ВЕСТНИК машиностроения

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ И ПРОИЗВОДСТВЕННЫЙ ЖУРНАЛ

2

2014

ИЗДАЕТСЯ С НОЯБРЯ 1921 ГОДА

Журнал входит в перечень утвержденных ВАК РФ изданий для публикации трудов соискателей ученых степеней

Журнал переводится на английский язык, переиздается и распространяется во всем мире фирмой "Аллертон Пресс" (США)

ООО «Издательство Машиностроение»
107076, Москва, Стромынский пер., 4

Адрес редакции:
107076, Москва,
Стромынский пер., 4.
Телефон: 8-(499)-748-02-91.
E-mail: vestmash@mashin.ru
www.mashin.ru

Журнал зарегистрирован 19 апреля 2002 г. за № 77-12421 в Комитете Российской Федерации по печати
Учредитель: А.И. Савкин

Индексы: **70120** ("Роспечать"),
27841 ("Пресса России"),
60264 ("Почта России")
Цена свободная

Отпечатано в ООО "Белый ветер",
115407, г. Москва, Нагатинская наб., д. 54, пом. 4

Главный редактор А.И. САВКИН

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Алешин Н.П., д-р техн. наук, акад. РАН, **Братухин А.Г.,** д-р техн. наук, **Воронцов А.Л.,** д-р техн. наук, **Гусейнов А.Г.,** д-р техн. наук, **Дмитриев А.М.,** д-р техн. наук, член-корр. РАН (председатель секции обработки материалов без снятия стружки), **Драгунов Ю.Г.,** д-р техн. наук, член-корр. РАН, **Древаль А.Е.,** д-р техн. наук (председатель секции технологии машиностроения), **Дроздов Ю.Н.,** д-р техн. наук, акад. РИА и РАК (председатель секции конструирования и расчета машин), **Кутин А.А.,** д-р техн. наук, **Омельченко И.Н.,** д-р техн. и экон. наук (председатель секции организации и экономики производства), **Кузин В.В.,** д-р техн. наук, **Попов Д.Н.,** д-р техн. наук, **Попов А.В.,** д-р техн. наук, **Рыбин В.В.,** д-р техн. наук, член-корр. РАН, **Салтыков М.А.,** д-р техн. наук, **Трегубов Г.П.,** д-р техн. наук, **Скугаревская Н.В.** (ответственный секретарь)

СОДЕРЖАНИЕ

КОНСТРУИРОВАНИЕ, РАСЧЕТ, ИСПЫТАНИЯ И НАДЕЖНОСТЬ МАШИН

Благонравов А. А., Юркевич А. В., Терешин А. В. — Регулируемая внутренняя автоматичность механического бесступенчатого трансформатора 3

Афонин С. М. — Многомерная структурно-параметрическая модель многослойного электромагнитоупругого актюатора нано- и микроперемещений 8

Мамити Г. И., Плиев С. Х., Гутиев Э. К. — Определение максимальной высоты вертикального препятствия, преодолеваемого полноприводным автомобилем . . . 20

Нахатакян Ф. Г. — Сближение упругих тел конечных размеров при начальном касании по линии 24

Шермухамедов А. А., Топалиди В. А. — Моделирование тормозной системы многозвенного автомобильного поезда 28

Остсемин А. А. — Прочность несимметричного механически неоднородного сварного соединения с поверхностным трещиноподобным дефектом 33

Хабрат Н. И. — Определение горизонтального усилия на рельсовую колею при перекосе мостового крана. Создание бесперекосного привода перемещения крана 39

Бетковский Ю. Я. — Обобщенные массы механических конструкций 41

Тескер Е. И., Тескер С. Е. — Повышение несущей способности зубчатых колес трансмиссий и приводов лазерной обработкой. 45

Рубин А. М. — Расчетная модель радиального подшипника при распределении нагрузки по телам качения. 49

Мамедов А. Ф. — Расчет шпоночного соединения. 51

Цикл статей
"Проблемы трибологии — трения, изнашивания и смазки"

Безносов А. В., Дроздов Ю. Н., Антоненков М. А., Бокова Т. А., Львов А. В., Лемехов В. В. — Экспериментальное исследование проточной части модели осевого главного циркуляционного насоса реакторной установки с тяжелым жидкокристаллическим теплоносителем. 53

ТЕХНОЛОГИЯ МАШИНОСТРОЕНИЯ

Санаев Н. К. — Экспериментальное моделирование режимов раскатывания, направленное на повышение износостойкости цилиндропоршневой группы судовых малоразмерных дизелей 56

Яковлев С. Н. — Автоколебания упругого полиуретанового покрытия при полировании 61

Гончаров С. В., Якуба Д. Д., Якименко Н. А., Юденко Г. В. — Исследование структуры полимерных материалов, получаемых центробежным способом 64

Коровкин Ю. В., Минаев А. Я., Степанов Г. В. — Исследование динамических свойств магнитоактивных эластомерных композитных материалов на лабораторном испытательном комплексе 67

Шарин П. П., Васильева М. И., Гоголев В. Е., Винокуров Г. Г. — Исследование структур и свойств твердосплавных материалов, полученных холодным прессованием и последующей термообработкой 70

Цикл статей
"Проблемы теории механической обработки"

Воронцов А. Л. — Теоретическое обеспечение технологической механики. 8. Плоская задача теории пластичности. Часть 3 73

Серия статей
"Проблемы теории и практики резания материалов"

Рогов В. А., Горбани С. — Выбор рациональной конструкции державки сборного токарного резца со вставками из композиционных материалов компьютерным моделированием . . 81

Металлургическое оборудование и прокатное производство

Малафеев С. И., Коняшин В. И. — Модель мехатронной системы прокатного стана 300 83

ТЕХНИЧЕСКАЯ ИНФОРМАЦИЯ

Макаров А. Ю. — Электронный документооборот на современном предприятии на примере СЭД PayDox 88

CONTENTS

DESIGN, CALCULATION, TESTS AND RELIABILITY OF MACHINES

Blagonravov A. A., Yurkevich A. V., Tereshin A. V. — Regulative internal automaticity of stepless mechanical transformer 3

Afonin S. M. — Multidimensional structural parametric model of multilayer elastic electromagnetic actuator of nano- and microdisplacements 8

Mamiti G. I., Pliev S. Kh., Gutiey E. K. — Determination of maximum height of vertical obstacle, negotiated by four-wheel drive vehicle 20

Nakhatakyan F. G. — Approach of elastic bodies with finite dimensions at initial line contact 24

Shermukhamedov A. A., Topalidi V. A. — Modeling of braking system of multielement road train 28

Ostsemin A. A. — Strength of unsymmetrical mechanically discontinuous welded joint with surface crack-like damage 33

Khabrat N. I. — Determination of horizontal force acting on rail track at skewing of bridge crane. Creation of drive of skew-preventing crane travel mechanism 39

Betkovskiy Yu. Ya. — Determination of generalized movable mass of a mechanical structure 41

Tesker E. I., Tesker S. E. — Increase of load-carrying ability of gear wheels of transmission and drives by laser treatment 45

Rubin A. M. — Analytical model of radial bearing at load distribution on rolling bodies 49

Mamedov A. F. — Analysis of key connection 51

A series of articles
"Problems of tribology — friction, wearing away and lubrication"

Beznosov A. V., Drozdov Yu. N., Antonenkov M. A., Bokova T. A., L'vov A. V., Lemechov V. V. — Experimental research of air-gas channel of model of axial main circulating pump of reactor facility with hard liquid metal coolant 53

MANUFACTURING ENGINEERING

Sanaev N. K. — Experimental modeling of internal roil burnishing modes, intended for increase of wear resistance of cylindrical piston group of small marine diesels 56

Yakovlev S. N. — Autooscillations of elastic polyurethane coating at polishing 61

Goncharov S. V., Yakuba D. D., Yakimenko N. A., Yudenko G. V. — Investigation of structure of polymeric materials, obtained by centrifugal method 64

Korovkin Yu. V., Minaev A. Ya., Stepanov G. V. — Investigation of dynamic properties of magnetoactive elastomeric composite materials on laboratory test system 67

Sharin P. P., Vasil'eva M. I., Gogolev V. E., Vinokurov G. G. — Investigation of structures and properties of hard-alloy materials, obtained by cold pressing and subsequent heat treatment 70

A series of articles
"Problems of theory of machining work"

Vorontsov A. L. — Theoretical support of technological mechanics. 8. Plain stress problem in theory of plasticity. Part 3 73

A series of articles
"Problems of theory and practice of materials cutting"

Rogov V. A., Gorbani S. — Selection of optimal design of assembled lathe tool holder with composite materials inserts by computer-aided engineering 81

Metallurgical equipment and rolling

Malafeev S. I., Konyashin V. I. — Mechatronic system model of "300" rolling mill 83

TECHNICAL INFORMATION

Makarov A. Yu. — Electronic document circulation in the modern on an example of the EDMS PayDox 88

Технический редактор *Т. А. Шацкая*
Корректор *Т. В. Пчелкина*

Сдано в набор 02.12.2013. Подписано в печать 14.01.2014.
Формат 60 × 88 1/8. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 10,78.

Перепечатка материалов из журнала "Вестник машиностроения" возможна при обязательном письменном согласовании с редакцией журнала; ссылка на журнал при перепечатке обязательна.
За содержание рекламных материалов ответственность несет рекламодатель.

© ООО "Издательство Машиностроение", "Вестник машиностроения", 2014

КОНСТРУИРОВАНИЕ, РАСЧЕТ, ИСПЫТАНИЯ И НАДЕЖНОСТЬ МАШИН

УДК 621.83.062.1.

А. А. БЛАГОНРАВОВ, д-р техн. наук, заслуженный деятель науки и техники РФ (Курганский ГУ),
А. В. ЮРКЕВИЧ, канд. техн. наук, А. В. ТЕРЕШИН (ИМАШ УрО РАН, г. Курган), e-mail: omtmkurgan@rambler.ru

Регулируемая внутренняя автоматичность механического бесступенчатого трансформатора

Предложен расчет нагруженности ведущего кривошипа бесступенчатого трансформатора. Определены величина нагрузки и ее направление относительно кривошипа с конкретным рабочим радиусом.

Ключевые слова: механический бесступенчатый трансформатор, механический выпрямитель, ведущий кривошип, торсионный вал, угол закручивания.

The loading analysis of driving crank of stepless transformer is suggested. The load value and its crank-referenced direction with a certain working radius are determined.

Keywords: mechanical stepless transformer, mechanical rectifier, driving crank, torsion shaft, torque angle.

В работе [1] представлен расчет внешней характеристики механического трансформатора с колебательным движением внутренних звеньев, однако не рассмотрено его важное свойство — регулируемая внутренняя автоматичность, имеющая важное теоретическое и большое практическое значение. Задача настоящей статьи — восполнить этот пробел и исследовать данное свойство при работе трансформатора не только по внешней, но и по частичным характеристикам.

Внутренняя автоматичность передачи вращательного движения — возможность самопроизвольного изменения передаточного отношения $i = \omega_2/\omega_1$, где ω_1 и ω_2 — угловые скорости соответственно входного и выходного валов при изменении нагрузки на выходном валу.

Примером такой передачи может служить гидротрансформатор, в котором энергия, подводимая от двигателя к насосу, преобразуется в кинетическую энергию потока жидкости при ее циркуляции. Изменение момента количества движения на каждом колесе гидротрансформатора (насос, турбина, направляющий аппарат) создает момент, равный внешнему моменту. Гидродинамическая решетка круга циркуляции выполнена так, что при уменьшении угловой скорости вала турбины разность моментов количества движения потока на входе в турбину и при выходе из нее увеличивается. Поэтому при увеличении внешнего момента на валу турбины его угловая скорость уменьшается, а следовательно, уменьшается передаточное отношение i гидротрансформатора.

Гидрообъемная передача таким свойством не обладает. Установленная органом управления цикловая подача насоса полностью определяет передаточное отношение независимо от нагрузки. По аналогии с фрикционными вариаторами, которые тоже не обладают внутренней автоматичностью, гидрообъемные передачи можно называть гидровариаторами. Тогда бесступенчатую передачу с внутренней автоматичностью можно называть трансформатором, а без нее — вариатором.

Различные фрикционные вариаторы получили применение в автомобильной промышленности [2]. В них реализуются связи не между координатами звеньев, а неинтегрируемые (неголономные) связи между их скоростями. Передаваемый момент реализуется не нормальными силами, создающими контактные напряжения, а во много раз меньшими силами трения в пятне (линии) контакта. Только в одной точке этого контакта кинематическое скольжение может отсутствовать, что создает определенные трудности в обеспечении надежности. В некоторых случаях удается добиться приемлемого уровня надежности, но в целом проблема остается нерешенной. Поэтому с самого начала автомобилестроения предпринимались попытки создания механических бесступенчатых передач с голономными связями.

Для того чтобы в механической системе из твердых тел, соединенных голономными связями, также как в гидротрансформаторе, при наличии относительного вращения ($i < 1$) передавался момент (причем тем больший, чем меньше i), необходимо наличие между ведущим и ведомым звеньями внутреннего звена, положение центра массы которого изменяется при повороте ведущего звена относительно ведомого. Для описания данного движения системы следует применять уравнения Лагранжа.

Однако для нас важны не мгновенные значения переменных, а среднее значение момента на валу ведомого звена при стационарном (повторяемом) цикле движения в зависимости от передаточного отношения. Причем под передаточным отношением i в данной задаче понимается не отношение мгновенных значений угловых скоростей, а отношение их средних значений за время цикла. Для этого случая методы классической механики [5] излишне сложны, а их физический смысл — недостаточно явен.

Как и в гидротрансформаторе, моменты на валах звеньев определяются изменением момента количества движения системы. При соосном расположении ведущего и ведомого звеньев в корпусе передачи и их равномерном относительном вращении изменяемая часть момента количества движения равна произведению массы внутреннего звена на окружную скорость его центра массы и на радиус расположения центра массы относительно общей оси вращения ведущего и ведомого звеньев. Окружная скорость центра массы равна проекции его абсолютной скорости в плоскости вращения на направление, перпендикулярное радиусу расположения центра массы. Другие составляющие абсолютной скорости влияют на величины внутренних сил в кинематических парах, но не оказывают влияния на внешние моменты. Тогда в течение цикла изменения момента количества движения на внешних валах ведущего и ведомого звеньев возникают равные по величине, но противоположные по направлению переменные импульсы моментов (под импульсом момента следует понимать интеграл момента по времени). Сумма положительных и отрицательных импульсов на валах ведущего и ведомого звеньев равна нулю.

Но для любой передачи, даже для простого редуктора, сумма моментов на валах и корпусе должна равняться нулю. В гидротрансформаторе с корпусом соединен направляющий аппарат. В рассматриваемом случае такого звена может не быть. Если соединить ведомое звено с корпусом через механизм свободного хода (МСХ), препятствующий повороту ведомого звена против хода ведущего, то можно получить нулевую сумму интегралов трех моментов. Ведомое звено можно соединить с ведущими колесами автомобиля с помощью торсионного вала. В течение цикла закрутка торсионного вала может изменяться. При этом изменяется и его потенциальная энергия. Интенсивность расходования этой энергии зависит от угловой скорости конца торсионного вала, соединенного с ведущими колесами. При неподвижных ведущих колесах ($i = 0$) потенциальная энергия торсионного вала не расходуется. Так как МСХ не позволяет торсионному валу раскручиваться, то при повторных циклах момент закрутки увеличивается до максимального момента в импульсе. Одновременно увеличивается и момент, передаваемый на корпус через МСХ. В результате на ведущие колеса и на корпус передаются одинаковые по величине, но противоположные по знаку моменты. Сумма противоположных по знаку импульсов момента на ведущем валу равна нулю.

При $i > 0$ потенциальная энергия торсионного вала в течение цикла расходуется, но пополняется от двигателя при следующем цикле. Сумма интегралов моментов на ведущем валу уже не равна нулю. Их разность нагружает двигатель. Вырабатываемая им энергия компенсирует расход потенциальной энергии торсионного вала. Ведомое звено уже не остается неподвижным, а совершает прерывистое вращение в сторону свободного хода МСХ. При этом изменяется его момент количества движения: увеличивается от нуля при разгоне и снова уменьшается до нуля при останове. Интеграл за время цикла равен нулю. Поэтому изменение количества движения ведомого звена на стационарном режиме можно не учитывать.

При $i = 0{,}5$ по условию равенства нулю суммы трех моментов одинаковые импульсы момента на ведущем валу и на корпусе уравновешивают импульс момента закрутки торсионного вала. Минимальное мгновенное значение момента закрутки уменьшается до нуля. При дальнейшем увеличении i на торсионном валу появляются мгновенные отрицательные моменты, при этом среднее значение момента уменьшается, но остается положительным.

При приближении i к единице время цикла, равное времени одного оборота ведущего звена относительно ведомого, растягивается настолько, что процесс уже нельзя рассматривать как стационарный. Начинаются низкочастотные колебания момента на ведомом валу. Если при этом уменьшить частоту вращения вала двигателя так, чтобы получить $i = 1$, то трансформатор перейдет на работу в режиме динамической муфты. Для обеспечения устойчивости этого режима при дальнейшем изменении частоты вращения вала может потребоваться следящая система управления.

Такое обобщенное описание принципа действия соответствует передачам различных конструктивных исполнений. Одна из таких передач — передача Хоббса — была представлена на автомобильной выставке в Лондоне в 1935 г. Более 25 лет ее применяли в лондонских городских автобусах. Относительно рассматриваемой задачи данная передача интересна тем, что для трансформации энергии с обеспечением внутренней автоматичности используются и кинетическая, и потенциальная энергии.

Известны другие технические решения в области механических бесступенчатых передач с голономными связями, которые пока еще в автомобилях не применялись. В работе [6] было анали-

тически доказано, что передача с голономными связями может быть бесступенчатой только при колебательном движении внутренних звеньев. В таких передачах [4] применяется не одно ведомое звено, а несколько звеньев, расположенных в корпусе вокруг общего ведомого звена и соединенных с ним зубчатым зацеплением. Образуется суммирующий редуктор, центральное зубчатое колесо которого установлено соосно с ведущим звеном. Для того чтобы оно могло вращаться при угловых колебаниях ведомых звеньев, между последними и периферийными зубчатыми колесами суммирующего редуктора следует установить МСХ, выполняющие ту же задачу, что и выпрямители в электротехнике. Корпусный МСХ теперь не нужен, так как момент на корпус передается силами, действующими на опоры валов суммирующего редуктора. Здесь время цикла равно времени одного оборота ведущего звена относительно корпуса и не зависит от передаточного отношения.

Если амплитуда колебаний ведомых звеньев строго определяется положением органа управления, то при жесткой схеме, не обладающей угловой податливостью под действием момента, получается импульсный вариатор. Если же эта амплитуда самопроизвольно устанавливается при динамическом равновесии сил сопротивления и инерционных сил, как в передачах, рассмотренных в работе [6], то даже при жесткой схеме получается импульсный трансформатор.

Импульсный вариатор можно использовать в технологических приводах, если на стационарном режиме допускается некоторая неравномерность вращения ведомого вала. Тогда продолжительность импульса момента равна времени от включения до выключения выпрямителя. Чем меньше допустимая разница угловых скоростей ведомого вала, тем меньше продолжительность импульса момента и больше его амплитуда в импульсе при том же среднем значении.

При использовании передачи в трансмиссии автомобиля приведенный к ведомому валу момент инерции настолько велик, что на стационарном режиме можно считать частоту вращения вала практически постоянной. Тогда при высокой угловой жесткости кинематической цепи для вариатора продолжительность импульса стремится к бесконечно малой величине, а сам импульс — к δ-функции с бесконечно большой амплитудой.

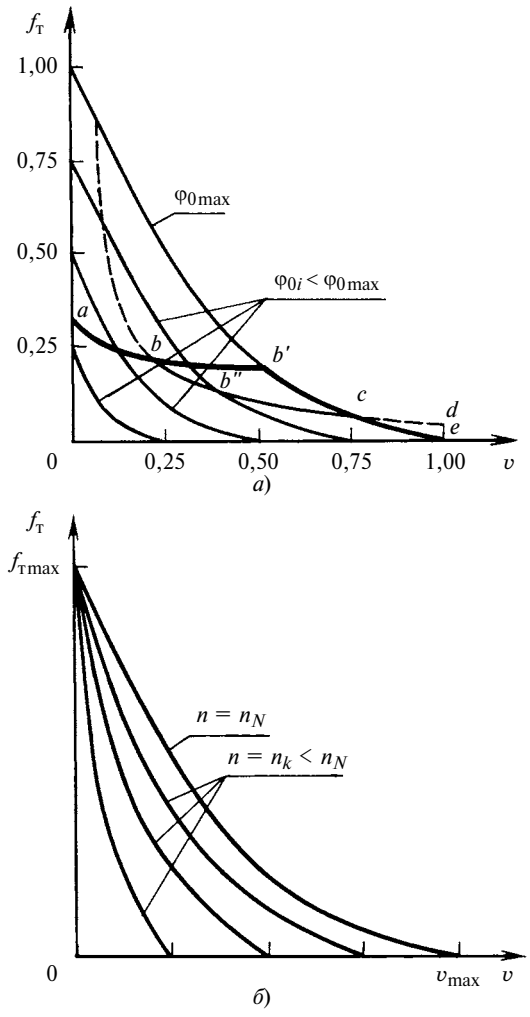
Поэтому во избежание больших динамических нагрузок применять импульсный вариатор в трансмиссии автомобиля не следует. В импульсном вариаторе несмотря на наличие нескольких (например j) кинематических цепей вся мощность передается поочередно только через одну из них.

В импульсном трансформаторе [6] при жесткой схеме передаваемые импульсы момента не превращаются в δ-функции, но как и в импульсном вариаторе, вся мощность передается поочередно только через одну из кинематических цепей.

Если в импульсном вариаторе соединение каждого ведомого звена с соответствующим периферийным зубчатым колесом суммирующего редуктора включает не только выпрямитель (МСХ), но и последовательно соединенный с ним торсионный вал, то вариатор превращается в трансформатор. На режиме останова ($i = 0$) все j выпрямителей включены, а угол закрутки каждого торсионного вала со сдвигом по фазе $2\pi/j$ изменяется от нуля до удвоенной амплитуды угловых колебаний ведомого звена и снова до нуля. Теперь все кинематические цепи нагружены моментом. Передача становится многопоточной. Нагрузка каждого потока переменна, но среднее значение момента, нагружающего каждый поток, составляет $M_{j\text{ср}} = c\varphi_0$, где c — угловая жесткость торсиона, φ_0 — угловая амплитуда колебаний ведомых звеньев, установленная органом управления. Момент на остановленном общем ведомом валу передачи, равный моменту сопротивления $M_\text{с}$, определяется зависимостью $M_\text{с} = jM_{j\text{ср}}/i_\text{р}$, где $i_\text{р}$ — передаточное отношение суммирующего редуктора, равное отношению чисел зубьев периферийного и центрального зубчатых колес.

При увеличении i фаза включенного состояния выпрямителей уменьшается. Появляется и увеличивается фаза их выключенного состояния. Среднее значение передаваемого момента уменьшается. Уменьшаются число одновременно нагруженных потоков и общая потенциальная энергия закрутки торсионных валов. Таким образом, внутренняя автоматичность — уменьшение $M_\text{с}$ с увеличением i — в данном случае обеспечивается не изменением момента количества движения (изменением кинетической энергии), а в результате стремления к нулю силовой функции (потенциальной энергии закрутки торсионных валов). Изменяя при управлении амплитуду колебаний ведомых звеньев и тем самым углы закрутки торсионов, можно получить управляемую внутреннюю автоматичность.

В работе [7] подробно (с применением уравнений Лагранжа) рассмотрена динамика бесступенчатой передачи, в которой при трансформации используются и кинетическая, и потенциальная энергии. Амплитуда угловых колебаний ведомых звеньев изменяется самопроизвольно при динамическом равновесии изменений кинетической и потенциальной энергий в течение цикла. Но уровень кинетической энергии в цикле, как и у гидротрансформатора, пропорционален квадрату частоты вращения ведущего вала (вала двигателя). А коэффициент пропорциональности, тоже как у гидротрансформатора, зависит от размеров механизма и от передаточного отношения. При движении автомобиля полную (внешнюю) тяговую характеристику — зависимость удельной силы тяги на ведущих колесах автомобиля от скорости движения — уда-



Тяговые характеристики автомобиля при постоянной частоте вращения вала двигателя $n = n_N$ и переменной амплитуде угловых колебаний ведомых звеньев $\varphi_{0j} < \varphi_{0max}$ (*а*) и при постоянной амплитуде φ_0 и переменной частоте вращения $n = n_k < n_N$ (*б*)

ется использовать далеко не всегда. Часто по условиям движения требуется такое сочетание указанных величин, которое соответствует точке, лежащей ниже внешней тяговой характеристики автомобиля. Но при этом желательно, чтобы двигатель работал на достаточно экономичном режиме. Управление, при котором водитель может изменять только частоту вращения вала двигателя, такой возможности не предоставляет. Поэтому, как показано автором в работах [7 и 1], от использования кинетической энергии следует отказаться, а для управления силовой функцией (потенциальной энергией) обеспечить управление амплитудой колебаний ведомых звеньев. Управление частотой вращения вала двигателя сохраняется.

На рисунке, *а* сплошными линиями показаны возможные тяговые характеристики автомобиля. Здесь $f_т$ — удельная сила тяги, отнесенная к максимальному ее значению, которое могло бы быть получено без учета ограничений по прочности торсионных валов; υ — скорость движения, отнесенная к максимальной скорости, полученной при частоте вращения вала двигателя $n = n_N$ при максимальной мощности и при различных значениях амплитуды φ_{0j} угловых колебаний ведомых звеньев. Эти характеристики получены на основании зависимости среднего за цикл угла закрутки каждого торсиона от передаточного отношения, представленной в работе [1]. Штриховыми и утолщенными линиями показаны изменения тяговых характеристик с учетом различных ограничений: линия *abb'* — с учетом ограничения по моменту закрутки торсионных валов; линия *bb"cd* — с учетом не превышения моментом, нагружающим двигатель, момента M_N — при максимальной мощности (отрезок *cd* соответствует включению прямой передачи); линия *b'ce* — с учетом кинематического ограничения амплитуды φ_0 угловых колебаний. Показанная этими линиями тяговая характеристика соответствует внешней характеристике механического трансформатора, приведенного в работе [1]. Величина $f_т$ пропорциональна коэффициенту момента k_2 [1]. Коэффициент пропорциональности может быть вычислен по отношению $k_2/f_т$ в точках этих характеристик, обозначенных одинаковыми буквами. Скорость υ пропорциональна передаточному отношению i, но только при $n = n_N$. Если же $n < n_N$, то возможные тяговые характеристики при каждом значении амплитуды φ_{0j} угловых колебаний ведомых звеньев будут представлены, как на рисунке, *б*, рядом кривых, выходящих из одной точки с координатами $\upsilon = 0$, $f_{тj} = f_{тj\,max}$. При этом точки кривых с равными ординатами будут иметь абсциссы, пропорциональные отношениям n_k/n_N, где k — номер варианта изменения частоты вращения вала двигателя. Независимое управление φ_{0j} и n_k позволяет для любой точки поля, ограниченного осями координат и тяговой характеристикой, обеспечить наиболее экономичный режим работы двигателя при данной развиваемой удельной мощности.

Независимое управление с помощью специальной программы можно объединить в управление от одной педали, перемещение которой водителем не вызывает непосредственного изменения передаточного отношения, а устанавливает нужную, по его мнению, удельную мощность, причем удельная сила тяги и скорость движения, соответствующие этой удельной мощности, устанавливаются самопроизвольно вследствие внутренней автоматичности передачи. Здесь не нужно, как при управлении фрикционным вариатором [2], предусматривать кроме экономичного режима управления еще и режим, при котором создается запас по частоте вращения вала двигателя на случай слишком резкого увеличения водителем передаточного отношения.

Преимущества, которые можно получить при использовании трансформатора или фрикционного вариатора вместо ступенчатой коробки передач

автомобиля не настолько значительны, чтобы производители сразу перешли к разработке трансформаторов, прекратив доводку вариаторов. Однако применение трансформатора или вариатора в трансмиссии автомобиля с маховиком-аккумулятором, который должен принимать излишек кинетической энергии автомобиля при торможении и отдавать накопленную энергию при последующем разгоне, дает совсем другой эффект, так как в этом случае внутренняя автоматичность трансформатора имеет особенно большое значение.

В системе управления такого автомобиля должно быть четыре режима: первый — разгон автомобиля от двигателя; второй — разгон маховика от двигателя; третий — торможение автомобиля с помощью разгона маховика; четвертый — разгон автомобиля с использованием кинетической энергии маховика. Переключение режимов можно осуществлять с помощью зубчатых муфт, снабженных синхронизаторами, при отпущенной педали управления, что соответствует выключенному сцеплению в ступенчатой коробке передач. После включения нужного режима водитель педалью управления устанавливает желаемую интенсивность исполнения этого режима. По сути, он устанавливает уровень развиваемой удельной мощности и регулирует его, изменяя положение педали, в зависимости от результата и условий движения. Нужное передаточное отношение устанавливается самопроизвольно благодаря внутренней автоматичности механического трансформатора.

Использовать все четыре режима целесообразно только при движении в городе, когда скорости невелики, а разгоны и торможения часто сменяют друг друга. Правилами ЕЭК ООН № 83 установлен городской режим езды, на котором оценивают автомобиль по выбросам вредных веществ в окружающую среду и его экономичность. Вариант кинематической схемы трансмиссии с четырьмя режимами представлен в работе [8]. Расчеты, выполненные по указанным Правилам, показали, что автомобиль с маховиком-аккумулятором расходует энергии на 33 % меньше, чем без него. Расход топлива может уменьшаться еще больше, так как маховик, дозаряжаемый между подциклами, разгоняется на самом экономичном режиме работы двигателя.

Попытки применить в подобной системе в качестве бесступенчатого привода вариатор, неоднократно предпринимавшиеся зарубежными фирмами, не дали положительного результата. И это несмотря на то, что в легковых автомобилях, не имеющих маховика-аккумулятора, вариаторы применяются довольно успешно. Дело в том, что в таком автомобиле зависимость между передаточным отношением, частотой вращения вала двигателя и скоростью движения — прямая: чем больше эти величины, тем больше скорость. Но в системе с маховиком на третьем и четвертом режимах угловая скорость маховика и скорость автомобиля изменяются в противоположных направлениях. Поэтому управление изменением передаточного отношения требует сложной информационно-управляющей системы, включающей в себя большое число датчиков, вычислительное устройство и быстродействующее исполнительное устройство, требующее значительного расхода мощности. Возможные неточности системы управления вызывают повышенные потери во фрикционном контакте. Кроме того, наиболее энергоемкий процесс — разгон с места с помощью маховика — не может быть осуществлен без значительных потерь энергии в сцеплении, гидромуфте или гидротрансформаторе, применяемых в вариаторах для плавного трогания с места [2].

Внутренняя автоматичность механического трансформатора, получаемая при наличии регулируемой силовой функции, все эти вопросы снимает. С помощью педали управления водитель регулирует интенсивность каждого режима в соответствии с дорожной обстановкой точно так же, как он это делал бы на обычном автомобиле с помощью педалей акселератора и тормозного механизма. Здесь педалью торможения приходится пользоваться только при экстренном торможении и перед остановом, когда скорость меньше 10 км/ч.

Рассмотренный трансформатор не является импульсным, передавая момент на ведомый вал непрерывно и несколькими потоками. Однопоточным он становится только при достижении внутренним передаточным отношением [1], изменяющимся от 0 до 1, значения больше 0,9.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Благонравов А. А.** Расчет внешней характеристики механического трансформатора с колебательным движением внутренних звеньев // Вестник машиностроения. 2011. № 10. С. 8—13.

2. **Бесступенчатые** фрикционные трансмиссии автомобилей / Ю. К. Еновский-Лашков, В. В. Баранов, В. Е. Раскин, К. Б. Меламед // Легковые автомобили и автобусы. М.: НАМИ, 1990. 48 с.

3. **Леонов А. И.** Инерционные автоматические трансформаторы вращающего момента. М.: Машиностроение, 1978. 224 с.

4. **Мальцев В. Ф.** Механические импульсные передачи. М.: Машиностроение, 1978. 367 с.

5. **Лич Дж. У.** Классическая механика / Пер. с англ. Я. И. Секерж-Зенковича. М.: Изд-во иностр. лит., 1961. 172 с.

6. **Благонравов А. А.** Механические бесступенчатые передачи нефрикционного типа. М.: Машиностроение, 1977. 143 с.

7. **Благонравов А. А.** Механические бесступенчатые передачи. Екатеринбург: УрО РАН, 2005. 202 с.

8. **Благонравов А. А., Юркевич А. В., Солдаткин В. А.** Механическая бесступенчатая передача для использования в трансмиссии городского автотранспортного средства с рекуперацией энергии при торможении // Автомобильная промышленность. 2012. № 1. С. 18—21.

УДК [534.232:621.312].001.573

С. М. АФОНИН, канд. техн. наук [МГИЭТ(ТУ)], тел.: (499)710-66-74

Многомерная структурно-параметрическая модель многослойного электромагнитоупругого актюатора нано- и микроперемещений

Определены многомерные структурно-параметрическая модель и параметрическая структурная схема многослойного электромагнитоупругого актюатора для привода нано- и микроперемещений. Исследовано влияние геометрических и физических параметров этого актюатора и внешней нагрузки на его статические и динамические характеристики, получены его передаточные функции для привода нано- и микроперемещений.

Ключевые слова: многослойный электромагнитоупругий актюатор, структурно-параметрическая модель, статические и динамические характеристики, передаточные функции.

The multidimensional structural parametric model and parametric structural scheme of multilayer electromagnetic elastic actuator for drive of nano- and microdisplacements are determined. The influence of geometric and physical parameters of the actuator and external load on its static and dynamic characteristics is investigated, the transfer functions for drive of nano- and microdisplacements are obtained.

Keywords: multilayer electromagnetic elastic actuator, structural parametric model, static and dynamic characteristics, transfer functions.

Электромагнитоупругие актюаторы нано- и микроперемещений (пьезоэлектрические, электрострикционные, магнитострикционные) применяют в нанотехнологическом, нанобиологическом, микроэлектронном и астрономическом оборудовании для прецизионного совмещения, компенсации температурных и гравитационных деформаций, а также атмосферной турбулентности путем коррекции волнового фронта. Пьезоактюаторы (ПА) имеют высокие пьезомодули, поэтому часто используются для наноперемещений. ПА привода нано- и микроперемещений работает на основе обратного пьезоэффекта — при приложении внешнего электрического напряжения происходит перемещение в результате деформации ПА в диапазоне от нанометров до единиц микрометров с точностью до десятых долей нанометров [1—15]. Увеличение диапазона перемещения привода до десятков микрометров достигается применением многослойного пьезоактюатора (МПА).

Структурно-параметрическая модель многослойного электромагнитоупругого актюатора (МЭМУА) строится на основе совместного решения системы уравнений эквивалентного механического четырехполюсника МПА, соответствующего уравнения электромагнитоупругости и граничных условий на двух нагруженных рабочих поверхностях актюатора. Передаточные функции МЭМУА получают из системы уравнений, описывающих структурно-параметрическую модель.

Деформация исполнительного пьезоэлемента пьезопреобразователя соответствует его напряженному состоянию. Если в пьезоэлементе создать механическое напряжение T, то в нем возникнет деформация S. Существует шесть компонент напряжений: $T_1 \div T_6$, из них $T_1 \div T_3$ относятся к напряжениям растяжения—сжатия, $T_4 \div T_6$ — к напряжениям сдвига.

Матричные уравнения состояния [3], связывающие электрические и упругие переменные для поляризованной пьезокерамики, имеют вид:

$$[D] = [d][T] + [\varepsilon^T][E]; \quad (1)$$

$$[S] = [s^E][T] + [d]^t[E]. \quad (2)$$

Уравнение (1) описывает прямой пьезоэффект, уравнение (2) — обратный. Здесь $[D]$ — матрица-столбец электрической индукции по координатным осям; $[d]$ — матрица пьезоэлектрических модулей; $[S]$ — матрица-столбец относительных деформаций; $[T]$ — матрица-столбец механических напряжений; $[\varepsilon^T]$ — матрица диэлектрических проницаемостей; $[E]$ — матрица-столбец напряженности электрического поля по координатным осям; $[s^E]$ — матрица упругой податливости при $E = \text{const}$; $[d]^t$ — транспонированная матрица пьезоэлектрических модулей.

