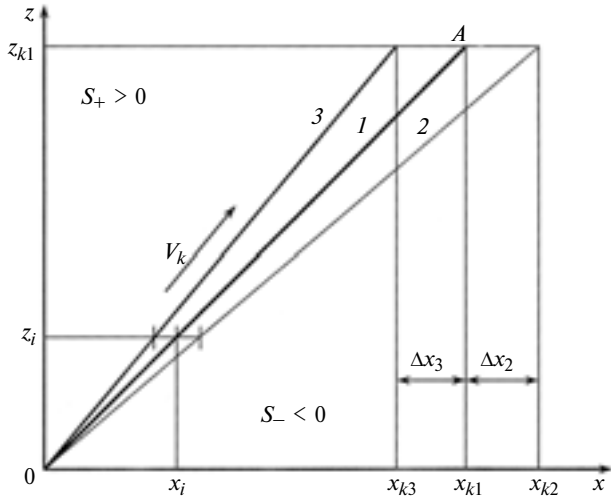


Рис. 3. Траектория точки при линейной интерполяции

Управляющее воздействие $g(t) = V_1 t$, $V_1 = \text{const}$:

$$U_1 = v_1 \int_0^{t_j} \delta_{\text{мк}}(t) V_1 \mathrm{d}t. \qquad (14)$$

Если корректирующую поправку формировать как поправку координаты задания, то имеем:

$$U_1^* = v_1^* \int_0^{t_j} \int_0^{t_j} \delta_{\text{мк}}(t)(\mathrm{d}t)^2. \qquad (15)$$

где $v_1^* = v_1 \beta_1$.

Управляющее воздействие $g(t) = \varepsilon_1 t^2/2$, $\varepsilon_1 = \text{const}$:

$$U_2 = v_2 \int_0^{t_k} \delta_{\text{мд}}(t) \varepsilon_1 \mathrm{d}t. \qquad (16)$$

Аналогично предыдущему составляющая поправка в задании координаты имеет вид:

$$U_2^* = v_2^* \int_0^{t_k} \int_0^{t_k} \int_0^{t_k} \delta_{\text{мд}}(t)(\mathrm{d}t)^3. \qquad (17)$$

где $v_2^* = v_2 \beta_2$.

Дополнительная составляющая, сформированная по алгоритмам согласно формулам (12)—(17), обеспечивает выполнение условия четвертой формы инвариантности.

Рассмотрим реализацию дополнительного управления в САУ, включающую в себя свободное звено. Управление может быть выполнено двумя способами. Первый способ заключается в возможности парирования накопленной погрешности введением дополнительного управления по алгоритмам (11). Для этого дополнительная составляющая формируется непосредственно на стадии разложения программной траектории на координатные составляющие управляющего воздействия, например X и Z. В этом случае степень астатизма корректирующего звена с передаточной функцией $K(p)$ не зависит от степени астатизма управляющего воздействия.

При движении по прямолинейной траектории и линейной интерполяции G01 требуется организовать программное управление движением из точки O в точку A, как показано на рис. 3. При отклонении фактической траектории от программной в точки *2* или *3* следует перевести программу на соответствующие траектории *2* или *3*, но в процессе движения вернуться к траектории OA. Для этого воспользуемся методом интерполяции, основанным на оценочной функции (ОФ), который получил наибольшее распространение в устройствах с ЧПУ [6].

Метод ОФ основан на первичном использовании аналитической записи траектории в виде определенной функции. Для организации управления вдоль заданной линии $Z = f(X)$ отыскивается такая функция S, которая удовлетворяет условиям: 1) делит плоскость одного квадранта, где организуется управление, например XOZ, на две подплоскости S_+ и S_-; 2) в подплоскости S_+ функция $S > 0$; 3) в подплоскости S_- функция $S < 0$; 4) на заданной траектории функция $S = 0$.

В качестве ОФ берется разность идеальной функции Z и текущей, получаемой при ее разложении на управляющие функции, при одном и том же значении аргумента (см. рис. 3, прямая *1*). Алгоритм предусматривает движение шагами по каждой координате в зависимости от знака ОФ в сторону, приближающуюся к идеальной траектории. В области всех значений аргументов это предусматривает вычисление ОФ, определение ее знака и в зависимости от этого формирование приращений Δx и Δz. На частоте f_0 определяется новое значение ОФ:

$$\left.\begin{aligned} U_{i+1,j}[nT_0] &= U_{i,j}[(n-1)T_0] \pm (Z_a \pm \Delta Z) \\ &\text{при шаге по оси } Z; \\ U_{i+1,j}[nT_0] &= U_{i,j}[(n-1)T_0] \pm (X_a \pm \Delta X) \\ &\text{при шаге по оси } X, \end{aligned}\right\} \qquad (18)$$

где знаки X_a и Z_a определяются квадрантом.

Условия выполнения элементарных координатных приращений можно представить в виде:

$$\left.\begin{aligned} \Delta z_{j+1}[nT_0] &= \begin{cases} 1 \,\forall\, U_{i,j+1} \vee U_{i+1,j} < 0; \\ 0 \,\forall\, U_{i,j+1} \vee U_{i+1,j} > 0; \end{cases} \\ \Delta z_{j+1}[nT_0] &= \begin{cases} 1 \,\forall\, U_{i,j+1} \vee U_{i+1,j} < 0; \\ 0 \,\forall\, U_{i,j+1} \vee U_{i+1,j} > 0, \end{cases} \end{aligned}\right\} \qquad (19)$$

где i, j — числа предыдущих приращений соответственно по осям X и Z.

На частоте $1/T_к$ интерполяционные импульсы передаются на узел формирования управляющего воздействия.

Из выражений (18) и (19) следует: 1) в формировании приращений используются только значения координат конечной точки (X_a, Z_a), задаваемые в программе и являющиеся для данного участка константами; 2) для изменения траектории достаточно изменить значение одной из координат конечной точки — аргумента, причем независимо от метода интерполяции; 3) в силу принципа разложения заданного контура на управляющие воздействия и двухчастотного преобразования вектора положения автоматически изменяются проекции вектора скорости; 4) при неизменной траектории в процессе выполнения технологической операции достаточна разовая коррекция параметра X_a или Z_a.

Существуют различные модификации этих методов интерполяции, например, с большими и малыми шагами, с переменным шагом, с выделением крутых и пологих участков. Однако существование принципа адаптации путем изменения координат конечной точки при этом сохраняется.

Траектории точки при круговой интерполяции (G02, G03) показаны на рис. 4. Приведем пример движения точки по часовой стрелке (G02) в первом квадранте. При переходе на другую траекторию (программу), например на траектории *2* или *3*, следует изменять текущее значение координаты функции: для Z_j при переходе на траекторию *2* изменение составит Δx_{i2}, при переходе на траекторию *3* — Δx_{i3}.

При работе по методу ОФ новые значения находим по формулам:

$$\left.\begin{aligned} V_{i+1,j}[nT_0] &= V_{i,j}[(n-1)T_0] \pm \\ &\pm 2(x_i \pm \Delta x_i)[(n-1)T_0] + 1; \\ V_{i,j+1}[nT_0] &= V_{i,j}[(n-1)T_0] \pm \\ &\pm 2(z_j \pm \Delta z_j)[(n-1)T_0] + 1, \end{aligned}\right\} \quad (20)$$

где знаки перед вторым слагаемым определяются квадрантом и воздействием движения.

В зависимости от знака ОФ приращения формируются в соответствии с логическими уравнениями:

$$\left.\begin{aligned} \Delta x_{i+1}[nT_0] &= \begin{cases} 1 \forall U_{i,j+1} \vee U_{i+1,j} < 0; \\ 0 \forall U_{i,j+1} \vee U_{i+1,j} > 0; \end{cases} \\ \Delta z_{j+1}[nT_0] &= \begin{cases} 1 \forall U_{i+1,j} \vee U_{i,j+1} < 0; \\ 0 \forall U_{i+1,j} \vee U_{i,j+1} > 0, \end{cases} \end{aligned}\right\} \quad (21)$$

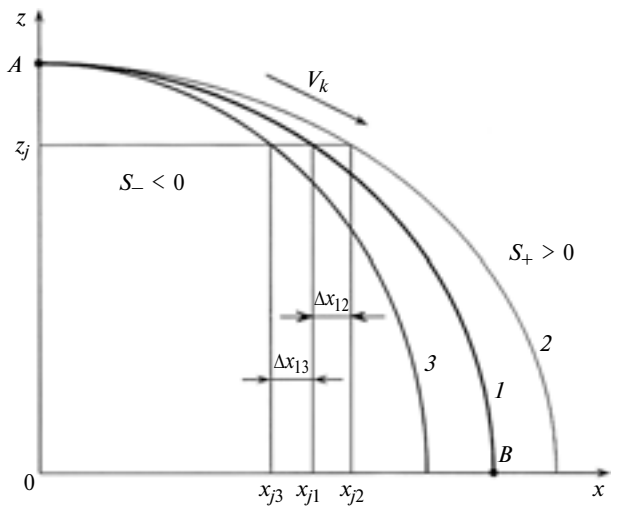


Рис. 4. Траектории точки при круговой интерполяции

Из выражений (20), (21) следует, что в отличие от линейной интерполяции здесь для формирования приращений используются текущие координаты X_i, Z_j и дополнительная константа. Особенности линейной интерполяции относятся и к круговой. В интерполяторах, работающих по методу ОФ, изменяются выражения (20) для определения текущего значения оценочной функции. Однако первичными и единственно новыми параметрами являются текущие координаты программной точки, по которым корректируется программное движение.

Таким образом, коррекция программного управления сводится к коррекции значения одной из координат конечной точки при движении по прямолинейному отрезку и коррекции текущего значения одной из координат при движении по дуге окружности, гиперболе, параболе и эллипсу. Причем эта коррекция носит разовый характер при неизменной фактической траектории.

Отметим особенности реализации технологических операций, выполняемых с постоянной или медленно изменяющейся скоростью. В этом случае составляющая моментной скоростной ошибки, обусловленной отклонениями программной и фактической траекторий, может быть получена путем вычитания из текущей ошибки детерминированных составляющих — кинематической $\delta_{ку}$ по управляющему воздействию и статической $\delta_{см}$ по возмущающему воздействию: $\delta_{км}(t) = \delta_{\Sigma}(t) - \delta_{ку}(t) - \delta_{см}(t)$, которые в свою очередь определяются как $\delta_{ку}(t) = V/K_V$; $\delta_{см}(t) = M/K_M$, где K_V и K_M — добротности привода по скорости и моменту.

Реализация их в устройствах ЧПУ как NC, так и CNC не представляет каких-либо затруднений. Эти процедуры следует выполнять по одной координате или функции при управлении в плоскости и по двум при управлении в пространстве.

Выполнение коррекции при движении по прямолинейному участку в плоскости происходит путем дополнительного управления Δg_x и изменением значений координаты конечной точки X_a, используемой в процедурах по выражениям (18) при получении интерполяционных импульсов. Новое значение определяется формулой $X_a^* = X_a \pm \Delta X_a$, где знак "+" или "−" определяется знаком моментной минимизируемой ошибки.

При использовании самого алгоритма адаптации дополнительная составляющая имеет вид:

$$\Delta X_a[aT_a] = \begin{cases} \sum\limits_{a=1}^{1} \delta_{\text{км}}[kT_{\text{с}}] \cdot l[aT_a] \forall \delta_{\text{км}} > 0; \\ -\sum\limits_{a=1}^{1} \delta_{\text{км}}[kT_{\text{с}}] \cdot l[aT_a] \forall \delta_{\text{км}} < 0, \end{cases} \quad (22)$$

где l — число шагов до выполнения условия $\delta_{\text{км}} = 0$.

Здесь частота T_a определяет частоту изменения X_a в соответствующем регистре интерполятора, а значение ошибки $\delta_{\text{км}}$ определяет коэффициент цифрового интегрирования в части формирования дополнительной составляющей X_a.

Для реализации в выражении (22) вместо $\delta_{\text{км}}$ можно взять коэффициент интегрирования, равный M и постоянный. Причем необходимо выполнение условия $M \leqslant K_{\text{у}}$. Тогда

$$\Delta g_x[mT_a] = \begin{cases} \sum\limits_{m=1}^{1} M \cdot l[mT_a] \forall \delta_{\text{км}} > 0; \\ -\sum\limits_{m=1}^{1} M \cdot l[mT_a] \forall \delta_{\text{км}} < 0. \end{cases} \quad (23)$$

Частота T_a зависит от быстродействия следящих приводов и может быть оценена по полосе его пропускания в соответствии с формулой Шеннона. Применительно к данной ситуации это требование запишем:

$$T_a \ll F_{\text{с}};$$

$$F_{\text{с}} = \omega_n \log 2\left(1 + \frac{P_{\text{с}}}{P_{\text{ш}}}\right) \approx \omega_n \log 2 \frac{\delta_{\text{мк}}^2}{\delta_0^2}, \quad (24)$$

где ω_n — полоса пропускания следящего привода по каналу управления; $P_{\text{с}}$ — мощность полезного сигнала, в данном случае максимальное значение ошибки $\delta_{\text{мк}}$, рекомендуется $\delta_{\text{мк}} \leqslant (0{,}2 \div 0{,}3)\sigma_{\text{ку}}$; $P_{\text{ш}}$ — мощность шума, в данном случае определяется единицей дискреты по положению δ_0.

Следует подчеркнуть, что процедуры коррекции X_a и формирования интерполяционных импульсов выполняются параллельно.

При движении по дуге окружности коррекция текущей координаты изменяется по формуле $X_i^* = X_i \pm \Delta X_i$, а ΔX_1 — по зависимостям (23) или (24). Параллельно формируются интерполяционные импульсы согласно формулам (20) и (21). Реализации коррекции базовых значений X_a и Y_a в аппаратных (NC) и программных (CNC) устройствах ЧПУ для случая прямолинейной и круговой интерполяции выполняются с использованием компьютера по указанным алгоритмам.

Выводы

На структурном уровне показана принципиальная возможность повышения точности токарной обработки для приводов, в которых регулируемые координаты свободного звена не охватываются главной обратной связью. Получены выражения для формирования дополнительной составляющей в управляющем воздействии для компенсации погрешностей обработки, вносимых звеном, не охваченным обратной связью. В предложенной структуре возмущающее воздействие трансформируется в дополнительное управление. При этом для рассматриваемого типа приводов с астатизмом первого порядка по управляющему воздействию ошибка от постоянно действующего возмущения равна нулю. Для компенсации ошибки от возмущения, изменяющегося с постоянной скоростью, сигнал с модели свободного звена через дифференцирующее звено вводится во внутренний контур привода. Предложенные критерии и алгоритмы формирования дополнительного управления позволяют повысить качественные характеристики приводов и точность выполнения технологических операций без дополнительных устройств.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Адаптивное** управлении станками / Под ред. Б. С. Балакшина. М.: Машиностроение, 1973. 688 с.
2. **Бессекерский В. А., Попов Е. И.** Теория систем автоматического управления. Изд-во "Профессия", 2003. 752 с.
3. **Кобзев А. А. Генералов Л. К.** Модельное управление точностью обработки резанием // Вестник машиностроения. 2009. № 12. С. 27—30.
4. **Кобзев А. А.** Адаптация управляющего воздействия в приводах сборочного робот // Известия вузов. Электромеханика. 1991. № 12. С. 73—79.
5. **Кедров С. С.** Колебания металлорежущих станков. М.: Машиностроение, 1978. 199 с.
6. **Кобзев А. А.** Коррекция программного движения в системах управления сборочными роботами // Известия вузов. Приборостроение. 1992. № 3, 4. С. 15—20.

УДК 629.9.01

А. Л. ВОРОНЦОВ, д-р техн. наук (МГТУ им. Н. Э. Баумана), Н. М. СУЛТАН-ЗАДЕ, д-р техн. наук (МГИУ),
А. Ю. АЛБАГАЧИЕВ, д-р техн. наук (МГУПИ), А. И. САВКИН, e-mail: vestmash@mashin.ru

Разработка новой теории тепловых процессов резания. 5. Общий математический аппарат теплофизики резания. Часть 2*

Основные математические уравнения, необходимые для построения теории тепловых процессов резания, рассмотрены в условиях теплопередачи на адиабатической и изотермической поверхностях; приведена методика учета реальной формы резца.

Ключевые слова: теплофизика резания, тепловые процессы, теплопередача, источник тепла.

In the paper the fundamental mathematical equations, necessary for construction the theory of thermal cutting processes, were considered in the conditions of heat-transfer on adiabatic and isothermal surfaces. The accounting procedure of true form of the cutter is presented.

Keywords: cutting thermal physics, thermal processes, heat-transfer, heat source.

Рассмотрим несколько примеров отражения источников теплоты, результаты которых будем далее использовать для анализа процесса резания.

Пусть в полупространстве *1* (рис. 24), которому принадлежит точка *C* и которое ограничено адиабатической граничной поверхностью, совпадающей с осью *x*, действует реальный источник $И_р$ теплоты. Тепловой поток, движущийся от этого источника в каком-либо направлении в сторону граничной поверхности, достигнет последней, например, в точке *A* и в силу условия нетеплопроводности границы должен повернуть и двигаться далее в направлении оси *x* к точке *B*.

Добавим к полубесконечному телу *1* зеркально расположенное полупространство *2* так, чтобы образовалось единое неограниченное теплопроводящее тело. В таком теле граничная адиабатическая поверхность, совпадающая с осью *x*, исчезнет. Поэтому, если реальный источник $И_р$ действует в неограниченном теле, то тепловой поток $q_р$ свободно пересечет условную плоскость с координатой $y = 0$, находящуюся внутри неограниченного тела, и будет продолжать двигаться дальше в том же направлении. При этом условие адиабатичности для плоскости $y = 0$ будет нарушено.