Поляризованная керамика представляет собой пьезоэлектрическую текстуру. В матрице упругой податливости для поляризованной пьезокерамики пять независимых компонент: s_{11}^E, s_{12}^E, s_{13}^E, s_{33}^E, s_{55}^E:

$$[s_{ij}^E] = \begin{bmatrix} s_{11}^E & s_{12}^E & s_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ s_{12}^E & s_{11}^E & s_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ s_{13}^E & s_{13}^E & s_{33}^E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{55}^E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{55}^E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(s_{11}^E - s_{12}^E) \end{bmatrix}.$$

Транспонированная матрица пьезоэлектрических модулей в данном случае имеет вид:

$$[d_{ij}]^t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & d_{31} \\ 0 & 0 & d_{31} \\ 0 & 0 & d_{33} \\ 0 & d_{15} & 0 \\ d_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

При T = const матрица диэлектрических проницаемостей примет вид:

$$[\varepsilon^T] = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11}^T & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22}^T & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33}^T \end{bmatrix}.$$

Направление оси поляризации P, т. е. направление, по которому проведена поляризация, обычно принимают за направление оси 3.

Уравнение электромагнитоупругости актюатора [3] имеет вид:

$$S_i = s_{ij}^{E,\,H,\,\Theta}\, T_j + d_{mi}^{H,\,\Theta}\, E_m + d_{mi}^{E,\,\Theta}\, H_m + \alpha_i^{E,\,H}\, \Delta\Theta, \quad (3)$$

где S_i — относительная деформация по оси i; $s_{ij}^{E,\,H,\,\Theta}$ — упругая податливость при E = const, H = const, Θ = const; T_j — механическое напряжение по оси j; $d_{mi}^{H,\,\Theta}$ — пьезомодуль; E_m — напряженность электрического поля по оси m; $d_{mi}^{E,\,\Theta}$ — коэффициент магнитострикции; H_m — напряженность магнитного поля по оси m; $\alpha_i^{E,\,H}$ — коэффициент теплового расширения; Θ — температура; $\Delta\Theta$ — изменение температуры; i = 1, 2, ..., 6, j = 1, 2, ..., 6, m = 1, 2, 3.

При раздельном воздействии на многослойный электромагнитоупругий актюатор электрического и магнитного полей получаем соответствующие уравнения электроупругости [3]:

для продольного пьезоэффекта

$$S_3 = d_{33}E_3 + s_{33}^E T_3;$$

для поперечного пьезоэффекта

$$S_1 = d_{31}E_3 + s_{11}^E T_1;$$

для продольной магнитострикции

$$S_3 = d_{33}H_3 + s_{33}^H T_3;$$

для поперечной магнитострикции

$$S_1 = d_{31}H_3 + s_{11}^H T_1,$$

где S_3 и S_1 — относительные деформации по осям 3 и 1; d_{33} и d_{31} — коэффициенты магнитострикции

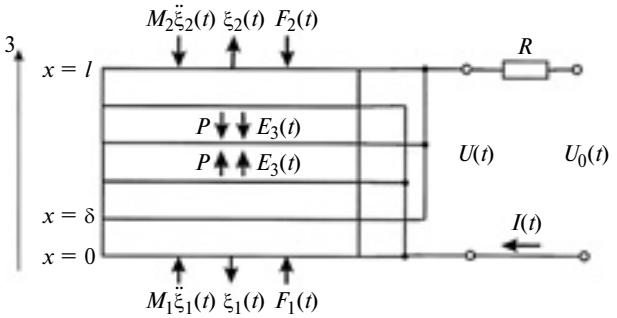


Рис. 1. Схема МПА при продольном пьезоэффекте

продольного и поперечного пьезомодулей; E_3 и H_3 — напряженности электрического и магнитного полей по оси 3 (для пьезопластины $E_3(t) = U(t)/\delta$ (здесь $U(t)$ — напряжение на электродах пластины, δ — толщина пьезопластины); s_{33}^E, s_{11}^E, s_{33}^H, s_{11}^H — упругие податливости по осям 3 и 1 при E = const или H = const; T_3 и T_1 — механические напряжения по осям 3 и 1.

Рассмотрим несколько задач по пьезоупругости. В результате совместного решения матричного уравнения четырехполюсника МПА, соответствующего уравнения пьезоэффекта и учета граничных условий на двух нагруженных рабочих поверхностях ПА получим структурно-параметрическую модель МПА. Матричное уравнение деформаций и передаточные функции МПА также выводятся из системы уравнений его структурно-параметрической модели.

Рассмотрим МПА (рис. 1) из тонких пьезопластин, электрически соединенных параллельно, а механически — последовательно. При продольном пьезоэффекте МПА имеет длину l, каждая из составляющих его n пьезопластин имеет толщину δ и площадь S_0 поперечного сечения. Электроды нанесены на перпендикулярные оси 3 грани пьезопластин.

Рассмотрим k-ю пьезопластину при продольном пьезоэффекте. Для составления структурно-параметрической модели пьезопластины с управлением по напряжению решим совместно волновое уравнение, уравнение обратного продольного пьезоэффекта уравнения сил на гранях пьезопластины.

При расчете ПА используем волновое уравнение [4, 6, 10], описывающее распространение волны в длинной линии с затуханием колебаний без искажений:

$$\frac{1}{(c^E)^2}\frac{\partial^2\xi(x,\,t)}{\partial t^2} + \frac{2\alpha}{c^E}\frac{\partial\xi(x,\,t)}{\partial t} + \alpha^2\xi(x,\,t) = \frac{\partial^2\xi(x,\,t)}{\partial x^2}, \quad (4)$$

где α — коэффициент, учитывающий затухание колебаний из-за рассеяния энергии на тепловые потери при распространении волны.

С помощью преобразования Лапласа исходная задача [6] для уравнения (4) с частными производными гиперболического типа сводится к более простой задаче для линейного обычного дифференциального уравнения с параметром p оператора Лапласа.

Применив к волновому уравнению (3) преобразование Лапласа

$$\Xi(x, p) = L\{\xi(x, t)\} = \int_0^\infty \xi(x, t)\mathrm{e}^{-pt}\mathrm{d}t$$

и полагая, что начальные условия — нулевые, т. е.

$$\xi(x, t)|_{t=0} = \left.\frac{\partial \xi(x, t)}{\partial t}\right|_{t=0} = 0,$$

получим линейное дифференциальное уравнение второго порядка с параметром p:

$$\frac{\mathrm{d}^2\Xi(x, p)}{\mathrm{d}x^2} - \left[\frac{1}{(c^E)^2}p^2 + \frac{2\alpha}{c^E}p + \alpha^2\right]\Xi(x, p) = 0,$$

решением которого будет функция

$$\Xi(x, p) = C\mathrm{e}^{-\gamma x} + B\mathrm{e}^{\gamma x}.$$

Здесь $\Xi(x, p)$ — преобразование Лапласа смещения сечения пьезопластины; $\gamma = p/c^E + \alpha$; постоянные $C = (\Xi_k\mathrm{e}^{\gamma\delta} - \Xi_{k+1})/[2\mathrm{sh}(\gamma\delta)]$ и $B = (\Xi_k\mathrm{e}^{-\gamma\delta} - \Xi_{k+1})/[2\mathrm{sh}(\gamma\delta)]$ определяем из граничных условий:

$$\Xi(0, p) = \Xi_k(p) \text{ при } x = 0;$$

$$\Xi(\delta, p) = \Xi_{k+1}(p) \text{ при } x = \delta.$$

Тогда получим решение линейного обычного дифференциального уравнения второго порядка:

$$\Xi(x, p) = \{\Xi_k(p)\mathrm{sh}[\gamma(\delta - x)] + \Xi_{k+1}(p)\mathrm{sh}(\gamma x)\}/\mathrm{sh}(\gamma\delta).$$

Запишем уравнения для сил, действующих на гранях пьезопластины:

$$\begin{cases} T_3(0, p)S_0 = F_k(p) \text{ при } x = 0; \\ T_3(\delta, p)S_0 = -F_{k+1}(p) \text{ при } x = \delta, \end{cases} \tag{5}$$

где соответствующие преобразования Лапласа механических напряжений $T_3(0, p)$ и $T_3(\delta, p)$ определяем из уравнения (2) обратного пьезоэффекта.

Таким образом, получаем уравнения для механических напряжений в пьезопластине при $x = 0$ и $x = \delta$:

$$\begin{cases} T_3(0, p) = \dfrac{1}{s_{33}^E}\left.\dfrac{\mathrm{d}\Xi(x, p)}{\mathrm{d}x}\right|_{x=0} - \dfrac{d_{33}}{s_{33}^E}E_3(p); \\ T_3(\delta, p) = \dfrac{1}{s_{33}^E}\left.\dfrac{\mathrm{d}\Xi(x, p)}{\mathrm{d}x}\right|_{x=\delta} - \dfrac{d_{33}}{s_{33}^E}E_3(p). \end{cases} \tag{6}$$

Подставив уравнения (6) в уравнения (5), получим систему уравнений для структурно-параметрической модели пьезопластины:

$$\begin{cases} F_k(p) = \dfrac{1}{\chi_{33}^E}\left[d_{33}E_3(p) - \dfrac{1}{\mathrm{sh}(\gamma\delta)} \times \right. \\ \left. \times [\mathrm{ch}(\gamma\delta)\Xi_k(p) - \Xi_{k+1}(p)]\right]; \\ -F_{k+1}(p) = -\dfrac{1}{\chi_{33}^E}\left[d_{33}E_3(p) - \dfrac{1}{\mathrm{sh}(\gamma\delta)} \times \right. \\ \left. \times [\mathrm{ch}(\gamma\delta)\Xi_{k+1}(p) - \Xi_k(p)]\right], \end{cases}$$

где $\chi_{33}^E = s_{33}^E/S_0$.

При $E_3(p) = 0$ имеем:

$$\begin{cases} F_k(p) = \dfrac{S_0\gamma}{s_{33}^E\mathrm{sh}(\gamma\delta)}\{-\Xi_k(p)\mathrm{ch}(\gamma\delta) + \Xi_{k+1}(p)\} = \\ = -\dfrac{\Xi_k(p)S_0\gamma}{s_{33}^E}\mathrm{cth}(\gamma\delta) + \dfrac{\Xi_{k+1}(p)S_0\gamma}{s_{33}^E\mathrm{sh}(\gamma\delta)}; \\ -F_{k+1}(p) = \dfrac{S_0\gamma}{s_{33}^E\mathrm{sh}(\gamma\delta)}\{-\Xi_k(p) + \Xi_{k+1}(p)\mathrm{ch}(\gamma\delta)\} = \\ = -\dfrac{\Xi_k(p)S_0\gamma}{s_{33}^E\mathrm{sh}(\gamma\delta)} + \dfrac{\Xi_{k+1}(p)S_0\gamma}{s_{33}^E}\mathrm{cth}(\gamma\delta). \end{cases}$$

С учетом преобразования выражения $\mathrm{cth}(\gamma\delta) = \mathrm{th}(\gamma\delta/2) + 1/\mathrm{sh}(\gamma\delta)$ получим систему уравнений эквивалентного четырехполюсника пьезопластины и соответствующие матричные уравнения. Эквивалентный четырехполюсник пьезопластины с порядковым номером k в МПА (см. рис. 1) составлен исходя из уравнения колебаний и уравнения сил [4, 6], действующих на гранях пьезопластины. Система уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} -\dfrac{\Xi_k(p)S_0\gamma}{s_{33}}\left\{\mathrm{th}\left(\dfrac{\gamma\delta}{2}\right) + \dfrac{1}{\mathrm{sh}(\gamma\delta)}\right\} + \dfrac{\Xi_{k+1}(p)S_0\gamma}{s_{33}\mathrm{sh}(\gamma\delta)} = F_k(p); \\ -\dfrac{\Xi_k(p)S_0\gamma}{s_{33}\mathrm{sh}(\gamma\delta)} + \dfrac{\Xi_{k+1}(p)S_0\gamma}{s_{33}}\left\{\mathrm{th}\left(\dfrac{\gamma\delta}{2}\right) + \dfrac{1}{\mathrm{sh}(\gamma\delta)}\right\} = \\ = -F_{k+1}(p), \end{cases} \tag{7}$$

где $\gamma = \dfrac{p}{c} + \alpha$ (c — скорость звука, α — коэффициент затухания); s_{33} — упругая податливость при $E = \mathrm{const}$ или $D = \mathrm{const}$; $\Xi_k(p)$, $\Xi_{k+1}(p)$ — преобразования Лапласа смещений входной и выходной граней k-й пьезопластины; $F_k(p)$, $F_{k+1}(p)$ — преобразования Лапласа сил, действующих на входной и выходной гранях k-й пьезопластины.

Из системы уравнений (7) получаем систему уравнений четырехполюсника:

$$\begin{cases} F_k(p) = -(Z_{1_{33}} + Z_{2_{33}})\Xi_k(p) + Z_{2_{33}}\Xi_{k+1}(p); \\ -F_{k+1}(p) = -Z_{2_{33}}\Xi_k(p) + (Z_{1_{33}} + Z_{2_{33}})\Xi_{k+1}(p); \end{cases} \quad (8)$$

где $Z_{1_{33}} = S_0\gamma\,\mathrm{th}(\gamma\delta/2)/s_{33}$; $Z_{2_{33}} = S_0\gamma/[s_{33}\mathrm{sh}(\gamma\delta)]$ (в нижних двойных индексах цифра 1 или 2 соответствует сопротивлению T-образного четырехполюсника, а цифры 33 — деформации по оси 3).

Из системы уравнений (8) получим:

$$\begin{cases} -F_k = \left(1 + \dfrac{Z_{1_{33}}}{Z_{2_{33}}}\right)F_{k+1} + Z_{1_{33}}\left(2 + \dfrac{Z_{1_{33}}}{Z_{2_{33}}}\right)\Xi_{k+1}; \\ \Xi_k = \dfrac{1}{Z_{2_{33}}}F_{k+1} + \left(1 + \dfrac{Z_{1_{33}}}{Z_{2_{33}}}\right)\Xi_{k+1}. \end{cases} \quad (9)$$

Система уравнений (9) эквивалентна матричному уравнению

$$\begin{Vmatrix} -F_k \\ \Xi_k \end{Vmatrix} = \|M\| \begin{Vmatrix} F_{k+1} \\ \Xi_{k+1} \end{Vmatrix}.$$

где

$$\|M\| = \begin{Vmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 1 + \dfrac{Z_{1_{33}}}{Z_{2_{33}}} & Z_{1_{33}}\left(2 + \dfrac{Z_{1_{33}}}{Z_{2_{33}}}\right) \\ \dfrac{1}{Z_{2_{33}}} & 1 + \dfrac{Z_{1_{33}}}{Z_{2_{33}}} \end{Vmatrix};$$

$$m_{11} = m_{22} = 1 + \frac{Z_{1_{33}}}{Z_{2_{33}}} = \mathrm{ch}(\gamma\delta);$$

$$m_{12} = Z_{1_{33}}\left(2 + \frac{Z_{1_{33}}}{Z_{2_{33}}}\right) = Z_{0_{33}}\,\mathrm{sh}(\gamma\delta);$$

$$m_{21} = \frac{1}{Z_{2_{33}}} = \frac{\mathrm{sh}(\gamma\delta)}{Z_{0_{33}}}; \quad Z_{0_{33}} = \frac{S_0\gamma}{s_{33}}.$$

Для МПА (см. рис. 1) из n пьезопластин имеем: входные параметры — смещение $\xi_k(t)$ и силу $F_k(t)$, действующие на входной грани k-ой пластины; выходные параметры — смещение $\xi_{k+1}(t)$ и силу $F_{k+1}(t)$, действующие на выходной грани k-й пластины и являющиеся входным смещением и силой для входной грани $(k+1)$-й пластины.

Сила на выходной (индекс "out") грани k-й пластины равна по величине и противоположна по направлению силе на входной ("inp") грани $(k+1)$-й пластины: $F_{k_{\mathrm{out}}} = -F_{k+1_{\mathrm{inp}}}$. Получаем, матричные уравнения для преобразований Лапласа соответствующих сил и смещений:

$$\begin{Vmatrix} -F_{k+1_{\mathrm{inp}}} \\ \Xi_{k+1} \end{Vmatrix} = \|M\| \begin{Vmatrix} F_{k+1_{\mathrm{out}}} \\ \Xi_{k+2} \end{Vmatrix}. \quad (10)$$

С учетом уравнения (10) получим:

$$\begin{Vmatrix} -F_{k_{\mathrm{inp}}} \\ \Xi_k \end{Vmatrix} = \|M\|\,\|M\| \begin{Vmatrix} F_{k+1_{\mathrm{out}}} \\ \Xi_{k+2} \end{Vmatrix} = \|M\|^2 \begin{Vmatrix} F_{k+1_{\mathrm{out}}} \\ \Xi_{k+2} \end{Vmatrix}. \quad (11)$$

Перемножив матрицы [5, 11, 12], преобразуем матричное уравнение (11) к виду:

$$\begin{Vmatrix} -F_{1_{\mathrm{inp}}} \\ \Xi_1 \end{Vmatrix} = \|M\|^n \begin{Vmatrix} F_{n_{\mathrm{out}}} \\ \Xi_{n+1} \end{Vmatrix}. \quad (12)$$

Элементы матрицы $\|M\|^n$ находим методом математической индукции:

$$\|M\|^n = \begin{Vmatrix} \mathrm{ch}(\gamma n\delta) & Z_{0_{33}}\mathrm{sh}(\gamma n\delta) \\ \dfrac{\mathrm{sh}(\gamma n\delta)}{Z_{0_{33}}} & \mathrm{ch}(\gamma n\delta) \end{Vmatrix}.$$

Полученному для МПА матричному уравнению (12) с учетом входящего в него выражения для матрицы $\|M\|^n$ соответствует эквивалентный четырехполюсник МПА, система уравнений которого:

$$\begin{cases} \dfrac{S_0\gamma}{s_{33}\mathrm{sh}(\gamma l)}\{\Xi_1(p)\mathrm{ch}(\gamma l) + \Xi_n(p)\} = F_1(p); \\ \dfrac{S_0\gamma}{s_{33}\mathrm{sh}(\gamma l)}\{-\Xi_1(p) + \Xi_n(p)\mathrm{ch}(\gamma l)\} = -F_n(p), \end{cases} \quad (13)$$

где $l = n\delta$ — длина МПА; $s = s_{33}^E$ и $c = c^E$ — упругая податливость и скорость звука при управлении по напряжению; $s = s_{33}^D$ и $c = c^D$ — упругая податливость и скорость звука при управлении по току [4].

Уравнения для преобразований Лапласа сил [5], действующих на гранях МПА:

$$\begin{cases} T_3(0, p)S_0 = F_1(p) + M_1p^2\Xi_1(p) \text{ при } x = 0; \\ T_3(l, p)S_0 = -F_2(p) - M_2p^2\Xi_2(p) \text{ при } x = l, \end{cases} \quad (14)$$

где для n-й пьезопластины МПА принимаем $\Xi_n(p) = \Xi_2(p)$ и $F_n(p) = F_2(p)$.

Построим математическую модель МПА при продольном пьезоэффекте с управлением по напряжению. В этом случае преобразование Лапласа силы, возбуждающей колебания МПА, определяем из уравнения обратного пьезоэффекта [3]:

$$F(p) = d_{33}S_0E_3(p)/s_{33}^E, \qquad (15)$$

где $E_3(p)$ — преобразование Лапласа напряженности электрического поля по оси 3.

Из уравнения электромагнитоупругости получаем обобщенные уравнения для обратного пьезоэффекта [3]:

при управлении по напряжению

$$S_i = d_{mi}E_m + s_{ij}^E T_j; \qquad (16)$$

при управлении по току $S_i = g_{mi}D_m + s_{ij}^D T_j$;

уравнение магнитострикции [3]

$$S_i = d_{mi}H_m + s_{ij}^H T_j,$$

где $i = 1, 2, ..., 6$, $j = 1, 2, ..., 6$, $m = 1, 2, 3$.

Совместное рассмотрение системы (13) уравнений для эквивалентного четырехполюсника МПА при управлении по напряжению, уравнений (14) сил на гранях МПА и уравнения (15) силы, возбуждающей колебания, приводит к системе уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{S_0\gamma}{s_{33}^E \mathrm{sh}(\gamma l)}\{-\Xi_1(p)\mathrm{ch}(\gamma l) + \Xi_2(p)\} = \\ = \dfrac{d_{33}}{s_{33}^E} S_0E_3(p) + F_1(p) + M_1p^2\Xi_1(p) \text{ при } x = 0; \\ \dfrac{S_0\gamma}{s_{33}^E \mathrm{sh}(\gamma l)}\{-\Xi_1(p) + \Xi_2(p)\mathrm{ch}(\gamma l)\} = \\ = \dfrac{d_{33}}{s_{33}^E} S_0E_3(p) - F_2(p) - M_2p^2\Xi_2(p) \text{ при } x = l; \end{cases} \qquad (17)$$

где $S_0/s_{33}^E = m_n(c^E)^2/l$; m_n — масса МПА.

Преобразование системы уравнений (17) дает систему уравнений для изображений Лапласа перемещений двух граней МПА. Соответственно получаем систему уравнений, описывающую структурно-параметрическую модель МПА нанoперемещений при продольном пьезоэффекте:

$$\begin{cases} \Xi_1(p) = \dfrac{1}{M_1p^2}\left\{-F_1(p) + \dfrac{S_0}{s_{33}^E}\left[d_{33}E_3(p) - \right.\right. \\ \left.\left. - \dfrac{\gamma}{\mathrm{sh}(\gamma l)}[\mathrm{ch}(\gamma l)\Xi_1(p) - \Xi_2(p)]\right]\right\}; \\ \Xi_2(p) = \dfrac{1}{M_2p^2}\left\{-F_2(p) + \dfrac{S_0}{s_{33}^E}\left[d_{33}E_3(p) - \right.\right. \\ \left.\left. - \dfrac{\gamma}{\mathrm{sh}(\gamma l)}[\mathrm{ch}(\gamma l)\Xi_2(p) - \Xi_1(p)]\right]\right\}. \end{cases}$$

Структурно-параметрическая модель МПА дополнена уравнением внешней цепи

$$U(p) = U_0(p)/(RC_np + 1),$$

где $U_0(p)$ — напряжение источника; R — сопротивление внешней цепи; C_n — емкость МПА с числом n пьезопластин.

Аналогично строим математическую модель МПА при продольном пьезоэффекте с управлением по току. В этом случае преобразование Лапласа силы, возбуждающей колебания МПА, находим из уравнения обратного пьезоэффекта [3]:

$$F(p) = g_{33}D_3(p)S_0/s_{33}^D = g_{33}I(p)/(pns_{33}^D) = \\ = d_{33}S_0I(p)/(pC_n\delta s_{33}^D), \qquad (18)$$

где $C_n = n\varepsilon_{33}^T S_0/\delta$.

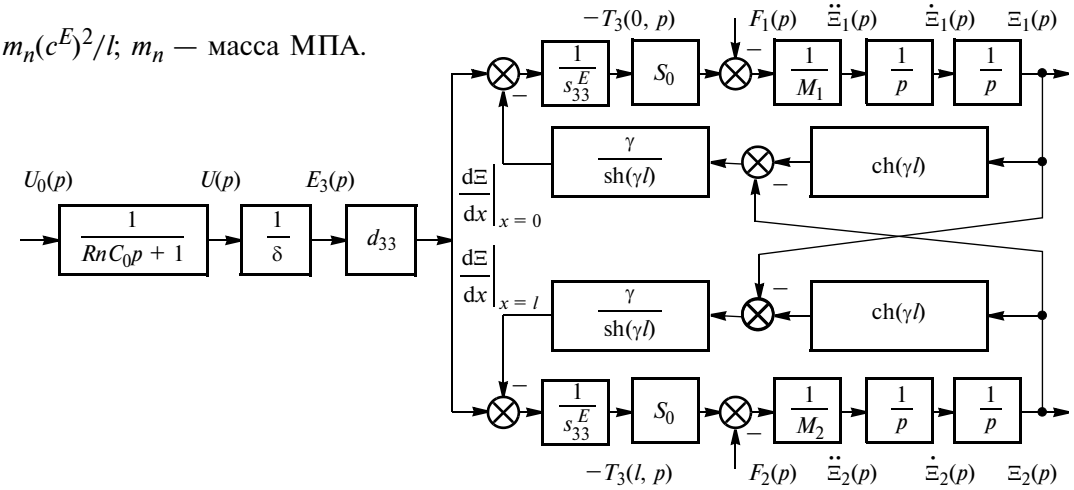


Рис. 2. Параметрическая структурная схема МПА нанoперемещений при продольном пьезоэффекте

Совместное рассмотрение системы уравнений (13) для эквивалентного механического четырехполюсника МПА при управлении по току, уравнений (14) для преобразований Лапласа сил на гранях МПА (см. рис. 1) и уравнения (18) силы, возбуждающей колебания, дает структурно-параметрическую модель и параметрическую структурную схему (рис. 2) МПА наноперемещений при продольном пьезоэффекте:

$$\begin{cases} \Xi_1(p) = \dfrac{1}{M_1 p^2}\left\{ -F_1(p) + \dfrac{S_0}{s_{33}^D}\left[g_{33} D_3(p) - \right.\right. \\ \left.\left. - \dfrac{\gamma}{\mathrm{sh}(\gamma l)}\left[\mathrm{ch}(\gamma l)\Xi_1(p) - \Xi_2(p)\right]\right]\right\}; \\ \Xi_2(p) = \dfrac{1}{M_2 p^2}\left\{ -F_2(p) + \dfrac{S_0}{s_{33}^D}\left[g_{33} D_3(p) - \right.\right. \\ \left.\left. - \dfrac{\gamma}{\mathrm{sh}(\gamma l)}\left[\mathrm{ch}(\gamma l)\Xi_2(p) - \Xi_1(p)\right]\right]\right\}. \end{cases}$$

которая дополняется уравнением внешней цепи $D_3(p) = I(p)/(pnS_0)$.

Аналогично строим структурно-параметрическую модель МПА для поперечного пьезоэффекта. В этом случае МПА (рис. 3) имеет длину $l = nh$, а каждая из составляющих его n пьезопластин — высоту h, толщину δ, ширину b и площадь поперечного сечения S_0.

Для вывода системы уравнений эквивалентного механического четырехполюсника МПА при поперечном пьезоэффекте рассмотрим соответствующие матричные уравнения. Эквивалентный четырехполюсник пьезопластины, имеющей в МПА порядковый номер k, составлен исходя из уравнения колебаний и уравнения сил [5, 11, 12], действующих на гранях пьезопластины. Получаем матричное уравнение

$$\begin{Vmatrix} -F_k \\ \Xi_k \end{Vmatrix} = \|M\| \begin{Vmatrix} F_{k+1} \\ \Xi_{k+1} \end{Vmatrix},$$

где

$$\|M\| = \begin{Vmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 1 + \dfrac{Z_{1_{11}}}{Z_{2_{11}}} & Z_{1_{11}}\left(2 + \dfrac{Z_{1_{11}}}{Z_{2_{11}}}\right) \\ \dfrac{1}{Z_{2_{11}}} & 1 + \dfrac{Z_{1_{11}}}{Z_{2_{11}}} \end{Vmatrix};$$

$$m_{11} = m_{22} = 1 + \frac{Z_{1_{11}}}{Z_{2_{11}}} = \mathrm{ch}(\gamma h);$$

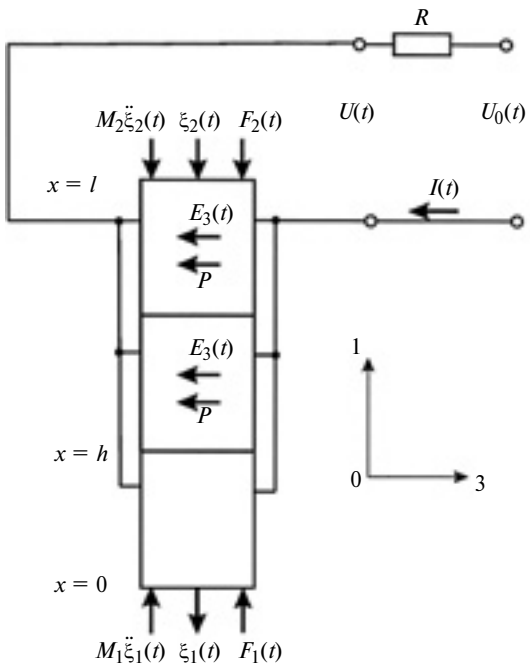


Рис. 3. Схема МПА при поперечном пьезоэффекте

$$m_{12} = Z_{1_{11}}\left(2 + \frac{Z_{1_{11}}}{Z_{2_{11}}}\right) = Z_{0_{11}}\,\mathrm{sh}(\gamma h);$$

$$m_{21} = \frac{1}{Z_{2_{11}}} = \frac{\mathrm{sh}(\gamma h)}{Z_{0_{11}}}; \quad Z_{0_{11}} = \frac{S_0\gamma}{s_{11}}.$$

Здесь в нижних двойных индексах цифра 1 или 2 соответствует сопротивлению T-образного четырехполюсника, а цифры 11 — деформации по оси 1.

Для МПА при поперечном пьезоэффекте получаем матричное уравнение

$$\begin{Vmatrix} -F_{1_{\mathrm{inp}}} \\ \Xi_1 \end{Vmatrix} = \|M\|^n \begin{Vmatrix} F_{n_{\mathrm{out}}} \\ \Xi_{n+1} \end{Vmatrix},$$

где

$$\|M\|^n = \begin{Vmatrix} \mathrm{ch}(\gamma nh) & Z_{0_{11}}\mathrm{sh}(\gamma nh) \\ \dfrac{\mathrm{sh}(\gamma nh)}{Z_{0_{11}}} & \mathrm{ch}(\gamma nh) \end{Vmatrix}.$$

Построим математическую модель МПА при поперечном пьезоэффекте с управлением по напряжению. Преобразование Лапласа силы, возбуждающей колебания МПА, находим из уравнения [3] обратного пьезоэффекта:

$$F(p) = d_{31} S_0 E_3(p)/s_{11}^E.$$

Совместное рассмотрение системы уравнений для эквивалентного четырехполюсника МПА при управлении по напряжению, для уравнений преоб-

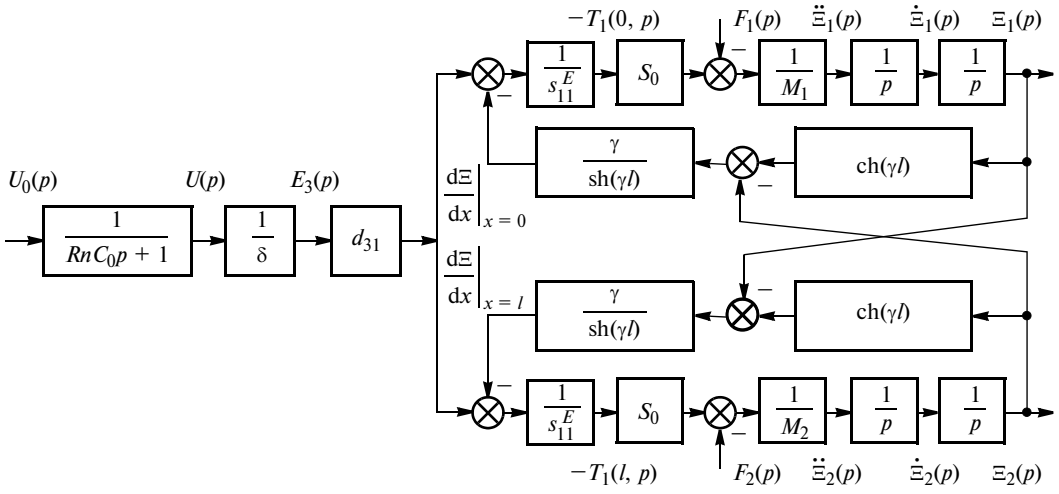


Рис. 4. Параметрическая структурная схема МПА нанoперемещений при поперечном пьезоэффекте

разований Лапласа сил на гранях МПА и уравнения силы, возбуждающей колебания, дает систему уравнений, описывающую структурно-параметрическую модель и параметрическую структурную схему (рис. 4) МПА нанoперемещений при поперечном пьезоэффекте:

$$\begin{cases} \Xi_1(p) = \dfrac{1}{M_1p^2}\left\{-F_1(p) + \dfrac{S_0}{s_{11}^E}\left[d_{31}E_3(p) - \right.\right. \\ \left.\left. - \dfrac{\gamma}{\mathrm{sh}(\gamma l)}[\mathrm{ch}(\gamma l)\Xi_1(p) - \Xi_2(p)]\right]\right\}; \\ \Xi_2(p) = \dfrac{1}{M_2p^2}\left\{-F_2(p) + \dfrac{S_0}{s_{11}^E}\left[d_{31}E_3(p) - \right.\right. \\ \left.\left. - \dfrac{\gamma}{\mathrm{sh}(\gamma l)}[\mathrm{ch}(\gamma l)\Xi_2(p) - \Xi_1(p)]\right]\right\}. \end{cases}$$

где $S_0/s_{11}^E = m_n(c^E)^2/l$.

Аналогично строим математическую модель МПА при поперечном пьезоэффекте с управлением по току. В этом случае преобразование Лапласа силы, возбуждающей колебания МПА, находится из уравнения обратного пьезоэффекта [3]:

$$F(p) = g_{31}D_3(p)S_0/s_{11}^D = g_{31}I(p)/(pns_{11}^D) = \\ = d_{31}S_0I(p)/(pC_n\delta s_{11}^D), \qquad (19)$$

где $C_n = n\varepsilon_{33}^T hb/\delta$ — емкость МПА; $S_0 = b\delta$ — площадь поперечного сечения МПА.

Совместное рассмотрение системы уравнений (13) для эквивалентного четырехполюсника МПА при управлении по току, уравнения (14) сил на гранях МПА и уравнения (19) силы, возбуждающей колебания, дает структурно-параметрическую модель и параметрическую структурную схему МПА при поперечном пьезоэффекте:

$$\begin{cases} \Xi_1(p) = \dfrac{1}{M_1p^2}\left\{-F_1(p) + \dfrac{S_0}{s_{11}^D}\left[g_{31}D_3(p) - \right.\right. \\ \left.\left. - \dfrac{\gamma}{\mathrm{sh}(\gamma l)}[\mathrm{ch}(\gamma l)\Xi_1(p) - \Xi_2(p)]\right]\right\}; \\ \Xi_2(p) = \dfrac{1}{M_2p^2}\left\{-F_2(p) + \dfrac{S_0}{s_{11}^D}\left[g_{31}D_3(p) - \right.\right. \\ \left.\left. - \dfrac{\gamma}{\mathrm{sh}(\gamma l)}[\mathrm{ch}(\gamma l)\Xi_2(p) - \Xi_1(p)]\right]\right\}. \end{cases}$$

которая дополняется уравнением внешней цепи $D_3(p) = I(p)/(pnhb) = I(p)/(plb)$.