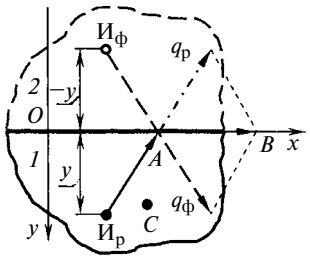


Рис. 24. Схема к объяснению принципа отражения источников теплоты на примере полупространства с адиабатической поверхностью

Для восстановления исходного состояния в теле *1* поместим в теле *2* фиктивный источник $И_ф$ теплоты такой же мощности, как и реальный источник $И_р$, и расположенный симметрично относительно плоскости $y = 0$, т. е. на том же расстоянии от нее. Встречный тепловой поток $q_ф$ от фиктивного источника, складываясь векторно с тепловым потоком $q_р$, создает равнодействующую *AB*, имеющую то же направление вдоль оси *x*, что и в полупространстве *1* с адиабатической граничной поверхностью. Теперь уже условие адиабатичности для плоскости $y = 0$ (хотя она уже и не является граничной) будет обеспечено. Таким образом, в неограниченном теле создана система из двух частей, разделенных условной плоскостью $y = 0$, в каждой из которых теплота будет распространяться так же, как и в полуограниченном теле с нетеплопроводной граничной поверхностью и одним источником теплоты.

Следовательно, процесс распространения теплоты в полупространстве с адиабатической поверхностью можно представить как часть процесса в неограниченном теле, но с дополнительным источником $И_ф$. Поэтому температура $T_п$ ($И_р$)** любой точки *C* (*x*, *y*, *z*) полуограниченного тела с нетеплопроводной граничной поверхностью, обусловленная наличием реального источника теплоты, равна сумме температур в той же точке неограниченного тела, возникающих от реального и фиктивного источников:

$$T_п(И_р) = T_н(И_р) + T_н(И_ф). \qquad (161)$$

В силу симметрии очевидно, что на граничной поверхности $y = 0$ температуры от обоих источни-

* Продолжение. Начало см. "Вестник машиностроения" № 1÷12 за 2010 г. (далее В. М. 1—В. М. 12), продолжение — № 2 за 2011 г.

** Здесь и далее обозначения основных параметров резания, а также нумерация формул в цитатах приведены в соответствие с принятыми в данной серии статей.

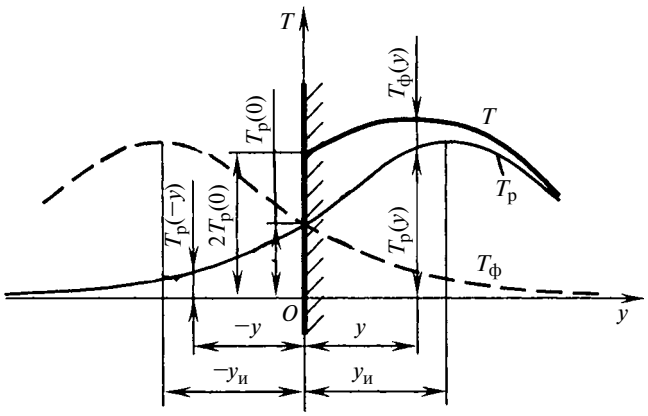


Рис. 25. Изменение температуры в полубесконечном теле с адиабатической граничной поверхностью

ков будут одинаковы, т. е. $T_н(И_р) = T_н(И_ф)$. Тогда из выражения (161) следует:

$$T_п(И_р) = 2T_н(И_р). \qquad (162)$$

Следовательно, температура адиабатической граничной поверхности полубесконечного тела равна удвоенной температуре соответствующей условной плоскости неограниченного тела. Таким образом, с физической точки зрения непроницаемость граничной плоскости для теплового потока в полубесконечном теле повышает ее температуру вдвое по сравнению с температурой той же плоскости в неограниченном теле.

Проиллюстрируем установленную закономерность с большей математической конкретизацией. Допустим, что в полубесконечном теле с адиабатической граничной поверхностью (рис. 25), расположенном справа от оси y, действует реальный точечный источник теплоты, расположенный в точке с координатами $x_и = 0$, $z_и = 0$ на некотором расстоянии $y_и$ от граничной поверхности $y = 0$. Тогда в соответствии с выражениями (154) и (155) (В. М. 12, с 72) температурное поле от него в неограниченном теле будет описываться формулой

$$T_р = \frac{Q}{\lambda\sqrt{a}(\sqrt{4\pi t})^3}\, e^{-[x^2 + (y - y_и)^2 + z^2]/(4at)}. \qquad (163)$$

На рис. 25 это поле показано сплошной линией средней толщины.

В плоскости y = 0

$$T_р(0) = \frac{Q}{\lambda\sqrt{a}(\sqrt{4\pi t})^3}\, e^{-[x^2 + y_и^2 + z^2]/(4at)}. \qquad (164)$$

Для того чтобы учесть адиабатичность имеющейся граничной поверхности, слева от нее на том же расстоянии, определяемом координатой $-y_и$, добавим фиктивный источник теплоты, температурное поле от которого в неограниченном теле показано штриховой линией и определяется формулой

$$T_ф = \frac{Q}{\lambda\sqrt{a}(\sqrt{4\pi t})^3}\, e^{-[x^2 + (y + y_и)^2 + z^2]/(4at)}. \qquad (165)$$

В результате температурное поле в полубесконечном теле с адиабатической граничной поверхностью будет определяться суммой полей (163) и (165):

$$T = \frac{Q}{\lambda\sqrt{4a}(\sqrt{4\pi t})^3}\, e^{-[x^2 + (y - y_и)^2 + z^2]/(4at)} + \frac{Q}{\lambda\sqrt{a}(\sqrt{4\pi t})^3}\, e^{-[x^2 + (y + y_и)^2 + z^2]/(4at)}. \qquad (166)$$

В плоскости $y = 0$

$$T(0) = 2\frac{Q}{\lambda\sqrt{a}(\sqrt{4\pi t})^3}\, e^{-[x^2 + y_и^2 + z^2]/(4at)} = 2T_р(0). \qquad (167)$$

Таким образом, на адиабатической границе имеет место уже установленное ранее удвоение температуры, обусловленной реальным источником теплоты. Следует отметить, что по мере удаления рассматриваемых точек интересующего нас полубесконечного тела от фиктивного источника его влияние на температуру в них резко уменьшается, что хорошо видно из рис. 25 для точек, расположенных правее $y_и$.

Рассмотрим важный для анализа процессов резания случай, когда реальный источник теплоты находится на самой адиабатической границе, т. е. имеет координату $y_и = 0$. Тогда из выражения (166) получим:

$$T = 2\frac{Q}{\lambda\sqrt{a}(\sqrt{4\pi t})^3}\, e^{-[x^2 + y^2 + z^2]/(4at)}. \qquad (168)$$

Подставив $y_и = 0$ в формулу (163), легко увидеть, что в этом случае $T = 2T_р$. Таким образом, *источник теплоты, расположенный на адиабатической поверхности полупространства, создает не только на границе, но и во всем полупространстве температуру, в 2 раза большую, чем такой же источник в неограниченном теле.*

Укажем, что если коэффициент теплопроводности материала полубесконечного (а на практике — достаточно большого по сравнению с размерами зоны тепловыделения) тела велик, как, например, у металлов, то пренебрежение теплообменом с окружающей средой (т. е. принятие условия адиабатичности) при определении температуры вызывает ошибку, не превышающую 5 % [1].

Теперь допустим, что на поверхности полупространства задано граничное условие ГУ1 в виде по-

стоянной температуры, условно принятой за начало отсчета, т. е. $T_S = 0$. Для того чтобы получить на поверхности $y = 0$ (см. рис. 24) в неограниченном теле температуру $T = 0$, надо нагрев источником $И_р$ компенсировать фиктивным стоком $И_ф$ теплоты (т. е. охлаждением), имеющим ту же мощность, но с отрицательным знаком (иногда стоки теплоты называют отрицательными источниками теплоты [2]). Значит, при изотермической граничной поверхности

$$T_п(И_р) = T_н(И_р) - T_н(И_ф). \qquad (169)$$

Следовательно, в случае изотермической граничной поверхности надо мысленно создать систему из зеркально расположенных реального источника $И_р$ и фиктивного стока $И_ф$. Аналогично выражению (166) математически это можно конкретизировать в виде:

$$T = \frac{Q}{\lambda\sqrt{a}(\sqrt{4\pi t})^3}\, e^{-[x^2 + (y - y_и)^2 + z^2]/(4at)} - \frac{Q}{\lambda\sqrt{a}(\sqrt{4\pi t})^3}\, e^{-[x^2 + (y + y_и)^2 + z^2]/(4at)}. \qquad (170)$$

Очевидно, что по выражению (170) на поверхности $y = 0$ в неограниченном теле получим температуру $T = 0$.

Рассмотрим, как приводится к неограниченному телу пластина с адиабатическими граничными боковыми поверхностями. Такой пластине при резании можно уподобить срезаемую резцом стружку (рис. 26, *а*), которая в результате контактного трения имеет показанный частыми штриховыми линиями плоский источник тепловыделения на поверхности *B* соприкосновения с резцом. Общую длину контакта стружки с резцом, соответствующую длине этого источника, обозначим $l_п$. Условимся в дальнейшем при теплофизическом анализе процессов резания всегда направлять ось *x* вдоль относительного взаимного смещения рассматриваемых объектов (в данном случае вдоль смещения стружки относительно резца), ось *y* — в направлении толщины того или иного тела, участвующего в тепловом процессе, ось *z* — в направлении ширины *b* стружки. Применительно к анализу зоны контакта стружки с резцом соответствующая система координат показана на рис. 26, *а*. Центр координат расположен посредине ширины *b* стружки.

В силу крайне малой толщины h_2 стружки по сравнению с размерами $b \times l_п$ поверхности контакта с большим основанием можно считать боковые поверхности *D* и *K* стружки адиабатическими. Выполняя зеркальное отражение (рис. 26, *б*) относительно этих поверхностей плоского источника теплоты, получаем две новые пластины с плоскими фиктивными источниками. Очевидно, что для получения бесконечного тела в направлении оси *z* к двум новым пластинам надо добавить следующие, расположенные зеркально относительно плоскостей *L* и *M*. Ясно, что процесс такого отражения не имеет окончания. В результате плоские источники вытягиваются в направлении оси *z* в одну бесконечную полосу.

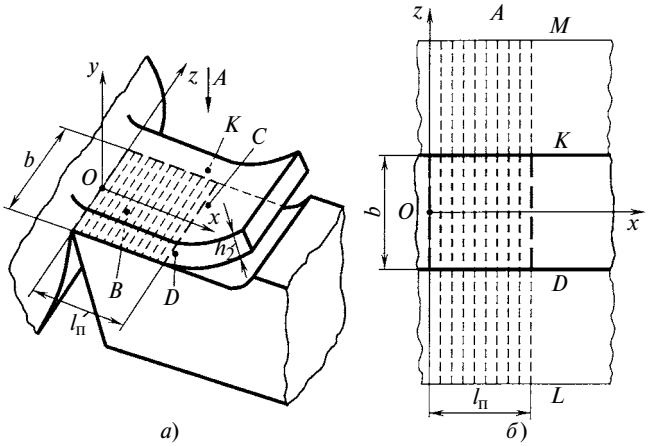


Рис. 26. Геометрические параметры стружки в зоне контакта с резцом (*а*) и схема зеркального отражения плоского источника теплоты для пластины с адиабатическими боковыми поверхностями (*б*)

Таким образом, *температурное поле в пластине с нетеплопроводными боковыми поверхностями, возникающее под действием прямоугольного источника теплоты, может быть рассчитано по формулам для неограниченного тела, в котором действует соответствующий бесконечный полосовой источник.*

Однако этим приведение стружки к бесконечному телу не ограничивается. Дело в том, что в результате указанного отражения мы получаем не бесконечное тело, а бесконечную пластину, поскольку в направлении толщины h_2 (см. рис. 26, *а*) стружка имеет конечную протяженность. Поэтому рассмотрим стружку в направлении толщины, приведя некоторые собственные обоснования этого.

Согласно общей теории теплопроводности [2] глубину, на которую за время *t* распространится теплота от источника, начавшего действовать на поверхности тела, можно оценить по формуле

$$\Delta_t = 2\sqrt{at}\,. \qquad (171)$$

Заметим, что А. А. Рыжкин со ссылкой на А. В. Чичинадзе рекомендует в формуле (171) применять вместо коэффициента 2 коэффициент 1,73 [3, с. 82], однако мы рассмотрим заведомо худший вариант, предопределяющий бóльшую глубину проникновения теплоты.

Учитывая, что скорость перемещения стружки относительно передней поверхности резца

$$v_с = v_0/k_с, \qquad (172)$$

и определяя время контакта рассматриваемого элемента стружки с источником теплоты длиной $l_п$ путем деления $l_п$ на скорость $v_с$ движения стружки, можно формулу (171) привести к виду

$$\Delta_i = 2\sqrt{a k_с l_п / v_0}. \qquad (173)$$

В работе А. Н. Резникова [4, с. 88] приведены экспериментальные данные обычного точения стали с $a = 0{,}065 \cdot 10^{-4}$ м^2/с, $h_1 = 0{,}35 \cdot 10^{-3}$ м, $l_п = 1{,}6 \cdot 10^{-3}$ м, $k_с = 3$, $v_0 = 1$ м/с (60 м/мин). Уменьшим данную скорость резания в 7 раз, т. е. примем $v_0 = 0{,}15$ м/с (9 м/мин) и выполним расчет по формуле (173). В результате получим, что глубина распространения теплоты от трения стружки по передней поверхности резца $\Delta_t = 0{,}91 \cdot 10^{-3}$ м, а это меньше толщины стружки $h_2 = k_с h_1 = 1{,}05 \cdot 10^{-3}$ м.

Так как на практике обычно применяются скорости резания, превышающие примерно в 6÷30 раз взятую нами для показательного расчета, и в соответствии с формулой (173) величины Δ_t будут намного меньше полученной в расчете. Поэтому сделать обоснованный вывод, что даже при тонких стружках удаленная от резца поверхность стружки не оказывает никакого влияния на температуру ее контактной площадки. Этому соответствует указание в книге [4, с. 87], что "кривые распределения температур для стружки, ограниченной по толщине, получаются такими же, как и для полуограниченного тела". Это же положение повторяет С. С. Силин, утверждая, что "даже при тонких стружках и низких скоростях резания теплота трения не проникает глубже 80 % толщины стружки, т. е. на верхнюю границу практически не попадает" [5, с. 113].

Следовательно, верхняя поверхность *C* стружки (см. рис. 26, *а*) является пассивной и может быть мысленно отодвинута на бесконечное расстояние от интересующей нас контактной поверхности *B*. Поэтому стружку можно считать полупространством, неограниченным в направлении оси *y*. Далее, после разделения тепловых потоков между стружкой и резцом, можно считать их контактную поверхность *B*, на которой расположен источник тепловыделения, адиабатической и, соответственно, удваивать значения температур от этого источника как на этой поверхности, так и внутри стружки.

Поскольку обработанная часть заготовки намного превышает по своим размерам зону резания, то ее также с полным основанием можно считать полупространством.

Нам остается рассмотреть приведение к бесконечному телу последнего объекта теплового процесса резания, которым является резец.

Аналогично работам [4, 6] примем, что угол между кромками резца, соответствующими осям *x* и *z* на рис. 27, *б*, равен 90°. Укажем, что размеры *b*, $t_п$, и $l_з$ контактных площадок на рис. 27 по сравнению

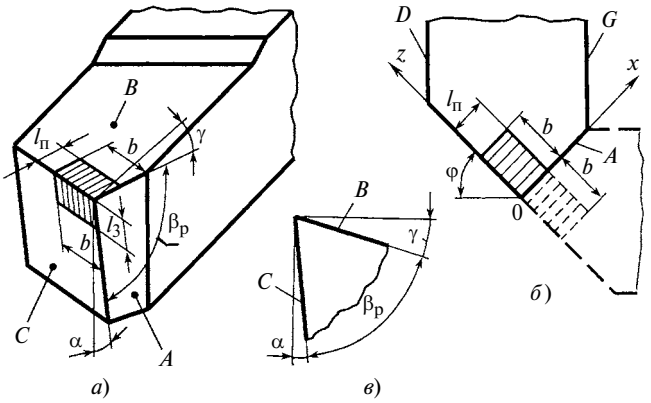


Рис. 27. Параметры источников теплоты на поверхностях резца

с размерами резца преувеличены. В действительности поверхности *D* и *G* (см. рис. 27, *б*) удалены от зоны резания на значительно бóльшие расстояния и не оказывают влияния на температуру в зоне резания [6, с. 37], т. е. являются пассивными. Следовательно, эти поверхности можно мысленно отодвинуть в положительном направлении осей *x* и *z* на бесконечное расстояние, т. е. рассматривать резец в плане как бесконечный клин.

Боковая поверхность *A* (см. рис. 27, *а*, *б*), непосредственно примыкающая к зоне резания, считается адиабатической. Для того чтобы это учесть, необходимо выполнить зеркальное отражение резца относительно этой поверхности с добавлением фиктивного источника теплоты шириной *b* (см. рис. 27, *б*). В результате отражения получится бесконечный клин вдоль всей оси *z* (напомним, что ранее этот клин был приведен к бесконечному и в положительном направлении оси *x*). Однако из бокового вида (рис. 27, *в*) ясно, что этот клин не является ни полупространством, ни бесконечным телом, поскольку ограничен с двух сторон плоскостями *B* и *C*. Чтобы учесть адиабатичность этих поверхностей, нужно выполнить соответствующее отражение клина с добавлением фиктивных источников теплоты. Процесс отражения следует вести до полного заполнения оставшегося пространства, т. е. до получения бесконечного тела. Очевидно, что точное замкнутое отражение возможно только в том случае, если угол $\beta_р$ заострения резца кратен 360°. Поскольку угол заострения

$$\beta_р = 90° - \gamma - \alpha, \qquad (174)$$

то с учетом практических значений заднего угла $\alpha = 10 \div 15°$ и переднего угла $\gamma = -10° \div 30°$ в качестве углов заострения, дающих точное замкнутое отражение, следует рассматривать углы $\beta_р = 90$, 60 и 45° (рис. 28).