С учетом обобщенного уравнения (3) электромагнитоупругости получаем систему уравнений, описывающую структурно-параметрическую модель и параметрическую структурную схему (рис. 5) МЭМУА:

$$\begin{cases} \Xi_1(p) = \dfrac{1}{M_1p^2}\left\{-F_1(p) + \dfrac{1}{\chi_{ij}^\Psi}[\nu_{mi}\Psi_m(p) - \right. \\ \left. - \dfrac{\gamma}{\mathrm{sh}(\gamma l)}[\mathrm{ch}(\gamma l)\Xi_1(p) - \Xi_2(p)]\right\}; \\ \Xi_2(p) = \dfrac{1}{M_2p^2}\left\{-F_2(p) + \dfrac{1}{\chi_{ij}^\Psi}[\nu_{mi}\Psi_m(p) - \right. \\ \left. - \dfrac{\gamma}{\mathrm{sh}(\gamma l)}[\mathrm{ch}(\gamma l)\Xi_2(p) - \Xi_1(p)]\right\}, \end{cases} \qquad (20)$$

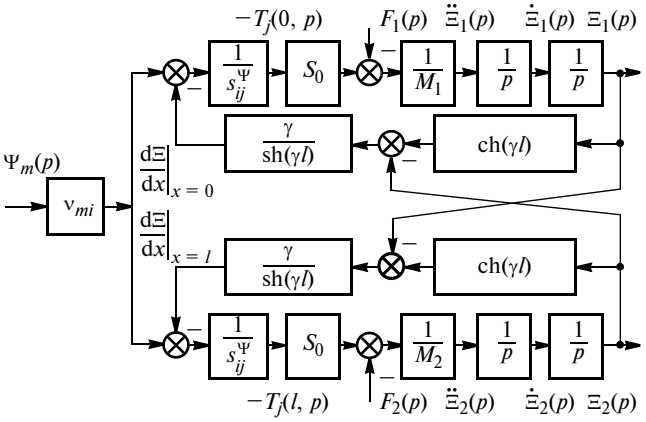


Рис. 5. Параметрическая структурная схема МЭМУА

где

$$\nu_{mi} = \begin{cases} d_{33}, d_{31}, d_{15}, \\ g_{33}, g_{31}, g_{15}, \\ d_{33}, d_{31}, d_{15}; \end{cases} \qquad \Psi_m = \begin{cases} E_3, E_1, \\ D_3, D_1, \\ H_3, H_1; \end{cases}$$

$$s_{ij}^{\Psi} = \begin{cases} s_{33}^{E}, s_{11}^{E}, s_{55}^{E}, \\ s_{33}^{D}, s_{11}^{D}, s_{55}^{D}, \\ s_{33}^{H}, s_{11}^{H}, s_{55}^{H}; \end{cases} \qquad c = \begin{cases} c^{E}, \\ c^{D}, \\ c^{H}; \end{cases}$$

$$\gamma = \begin{cases} \gamma^{E} \text{ при управлении по напряжению,} \\ \gamma^{D} \text{ при управлении по току,} \\ \gamma^{H} \text{ при управлении по напряженности} \\ \quad \text{магнитного поля;} \end{cases}$$

$$\frac{1}{\chi_{ij}^{\Psi}} = \frac{S_0}{s_{ij}^{\Psi}}.$$

Структурно-параметрическая модель (20) МЭМУА после алгебраических преобразований позволяет получить его передаточные функции в виде отношения преобразования Лапласа перемещения грани МЭМУА к преобразованию Лапласа соответствующего входного электрического параметра или к преобразованию Лапласа соответствующей силы при нулевых начальных условиях. Совместное решение уравнений (20) для преобразований Лапласа перемещений двух граней МЭМУА дает систему уравнений

$$\begin{cases} \Xi_1(p) = W_{11}(p)\Psi_m(p) + W_{12}(p)F_1(p) + W_{13}F_2(p); \\ \Xi_2(p) = W_{21}(p)\Psi_m(p) + W_{22}(p)F_1(p) + W_{23}F_2(p). \end{cases} \tag{21}$$

Передаточные функции МЭМУА, входящие в систему уравнений (21), имеют вид:

$$W_{11}(p) = \frac{\Xi_1(p)}{\Psi_m(p)} = \nu_{mi}\frac{M_2\chi_{ij}^{\Psi}p^2 + \gamma\mathrm{th}\left(\frac{\gamma l}{2}\right)}{A_{ij}};$$

$$W_{21}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{\Psi_m(p)} = \nu_{mi}\frac{M_1\chi_{ij}^{\Psi}p^2 + \gamma\mathrm{th}\left(\frac{\gamma l}{2}\right)}{A_{ij}};$$

$$W_{12}(p) = \frac{\Xi_1(p)}{F_1(p)} = -\frac{\chi_{ij}^{\Psi}\left[M_2\chi_{ij}^{\Psi}p^2 + \frac{\gamma}{\mathrm{th}(\gamma l)}\right]}{A_{ij}};$$

$$W_{13}(p) = \frac{\Xi_1(p)}{F_2(p)} = W_{22}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{F_1(p)} = \frac{\chi_{ij}^{\Psi}\gamma}{A_{ij}\mathrm{sh}(\gamma l)};$$

$$W_{23}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{F_2(p)} = -\frac{\chi_{ij}^{\Psi}\left[M_1\chi_{ij}^{\Psi}p^2 + \frac{\gamma}{\mathrm{th}(\gamma l)}\right]}{A_{ij}},$$

где

$$A_{ij} = M_1M_2(\chi_{ij}^{\Psi})^2p^4 + \frac{(M_1 + M_2)\chi_{ij}^{\Psi}}{c\,\mathrm{th}(\gamma l)}p^3 + \left[\frac{(M_1 + M_2)\chi_{ij}^{\Psi}\alpha}{\mathrm{th}(\gamma l)} + \frac{1}{c^2}\right]p^2 + \frac{2\alpha}{c}p + \alpha^2.$$

При жестко закрепленной одной грани МЭМУА определим смещение $\xi_2(\infty)$ другой его грани в установившемся режиме при $\Psi_m(t) = \Psi_{m0}1(t)$ и $F_2(t) = 0$ или $F_2(t) = F_{20}\cdot 1(t)$ и $\Psi_{m0}(t) = 0$. Статическое смещение $\xi_2(\infty)$ определяется выражениями:

$$\xi_2(\infty) = \lim_{t\to\infty}\xi_2(t) = \lim_{p\to 0}pW_{21}(p)\frac{\Psi_{m0}}{p} = \lim_{p\to 0}l\nu_{mi}\Psi_{i0} = l\nu_{mi}\Psi_{m0};$$

$$\xi_2(\infty) = \lim_{t\to\infty}\xi_2(t) = \lim_{p\to 0}pW_{23}(p)\frac{F_{20}}{p} = -\lim_{p\to 0}\frac{s_{ij}lF_{20}}{S_0} = -l\chi_{ij}F_{20}.$$

В электроприводе статические характеристики электродвигателя в установившихся режимах работы делятся на механические $\omega(M)$ и регулировочные $\omega(U)$, где ω — угловая скорость вала; M — нагрузочный момент; U — управляющее напряжение. Для МПА статические характеристики вида $\xi_2(F)$ назовем механическими характеристиками, а вида

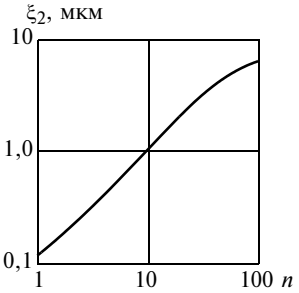


Рис. 6. Зависимость перемещения ξ_2 МПА от числа n слоев

$\xi_2(U)$ — регулировочными. Согласно уравнению (2) обратного пьезоэффекта имеем:

$$S_3 = d_{33}U/\delta - s_{33}^E F/S_0, \qquad (22)$$

где $S_3 = \xi_2/l$ — относительное перемещение торца многослойного пьезоактюатора; F — сила, приложенная к торцу.

После преобразований из уравнения (22) получим выражение для механической характеристики:

$$\xi_2 = \xi_{2m}(1 - F/F_m), \qquad (23)$$

где $\xi_{2m} = d_{33}nU$ — максимальное перемещение МПА при $F = 0$; $F_m = d_{33}US_0/(s_{33}^E\delta)$ — максимальная сила, развиваемая МПА при $\xi_2 = 0$.

Из выражения (23) следует, что механические характеристики МПА изменяются при изменении числа n пьезопластин. Например, МПА с числами пьезопластин $n_1 = 30$ и $n_2 = 40$ при $d_{33} = 4 \cdot 10^{-10}$ м/В, $\delta = 6 \cdot 10^{-4}$ м, $s_{33}^E = 3 \cdot 10^{-11}$ м^2/Н, $S_0 = 1{,}75 \cdot 10^{-4}$ м^2, $U = 300$ В имеют разные максимальные перемещения $\xi_{2m} = 3{,}6$ мкм и $\xi_{2m} = 4{,}8$ мкм, но развиваемые ими максимальные силы равны: $F_m = 1{,}2$ кН. Расхождение расчетных и экспериментальных характеристик МПА не превышает 5 %.

Определим необходимое число пьезопластин в МПА. Перемещение торца МПА составляет

$$\xi_2 = \frac{d_{33}nU}{1 + C_e n/C_p}, \qquad (24)$$

где C_e — жесткость нагрузки; $C_p = S_0/(s_{33}^E\delta)$ — жесткость пьезопластины в МПА при продольном пьезоэффекте.

Из выражения (24) получим:

$$n = \frac{\xi_2}{d_{33}U - \xi_2 C_e/C_p}.$$

На рис. 6 приведена зависимость перемещения ξ_2 МПА от числа n пьезопластин при указанных выше значениях d_{33}, δ, s_{33}^E, S_0, U и $C_e = 9{,}7 \cdot 10^7$ Н/м.

Для эффективного использования рабочего диапазона перемещения МПА должно выполняться условие $0 < C_e n/C_p < 0{,}1$.

При одном закрепленном торце МЭМУА ($\Xi_1(p) = 0$) уравнение его структурно-параметрической модели имеет вид:

$$\Xi_2(p) = [1/(M_2p^2)]\{-F_2(p) + (S_0/s_{ij}^{\Psi}) \times \times [\nu_{mi}\Psi_m(p) - \gamma\Xi_2(p)/\mathrm{th}(\gamma l)]\}. \qquad (25)$$

Представим передаточные функции $W_{21}(p)$ и $W_{23}(p)$ в виде:

$$W_{21}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{\Psi_m(p)} = \frac{l\nu_{mi}}{(M_2l^2/(m_nc^2))p^2 + \gamma l\mathrm{cth}(\gamma l)};$$

$$W_{23}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{F_2(p)} = -\frac{l\chi_{ij}^{\Psi}}{(M_2l^2/(m_nc^2))p^2 + \gamma l\mathrm{cth}(\gamma l)}.$$

Рассмотрим математическое описание МЭМУА для жестко закрепленной одной грани актюатора при $M_1 \to \infty$ и $M_2/m_n \gg 1$. Аппроксимируя гиперболический котангенс двумя членами степенного ряда, при массе нагрузки, значительно превышающей массу актюатора, получим в диапазоне частот $0 < \omega < 0{,}01c/l$ передаточные функции:

$$W_{21}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{\Psi_m(p)} = \frac{l\nu_{mi}}{T_t^2p^2 + 2T_t\xi_tp + 1};$$

$$W_{23}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{F_2(p)} = -\frac{l\chi_{ij}^{\Psi}}{T_t^2p^2 + 2T_t\xi_tp + 1},$$

где $T_t = \sqrt{\dfrac{lM_2s_{ij}^{\Psi}}{S_0}} = \sqrt{lM_2\chi_{ij}^{\Psi}}\,T_t$ и $\xi_t = \dfrac{\alpha l}{3c}\sqrt{\dfrac{S_0l}{M_2s_{ij}^{\Psi}}} = \dfrac{\alpha l}{3c}\sqrt{\dfrac{l}{M_2\chi_{ij}^{\Psi}}}$ — соответственно постоянная времени и коэффициент затухания колебательного звена МЭМУА.

При промышленном применении МПА имеем упругоинерционную нагрузку в виде упругого элемента (пружины, мембраны) и инерционной массы элемента нагрузки (координатного стола, сканирующего элемента).

При одном закрепленном торце МПА, например при $x = 0$, и упругоинерционной нагрузке на пьезопреобразователь при $x = l$ уравнение сил на втором торце МПА имеет вид:

$$T_3(t)S_0|_{x=l} = -M\frac{\partial^2\xi(t)}{\partial t^2} - (C_a + C_e)\xi(t),$$

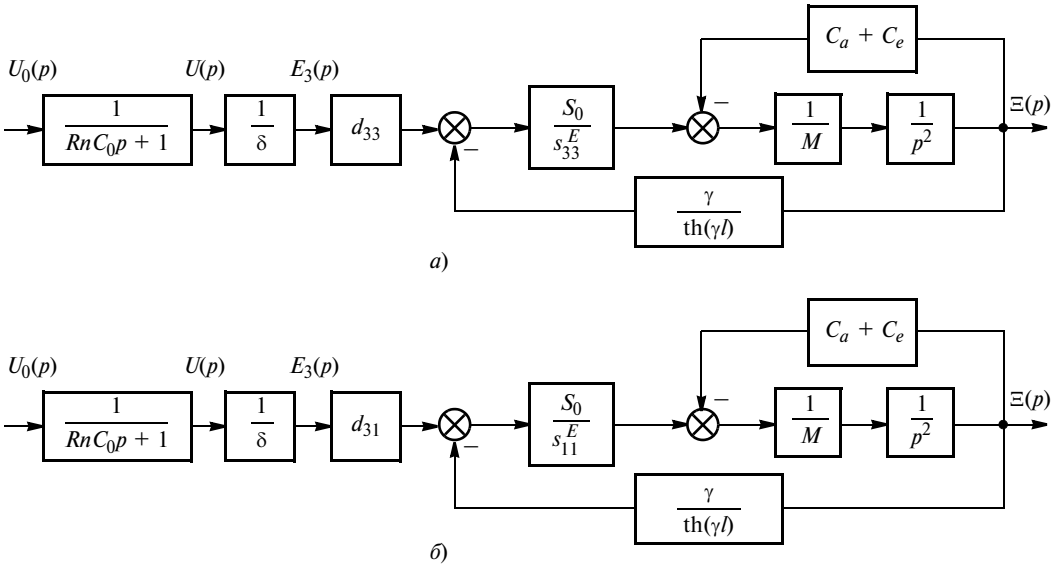


Рис. 7. Параметрические структурные схемы МПА, закрепленных одним торцом, при продольном (*а*) и поперечном (*б*) пьезоэффектах

где M — масса нагрузки; C_a — жесткость армирующего упругого элемента.

Из уравнения (16) обратного пьезоэффекта с учетом сил, действующих на торец МПА, получаем:

$$\left.\frac{\mathrm{d}\Xi(x,p)}{\mathrm{d}x}\right|_{x=l} = d_{33}E_3(p) - \frac{s_{33}^E Mp^2\Xi(p)}{S_0} - \frac{s_{33}^E(C_a+C_e)\Xi(p)}{S_0}, \quad (26)$$

где $\Xi(p) = \Xi_2(p)$, $\Xi(x, p)$ — преобразования Лапласа перемещения торца и перемещения сечения МПА при нулевых начальных условиях; $E_3(p)$ — преобразования Лапласа напряженности электрического поля по оси 3 при нулевых начальных условиях.

Из уравнений (25) и (26) выражение для структурно-параметрической модели МПА, армированного упругим элементом и закрепленного одним торцом, при продольном пьезоэффекте и упруго-инерционной нагрузке имеем:

$$\frac{\Xi(p)\gamma}{\text{th}(\gamma l)} + \frac{\Xi(p)s_{33}^E Mp^2}{S_0} + \frac{\Xi(p)s_{33}^E(C_a+C_e)}{S_0} = d_{33}E_3. \quad (27)$$

Выражению (27) соответствуют параметрическая структурная схема МПА при продольном пьезоэффекте (рис. 7, *а*) и его передаточная функция

$$W(p) = \frac{\Xi(p)}{E_3(p)} = \frac{d_{33}}{s_{33}^E Mp^2/S_0 + \gamma/\text{th}(\gamma l) + s_{33}^E(C_a+C_e)/S_0}.$$

Передаточная функция МПА, закрепленного одним торцом, при продольном пьезоэффекте и упругоинерционной нагрузке как электромеханической системы с распределенными параметрами:

$$W(p) = \frac{\Xi(p)}{U_0(p)} = \frac{nd_{33}}{(RnC_0p+1)\left[\frac{Mp^2}{C_c} + \gamma l\,\text{cth}(\gamma l) + \frac{C_a+C_e}{C_c}\right]}, \quad (28)$$

где $C_c = S_0/(s_{33}^E l) = m_n(c^E)^2/l^2$ — жесткость МПА при продольном пьезоэффекте; m_n — масса МПА; $U_0(p)$ — преобразование Лапласа напряжения источника питания; R — сопротивление согласующих цепей; C_0 — емкость пьезопластины в МПА.

Аналогично строим параметрическую структурную схему МПА при поперечном пьезоэффекте (рис. 7, *б*).

Аппроксимируя в выражение (28) гиперболический котангенс двумя членами степенно́го ряда, выводим выражение для передаточной функции МПА при продольном пьезоэффекте для упруго-инерционной нагрузки при $M \gg m_n$, где M и m_n — массы нагрузки и МПА. Передаточную функцию этой электромеханической системы с сосредоточенными параметрами [4—15] запишем в виде выражения для колебательного звена:

$$W(p) = \frac{\Xi(p)}{U(p)} = \frac{d_{33}n}{[1+(C_a+C_e)/C_c](T_t^2p^2 + 2T_t\xi_t p + 1)}, \quad (29)$$

где

$$T_t = \sqrt{M/(C_a + C_e + C_c)};$$

$$\xi_t = \alpha l^2 C_c/[3c^E \sqrt{M(C_a + C_e + C_c)}].$$

Здесь $\Xi(p)$ и $U(p)$ — преобразования Лапласа перемещения торца МПА и напряжения на его обкладках при нулевых начальных условиях; T_t, ξ_t — постоянная времени и коэффициент затухания колебательного звена для МПА.

Переходная характеристика МПА с продольным пьезоэффектом для упругоинерционной нагрузки при подаче на его вход ступенчатого напряжения $U_{m1}(t)$ имеет вид:

$$\xi(t) = \xi_m \left[1 - \frac{e^{-\xi_t t/T_t}}{\sqrt{1-\xi_t^2}} \sin(\omega_t t + \varphi_t) \right], \qquad (30)$$

где $\xi_m = \dfrac{d_{33} n U_m}{1 + (C_a + C_e)/C_c}$ — установившееся значение перемещения МПА; $\omega_t = \sqrt{1-\xi_t^2}/T_t$; $\varphi_t = \operatorname{arctg}\left(\sqrt{1-\xi_t^2}/\xi_t\right)$.

Аналогично при поперечном пьезоэффекте получаем передаточную функцию

$$W(p) = \frac{\Xi(p)}{E_3(p)} = \frac{d_{31} l}{Mp^2/C_c + \gamma l \operatorname{cth}(\gamma l) + (C_a + C_e)/C_c}.$$

Передаточная функция МПА с поперечным пьезоэффектом для упругоинерционной нагрузи при $M \gg m_n$ как электромеханической системы с сосредоточенными параметрами имеет вид:

$$W(p) = \frac{\Xi(p)}{U(p)} = \frac{d_{31}(nh/\delta)}{[1 + (C_a + C_e)/C_c](T_t^2 p^2 + 2T_t \xi_t p + 1)}. \qquad (31)$$

В соответствии с формулой (31) для переходной характеристики (30) установившееся перемещение МПА

$$\xi_m = \frac{d_{31}(nh/\delta) U_m}{1 + (C_a + C_e)/C_c}.$$

В зависимости от нагрузки МЭМУА описывается как электромеханическая система с распределенными или сосредоточенными параметрами.

Для прямоугольного МЭМУА при распространении плоских волн [9—12] в направлении координатных осей 1, 2, 3 или, например, осей x, y, z перемещение в пространстве точки с координатами h, b, l имеет вид:

$$\xi_{2_\Sigma} = \sqrt{\xi_{2_1}^2 + \xi_{2_2}^2 + \xi_{2_3}^2}.$$

С учетом полученных структурно-параметрических моделей МЭМУА получим многомерные структурно-параметрическую модель и параметрическую структурную схему (рис. 8) рассматриваемого МПА при распространении плоских волн в направлении координатных осей 1, 2, 3 (вторая цифра в нижнем индексе) в виде:

$$\Xi_{1_1}(p) = \frac{1}{M_{1_1} p^2} \left\{ -F_{1_1}(p) + \frac{S_{0_1}}{s_{11}^\Psi} \left[\nu_{31} \Psi_3(p) - \frac{\gamma}{\operatorname{sh}(\gamma h)} [\operatorname{ch}(\gamma h) \Xi_{1_1}(p) - \Xi_{2_1}(p)] \right] \right\};$$

$$\Xi_{2_1}(p) = \frac{1}{M_{2_1} p^2} \left\{ -F_{2_1}(p) + \frac{S_{0_1}}{s_{11}^\Psi} \left[\nu_{31} \Psi_3(p) - \frac{\gamma}{\operatorname{sh}(\gamma h)} [\operatorname{ch}(\gamma h) \Xi_{2_1}(p) - \Xi_{1_1}(p)] \right] \right\};$$

$$\Xi_{1_2}(p) = \frac{1}{M_{1_2} p^2} \left\{ -F_{1_2}(p) + \frac{S_{0_2}}{s_{11}^\Psi} \left[\nu_{31} \Psi_3(p) - \frac{\gamma}{\operatorname{sh}(\gamma b)} [\operatorname{ch}(\gamma b) \Xi_{1_2}(p) - \Xi_{2_2}(p)] \right] \right\};$$

$$\Xi_{2_2}(p) = \frac{1}{M_{2_2} p^2} \left\{ -F_{2_2}(p) + \frac{S_{0_2}}{s_{11}^\Psi} \left[\nu_{31} \Psi_3(p) - \frac{\gamma}{\operatorname{sh}(\gamma b)} [\operatorname{ch}(\gamma b) \Xi_{2_2}(p) - \Xi_{1_2}(p)] \right] \right\};$$

$$\Xi_{1_3}(p) = \frac{1}{M_{1_3} p^2} \left\{ -F_{1_3}(p) + \frac{S_{0_3}}{s_{33}^\Psi} \left[\nu_{33} \Psi_3(p) - \frac{\gamma}{\operatorname{sh}(\gamma l)} [\operatorname{ch}(\gamma l) \Xi_{1_3}(p) - \Xi_{2_3}(p)] \right] \right\};$$

$$\Xi_{2_3}(p) = \frac{1}{M_{2_3} p^2} \left\{ -F_{2_3}(p) + \frac{S_{0_3}}{s_{33}^\Psi} \left[\nu_{33} \Psi_3(p) - \frac{\gamma}{\operatorname{sh}(\gamma l)} [\operatorname{ch}(\gamma l) \Xi_{2_3}(p) - \Xi_{1_3}(p)] \right] \right\}.$$

В статике при ограничении перемещения прямоугольного МПА (см. рис. 1) в начале координат по всем осям получим максимальную электромеха-

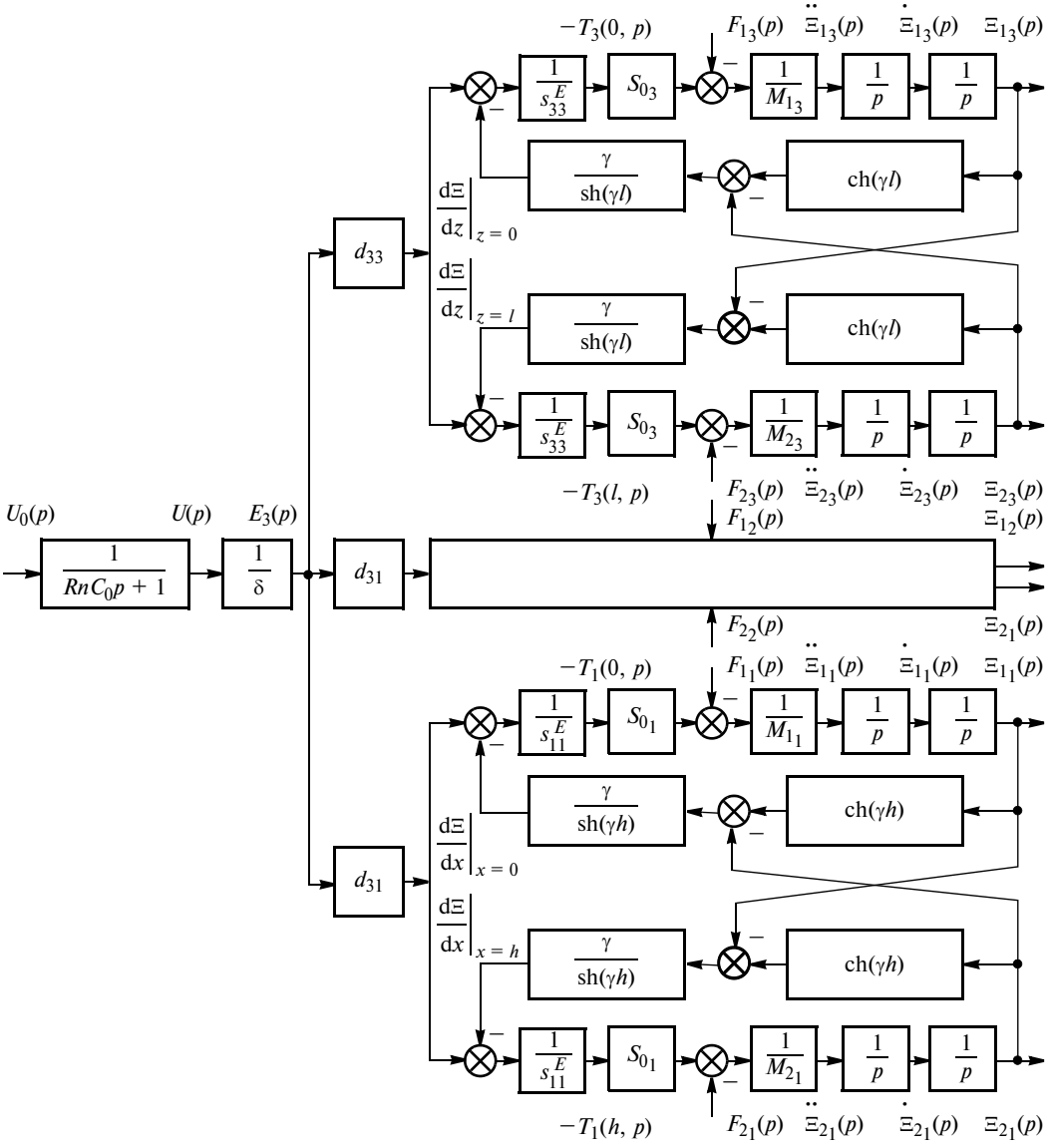


Рис. 8. Многомерная параметрическая структурная схема МПА

ническую деформацию для точки с координатами n, b, l с учетом $l = n\delta$ при распространении плоских волн по осям 1, 2, 3:

$$\xi_{2_\Sigma} = U\sqrt{\left(\frac{d_{31}h}{\delta}\right)^2 + \left(\frac{d_{31}b}{\delta}\right)^2 + (nd_{33})^2}.$$

Полученная многомерная структурно-параметрическая модель позволяет описывать динамические и статические свойства МПА при продольном и поперечном пьезоэффектах. Учет деформаций по координатным осям дает возможность построить многомерную параметрическую структурную схему МПА и описать его динамические и статические свойства с учетом физических параметров, внешней нагрузки и электрического сопротивления согласующих цепей при его работе в составе электромеханической системы наноперемещений.

Структурно-параметрическая модель МЭМУА отражает преобразование электрической энергии в механическую энергию перемещаемого объекта при осуществлении нано- и микроперемещений, позволяет определить его передаточные функции и использовать методы теории автоматического управления в расчетах его динамических и статических характеристик для электромеханического привода нано- и микроперемещений.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Миронов В. Л.** Основы сканирующей зондовой микроскопии. М.: Техносфера, 2004. 144 с.

2. **Варадан В., Виной К., Джозе К.** ВЧ МЭМС и их применение. М.: Техносфера, 2004. 528 с.

3. **Физическая** акустика. Т. 1. Ч. А. Методы и приборы ультразвуковых исследований / Под ред. У. Мэзона. М.: Мир, 1966. 592 с.

УДК 629.113

Г. И. МАМИТИ, д-р техн. наук, С. Х. ПЛИЕВ, Э. К. ГУТИЕВ, кандидаты технических наук
(Горский государственный аграрный университет, г. Владикавказ), e-mail: avtofak.ggau@yandex.ru

Определение максимальной высоты вертикального препятствия, преодолеваемого полноприводным автомобилем

Впервые получена точная формула для определения максимальной высоты препятствия, преодолеваемого полноприводным автомобилем.

Ключевые слова: полноприводный автомобиль, вертикальное препятствие, максимальная высота, определение, точная формула.

The exact formula for calculation of maximum height of an obstacle, which is negotiated by four-wheel drive vehicle, is obtained for the first time.

Keywords: four-wheel drive vehicle, vertical obstacle, maximum height, calculation, exact formula.

Условие преодоления вертикального препятствия автомобилем с места

Взаимодействие колеса автомобиля с вертикальным препятствием и определение максимальной высоты, которая может быть при этом преодолена, — наиболее сложный вопрос в теории проходимости [1, 2].

Способность преодолевать вертикальные препятствия и рвы — основное требование к большей части автомобилей специального назначения. Анализ публикаций, посвященных этой проблеме, показал, что вопросы преодолевания вертикального препятствия передними колесами полноприводного автомобиля недостаточно исследованы.

Рассмотрим общий случай преодолевания передними колесами автомобиля вертикального препятствия (бордюра, ступеньки, порога и др.) высотой h. Если автомобиль полноприводный, то на передние колеса воздействуют (рис. 1, *а*): G_1 — часть силы тяжести, приходящаяся на переднюю ось; P_1 — толкающая сила, создаваемая силами тяги задних колес; P_2 — сила сопротивления качению задних колес; M_1 — крутящий момент, подведенный к передней оси автомобиля от двигателя; R — радиальная реакция кромки (грани) A препятствия в момент, когда нормальная реакция опорной поверхности, направленная по вертикальному диаметру колеса, становится равной нулю; P — сила тяги, развиваемая передними колесами на грани A (моментом M_1) . Здесь и далее индексы "1" и "2" относятся, соответственно, к передней и задней осям автомобиля.

При рассмотрении заднеприводного автомобиля из схемы сил, представленной на рис. 1, *а*, следует исключить M_1 и P, при переднеприводном — P_1.

При решении задач, связанных с преодолеванием вертикальных препятствий, как правило, рас-

(Окончание статьи. Начало см. на стр. 8)

4. **Афонии С. М.** Структурно-параметрическая модель пьезодвигателя наноперемещений // Вестник машиностроения. 2001. № 5. С. 29—33.

5. **Афонин С. М.** Особенности диаграмм сжатия и упругих податливостей пьезодвигателей наноперемещений // Вестник машиностроения. 2003. № 9. С. 16—18.

6. **Афонин С. М.** Решение волнового уравнения в задачах управления электромагнитоупругим преобразователем // Докл. РАН. 2006. Т. 407. № 4. С. 463—469.

7. **Афонин С. М.** Статические и динамические характеристики многослойного электромагнитоупругого преобразователя привода нано- и микроперемещений // Вестник машиностроения. 2009. № 10. С. 3—13.

8. **Ленк А.** Электромеханические системы. Системы с сосредоточенными параметрами. М.: Мир, 1978. 284 с.

9. **Афонии С. М.** Обобщенная структурно-параметрическая модель составного электромагнитоупругого преобразователя // Докл. РАН. 2005. Т. 400. № 6. С. 752—757.

10. **Домаркас В. И., Кажис Р.-И. Ю.** Контрольно-измерительные пьезоэлектрические преобразователи. Вильнюс: Минтис, 1975. 257 с.

11. **Тарг С. М.** Краткий курс теоретической механики. М.: Наука, 1970. 478 с.

12. **Бабаков И. М.** Теория колебаний. М.: Наука, 1968. 560 с.

13. **Полянин А. Д.** Справочник по линейным уравнениям математической физики. М.: Физматлит, 2001. 576 с.

14. **Бесекерский В. А., Попов Е. П.** Теория систем автоматического регулирования. М.: Профессия, 2004. 752 с.

15. **Афонин С. М.** Пьезопреобразователи для приводов микроперемещений // Приборы и системы управления. 1998. № 2. С. 41, 42.

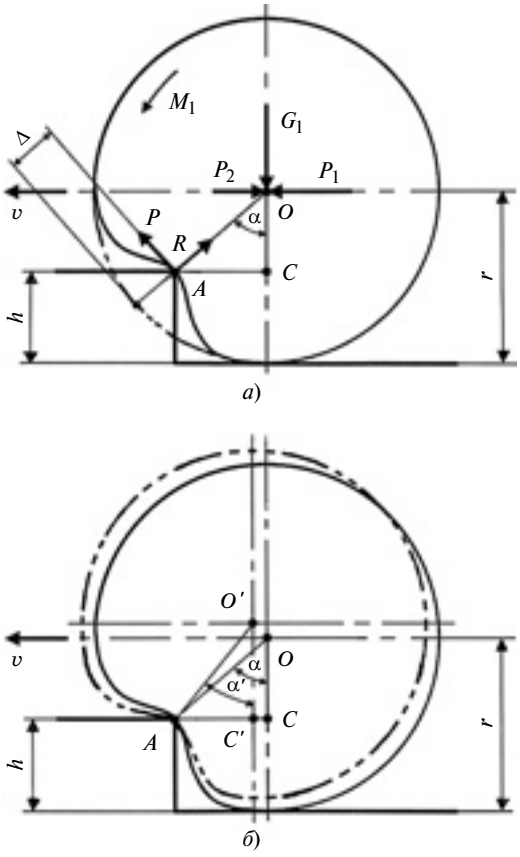


Рис. 1. Схемы сил, действующих на передние колеса полноприводного автомобиля (*а*), и изменения угла α (*б*) при преодолевании вертикального препятствия высотой *h*

сматривают сначала жесткие колеса автомобиля, затем эластичные колеса, т. е. от простого — к сложному. Но можно начинать и с эластичного колеса, при этом формулы будут справедливы и для жесткого колеса, если упругую радиальную деформацию (прогиб) шины принять равной нулю: $\Delta = 0$.

В процессе преодолевания вертикального препятствия высотой h передними колесами наступает момент, когда нормальная реакция опорной поверхности равняется нулю и единственной опорой для передних колес становится грань A препятствия, в которой возникает реакция R, направленная по радиусу колеса. Для начала преодолевания препятствия из треугольника AOC находим:

$$\cos\alpha = \frac{r-h}{r-\Delta}, \qquad (1)$$

откуда предельная высота преодолеваемого препятствия

$$h = r - (r - \Delta)\cos\alpha, \qquad (2)$$

где r — свободный радиус колеса; Δ — радиальная упругая деформация колеса; α — угол между направлениями реакции R и силы тяжести G_1.

Некоторые исследователи, рассматривая преодолевание вертикального препятствия, изображают колеса в отрыве от горизонтальной опорной поверхности дороги перед препятствием, что недопустимо, если они руководствуются в дальнейшем выражением (1), которое верно только для начала преодолевания препятствия, когда колеса еще касаются поверхности дороги, а нормальная реакция равна нулю.

Вернемся к уравнению (2). Его составляющие известны за исключением угла α, который можно определить из соответствующей схемы сил, действующих на колеса в зависимости от привода автомобиля.

Однако в процессе преодолевания препятствия колеса в какой-то момент зависают на грани A, оторвавшись от горизонтальной опорной поверхности (рис. 1, *б*), что указывает на несоответствие равенства (1) действительности. Объяснить это можно следующим. По мере преодолевания вертикального препятствия высотой h угол α между нормалью (вертикальной осью колеса) и реакцией R грани (см. рис. 1, *а* и *б*) уменьшается до α' и далее до нуля, т. е. когда колеса будут полностью находиться на высоте h. Следовательно, с уменьшением угла α уменьшается сопротивление перемещению колес. Поэтому условием преодолевания препятствия высотой h является соблюдение равенства (2), в котором угол α соответствует моменту, когда колеса, не испытывающие уже нормальных нагрузок (реакции) от опорной поверхности, еще не оторвались от нее. Так как в этот момент угол α максимален, то это и есть *наиболее тяжелый режим преодоления препятствия* [3].

Следовательно, уравнение (2), полученное из равенства (1), должно быть положено в основу определения высоты преодолеваемого препятствия.