Для примера рассмотрим клин с углом $\beta_р = 90°$ (рис. 28, *а*). Сначала по правилам отражения доба-

вим симметрично исходному клину *1* с реальным источником теплоты, показанным сплошной утолщенной линией, отраженный клин *2* с зеркально расположенным фиктивным источником, показанным утолщенной пунктирной линией. В результате получим полупространство, отразив которое вместе с источниками теплоты зеркально вверх, придем к бесконечному телу. Следовательно, температурное поле режущего клина с углом 90° и одним поверхностным источником теплоты эквивалентно температурному полю соответствующей области бесконечного тела с четырьмя источниками теплоты.

Теперь рассмотрим клин с углом $\beta_р = 60°$ (рис. 28, *б*). Сначала по правилам отражения добавим к исходному клину *1* фиктивный клин *2* с симметрично расположенным относительно исходного фиктивным источником теплоты. Затем отразим зеркально клин *2* в виде клина *3* с симметрично расположенным относительно плоскости зеркального отражения новым фиктивным источником. Продолжив отражение далее, получим клинья *4*, *5* и *6*. В результате придем к тому, что температурное поле режущего клина с углом 60° и одним поверхностным источником теплоты эквивалентно температурному полю соответствующей области бесконечного тела с шестью источниками теплоты.

Аналогично можно получить, что температурное поле режущего клина с углом 45° и одним поверхностным источником теплоты (рис. 28, *в*) эквивалентно "температурному полю соответствующей области бесконечного тела с восемью источниками теплоты.

Таким образом, число источников теплоты в бесконечном теле, эквивалентном исходному клину, можно выразить формулой

$$n_и = \frac{360°}{\beta_р} = \frac{360°}{90° - \gamma - \alpha}. \qquad (175)$$

Для рассмотренных углов заострения эта формула является точной и определяет увеличение полной мощности исходного источника теплоты с учетом адиабатичности поверхностей *B* и *C* конкретного клина (см. рис. 27, *в*).

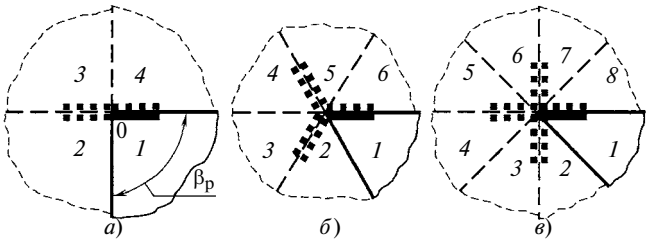


Рис. 28. Приведение к бесконечному телу клиньев при $\beta_р$ = 90° (*а*), 60° (*б*), 45° (*в*)

Если же, например, угол заострения $\beta_р = 75°$, то он уже не будет отражаться целое число раз, т. е. при приведении исходного клина к бесконечному телу точного замкнутого отражения не получится. Поэтому для подобных углов А. Н. Резников предложил приближенный метод, учитывающий в 360° целое число источников полной мощности, а также два дополняющих клина с двумя источниками неполной мощности, с последующим наложением полей от всех этих источников [4, с. 29].

Это вносит определенное усложнение, которое нам представляется нецелесообразным. Очевидно, что при плавном изменении угла заострения температура резца будет изменяться также плавно, а не скачкообразно. Таким образом, если тепловая мощность источника и, соответственно, температура при угле заострения $\beta_р = 90°$ увеличиваются в 4 раза, а при угле заострения $\beta_р = 60°$ — в 6 раз, то при промежуточном угле заострения $\beta_р = 75°$ следует ожидать увеличения температуры приблизительно в 5 раз. Для данного угла по формуле (175) получим $n_и = 4{,}8$. С учетом этого предлагается для подсчета увеличения мощности источника использовать полученную нами формулу (175) независимо от того, кратен ли угол заострения конкретного резца 360° или нет.

Теперь в соответствии с принципом конструирования решений предварительно получим конкретные математические выражения, которые затем потребуются для детальной разработки тепловой теории резания.

Сначала рассмотрим мгновенный линейный (т. е. одномерный) источник теплоты ограниченной длины, расположенный параллельно оси *z* (см. В. М. 12, с. 69, рис. 22). Его можно представить в виде множества одновременно действующих элементарных точечных источников, каждый из которых вносит в нагреваемое тело теплоту $Q = Q_л dz_и$. В результате каждый элементарный источник в соответствии с формулами (154), (155) вызовет в нагреваемом теле повышение температуры на величину

$$dT_л(x, y, z, t) = \frac{Q_л dz_и}{\lambda\sqrt{a}(\sqrt{4\pi t})^3} e^{-[(x_и - x)^2 + (y_и - y)^2 + (z_и - z)^2]/(4at)}. \qquad (176)$$

Полное повышение температуры тела под действием всех точечных источников, образующих одномерный, получается с помощью интегрирования выражения (176) в соответствии с принципом суперпозиции элементарных температур. Примем, что по длине источника теплота выделяется равно-

мерно, т. е. что $Q_л$ не зависит от $z_н$. Тогда можно записать:

$$T_л(x, y, z, t) = \int_{z_{и1}}^{z_{и2}} dT_л(x, y, z, t) =$$

$$= \frac{Q_л}{\lambda\sqrt{a}(\sqrt{4\pi t})^3} e^{-\frac{(x_и - x)^2 + (y_и - y)^2}{4at}} \int_{z_{и1}}^{z_{и2}} e^{-\frac{(z_и - z)^2}{4at}} dz_и. \quad (177)$$

Применим выражение (177) для описания температурного поля, возникающего от линейного источника, неограниченного вдоль оси z, т. е. при $z_{и1} = -\infty$ и $z_{и2} = +\infty$. Для вычисления интеграла используем подстановку

$$u = (z_и - z)/\sqrt{4at}, \quad (178)$$

в соответствии с которой

$$du = dz_и/\sqrt{4at}; \quad dz_и = \sqrt{4at}\, du. \quad (179)$$

С учетом выражений (178), (179) и (159) (В. М. 12, с. 72) можно получить

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-(z_и - z)^2/(4at)} dz_и = \sqrt{4at} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-u^2} du =$$

$$= \sqrt{4\pi at} \quad (180)$$

и окончательно найти уравнение температурного поля мгновенного линейного неограниченного источника

$$T_л(x, y, t) = \frac{Q_л}{4\pi\lambda t} e^{-[(x_и - x)^2 + (y_и - y)^2]/(4at)}. \quad (181)$$

В свою очередь мгновенный плоский (т. е. двумерный) источник (см. В. М. 12, с. 69, рис. 22) можно представить в виде совокупности линейных источников, каждый из которых вносит в нагреваемое тело теплоту $Q_л = Q_п dx_и$. В результате каждый элементарный источник в соответствии с равенством (177) вызовет в нагреваемом теле повышение температуры на величину

$$dT_п(x, y, z, t) = \frac{Q_п dx_и}{\lambda\sqrt{a}(\sqrt{4\pi t})^3} e^{-\frac{(x_и - x)^2 + (y_и - y)^2}{4at}} \times$$

$$\times \int_{z_{и1}}^{z_{и2}} e^{-\frac{(z_и - z)^2}{4at}} dz_и. \quad (182)$$

Полное повышение температуры тела под действием всех мгновенных линейных источников теплоты, образующих плоский, получим интегрированием выражения (182). Примем, что по длине источника $l_и$ теплота выделяется равномерно, т. е. что $Q_п$ не зависит от $x_и$. Тогда можно записать:

$$T_п(x, y, z, t) = \frac{Q_п}{\lambda\sqrt{a}(\sqrt{4\pi t})^3} e^{-\frac{(y_и - y)^2}{4at}} \times$$

$$\times \int_{x_{и1}}^{x_{и2}} e^{-\frac{(x_и - x)^2}{4at}} dx_и \int_{z_{и1}}^{z_{и2}} e^{-\frac{(z_и - z)^2}{4at}} dz_и. \quad (183)$$

Для полосового источника (см. В. М. 12, с. 69, рис. 22), у которого $z_{и1} = -\infty$ и $z_{и2} = +\infty$, с учетом равенства (180) формула (183) преобразуется к виду:

$$T_{по}(x, y, t) = \frac{Q_п}{4\pi\lambda t} e^{-\frac{(y_и - y)^2}{4at}} \int_{x_{и1}}^{x_{и2}} e^{-\frac{(x_и - x)^2}{4at}} dx_и. \quad (184)$$

При неограниченной длине в направлении оси x равномерно распределенного мгновенного полосового источника переток теплоты в направлении этой оси будет отсутствовать. Подставив $x_{и1} = -\infty$ и $x_{и2} = +\infty$ в интеграл выражения (184), с учетом равенства (180) получим выражение для температурного поля такого источника:

$$T_{по}(y, t) = \frac{Q_п\sqrt{a}}{2\lambda\sqrt{\pi t}} e^{-(y_и - y)^2/(4at)}. \quad (185)$$

Из формулы (185) следует, что поскольку температура не зависит от координаты x, то данная формула описывает температурное поле от мгновенного полосового источника с постоянной температурой по длине источника в направлении оси x.

Перейдем к рассмотрению быстродвижущихся источников теплоты. Пусть линейный источник (рис. 29, *а*) движется со скоростью v, превышающей скорость распространения теплоты. Система координат xyz движется вместе с источником.

Выделим из неограниченного тела элементарный стержень шириной b и толщиной dx. Когда источник, находившийся перед этим в положении $Л_1$, проскакивает через выделенный элементарный

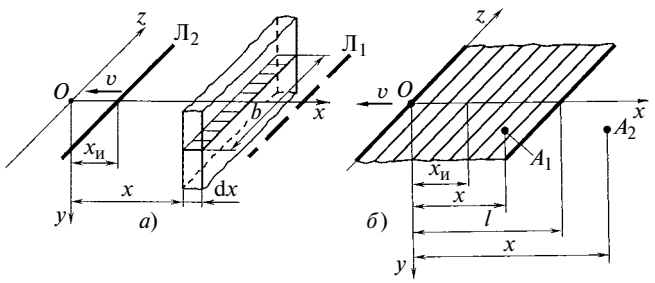


Рис. 29. Быстродвижущиеся линейный (*а*) и полосовой (*б*) источники теплоты

стержень, то время проскакивания, $\mathrm{d}t = \mathrm{d}x/v$ вследствие высокой скорости движения будет очень мало. Это позволяет считать, что в момент совпадения движущегося источника с выходной линией поперечного сечения стержня температура входной линии этого сечения не успеет измениться заметным образом. Поэтому на участке $b\mathrm{d}x$ температуру можно считать одинаковой во всех точках, а сам источник по отношению к выделенному элементу можно считать мгновенным полосовым, температурное поле которого описывается выражением (185).

Для того чтобы определить температуру в выделенном элементарном стержне в момент, когда источник будет находиться в каком-нибудь положении $Л_2$, определяемом координатой $x_и$, следует учесть, что в выбранной системе координат $y_и = 0$ (источник лежит в плоскости xOz), а время, прошедшее с момента проскакивания источником участка $\mathrm{d}x$ до момента наблюдения,

$$t = (x - x_и)/v. \qquad (186)$$

Что касается тепловыделения $Q_п$ мгновенного полосового источника, то оно связано с интенсивностью тепловыделения $q_л$ движущегося линейного источника уравнением теплового баланса для площадки $b\mathrm{d}x$:

$$q_л b\mathrm{d}t = Q_п b\mathrm{d}x,$$

откуда

$$Q_п = \frac{q_л}{\mathrm{d}x/\mathrm{d}t} = \frac{q_л}{v}. \qquad (187)$$

Подставив значения $y_и$, t и $Q_п$ в формулу (185), получим для быстродвижущегося линейного источника

$$T_{б.л}(x, y) = \frac{q_л\sqrt{a}}{2\lambda\sqrt{\pi v(x - x_и)}}\,\mathrm{e}^{-\frac{vy^2}{4a(x-x_и)}}. \qquad (188)$$

Быстродвижущийся полосовой источник длиной l (рис. 29, *б*) можно представить в виде совокупности быстродвижущихся линейных источников, каждый из которых воздействует на нагреваемое тело интенсивностью тепловыделения $q_л = q_п\mathrm{d}x_и$ [в общем случае интенсивность тепловыделения одного линейного источника может отличаться от интенсивности тепловыделения другого, т. е. в общем случае $q_п = f(x_и)$]. В результате каждый линейный источник в соответствии с равенством (188) вызовет в точке тела, координата x которой достигнута или уже пройдена этим источником, повышение температуры на величину

$$\mathrm{d}T_{б.по}(x, y) = \frac{\sqrt{a}q_п\mathrm{d}x_и}{2\lambda\sqrt{\pi v(x - x_и)}}\,\mathrm{e}^{-\frac{vy^2}{4a(x-x_и)}}. \qquad (189)$$

При определении общего повышения температуры в заданной точке тела от всего быстродвижущегося полосового источника возможны два случая, обусловленные тем, что теплота впереди быстродвижущегося линейного источника распространяться не может.

Первый случай имеет место, когда рассматриваемая точка A_1 расположена в пределах длины источника, т. е. имеет координату $0 \leqslant x < l$. В этом случае на температуру данной точки влияют только те образующие полосовой линейные источники, абсцисса которых $x_и \leqslant x$. Остальные линейные источники, имеющие координату $x_и > x$, на температуру в точке A_1 влияния не оказывают. С учетом этого температура точек тела, расположенных в пределах длины полосового источника, определяется интегрированием выражения (189) в указанных пределах:

$$T_{б.по}(x, y) = \frac{\sqrt{a}}{2\lambda\sqrt{\pi v}}\int_0^x \frac{q_п\mathrm{e}^{-\frac{vy^2}{4a(x-x_и)}}}{\sqrt{x - x_и}}\,\mathrm{d}x_и. \qquad (190)$$

Во втором случае рассматриваемая точка A_2 уже пройдена полосовым источником, т. е. имеет координату $x \geqslant l$. В этом случае на температуру данной точки влияют все линейные источники, образующие полосовой, с учетом чего

$$T_{б.по}(x, y) = \frac{\sqrt{a}}{2\lambda\sqrt{\pi v}}\int_0^l \frac{q_п\mathrm{e}^{-\frac{vy^2}{4a(x-x_и)}}}{\sqrt{x - x_и}}\,\mathrm{d}x_и. \qquad (191)$$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Рыкалин Н. Н.** Расчеты тепловых процессов при сварке. М. Машгиз, 1951. 296 с.
2. **Лыков А. В.** Теория теплопроводности. М.: Высшая школа, 1967. 599 с.
3. **Рыжкин А. А.** Теплофизические процессы при изнашивании инструментальных режущих материалов. Ростов-н/Д.: ДГТУ, 2005. 311 с.
4. **Резников А. Н.** Теплофизика резания. М.: Машиностроение, 1969. 288 с.
5. **Тепловые** явления и обрабатываемость резанием авиационных материалов / А. И. Белоусов, П. И. Бобрик, А. З. Рахман-заде и др. // МАТИ. № 64. М.: Машиностроение, 1966. 179 с.
6. **Резников А. Н., Резников Л. А.** Тепловые процессы в технологических системах. М.: Машиностроение, 1990. 288 с.

ОРГАНИЗАЦИЯ И ЭКОНОМИКА ПРОИЗВОДСТВА

УДК 65.01

И. Н. ОМЕЛЬЧЕНКО, д-р техн. и экон. наук (МГТУ им. Н. Э. Баумана), Н. Ю. МАКСИМЕНКО (ЗАО "Мерседес-Бенц РУС", г. Москва), e-mail: natalia.maximenko@daimler.com

Анализ подходов к построению и реализации систем менеджмента качества

Представлен анализ развития систем менеджмента качества (СМК), особенности и отличия СМК разных стран, тенденции их дальнейшего совершенствования.

Ключевые слова: система менеджмента качества, организация, построение, анализ.

A development analysis of the quality management systems (QMS) is presented. The QMS features and distinctions of different countries and trends of their further upgrading are considered.

Keywords: the quality management system, organization, construction, analysis.

Сегодня вопросам поддержки и улучшения качества продукции (услуг) уделяется большое внимание. На предприятиях создаются специальные структуры, отделы технического контроля, аудиторские и аналитические отделы, отслеживающие качество выпускаемой продукции. Наличие системы качества является отличительным знаком для потребителей и инструментом структуризации и управления производственными процессами, а также показателем уровня производства и качества изделия для потребителя.

Менеджмент качества как система управления качеством продукции появилась в начале прошлого века. Подходы к определению качества изделия и к управлению этим качеством могут быть различными. Известны такие системы менеджмента качества (СМК), как общеевропейская, японская, принятая в США, используемая в России.

Создание на предприятиях СМК обусловлено необходимостью сокращения издержек, вызванных браком, тенденцией наращивания темпов производства, повышением требований рынка. Сначала вопросами управления качеством выпускаемой продукции занимались на предприятиях, выпускающих изделия с высокими требованиями к надежности и безопасности, т. е. на предприятиях оборонной промышленности, машиностроения, авиастроения. Затем выстроенные концепции были перенесены и в другие отрасли.

Опыт некоторых стран в этой области в условиях жесткой конкуренции на мировом рынке представляет особый интерес.

В России повышение качества продукции стало актуальным в 20-е годы прошлого века наряду с необходимостью восстановления производства и ускорения темпов ее развития (табл. 1). Именно в этот период стали внедрять такие методы контроля качества, как сплошной контроль, выборочный контроль и статистические методы.

Следующий рывок в этой области наблюдался в послевоенные годы, когда особое внимание уделялось отраслям, обеспечивающим научно-технический прогресс, т. е. радиотехнике, химии, авиации, ракетостроению.