Преодолевание вертикального препятствия полноприводным автомобилем с места

Возможность преодоления вертикальных препятствий больше у полноприводных автомобилей. В этом случае на передние ведущие колеса действуют силы G_1, P_2, P_1 и крутящий момент M_1 (см. рис. 1, *а*). Считаем началом процесса преодолевания препятствия наиболее тяжелый режим, когда нормальные реакции, действующие на передние колеса, равны нулю.

Если колеса жесткие, то со стороны кромки (грань A) препятствия высотой h на них действуют радиальная R и тангенциальная (касательная) P реакции, вызванные силами G_1, P_1, P_2 и крутящим моментом M_1 (рис. 2).

Сила сопротивления качению задних колес $P_2 = fG_2$, где f — коэффициент сопротивления ка-

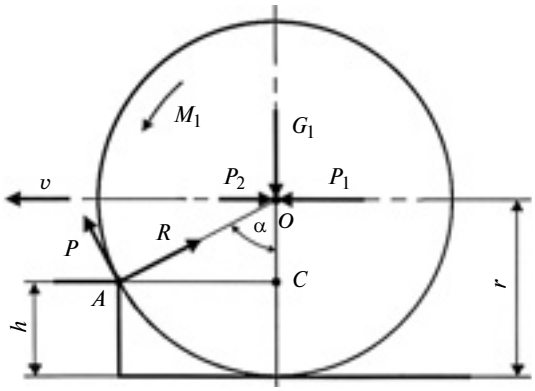


Рис. 2. Схема преодолевания жесткими передними колесами полноприводного автомобиля вертикального препятствия

чению; G_2 — часть силы тяжести, приходящаяся на заднюю ось.

Толкающая сила, создаваемая силой тяги задних колес и передаваемая на ось передних колес, составляет $P_1 = \varphi_x G_2$, где φ_x — коэффициент сцепления задних колес с опорной поверхностью. Тогда

$$P_1 + P_2 = (\varphi_x - f) G_2.$$

Составим сумму проекций на направление реакции R сил, действующих на передние колеса:

$$R - G_1 \cos\alpha - (\varphi_x - f) G_2 \sin\alpha = 0.$$

Отсюда

$$R = G_1 \cos\alpha + (\varphi_x - f) G_2 \sin\alpha, \qquad (3)$$

где α — угол между направлениями реакции R и силы G_1.

Составим сумму моментов относительно точки A кромки препятствия:

$$\Sigma M_A = M_1 - G_1 r \sin\alpha + (\varphi_x - f) G_2 r \cos\alpha = 0. \qquad (4)$$

Для максимального крутящего момента справедливо выражение

$$M_{1\max} \leqslant \varphi_A R r, \qquad (5)$$

где φ_A — коэффициент сцепления колеса с кромкой препятствия; r — свободный радиус колеса.

Подставив в уравнение (4) выражения (5) и (3), получим:

$$\varphi_A r [G_1 \cos\alpha + (\varphi_x - f) G_2 \sin\alpha] = G_1 r \sin\alpha - (\varphi_x - f) G_2 r \cos\alpha. \qquad (6)$$

Разделив равенство (6) на $r\cos\alpha$:

$$\varphi_A G_1 + \varphi_A (\varphi_x - f) G_2 \operatorname{tg}\alpha = G_1 \operatorname{tg}\alpha - (\varphi_x - f) G_2$$

и найдем

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\varphi_A G_1 + (\varphi_x - f) G_2}{G_1 - \varphi_A (\varphi_x - f) G_2}. \qquad (7)$$

Из треугольника AOC (см. рис. 2) имеем: $\cos\alpha = \frac{r - h}{r}$, откуда высота препятствия, преодолеваемого жесткими колесами, составляет

$$h = r(1 - \cos\alpha),$$

где согласно выражению (7)

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{\varphi_A G_1 + (\varphi_x - f) G_2}{G_1 - \varphi_A (\varphi_x - f) G_2}. \qquad (8)$$

При преодолевании препятствия передними эластичными колесами полноприводного автомобиля (см. рис. 1, *а*) точка A грани вертикального препятствия высотой h вследствие радиального прогиба Δ шин окажется ближе к вертикальной оси колеса, поэтому плечо приложения силы G_1 тяжести относительно точки A уменьшится на $\Delta\sin\alpha$ и, следовательно, уменьшится сопротивление преодолению препятствия. Плечо приложения сил P_1 и P_2 тоже уменьшится (на $\Delta\cos\alpha$), но решающее значение имеет уменьшение плеча приложения крутящего момента M_1 на величину радиальной деформации Δ шины, вследствие чего повышается проходимость автомобиля из-за увеличения силы P тяги в контакте колеса с препятствием.

По условиям сцепления шин с кромкой препятствия максимально возможный крутящий момент

$$M_1 = \varphi_A R (r - \Delta). \qquad (9)$$

Составив сумму моментов относительно точки A (см. рис. 1, *а*)

$$M_1 - G_1 (r - \Delta) \sin\alpha + (\varphi_x - f) G_2 (r - \Delta) \cos\alpha = 0$$

и подставив в нее выражения (9) и (3), получим:

$$\varphi_A (r - \Delta) [G_1 \cos\alpha + (\varphi_x - f) G_2 \sin\alpha] = (r - \Delta) [G_1 \sin\alpha - (\varphi_x - f) G_2 \cos\alpha]. \qquad (10)$$

Разделив равенство (10) на $(r - \Delta)\cos\alpha$, найдем:

$$\varphi_A G_1 + \varphi_A (\varphi_x - f) G_2 \operatorname{tg}\alpha = G_1 \operatorname{tg}\alpha - (\varphi_x - f) G_2,$$

откуда

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\varphi_A G_1 + (\varphi_x - f) G_2}{G_1 - \varphi_A (\varphi_x - f) G_2}. \qquad (11)$$

Сравнение формул (11) и (7) показывает, что получен один и тот же результат. При прочих равных условиях это означает независимость угла α от жесткости колес.

Из треугольника AOC (см. рис. 1, *а*) имеем:

$$\cos\alpha = \frac{r-h}{r-\Delta}.$$

Отсюда высота препятствия, преодолеваемого передними эластичными колесами полноприводного автомобиля, составляет

$$h = r - (r - \Delta)\cos\alpha, \qquad (12)$$

где угол α определяется из выражения (8).

Таким образом, получено компактное уравнение (12) для определения максимальной высоты препятствия, преодолеваемого колесной машиной [3].

Входящий в уравнение (12) угол α в зависимости от привода ведущих колес определяется выражениями:

для полноприводного автомобиля:

$$\alpha = \operatorname{arctg}\frac{\varphi_A G_1 + (\varphi_x - f) G_2}{G_1 - \varphi_A(\varphi_x - f) G_2}; \qquad (13)$$

для переднеприводного:

$$\alpha = \operatorname{arctg}\frac{\varphi_A G_1 - f G_2}{G_1 + \varphi_A f G_2}; \qquad (14)$$

для заднеприводного:

$$\alpha = \operatorname{arctg}\frac{(\varphi_x - f) G_2}{G_1}. \qquad (15)$$

Представим формулы (12)—(15) в более удобном для расчета виде. Для этого в формуле (12) выразим $\cos\alpha$ через $\operatorname{tg}\alpha$:

$$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\alpha}} = \frac{1}{\sqrt{1 + k^2}}, \qquad (16)$$

где $k = \operatorname{tg}\alpha$.

Формула (12) с учетом выражения (16) примет вид:

$$h = r[1 - (1 - \Delta/r)/\sqrt{1 + k^2}]. \qquad (17)$$

Тогда для полноприводного автомобиля

$$k = \frac{\varphi_A G_1 + (\varphi_x - f) G_2}{G_1 - \varphi_A(\varphi_x - f) G_2}; \qquad (18)$$

для переднеприводного:

$$k = \frac{\varphi_A G_1 - f G_2}{G_1 + \varphi_A f G_2}; \qquad (19)$$

для заднеприводного:

$$k = \frac{(\varphi_x - f) G_2}{G_1}. \qquad (20)$$

Отметим, что формулы (19), (20) для переднеприводного и заднеприводного автомобилей совпали с формулами, приведенными в работе [41 .

Полученные зависимости (12), (13) и (17), (18) позволяют достоверно оценить возможности автомобиля в преодолении вертикальных препятствий, что имеет большое значение при проектировании и эксплуатации техники повышенной проходимости.

Исследование влияния различных параметров на максимальную высоту преодолеваемого вертикального препятствия показало:

в зависимости от условий эксплуатации полноприводного автомобиля оптимальным распределение масс (или весов) по осям автомобиля при $\varphi_A = \varphi_x = 0{,}8$ будет при отношении $G_1/G_2 = 0{,}40/0{,}60$, а при $\varphi_A = 1$ и $\varphi_x = 0{,}8$ — $G_1/G_2 = 0{,}45/0{,}55$;

с увеличением радиальной деформации шины на грани препятствия увеличивается преодолеваемая высота;

дли заднеприводного и переднеприводного автомобилей оптимальным следует считать отношение G_1/G_2, при котором центр масс находится наиболее близко к ведущей оси, но не ближе расстояния, найденного из условия недопущения опрокидывания при разгоне и торможении автомобиля [5];

полноприводный автомобиль преодолевает препятствие в 2 раза более высокое, чем заднеприводный, и в 3,4÷4,5 раза, чем переднеприводный.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Чудаков Е. А.** Избранные труды. Т. 1. Теория автомобиля. М.: Изд-во АН СССР, 1961. 463 с.

2. **Зимелев Г. В.** Теория автомобиля. М.: Машгиз, 1959. 312 с.

3. **Мамити Г. И.** Теория движения двухосной колесной машины. Механика эластичного колеса. Тяговая и тормозная динамика. Тяговый расчет. Моделирование процесса торможения. Топливная экономичность, маневренность, проходимость и плавность хода. Владикавказ: Изд-во ФГБОУ ВПО "Горский госагроуниверситет", 2012. 216 с.

4. **Песков В. И.** Теория автомобиля. Нижний Новгород: НГТУ, 2006. 176 с.

5. **Мамити Г. И.** Теория движения двухосной колесной машины. Управляемость и устойчивость. Владикавказ: Изд-во ФГБОУ ВПО "Горский госагроуниверситет", 2012. 168 с.

УДК 620.173.21-231.221

Ф. Г. НАХАТАКЯН, канд. техн. наук (ИМАШ им. А. А. Благонравова РАН),
e-mail: filnahat7@mail.ru

Сближение упругих тел конечных размеров при начальном касании по линии

Разработан метод определения суммарной контактной деформации двух упругих тел, находящихся до деформации в силовом контакте по линии, на примере взаимодействия ролика и плиты, нагруженной распределенной силой.

Ключевые слова: упругое тело, контактная деформация, плита, суммарная деформация.

The method of definition of total contact deformation of two elastic bodies, which are in line force contact before the deformation, is developed on the example of interaction between a roller and a plate loaded by distributed force.

Keywords: elastic body, contact deformation, plate, total deformation.

При расчете нагруженности и прочности шариковых и роликовых подшипников, как правило, используют решение так называемых контактных задач теории упругости о сжатии двух цилиндров по образующей и сжатии ролика (шарика) двумя плоскими плитами. В данном случае необходимо учитывать деформации всех тел, находящихся в силовом контакте.

В работе [1] приведено приближенное решение задачи о контактной деформации $w_{A_0/B}$ плоской плиты (рис. 1) — относительное сближение точки A_0 — точки приложения нагрузки, и точки B — точки основания плиты, при ее нагружении распределенной нагрузкой, при которой эпюры нагружения имеют форму половины эллиптического цилиндра, что имеет место при контакте плиты с цилиндром:

$$w_{A/B} = \frac{2(1-\nu^2)q}{\pi E}\left[\ln\frac{2C}{b} - 0{,}214\right], \qquad (1)$$

где ν и E — коэффициент Пуассона и модуль упругости материала; q — распределенная нагрузка; b — полуширина площадки контакта по Герцу. Выражение (1) совпадает с решением Джонсона [2]:

$$w_{A/B} = \frac{(1-\nu^2)q}{\pi E}\left[2\ln\frac{2C}{b} - 0{,}428\right],$$

однако это выражение — приближенное.

Более точное решение данной задачи получим, используя метод определения контактной деформации упругих тел, предложенный в работе [3], который заключается в следующем.

Плита толщиной $2C$ нагружена симметричными нагрузками (рис. 2). Обозначим плиты толщиной C и $2C$ соответственно 1 и 2. Очевидно, что искомое решение для плиты 1 соответствует половине контактной деформации плиты 2: $w_{A_0/B} = w_{A_0/F}/2$, а контактную деформацию плиты 2 можно определить суперпозицией решений двух задач (рис. 3, *а* и *б*):

$$w_{A_0/F} = w'_{A_0/F} + w''_{A_0/F},$$

где $w'_{A_0/F}$ и $w''_{A_0/F}$ — изменение расстояния между точками A_0 и F внутри упругого полупространства под действием нагрузки.

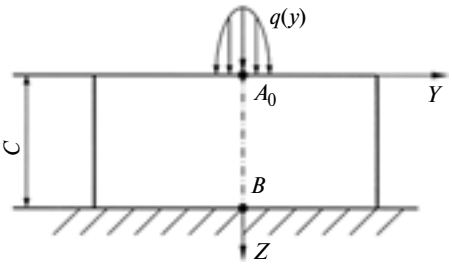


Рис. 1. Схема одностороннего нагружения прямоугольной плиты толщиной *C*

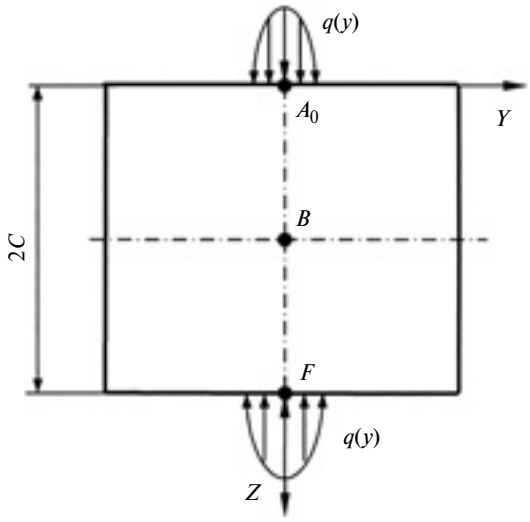


Рис. 2. Схема симметричного нагружения прямоугольной плиты толщиной $2C$ распределенной нагрузкой с эпюрами в форме половины эллиптического цилиндра

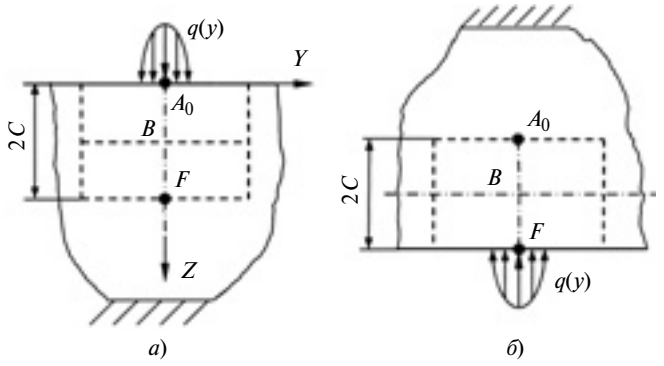


Рис. 3. Две схемы нагружения полупространств распределенными нагрузками

Последнее обосновывается теорией упругости. Напряженное состояние внутри полупространства (см. рис. 3, *а*, штриховая линия) — абстрактной плиты толщиной $2C$, определяется нагрузкой $q(y)$, при этом влиянием опоры ввиду ее значительной удаленности от исследуемой области можно пренебречь.

Перемещение $w(z)$ в упругом полупространстве под действием нагрузки $q(y)$ в произвольной точке с координатой z на плоскости симметрии определяется формулой [4]

$$w(z) = -\frac{2(1-\nu^2)q}{\pi E} \times$$
$$\times \left\{ \ln\left(\sqrt{1+\frac{z^2}{b^2}}+\frac{z}{b}\right) - \frac{\nu}{1-\nu}\frac{z}{b}\left(\sqrt{1+\frac{z^2}{b^2}}-\frac{z}{b}\right)\right\}.$$

Контактная деформация имеет вид:

$$w'_{A_0/F} = w(z_{A_0}) - w(z_F).$$

Тогда

$$w'_{A_0/F} = \frac{2q(1-\nu^2)}{\pi E}\left[\ln\frac{4C}{b} - \frac{1}{2}\frac{\nu}{1-\nu}\right].$$

Так как $w'_{A_0/F} = w''_{A_0/F}$, то сближение точек A_0 и F находим как

$$w_{A_0/F} = \frac{4q(1-\nu^2)}{\pi E}\left[\ln\frac{4C}{b} - \frac{1}{2}\frac{\nu}{1-\nu}\right].$$

Тогда искомое решение при $\nu = 0{,}3$ имеет вид:

$$w_{A_0/B} = w_{A_0/F}/2 = \frac{2q(1-\nu^2)}{\pi E}\left[\ln\frac{4C}{b} - 0{,}214\right]. \quad (2)$$

Анализ выражений (2) и (1) показал, что при большой толщине плиты результаты расчетов сближения по этим формулам мало отличаются, разница составляет $\delta = 88 \div 12$ %. Однако при малой толщине плиты разница δ резко увеличивается (рис. 4).

Определим суммарную контактную деформацию двух упругих тел конечных размеров, находящихся в силовом контакте до деформации по линии. Рассмотрим два цилиндрических сегмента (рис. 5), контактирующих по образующей. Сближение точек A и B (суммарная контактная деформация) при приложении нагрузки определим как сумму сближений точек A_0 и A (деформация w_1 первого тела) и точек A_0 и B (деформация w_2 второго тела):

$$w_{A/B} = w_1 + w_2.$$

Контактные деформации w_1 и w_2 определим аналогично взаимодействию плит:

$$w_i = \frac{2q(1-\nu^2)}{\pi E}\left[\ln\frac{4C_i}{b} - 0{,}214\right], \quad i = 1, 2.$$

Следовательно, суммарная контактна деформация

$$w_{A/B} = \frac{4q(1-\nu^2)}{\pi E}\left[\ln\frac{4\sqrt{C_1 C_2}}{b} - 0{,}214\right], \quad (3)$$

где b — полуширина полоски контакта по Герцу [4]:

$$b = 1{,}52\sqrt{\frac{qR}{E}} = 1{,}52\sqrt{\frac{qR_1R_2}{E(R_1+R_2)}}. \quad (4)$$

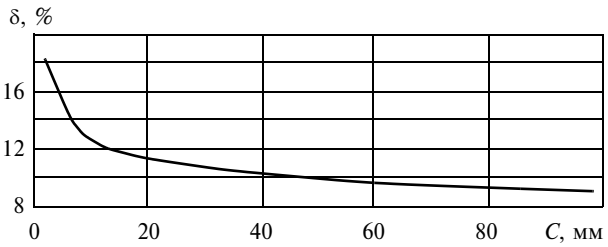


Рис. 4. Зависимость изменения разницы δ результатов расчетов по формулам (1) и (2) от толщины *C* плиты

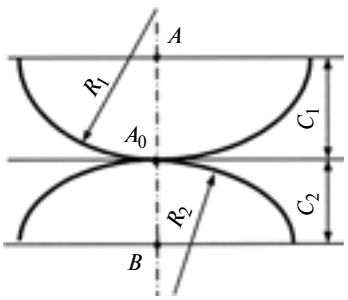


Рис. 5. Схема силового контакта двух цилиндрических сегментов по образующей

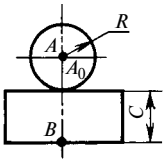
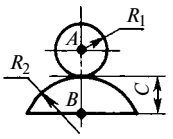
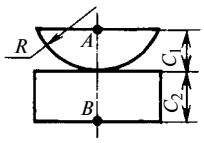
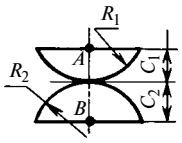
Тогда с учетом выражения (4) формулу (3) можно записать как

$$w_{A/B} = \frac{4q(1-\nu^2)}{\pi E} \ln\left[2{,}124\sqrt{\frac{EC_1C_2(R_1+R_2)}{qR_1R_2}}\right]. \quad (5)$$

С помощью формулы (5) можно определить суммарную контактную деформацию двух упругих тел конечных размеров, контактировавших до деформации по линии. Чтобы найти сближение точек A и B цилиндрического сегмента и плоской плиты, достаточно в формуле (5) заменить R_2 на бесконечность. В таблице представлены варианты взаимодействий двух тел и формулы их суммарных деформаций.

Имея решение задачи контактной деформации плиты толщиной C под действием нагрузки $q(y)$, т. е. выражение (2), находим сближение $w_{A/B}$ — суммарную контактную деформацию ролика и плоской плиты:

$$w_{A/B} = w_{A/A_0} + w_{A_0/B}, \quad (6)$$

Вариант взаимодействия упругих тел из одного материала, контакритующих по линии	Схема	Формула $w_{A/B}$
1. Цилиндр с плитой		$\frac{4(1-\nu^2)q}{\pi E} \times \times \ln\left[1{,}842\sqrt{\frac{EC}{q}}\right]$
2. Цилиндрический сегмент с цилиндром		$\frac{4(1-\nu^2)q}{\pi E} \times \times \ln\left[1{,}842\sqrt{\frac{EC(R_1+R_2)}{qR_2}}\right]$
3. Цилиндрический сегмент с плитой		$\frac{4(1-\nu^2)q}{\pi E} \times \times \ln\left[2{,}124\sqrt{\frac{EC_1C_2}{qR}}\right]$
4. Два цилиндрических сегмента		$\frac{4(1-\nu^2)q}{\pi E} \times \times \ln\left[2{,}124\sqrt{\frac{EC_1C_2(R_1+R_2)}{qR_1R_2}}\right]$

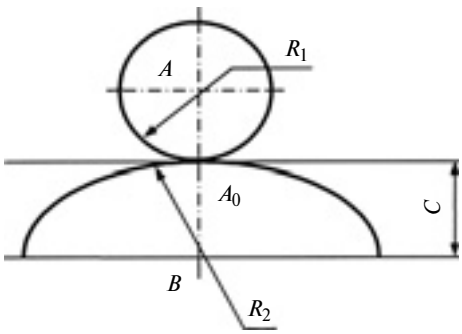


Рис. 6. Схема силового контакта ролика и цилиндрического сегмента по образующей

где w_{A/A_0} — половина контактной деформации ролика радиусом R, которая определяется выражением [3]

$$w_{A/A_0} = \frac{2q(1-\nu^2)}{\pi E}\left[\ln\frac{4R}{b} - 0{,}5\right].$$

Тогда с учетом выражения (2) и формулы (6) получим:

$$w_{A/B} = \frac{4q(1-\nu^2)}{\pi E}\left[\ln\frac{4\sqrt{RC}}{b} - \frac{0{,}714}{2}\right].$$

Подставив в последнюю формулу выражение (4), получим:

$$w_{A/B} = \frac{4q(1-\nu^2)}{\pi E}\ln\left[1{,}842\sqrt{\frac{EC}{q}}\right].$$

По полученным зависимостям можно найти также суммарную контактную деформацию ролика и цилиндрического сегмента (рис. 6), т. е. сближение центра A ролика и основания сегмента (точки B):

$$w_{A/B} = \frac{2q(1-\nu^2)}{\pi E}\left[\ln\frac{4R_1}{b} - 0{,}5\right] + + \frac{2q(1-\nu^2)}{\pi E}\left[\ln\frac{4C}{b} - 0{,}214\right],$$

или

$$w_{A/B} = \frac{4q(1-\nu^2)}{\pi E}\ln\left[1{,}842\sqrt{\frac{EC(R_1+R_2)}{qR_2}}\right].$$

Многочисленные экспериментальные исследования, например [5, 6], показали, что если ролик находится между плитами из одного материала, то их сближение не зависит от радиуса ролика. Это можно доказать теоретически. Сближение плит — суммарная деформация ролика и обеих плит. Вос-

пользуемся первой формулой таблицы, которая определяет сближение центра ролика относительно основания плиты в результате их деформации. Получим сближение двух сжимающих ролик плит (рис. 7) (точек H и B):

$$\alpha = 2\frac{4q(1-\nu^2)}{\pi E}\ln\left[1{,}842\sqrt{\frac{E\sqrt{C_1C_2}}{q}}\right].$$

Следовательно, сближение плит не зависит от радиуса ролика, а зависит от толщин C_1 и C_2 плит. Это подтверждают эксперименты, и в частности, работа [5], в которой приведены результаты исследований по сжатию стальных роликов стальными плитами при распределенных нагрузках $q = P/l =$ 9÷610 кН/м и следующих параметрах: длине роликов $l =$ 21,8÷50,3 мм; диаметре роликов $2R =$ 3,15÷25,4 мм; размерах пит 51 × 76 × 19 мм.

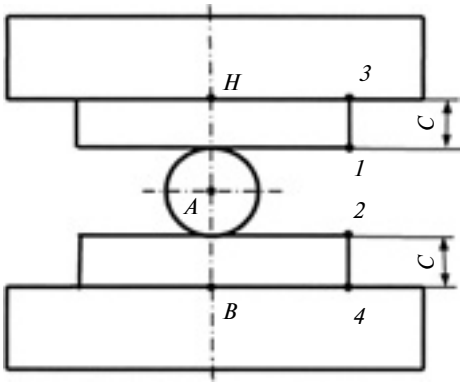


Рис. 7. Схема сжатия ролика двумя плитами

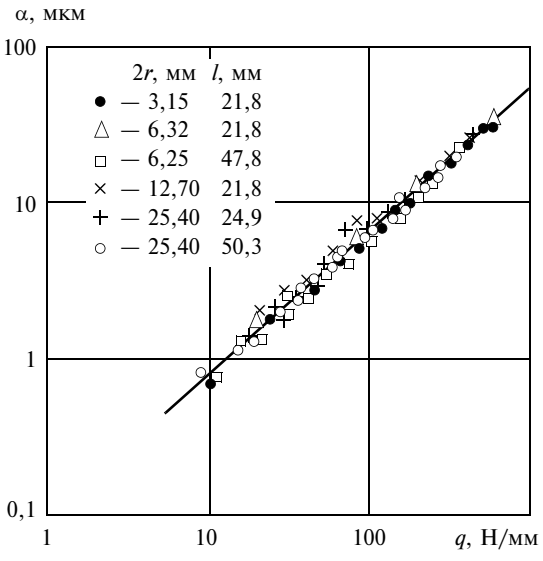


Рис. 8. Зависимость сближения α (линия) от распределенной нагрузки q и экспериментальные данные (точки) при сжатии стального ролика стальными плитами

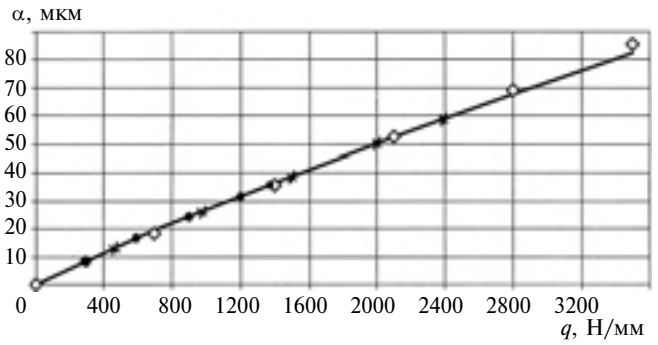


Рис. 9. Расчетные зависимости сближения α (линия) от распределенной нагрузки q и экспериментальные данные (точки) при сжатии стальных роликов длиной $l = 50$ мм с диаметрами $2R = 12$ (*1*); 20 (*2*) и 30 (*3*) мм стальными плитами

В работе [5] аналогичную задачу решали с использованием базовой точки, в качестве координаты которой приняли толщину плиты. Несмотря на то, что данный выбор не был обоснован, результаты расчета хорошо согласуются с экспериментальными данными (рис. 8) при варьировании в широких пределах радиусов и длин роликов.

Сравнение для проверки достоверности полученной зависимости результатов расчетов и экспериментальных данных (рис. 9) подтвердило правильность разработанного метода.

Таким образом, на основании предложенной физико-математической модели контакта упругих тел конечных размеров при начальном касании по линии разработан метод и аналитически определена суммарная контактная деформация этих тел.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Нахатакян Ф. Г.** Механика контактного сближения упругих тел в задаче Герца // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2010. № 5. С. 48—56.

2. **Джонсон К.** Механика контактного взаимодействия. М.: Мир, 1989. 510 с.

3. **Нахатакян Ф. Г.** Об одном методе точного решения контактной задачи Герца для круговых цилиндров с параллельными осями // Вестник машиностроения. 2011. № 3. С. 3—6.

4. **Динник А. Н.** Избранные труды. Киев: АН УССР, 1952. Т. 1. 151 с.

5. **Хоприх М. Р., Цантопулос Х.** Контактные деформации вдоль прямой линии: цилиндр между двумя плоскими плитами // Тр. Американского общества инженеров-механиков. Проблемы трения и смазки. М.: Мир, 1974. № 3. С. 193—198.

6. **Орлов А. В.** Упругие деформации и напряжения на линейном контакте // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2006. № 6. С. 31—36.

УДК 631.372:62-592.52

А. А. ШЕРМУХАМЕДОВ, д-р техн. наук, В. А. ТОПАЛИДИ, канд. техн. наук
(Ташкентский автомобильно-дорожный институт, УНЦ "BILIMINTERTRANS", Узбекистан), e-mail: sheraziz@mail.ru

Моделирование тормозной системы многозвенного автомобильного поезда

Предложена высокоточная математическая модель пневматической тормозной системы многозвенного автомобильного или тракторного поезда.

Ключевые слова: многозвенный поезд, прицеп, тормозная система, привод, расчет.

The high-accuracy mathematical model of pneumatic brake system of multielement road or tractor train is suggested.

Keywords: multielement train, trailer, brake system, drive, analysis.

В настоящее время в сельскохозяйственном производстве весьма актуально использование многозвенных автомобильных и тракторных поездов (МАТП), особенно при перевозке легковесных грузов — хлопка-сырца, силоса, сенажа и др. На транспортировку грузов приходится 25÷30 % от общей стоимости производства сельскохозяйственной продукции. В Узбекистане для перевозки хлопка-сырца используют МАТП с двумя, тремя и более прицепами. Длина поезда достигает 30 м. Однако грузоподъемность и скорость движения таких поездов зачастую зависят от состояния их тормозных систем: быстродействия и синхронной работы тормозов всех прицепов. Поэтому необходимо создание такого тормозного привода, который независимо от места установки прицепа в составе МАТП обеспечивал бы эффективную и устойчивую работу МАТП при торможении.

С этой целью разработаны, запатентованы и внедрены в производство быстродействующие пневматические и электропневматические тормозные приводы для МАТП [1, 2], которые обеспечивают нормативное быстродействие и синхронное срабатывание тормозов всех звеньев поезда.

В статье предлагается математическая модель для высокоточного расчета работы тормозного привода МАТП и параметры его элементов. На рис. 1 приведена схема пневмопривода тормозной системы автотракторного прицепа. Математическая модель строится по модульному принципу, т. е. для каждого элемента пневмопривода — своя модель и их соединение согласно принятой схеме и граничным условиям. Этот принцип позволяет значительно сократить время на составление и реализацию программы расчета на ЭВМ.

Рассмотрим пневмопривод тормозов прицепа, который состоит из последовательно включающихся самостоятельных участков: участок *1* [тормозной кран (ТК)—трубопровод l_1—ускорительный клапан (УК)]; участок *2* [УК—трубопровод l_2—воздухораспределительный клапан (ВРК)]; участок *3* [ВРК—трубопроводы $l_3 \div l_8$—колесные тормозные камеры (КТК)].

Тормозной кран является следящим аппаратом и представляет собой местное сопротивление. Расход через такое местное сопротивление выражается зависимостью [3]:

$$Q_{\text{ТК}} = \mu_{\text{ТК}} f_{\text{ТК}} \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_{\text{вх}} - p_{\text{вых}})}, \qquad (1)$$

где $Q_{\text{ТК}}$ — расход на выходе ТК; $\mu_{\text{ТК}}$ — коэффициент расхода; $f_{\text{ТК}}$ — площадь проходного сечения ТК; ρ — плотность воздуха; $p_{\text{вх}}$ и $p_{\text{вых}}$ — давление на входе и выходе ТК.

Площадь проходного сечения ТК определяется по формуле

$$f_{\text{ТК}} = \pi d_{\text{ВК}} h_{\text{ВК}},$$

где $d_{\text{ВК}}$ — диаметр седла впускного клапана (ВК); $h_{\text{ВК}}$ — ход ВК:

$$h_{\text{ВК}} = \begin{cases} 0 \text{ при } 0 < t \le \tau_0; \\ h_0 t/(i_{\text{п}} t_{\max}) \text{ при } \tau_0 < t \le \tau_0 + t_{\max}; \\ h_0/i_{\text{п}} \text{ при } t > t_0 + t_{\max}. \end{cases}$$

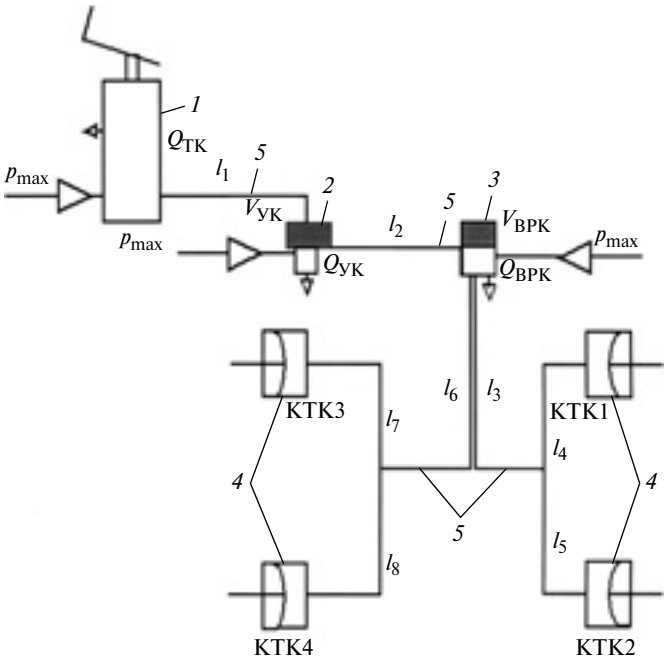


Рис. 1. Схема пневмопривода тормозов автотракторного прицепа: *1* — ТК; *2* — УК; *3* — ВРК; *4* — КТК; *5* — трубопроводы

Здесь h_0 — максимальный ход ВК; $i_п$ — передаточное отношение механического привода крана; τ_0 — время выбора зазоров в механическом приводе; t_{max} — время хода педали тормоза.

Динамические процессы в трубопроводах с произвольной площадью поперечного сечения можно описать одномерным уравнением Навье—Стокса с усредненными по сечению параметрами потока (давление p, плотность ρ и скорость V). При этом вязкость учитывается только на границе раздела потока и внутренней стенки трубопровода как потери напора вследствие трения, а также между сечениями, перпендикулярными к оси x трубопровода. Поток воздуха в этом случае описывается системой уравнений [4]:

$$\frac{\partial(\rho V)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho V^2)}{\partial x} + \frac{\lambda}{2d}\rho V^2 \operatorname{sign}(V) = -\frac{\partial}{\partial x}\left(p - \frac{4}{3}\mu\frac{\partial V}{\partial x}\right); \quad (2)$$

$$f\frac{\partial p}{\partial t} + fk\frac{p}{\rho}\frac{\partial(\rho V)}{\partial x} + kpV\frac{\partial f}{\partial x} = 0; \quad (3)$$

$$\frac{\mathrm{d}(\lambda np)}{\mathrm{d}t} = \left[k - \frac{4}{3}(k-1)\frac{\mu}{p}\frac{\partial V}{\partial x}\right]\frac{\mathrm{d}(\lambda n\rho)}{\mathrm{d}t}, \quad (4)$$

где λ — коэффициент гидравлического трения; d и f — диаметр и площадь поперечного сечения трубопровода; μ — динамический коэффициент вязкости; k — показатель адиабаты.