В 1955 г. на Саратовском авиационном заводе была внедрена Система бездефектного изготовления продукции (СБИП), которая предусматривала предъявление изделия отделу технического контроля (ОТК) или заказчику с последующей приемкой по установленным показателям (характеристикам) продукции с первого раза [1]. Данная система требовала строгого выполнения операций по технологической карте, ведения статистической отчетности по качеству продукции по результатам приемки, производственной дисциплины всего коллектива и каждого исполнителя, занятого в цепочке создания изделия. При этом на каждого работника возлагалась ответственность за выпуск продукции определенного количества и требуемого качества. Выявление брака целиком лежало на службе ОТК, который составлял перечень документов (требования к качеству), утверждаемых директором предприятия, согласно которым и проводилась приемка. Таким образом формировалась система качества, в которую постепенно включались обучающие процессы и сбор статистических данных (число бракованных изделий на каждого работника). Тем

самым внедрялись и моральная, и материальная мотивации выпуска качественной продукции.

СБИП стала первым шагом к системному подходу в управлении качеством изделия, повысив ответственность исполнителя на каждой операции. Это позволило внедрить систему самоконтроля и перейти от сплошного контроля к выборочному, в котором делался упор не только на брак, обусловленный человеческим фактором, но и на брак, возникающий из-за технических недоработок.

В СБИП дефект, выявленный работником, не влиял на конечное качество продукции. Кроме того, исключался этап проектирования, и не рассматривался этап эксплуатации.

В дальнейшем подобные системы были внедрены в России и на других предприятиях. Их основной целью стало повышение мотивации исполнительского труда (нетворческого). В 60-е годы прошлого века данная система качества использовалась в США, Японии и ГДР, где она получила название "ноль дефектов".

Следующим этапом развития системы управления качеством продукции стала так называемая система "Качество, надежность, ресурс с первых изделий" (КАНАРСПИ), которая помимо производства включала в себя проектирование и подготовку производства к выпуску новой продукции. Активное участие в такой системе принимают конструкторы и технологи. Известно, что на долю конструкторских и технологических недоработок приходится 60÷85 % дефектов, выявленных на стадии эксплуатации изделия [1].

В отличие от СБИП, в которых не уделялось внимание испытаниям опытных образцов и все ошибки выявлялись на этапе производства, в системе КАНАРСПИ использовали опытные образцы как целого изделия, так и его отдельных элементов. Таким образом на предприятиях формировались и развивались исследовательская и экспериментальная базы, использовались методы макетирования, моделирования, ускоренных испытаний.

Результат дальнейшего развития систем качества — создание Единой системы конструкторской документации (ЕСКД) и Единой системы технологической подготовки производства (ЕСТПП).

Впервые систему КАНАРСПИ применили на машиностроительных предприятиях г. Горького, где удалось сократить сроки постановки опытного производства новых изделий в 2÷3 раза, увеличить ресурс изделия в 2 раза, повысить надежность в 1,5÷2 раза, снизить трудоемкость монтажно-сборочных работ в 1,3÷2 раза [1].

На решение задач по повышению долговечности направлена система Научной организации тру-

Таблица 1

Сравнительные характеристики разных СМК, разработанных в СССР

СМК (год)	Принципы, методы, особенности	Достоинства	Недостатки
СБИП (1955)	Использование технологических карт. Статистика по браку. Материальная заинтересованность в снижении брака. Обучение исполнителей	Повышение индивидуальной ответственности. Использование различных методов контроля	Использование только на этапе производства. Отсутствие заинтересованности остальных участников процесса. Не учитываются данные по выявленным дефектам. Отсутствие мотивации
КАНАРСПИ (1658)	Анализ показателей качества на протяжении всего ЖЦ изделия. Испытания опытных образцов, макетирование, моделирование	Развитие исследовательской и экспериментальной баз. Увеличение числа заинтересованных лиц в повышении качества	Не учитываются этапы реализации и эксплуатации
НОРМ (1964)	Цикличность. Планирование. Опытно-конструкторские разработки	Повышение надежности и долговечности изделия. Планирование по требуемым показателям качества. Учет всех факторов	Не учитываются этапы реализации и эксплуатации
КСУКП (1975)	Управление качеством на основных этапах ЖЦ изделия. Контроль качества сырья. Метрологическое обеспечение. Организация труда. Корпоративная культура	Комплексный подход. Учет структуры предприятия	Отсутствие мотивации у руководства предприятия
КСУКПиЭИР (1980)	Эффективное использование сырья и материалов	Рациональное использование производственных фондов, материальных и трудовых ресурсов	То же
КСПЭП (1980)	Многоцелевое управление эффективностью производства	Организация и управление всеми аспектами деятельности предприятия	Приоритет — объем выпуска
СОТУ (1980)	Сквозное управление качеством продукции	Повышение индивидуальной ответственности. Стимулирование творческого подхода	То же

да по увеличению моторесурса (НОРМ), которая получила такое название, так как была разработана и внедрена на Ярославском моторном заводе (1963, 1964 гг.). Новая система кроме уже решаемых вопросов, учитывала оптимальность уровня эксплуатации продукции до первого капитального ремонта. Ее цели — повышение надежности, увеличение долговечности отдельных элементов и самого изделия. Рост показателей качества планировался, а при достижении определенного уровня осуществлялся переход на следующий этап. Таким образом, система НОРМ учитывала все составляющие, входящие в ранее используемые системы качества, и впервые была сориентирована на конечного потребителя, учитывая особенности эксплуатации выпускаемой продукции при соответствующем уровне основных ее характеристик.

Перечисленные системы качества в России медленно развивались в пределах ограниченного числа предприятий, и не имели системного характера ни в одной отрасли промышленности. В начале 70-х годов прошлого века для работы в этом направлении был создан Всесоюзный научно-исследовательский институт стандартизации (ВНИИС), в котором была разработана Комплексная система управления качеством продукции (КСУКП) — первая система управления качеством, в которой организационно-технической основой управления стали стандарты предприятия. Это стало основой для совершенствования механизма управления качеством продукции и позволило поднять СМК на новую ступень, создав прочную основу для дальнейшего ее развития.

Впервые учитывался тот факт, что качество зависит от комплекса факторов. Данная система позволяет управлять качеством продукции на всех стадиях его жизненного цикла (ЖЦ). При этом важными составляющими являются сырье, комплектующие, оборудование, технология производства, квалификация исполнителей, дисциплина, мотивация, метод и эффективность контроля, метрологическое обеспечение.

Поскольку такой подход подразумевает наличие многочисленной документации, то возникла необходимость в нормативных документах. Формирование стандартов осуществлялось по модульному принципу, учитывались особенности конкретного предприятия. Внутренние стандарты разрабатывались в соответствии с государственными и отраслевыми стандартами, основываясь на системном подходе.

Структура КСУКП предусматривает многоуровневое управление — предприятие, цех, участок, бригада, рабочее место. Управление качеством продукции осуществляется не только по видам производственной деятельности (специальные функции управления), но и по производственным задачам (программы), что обеспечивает сочетание целевого, функционального и линейного управлений [2].

Перечислим функции КСУКП:

прогнозирование повышения качества продукции;

нормирование требований к качеству продукции;

аттестация продукции;

организация разработки и постановки новой продукции на производство;

организация технологической подготовки;

организация метрологического обеспечения;

организация материально-технического обеспечения;

подготовка кадров;

обеспечение стабильности запланированного уровня качества продукции на протяжении всего ЖЦ;

стимулирование повышения качества продукции;

контроль качества и испытания;

надзор за соблюдением стандартов и технических условий, состоянием средств измерений;

правовое обеспечение управления качеством;

информационное обеспечение.

Следующим шагом в совершенствовании систем качества стала рационализация и повышение эффективности ресурсов — система Эффективное использование ресурсов (ЭИР), которая является надстройкой КСУКП, используемой совместно с остальными системами. Ее окончательным вариантом стала Комплексная система повышения эффективности производства и качества работы (КСПЭПиКР), которая направлена на повышение экономической эффективности производства, производительности труда, рациональное использование производственных, трудовых и материальных фондов [1].

В 80-е годы была разработана Система обеспечения технического уровня и качества продукции (СОТАиКП), в которой делался упор на стабильность показателей качества продукции, ориентированных на мировой уровень.

В табл. 2 приведены основные принципы, достоинства и недостатки разных СМК, разработанных в СССР.

В США вопросами управления качеством выпускаемой продукции стали заниматься в начале XX века не на уровне отраслевых предприятий и политики государства, как в России, а силами отдельных предпринимателей, ученых и исследователей, которые привлекались для решения поставленных задач.

В первой половине XX века экономика США практически не имела конкурентов на мировом рынке. Однако начиная с 70-х годов, японские товары стали вытеснять американские. На предприятиях США началось массовое внедрение системных принципов управления качеством выпускаемой продукции. В табл. 2 представлены этапы развития СМК в США.

Особенности управления качеством продукции в США: 1) жесткий контроль качества изготовления продукции с использованием методов математической статистики; 2) административный контроль планирования производства по объему и качеству выпускаемой продукции; 3) постоянное повышение уровня менеджмента [1].

В середине XX века продукция японских производителей отличалась низким качеством из-за слабого развития науки и техники после Второй мировой войны. Для выхода из кризисной ситуации Япония привлекла специалистов из США для внедрения уже апробированных на американских предприятиях методов повышения качества продукции. Результат перестройки японской экономики получил название "японское чудо". В табл. 3 представлены этапы развития СМК в Японии.

В системе Kanban (пер. с япон. — сигнал) в отличие от традиционных СМК, где на выходе получают то, что соответствует поступлению на входе, а на вход поступает только то, что требует запланированный выход, т. е. продукция изготовляется к моменту реализации, материалы и комплектующие закупаются непосредственно перед изготовлением деталей. Это позволяет сократить время хранения производственных запасов и их объемы, исключает наличие неликвида. На фирме Tayota система Kanban позволила сократить производственные запасы на 50 % и товаров на складах на 80 % [4].

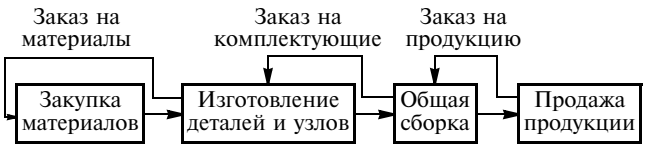


Рис. 1. Система Kanban

Рис. 2. Японская иерархическая модель СМК

Таблица 2

Этапы развития СМК в США

Год	Основные понятия (авторы)	Методы, основные принципы	Тенденции развития
1905	Система управления производством (Ф. Тейлор)	Устанавливаются требования к качеству в виде полей допусков и шаблонов. Подготовка специалистов по качеству. Взаимоотношения с поставщиками основываются на приемочном контроле с учетом технических условий	Установление требований к качеству продукта. Обучение
1908	Выходной контроль комплектующих и узлов. Конвейерное производство. «Террор» машины (Г. Форд)	Унификация и стандартизация. Строгое разделение труда. Охрана труда, введение 8-часового рабочего дня. Послепродажное обслуживание изделий	Управление трудовыми ресурсами. Оказание дополнительных услуг потребителю
1912	Эффективность производства	Рациональная организация труда	Оценка функционирования системы качества
1924÷1929	Допустимые условия труда (Э. Мэйо, А. Маслоу, С. Херцберг)	Исследование человеческого фактора на производстве	Мотивация труда. Вовлечение участников в процесс управления качеством
1924	Контрольные карты (Р. Джонс, У. Шухарт)	Выборочный контроль качества	Основы статистического управления качеством
1950	Заинтересованность руководства предприятия в качестве выпускаемой продукции (А. Фейгенбаум)	Управление качеством на всех этапах ЖЦ изделия. Подготовка кадров, мотивация. Учет расходов на мероприятия по повышению качества. Идеология всеобщего управления качеством (Total Quality Management)	Комплексная система управления качеством
1985	Бенчмакинг и реинжиниринг	Постоянное совершенствование менеджмента	Построение и развитие бизнес-процессов
1987	Критерии Болдриджа	Оценка состояния СМК	Отслеживание состояния СМК в текущем времени
1993, 1994	Стандарт QS 9000	Оптимальные отношения между поставщиками и потребителями	Единый подход к оценке работы с поставщиками

Таблица 3

Этапы развития СМК в Японии

Год	Основные принципы, методы	Тенденции развития
1946	Начало внедрения СМК. Использование контрольных карт Шухарта	Технический контроль
1949	Создание промышленного стандарта (JIS). Обучение	Обучение по требованиям к качеству продукции (услуг)
1950	Учреждение премии Э. Деминга за распространение и развитие принципов статистических методов контроля качества	Методы статистического контроля. Мотивация
1950÷1955	Система «Точно в срок» (JIT) — повышение эффективности производства путем экономии ресурсов, повышения качества продукции и надежности процессов. Система Kanban (рис. 1)	Управление ресурсами. Постоянное совершенствование СМК. Оценка эффективности процессов
1955÷1960	Обучение статистическим методам руководящих сотрудников	Необходимость приверженности руководства в вопросах качества
1960	Внедрение всеобщего контроля качества. Шесть особенностей: 1) комплексное управление качеством, участие всех работников предприятия; 2) подготовка и повышение квалификации кадров в области управления качеством; 3) создание кружков качества (К. Исикава); 4) оценка деятельности руководства по качеству; 5) использование статистических методов контроля; 6) общенациональная программа	Удовлетворить требования потребителя. Комплексный подход к обеспечению качества. Участие работников в создании и совершенствование СМК
1964	Программа «пять нулей»: 1) не создавать условий для появления дефектов; 2) не передавать дефектную продукцию на следующий этап; 3) не принимать дефектную продукцию с предыдущего этапа; 4) не изменять технологические режимы; 5) не повторять ошибок	Доведение политики по качеству до каждого сотрудника
1970	Переход от статистического контроля качества (SQC) к всеобщему контролю качества (TQC), далее к универсальному контролю качества (UQC)	Универсальность в любой области на любом этапе
С 1970 и далее	Корпоративная культура качества. Предвидение еще не осознанных требований потребителей (рис. 2)	Постоянное совершенствование

Таблица 4

Сравнительные характеристики разных СМК

Критерий	Страна		
	Россия	США	Япония
Причина появления СМК	Развитие оборонной промышленности	Низкий уровень цен	Низкий уровень качества
Приоритеты	Выпуск продукции согласно плану (качество вторично)	Прибыль (качество — случайность)	Качество (прибыль — следствие)
Конкуренция	Низкий уровень	Высокий уровень. Выход на мировой рынок	Высокий уровень. Выход на мировой рынок
Движущая сила	Командно-административная политика.	Максимальный доход	Постоянное повышение качества. Предвидение требований потребителей
Системный подход	Соревнование Научно-технический прогресс. Оборонная промышленность	В большинстве отраслей	Во всех отраслях
Управление качеством на различных этапах ЖЦ изделия	Кроме этапов реализации и эксплуатации	На всех этапах	На всех этапах
Взаимодействие с поставщиками	Нет	Есть	Есть
Мировой опыт	Не используется	Используется с середины прошлого века	Используется
Обучение	Непосредственно исполнителей (материальная мотивация отсутствует)	Непосредственно исполнителей (материальная мотивация отсутствует)	И работников, и руководящего состава (материальная мотивация, рост социального статуса)
Система труда	Отсутствие рационального подхода. Максимальная выработка для каждого сотрудника	Рациональный подход	Отсутствие рационального подхода. Максимальная выработка для каждого сотрудника
Состав работников и повышение их квалификации	Однородный состав способствует передаче опыта	Неоднородный состав затрудняет передачу опыта	Однородный состав способствует передаче опыта
Учет затрат на повышение качества	Отсутствует	Дополнительная оценка эффективности	Дополнительная оценка эффективности
Использование документации	Формальный подход	Активное (инструмент для менеджмента)	Активное (инструмент для менеджмента)

Особенности японских СМК: 1) четкая политика руководства компаний и государства в области качества; 2) постоянное обучение работников, специалистов любого уровня (передача опыта); 3) строгая дисциплина; 4) ориентация на клиента.

Сравним основные принципы систем менеджмента качества разных стран (табл. 4). Наряду с общими подходами в построении систем качества прослеживаются различия в философии СМК — директивный (принудительный), потребительский (получение прибыли), ориентированный на клиента.

Сегодня многие компании, учитывая достоинства и недостатки разных СМК, используют гибридные системы, причем каждая индивидуальна. Однако основа остается неизменной, например приверженность выбранной философии руководства и всех сотрудников предприятия. Правильный выбор СМК обеспечивает снижение издержек производства, увеличение прибыли. Такой принцип, как ориентация на клиента, позволяет повысить конкурентоспособность продукции на мировом рынке.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Кане М. М., Иванов Б. В.** Системы, методы и инструменты менеджмента качества С-Пб.: Питер Пресс, 2008. 560 с.
2. **Гличев А. В.** Всеобщее управление качеством. М.: Радио и связь, 1999. 600 с.
3. **Круглов М. Г., Шишков Г. М.** Менеджмент качества как он есть. М.: ЭКСМО, 2007. 544 с.
4. **Морита А.** Сделано в Японии. М.: Прогресс, 1993. 408 с.

УДК [0615:001.895].003.12/.13

Г. П. ЕЖОВ, канд. физ.-мат. наук (ОАО "ДНПП", г. Долгопрудный),
e-mail: mail@dnpp.biz

Методы оценки эффективности инновационно-инвестиционных проектов на промышленных предприятиях

Приведена классификация эффективности инновационно-инвестиционных проектов. Описаны принципы концепции временной стоимости денег, на которых в международной практике базируется оценка эффективности. Особое внимание уделено оценке коммерческой эффективности инновационных проектов с помощью динамических методов. Указаны варианты их использования. Подробно сформулированы критерии принятия или отклонения инвестиционного проекта.

Ключевые слова: эффективность, инвестиции, оценка, дисконтирование денежных потоков, чистая дисконтированная стоимость, индекс доходности, внутренняя норма доходности, отношение выгоды/затраты.

Classification of the innovation-investment projects efficiency is presented. The conceptual principles of temporal cost of money, on which the efficiency estimation is based in international practice, are described. Special emphasis was placed to the estimation of commercial efficiency of the innovation projects with the help of the dynamic methods. Variants of their use have been shown. Explicit formulation of the acceptance or refusal criteria of the investment project has been presented.

Keywords: efficiency, investments of capital, estimation, discounting of monetary streams, discounted cost, profitability index, intrinsic norm of profitability, benefits/charge ratio.

Оценивая эффективность инновационно-инвестиционных проектов (ИИП) в промышленном производстве, сопоставляют результаты реализации инвестиций, т. е. эффект, с их затратами [1—4]. Эффект в данном случае — это абсолютный показатель, характеризующий результат влияния субъекта управления на объект управления при реализации инвестиций. Для учета особенностей расчета и оценки эффективности ИИП в зависимости от его значимости, цели реализации и схемы финансирования предлагается определять [1] эффективность ИИП в целом и эффективность участия в проекте.

Эффективность ИИП в целом оценивается с целью обеспечения его потенциальной привлекательности для возможных участников и поиска источников финансирования и включает общественную, коммерческую и бюджетную эффективности.

Показатели общественной эффективности учитывают социально-экономические последствия осуществления ИИП для общества в целом, в том числе как непосредственные результаты и затраты на ИИП, так и внешние затраты и результаты в смежных секторах экономики: экономические, экологические, социальные и иные внеэкономические эффекты.

Показатели коммерческой эффективности ИИП учитывают экономические последствия его осуществления для непосредственного участника, реализующего ИИП, в предположении, что он производит все необходимые для реализации проекта затраты и пользуется его результатами.

Эффективность участия в проекте определяется с целью проверки его реализуемости и обеспечения заинтересованности в нем всех его участников и включает расчеты эффективности: участия предприятия в проекте; инвестирования в акции предприятия (эффективность для акционеров акционерных предприятий — участников ИИП); участия в ИИП структур более высокого порядка по отношению к предприятию (в том числе расчеты региональной и народнохозяйственной эффективности — для отдельного региона и народного хозяйства, отраслевой эффективности — для отдельных отраслей народного хозяйства, финансово-промышленных групп, объединений предприятий и холдинговых структур).

Бюджетная эффективность ИИП — эффективность участия государства в проекте с точки зрения расходов и доходов бюджетов всех уровней.

Оценку эффективности ИИП согласно методическим рекомендациям [1] следует проводить в два этапа:

на первом этапе рассчитываются показатели эффективности проекта в целом. Для локальных проектов оценивается только их коммерческая эффективность, для общественно значимых проектов — общественная, а затем коммерческая эффективности;

на втором этапе рассчитывается эффективность каждого этапа проекта согласно процессному подходу.

Международная практика процессного подхода к оценке эффективности ИИП базируется на концепции временной стоимости денег и основана на следующих принципах:

эффективность использования инвестируемого капитала оценивается путем сопоставления денежного потока (cash flow), который формируется в процессе реализации инвестиционного проекта и исходной инвестиции. Проект признается эффективным, если обеспечиваются возврат исходной суммы инвестиций и требуемая доходность для инвесторов, предоставивших капитал;

инвестируемый капитал (равно как и денежный поток) приводится к настоящему времени или к определенному расчетному году, который, как правило, предшествует началу реализации проекта;

дисконтирование капитальных вложений и денежных потоков производится по различным ставкам дисконта, которые определяются в зависимости от особенностей инвестиционных проектов. При определении ставки дисконта учитываются структура инвестиций и стоимость отдельных составляющих капитала.

Все методы оценки базируются на следующей простой схеме: *исходные данные инвестиции при реализации какого-либо проекта генерируют денежный поток*. Инвестиции признаются эффективными, если поток достаточен для возврата исходной суммы капитальных вложений и обеспечения требуемой отдачи на вложенный капитал.

Сосредоточимся на оценке коммерческой эффективности инновационных проектов, так как она представляет наибольший интерес для инвестора и является одной из привлекательных областей для исследования. Итак, наиболее распространены следующие критерии оценки эффективности ИИП:

NPV (net present value) — чистая дисконтированная стоимость;

PI (profitability index) — индекс доходности;

B/C ratio (benefit cost ratio) — отношение выгоды к затратам;

IRR (internal rate of return) — внутренняя норма доходности.

Данные критерии используются в двух случаях (два метода):

1) для определения эффективности независимых инвестиционных проектов (так называемая абсолютная эффективность), когда делается вывод о том, следует ли принять проект или отклонить;

2) для определения эффективности взаимоисключающих проектов (сравнительная эффективность), когда делается вывод о том, какой проект принять из нескольких альтернативных.

Рассмотрим теперь дисконтированные критерии, которые дают возможность избавиться от основного недостатка простых методов оценки — невозможности учета ценности будущих денежных поступлении по отношению к текущему периоду времени и, следовательно, невозможности получения корректных оценок эффективности проектов, особенно связанных с долгосрочными вложениями.

Введем обозначения: B_t — доход от проекта в год t; C_t — затраты проекта в год t; $t = 1, ..., n$ — годы жизни проекта; r — ставка дисконтирования.

Рассмотрим перечисленные критерии более подробно.

Чистая дисконтированная стоимость определяется как:

$$\mathrm{NPV} = \frac{B_1 - C_1}{1 + r} + \frac{B_2 - C_2}{(1 + r)^2} + \ldots$$

$$\ldots + \frac{B_t - C_t}{(1 + r)^t}. \qquad (1)$$

Инвестору следует отдавать предпочтение только тем проектам, для которых NPV имеет положительное значение. Отрицательное же значение свидетельствует о неэффективности использования денежных средств: норма доходности меньше необходимой.

Из выражения (1) ясно, что абсолютная величина чистого приведенного дохода зависит от двух параметров: параметра, который определяется производственным

процессом и ставки r дисконтирования.

Проанализируем зависимость NPV от ставки r для случая, когда вложения осуществляются в начале процесса, а отдача примерно равномерная. Когда ставка дисконтирования достигает некоторого значения r^*, эффект от инвестиций оказывается нулевым. Любая ставка, меньшая r^*, соответствует положительной оценке NPV.

При высоком уровне ставки r отдельные платежи оказывают небольшое влияние на NPV. В силу этого варианты, различные по продолжительности периодов отдачи, могут оказаться практически равноценными по конечному экономическому эффекту. В то же время ясно, что при всех прочих равных условиях проект с более длительным периодом поступлений доходов предпочтительней. В связи с необходимостью учета этого фактора в публикациях по экономике обсуждаются некоторые дополнительные показатели, которые базируются на разных подходах к двум частям потока поступлений — в пределах срока окупаемости и за этими пределами. Те поступления, которые охватываются сроком окупаемости, рассматриваются как доход и на них дисконтирование не распространяется. Трудно найти какие-либо экономические обоснования такой трактовки. Налицо лишь стремление усилить значимость второй части потока поступлений. С таким же успехом, вероятно, усиления второй части потока можно было бы достичь и иным путем, например умножив на какой-либо коэффициент, и т. д. Дальнейшая модификация идет по линии еще большего внесения в методики расчета субъективных элементов. Так, уже встречаются утверждения, что деление потока поступлений на основе срока окупаемости вовсе не обязательно, оно может осуществляться и любым иным путем. В частности, предлагается просто выделять первые семь лет инвестиционного процесса.

Одним из основных факторов, определяющих величину чистой текущей стоимости проекта, безусловно, является масштаб деятельности, проявляющийся в "физических" объемах инвестиций, производства или продаж. Отсюда вытекает естественное ограничение на применение данного метода для сопоставления различающихся по этой характеристике проектов: большее значение NPV не всегда будет соответствовать более эффективному варианту капиталовложений.

Таким образом, при всех достоинствах этот критерий не позволяет сравнивать проекты с одинаковой NPV, но разной капиталоемкостью. В таких случаях можно использовать индекс доходности.

Индекс PI доходности показывает относительную прибыльность проекта, или дисконтированную стоимость денежных поступлений от проекта в расчете на единицу вложений. Он рассчитывается путем деления чистых приведенных поступлений от проекта на стоимость первоначальных вложений:

$$\mathrm{PI} = \mathrm{NPV}/C_0, \qquad (2)$$

где NPV — чистые приведенные денежные потоки проекта; C_0 — первоначальные затраты.

Критерий принятия проекта совпадает с критерием, основанным на NPV (PI > 0), однако в отличие от NPV индекс PI показывает эффективность вложений. Так, для двух проектов при B_1 = 1000\$, C_1 = 990\$ и B_2 = 100\$, C_2 = 90\$ (без учета дисконтирования) NPV одинаковы и равны 10\$, а PI соответственно равны 1 % и 10 %. Проекты с большим индексом доходности являются к тому же более устойчивыми. Так, в нашем примере 5 %-й рост издержек делает первый проект убыточным, в то время как второй остается прибыльным.

Однако не следует забывать, что очень большие значения индекса доходности не всегда соответствуют высокому значению NPV и наоборот. Дело в том, что имеющие высокую чистую текущую стоимость проекты не обязательно эффективны, а значит, имеют весьма небольшой индекс доходности.

Отношение B/C ratio — выгоды/затраты или прибыли/издержки, есть частное от деления дисконтированного потока выгод на дисконтированный поток затрат:

$$\mathrm{B/C\ ratio} = \frac{\sum\limits_{t=1}^{n} \frac{B_t}{(1+r)^t}}{\sum\limits_{t=1}^{n} \frac{C_t}{(1+r)^t}}. \qquad (3)$$

Если B/C ratio > 1, то доходность проекта выше требуемой инвесторами и проект считается привлекательным.

Этот показатель может быть использован для демонстрации возможного увеличения затрат без превращения проекта в экономически непривлекательное предприятие. Так, отношение B/C ratio = 1,05 показывает, что при росте затрат на 5 % значение PI упадет ниже точки самоокупаемости, которая соответствует B/C ratio = 1,00. Таким образом, становится возможным быстро оценить воздействие экономического и финансового рисков на результаты проекта.

При выборе критерия инвесторы хотят быть уверенными в том, что он даст точную оценку проекта и правильно ранжирует альтернативы.

Во многих случаях по критериям NPV и B/C ratio из двух проектов один и тот же является лучшим. Однако в некоторых ситуациях при выборе одной из нескольких альтернатив методы дают противоречивые результаты.

На рис. 1, где по осям координат отложены приведенные стои-

мости доходов (B) и издержек (C) проекта, найдем точки, соответствующие проектам с разными значениями NPV и B/C ratio.

Если оцениваются проекты в условиях строгого бюджетного ограничения ($C = C^*$), то не возникает никаких проблем. Границы эффективности совпадают для обоих критериев (NPV = 0 $\Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow$ B/C ratio = 1). Проекты, лежащие выше по вертикальной оси, имеют большую доходность: проект M предпочитается проекту L и уступает N.

Если же сравниваются проекты с разными издержками (C_1 и C_2) (рис. 2), возникают противоречия при ранжировании проектов по разным критериям. Так, по отношению доходы/издержки (B/C) проекты соотносятся: $L > N > M$. Однако NPV проектов L и M равны, а у проекта N даже выше, т. е. $N > M = L$. Такой парадокс заставляет задуматься над выбором критериев для ранжирования.

Вывод: данные два критерия зачастую эквивалентны. Однако метод NPV предпочтителен при сравнении взаимоисключающих проектов при неограниченном финансировании.

Очевидно, что выбор ставки дисконтирования при подсчете NPV, B/C ratio и PI оказывает значительное влияние на итоговый результат расчета, а следовательно, и на его интерпретацию. Величина ставки дисконтирования, вообще говоря, зависит от темпа инфляции, минимальной реальной нормы прибыли и степени инвестиционного риска. Минимальной нормой прибыли считается наименьший гарантированный уровень доходности на рынке капиталов, т. е. нижняя граница стоимости капитала. В качестве приближенного значения ставки дисконтирования можно использовать существующие усредненные процентные ставки по долгосрочным банковским кредитам.

Очень интересным является значение процентной ставки r^*, при котором NPV = 0. В этой точке дисконтированный поток затрат равен дисконтированному потоку выгод. Она имеет конкретный экономический смысл дисконтированной "точки безубыточности" и называется внутренней нормой рентабельности (сокращенно IRR). Этот критерий позволяет инвестору данного проекта оценить целесообразность вложения средств. Если банковская учетная ставка больше IRR, то, по-видимому, положив деньги в банк, инвестор сможет получить большую выгоду.

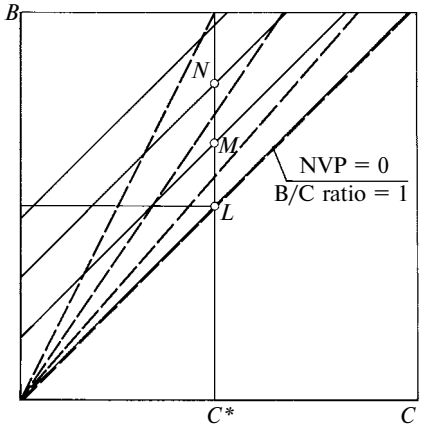


Рис. 1. Выбор проекта при бюджетном ограничении

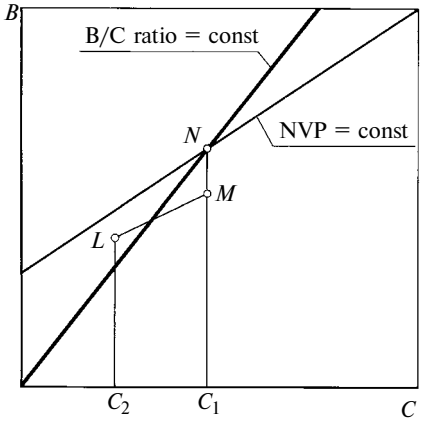


Рис. 2. Противоречия при выборе проектов с разными издержками по критериям NPV и B/C ratio

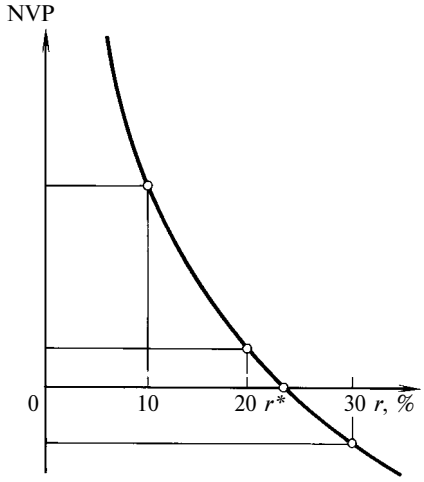


Рис. 3. зависимость критерия NPV от ставки дисконтирования *r*

На рис. 3 , видно, что r^* есть не что иное, как IRR. Если капиталовложения осуществляются только за счет привлеченных средств, причем кредит получен по ставке i, то разность ($r^* - i$) показывает эффект инвестиционной (предпринимательской) деятельности, при $r^* = i$ доход только окупает инвестиции (инвестиции бесприбыльны), при $r^* < i$ инвестиции убыточны.

Еще один вариант интерпретации состоит в трактовке внутренней нормы прибыли как предельного уровня доходности (окупаемости) инвестиций, что может быть критерием целесообразности дополнительных капиталовложений в проект.

За рубежом часто расчет IRR применяют в качестве первого шага количественного анализа капиталовложений. Для дальнейшего анализа отбирают те инвестиционные проекты, IRR которых оценивается величиной не ниже 10÷20 %.

Внутренняя ставка дохода от проектов, принятых для финансирования, варьируется в зависимости от отрасли экономики и от того, является проект частным или государственным предприятием. Имеются две причины такого положения. Во-первых, различны степени риска. Так, например, разведка полезных ископаемых — более рискованное предприятие, чем орошаемое земледелие, и поэтому инвесторы в горнорудный проект могут потребовать более высокой ставки дохода для компенсации больше-

Год	Ставка дисконтирования, %					
	10		20		30	
	Коэффициент дисконтирования	Приведенные поступления	Коэффициент дисконтирования	Приведенные поступления	Коэффициент дисконтирования	Приведенные поступления
1-й	0,909091	3 636 364	0,833333	3 333 332	0,769231	3 076 924
2-й	0,826446	4 958 676	0,694444	4 166 664	0,591716	3 550 296
3-й	0,751315	6 010 520	0,578704	4 629 632	0,455166	3 641 328
4-й	0,683013	2 049 039	0,482253	1 446 759	0,350128	1 050 384
Затраты	—	−12 000 000	—	−12 000 000	—	−12 000 000
NPV	—	4 654 599	—	1 576 387	—	−681 068

го риска, которому они подвергаются по сравнению с инвесторами в сельскохозяйственное предприятие. Во-вторых, частные инвесторы, как правило, преследуют только свои интересы при выборе объекта для инвестирования и требуют порой гораздо большего уровня нормы прибыли, нежели государство, решающее социальные задачи.

Точный расчет IRR возможен только с помощью компьютера, однако возможен его приближенный расчет, который рассмотрим на конкретном примере.

Пример. Инвестор вложил в строительство предприятия по производству авиалайнеров 12 млн долл. Планируемые ежегодные поступления (выгоды) составят, млн долл.: 1-й — 4; 2-й — 6; 3-й — 8; 4-й — 3. Определим внутреннюю норму рентабельности проекта (таблица).

Как следует из примера, чистая приведенная стоимость (NPV) имела положительное значение при ставках дисконтирования 10 и 20 %. При ставке дисконтирования 30 %, NPV является отрицательной величиной. Следовательно, значение внутреннего коэффициента рентабельности находится в диапазоне между 20 и 30 %, причем ближе к 30 %.