При движении воздуха по трубопроводам тормозной системы МАТП могут возникать крутые фронтовые волны, что затрудняет расчет таких течений. В частности, при численном решении может наблюдаться скачок параметров воздуха во фронте волны, причиной которого является его небольшая вязкость. В связи с этим Нейман и Рихтмайер предложили повысить динамический коэффициент вязкости во фронте волны, искусственно полагая

$$\mu = \mu_0\rho\frac{\partial V}{\partial x}, \quad (5)$$

где μ_0 — коэффициент, характеризующий величину "размывания" фронта.

Эта гипотеза, позволяющая обеспечить сквозной расчет крутых фронтов волн, положена в основу расчета пневматических тормозных систем МАТП.

Обозначим $k\frac{p}{\rho} = a^2$; $u = \rho V$ и запишем уравнения (2)—(4) с учетом равенства (5) в виде:

$$f\frac{\partial u}{\partial t} + f\frac{\partial(p+w)}{\partial x} + f\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{a^2u^2}{kp}\right) + \frac{a^2u^2}{kp}\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{f\lambda a^2u^2}{2dkp}\operatorname{sign}(u) = 0; \quad (6)$$

$$f\frac{\partial p}{\partial t} + fa^2\frac{\partial u}{\partial x} + a^2u\frac{\partial f}{\partial x} = 0; \quad (7)$$

$$\frac{\partial(\lambda n\rho)}{\partial t} = -V\frac{\partial(\lambda n\rho)}{\partial x} + \frac{1}{k+(k-1)w/\rho}\left[\frac{\partial(\lambda np)}{\partial t} + V\frac{\partial(\lambda np)}{\partial x}\right]; \quad (8)$$

$$w = \begin{cases} -\mu_0\rho\left(\dfrac{\partial V}{\partial x}\right)^2 \text{ при } \dfrac{\partial V}{\partial x} < 0; \\ 0 \text{ при } \dfrac{\partial V}{\partial x} \ge 0, \end{cases};$$

где w — искусственная вязкость [4]; a — скорость звука.

Анализ работы пневмопривода тормозов МАТП показал, что диаметры его трубопроводов в течение переходного процесса изменяются незначительно и их можно считать постоянными, т. е. $f = \text{const}$. В этом случае четвертый член уравнения (6) и третий член уравнения (7) будут равны нулю. При использовании уравнения (6) важно учитывать режим течения воздуха, определяемый коэффициентом λ гидравлического трения, который зависит от безразмерных параметров: числа Рейнольдса $\mathrm{Re} = Vd/\nu$ и относительной шероховатости $\varepsilon = k_ш/d$ стенки трубопровода, где $k_ш$ — коэффициент шероховатости. Следовательно, $\lambda = f(\mathrm{Re}, k_ш/d)$.

Комплексное влияние параметров Re и ε магистрали на коэффициент λ с достаточной для практических расчетов точностью можно учесть, если аппроксимировать зависимость $\lambda = f(\mathrm{Re}, k_ш/d)$ гиперболической функцией вида [3]:

$$\lambda = \frac{70}{\mathrm{Re}} + k_\varepsilon = \frac{70\nu}{Vd} + k_\varepsilon, \quad (9)$$

где k_ε — коэффициент аппроксимации, зависящий от относительной шероховатости ε стенок магистралей; ν — кинематическая вязкость газа.

Ниже приведены значения k_ε в зависимости от ε:

ε	0,0001	0,001	0,002	0,005	0,010
k_ε	0,0186	0,022	0,026	0,031	0,038

Выражение (9) автоматически учитывает влияние режима течения жидкости на коэффициент гидравлического трения.

Разделив уравнения (6)—(8) на f и подставив выражение (9) в уравнение (6), получим систему уравнений:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial(p+w)}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{a^2u^2}{kp}\right) + \frac{35\nu u}{d^2}\operatorname{sign}(u) + \frac{k_\varepsilon a^2u^2}{2dkp}\operatorname{sign}(u) = 0; \quad (10)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + a^2\frac{\partial u}{\partial x} = 0; \quad (11)$$

$$\frac{\partial(\lambda n\rho)}{\partial t} = -V\frac{\partial(\lambda n\rho)}{\partial x} +$$

$$+ \frac{1}{k+(k-1)w/\rho}\left[\frac{\partial(\lambda np)}{\partial t} + V\frac{\partial(\lambda np)}{\partial x}\right]. \qquad (12)$$

Известно, что магистраль трубопровода имеет разные местные сопротивления (изгибы, повороты, участки расширения или сужения), для которых характерны свои потери давления, определяемые выражением [5]:

$$p_{\text{м}} = \zeta\frac{\rho}{2}V^2,$$

где ζ — коэффициент местного сопротивления, определяемый опытным путем.

В машиностроительной литературе по гидравлике (пневматике) существуют таблицы местных сопротивлений для разных участков трубопроводов и агрегатов. Часто местные сопротивления заменяют дополнительной длиной магистрали ($l_{\text{э}}$), эквивалентной потерям давления и определяемой выражением [5]:

$$l_{\text{э}} = \zeta d_{\text{т}}/\lambda. \qquad (13)$$

В общем случае динамика УК, ВРК и КТК описываются одними и теми же уравнениями. Рассмотрим динамические характеристики емкости с переменными (КТК) и постоянными (УК, ВРК) границами. Автомобильные и тракторные пневмоприводы являются, как правило, быстродействующими, поэтому теплообменом между воздухом в приводе и окружающей средой в переходном процессе можно пренебречь. В этом случае уравнение состояния воздуха в емкости имеет вид [6]:

$$kRT\mathrm{d}m = kp_{\text{e}}\mathrm{d}V_{\text{e}} + V_{\text{e}}\mathrm{d}p_{\text{e}}, \qquad (14)$$

где $R = 287{,}14$ — газовая постоянная для воздуха, $\text{м}^2/(\text{с}^2\cdot\text{К})$; $T = 293$ — абсолютная температура воздуха в емкости, К; m — масса воздуха в емкости, кг; V_{e} — объем воздуха в емкости, м^3; p_{e} — давление в емкости, Н/м^2.

После преобразования уравнение (14) приобретает вид:

$$\frac{\mathrm{d}p_{\text{e}}}{\mathrm{d}t} = \frac{kRT}{V_{\text{e}}}\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} - \frac{kp_{\text{e}}}{V_{\text{e}}}\frac{\mathrm{d}V_{\text{e}}}{\mathrm{d}t}. \qquad (15)$$

Если учесть, что $\mathrm{d}m/\mathrm{d}t = Q_{\text{e}}\rho$, то уравнение (15) можно записать в виде:

$$\frac{\mathrm{d}p_{\text{e}}}{\mathrm{d}t} = \frac{kRT}{V_{\text{e}}}\rho Q_{\text{e}} - \frac{kp_{\text{e}}}{V_{\text{e}}}\frac{\mathrm{d}V_{\text{e}}}{\mathrm{d}t}, \qquad (16)$$

где Q_{e} — расход воздуха в емкости, $\text{м}^3/\text{с}$.

Изменение плотности ρ_{e}, кг/м^3, воздуха в емкости имеет вид:

$$\frac{\mathrm{d}\rho_{\text{e}}}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{V_{\text{e}}}\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} - \frac{m}{V_{\text{e}}^2}\frac{\mathrm{d}V_{\text{e}}}{\mathrm{d}t}$$

или

$$\frac{\mathrm{d}\rho_{\text{e}}}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{V_{\text{e}}}\rho Q_{\text{e}} - \frac{\rho}{V_{\text{e}}}\frac{\mathrm{d}V_{\text{e}}}{\mathrm{d}t}. \qquad (17)$$

Емкости УК и ВРК рассматриваем как постоянные, т. е. $V_{\text{e}} = V_0 = \text{const}$. Тогда уравнения (16) и (17) примут вид:

$$\frac{\mathrm{d}p_{\text{e}}}{\mathrm{d}t} = \frac{kRT}{V_{\text{e}}}\rho Q_{\text{e}}; \qquad (18)$$

$$\frac{\mathrm{d}\rho_{\text{e}}}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{V_{\text{e}}}\rho Q_{\text{e}}. \qquad (19)$$

Емкость КТК рассматриваем как переменную, т. е.

$$V_{\text{e}} = V_0 + Fy, \qquad (20)$$

где F — площадь диафрагмы КТК; y — перемещение диафрагмы КТК.

Тогда с учетом равенства (20) уравнения (16) и (17) запишем в виде:

$$\frac{\mathrm{d}p_{\text{e}}}{\mathrm{d}t} = \frac{k}{V_0 + Fy}\left(\rho RTQ_{\text{e}} - p_{\text{e}}F\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right); \qquad (21)$$

$$\frac{\mathrm{d}\rho_{\text{e}}}{\mathrm{d}t} = \frac{\rho}{V_0 + Fy}\left(Q_{\text{e}} - F\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right). \qquad (22)$$

Уравнение перемещения диафрагмы с учетом внешней нагрузки $P(y)$ и сопротивления $P_{\text{пр}}$ пружины можно представить в виде:

$$m_{\text{пр}}\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2} = p_{\text{e}}F - P_{\text{пр}}\mathrm{sign}\left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right) - P(y), \qquad (23)$$

где $m_{\text{пр}}$ — приведенная масса движущихся деталей.

Сопротивление $P_{\text{пр}}$ пружины запишем в виде:

$$P_{\text{пр}} = b\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\mathrm{sign}\left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right); \qquad (24)$$

где b — жесткость пружины.

Внешняя нагрузка $P(y)$ определяется силовой характеристикой колесного тормозного механизма и представляет собой нелинейную зависимость развиваемого усилия от перемещения штока тормозной камеры. Исследования [3] показали, что характеристика $P(y)$ в фазе торможения достаточно точно описывается полиномом второй степени, а в фазе оттормаживания — полиномом третьей степени соответственно с коэффициентами $a_{\text{т}i}$ и $a_{\text{от}i}$:

$$P(y) = \begin{cases} a_{\text{т}1} + a_{\text{т}2}y + a_{\text{т}3}y^2; \\ a_{\text{от}1} + a_{\text{от}2}y + a_{\text{от}3}y^2 + a_{\text{от}4}y^3. \end{cases} \qquad (25)$$

Таким образом, динамика УК и ВРК описывается уравнениями (18) и (19), динамика КТК — уравнениями (21)—(25). Далее вместо индекса "е" используем индексы УК, ВРК и КТК, соответствующие элементам.

Запишем начальные и граничные условия математической модели пневмопривода (см. рис. 1).

Начальные условия:

$$Q_{\text{ТК}} = 0; \quad p_{\text{УК}} = p_{\text{ВРК}} = p_{\text{КТК}} = p = p_{\text{атм}};$$

$$\rho_{\text{УК}} = \rho_{\text{ВРК}} = \rho_{\text{КТК}} = \rho = kp_{\text{атм}}/a^2;$$

$$Q_{\text{УК}} = Q_{\text{ВРК}} = Q_{\text{КТК}} = 0; \quad y = 0; \quad \mathrm{d}y/\mathrm{d}t = 0;$$

$$u = V = 0 \text{ при } t = 0.$$

Граничные условия:

Участок 1

Кран: $p_{\text{вх1}} = p_{\text{рес1}}$; $p_{\text{вых1}} = p_{\text{вх.тр1}}$; $\rho_{\text{вх1}} = \rho_{\text{рес1}}$; $\rho_{\text{вых1}} = \rho_{\text{вх.тр1}}$ ($p_{\text{рес}}$ и $\rho_{\text{рес}}$ — давление и плотность воздуха в ресивере).

Трубопровод l_1: $V_{\text{вх.тр1}} = Q_{\text{ТК}}/f_{\text{тр1}}$; $p_{\text{вых1}} = p_{\text{УК}}$; $\rho_{\text{вх.тр1}} = \rho_{\text{вых1}}$; $\rho_{\text{вых.тр1}} = \rho_{\text{УК}}$.

Емкость УК: $Q_{\text{УК}} = V_{\text{вых.тр1}} f_{\text{тр1}}$.

Участок 2

УК: при $p_{\text{УК}} > 0{,}15$ МПа имеем $p_{\text{вх2}} = p_{\text{рес2}}$; $p_{\text{вых2}} = p_{\text{вх.тр2}}$; $\rho_{\text{вх2}} = \rho_{\text{рес2}}$; $\rho_{\text{вых2}} = \rho_{\text{вх.тр2}}$.

Трубопровод l_2: $V_{\text{вх.тр2}} = Q_{\text{УК}}/f_{\text{тр2}}$; $p_{\text{вых.тр2}} = p_{\text{ВРК}}$; $\rho_{\text{вх.тр2}} = \rho_{\text{вых2}}$; $\rho_{\text{вых.тр2}} = \rho_{\text{ВРК}}$.

Емкость ВРК: $Q_{\text{ВРК}} = V_{\text{вых.тр2}} f_{\text{тр2}}$.

Участок 3

ВРК: при $p_{\text{ВРК}} > 0{,}25$ МПа имеем $p_{\text{вх3}} = p_{\text{рес3}}$; $p_{\text{вых3}} = p_{\text{вх.тр3}}$; $\rho_{\text{вх3}} = \rho_{\text{рес3}}$; $\rho_{\text{вых3}} = \rho_{\text{вх.тр3}}$.

Трубопровод l_3: $V_{\text{вх.тр3}} = Q_{\text{КРК}}/(2f_{\text{тр3}})$; $p_{\text{вых.тр3}} = p_{\text{тр4}}$; $\rho_{\text{вх.тр3}} = \rho_{\text{вых3}}$; $\rho_{\text{вых.тр3}} = \rho_{\text{тр4}}$.

Трубопровод l_6: $V_{\text{вх.тр6}} = Q_{\text{КРК}}/(2f_{\text{тр6}})$; $p_{\text{вых.тр6}} = p_{\text{тр7}}$; $\rho_{\text{вх.тр6}} = \rho_{\text{вых3}}$; $\rho_{\text{вых.тр6}} = \rho_{\text{тр7}}$.

Трубопровод l_4: $V_{\text{вх.тр4}} = V_{\text{вых.тр3}}/2$; $p_{\text{вых.тр4}} = p_{\text{КТК1}}$; $\rho_{\text{вх.тр4}} = \rho_{\text{вых.тр3}}$; $\rho_{\text{вых.тр4}} = \rho_{\text{КТК1}}$.

Трубопровод l_5: $V_{\text{вх.тр5}} = V_{\text{вых.тр3}}/2$; $p_{\text{вых.тр5}} = p_{\text{КТК2}}$; $\rho_{\text{вх.тр5}} = \rho_{\text{вых.тр3}}$; $\rho_{\text{вых.тр5}} = \rho_{\text{КТК2}}$.

Трубопровод l_7: $V_{\text{вх.тр7}} = V_{\text{вых.тр6}}/2$; $p_{\text{вых.тр7}} = p_{\text{КТК3}}$; $\rho_{\text{вх.тр7}} = \rho_{\text{вых.тр6}}$; $\rho_{\text{вых.тр7}} = \rho_{\text{КТК3}}$.

Трубопровод l_8: $V_{\text{вх.тр8}} = V_{\text{вых.тр6}}/2$; $p_{\text{вых.тр8}} = p_{\text{КТК4}}$; $\rho_{\text{вх.тр8}} = \rho_{\text{вых.тр6}}$; $\rho_{\text{вых.тр8}} = \rho_{\text{КТК4}}$.

КТК1 и КТК2: $Q_{\text{КТК}} = V_{\text{вых.тр4,5}} f_{\text{тр4,5}}$.

КТК3 и КТК4: $Q_{\text{КТК}} = V_{\text{вых.тр7,8}} f_{\text{тр7,8}}$.

Таким образом, уравнения (1), (10)—(13), (18), (19), (21)—(25) совместно с начальными и граничными условиями представляют собой математическую модель рассматриваемого пневматического тормозного привода МАТП, которая включает алгебраические, обыкновенные дифференциальные уравнения и уравнения в частных производных. Обыкновенные дифференциальные уравнения решали методом Рунге—Кутта первого порядка точности (метод Эйлера). Для решения уравнений в частных производных использовали модифицированную двухслойную схему Лакса—Вендроффа [7], в которой расчет ведется на полушагах по пространству $\Delta x/2$ и по времени $\Delta t/2$:

на первом полушаге по формулам:

$$U_{i+1/2}^{n+1/2} = \frac{1}{2}[U_{i+1}^{n} + U_{i}^{n}] - \frac{\Delta t}{2}\frac{P_{i+1}^{n} - P_{i}^{n}}{\Delta x};$$

$$U_{i-1/2}^{n+1/2} = \frac{1}{2}[U_{i}^{n} + U_{i-1}^{n}] - \frac{\Delta t}{2}\frac{P_{i}^{n} - P_{i-1}^{n}}{\Delta x};$$

на втором полушаге по формуле

$$U_{i}^{n+1} = U_{i}^{n} - \Delta t\frac{P_{i+1/2}^{n+1/2} - P_{i-1/2}^{n}}{\Delta x}.$$

Условие устойчивости для данной схемы $\Delta t/\Delta x^2 \leqslant 0{,}5$.

Для решения предложенной математической модели была разработана компьютерная программа на языке ПАСКАЛЬ [8]. Блок-схема программы, состоящей из основной программы и подпрограмм, дана на рис. 2. Основная программа — ввод исходных данных, последовательный вызов подпрограмм согласно принятой схеме, вывод результатов расчета. В подпрограмме RAPS решается уравнение (1). В подпрограмме TRUB решаются уравнения (10)—(12). В подпрограмме ЕМ решаются уравнения (18) и (19). В подпрограмме КТК решаются уравнения (21)—(25).

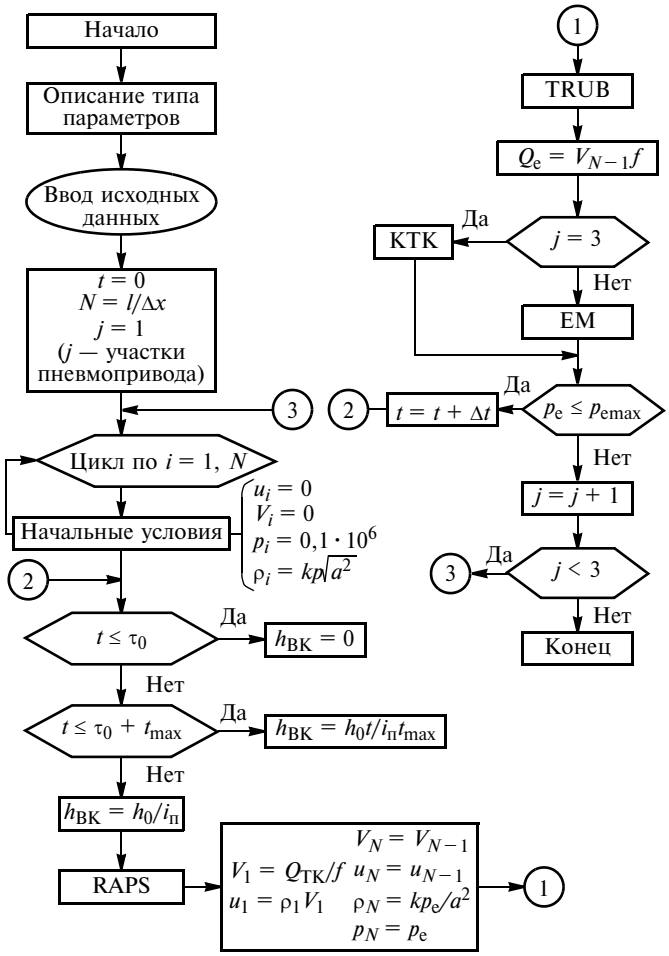


Рис. 2. Блок-схема основной программы

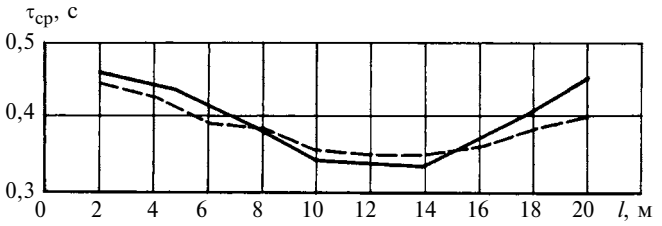


Рис. 3. Теоретические (*1*) и экспериментальные (*2*) характеристики привода для определения рационального места (точки) установки УК в управляющей магистрали пневмопривода тормоза прицепа

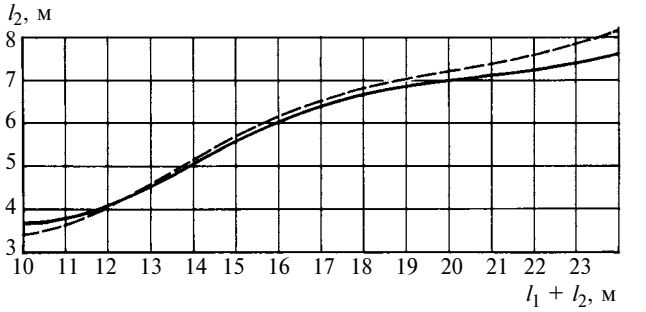


Рис. 4. Теоретические (*1*) и экспериментальные (*2*) характеристики привода для определения места установки УК в управляющей магистрали ВРК прицепа при двухпроводном тормозном приводе

Разработанная программа позволяет решать такие важные задачи, как определение рационального места установки УК и времени срабатывания пневмопривода тормозов.

Для определения рационального места установки УК рассмотрим привод, ограниченный двумя участками (см. рис. 1). Рациональное место установки УК, при котором время срабатывания управляющей магистрали минимально, определяется расчетом изменения давления в ВРК при изменении длин участков l_1 и l_2 с шагом 0,1 м и с учетом того, что $l_1 + l_2 = \text{const}$. Характеристики ВРК и УК соответствуют заданным фирмой WABCO Fahrzeugbremsen. В расчетах приняты: $d_{тр1} = 0{,}01$ м; $d_{тр2} = 0{,}01$ м; $l_1 = 0{,}1 \div 23{,}9$ м; $l_2 = 23{,}9 \div 0{,}1$ м; $p_{УК} = 0{,}2 \cdot 10^6$ Па; $V_{УК} = 0{,}125 \cdot 10^{-3}$ м^3; $p_{ВРК} = 0{,}45 \cdot 10^6$ Па; $V_{ВРК} = 0{,}26 \cdot 10^{-3}$ м^3. Исходное давление в системе $0{,}1 \cdot 10^6$ Па = 0,1 МПа. Входное давление в тормозном кране $0{,}8 \cdot 10^6$ Па.

Результаты расчета быстродействия тормозного привода ВРК прицепа через УК с общей длиной управляющей магистрали $l = l_1 + l_2 = 22$ м приведены ниже:

Время срабатывания $\tau_{ср}$, с.	0,45	0,42	0,39	0,38	0,37	0,36	0,345	0,34	0,36	0,38
Длина участка, м										
l_1.	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
l_2.	20	18	16	14	12	10	8	6	4	2

Время срабатывания $\tau_{ср}$ управляющей магистрали определяли с момента нажатия на педаль тормоза с интервалом не более 0,2 с до достижения $p_{ВРК} = 0{,}45$ МПа.

На рис. 3 показано изменение времени $\tau_{ср}$ срабатывания управляющей магистрали тормозного привода ВРК в зависимости от места расположения УК. Аналогично были определены рациональные места установки УК в управляющих магистралях разной длины (рис. 4).

Результаты теоретического определения рационального места установки УК в пневмомагистрали тормозного привода МАТП, в данном случае с одним прицепом, показали хорошую сходимость с экспериментальными исследованиями, в пределах 8 %.

Для определения времени срабатывания пневмопривода тормозов рассмотрены все участки схемы на рис. 1. При расчете приняты следующие значения параметров: $d_{тр1} = d_{тр2} = 0{,}012$ м; $d_{тр3,6} = d_{тр4,5} = d_{тр7,8} = 0{,}013$ м; $l_{тр1} = 2 \div 23{,}6$ м; $l_{тр2} = 23{,}6 \div 2$ м; $l_{тр3} = 3$ м; $l_{тр4,5} = 0{,}6$ м; $l_{тр6} = 4$ м; $l_{тр4,5} = 0{,}6$ м; $p_{УК} = 0{,}15$ МПа; $p_{ВРК} = 0{,}2$ МПа; $p_{КТК} = 0{,}525$ МПа; $V_{УК} = 0{,}125 \cdot 10^{-3}$ м^3; $V_{ВРК} = 0{,}26 \cdot 10^{-3}$ м^3; $V_{КТК1,2} = 0{,}4 \cdot 10^{-3}$ м^3; $V_{КТК3,4} = 0{,}8 \cdot 10^{-3}$ м^3. Входное давление в тормозном кране 0,7 МПа.

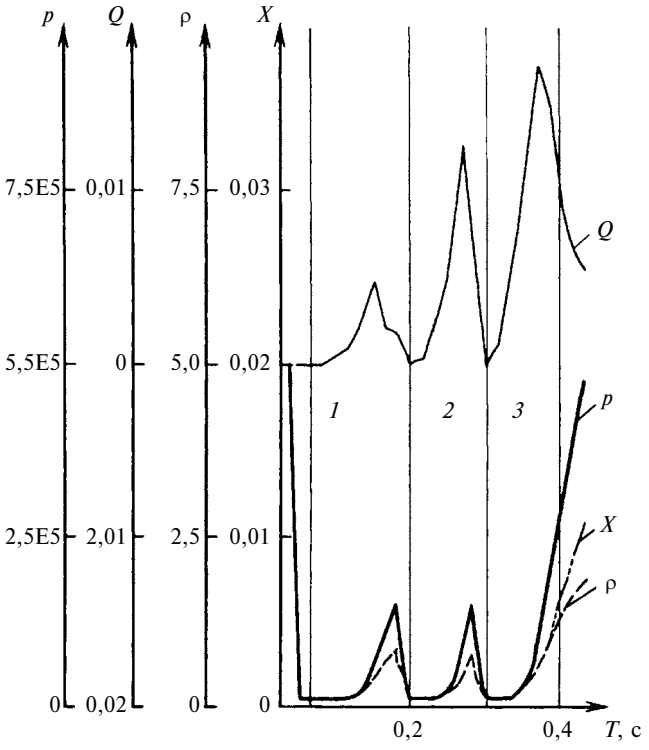


Рис. 5. Изменение основных параметров УК (участок *1*), ВРК (участок *2*) и КТК (участок *3*)

УДК 621.791.052:620.17

А. А. ОСТСЕМИН, д-р техн. наук (РАНХ и Г, г. Челябинск), e-mail: ostsemin@math.susu.ac.ru

Прочность несимметричного механически неоднородного сварного соединения с поверхностным трещиноподобным дефектом

Исследовано напряженное состояние механически неоднородного сварного соединения с поверхностным трещиноподобным дефектом. Приведен расчет его статической прочности.

Ключевые слова: сварное соединение, поверхностная трещина, предельное растягивающее усилие, контактное упрочнение, нессиметричная механическая неоднородность, касательные напряжения, коэффициент механической неоднородности.

The stressed state of mechanically discontinuous welded joint with surface crack-like defect is investigated. The static strength analysis is given.

Keywords: welded joint, surface crack, ultimate tension load, local strengthening, unsymmetrical mechanical discontinuity, tangential stresses, mechanical discontinuity coefficient.

На практике часто встречаются сварные соединения с несимметричной механической неоднородностью (НМН) распределения прочностных свойств. Это характерно для сварных соединений магистральных трубопроводов из низколегированных сталей: по обе стороны зоны термического влияния (ЗТВ) — участков мягкой прослойки (М), располагаются участок с самой высокой прочностью — сварной шов (СТ) и менее прочный участок — основной металл (Т) [1]. Мягкую прослойку легко определить измерением твердости.

В работе [2] показано, что вид механической неоднородности влияет на прочность сварных соединений при статическом нагружении. Контактное упрочнение сварных соединений с НМН возможно при статическом и циклическом нагружениях [3]. Влияние НМН на свойства сварного соединения в основном проявляется в трубах большого диаметра и оболочковых конструкциях [4].

Расчет на прочность неоднородных сварных соединений основан на том, что мягкая прослойка, ослабляющая сварной стык, контактирует с более прочным металлом, имеющим одинаковые механические свойства [5, 6]. В работе [2] на базе экспериментальных исследований дано обоснование влияния НМН сварных соединений на их механические свойства (рис. 1). Расчет ведется по среднему значению коэффициентов механической неоднородности сварных соединений: $K_{в\,ср} = (K_{в1} + K_{в2})/2$, где $K_{в1} = \sigma_в^{СТ}/\sigma_в^{М}$; $K_{в2} = \sigma_в^{Т}/\sigma_в^{М}$; $\sigma_в^{СТ}$, $\sigma_в^{Т}$, $\sigma_в^{М}$ — пределы прочности сварного шва (СТ), основного металла (Т) и ЗТВ (М). При этом не учитывались особенности совместного пластического деформи-

(Окончание статьи. Начало см. на стр. 28)

На рис. 5 в качестве примера приведены изменения давления p, плотности ρ, расхода Q воздуха и перемещения x диафрагмы в емкостях УК (участок *1*), ВРК (участок *2*) и КТК (участок *3*) в третьем прицепе тракторного поезда (ТП). Расчетное время срабатывания $\tau_{ср} = 0{,}47$ с хорошо согласуется с экспериментальным значением 0,46 с. Время срабатывания $\tau_{ср}$ пневмопривода тормозов для ТП с четырьмя прицепами приведено ниже:

Прицеп	Первый	Второй	Третий	Четвертый
Время $\tau_{ср}$, с, привода с УК/без УК	0,43/0,64	0,45/0,7	0,46/0,75	0,5/0,8

Таким образом, исследования динамики контуров пневмопривода тормозов ТП показали высокую сходимость теоретических характеристик типовой управляющей магистрали привода с ускорительным клапаном с экспериментальными данными. Погрешность составила не более 8 %.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Топалиди В. А.** Повышение безопасности при торможении многозвенного автопоезда // Автомобильная промышленность. 1999. № 1. С. 23, 24.

2. **Топалиди В. А., Ходжиев К. К.** Повышение безопасности тракторных поездов при торможении // Тракторы и сельскохозяйственные машины. 2000. № 8. С. 26, 27.

3. **Метлюк Н. Ф., Автушко В. П.** Динамика пневматических и гидравлических приводов автомобилей. М: Машиностроение, 1980. 231 с.

4. **Жестков В. В.** Обоснование выбора параметров быстродействующего пневматического тормозного привода автопоездов-тяжеловозов: Дис. ... канд. техн. наук. Челябинск, 1982.

5. **Альтшуль А. Д., Животовский Л. С., Иванов Л. П.** Гидравлика и аэродинамика. М.: Стройиздат, 1987. 414 с.

6. **Герц Е. В., Крейнин Г. В.** Расчет пневмоприводов. М.: Машиностроение, 1975. 272 с.

7. **Роуч П.** Вычислительная гидродинамика: Пер. с англ. М: Мир, 1980. 616 с.

8. **Шермухамедов А. А., Тогаев А. А., Бабоев А. М., Хасанов Ш. Б.** Компьютерная программа расчета пневматического тормозного привода автотракторного прицепа. ПВ РУз. Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ. № DGU 01941. Зарегистрирован в гос. Реестре программ для ЭВМ РУз. 17.05.2010.

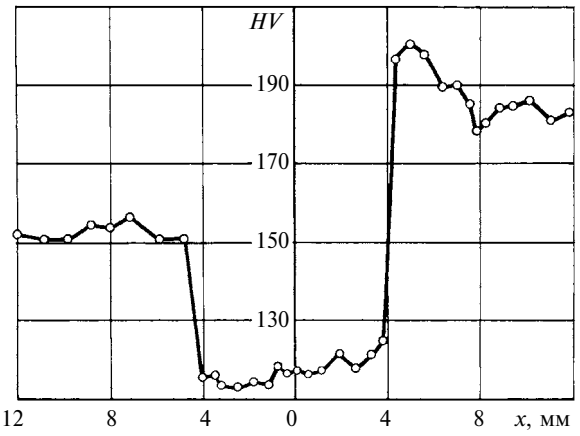


Рис. 1. Распределение твердости *HV* в сварных образцах с несимметричной механической неоднородностью

рования зон СТ и Т с зоной М соединения. Разрушение сварных образцов при статических испытаниях на растяжение и пластической деформации происходит, как правило, по ЗТВ. Для металла ЗТВ характерны развитая структура, химическая и механическая неоднородности. Например, при монтаже трубопроводов и оболочковых конструкций в случае отклонений от заданной технологии возникают поверхностные дефекты сварки (несплавления, подрезы, трещины, кратеры, задиры и др.), приводящие к увеличению ремонтных работ по их устранению. Поэтому актуальным является изучение влияния этих дефектов в ЗТВ, в которой пластичность (относительное удлинение δ и сужение ψ) достигает минимального значения.

Установлено, что основной вид разрушения труб большого диаметра — поверхностные трещины рядом с линией сплавления сварного шва. Все трубы разрушались при средних рабочих давлениях в ЗТВ вблизи концентраторов напряжений. Поэтому необходим теоретический анализ влияния поверхностных трещиноподобных дефектов в ЗТВ сварного шва на статическую прочность магистральных, промысловых трубопроводов при вязком разрушении. Практическое значение имеют оценка технологии сварки, эксплуатационной надежности сварных соединений труб при наличии поверхностных дефектов и разработка рекомендаций по определению степени их опасности. Для более точного теоретического решения предлагается расчетная методика, основанная на закономерностях механического влияния поверхностных дефектов соединений с несимметричной неоднородностью сварного шва. Исследование основано на решении задачи теории пластичности [7], предложения которой согласуются с теорией пластического слоя [8] и известным допущением Л. Прандтля: касательные напряжения τ_{xy} в мягкой прослойке зависят от расстояния от нее до плоскости, в которой $\tau_{xy} = 0$ (рис. 2).

Цель работы — определить влияние поверхностного трещиноподобного дефекта на статическую прочность сварного соединения с НМН при вязком разрушении.

Особенность пластического деформирования сварных соединений с трещиноподобным дефектом — наличие точки O_1 ветвления пластического течения мягкой прослойки (см. рис. 2). Считается, что пластическое течение отсутствует в зоне между свободным краем прослойки, содержащим дефект, и точкой ветвления.

На основании теоретического анализа напряженного состояния механически неоднородного сварного соединения для контактных поверхностей получена зависимость параметра α_i от $K_в$, которая при коэффициенте механической неоднородности соединения $K_в < 1{,}5$ с высокой точностью может быть представлена выражением $\alpha_i = K_{вi} - 1$, где α_i — параметр механической неоднородности.

На контактной поверхности касательные напряжения $\tau_{xy}^{кон}$ не достигают предела $K_м$ текучести на сдвиг вследствие вовлечения в пластическую деформацию основного металла и металла шва, поэтому для больших значений x, т. е. для точек, удаленных от оси OY (плоскости раздела течения) и находящихся вблизи контактной поверхности, граничные условия будут следующими:

$$\tau_{xy}^{K_1} = \tau_{xy}(x, h_1) = \alpha_1 K \quad (0 < \alpha_1 \leqslant 1); \qquad (1)$$

$$\tau_{xy}^{K_2} = \tau_{xy}(x, -h_2) = \alpha_2 K \quad (0 < \alpha_2 \leqslant 1), \qquad (2)$$

где $\tau_{xy}^{K_1}$ и $\tau_{xy}^{K_2}$ — касательные напряжения на поверхности контакта СТ—М и М—Т соответственно; h_1 и h_2 — расстояния от плоскости, на которой касательные напряжения равны нулю, до контактных поверхностей СТ—М и М—Т соответственно ($h_1 + h_2 = h$, h — ширина мягкой прослойки); α_1 и

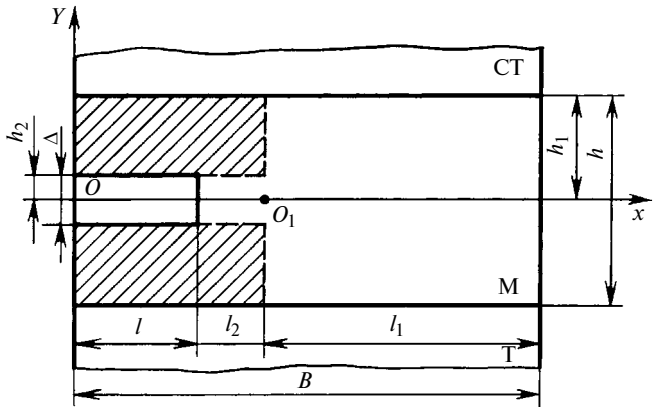


Рис. 2. Параметры мягкой прослойки (М) с поверхностным трещиноподобным дефектом сварного соединения (Т — твердая прослойка)

α_2 — параметры механической неоднородности, зависящие от $K_{в1}$ и $K_{в2}$ соответственно.

Касательное напряжение найдем по формуле

$$\tau_{xy}(x, y) = \varphi(x)y, \qquad (3)$$

где $\varphi(x)$ — нечетная функция, требующая определения.

Зная параметры α_1 и α_2, можно определить h_1 и h_2. Для этого введем в равенство (3) поочередно $y = h_1$ и $y = -h_2$ и сравним полученные выражения с граничными условиями (1) и (2). Тогда $\alpha_1 h_2 = \alpha_2 h_1$, откуда

$$h_1 = \frac{\alpha_1 h}{\alpha_1 + \alpha_2}; \quad h_2 = \frac{\alpha_2 h}{\alpha_1 + \alpha_2}. \qquad (4)$$

Положение нейтральной линии в прослойке, где $\tau_{xy} = 0$, не совпадает с геометрической осью симметрии и смещено в сторону менее прочного основного металла (Т), что подтверждается экспериментально [3]. Сдерживание пластических деформаций мягкой прослойки тем больше, чем меньше ее относительная толщина $\chi = h/B$ и прочнее окружающий ее металл. Если ЗТВ находится между металлами с разной прочностью (Т и СТ), то сдерживание ее пластических деформаций будет проявляться в большей мере на контакте с более прочным металлом (СТ). Поэтому участок ЗТВ, прилегающий к зоне СТ, становится более прочным и разрушение происходит по менее прочному металлу, прилегающему к зоне Т.

Решив приближенно систему уравнений пластического равновесия при условии пластичности Губера—Мизеса и использовав результаты работы [7], получим:

$$\sigma_{x,i} = K_м\left\{-0{,}5\ln\operatorname{ch}\frac{2(\alpha_1+\alpha_2)[x-(l+l_2)]}{h_i} + \right.$$
$$+ \frac{(\alpha_1+\alpha_2)^2}{h_i^2}y^2 + \frac{\alpha_1+\alpha_2}{2\chi} - 0{,}5\ln 2 -$$
$$\left. - \frac{1}{3}(\alpha_1^2 - \alpha_1\alpha_2 + \alpha_2^2)\right\}; \qquad (5)$$

$$\sigma_{y,i} = K_м\left\{-0{,}5\ln\operatorname{ch}\frac{2(\alpha_1+\alpha_2)[x-(l+l_2)]}{h_i} + \right.$$
$$+ \frac{(\alpha_1+\alpha_2)^2}{h_i^2}\frac{y^2}{\operatorname{ch}^2\left[\frac{2(\alpha_1+\alpha_2)}{h_i}\chi\right]} + 2 - 0{,}5\ln 2 +$$
$$\left. + \frac{\alpha_1+\alpha_2}{2\chi} - \frac{1}{3}(\alpha_1^2 - \alpha_1\alpha_2 + \alpha_2^2)\right\}; \qquad (6)$$

$$\tau_{xy,i} = K_м\frac{\alpha_1+\alpha_2}{h_i}y\operatorname{th}\frac{2(\alpha_1+\alpha_2)[x-(l+l_2)]}{h_i}, \qquad (7)$$

где $-h_1 < y < h_2$, $i = 1, 2$.

При $l + l_2 < x < B$ в формулах (5)—(7) следует принять $h_i = h_1$ [см. первую из формул (4)]. Тогда эти формулы определят компоненты тензора напряжений в мягкой прослойке справа от точки O_1 ветвления. Для зоны l_2 (см. рис. 2) пластического слоя, расположенной между вершиной дефекта и точкой O_1, т. е. $l < x < l + l_2$, принимаем $h_1 = h_2$. Координаты точки O_1 определим, приравняв напряжения σ_x слева и справа от нее, т. е. при $l_1/h_1 = l_2/h_2$. Далее перейдем к системе уравнений, определяющих l_1 и l_2:

$$l_1 = \frac{h(B-l)}{h+\Delta};$$
$$l_2 = \frac{\Delta(B-l)}{h+\Delta}, \qquad (8)$$

где h и B — толщина и длина сварного соединения; Δ и l — ширина и длина трещиноподобного дефекта; l_2 — зона пластического слоя.

Для сварных соединений с непроваром ($\Delta \leqslant 0{,}1$ мм) согласно уравнениям (8) смещение точки O_1 от вершины дефекта мало по сравнению с шириной B образца. Можно считать, что точка ветвления O_1 находится на вершине непровара и снижение напряжений σ_y от максимального значения $\sigma_y^{\max}$ до предела текучести металла ЗТВ на свободной поверхности дефекта происходит скачком на малой базе ($l_2 \to 0$). Это допущение существенно упрощает расчет средних предельных напряжений для сварных соединений с поверхностным дефектом в ЗТВ.

Используя условие статической эквивалентности суммарных напряжений σ_y внешнему усилию P и интегрируя, найдем среднее предельное напряжение $\sigma_{y\,ср}$ и определим суммарное усилие

$$P = P_1 + P_2;$$
$$P_1 = \int_{l+l_2}^{B}\sigma_y(x, h_1)\mathrm{d}x; \quad P_2 = \int_{l}^{l+l_2}\sigma_y(x, h_2)\mathrm{d}x.$$

Вычислив интегралы, получим:

$$P_i = K_м l_i\left[-\frac{\alpha_1^2+\alpha_2^2+0{,}2}{\alpha_1+\alpha_2}\chi^{**} + \frac{\alpha_1+\alpha_2}{4\chi^{**}} + 2 - \right.$$
$$\left. - \frac{1}{3}(\alpha_1^2 - \alpha_1\alpha_2 + \alpha_2^2)\right], \qquad (9)$$

где $\chi^{**} = \dfrac{2(h+\Delta)}{B-l}$ — относительная толщина мягкой прослойки с поверхностным трещиноподобным дефектом.

По формулам (5)—(9) рассчитаем среднее напряжение НМН сварного соединения с поверхностным дефектом глубиной l, используя представле-

ния функций th и ln ch в виде степенных рядов и без учета малых членов, с точностью 1÷2 %:

$$\sigma_{y\ \mathrm{ср}}^{K,\,i} = K_{\mathrm{м}}\left(1-\frac{l}{B}\right)\left[-\frac{\alpha_i^2+0{,}2}{(\alpha_1+\alpha_2)}\chi^* + \frac{\alpha_1+\alpha_2}{4\chi^*} + 2 - \frac{1}{3}(\alpha_1^2 - \alpha_1\alpha_2 + \alpha_2^2)\right], \quad (10)$$

где $\chi^* = \dfrac{h+\Delta}{B-l}$ — относительная толщина мягкой прослойки с поверхностной трещиной.

Для трещин при $\Delta = 0$ получим $\chi^* = \dfrac{\chi}{1-l/B}$. При этом формула (10) для поверхностных трещин принимает вид:

$$\sigma_{y\ \mathrm{ср}}^{K,\,i} = 2K_{\mathrm{м}}\left\{\left[\frac{\alpha_1+\alpha_2}{8\chi}\left(1-\frac{l}{B}\right)^2 - \left[1-\frac{\alpha_1^2-\alpha_1\alpha_2+\alpha_2^2}{6}\right]\left(1-\frac{l}{B}\right) - \frac{\alpha_i^2+0{,}2}{2(\alpha_1+\alpha_2)}\chi\right]\right\}, \quad (11)$$

где $\chi = h/B$ — относительная толщина мягкой прослойки.

Из формулы (11), решив квадратное уравнение, определим допустимый критический размер трещины, при котором сварное соединение равнопрочно основному металлу без дефекта при условии $\sigma_{y\ \mathrm{ср}} = 2K_{\mathrm{т}}$:

$$\left(\frac{l}{B}\right)_{\mathrm{кр}} = 1 - \frac{2\chi}{\alpha_1+\alpha_2}\left\{1 - \frac{\alpha_1^2-\alpha_1\alpha_2+\alpha_2^2}{6} + \sqrt{\left(1-\frac{\alpha_1^2-\alpha_1\alpha_2+\alpha_2^2}{6}\right)^2 + \frac{K_{\mathrm{в}1}(\alpha_1+\alpha_2)}{2\chi} + \frac{\alpha_i^2+0{,}2}{4}}\right\}. \quad (12)$$

При уменьшении коэффициентов $K_{\mathrm{в}1}$ и $K_{\mathrm{в}2}$ уменьшается критический размер $(l/B)_{\mathrm{кр}}$ поверхностного дефекта в ЗТВ. При $\alpha = \alpha_1 = \alpha_2$ формула (11) определяет зависимость средних нормальных напряжений $\sigma_{y\ \mathrm{ср}}^{K,\,i}/2K_{\mathrm{м}}$ сварных соединений с симметричной механической неоднородностью от размера поверхностной трещины в ЗТВ:

$$\sigma_{y\ \mathrm{ср}}^{K,\,i} = 2K_{\mathrm{м}}\left[\frac{\alpha}{2\chi}\left(1-\frac{l}{B}\right)^2 - \left(1-\frac{\alpha^2}{6}\right)\left(1-\frac{l}{B}\right) - \frac{\alpha_i^2+0{,}2}{4\alpha}\chi\right]. \quad (13)$$

На рис. 3 приведены зависимости, рассчитанные по формуле (13), и экспериментальные значения для сварных титановых пластин размерами 100 × 95 × 25 мм ($\sigma_{\mathrm{в}}^{\mathrm{T}}$ = 875 МПа, $\sigma_{\mathrm{в}}^{\mathrm{M}}$ = 660 МПа). Наружный односторонний поверхностный дефект имитировали острыми надрезами. С уменьшением относительной толщины χ мягкой прослойки с 0,5

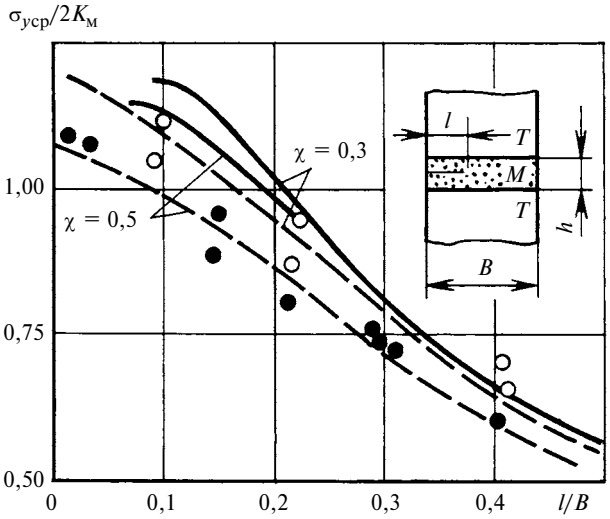


Рис. 3. Сравнение рассчитанных по формуле (13) и экспериментальных данных прочности сварных соединений титановых сплавов при $K_{\mathrm{в}}$ = 1,33; χ = 0,3 (○); χ = 0,5(●)

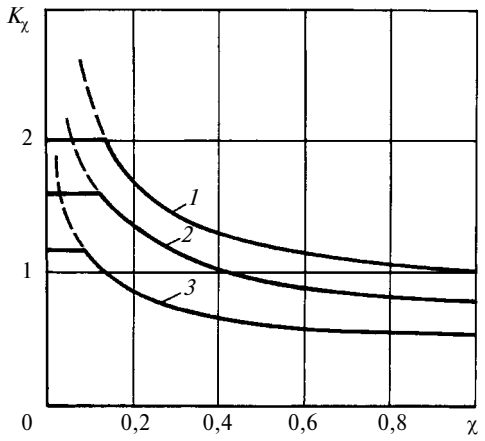


Рис. 4. Зависимость прочности сварных стыковых соединений с поверхностным дефектом в мягком шве от параметров χ и l/B: *1* — l/B = 0; *2* — l/B = 0,2; *3* — l/B = 0,4

до 0,3 напряжения $\sigma_{y\ \mathrm{ср}}^{K,\,i}$ увеличиваются вследствие ее контактного упрочнения. Максимально критический размер поверхностного дефекта (см. рис. 3) $(l/B)^* = 0{,}3$ можно получить, если в качестве прочности $\sigma_{\mathrm{ср}}$ принять временное сопротивление $\sigma_{\mathrm{в}}^{\mathrm{M}}$ металла мягкой прослойки с коэффициентом $2/\sqrt{3}$, соответствующим условиям плоской деформации. При α = 0,33 и χ = 0,5 по формуле (12) получим критический размер поверхностного дефекта $(l/B)^* = 0{,}26$, при $\alpha = 0{,}23$ и $\chi = 0{,}5$ получим $(l/B)^* = 0{,}2$. С уменьшением коэффициента $K_{\mathrm{в}}$ уменьшается и критический размер дефекта в ЗТВ. Зависимость (13) представлена на рис. 4. При $\chi < \chi_0$ штриховые части кривых *1—3* отсекаются прямыми $\sigma_{\mathrm{ср}} = 2K_{\mathrm{т}}(1 - l/B)$, так как прочность сварных соединений ограничена прочностью основно-

го металла. Результаты расчетов хорошо согласуются с данными экспериментальных исследований.

Полученные формулы можно использовать для оценки прочности труб большого диаметра с поверхностным дефектом в ЗТВ при коэффициенте $K_в = 1{,}1 \div 1{,}2$. Для этого в формулы работы [9] необходимо вместо временного сопротивления $\sigma_в$ металла труб подставить средние напряжения $\sigma_{y\,ср}$, полученные по формуле (11). Приравняв напряжения $\sigma_{y\,ср}$ к напряжениям $\sigma_{ср} = 2K_т(1 - l/B)$ сварного шва с поверхностным дефектом l/B, с учетом контактного упрочнения сварного соединения, при котором прочность сварного соединения СТ—М—Т равна прочности основного металла, получим:

$$\chi_{pi} = \left\{ -\left[K_{вi} + \left(1 - \frac{\alpha_1^2 - \alpha_1\alpha_2 + \alpha_2^2}{6}\right)\left(1 - \frac{l}{B}\right) + \right.\right. \rightarrow$$

$$+ \sqrt{\left[K_{вi} + \left(1 - \frac{\alpha_1^2 - \alpha_1\alpha_2 + \alpha_2^2}{6}\right)\left(1 - \frac{l}{B}\right)\right]^2 + } \rightarrow$$

$$\left. \left. \rightarrow \frac{(\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + 0{,}2)\left(1 - \frac{l}{B}\right)^2}{\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + 0{,}2} \cdot \frac{2(\alpha_1 + \alpha_2)}{\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + 0{,}2} \right\}. \qquad (14)$$

Оптимальные размеры ЗТВ установлены, исходя из обеспечения несущей способности сварных соединений труб большого диаметра с НМН на уровне прочности основного металла. Диапазон относительных размеров мягких прослоек ($\chi_р = 0{,}15 \div 0{,}17$), при которых прочность сварного соединения СТ—М—Т равна прочности основного металла, довольно узок, т. е. максимальный размер ЗТВ при толщине трубы 22 мм равен 3,74 мм, что не отвечает размерам $\chi_р = 0{,}3 \div 0{,}5$ [1] разупрочненных участков труб большого диаметра из-за широкого сварного шва, высокой погонной энергии сварки q/ν и применяемого сварочного оборудования.

Исследовали влияние сварки на сталь 16Г2АФ (основной металл), имеющей следующий химический состав: 0,17 C; 1,14 Mn; 0,4 Si; 0,18 Cr; 0,12 V; 0,015 P; 0,011 S. Термообработке подвергали пластины размерами 20 × 130 × 70 мм и 20 × 180 × 180 мм по режимам: закалка при нагреве до температуры 940÷960 °С, выдержка 35 мин, охлаждение в воде, отпуск при температурах 400, 500, 600 и 700 °С, выдержка при каждой температуре 2 ч, охлаждение на воздухе. Сварку пластин осуществляли в виде наплавки валиков проволокой Св-08 диаметром 4 мм под флюсом АН-348 поперек направления прокатки при энергии $q/\nu = 4{,}7$ Ккал/см. Наплавку проводили сварочным автоматом АДС-1000; источник питания — трансформатор ТСД-1000. Режим сварки: сила тока $I = 700$ А, напряжение $U = 40$ В, скорость сварки $V = 1{,}28$ см/с, $q/\nu = 4{,}7$ Ккал/см.

Из пластин изготовляли стандартные десятикратные цилиндрические образцы диаметром 5 мм (тип II по ГОСТ 1497—61) для статического растяжения. Статические испытания проводили на машине УММ-50 по шкале 5 т с записью диаграммы "усилие—удлинение".

Твердость HV околошовной зоны на всех образцах измеряли перпендикулярно к линиям сплавления у корня шва и на поверхности с помощью прибора Виккерса при нагрузке 10 кг с шагом между точками 0,5 мм в зоне термического влияния и шагом 1 мм на расстоянии от шва. За разупрочненный участок ЗТВ принимали зону, твердость и микроструктура которой отличались от основного металла в термоупрочненном состоянии. Сопоставление твердости HV и размеров h разных участков этой зоны показали, что максимальное разупрочнение ($\Delta HV/HV$) происходит на участке с мелким зерном, где металл претерпевает неполную фазовую перекристаллизацию. С увеличением энергии q/ν ширина h разупрочненного участка увеличивается, а твердость снижается. С повышением энергии q/ν увеличиваются продолжительность нагрева и степень разупрочнения $\Delta HV/HV$, а коэффициент механической неоднородности $K_в$ снижается.

Теоретические значения $\chi_р^т$, полученные по формуле (14) при $K_{в1} = K_{в2}$ для низколегированной стали 16Г2АФ, хорошо согласуются с экспериментальными данными $\chi_р^э$, приведенным в таблице. Из формулы (14) и таблицы видно, что при определенной относительной толщине $\chi = \chi_р$ мягкой прослойки прочность сварного соединения с односторонним наружным дефектом может достигать прочности пластины (трубы), выполненной из основного металла с аналогичным дефектом.

Для опытов использовали трубы ∅720 мм с толщиной стенки 8 мм из стали 17ГС. Формовку, сварку, экспандирование и контроль качества проводили на поточной линии по существующей технологии. Испытание труб внутренним давлением проводили на установке с фиксацией разрушающего давления p. Радиус R трубы измеряли к моменту разрушения, по результатам экспериментов вычисляли разрушающее напряжение $\sigma_р^э = pR/t$ (t — начальная толщина стенки), определяли место и характер разрушения. Для трубы из стали 17С получено хорошее совпадение расчетных и опытных значений разрушающих напряжений. При наличии концентратора в ЗТВ фактические разрушающие напряжения трубы на 4÷6 % ниже рассчитан-

Температура отпуска, °С	$\chi_р^э$	$\chi_р^т$	$\sigma_в^м$, МПа	$\sigma_в$, МПа	$K_{в1}$
0	0,175	0,171	818,5	937,6	1,145
400	0,125	0,164	782,5	886,1	1,132
500	0,135	0,134	756,6	835,2	1,09
600	0,11	0,150	734,3	817,7	1,11
700	0,10	0,08	670,0	697,8	1,04

ных по формуле (13), характеризующих вязкую прочность разупрочненного участка. Например, при эксперименте получено: погонная энергия сварки $q/\nu = 5{,}41$ Ккал/см; разрушающее давление $p = 145$ атм., $R = 359$ мм; $\sigma_{\text{р}}^{\text{э}} = 650$ МПа; $\sigma_{\text{р}}^{\text{рас}} = 660$ МПа; $\sigma_{\text{р}}^{\text{э}} = \sigma_{\text{р}}^{\text{рас}} = 0{,}984$, где $\sigma_{\text{р}}^{\text{рас}}$ — расчетное разрушающее окружное напряжение в стенке трубы. Место разрушения — разупрочненный участок, разрушающая окружная деформация 2,2 %. Подтверждается возможность достижения равнопрочности сварных труб и перенос места разрушения на основной металл.

Относительное сужение ψ_K мягкой прослойки в сварном соединении можно определить приближенно по формуле

$$\psi_K = 1 - K_\chi(1 - \psi_K^{\text{м}}), \qquad (15)$$

где $\psi_K^{\text{м}}$ — относительное поперечное сечение металла мягкой прослойки, испытанного при линейном растяжении в свободном состоянии; $K_\chi = \sigma_{y\ \text{ср}}/2K_{\text{м}}$ — коэффициент контактного упрочнения для пластин, определяемый по формуле (13) (зависимости приведены на рис. 4).

Из формулы (15) видно, что пластичность мягкой прослойки зависит от параметра χ, т. е. от степени стеснения пластических деформаций в процессе нагружения сварного соединения. С уменьшением χ величина ψ_K уменьшается. Уравнение (15) подтверждают экспериментальные исследования [11]. Получена удовлетворительная сходимость экспериментальных данных с расчетными, что согласуется с представлениями о характере работы мягкой прослойки с НМН в сварном соединении [2—6]. Из формулы (15) следует, что при некотором значении χ относительное сужение ψ_K прослойки обращается в нуль, причем это происходит при тем бóльших значениях χ, чем меньше пластичность $\psi_K^{\text{м}}$ металла мягкой прослойки.

Критическую относительную толщину $\chi_{\psi=0}$ прослойки определим, приравняв формулу (15) к нулю:

$$\chi_{\psi=0} = \left(1 - \frac{l}{B}\right)\left\{1 - \frac{\alpha^2}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{1}{1-\psi_K^{\text{м}}}\right) + \right.$$

$$\left. + \sqrt{\left[1 - \frac{\alpha^2}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{1}{1-\psi_K^{\text{м}}}\right)\right]^2 + \frac{\alpha_i^2 + 0{,}2}{2}}\right\} \frac{2\alpha}{\alpha_i^2 + 0{,}2}. \qquad (16)$$

При значениях χ, близких к $\chi_{\psi=0}$, опасность хрупкого разрушения мягкой прослойки сварного соединения значительно увеличивается. Из выражения (16) следует, что толщина $\chi_{\psi=0}$ пропорциональна нетто-сечению сварного соединения с поверхностным надрезом l/B. При увеличении глубины трещины толщина $\chi_{\psi=0}$ уменьшается. При малых значениях χ, когда металл мягкой прослойки при растяжении переходит в хрупкое состояние, наличие поверхностных дефектов, которые могут быть концентраторами напряжений, оказывается гораздо опаснее, чем при больших χ.

Если участки СТ, Т и М сварного соединения склонны к упрочнению, то для определения средних разрушающих напряжений $\sigma_{\text{ср}}$ в формулы (10) и (11) необходимо вместо $K_{\text{м}}$ ввести $\beta\sigma_{\text{в}}^{\text{м}}/2$, где $\beta = 1 \div 1{,}5$ — параметр, характеризующий неустойчивость процесса пластического деформирования сварного соединения. Теоретический анализ показал, что с уменьшением погонной энергии сварки q/ν уменьшаются степень разупрочнения $K_{\text{в}1}$ и $K_{\text{в}2}$ и ширина χ разупрочненного участка, поэтому прочность $\sigma_{y\ \text{ср}}$ сварного соединения повышается за счет эффекта контактного упрочнения, и при некоторых режимах и технологиях сварки может быть достигнута равнопрочность сварного соединения с НМН и основного металла при вязком разрушении.

Полученные результаты могут быть использованы при экспертизе аварий, диагностике внутренних поверхностей магистральных трубопроводов и оболочковых конструкций, экспертной оценке сварного шва с целью повышения эксплуатационной надежности магистральных газонефтепроводов, теплотрасс, водоводов, дымовых труб, теплотрасс [5, 9, 10].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Анучкин М. П., Горицкий В. Н., Мирошниченко Б. И.** Трубы для магистральных трубопроводов. М.: Недра, 1986. С. 231.

2. **Оценка** прочности сварных соединений из термоупрочненных сталей / О. А. Бакши, Б. П. Пиксаев, Т. В. Кульневич и др. // Вопросы сварочного производства. 1968. № 63. С. 84—93.

3. **Клыков Н. А., Решетов А. Л.** Прочность сварных соединений с несимметричной механической неоднородностью // Автоматическая сварка. 1979. № 12. С. 29—32.

4. **Остсемин А. А., Дильман В. Л.** Влияние дефектов сварки, расположенных на границе сплавления, на прочность сварного соединения // Вестник машиностроения. 2006. № 2. С. 21—26.

5. **Остсемин А. А.** Прочность и напряженное состояние мягкой прослойки в тонкостенном цилиндрическом сосуде при двухосном нагружении // Автоматическая сварка. 1994. № 5—6. С. 18—20.

6. **Бакши О. А.** Об учете фактора механической неоднородности сварных соединений при испытании на растяжение // Сварочное производство. 1985. № 7. С. 32—34.

7. **Остсемин А. А., Дильман В. Л.** О сжатии пластического слоя двумя шероховатыми плитами // Проблемы прочности. 1990. № 7. С. 107—112.

8. **Теория** ковки и штамповки / Е. П. Унксов, У. Джонсон, В. Л. Колмогоров и др. М.: Машиностроение, 1992, 720 с.

9. **Остсемин А. А., Заварухин В. Ю.** Прочность нефтепровода с поверхностными дефектами // Проблемы прочности. 1993. № 12. С. 51—59.

10. **Остсемин А. А.** Анализ несущей способности действующего магистрального нефтепровода при наличии дефектов в продольном шве // Сварочное производство. 1998. № 9. С. 11—15.

11. **Бакши О. А.** Деформационная способность (пластичность) сварных стыковых соединений и пути ее регулирования / Тр. Челябинского ПИ. 1968. № 63. С. 5—24.

УДК 656.3:621.873

Н. И. ХАБРАТ (Крымский инженерно-педагогический университет, Украина, г. Симферополь),
e-mail: ervin777@yandex.ru

Определение горизонтального усилия на рельсовую колею при перекосе мостового крана. Создание бесперекосного привода перемещения крана

Рассмотрены причины и механизм перекоса рамы мостового грузоподъемного крана, определены горизонтальные силы, действующие на опорно-приводные колеса и рельсовую колею. Предложен привод механизма передвижения крана, предотвращающий перекос.

Ключевые слова: мостовой кран, рельсовая колея, опорно-приводные колеса, горизонтальные силы.

The reasons and the mechanism of frame skewing of bridge hoisting crane are considered; the horizontal forces, acting on drive support wheels and rail track, are determined. The drive of skew-preventing crane travel mechanism is suggested.

Keywords: bridge crane, rail track, drive support wheels, horizontal forces.

Мостовые грузоподъемные краны широко применяют при подъемно-транспортных, монтажных и других работах. В ряде случаев имеет место низкая надежность привода механизма передвижения крана (МПК), проявляющаяся в перекосе рамы относительно рельсовой колеи, что приводит к повышенному давлению на нее, быстрому изнашиванию реборд опорно-приводных колес, повышению нагрузки на привод МПК. В некоторых случаях происходит полное заклинивание колес в рельсовой колее или их соскальзывание с рельсов, в основном, вследствие неравномерного нагружения опорно-приводных колес концевых тележек крана при ассиметричном расположении груза на раме крана. Это приводит к радиальным деформациям колес и реакции со стороны привода, проявляющихся в виде разных упругих скольжений приводных колес по рельсовой колее и, следовательно, разных окружных скоростей колес.

К такому же результату приводит неточный монтаж концевых тележек, при котором возникает непараллельность осей опорно-приводных колес и оси рамы крана. Неточность монтажа можно устранить, определив смещения опорно-приводных колес концевых тележек на рельсовой колее при реверсивном движении крана без груза или расположении груза в середине рамы.

Поиск публикаций по определению горизонтального усилия на рельсовую колею мостового крана при перекосе не дал результатов. В работах [1—3] при определении сопротивления передвижению крана трение реборд опорно-приводных колес мостовых кранов учитывалось дополнительным коэффициентом $K_р = 1{,}2 \div 1{,}5$, а в работе [4] — $K_р = 2{,}0 \div 2{,}5$, но при этом не учитывались длина L пролета и тип привода МПК.

Цель данной работы — исследование механизма перекоса мостовых кранов, разработка аналитического метода определения горизонтальной нагрузки на рельсовую колею подкрановых путей и создание бесперекосного привода МПК.

Рассмотрим мостовой кран с центральным приводом на приводные колеса МПК (рис. 1) при ассиметричном приложении силы Q тяжести (груз вместе с грузовой тележкой) на расстоянии a от опорной колеи и длине L пролета крана.

Силы $R_л$ и $R_п$, воспринимаемые опорно-приводными колесами концевых тележек, определим из условия равновесия моментов сил относительно левой и правой направляющих рельсовой колеи при условии равенства усилий:

$$R_л = (Qa + 0{,}25GL)/(2L);$$

$$R_п = [Q(L - a) + 0{,}25GL]/(2L).$$

Определим окружные силы, развиваемые приводными колесами левой и правой концевых тележек в начальный период движения крана:

$$F_л = 2R_л k/D = 2(Qa + 0{,}25GL)/(LD); \quad (1)$$

$$F_п = 2R_п k/D = 2[Q(L - a) + 0{,}25GL]/(LD), \quad (2)$$

где k — коэффициент сопротивления качению приводных колес диаметром D.

При центральном приводе МПК угловые скорости приводных колес правой и левой концевых тележек равны. Так как колеса правой тележки нагружены меньше, то они имеют меньшее упругое скольжение и радиальную деформацию, поэтому перемещаются по своей рельсовой колее в начальный период быстрее, чем колеса левой тележки, что и приводит к перекосу рамы.

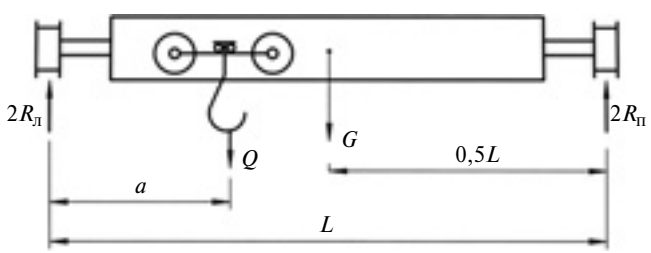


Рис. 1. Схема нагружения мостового грузоподъемного крана

Перекос рамы крана происходит до момента ограничения дальнейшего ее разворота ребордами колес концевых тележек. Поэтому при дальнейшем перемещении крана скорость правого приводного колеса концевой тележки не может быть больше скорости левого приводного колеса, и их скорости выравниваются. Снижение тангенциальной скорости правого колеса до скорости левого приводит к дополнительному упругому скольжению правого колеса, вследствие чего оно дополнительно догружается тангенциальной силой ΔF, равной разности сил на приводных колесах при передвижении крана в момент разворота его рамы. С учетом зависимостей (1) и (2) дополнительную силу можно определить по формуле

$$\Delta F = F_{\text{л}} - F_{\text{п}} = \frac{4Qk}{LD}(2a - L).$$

Сила ΔF на пролете L крана создает поворотный момент

$$M = \Delta FL = 4Qk(2a - L)/D, \qquad (3)$$

которому противодействует реактивный и противоположно направленный момент

$$M = -Sb, \qquad (4)$$

где b — колесная база концевой тележки; S — сила, действующая на реборды колес концевых тележек со стороны рельсовой колеи.

Из совместного решения уравнений (3) и (4) находим

$$S = \frac{4Qk}{bD}(L - 2a).$$

Анализ зависимости (4) показал, что при симметричном приложении нагрузки Q к раме крана, т. е. при $a = 0{,}5L$, горизонтальное усилие на рельсовую колею отсутствует.

Для мостового крана грузоподъемностью 16 т с грузовой тележкой 3,7 т, опорно-приводными колесами диаметром 0,4 м, коэффициентом качения 0,0006 м, колесными базами: $b = 4{,}4$ м при пролетах $L = 10{,}5$; 16,5; 22,5 м; $b = 5$ м при $L = 28{,}5$ м; $b = 5{,}5$ м при $L = 34{,}5$ м получим $a = 1{,}5$ м. Параметры крана приняты по ГОСТ 25546—82 [4, с. 32]. Ниже приведены рассчитанные по формуле (4) значения силы S, действующей на рельсовую колею, в зависимости от пролета L:

Пролет L, м	10,5	16,5	22,5	28,5	34,5
Сила S, Н	2010	3640	5240	5020	6650

Полученные данные показывают, что сила S в значительной мере зависит от пролета L крана при одной и той же грузоподъемности Q крана и не зависит от силы тяжести G металлоконструкции рамы. Как уже отмечалось, в работах [1—4] при определении общего сопротивления перемещению мостовых грузоподъемных кранов трение реборд опорно-приводных колес учитывалось только коэффициентом $K_{\text{р}}$ без учета пролета крана. Проведенный анализ показал необходимость учета и величины пролета крана, который в ряде случаев может быть значительным.

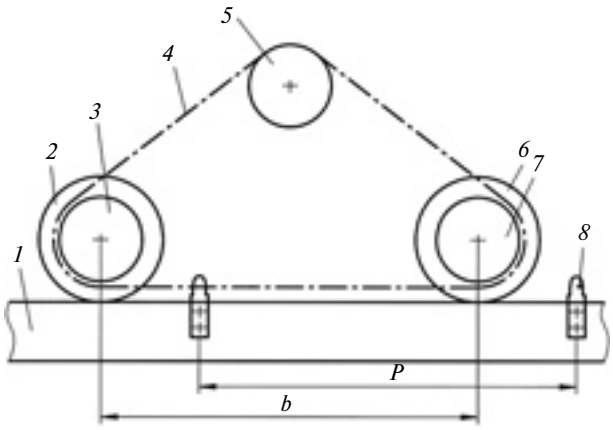


Рис. 2. Кинематическая схема привода с плоскопараллельным передвижением мостового крана при $P < b$

При индивидуальном приводе концевых тележек горизонтальные силы, действующие на рельсовую колею, увеличиваются еще больше ввиду разной нагруженности приводных электродвигателей.

Работа мостового крана даже с допустимыми перекосами снижает его производительность и повышает энергозатраты привода МПК. В производственных условиях отключение привода МПК при недопустимом перекосе рамы малоэффективно и не всегда надежно. Системы автоматической стабилизации бесперекосного передвижения кранов сложны и всегда дублируются другими системами контроля. Разработан, испытан и находится в эксплуатации привод [5, 6], обеспечивающий строго плоскопараллельное передвижение крана по направляющей рельсовой колее и кинематически жестко связанный с ней.

На рис. 2 приведена кинематическая схема привода одной из концевых тележек мостового крана. Каждая концевая тележка кинематически связана через трансмиссионные валы с редуктором центрального привода МПК. Опорные колеса *2* и *6*, перекатывающиеся по направляющей колее *1*, установлены подвижно в тангенциальном направлении на осях. Движение мостовому крану передается от центрального привода через трансмиссионные валы на ведущую звездочку *5* и далее через втулочно-роликовую цепь *4*, огибающую направляющие ролики *3* и *7*, установленные концентрично и подвижно на осях опорных колес *2* и *6*, на зубья *8*, установленные на рельсовой колее. Шаг P зубьев принимается кратным шагу приводной цепи и несколько меньшим колесной базы b мостового крана.

Испытания показали высокую надежность привода при любом несимметричном приложении нагрузки на раму. Достоинством привода является то, что, установив командоаппарат [7] и кинематиче-

УДК 544

Ю. Я. БЕТКОВСКИЙ, канд. техн. наук (ОАО "ГосМКБ "Радуга" им. А. Я. Березняка", г. Дубна),
e-mail: betkovsky@yandex.ru

Обобщенные массы механических конструкций

Рассматривается определение обобщенной подвижной массы и частоты собственных колебаний пространственной конструкции по ее реакции в точке приложения гармонической силы при одноточечном резонансном возбуждении.

Ключевые слова: механическая конструкция, колебания, резонанс, частота собственных колебаний, обобщенная подвижная масса.

The determination of generalized movable mass and eigenfrequencies of three-dimensional structure by its reaction in point of harmonic force application at single-point resonant excitation is considered.

Keywords: mechanical structure, vibrations, resonance, eigenfrequency, generalized movable mass.