Из изложенного можно сделать выводы:

значение IRR может трактоваться как нижний гарантированный уровень прибыльности инвестиционного проекта. Таким образом, если IRR превышает среднюю стоимость капитала (например, ставку по долгосрочным банковским активам) в данной отрасли и с учетом инвестиционного риска данного проекта, проект можно считать привлекательным;

внутренняя норма рентабельности определяет максимальную ставку платы за привлекаемые источники финансирования проекта, при которой последний остается безубыточным. При оценке эффективности общих инвестиционных затрат, например, это может быть максимальная ставка по кредитам;

внутреннюю норму рентабельности иногда рассматривают как предельный уровень доходности инвестиций, что может быть критерием целесообразности дополнительных вложений в проект. К достоинствам этого критерия можно отнести объективность, независимость от абсолютного размера инвестиций, оценку относительной прибыльности проекта, информативность. Кроме того, он легко может быть приспособлен для сравнения проектов с различными уровнями риска: проекты с бóльшим уровнем риска должны иметь бóльшую внутреннюю норму доходности. Однако у него есть и недостатки: сложность "бескомпьютерных" расчетов и возможная необъективность выбора нормативной доходности, большая зависимость от точности оценки будущих денежных потоков.

Критерии NPV, IRR и PI, наиболее часто применяемые в инвестиционном анализе, являются фактически разными версиями одной и той же концепции, и поэтому их результаты связаны друг с другом. Таким образом, можно ожидать выполнения следующих математических соотношений для одного проекта:

если $NPV > 0$,
то $PI > 1$ и $IRR > r$;

если $NPV < 0$,
то $PI < 1$ и $IRR < r$;

если $NPV = 0$,
то $PI = 1$ и $IRR = r$,

где r — требуемая норма доходности (альтернативная стоимость капитала).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Методические** рекомендации по оценке эффективности проектов (2-я редакция). М.: Экономика, 2005.

2. **Шарп У. Ф., Александер Г. Дж., Бэйли Д. В.** Инвестиции. М.: ИНФРА-М, 2006.

3. **Дамодаран А.** Инвестиционная оценка. М.: Альпина Бизнес Букс, 2004.

4. **Сухарев О. С., Сухарев С. О.** Инновации в экономике и промышленности. М: Высшая школа, 2010.

УДК 620.93:621

В. П. СТУПНИКОВ, д-р техн. наук (МГТУ им. Н. Э. Баумана), В. А. ДУБРОВСКИЙ, канд. техн. наук,
Н. И. ПОДВОЛОЦКАЯ (ИМАШ им. А. А. Благонравова РАН), тел. (499) 137-82-24

Современные проблемы энергоэффективности в машиностроении

В апреле 2010 г. объединенным научным советом РАН по комплексной программе "Машиностроение" (председатель совета академик К. С. Колесников) совместно с МГТУ им. Н. Э. Баумана была проведена XVI научная сессия "Проблемы энергоэффективности в машиностроении". В работе сессии приняли участие члены Российской академии наук, доктора и кандидаты наук из вузов и промышленности, руководители ведущих научно-производственных объединений и предприятий машиностроительного профиля из разных научных центров и регионов страны.

Во вступительном слове академик К. С. Колесников отметил, что с 1995 г. проводятся ежегодные научные сессии, посвященные многообразным проблемам заготовительных производств в машиностроении, уровень энергоэффективности которых во многом определяет работу предприятий и отрасли в целом.

На сессиях с научными докладами, касающимися рассматриваемых проблем, выступали видные ученые и известные специалисты, например: академики РАН Н. П. Алешин, Е. Н. Каблов, В. В. Клюев, Ю. К. Ковнеристый, А. И. Леонтьев, Ф. М. Митенков; члены-корреспонденты РАН А. М. Дмитриев, А. Н. Логарьков, С. П. Непобедимый, М. А. Погосян, А. В. Яблоков.

В заключение К. С. Колесников особо подчеркнул, что тема энергоэффективности в машиностроении важна для сегодняшнего состояния промышленности. Необходимо повысить уровень нашей экономики, важно принять и реализовать стратегию выхода из кризиса, который охватил весь мир.

На сессии первым выступил директор института машиноведения им. А. А. Благонравова РАН академик Р. Ф. Ганиев с докладом о проблемах и перспективах волновой механики и волновых технологий.

Волновые технологии являются инновациями, в основе которых лежат фундаментальные научные достижения в области нелинейной волновой механики, разработанной коллективом Научного центра нелинейной волновой механики и технологии РАН (НЦ НВМТ РАН). На основе теории нелинейной волновой механики многофазных систем разработаны и созданы опытные образцы волновых машин и аппаратов. Открыт ряд волновых и колебательных явлений и волновой турбулизации потока, на основе которых созданы высокоэффективные технологии в машиностроении, нефтегазовой промышленности, в химической технологии, при получении нанокомпозитов, в строительстве и пищевой промышленности.

На базе разработанных и созданных опытных высокоэффективных волновых диспергаторов, смесителей, активаторов, разделителей проведена серия экспериментальных исследований. Полученные результаты позволяют создавать различные волновые технологии и машины, превосходящие по своим качествам и эффективности существующие.

Учитывая, что в настоящее время ожидаемый технологический прорыв в мире во многом связывают именно с практической реализацией фундаментальных научных разработок в области нанотехнологий, национальный приоритет и практические результаты, полученные в области волновых технологий, могут стать российским вкладом, в том числе в мировые нанотехнологии. В этой области в процессах равномерного перемешивания волновые технологии могут не иметь конкурентов.

Применение волновых технологий позволяет на принципиально новом уровне решать технологические задачи измельчения, активации, смешения, дозирования, классификации, формования, разделения жидких и газообразных неоднородных систем, экстрации, кристаллизации, сушки, фильтрации, экструзии, транспортировки, полимеризации для большинства отраслей промышленности, например машиностроения, пищевой, горнорудной, угольной, металлургической, микробиологической, химической, нефтегазовой и других, а также в строительстве и ЖКХ.

Результаты теоретических и экспериментальных исследований НЦ НВМТ РАН, прошедшие опытную и промышленную проверку, позволяют утверждать, что основная часть волновых технологий в настоящий момент готова к широкомасштабному промышленному внедрению. Окупаемость инвестиций, вложенных в развитие и промышленное освоение волновых технологий обеспечивается вследствие их конкурентоспособности, большого объема рынков сбыта, относительно низкой себестоимости и как результат — высокой рентабельности волновых машин, узлов, линий в целом.

В зависимости от особенностей конкретных технологий и производственных комплексов возможны различные их внедрения — от полностью сформированных волновых технологических комплексов до модернизации существующих линий путем встраивания в них волновых машин и аппаратов, коренным образом изменяющих характеристики

производства в сторону повышения производительности и качества выпускаемой продукции, снижения энергетических затрат.

В заключение докладчик ознакомил аудиторию с серией последних изданий научной литературы по доложенной тематике и передал их для ректората МГТУ им. Н. Э. Баумана. Особо следует отметить книгу "Волновые технологии в инновационном машиностроении", в которой в краткой форме показаны существенные преимущества волновых технологий для создания инновационного машиностроения с ощутимым экономическим эффектом в масштабе ряда отраслей. Приведены данные, подтверждающие конкурентоспособность этих технологий на мировом рынке и их инвестиционную привлекательность.

Доктор технических наук Н. В. Пасечник (ВНИИМЕТМАШ) поделился опытом создания минизавода по производству мелкосортового проката для строительной индустрии.

В посткризисный период необходимыми условиями выживания и развития машиностроительной промышленности являются восстановление связей науки и производства, а также объединение усилий всех организаций для создания соответствующего оборудования. Большое значение уже приобрела деятельность нового профессионального объединения — Международного союза производителей металлургического оборудования ("Металлургмаш"), в состав которого вошли Государственные научные центры, Международный союз металлургов, ООО "Корпорация Чермет", Российский союз производителей металлопродукции, металлургические и машиностроительные заводы, вузы и НИИ металлургического профиля.

Пример успешного взаимодействия разных организаций — создание литейно-прокатного завода в г. Ярцево Смоленской области. Этот металлургический минизавод стал первым, построенным в России за последние годы, на котором использовано в основном отечественное оборудование. Завод имеет узкую специализацию и предназначен главным образом для обеспечения строительного комплекса Москвы строительной арматурой. Основное оборудование размещается в отделениях: электросталеплавильном, непрерывной разливки стали, прокатном. Дополнительно функционируют вспомогательные объекты комплекса по обеспечению основного производства материалами и энергоресурсами.

Основная технологическая схема предполагает передачу заготовок в автоматическом цикле на загрузочный роликовый конвейер нагревательной печи мелкосортного стана для последующей прокатки с "горячего посада". Предусмотрены автоматизированные системы управления технологическими процессами и производством.

Отечественные машиностроители в основном сохранили научно-технический потенциал, адаптировались к рыночным условиям и продолжают работы по созданию современных конкурентоспособных видов оборудования. Высокий технический уровень разработок подтверждается их спросом в промышленно развитых странах. Таким образом, имеются все необходимые предпосылки для возрождения промышленности.

Для успешного развития отечественного машиностроения необходимы: 1) включение производственных технологий в число приоритетных направлений развития науки и технологий Российской Федерации; 2) разработка и последовательная реализация комплексной программы развития машиностроения; 3) принятие законодательных мер по защите отечественного производителя; 4) методическое руководство отраслевыми НИИ со стороны РАН; 5) участие государства в решении проблемы финансирования приоритетных разработок.

Доклад д-ра техн. наук М. И. Киселева (МГТУ им. Н. Э. Баумана) был посвящен метрологическим резервам машиностроительных технологий. Качество промышленной продукции и ее конкурентоспособность как товара на рынке в конечном счете определяется качеством метрологического, точнее информационно-метрологического, сопровождения производства, т. е. быстродействием и точностью информационно-измерительных систем, входящих в состав технологического оборудования или встроенных в него и ответственных за обеспечение точного соответствия параметров изделий и технологических процессов заданным значениям. В машиностроении значения параметров как конструкционных материалов и самих конструкций машин, так и режимов технологических процессов их производства ограничены относительными погрешностями измерений на уровне $1 \div 0{,}1$ %. Традиционно техническое состояние машин и механизмов определяется кратным запасом прочности, тщательной и длительной конструкторско-технологической отработкой изделий при испытаниях, а на стадии эксплуатации — системой профилактических осмотров и планово-предупредительных ремонтов. Снижение объемов и темпов обновления парка вырабатывающей свой ресурс техники (в первую очередь в энергетике и на транспорте) в последние десятилетия повлекло за собой увеличение числа не только технических аварий, но и крупных техногенных катастроф.

Выходом из сложившегося положения должно стать резкое повышение точности измерений при производстве и эксплуатации машин и механизмов. Необходимая точность на функционирующих объектах может быть достигнута использованием компактных встроенных систем, что позволит реализовать прогнозирующий измерительно-вычислительный мониторинг технического состояния объекта и его аварийную защиту.

Однако между уровнем метрологического обеспечения машиностроения и фундаментальными научными исследованиями существует резкий контраст. Так, например, развитие работ по детектированию гравитационных волн с использованием лазерной техники привело к снижению относительных погрешностей измерения расстояний на базе 30 м до уровня $2 \cdot 10^{-15}$ %, а развитие лазерной локации искусственных спутников Земли — к снижению относительных погрешностей линейных параметров орбит до уровня $10^{-7} \div 10^{-8}$ %.

Материальной основой реализации предлагаемого подхода служат фазохронометрические системы, способные, как практически установлено, на мощных турбоагрегатах ТЭЦ снизить относительные погрешности измерений до уровня $5 \cdot 10^{-4}$ %. Дальнейшее повышение точности измерений открывает принципиально новые возможности машиностроительных технологий.

В докладе д-ра техн. наук Д. Н. Гаркунова (МГТУ им. Н. Э. Баумана) были рассмотрены проблемы энергосбережения в промышленности и на транспорте в свете научных открытий безызносного трения и водородного изнашивания. Трение сопровождает все процессы, происходящие при относительном движении частиц в живой и неживой природе, а трение движущихся частей в механизмах и машинах сопровождается износом, что приводит к вибрациям, шумам, нарушениям точности сопряжений и т. п. Открытие безызносного трения и водородного изнашивания металлов определило принципиально новые направления в развитии трибологии и триботехнологий как в России, так и за рубежом.

Так, в частности, проведение финишной антифрикционной безабразивной обработки поверхностей трения и применение металлоплакирующих смазочных материалов позволяют увеличить рабочий ресурс машин и механизмов в 3÷5 раз, уменьшить выбросы вредных веществ, сэкономить энергию и горюче-смазочные материалы. Таким образом, решение актуальных проблем — энергосбережения и экологии — без вложения больших финансовых средств может оказаться весьма выгодным, что особенно важно в условиях мирового экономического кризиса.

Безызносное трение сопровождается появлением на трущихся поверхностях сервовитной металлической пленки (это металл в особом состоянии, образующийся только в процессе трения). В этом случае устанавливается самоорганизующийся процесс трения, который обусловлен обменом энергией и веществом между трущейся парой и внешней средой, а также действием ионов металла, из которых формируется эта пленка. Трение не уничтожает пленку, оно ее воспроизводит. Пленка при трении образуется из одного из участвующих в процессе материалов (бронза, латунь или другой сплав, медь) либо из смазочного материала, содержащего порошки мягких пластичных металлов, их соли, комплексные соединения металлов, металлоорганические соединения.

Наиболее эффективным методом подавления водородного изнашивания являются методы, основанные на реализации эффекта безызносности.

Создание серии минизаводов по широкомасштабному производству металлоплакирующих смазочных материалов послужило бы значительным вкладом в модернизацию промышленности и транспорта России.

Наука о трении, изнашивании и смазывании машин (трибология) решает такие национальные проблемы, как экономия энергии, сокращение расхода материалов, повышение надежности и безопасности механических систем, а также экологические проблемы. Известно, что износ трущихся деталей является главной причиной снятия машин с эксплуатации, а на преодоление трения в транспортных машинах расходуется более половины потребляемого топлива. В развитых промышленных странах, например в Великобритании, экономический эффект от применения достижений триботехники составил 2 % валового национального продукта. В России эта цифра может быть значительно больше.

В Китае, наиболее динамично развивающейся стране, широкое применение средств трибологии дало в 2006 г. экономический эффект в 41 млрд долл. США, что эквивалентно 1,55 % валового продукта этой страны.

Трибология на основе самоорганизации позволяет: снизить расход топлива в ДВС до 12 %; уменьшить расход смазочных материалов в 2÷3 раза; повысить ресурс машин в 1,5 раза и более; сократить время приработки механизмов и машин в 2÷3 раза; уменьшить объемы выпуска запчастей в 1,5÷2 раза; снизить загазованность атмосферы от ДВС в 1,5 раза и более; восстановить компрессию ДВС до номинальных величин без разборки; уменьшить расход цветных металлов; повысить стойкость режущих инструментов в 2 раза и более; снизить трение при обработке материалов на 20÷50 %.

К сожалению, результаты этих исследований еще не нашли массового применения. Причины этого — неосведомленность работников промышленности и транспорта о новых высокоэффективных триботехнологиях. Следует также отметить недостаточное внимание к предмету трибологии при подготовке специалистов-машиностроителей. В большинстве вузов такая подготовка отсутствует. Между тем издательством в МГТУ им. Н. Э. Баумана выпущена необходимая литература для преподавателей и специальный учебник по трибологии на основе самоорганизации для студентов технических вузов.

Очередная XVII научная сессия будет проведена в апреле 2011 г.

УДК 621.64-987.001.24

В. Я. ДМИТРИЕВ, канд. техн. наук, С. Г. КОМАИШКО, Г. Н. КУЛИК, канд. техн. наук, М. В. МОИСЕЙ, К. В. СУЗДАЛЬ, А. Ю. ТОНКОНОГ (ОАО "Дефорт", г. Санкт-Петербург), e-mail: defort@yandex.ru

Капитальный ремонт автоклавного реактора для изготовления полиэтилена высокого давления

Рассмотрены последовательность и особенности капитального ремонта автоклавного реактора, эксплуатационные факторы, определяющие его ремонтопригодность.

Ключевые слова: реактор, сверхвысокое давление, полиэтилен, полимеризация, ремонт, контроль.

The features and sequence of basic repair of autoclave reactor and operation factors, determining of its maintainability, are considered.

Keywords: reactor, ultrahigh pressure, polyethylene, polymerization, repair, control.

Полимеризация этилена при сверхвысоких давлениях позволяет получить очень ценные высококристаллические полимеры. Однако данный процесс имеет следующие недостатки [1]:

высокая энергоемкость производства из-за большого расхода энергии на компримирование газа;

применение дорогостоящего оборудования, изготовленного по специальной технологии;

трудности уплотнения аппаратуры и коммуникаций для этилена под высоким давлением и опасность больших потерь газа при малейших дефектах в уплотнении;

токсичность и воспламеняемость этилена, и образование взрывоопасных смесей с воздухом в широких пределах концентраций, что представляет опасность при утечке газа, находящегося под высоким давлением.

Реакция полимеризации происходит с выделением теплоты (около 1000 ккал/кг). Во избежание чрезмерной активности процесса, приводящей к взрывному разложению этилена, необходимо обеспечить непрерывный отвод теплоты от стенок реактора, что весьма непросто. Стенки аппарата должны иметь достаточную толщину, чтобы выдерживать высокое давление, но чем толще стенки, тем хуже отвод выделяющейся при реакции теплоты, так как за один цикл в реакцию вступает только около 20 % поступающего в аппарат этилена, и основная часть теплоты уносится с продуктами реакции. Таким образом поддерживается постоянный температурный режим. Из вышеизложенного следует, что процесс должен быть максимально автоматизирован и требует большого числа контрольно-измерительных приборов и защитных устройств, а для обеспечения четкой работы оборудования — высококвалифицированное техническое обслуживание.

Разложение этилена сопровождается быстрым нарастанием давления и температуры, при этом образуется метан (80 %), водород (17 %) и углерод в виде мелкодисперсной сажи, осаждающейся на стенках оборудования. Выделяющийся водород приводит к наводораживанию металла внутренней поверхности стенок, что сопровождается образованием сетки мелких поверхностных трещин, трудно выявляемых при неразрушающем контроле. Повышенные температуры могут вызвать изменения прочностных характеристик металла.

При проектировании производств полиэтилена высокого давления предусматривалось наличие ремонтной базы, которую можно было бы использовать для всех заводов данного направления. Были разработаны стенды и оборудование для выполнения необходимых ремонтных работ, но созданный в Великобритании для этих целей комплекс в эксплуатацию пущен не был. Поэтому в ОАО "Дефорт" были освоены технологии для проведения периодического капитального ремонта данного оборудования.

Реактор для полимеризации этилена и получения расплава полиэтилена, представляющий собой толстостенный цилиндрический аппарат, изготовлен английской фирмой "Саймон-Карвз" в 1965 г. и в 1967 г. пущен в эксплуатацию на ОАО "Уфаоргсинтез". Ниже приведена его техническая характеристика.

Внутренний диаметр, мм	305
Толщина стенки, мм	101,6
Высота реакторной части, мм	3505
Высота аппарата с корпусом электродвигателя и крышками, мм	5310
Диаметр аппарата с рубашкой нагревания-охлаждения, мм	539

Мощность электродвигателя, кВт	30
Частота вращения вала, мин$^{-1}$	1000
Диаметр желобчатой мешалки, мм	152,5

Асинхронный электродвигатель заключен в кожух, внутренний диаметр которого составляет 305 мм, толщина стенок — 101,6 мм. Мешалка обеспечивает местное горизонтальное и общее вертикальное перемешивания. От завышения давления реактор защищен двумя отрывными предохранительными мембранами. Реактор располагается вертикально. Цельнокованые крышки корпуса реактора и двигателя изготовлены из стали 30CrNiMo8 и прошли термообработку: закалка − нагрев до температуры 850 °С с охлаждением в масле, отпуск — нагрев до 640 °С с охлаждением на воздухе.

Ремонт

Контроль корпусов реактора и электродвигателя, нижней и верхней крышек, полумуфты, стяжных хомутов, деталей узла сброса давления при реакции разложения производится в соответствии с РД 03-606-03. При этом визуально определяют наличие явных повреждений — вздутий, трещин и др. Гребенки и резьбы не должны иметь забоин. Конструктивные размеры должны находиться в допустимых пределах.

Контролю цветной или магнитной дефектоскопии подвергают все наружные поверхности корпусов реактора и электродвигателя, нижние и верхние крышки, внутренние поверхности на расстоянии 600 мм от торцов корпусов реактора и электродвигателя, внутренние поверхности полумуфты, стяжные хомуты, детали узла сброса давления при реакции разложения.

Контроль твердости проводится в соответствии с таблицей. В зоне выхлопных отверстий твердость измеряют с помощью специально разработанных приспособлений [2, 3].

Детали, подлежащие ремонту, следует подготовить к термообработке — изолировать резьбовые соединения и гребенки, чтобы защитить их от высоких температур и атмосферы печи. Отпуск производится в камерной печи с выкатным подом.

Перед термообработкой детали в печи устанавливают в устойчивом положении так, чтобы максимально уменьшить вероятность поводок, в зоне с наиболее стабильной температурой, на них закрепляют не менее трех контактных термопар. Температуру следует увеличивать постепенно до температуры 560 °С с выдержкой в течение 6 ч, затем — охлаждение на воздухе.

Далее детали зачищают и выполняют все вышеперечисленные операции контроля. Если результат удовлетворительный, то выполняется расточка с использованием специального устройства [4].

Предлагаемая оправка для расточки глубокого отверстия на станке, имеющем задний центр и шпиндельную бабку со шпинделем, отличается от обычной тем, что она выполняется полой и соосно размещается на штоке с помощью направляющих, обеспечивающих возможность перемещения по штоку в продольном направлении. При этом длина штока превышает длину оправки. Один конец штока поджат задним центром станка, другой с вращающимся центром упирается или непосредственно в дно глухого отверстия обрабатываемой детали, или (при расточке сквозного глубокого отверстия) в упорную деталь, установленную в шпинделе шпиндельной бабки станка.

Иногда между обрабатываемой деталью и задним центром станка устанавливают люнет, чтобы разместить на нем оправки в качестве дополнительной опоры. При расточке корпусов реактора и электродвигателя их одним концом закрепляют в

Место и число точек при контроле твердости

Деталь	Зона	Поверхность	Число точек
Реактор	1000 мм от торца со стороны нижней крышки	Внешняя	4 (в двух взаимно перпендикулярных плоскостях)
	Пояс диаметром 584,2 мм	То же	То же
	Выхлопные отверстия	"	2
	1000 мм от торца со стороны двигателя	"	4 (в двух взаимно перпендикулярных плоскостях)
	50; 100; 150 мм от торца со стороны нижней крышки	Внутренняя	По одной в трех плоскостях под углом 120°
	50; 100; 150 мм от торца со стороны двигателя	То же	То же
	Выхлопные отверстия	"	2
Корпус электродвигателя	600÷650 мм от торца со стороны верхней крышки	Внешняя	4 (в двух взаимно перпендикулярных плоскостях)
	80÷100 мм от торца со стороны верхней крышки	Внутренняя	То же
	На торце со стороны реактора	То же	"
Нижняя крышка	120÷130 мм от оси отверстия	Внешняя	4
	100 мм от оси отверстия	Внутренняя	8
	200 мм от оси отверстия	То же	8
Верхняя крышка	150÷160 мм от оси отверстия	Внешняя	4
	100 мм от оси отверстия	Внутренняя	8
	200 мм от оси отверстия	То же	8

патроне шпинделя, а вторым они опираются на люнет. Если после расточки на внутренней поверхности при визуальном контроле дефектов не обнаружено, то деталь шлифуют.

Приспособление [5] для шлифования внутренней поверхности глубокого отверстия снабжено штангой-державкой, закрепленной в резцедержателе токарного станка, внутри которой установлена прямошлифовальная машина с абразивным кругом. Прямошлифовальная машина закреплена с помощью зажимного хомута. Периферийная поверхность шлифовального круга выходит за наружную поверхность штанги-державки. После шлифовки выполняют контроль в полном объеме, кроме измерения твердости. Все резьбовые входы проходят соответствующим инструментом и проверяют калибром Пр-Не. Необходимы также гидравлические испытания: собранный реактор проверяют под давлением 280 МПа.

Статическую и циклическую прочности наиболее нагруженных деталей реактора (корпус реактора, корпус двигателя, верхняя и нижняя крышки), а также его остаточный ресурс рассчитывают согласно нормативам [6—12]. По результатам расчетов выдается заключение на дальнейшую эксплуатацию реактора.

БИБЛИОГРАФИЧЕССКИЕ ССЫЛКИ

1. **Шифрина В. С., Самоходский Н. Н.** Полиэтилен (получение и свойства). Л.: Госхимиздат, 1961. 176 с.
2. **Пат. 88448 Рос. Федерации на полезную модель.** Приспособление к динамическому малогабаритному твердомеру.
3. **Пат. 88447 Рос. Федерации на полезную модель.** Приспособление к динамическому малогабаритному твердомеру для замеров твердости материала на конической поверхности.
4. **Пат. 69434 Рос. Федерации на полезную модель.** Устройство для расточки глубоких отверстий.
5. **Пат. 78722 Рос. Федерации на полезную модель.** Приспособление для шлифования внутренней поверхности глубокого отверстия детали на токарном станке.
6. **Сосуды** и трубопроводы высокого давления: Справочник. Иркутск: ГП "Иркутская областная типография № 1", 1999. 600 с.
7. **ОСТ 26-1046—87.** Сосуды и аппараты высокого давления. Нормы и методы расчета на прочность. М.: Изд-во стандартов, 1987. 112 с.
8. **РД РТМ 26-01-126—80.** Сосуды и аппараты на давление свыше 100 до 500 МПа (свыше 1000 до 5000 кгс/см^2). Нормы и методы расчета на прочность. Руководящий технический материал. Иркутск: ИркутскНИИхиммаш, 1980. 98 с.
9. **ГОСТ 25215—82 (СТ СЭВ 3027—81).** Сосуды и аппараты высокого давления. Обечайки и днища. Нормы и методы расчета на прочность. М.: Изд-во стандартов. 8 с.
10. **РТМ 26-01-51—72.** Сосуды и аппараты на давление свыше 1000 до 2500 кгс/см^2. Нормы и методы расчета на прочность. Иркутск: ИркутскНИИхиммаш, 1972. 105 с.
11. **ГОСТ 25859—83.** Сосуды и аппараты стальные. Нормы и методы расчета на прочность при малоцикловых нагружениях. М.: Изд-во стандартов. 36 с.
12. **ПНАЭ Г-7-002—89.** Нормы расчета на прочность оборудования и трубопроводов атомных энергетических установок. М.: Энергоатомиздат, 1989. 525 с.

УДК 621.9.06-233.1-762

А. П. КУШНИР, канд. техн. наук (Московский ГУ приборостроения и информатики)
e-mail: gurinmura@yandex.ru

Механизм прохождения загрязнений через бесконтактные уплотнения при остановке вращения шпинделя

Рассматриваются вопросы герметичности бесконтактных уплотнений шпиндельных узлов станков при работе в запыленной атмосфере в статическом режиме. Разработана модель прохождения частиц пыли через лабиринтные щели.

Ключевые слова: герметизация, бесконтактное уплотнение, шпиндельный узел, диффузия, броуновское движение.

The matters of air-tightness of non-contact seals of spindle assemblies of the machine-tools at work in a dust-laden atmosphere in static conditions are considered. A model of passing of the dust particles through the labyrinth chinks has been elaborated.

Keywords: airproofing, non-contact seal, spindle assembly, diffusion, Brownian motion.

Наиболее часто для герметизации шпиндельных узлов металлорежущих станков на опорах качения (в особенности быстроходных) применяют бесконтактные (лабиринтные, щелевые) уплотнения [1—3].

Лабиринтное уплотнение представляет собой бесконтактное устройство между двумя или несколькими деталями, находящимися в движении одна относительно другой. Оно состоит из ряда чередующихся узких щелей (или зазоров) и расширительных камер и наиболее часто применяется для уплотнения пространства между вращающимся валом и неподвижным корпусом.

Наряду с очевидными достоинствами (низкое тепловыделение, простота конструкции, относи-

тельно небольшие габаритные размеры, автономность, незначительный износ и др.) бесконтактные уплотнения обладают невысокой герметичностью, что приводит к попаданию загрязнений из зоны резания в опоры шпинделя, которые вызывают ускоренный износ дорожек и тел качения подшипников. Проблема состоит также в том, что механизм попадания загрязнений через лабиринтные уплотнения исследован недостаточно.

Качество уплотнения обычно оценивается при избыточном давлении герметизируемой среды [4], либо оценивается теоретически по формулам Дарси—Вейсбаха, Хагена—Пуазейля и т. п. по методикам, принятым, например, в турбостроении. Однако все эти подходы не могут быть использованы для оценки бесконтактных уплотнений шпиндельных узлов на опорах качения, которые работают в "безнапорных" условиях при перепадах давления, близких к нулю.

Рассмотрим процесс попадания пыли и мелких частиц шлама из зоны резания в опоры шпиндельного узла в статическом режиме работы уплотнений. Этот режим характеризуется отсутствием вращения шпинделя, установившейся температурой и нулевыми перепадами давлений на уплотнениях. Теоретически при данных условиях внешняя среда не должна проходить через уплотнения шпиндельного узла. На самом деле это не так.

В атмосфере цеха продолжает находиться большое количество взвешенных частиц пыли. Под действием конвективных процессов эти частицы перемещаются вместе с потоками воздуха и часть из них может попасть во входную щель уплотнения. Далее конвективные процессы быстро затухают, но под действием теплового движения молекул (броуновского движения) частицы пыли продолжают хаотически двигаться в зазоре уплотнения.

Зависимость среднего квадрата смещения частицы от времени при броуновском движении, согласно Эйнштейну [5], имеет вид:

$$\langle r^2 \rangle = \frac{2RT}{3N_A \pi \eta d} t, \qquad (1)$$

где $\langle r^2 \rangle$ — средний квадрат смещения частицы, м^2; t — время, с; N_A — число Авогадро, 1/моль; η — коэффициент динамической вязкости среды, в которой находится частица, Па · с; d — размер частицы пыли, м.

Данное выражение очень важно с точки зрения герметологии, так как показывает, что через любое бесконтактное уплотнение могут проходить частицы пыли при отсутствии градиентов давления или температур. Логично, что вероятность прохождения загрязнений через уплотнение увеличивается с уменьшением диаметра частиц. Поэтому лабиринтные щели не способны защитить опоры шпинделя от попадания в них мелкодисперсных частиц, например влаги из околостаночной зоны.

Следует также отметить, что смещение (и соответственно средняя скорость удаления от начала) согласно закону (1) не зависит от массы частицы. Поэтому через уплотнение могут проходить загрязнения не только легких, но и тяжелых фракций.

Для описания динамики частицы при броуновском движении предлагается уравнение [6]

$$m\frac{\mathrm{d}^2 x(t)}{\mathrm{d}t^2} = -b\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} + F_x(t), \qquad (2)$$

где m — масса частицы, кг; $x(t)$ — координата, м; $F_x(t)$ — случайная сила, действующая на частицу вдоль координаты x, Н; $b = 3\pi d\eta$ —коэффициент вязкого трения по Стоксу, Н · с/м.

Решая уравнение движения (2) для двух координат в операторной форме, получаем одинаковые передаточные функции для частицы по соответствующим осям:

$$W(s) = \frac{X(s)}{F_x(s)} = \frac{Y(s)}{F_y(s)} = \frac{1}{ms^2 + bs}, \qquad (3)$$

где s — оператор Лапласа; $X(s)$ — изображение по Лапласу функции $x(t)$; $F_x(s)$ — изображение по Лапласу функции $F_x(t)$; $F_y(s)$ — изображение по Лапласу случайной силы $F_y(t)$, действующей на частицу вдоль координаты y.

Обратное преобразование Лапласа позволяет получить выражения для перемещения частицы и для скоростей по координатам x и y:

$$\frac{x(t)}{F_x(t)} = L^{-1}\left[\frac{X(s)}{sF_x(s)}\right] = \frac{y(t)}{F_y(t)} = L^{-1}\left[\frac{Y(s)}{sF_y(s)}\right] =$$

$$= \frac{m}{b^2}\left(\mathrm{e}^{-\frac{bt}{m}} + \frac{b}{m}t - 1\right) \to \left.\frac{t}{b}\right|_{t\to\infty}; \qquad (4)$$

$$\frac{V_x(t)}{F_x(t)} = \frac{V_y(t)}{F_y(t)} = \frac{m}{b^2}\left(-\frac{b}{m}\mathrm{e}^{-\frac{bt}{m}} + \frac{b}{m}\right) \to \left.\frac{t}{b}\right|_{t\to\infty}. \qquad (5)$$

При постоянной силе и установившемся режиме скорость и удаление частицы от начала движения, как показывают выражения (4) и (5), действительно не зависят от ее массы а определяются коэффициентом вязкого трения, что соответствует теории Эйнштейна.

Для проверки закона движения (2) в системе Matlab-Simulink была разработана модель процесса массопереноса. Модель состоит из блока ввода исходных данных, блока формирования интервалов отсчетов, блока накладываемых на перемещения ограничений, схем моделирования случайной нагрузки по соответствующим осям координат, под-

программ расчета перемещения частицы, блоков статистической обработки параметров и устройств вывода данных.

Перемещения частицы исследовали при разных вариантах действия нагрузок. Силы, приложенные к частице, моделировались ступенчатым воздействием единичной амплитуды, единичным импульсным воздействием (единичной силой в течение единицы времени). Для проверки закона перемещения взвешенных частиц в условиях, приближенных к реальным, разработана подсистема, формирующая вектор случайной силы.

Величины перемещений рассчитывали по передаточным функциям (3). При исследовании случайных процессов в системе автоматически рассчитывались параметры для фиксированных отрезков времени, на основании которых находились средние значения смещения частицы от центра. Далее с использованием пакетов статистического анализа SPSS 14.00 и Statistica 7 SP2 строились зависимости средних значений квадрата смещения от массы частицы. Полученные данные выводились на цифровые дисплеи, осциллографы и графопостроители.