Определение обобщенной массы

В работе [1] показано, что механические конструкции в окрестности резонанса ведут себя как системы с одной степенью свободы. Перемещения $\boldsymbol{W}(P, t) = \boldsymbol{W}(u, v, w, t)$ точек $P(x, y, z)$ линейной слабо демпфирующей (вязкое демпфирование) конструкции при вынужденных колебаниях под действием гармонических сил $\boldsymbol{F}(P)e^{i\omega t}$ можно представить в виде разложения в бесконечный ряд по собственным векторам (формам колебаний) $\boldsymbol{W}_k(P)$ и обобщенным (нормальным) координатам $q_k(t)$, соответствующим собственным частотам ω_k конструкции.

При таком выборе обобщенных координат каждая нормальная координата $q_k(t)$ совершает гармоническое затухающее колебание с соответствующей собственной частотой и формой колебаний $\boldsymbol{W}_k(P)$, описываемое уравнением:

$$\ddot{q}_k + \gamma_k\omega_k\dot{q}_k + \omega_k^2 q_k = \frac{Q_k}{c_k}e^{i\omega t},$$

где $\gamma_k = \delta_k/\pi$ — коэффициент демпфирования (δ_k — логарифмический декремент k-го главного колебания); c_k и Q_k — обобщенные масса и сила, которые в уравнении имеют вид скалярных произведений:

$$\left.\begin{aligned} c_k &= \int m(P)\boldsymbol{W}_k(P)\boldsymbol{W}_k(P)\mathrm{d}\boldsymbol{V} = \\ &= \int m(P)[u_k^2(P) + v_k^2(P) + w_k^2(P)]\mathrm{d}V; \\ Q_k &= \int \boldsymbol{F}(P)\boldsymbol{W}_k(P)\mathrm{d}\boldsymbol{V} = \\ &= \int [F_u(P)u_k(P) + F_v(P)v_k(P) + F_w(P)w_k(P)]\mathrm{d}V. \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Здесь $m(P)$ — распределенная масса конструкции; интегралы относятся ко всему объему V колеблющейся конструкции.

Произвольные возмущенные перемещения точек $P(x, y, z)$ конструкции, ограничиваясь первыми n степенями свободы, можно представить как сумму нормальных колебаний:

$$\boldsymbol{W}(P, t) = \sum_{k=1}^{n}\boldsymbol{W}_k(P)q_k(t) = \sum_{k=1}^{n}[u_k(P)\boldsymbol{i} + v_k(P)\boldsymbol{j} + w_k(P)\boldsymbol{k}]q_k(t).$$

(Окончание статьи. Начало см. на стр. 39)

ски связав его с трансмиссионным валом привода, можно обеспечить надежную работу мостового крана в автоматическом режиме. Применение данного привода позволяет значительно уменьшить колесную базу b опорно-приводных колес концевых тележек. Так, в приведенном выше примере при пролете $L = 34{,}5$ м колесная база $b = 5{,}5$ м. При использовании предлагаемого привода ее можно уменьшить почти в 2 раза.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Александров М. П.** Подъемно-транспортные машины. М.: Машиностроение, 1985. 517 с.

2. **Грузоподъемные** машины / М. П. Александров, Н. А. Колобов, Н. А. Лобов и др. М.: Машиностроение, 1986. 400 с.

3. **Справочник** по кранам. Т. 2. Характеристика и конструктивные схемы кранов. Крановые механизмы. Техническая эксплуатация кранов // М. П. Александров, М. М. Гохберг, А. А. Ковин и др. Л.: Машиностроение, 1988. 559 с.

4. **Иванченко Ф. К.** Конструкция и расчет подъемно-транспортных машин. Киев: Вища школа, 1983. 352 с.

5. **А. с. 1704659 СССР:** МПК A01B 49/00: Мостовое устройство.

6. **Хабрат Н. И., Болотин В. М., Масло И. П.** Мостовое шасси: конструкция, расчет и результаты испытаний механизма привода хода // Тракторы и сельхозмашины. 1996. № 4. С. 24—28.

7. **Хабрат Н. И., Болотин В. М., Масло И. П.** Эксплуатационные испытания командоаппарата на мостовом шасси // Тракторы и сельхозмашины. 1996. № 11. С. 27, 28.

Амплитуда отклонений нормальных колебаний точки $P(x, y, z)$ при резонансе имеет вид:

$$A_k(P) = |\boldsymbol{W}_k(P)q_k(t)| = \frac{Q_k|\boldsymbol{W}_k(P)|}{c_k\gamma_k\omega_k^2},$$

что позволяет определить обобщенную массу:

$$c_k(P) = \frac{Q_k|\boldsymbol{W}_k(P)|}{\gamma_k\omega_k^2\sqrt{A_{ku}^2(P) + A_{kv}^2(P) + A_{kw}^2(P)}}.$$

Известно, что формы колебаний теоретически и экспериментально определяют с точностью до постоянного множителя, т. е. как отношение амплитуд составляющих перемещений (скоростей или ускорений) колебаний точек конструкции к амплитуде или одной из составляющих амплитуды колебаний одной произвольной (опорной) точки P_1. Пронормируем формы колебаний по составляющей $v_k(P_1)$ амплитуды перемещений $A_{kv}(P_1)$ в направлении оси y. В этом случае $v_k(P_1) = 1$. Получим выражения для приведенных к точке P_1:

обобщенной силы

$$Q_k = \frac{\int[F_u(P)A_{ku}(P) + F_v(P)A_{kv}(P) + F_w(P)A_{kw}(P)]\,\mathrm{d}V}{A_{kv}(P_1)};$$

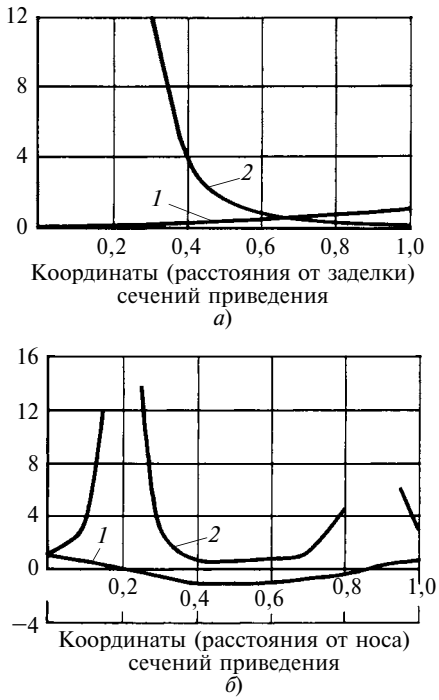


Рис. 1. Зависимости форм колебаний (*1*) первого тона и обобщенных масс (*2*) консольной клиновидной (*а*) и свободно плавающей (*б*) балок

обобщенной массы

$$c_k(P_1) = \frac{Q_k}{\gamma_k\omega_k^2A_{kv}^2(P_1)}. \qquad (5)$$

Отношение обобщенной массы, приведенной к разным точкам P конструкции, обратно пропорционально квадрату отношения составляющих амплитуд перемещений, принятых за опорные, например $A_{kv}(P)$:

$$\frac{c_k(P)}{c_k(P_1)} = \left(\frac{A_{kv}(P_1)}{A_{kv}(P)}\right)^2.$$

При расчете, например, фюзеляжных форм флаттера оперения приведенные массы целесообразно приводить к сечению фюзеляжа, в котором закреплено оперение; при вибрационных испытаниях — к сечению, в котором установлен вибратор [2].

Зависимости обобщенных масс $c_1(x)$ первого тона колебаний консольной и свободно плавающей балок от точки x приведения схематично даны на рис. 1. Видно, что чем ближе к пучности, тем больше инерционность балки. Наименьшее сопротивление колебаниям балки оказывают при приложении возбуждающей силы в точках максимумов форм колебаний.

Экспериментальное определение обобщенных масс при резонансных испытаниях

Динамические характеристики конструкции [3], под которыми обычно понимают резонансные частоты $\omega_k = 2\pi\nu_k$, собственные (главные) формы $\boldsymbol{W}_k(P)$ и логарифмические декременты $\delta_k = \pi\gamma_k$ колебаний, определяют при частотных испытаниях путем механического возбуждения конструкции в одной (одноточечное возбуждение) или нескольких (многоточечное возбуждение) точках гармоническими силами $\boldsymbol{F}(P_s)e^{i\omega t}$. При многоточечном ($s = 1, 2, ..., S$) возбуждении обобщенные силы определяют по формуле

$$Q_k = \frac{\sum_{s=1}^{S}[F_u(P_s)A_{ku}(P_s) + F_v(P_s)A_{kv}(P_s) + F_w(P_s)A_{kw}(P_s)]}{A_{kv}(P_1)},$$

а обобщенные массы — по формуле

$$c_k(P_1) = \frac{\sum_{s=1}^{S}[F_u(P_s)A_{ku}(P_s) + F_v(P_s)A_{kv} + F_{kw}(P_s)A_{kw}(P_s)]}{\gamma_k\omega_k^2A_{kv}^2(P_1)}. \qquad (6)$$

Если возбуждение конструкции проводить с одной точки $P_1 = P_F$ силой $F_v(P_F)\boldsymbol{j}e^{i\omega t}$ и нормировать

формы колебаний по составляющей $A_{kv}(P_F)$ амплитуды перемещений в точке возбуждения, то формулу (3) можно существенно упростить:

$$c_k(P_F) = \frac{F_v(P_F)}{\gamma_k \omega_k^2 A_{kv}(P_F)}. \qquad (7)$$

Таким образом, измерив на резонансах амплитуды перемещений в точке приложения возбуждающей силы в направлении ее действия и определив по резонансным кривым собственные частоты и коэффициенты демпфирования соответствующих тонов колебаний, по формуле (4) можно экспериментально определить обобщенную массу конструкции. Если в точке возбуждения измерять амплитуды не перемещений, а скоростей v или ускорений n (измеряются относительно ускорения свободного падения g), то в знаменателе формулы (4) выражение $\omega_k^2 A_{kv}(P_F)$ следует заменить на $\omega_k v_{kv}(P_F)$ или на n_k/g.

Определенные экспериментально по формулам (2) и (4) обобщенные массы отражают объемные колебания всех составляющих конструкции по всем направлениям колебаний.

По полученным соотношениям были экспериментально определены обобщенные массы лопастей трех ветроэнергетических установок (ВЭУ):

ВЭУ	ВЭМ 700	Р8	Р1
Масса лопасти, кг	4,2	50	2000
Длина лопасти, м	1,5	4,66	17,4
Резонансная частота, Гц	15,25	6,92	2,91
Обобщенная масса, кг	0,12	4,7	272

Обобщенная масса конструкции самолетного типа массой 880 кг, нормальной аэродинамической схемы с прямоугольными крыльями, трапециевидным оперением и двигателем, подвешенным внизу корпуса в зоне оперения, приведена в табл. 1.

Собственные частоты и обобщенные массы объекта испытаний

Строго говоря, экспериментально определенные резонансные частоты и полученные по формуле (4) обобщенные массы, приведенные к точке возбуждения, не являются собственными частотами и обобщенными массами объекта испытаний, так как в вынужденных колебаниях участвует сосредоточенная масса, присоединенная к испытуемому объекту в точке возбуждения и состоящая из подвижных частей вибраторов и устройств, соединяющих объект испытаний с подвижными частями вибраторов. Это существенно, когда подвижная масса вибратора сопоставима с массой испытуемого объекта.

При присоединении сосредоточенной массы m_0 к распределенной системе в точке P_F согласно формуле (2) обобщенная масса системы $c_k = c_{mk} + m_0 W_k^2(P_F)$, где c_{mk} — обобщенная масса испытуемого объекта; c_k — обобщенная масса системы "испытуемый объект—подвижная масса вибратора" (вместе с соединительными и крепежными устройствами). При нормировании по составляющей $v_k(P_F)$ амплитуды перемещений в точке P_F выраже-

Таблица 1

Резонансная частота, Гц	Описание формы колебаний	Обобщенная масса, кг, приведенная к сечению	
		носовому	кормовому
15,8	Симметричный изгиб крыльев первого тона, сопровождающийся изгибными колебаниями корпуса в вертикальной плоскости по форме первого тона в противофазе с колебаниями крыльев	1200	1200
20,4	Вертикальный изгиб корпуса первого тона, сопровождающийся симметричным изгибом крыльев в фазе с колебаниями корпуса	780	780
23,7	Горизонтальный изгиб корпуса первого тона, сопровождающийся антисимметричными колебаниями крыльев по форме первого тона, оперения и двигателя	460	580
28,0	Маятниковые колебания подвешенного двигателя с вращением в вертикальной плоскости, сопровождающиеся колебаниями корпуса в вертикальной и горизонтальной плоскостях и оперения	1520	240
54,5	Вертикальный изгиб корпуса второго тона, сопровождающийся колебаниями оперения и двигателя	1320	140
67,0	Симметричный изгиб крыльев второго тона, вызывающий колебания корпуса и двигателя	2670	4740
70,4	Горизонтальный изгиб корпуса второго тона, сопровождающийся асимметричным изгибом крыльев по форме второго тона и колебаниями оперения в противофазе с крыльями	—	1270

ние для обобщенной массы испытуемого объекта принимает вид: $c_{mk} = c_k = m_0$.

Исходя из предположения, что жесткость конструкции (кривизна форм колебаний) с присоединенной сосредоточенной массой m_0 не изменяется, используя формулу (4), определим собственные частоты ω_{mk} и обобщенные массы $c_{mk}(P_F)$ испытуемой конструкции, приведенные к точке возбуждения:

$$\left.\begin{aligned} \omega_{mk} &= \frac{\omega_k}{\sqrt{1-\dfrac{m_0}{c_k}}} = \omega_k\sqrt{1+\frac{m_0}{c_{mk}}} \approx \omega_k\left(1+\frac{m_0}{2c_k}\right); \\ c_{mk}(P_F) &= c_k(P_F) - m_0 = \frac{F_\upsilon(P_F)}{\gamma_k\omega_k^2 A_{k\upsilon}(P_F)} - m_0. \end{aligned}\right\} \quad (8)$$

Очевидно, что зависимости (5) справедливы для достаточно малых значений m_0/c_{mk}.

Зависимость отношения ω_{mk}/ω_k собственной частоты испытуемой конструкции к резонансным частотам от подвижной массы вибратора (включая соединительные устройства и крепеж) с обобщенной массой испытуемой конструкции, приведенной к точке возбуждения (m_0/c_{mk}), показана на рис. 2. Экспериментально получаемые резонансные частоты ω_k всегда несколько меньше, а обобщенные массы c_k — несколько больше соответствующих им собственных величин ω_{mk} и c_{mk} и разница увеличивается с ростом m_0.

Учет участия подвижных частей вибратора и соединительных устройств в вынужденных колебаниях объекта испытаний позволяет скорректировать собственную частоту и обобщенную массу, полученные и при применении метода добавочных масс [3]. Для этого, определив резонансную частоту ($\omega_{1k} = \omega_k$) и обобщенную массу ($c_{1k} = c_k$), приведенную к точке возбуждения, на столе вибратора или на испытуемом объекте в точке возбуждения устанавливают дополнительный груз массой Δm. Повторяют испытания с той же точки возбуждения

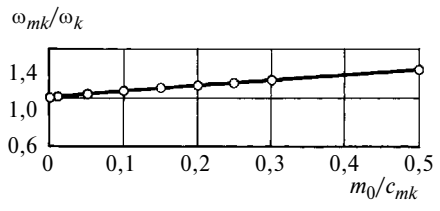


Рис. 2. Зависимость собственных частот объекта от подвижной массы вибратора

и определяют новые резонансную частоту ω_{2k} и обобщенную массу c_{2k}, приведенную к точке возбуждения.

Исходя из предположения о неизменной жесткости конструкции: $(c_{1k} + m_1)\omega_{1k}^2 = c_{mk}\omega_{mk}^2 = (c_{2k} + m_2)\omega_{2k}^2$, где $m_1 = m_0$, $m_2 = m_0 + \Delta m$, получим выражения для собственной частоты ω_{mk} и обобщенной массы c_{mk} испытуемой конструкции, приведенных к точке возбуждения:

$$\left.\begin{aligned} \omega_{mk} &= \omega_{1k}\omega_{2k}\sqrt{\frac{m_2-m_1}{m_2\omega_{2k}^2 - m_1\omega_{1k}^2}}; \\ c_{mk} &= \frac{m_2\omega_{2k}^2 - m_1\omega_{1k}^2}{\omega_{1k}^2 - \omega_{2k}^2}. \end{aligned}\right\} \quad (9)$$

Необходимо отметить, что в силу близости частот ω_{1k} и ω_{2k} величины ω_{mk} и c_{mk}, определенные по формулам (5) и (6), очень чувствительны к точности определения частот ω_k, ω_{1k} и ω_{2k}.

По формулам (5) и (6) были определены собственные частоты и обобщенные массы для двух первых тонов колебаний цельноповоротной трапециевидной пластины переменной толщины со свободными краями, закрепленной по оси вращения. За обобщенные массы были приняты углы поворота вокруг узловых линий. В этом случае обобщенными массами являются моменты инерции пластины относительно соответствующих узловых линий. Результаты расчета приведены в табл. 2.

Таблица 2

Формула для расчета	ν_1, Гц	ν_2, Гц	ν_{m1}, Гц	C_{m1}, кГ · м^2	ν_{m2}, Гц	C_{m2}, кГ · м^2
(5)	50,2	140,6	51,9	0,19	144,6	0,04
(6)	50,2	140,6	51,3	0,22	144,2	0,05

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Бабаков И. М.** Теория колебаний. М.: Наука, 1968. 560 с.

2. **Бетковский Ю. Я.** Оптимизация выбора и установки вибровозбудителя для резонансных испытаний на выносливость // Вестник машиностроения. 2006. № 7. С. 16—19.

3. **Микишев Г. И., Рабинович Б. И.** Динамика тонкостенных конструкций с отсеками, содержащими жидкость. М.: Машиностроение, 1971 564 с.

УДК 622

Е. И. ТЕСКЕР, д-р техн. наук, С. Е. ТЕСКЕР, канд. техн. наук
(Волгоградский ГТУ), e-mail: agromash-vlg@rambler.ru

Повышение несущей способности зубчатых колес трансмиссий и приводов лазерной обработкой

Рассматривается поверхностная обработка материалов высококонцентрированными потоками энергии — лазерное упрочнение локальных участков поверхности.

Ключевые слова: поверхностный слой, лазерное упрочнение, термоупрочнение, износостойкость.

The surface material treatment by highly concentrated energy flows — laser hardening of local surface areas is considered.

Keywords: surface layer, laser hardening, thermostrengthening, wear resistance.

Одним из наиболее прогрессивных методов поверхностной обработки металлов и сплавов является лазерное поверхностное упрочнение. Интенсивный поток энергии (плотность мощности лазерного излучения до 10^9 Вт/см^2) воздействуя на локальный участок поверхности детали, быстро (до 10^8 градус/с) нагревает его, после чего он быстро охлаждается, в результате в поверхностном слое происходят фазовые превращения, которые формируют новые свойства обработанной поверхности [1].

Преимущества лазерной обработки:

высокая плотность мощности подводимой энергии и ее локальность позволяют воздействовать на тонкий поверхностный слой, не нагревая основной объем металла, не изменяя его структуру и свойства, что практически исключает коробление деталей;

большие диапазоны значений параметров процесса обработки способствуют формированию заданных структур, физико-механических свойств поверхностного слоя и заданной шероховатости обработанной поверхности на участках заданных размеров;

возможны обработка на воздухе и автоматизация процесса;

в ходе обработки не образуются вредные вещества;

возможна обработка труднодоступных мест и на значительном расстоянии с помощью специальных оптических средств.

Рассмотрим фазовые превращения и формирование структуры поверхностных слоев при лазерной обработке на примере среднеуглеродистых конструкционных сталей, наиболее широко применяемых в машиностроении.

При лазерной закалке, как и при других видах термоупрочнения, на этапе нагревания материала формируется аустенитная структура, которая при охлаждении превращается в мартенситную. При этом отсутствует этап выдержки при постоянной температуре, который необходим при объемной термической обработке. После достижения максимальной температуры следует быстрое охлаждение в результате

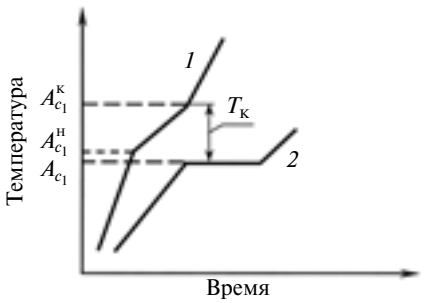


Рис. 1. Зависимости, определяющие критические точки при лазерном *1* (быстром) и печном *2* (медленном) нагревании

отвода теплоты во внутренние слои металла. Подводимая тепловая энергия лазерного излучения больше энергии, необходимой для перестройки кристаллической решетки, которая идет с конечной скоростью. Поэтому превращение перлита в аустенит происходит не изотермически, как при медленном нагревании, а в некотором интервале температур $A_{c1}^{н} \div A_{c1}^{к}$ (рис. 1), вследствие чего окончание аустенитного превращения смещается в область более высоких температур. Высокая скорость нагревания также приводит к тому, что диффузионная перестройка ОЦК решетки избыточного феррита на ГЦК решетку аустенита может не успеть закончиться на линии *GS* диаграммы "железо—углерод". В этом случае точки A_{c3} также смещаются в область более высоких температур. Смещение критических точек зависит не только от скоростей нагревания и охлаждения, но и от химического состава стали, дисперсности исходной структуры, дислокационного строения и т. п.

После завершения (α—γ)-превращения концентрация углерода выравнивается в результате его диффузии из перлитных зерен в ферритные. Выравнивание концентрации углерода (гомогенизация) оказывает решающее влияние на получение структуры полной закалки после охлаждения. Неравномерное распределение температур в зоне лазерного нагревания приводит к структурной неоднородности поверхностного слоя (рис. 2).

Слой *1* представляет зону оплавления, которая формируется при закалке из расплавленного состояния и имеет столбчатое строение. Кристаллы в этом слое вытянуты в направлении теплоотвода. Основная структурная составляющая — мартенсит. При лазерной закалке без оплавления слой *1* отсутствует.

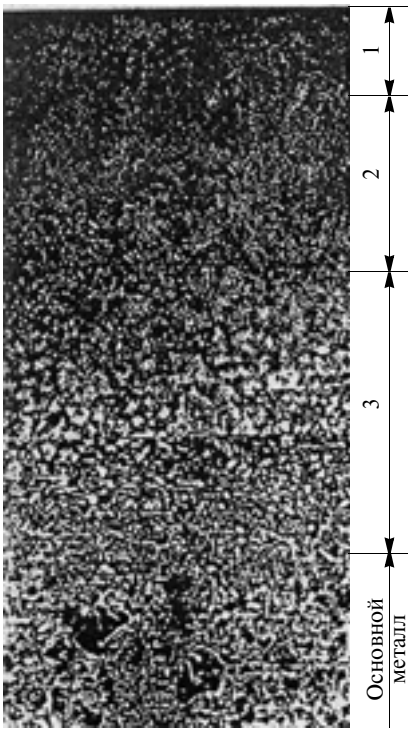


Рис. 2. Структура поверхности нормализованной стали 40 после лазерной обработки (×100)

Слой *2* представляет зону закалки из твердой фазы, верхняя граница которой определяется температурой выше температуры точки A_{c3}, нижняя — до температуры точки A_{c1}. В этом слое имеет место как полная, так и неполная закалка, поэтому он отличается большой структурной неоднородностью по глубине: на поверхности формируется однородный мартенсит, полученный при охлаждении из гомогенного аустенита; ближе к основному металлу образуются структуры, полученные из негомогенного аустенита при охлаждении. В результате в упрочненном слое наряду с мартенситом появляются элементы исходной структуры — феррит и перлит.

Слой *3* представляет собой переходную зону с неоднородной структурой, которая формируется при нагревании металла ниже температуры точки A_{c1}. Слои *2* и *3* образуют зону термического влияния (ЗТВ), размеры которой, например, увеличиваются при увеличении мощности излучения, снижении скорости обработки и увеличении диаметра лазерного луча.

Исследования показали, что при превращениях формируются структуры с оптимальными свойствами. Достигаемое при этом увеличение износостойкости не всегда сопровождается повышением усталостной контактной прочности, а следовательно, и долговечности. Это обусловлено тем, что механизмы влияния лазерного упрочнения на износостойкость и усталостную контактную прочность существенно отличаются. Структурная неоднородность стали после лазерного упрочнения приводит к тому, что предел контактной выносливости изменяется не только по толщине, но и по ширине упрочненной полосы. Поэтому при циклическом контактном нагружении деталей, упрочненных лазером, следует учитывать возникновение как поверхностных, так и глубинных контактных напряжений, которые наиболее опасны, так как приводят к быстрому выходу деталей из строя. Наиболее опасными для возникновения глубинного контактного разрушения упрочненного лазером материала являются граница слоя или сердцевина металла, а также участки между лазерными дорожками или зоны их перекрытия при сплошной обработке поверхности.

В настоящее время теоретических исследований условий образования глубинных контактных разрушений упрочненных лазером деталей практически нет. Для изучения причин этих разрушений и разработки рекомендаций по повышению контактной прочности были проанализированы закономерности изменения эквивалентных касательных напряжений в зоне контакта и распределения пределов контактной выносливости при изменении расстояния от упрочненной поверхности до сердцевины основного металла зубьев. Задачу решали для случая контактного нагружения цилиндрических поверхностей.

Аппроксимацией экспериментальных зависимостей $H(z)$ получен закон изменения твердости по толщине лазерного слоя:

$$H = \frac{H_{\text{п}}}{\left(\frac{H_{\text{п}}}{H_{\text{с}}} - 1\right)\left(\frac{z}{\delta_{\text{с}}}\right)^4 + 1}.$$

Здесь $H_{\text{п}}$ и $H_{\text{с}}$ — твердости поверхности и сердцевины материала зубьев; $\delta_{\text{с}}$ — толщина упрочненного лазером слоя; z — расстояние от поверхности контакта.

Глубинная контактная прочность обеспечивается при условии $n_{\min} \geqslant [n]$, где $n_{\min}$ — коэффициент запаса, необходимый для предотвращения глубинных контактных разрушений; $[n]$ — допускаемый коэффициент запаса [2, 3]. Ввиду неоднородности свойств упрочненного лазером слоя коэффициент запаса представляет собой функцию $n(z)$, значение которой на расстоянии z от поверхности контакта определяется по разработанному авторами методу расчета на глубинную циклическую контактную прочность [2] и ГОСТ 21354—87 [3].

Основываясь на результатах теоретического анализа, была экспериментально исследована роликовая модель с имитацией условий нагружения подшипников качения и зубчатых колес трансмиссии трактора. Образцы из стали 25ХГТ подвергали лазерной термической обработке на разных режимах. Ширина одной лазерной дорожки на поверхности образца составляла 2÷5 мм, максимальная толщина упрочненного слоя $\delta_{\text{с max}} = 0{,}4 \div 0{,}8$ мм. Для сохранения качества упрочненного слоя рабочие поверхности шлифовали перед лазерной обработкой. Предварительную химико-термическую обработку (цементацию) выполняли на глубину 1,3÷1,5 мм, затем проводили закалку лазерным излучением.

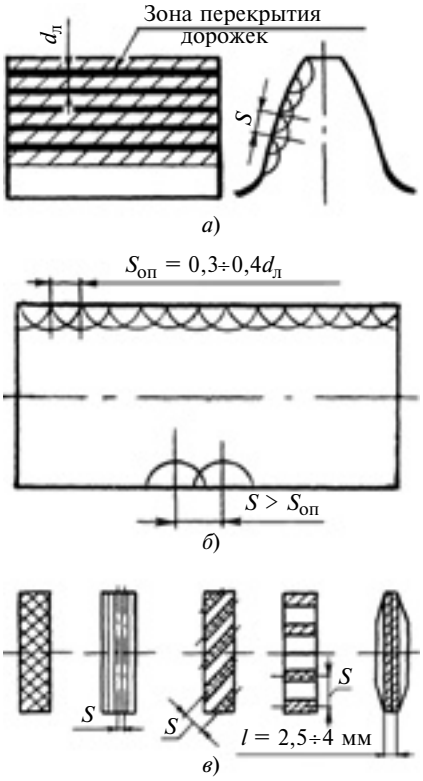


Рис. 3. Схемы расположения зон при лазерной обработке поверхностей зуба (*а*), обоймы подшипника (*б*) и ролика (*в*):
$d_л$ — диаметр луча лазера; l — ширина лазерной дорожки; S — расстояние между дорожками

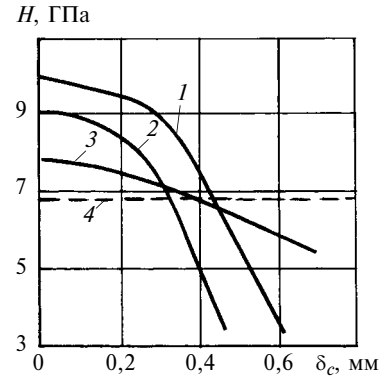


Рис. 4. Распределение микротвердости *H* по толщине δ/с упрочненных слоев, полученных разными способами:
1 — цементация, лазерная термическая обработка; *2* — нитроцементация с повышенным азотным потенциалом; *3* — нитроцементация, закалка, низкий отпуск; *4* — закалка ТВЧ

Расположение на образцах зон, обработанных лазером, схематично показано на рис. 3. Испытания образцов, прошедших лазерную обработку, проводили при напряжениях $\sigma_н$ = 1500÷2500 МПа на базе $3 \cdot 10^7$ циклов. Перед испытаниями и после них проводили металлографические и рентгеноструктурные исследования, а также измеряли микротвердость по толщине слоя и в зонах перекрытия лазерных дорожек. Расчеты глубинной контактной прочности, выполненные с учетом экспериментальных значений микротвердости, позволили определить зоны с минимальными значениями функции $n(z)$, которые в зависимости от условий испытаний находились в координатах $Z_{n\ min1}$ = 0,2÷0,3 мм или $Z_{n\ min1}$ = 0,5÷0,6 мм. Таким образом было установлено, что опасная зона располагается вблизи зоны действия наибольших касательных напряжений: $Z_{n\ min1} = Z_{max}$ или $Z_{n\ min2} > Z_{max}$.

На рис. 4 показаны распределения микротвердостей по толщинам слоев, обработанных лазером на разных режимах. Установлено, что при лазерном упрочнении (см. рис. 4, линия *1*) значительно (до 40 %) повышается микротвердость части упрочненного слоя, примыкающего к его внешней зоне (приблизительно до толщины 0,4÷0,5 мм). У предварительно закаленных образцов (см. рис. 4, линия *2*) наблюдается резкое снижение микротвердости по сравнению с исходной, а за пределами зоны лазерного воздействия микротвердость сохраняется на уровне исходной. Микротвердость образцов без предварительной закалки плавно снижается до микротвердости исходной структуры. Характер распределения микротвердости обусловлен микроструктурами, сформированными при локальной обработке лазерным излучением рабочих поверхностей.

После лазерного упрочнения структура предварительно закаленного материала имеет два—три участка с четкими границами (рис. 5). Микроструктура первого слоя с максимальной толщиной до 60 мкм и наибольшей микротвердостью H_{100} = 10 000 МПа состоит из скрытоигольчатого мартенсита, мелкодисперсных кар-

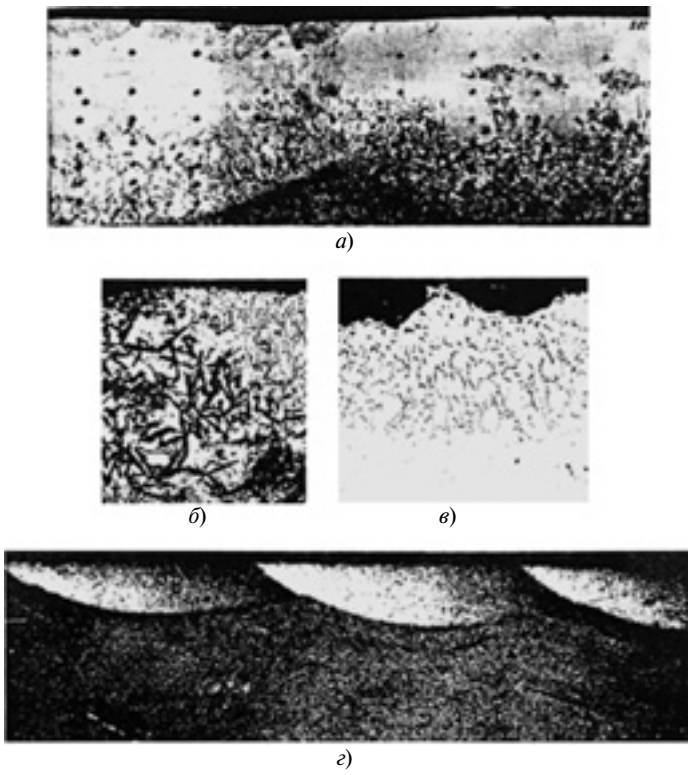


Рис. 5. Микроструктуры разных зон предварительно закаленной стали после лазерного упрочнения (*а*—*в*) и упрочнения по оптимальной технологии (*г*)

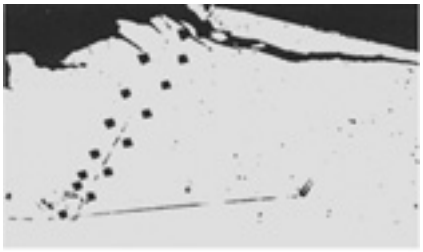
бидов и остаточного аустенита (до 30 %). При сильном травлении выявляется столбчато-дендритное строение зерен аустенита (см. рис. 5, *в*), что свидетельствует о кристаллизации из жидкого состояния. Рост главных осей дендритов вследствие большой скорости кристаллизации происходил в направлении, приблизительно перпендикулярном границе раздела микроструктурных зон, совпадающем с направлением теплоотвода. У поверхности на участках переходной зоны по краям лазерной дорожки наблюдался некоторый разворот осей параллельно поверхности.

Далее располагается зона, структура которой определяется предшествующей термической обработкой. Для цементованной (нитроцементованной) стали это мелкодисперсная мартенситно-аустенитная структура (H_{100} = 7800÷8300 МПа) с равномерно распределенными карбидами. При лазерной обработке происходит интенсивное растворение карбидов с одновременным увеличением концентрации углерода, а следовательно, и содержания остаточного аустенита.

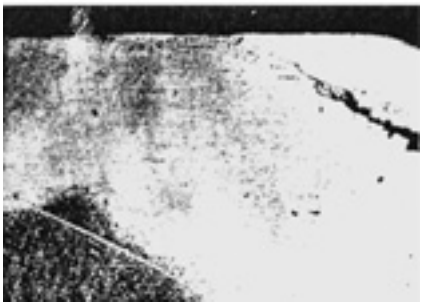
Третий участок — зона повышенной травимости с троостомартенситной структурой и микротвердостью 4100÷4200 МПа.

На границах упрочненных и неупрочненных участков, а также в зонах перекрытия дорожек структура мартенситная или сорбитообразная с перисто-игольчатыми зернами, ориентированными в направлении теплоотвода, ее твердость 4600 МПа.

Расчеты и испытания показали, что характеристики и расположение структурных зон, а также микротвердости отдельных участков предопределили характер контактных разрушений. Металлографические исследования выявили наличие как поверхностных, так и глубинных контактных разрушений. Причем глубина залегания подповерхностных трещин соответствовала рассчитанному положению зоны, наиболее опасной относительно глубинного усталостного разрушения. При высоких контактных нагрузках глубинные разрушения наблюдались на границе второго и третьего участков и располагались вблизи вертикальной оси симметрии лазерной дорожки или в зоне их перекрытия, что приводило к отслаиванию всего упрочненного слоя (рис. 6). Поверхностные контактные разрушения возникали в зонах термического влияния, расположенных на участках перекрытия лазерных дорожек или по их границам (обработка без перекрытия).



а)



б)

Рис. 6. Поверхностные (*а*) и глубинные (*б*) усталостные трещины после испытаний

Как и при испытаниях цементованных (нитроцементованных) колес, глубинные трещины распространялись параллельно поверхности, а поверхностные — под острым углом к ней.