В качестве примера на рис. 1 показана зависимость перемещения частицы в зазоре h уплотнения

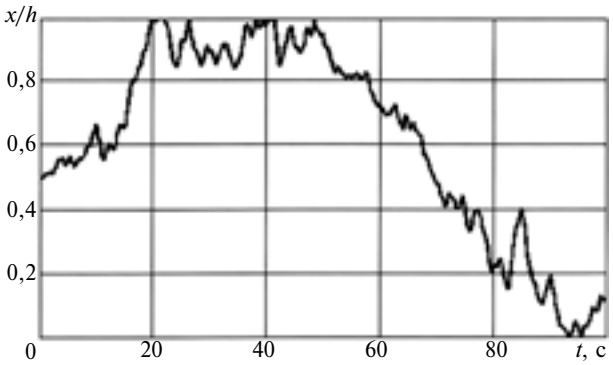


Рис. 1. Движение частицы в зазоре уплотнения

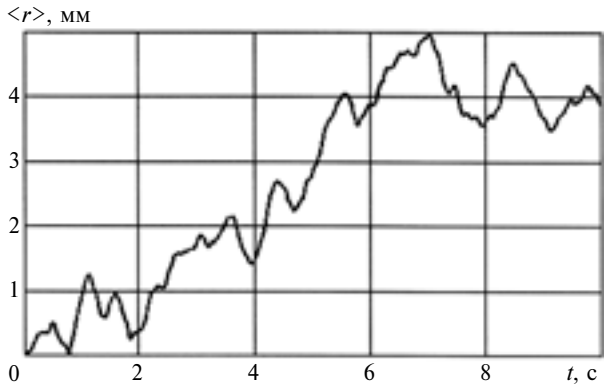


Рис. 2. Зависимость удаления частицы от начала координат во времени

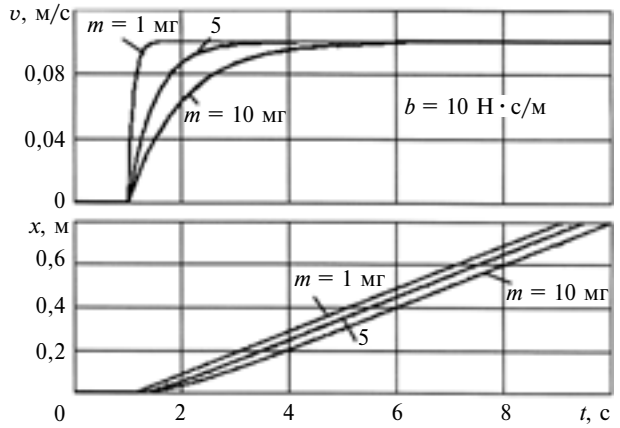


Рис. 3. Зависимости скорости v и перемещения x от времени при разных массах частиц при единичном ступенчатом воздействии

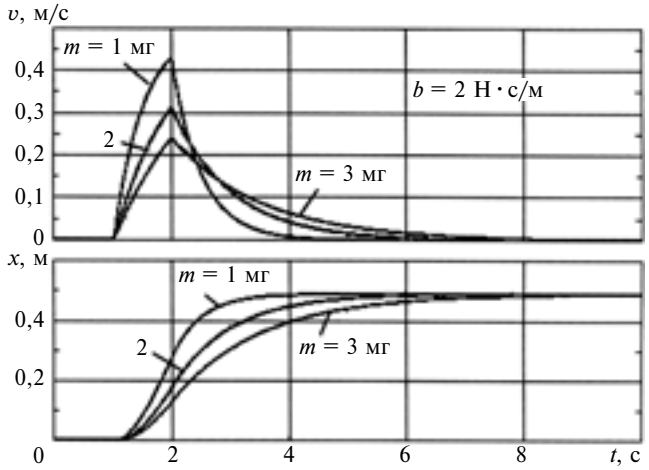


Рис. 4. Зависимости скорости v и перемещения x от времени при разных массах частиц при единичном импульсном воздействии

(между двумя плоскими параллельными плоскостями) при случайной нагрузке. Зависимость удаления $\langle r \rangle$ частицы от начала координат во времени приведена на рис. 2.

Полученные графики имеют случайный характер, однако, несмотря на то, что в принятой модели плотность вероятности не зависит от направления действия результирующей силы, на рис. 2 прослеживается тенденция удаления частицы от начальной точки, что совпадает с теоретическими предпосылками (1).

С целью проверки положения о независимости величины перемещения броуновской частицы от ее массы было проведено дополнительное исследование модели при разных законах нагружения частицы. Результаты моделирования (рис. 3) показывают, что при постоянной единичной силе в установившемся режиме скорость движения частицы не зависит от ее массы. В то же время пути, пройден-

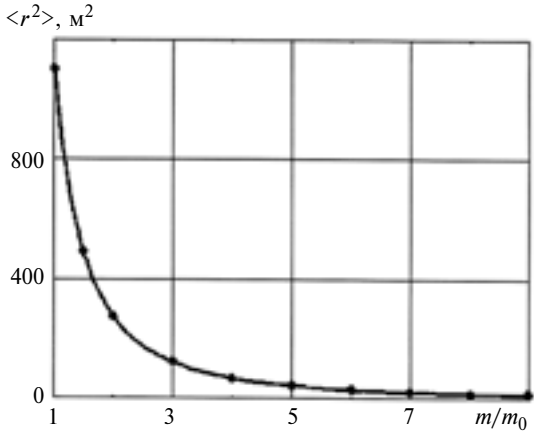


Рис. 5. Средний квадрат удаления от начала в зависимости от относительной массы частицы при случайных воздействиях

ные частицами, оказываются разными, что не соответствует зависимости (1).

Графики на рис. 4 показывают, что при единичном импульсном воздействии скорости частиц при разных массах получаются разными, а итоговые перемещения – одинаковыми. Однако при этом время смещения для частиц разной массы получается неодинаковым, что противоречит теоретической зависимости Эйнштейна (1). Отклонения от теории можно, по-видимому, объяснить спецификой нагружения частицы. Так как в реальности на частицу может действовать одновременно несколько сил, то дополнительно было проведено исследование влияния массы на перемещение частицы в воздухе при случайных нагрузках. В качестве исходных данных приняты следующие величины:

$$m_0 = 10^{-6}\ \text{кг};\quad \eta = 0{,}18 \cdot 10^{-4}\ \text{Па} \cdot \text{с};\quad d = 10^{-6}\ \text{м};$$
$$b = 2 \cdot 10^{-10}\ \text{Н} \cdot \text{с/м}.$$

На рис. 5 приведен результирующий график, который показывает существенное влияние массы на величину удаления частицы от начальной точки. С увеличением массы величина среднего квадрата удаления частицы от начальной точки уменьшается, что противоречит теории [5]. Моделирование показало, что эта зависимость сохраняется не только в пределах десятикратного увеличения первоначальной массы, но также и при дальнейших увеличениях и уменьшениях массы.

Соответственно, можно сделать вывод о том, что исходные уравнения (1) и (2) несколько противоречат друг другу и нуждаются в более подробном анализе.

Выводы

1. Частицы пыли и влаги могут попадать внутрь герметизируемого узла через бесконтактные уплотнения вследствие броуновского движения частиц.

2. Выявлено расхождение между существующими теориями о влиянии массы на величину суммарного смещения частицы.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Комиссар А. Г.** Уплотнительные устройства опор качения: Справочник. М.: Машиностроение, 1980. 192 с.

2. **Конструирование** и расчет металлорежущих станков. URL: http://kirms.mam.by/th.htm.

3. **Лизогуб В. А., Кушнир А. П.** Современные уплотнительные устройства высокоскоростных шпиндельных узлов металлорежущих станков. М.: ВНИИТЭМР, 1985. 44 с.

4. **Уплотнения** и уплотнительная техника / Л. А. Кондаков, А. И. Голубев, В. Б. Овандер и др. М.: Машиностроение, 1986. 464 с.

5. **Болотовский Б. М.** Эйнштейн и современная картина мира. // Наука и жизнь. 2006. № 2. С. 53—61. URL: http://www.nkj.ru/archive/articles/3984/.

6. **Матвеев А. Н.** Молекулярная физика. 3-е изд. М.: Оникс, 2006. 360 с

Вниманию авторов

Не допускается предлагать к публикации уже опубликованные или намеченные к публикации в других журналах материалы.

Статьи в редакцию можно присылать на e-mail: vestmash@mashin.ru. В случае пересылки статьи почтой кроме текста, напечатанного на белой бумаге формата А4 на одной стороне листа через 1,5—2 интервала 14-м кеглем, необходимо прикладывать электронную версию (шрифт Times New Roman в Microsoft Word, 14 кегль, расстояние между строк 1,5).

К статье прилагаются:

1) акт экспертной комиссии, подтверждающий, что статья не содержит материалов, входящих в перечень сведений, отнесенных к государственной тайне Указом Президента РФ № 1203 от 30.11.1995 г., и может быть опубликована в открытой печати;

2) аннотация (1—3 предложения) и ключевые слова;

3) сведения об авторах (фамилия, имя, отчество, место работы, должность, ученая степень, адрес, e-mail, телефон).

Объем статьи не должен превышать 20 страниц (с рисунками и таблицами). Все страницы должны быть пронумерованы.

Предоставляя статью в редакцию для публикации, авторы выражают согласие с тем, что:

1) статья может быть переведена и опубликована на английском языке;

2) после публикации в журнале материал может быть размещен в Интернете;

3) авторский гонорар за публикацию статьи не выплачивается.

Редакция оставляет за собой право сообщать автору о результатах рецензирования без предоставления рецензии.

Представленные в редакцию материалы обратно не высылаются.

Минимальный срок публикации — 4 месяца со дня предоставления рукописи в редакцию при соблюдении всех изложенных выше требований (обусловлен технологическим процессом).

УДК 622.285.5

ВЭНЬЧЖЭ ЯН, д-р техн. наук (Сианьский ГТУ, КНР),
e-mail: yangjie_7699@yahoo.com.cn

Создание системы дистанционного управления крепью

Рассматриваются и сравниваются системы управления крепью в угледобывающих шахтах.

Ключевые слова: шахта, крепь, система управления.

In the paper the consideration and comparison of shore control systems in the coal mines are made.

Keywords: mine, shore, control system.

Разработка эффективных средств управления крепью является одним из основных направлений развития угледобычи. Актуальность задачи подтверждается тем, что управление крепью при угледобыче — процесс не только наиболее трудоемкий, но и небезопасный для обслуживающего персонала. Нерешенность этой задачи затрудняет эффективное применение угледобывающих комплексов, особенно в условиях тонких угольных пластов.

Большинство рабочих механизмов крепи, разнообразие и сложность режимов их работы и функциональных нагрузок, специфика эксплуатации — все это создает серьезные трудности при управлении крепью. Структура такого управления — сложная, и ее реализация требует решения ряда самостоятельных задач.

В статье рассмотрены общие вопросы одной из задач, решение которой является наиболее важным в практическом отношении для обеспечения работы крепи в пологих и наклонных тонких и средних пластах. В этих условиях применяются крепи поддерживающего типа, которые при работе комплекса передвигаются, как правило, рядами или в шахматном порядке.

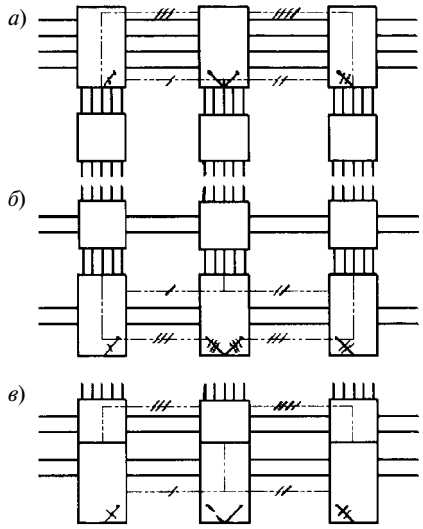
В этом случае команды на передвижение секций крепи поступают от оператора или командоаппарата, расположенного на секции или вне ее. Рассматривается возможность применения второго способа размещения управляющей аппаратуры как более прогрессивного.

К вариантам этого способа следует отнести: управление со штрека — дистанционное, полуавтоматическое и автоматическое; групповое управление — дистанционное и полуавтоматическое; дистанционное управление секцией с любой другой секции, смежной с управляемой.

Первый вариант сложный. Предполагается наличие на штреке суммирующей аппаратуры, которая должна выполнять функции приема информации, ее кодирования, передачи, адресования сигналов. Число этих сигналов должно быть большим, и поэтому для упрощения варианта приходится сокращать число операций до двух-трех, например, объединять движения с подпором или без него с позицией распора, хотя в общем случае для каждой секции требуется выполнение 5÷10 операций по управлению. Такое упрощение системы управления и сокращение числа передаваемых со штрека команд приводит к усложнению коммутации сигналов по самой секции крепи вследствие необходимости обеспечения взаимосвязи между операциями управления крепью. Выполнение дополнительных операций по колибровки секций осуществляется им вручную, что неприемлемо при тонких пластах. Кроме того, данное управление имеет существенный недостаток, заключающийся в отсутствии визуального наблюдения за движением секции.

Более рациональным, чем управление со штрека, является групповое управление, однако и оно не лишено тех же недостатков по калибровке и доустановке секций крепи. Хотя в этом случае и имеется возможность визуального наблюдения за работой (при небольшом числе секций в группе), но отсутствует возможность вмешательства в процесс перемещения — оператор должен перемещаться вслед за передвигаемой крепью, что связано большими временны́ми затратами.

На сегодняшний день наиболее реальным представляется способ управления секцией с любой другой соседней секции. При этом имеется возможность выполнения каждой операции при тех же условиях, что и при ручном управлении, но с бо́льшим удобством и безопасностью. Подобная система управления рациональна для тонких пластов. Она предполагает наличие двух распределителей: командного, который рассылает команды по управлению на соседние секции, и исполнительно-



Варианты размещения распределителей:
а — раздельное исполнение, магистрали идут через командный распределитель; *б* — то же, магистрали идут через исполнительный распределитель; *в* — совместное исполнение

го, принимающего эти команды, а также показывающего, какую команду он принял. Размещение командного и исполнительного распределителей на секции крепи возможно как в совместном, так и раздельном исполнении (рисунок). Возможно гидравлическое взаимодействие каждого командного распределителя с исполнительными распределителями соседних секций и наоборот — любого исполнительного распределителя с каждым командным распределителем секции, смежной с данной. Возможности такого взаимодействия показаны пунктирными линиями.

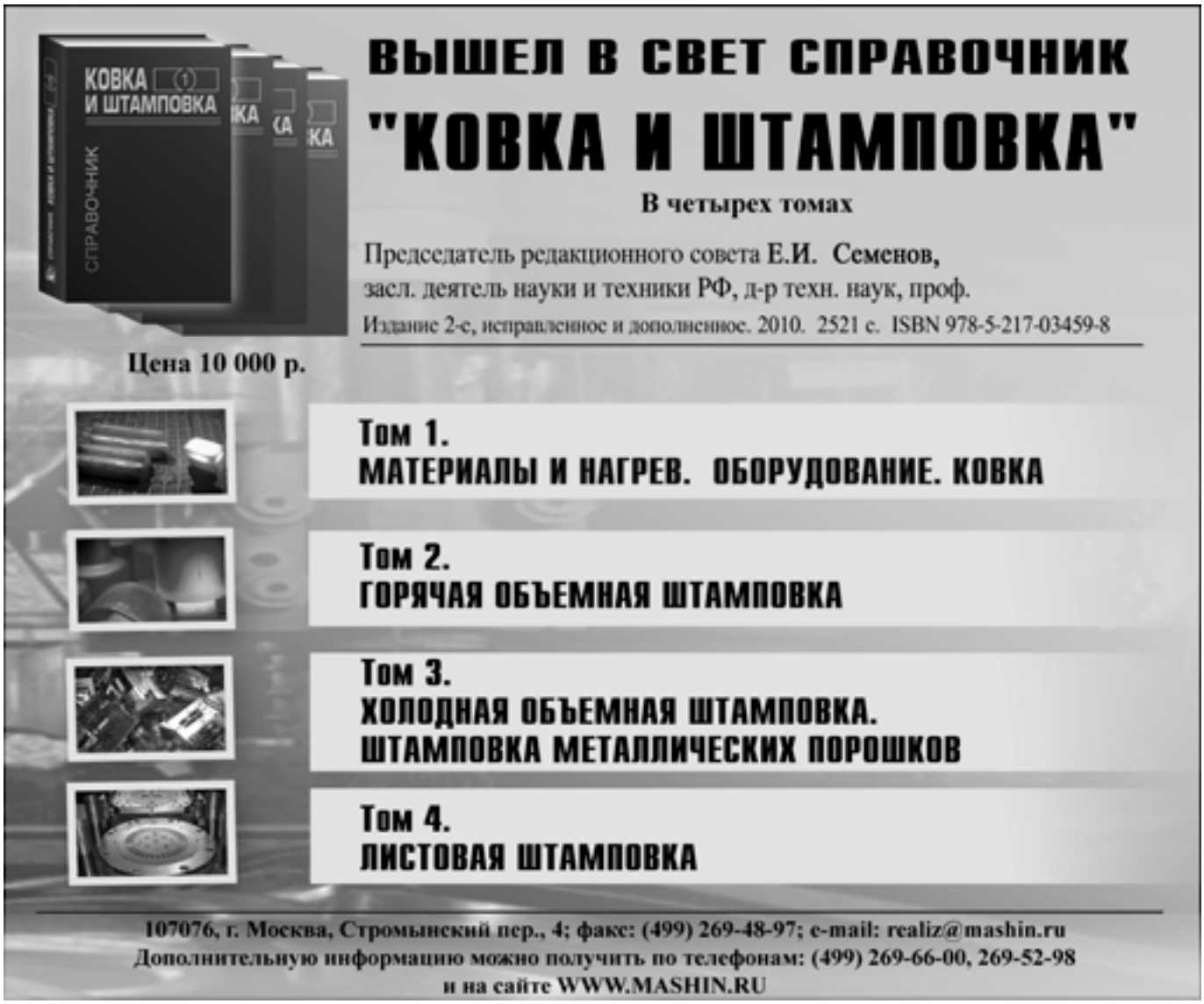
При создании вышеуказанной системы необходимо обеспечить выполнение следующих требований:

каждая секция снабжается только одной рукояткой (на командном распределителе), при необходимости ручного вмешательства в работу исполнительного распределителя можно применять дополнительную съемную рукоятку;

исполнительный распределитель должен переключаться только в гидравлически разгруженном состоянии при возможности двустороннего подхода;

число магистральных линий, а также общее число шлангов должно быть минимальным;

секция должна принимать управляющие команды, когда рукоятка управления (командного распределителя) находится в нейтральном положении; выведение ее из нейтрального положения должно автоматически исключать прием команд. Такое требование повышает безопасность проведения работ.

Данная система имеет некоторый резерв времени при управлении крепью, секции которой расположены в шахматном порядке. В этом варианте необходим подход оператора только к каждой пятой секции крепи.

Развитие системы управления крепче должно идти в направлении использования выемочной машины для выполнения функций передачи ряда команд.