В тех случаях контактного нагружения, когда зона с максимальными эквивалентными касательными напряжениями располагалась в первом или втором слое с мелкодисперсной мартенситно-аустенитной структурой с микротвердостью H_{100} > 8000 МПа, расчетный минимальный запас циклической прочности был наибольшим. Именно эти образцы по результатам испытаний имели высокую износостойкость и контактную прочность. Испытания выявили также преобладающее влияние на контактную усталостную прочность взаимного расположения лазерных дорожек на поверхности контакта, которое определяет характер распределения микротвердости по поверхности упрочненного слоя. Наибольшую сопротивляемость контактным нагрузкам имели образцы, поверхности которых были обработаны с оптимальным перекрытием лазерных дорожек. Металлографические исследования не выявили разрушения поверхностей этих образцов, в то время как после химико-термической обработки образцы были подвержены прогрессирующему выкрашиванию. Полученные результаты показали, что лазерное упрочнение может быть эффективным методом повышения контактной усталостной прочности только в том случае, если обеспечивается глубинная контактная прочность упрочненного слоя, а также поверхностная контактная прочность, которая определяется относительным расположением обработанных лазером участков на рабочей поверхности детали.

Необходимые параметры упрочненного слоя и предельные контактные напряжения можно определить с помощью расчетно-теоретической модели глубинного контактного разрушения поверхностно упрочненных деталей [2]. Исходя из физической модели контактного разрушения, высокую контактную прочность деталей, упрочненных лазером, можно объяснить особым структурным состоянием поверхностного слоя. Аустенитно-мартенситная структура, обладающая высокой дисперсностью, твердостью и пластичностью, устойчива к деформациям. Поэтому накопление упругопластических деформаций в локальных объемах

металла при циклическом контактном нагружении не приводит к необратимым структурным превращениям с образованием неустойчивых хрупких вторичных структур, например, неотпущенного мартенсита. Исследования поверхностного слоя после испытаний показали, что соотношение объемов структурных фаз и количество остаточного аустенита в нем после длительного нагружения практически не изменились. На повышение контактной прочности существенное влияние оказывают остаточные напряжения сжатия, возникающие в поверхностном слое, обусловленные высокой скоростью охлаждения металла.

Изучение кинетики изнашивания поверхностного упрочненного слоя с помощью профилограмм, полученных на разных этапах испытаний, позволило установить, что при определенном распределении структурных зон микротвердости поверхности контакта скорость изнашивания локальных участков, особенно в зонах перекрытия дорожек, отличается от скорости изнашивания остальной части упрочненной поверхности. При этом формируется оптимальный микрорельеф (микроволнистость) поверхности контакта, который характеризуется большими радиусами микронеровностей. Такой микрорельеф способствует созданию устойчивой упругогидродинамической масляной пленки, разделяющей поверхности контакта, что благоприятно сказывается как на распределении контактных напряжений, так и на условиях работы материала.

Поэтому в тех случаях, когда работоспособность деталей, например, зубчатых передач, лимитируется только износостойкостью профилей зубьев, лазерная обработка рабочих поверхностей наиболее эффективна. Это подтверждено испытаниями зубчатых колес шестеренных насосов. Однако применение лазерной обработки для тяжелонагруженных зубчатых колес ограничено глубинной контактной прочностью материала, расположенного на границе упрочненного слоя и исходной структуры.

Результаты исследований в каждом конкретном случае позволяют установить положение опасной зоны, и тем самым оптимизировать параметры и режимы лазерного упрочнения, а также определить область его применения для деталей, работающих в условиях высокого изнашивания и контактных нагрузок.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Григорьянц А. Г.** Основы лазерной обработки материалов. М.: Машиностроение, 1989. 304 с.

2. **Тескер Е. И.** Современные методы расчета и повышения несущей способности поверхностно-упрочненных зубчатых передач трансмиссий и приводов. М.: Машиностроение, 2011. 434 с.

3. **ГОСТ 21354—87.** Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные внешнего зацепления. М.: Изд-во стандартов, 1987, 52 с.

УДК 621.8

А. М. РУБИН, канд. техн. наук (г. Москва), e-mail: bone-1@mail.ru

Расчетная модель радиального подшипника при распределении нагрузки по телам качения

Предложена математическая модель нагружения подшипника вертикальной силой, приложенной в центре вала, при равномерном распределении контактного усилия по телам качения.

Ключевые слова: подшипник, тела качения, нагрузка, распределение.

The mathematical model of bearing loading by vertical force, apllied in the center of the shaft, at uniform distribution of contact force on rolling bodies is suggested.

Keywords: bearing, rolling elements, load, distribution.

Численный метод решения контактной задачи подшипников качения, позволяющий учитывать их посадку и профиль контактирующих поверхностей, рассмотрен в работе [1]. На примере тестовых задач изучали условное закрепление группы элементов, находящихся в контакте. При нагружении подшипника вертикальной силой P, приложенной к валу, некоторые из тел качения могут выйти из контакта. Решение задачи для тел качения, распределенных по всему периметру кругового цилиндра (вала), связано с возможностью появления отрицательных контактных усилий, которые исключались методом попыток [2].

В работе [3] показано, что радиальная нагрузка воспринимается телами качения в зоне, ограниченной дугой не более 180° (при отсутствии натяга между кольцами и телами качения). Наибольшая нагрузка от действия вертикальной силы приходится на

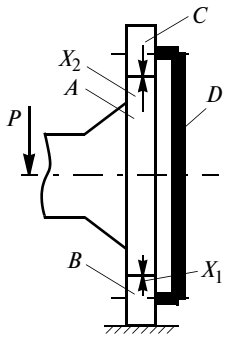


Рис. 1

нижнее тело качения, при этом верхние тела устанавливаются с радиальным зазором.

Рассмотрим возможность равномерного распределения нагрузки по телам качения, что может представлять интерес применительно к тяжелонагруженным подшипникам, например, ходовых колес грузоподъемных и транспортных машин. Такие подшипники подвержены действию нагрузок при отсутствии вращения. Воспользуемся стержневым аналогом расчетной схемы, не рассматривая разделение местных и общих полей напряжений.

Распределение нагрузки между диаметрально расположенными роликами *C* и *B* (рис. 1) рассмотрим на условной стержневой модели подшипника (боковая проекция) при приложении нагрузки *P* в центре *A* вала. Нижний ролик *B* установлен на неподвижной жесткой опоре — наружное кольцо подшипника, верхний ролик *C* под нагрузкой установлен с зазором относительно наружного кольца. Между осями роликов *C* и *B* по боковой поверхности подшипника установлен жесткий стержень *D*. Если эта связь принимается абсолютно жесткой, то податливость $\Delta = 0$, в противном случае $\Delta \neq 0$. Таким образом, смещению оси ролика *B* под действием вала соответствует определенное смещение оси ролика *C*.

Введем условную заделку *A* в центре вала и обозначим ее смещение по вертикальной оси $X^{\delta(A)}$. Система разрешающих уравнений с учетом зависимости вертикального смещения $X^{\delta(C)}$ ролика *C* от смещения $X^{\delta(A)}$ заделки *A* принимает вид:

$$\begin{cases} W_{11}X_1 + X^{\delta(A)} = 0; \\ W_{22}X_2 + X^{\delta(C)} = 0; \\ X_1 + X_2 = P; \\ X^{\delta(C)} = X^{\delta(A)} - \Delta, \end{cases}$$

где X_i — контактные силы; $W_{11} = W_A + W_B$ и $W_{22} = W_C + W_A$ — совместные единичные перемещения вала и роликов.

Область действительных значений $X^{\delta(A)} \geqslant X^{\delta(C)} \geqslant 0$.

При $W_{11} = W_{22}$ и условии $\Delta = 0$ контактные усилия диаметрально расположенных элементов расчетной схемы будут равны, т. е. $X_1 = X_2$.

Приведенная конструкция наиболее эффективна при распределении силы *P* для наиболее нагруженной пары роликов, расположенной по вертикали.

Рассмотрим распределение нагрузки по всем роликам подшипника, которые закреплены автономно относительно центрального вала на стойках платформы и вращаются только относительно своей оси (рис. 2). Такая конструкция допускает регулирование радиальных перемещений роликов в прорезях стойки с натягом или зазором относительно оси центрального вала с помощью выдвижных упоров. При выдвижении упоров зазоры в контактах верхних роликов устраняются, в результате чего появляются реактивные силы X_2 и X_3.

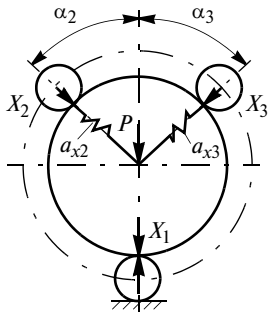


Рис. 2

Для условного стержневого аналога конструкции подшипника из трех роликов при равномерной контактной нагрузке система разрешающих уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} W_{11}X_1 + X^{\delta(A)} = 0; \\ W_{22}X_2 + X^{\delta(A)}\cos\alpha_2 = a_{x2}; \\ W_{33}X_3 + X^{\delta(A)}\cos\alpha_3 = a_{x3}; \\ X_1 - X_2\cos\alpha_2 - X_3\cos\alpha_3 = P, \end{cases} \quad (1)$$

Из уравнений (1) при условии равенства контактных усилий $X_1 = X_2 = X_3$ можно определить натяги a_{x2} и a_{x3} верхних роликов.

Таким образом показано, что выравнивание контактной нагрузки требует введение дополнительных натягов первоначально незагруженных тел качения.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Рубин А. М.** Численное решение контактной задачи подшипников качения // Проблемы машиностроения и надежности машин. 1998. № 2. С. 60—65.

2. **Рабинович И. М.** Вопросы теории статического расчета сооружений с односторонними связями. М.: Стройиздат, 1975. 145 с.

3. **Биргер А. И., Шор В. Ф., Иосилевич Г. Б.** Расчет на прочность деталей машин: Справочник. М.: Машиностроение, 1979. 702 с.

УДК 621.833.1

А. Ф. МАМЕДОВ, канд. техн. наук (Азербайджанский архитектурно-строительный университет, г. Баку),
e-mail: www.a_mamedov37@mail.ru

Расчет шпоночного соединения

Предложен метод определения сил, действующих на шпонку и поверхности контакта вала и ступицы.

Ключевые слова: шпонка, вал, ступица, контактное давление.

The method of definition of forces, acting on a dowel and contact surfaces of a shaft and a hub, is suggested.

Keywords: dowel, shaft, hub, contact pressure.

Шпоночные соединение широко применяются в машиностроении для передачи вращающего момента [1, 2]. В существующих методах расчета этих соединений сила, действующая на шпонку, определяется недостаточно корректно. Исходя из этого, рассмотрим определение силы, действующей на шпонку, и силы, действующей в контакте вала со ступицей (рис. 1).

При передаче вращающего момента под действием силы P ступица *1* поворачивается на небольшую величину относительно вала *2*, чему препятствует шпонка *3*. При исследовании относительных перемещений вала и ступицы под действием силы P будем считать, что ступица совершает небольшой поворот (вращение) относительно шпонки как некоторого цилиндрического шарнира, который можно рассматривать как плоскопараллельное перемещение. Тогда в соответствии с кинематикой плоскопараллельного движения, рассматривая поперечное сечение ступицы как плоскую фигуру, данное перемещение можно заменить эквивалентной ему суммой двух перемещений: поступательного перемещения центра сечения ступицы и поворота относительно этого центра, который не приводит к силовому контакту между валом и ступицей. Перемещение центра ступицы относительно вала неизбежно приводит к их контакту, и совершается оно перпендикулярно к прямой, соединяющей центр ступицы со шпонкой, т. е. к радиусу вращения. Силовой контакт между валом и ступицей происходит на этой же прямой. Тогда межу радиусами, соединяющими центр O с центром B шпонки и с точкой C контакта вала со ступицей, образуется прямой угол (см. рис. 1). Для упрощения решения задачи считаем, что зазор в паре вал—ступица достаточно большой, а контакт точечный. На шпоночное соединение (см. рис. 1) действует плоская произвольная система сил, определяемая условиями равновесия:

$$P\sin\alpha - Q_x - N\sin(\varphi - 90) + fN\cos(\varphi - 90) = 0; \quad (1)$$

$$-P\cos\alpha - Q_y - N\cos(\varphi - 90) - fN\sin(\varphi - 90) = 0; \quad (2)$$

$$-PR\sin\alpha + fNr - Q_x r\cos(180 - \varphi) + Q_y r\sin(180 - \varphi) = 0. \quad (3)$$

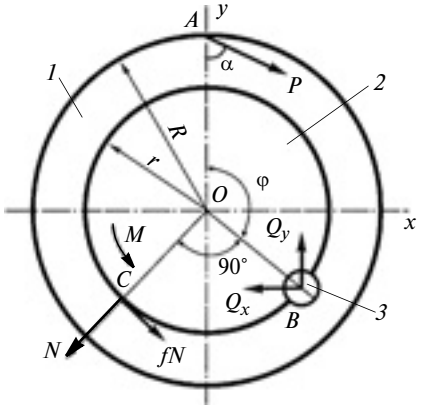


Рис. 1

Здесь φ — угол поворота вала; N — нормальная контактная сила между валом и ступицей; Q_x и Q_y — составляющие силы Q, действующей на шпонку; f — коэффициент трения в контакте вала со ступицей; R — расстояние от точки приложения силы P до оси вала; r — радиус вала.

При постоянной угловой скорости вала условие его равновесия имеет вид:

$$M - fNr + Q_x r\cos(180 - \varphi) - Q_y r\sin(180 - \varphi) = 0. \quad (4)$$

Из уравнений (3) и (4) находим:

$$P = M/R\sin\alpha. \quad (5)$$

Учитывая, что $\mathrm{tg}\beta = f$, из уравнений (1) и (2) определим:

$$Q_x = P\sin\alpha + N\frac{\cos(\varphi - \beta)}{\cos\beta}; \quad (6)$$

$$Q_y = P\cos\alpha + N\frac{\sin(\varphi - \beta)}{\cos\beta}, \quad (7)$$

где β — угол трения.

Из уравнения (3) с учетом равенств (5)—(7) определим:

$$N = M\left[\frac{1}{r} - \frac{\sin(\alpha + \varphi)}{R\sin\alpha}\right]. \quad (8)$$

Далее из формул (6) и (7) с учетом равенства (8) определим составляющие силы Q, действующей на шпонку:

$$Q_x = M\left\{\frac{1}{R} + \left[\frac{1}{r} - \frac{\sin(\alpha + \varphi)}{R\sin\alpha}\right]\frac{\cos(\alpha - \beta)}{\cos\beta}\right\}; \quad (9)$$

$$Q_y = M\left\{\frac{1}{R\mathrm{tg}\alpha} + \left[\frac{1}{r} - \frac{\sin(\alpha + \varphi)}{R\sin\alpha}\right]\frac{\cos(\alpha - \beta)}{\cos\beta}\right\}. \quad (10)$$

Силу Q, действующую на шпонку, найдем по формуле $Q = \sqrt{Q_x^2 + Q_y^2}$, а направление ее действия — по формуле $\mathrm{tg}\gamma = Q_x/Q_y$.

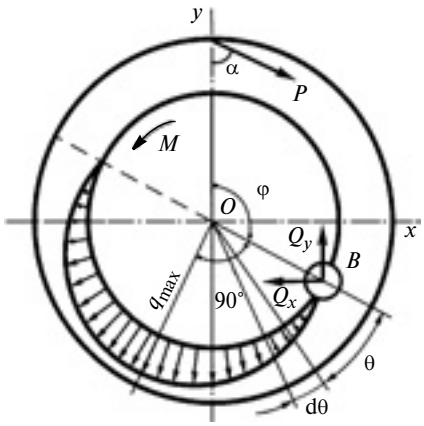


Рис. 2

Рассмотрим также вариант соединения, в котором зазор между валом и ступицей равен нулю (рис. 2). В этом случае при нагружении соединения давление на контактных поверхностях распределяется по закону [3] $q = q_{max}\sin\theta$, где q — контактное давление в произвольной точке; q_{max} — максимальное контактное давление; θ — угол между радиусами, проходящими через точку B и выбранную контактную точку.

Для данного случая условия равновесия соединения:

$$P\sin\alpha - Q_x - \sin(\varphi - 90) \times \int_0^{\pi} q_{max} r \sin\theta d\theta + f\cos(\varphi - 90) \times \int_0^{\pi} q_{max} r \sin\theta d\theta = 0; \quad (11)$$

$$-P\cos\alpha + Q_y - \cos(\varphi - 90) \times \int_0^{\pi} q_{max} r \sin\theta d\theta - f\sin(\varphi - 90) \times \int_0^{\pi} q_{max} r \sin\theta d\theta = 0; \quad (12)$$

$$-PR\sin\alpha + fr\int_0^{\pi} q_{max} r \sin\theta d\theta - Q_x r\cos(180 - \theta) + Q_y r\sin(180 - \varphi) = 0. \quad (13)$$

Условие равновесия вала при его постоянной угловой скорости:

$$M - fr\int_0^{\pi} q_{max} r \sin\theta d\theta + Q_x r\cos(180 - \varphi) - Q_y r\sin(180 - \varphi) = 0. \quad (14)$$

Решение интеграла в уравнениях (11)—(14) будет:

$$N = 2q_{max} r. \quad (15)$$

После совместного решения уравнений (14) и (15) получим формулу (5).

После решения уравнений (11)—(13) определим

$$q_{max} = \frac{M}{2r}\left[\frac{1}{r} - \frac{\sin(\alpha + \varphi)}{R\sin\alpha}\right],$$

значения составляющих Q_x и Q_y при этом будут такими же, как в формулах (9) и (10).

На рис. 3 показано изменение силы, действующей на шпонку, от угла поворота при следующих данных: $R = 100$ мм; $r = 20$ мм; $\alpha = 20°$; $f = 0{,}1$. В течение каждого оборота вала сила Q принимает максимальное значение при $\varphi = 280°$ и минимальное при $\varphi = 200°$, что необходимо учитывать при расчете шпоночного соединения.

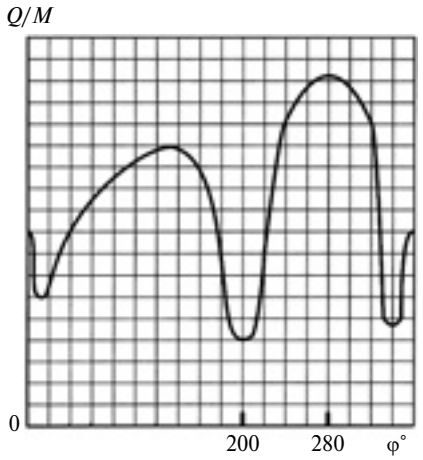


Рис. 3

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Кудрявцев В. Н.** Детали машин. Л.: Машиностроение, 1980. 575 с.

2. **Бандаков Б. Ф.** Расчет и проектирование зубчатых и червячных передач. М.: МГИУ, 2006. 147 с.

3. **Левина З. М., Решетов Д. Н.** Контактная жесткость машин. М.: Машиностроение, 1971. 575 с.

4. **Мамедов А. Ф., Джафаров А. Ш.** К расчету мальтийского креста, соединенного с валом с натягом // Вестник машиностроения. 1989. № 1. С. 22, 23.

ВНИМАНИЮ ПОДПИСЧИКОВ ЖУРНАЛА "ВЕСТНИК МАШИНОСТРОЕНИЯ"

Подписка на журнал принимается по каталогам:

"Роспечать" — индекс **70120**;
"Пресса России" — индекс **27841**;
"Почта России" — индекс **60264**.

Цикл статей
"Проблемы трибологии — трения, изнашивания и смазки"
(под общей редакцией академика Российской инженерной академии и академии космонавтики, д-ра техн. наук Ю. Н. Дроздова)

УДК 621.039.534

А. В. БЕЗНОСОВ, д-р техн. наук (Нижегородский ГТУ им. Р. Е. Алексеева), Ю. Н. ДРОЗДОВ, д-р техн. наук (ИМАШ им. А. А. Благонравова РАН), М. А. АНТОНЕНКОВ, Т. А. БОКОВА, канд. техн. наук, А. В. ЛЬВОВ (Нижегородский ГТУ им. Р. Е. Алексеева), В. В. ЛЕМЕХОВ (Научно-исследовательский и конструкторский институт энерготехники, г. Москва), e-mail: beznosov@nntu.nnov.ru

Экспериментальное исследование проточной части модели осевого главного циркуляционного насоса реакторной установки с тяжелым жидкометаллическим теплоносителем[1]

Представлены результаты экспериментальных и расчетно-теоретических работ, направленных на создание обоснованных конструкций проточной части и гидростатических опор скольжения главных циркуляционных насосов реакторов на быстрых нейтронах, охлаждаемых свинцовым теплоносителем.

Ключевые слова: реактор, быстрые нейтроны, тяжелый жидкометаллический теплоноситель, главный циркуляционный насос, осевой насос, колесо, гидростатический подшипник, подшипник скольжения.

The results of experimental and calculative theoretical investigations, oriented to creation of substantiated structures of air-gas channels and hydrostatic sliding bearings of main circulating pumps on fast neutrons, cooled by lead coolant, are presented.

Keywords: reactor, fast neutrons, heavy liquid-metal coolant, main circulating pump, axial-flow pump, wheel, hydrostatic bearing, slide bearing.

В России ведутся работы по созданию реакторной установки (РУ) на быстрых нейтронах со свинцовым теплоносителем БРЕСТ-ОД-300. В качестве циркулятора теплоносителя реакторного контура предлагается использовать насосные агрегаты осевого типа. На сегодняшний день нет опыта проектирования и эксплуатации осевых насосов реакторных установок со свинцовым теплоносителем. Проблемными узлами в данных насосах являются проточная часть и нижний подшипниковый узел, работающий в перекачиваемой среде.

В Нижегородском ГТУ разработан стенд ФТ-4А-НГТУ для проведения исследовательских испытаний моделей проточной части и подшипникового узла главного циркуляционного насоса (ГЦН) РУ БРЕСТ-ОД-300, проведены его испытания.

В подшипниках ГЦН реакторов на быстрых нейтронах с жидкометаллическими теплоносителями (ЖМТ) применение традиционных смазочных материалов невозможно из-за высоких температур и недопустимости контакта теплоносителя с органическими соединениями. Единственной средой, в которой может работать данный подшипник, является перекачиваемый теплоноситель. Особенности свинцового теплоносителя: не смачивает рабочие поверхности подшипников скольжения, так как из-за слабой адгезии теплоноситель не удерживается в зазорах между контактными поверхностями при тангенциальных нагрузках; малая вязкость, приводящая к неработоспособности гидродинамических подшипников в тяжелом ЖМТ (ТЖМТ). Эти особенности не позволяют использовать свинцовый теплоноситель как традиционный смазочный материал, однако он эффективно отводит теплоту, выделяющуюся при трении контактных пар. Антифрикционные свойства формируемых на поверхностях реакторного контура, в том числе и на контактных поверхностях ГЦН, оксидных защитных покрытий улучшают работу контактных пар.

Цель данной работы — разработка методики расчета и рекомендаций по созданию оптимальных конструкций проточной части и подшипников скольжения ГЦН, перекачивающих высокотемпературный расплав свинцового теплоносителя для реакторного контура, экспериментальное и расчетно-теоретическое обоснование их работоспособности.

Испытывали конструкцию гидростатического подшипника (ГСП), обоснованную в работах [1, 2]. В корпусе *9* (рис. 1) устанавливали съемную часть (рис. 2) и уплотняли крышку *10* (см. рис. 1) про-

[1] Работа проводилась в рамках ФЦП "Ядерные энерготехнологии нового поколения на 2010—2015 гг. и перспективу до 2020 г." при поддержке Министерства образования и науки РФ, соглашение 14B37.21.0472.

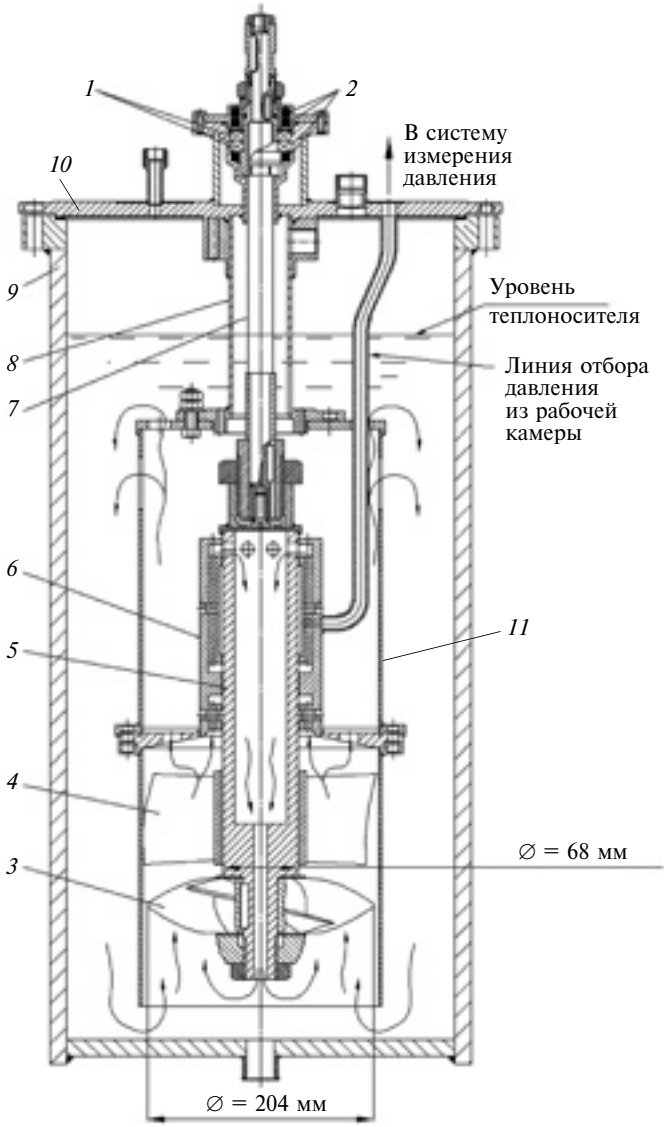


Рис. 1. Схема камерного ГСП с взаимообратным щелевым дросселированием:
1 — узел уплотнения по газу; *2* — верхний подшипниковый узел; *3* — осевое колесо; *4* — выпрямляющий аппарат; *5* — имитатор вала ГЦН; *6* — корпус подшипника с взаимообратным щелевым дросселированием; *7* — вал; *8* — кронштейн; *9* — корпус съемной части; *10* — крышка; *11* — напорная камера

кладкой. На валу *7*, соединенном через муфту с асинхронным двигателем, устанавливали: узел *1* уплотнения по газу; верхний подшипниковый узел *2* с шарикоподшипником; корпус *6* гидростатического подшипника; имитатор *5* вала ГЦН; выпрямляющий аппарат *4*; осевое рабочее колесо *3*, закрепленное с помощью гайки.

К крышке *10* приварен кронштейн *8* с напорной камерой *11* насоса с верхними отверстиями, боковыми окнами и перфорированным днищем, в котором отверстия соединяют напорную камеру и выход осевого насоса. В имитаторе вала ГЦН и вале рабочего колеса и выпрямляющего аппарата имеется центральное отверстие для прохода свинцового теплоносителя. Наружный диаметр рабочего колеса с четырьмя лопатками составлял 204,0 мм. Для испытаний в экстремальных условиях в качестве материала с неоптимальными характеристиками для работы с высокотемпературным свинцовым теплоносителем была выбрана сталь Ст3. Выпрямляющий аппарат с шестью лопатками с внешним диаметром 204,0 мм выполняли из стали 12Х18Н10Т.

Гидростатический подшипник с взаимообратным щелевым дросселированием разработан на основании экспериментальных исследований [1, 2]. Рабочее колесо и выпрямляющий аппарат моделировали проточную часть ГЦН РУ БРЕСТ-ОД-300 в масштабе 1:3. В корпусе устанавливали датчик термодинамической активности кислорода в свинце ГНЦ РФ ФЭИ.

К установке подключали: газовую систему с подсистемой регулирования содержания кислорода в свинце (см. рис. 1), систему измерения давления в камере гидростатического подшипника, дренажный бак свинцового теплоносителя.

В состав стенда входили: контур свинцового теплоносителя; система газа; система электроэнергоснабжения; система управления и регулирования параметров стенда; система сбора и обработки информации. Все элементы контура свинцового теплоносителя имели электрообогрев и теплоизоляцию.

Циркуляцию теплоносителя в контуре свинцового теплоносителя осуществляли следующим образом. После рабочего и выпрямляющего аппарата основной поток теплоносителя через дросселирующие отверстия поступал в напорную камеру. Через боковые окна напорной камеры поток теплоносителя направлялся в опускной участок и далее на вход в рабочее колесо насоса. Примерно 0,1÷0,5 %

Рис. 2. Съемная часть (вид снизу)

Рис. 3. Осевое колесо

Рис. 4. Выпрямляющий аппарат (без чехла) после испытаний при $a = 10^{-5} \div 10^{-4}$

(расчет) расхода свинцового теплоносителя после выпрямляющего аппарата поступали в гидростатический подшипник и направлялись в центральную полость имитатора вала ГЦН, далее через отверстие в валу рабочего колеса — на вход в рабочее колесо, где смешивались основной поток и поток через гидростатический подшипник.

Условия испытаний: температура теплоносителя 450÷550 °С; частота вращения вала насоса $n = 300 \div 1200$ мин$^{-1}$; расчетный максимальный расход свинцового теплоносителя 100 м^3/ч; напор насоса ≈1,0 м. ст. свинца; термодинамическая активность кислорода в свинце от 10^{-5} до насыщения с твердой фазой оксидов теплоносителя в потоке. Из-за отсутствия отвода теплоты, адиабатически вводимой насосом в контур, испытания проводили в циклическом режиме. Время цикла адиабатического нагревания с 450 до 550 °С при $n = 1200$ мин$^{-1}$ составляло 0,75 ч, а охлаждения (с 550 до 450 °С) — 1,67 ч. При активности кислорода в свинце $a = 10^{-1} \div 10^{0}$ с твердой фазой оксидов теплоносителя осуществлялось 30 циклов, при $a = 10^{-5} \div 10^{-4}$ также 30 циклов, общее число — 60 циклов, продолжительность испытаний 80 ч.

При испытаниях фиксировали динамические нагрузки и вибрацию установки, которая обусловлена особенностью гидродинамики контура циркуляции.

Исследование установки показало следующее: имел место заброс свинца в зазор между валом и штуцером крышки; на рабочем колесе (рис. 3) и выпрямляющем аппарате (рис. 4) следов эрозии не обнаружено. Поверхность лопаток имела темный цвет, характерный для сформированных оксидных покрытий, и следы свинцового теплоносителя, легко удаляемые механически.

На контактных поверхностях гидростатического подшипника эрозия и другие виды изнашивания отсутствовали. Поверхности контактной пары имели темный цвет, характерный для сформированных оксидных защитных покрытий. Были выполнены поперечный разрез и материаловедческий анализ шлифов (рис. 5, см. обложку). На шлифах видны оксидные покрытия толщиной 20÷50 мкм на контактных поверхностях стали 40Х13.

Испытания гидростатического подшипника показали следующее.

1. При одинаковой частоте вращения осевого колеса гидравлическое сопротивление свинцового потока в кольцевом зазоре между имитатором вала ГЦН и корпусом подшипника на разных этапах эксперимента различно при разной термодинамической активности кислорода в свинце ($a = 10^{\circ}$ и 10^{-3}) (рис. 6). При этом числа Рейнольдса отличались в 2 раза. При разной термодинамической активности кислорода результаты испытаний практически совпадают.

2. После экспериментов в цикле пуск и останов в среде высокотемпературного ТЖМТ на контактных поверхностях гидростатического подшипника следы изнашивания отсутствовали, что указывает на антифрикционные свойства защитных оксидных покрытий и пристенного слоя.

3. При испытаниях ГСП в среде ТЖМТ при $a = 10^{0}$ и 10^{-3} имела место разница грузоподъемностей G подшипника на одну камеру (рис. 7).

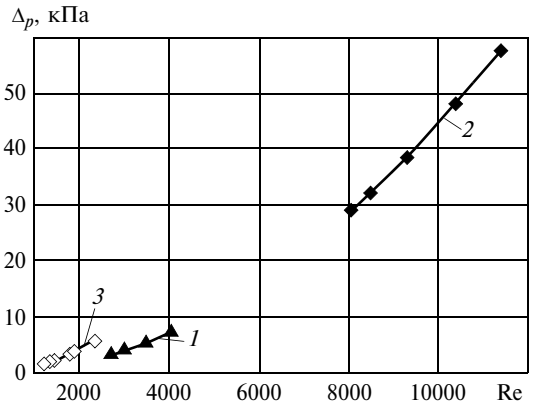


Рис. 6. Зависимости изменения разницы давлений Δp от числа Re Рейнольдса при $a = 10^{0}$ (*1*); 10^{-3} (*2*) и для воды (*3*)

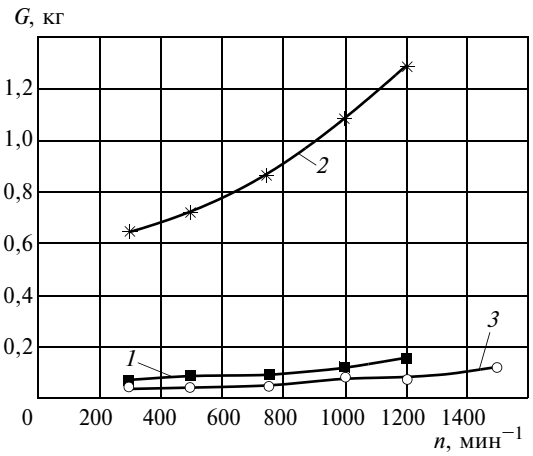


Рис. 7. Зависимости изменения грузоподъемности G ГСП на одну камеру от частоты n вращения вала при $a = 10^{0}$ (*1*); 10^{-3} (*2*) и для воды (3) (диаметр вала 68 мм)

УДК 621.43

Н. К. САНАЕВ, канд. техн. наук (Дагестанский ГТУ, г. Махачкала),
e-mail: nurik909@mail.ru

Экспериментальное моделирование режимов раскатывания, направленное на повышение износостойкости цилиндропоршневой группы судовых малоразмерных дизелей

Приведены результаты по оптимизации эксплуатационных показателей втулок дизеля 4Ч8,5/11 методом математического планирования. С целью повышения их износостойкости предложено в качестве финишной обработки использовать раскатывание специальным роликовым раскатником вместо хонингования.

Ключевые слова: пластическое деформирование, раскатывание, математическое планирование, микротвердость.

The results of optimization of operating characteristics of "4Ч8.5/11 diesel bushings by mathematical programming method are presented. To increase their wear resistance it is suggested to apply rolling by special roll burnisher as finishing instead of honing.

Keywords: plastic deformation, rolling , mathematical programming, microhardness.

Анализ основных деталей двигателей внутреннего сгорания показал, что наименьшую износостойкость имеют детали цилиндропоршневой группы (ЦПГ), в частности соединение "цилиндровая втулка—компрессионные кольца". Технические требования на изготовление цилиндровой втулки судового малоразмерного дизеля 4Ч8,5/11 устанавливают параметр шероховатости внутренней поверхности Ra = 0,20÷0,16 мкм, который достигается финишной операцией, т. е. хонингованием.

При работе данной пары трения важна не только шероховатость поверхности, но и направление микронеровностей, которые возникают при хонинговании и создают пересекающуюся фактуру, что способствует удержанию масла и повышает износостойкость контактирующих поверхностей.

Однако ввиду большой разницы площадей контактирующих поверхностей (более чем в 25 раз) данную фактуру предпочтительно минимизировать. Этого можно добиться оптимизацией процесса финишной обработки, что также будет способствовать сокращению времени приработки. Для этого была предложена следующая финишная обработка внутренней поверхности втулки.

(Окончание статьи. Начало см. на стр. 53)

4. Недостатком подшипника с взаимообратным щелевым дросселированием является забивание на аварийных режимах эксплуатации (например при микротечи парогенератора) твердой фазой оксидов теплоносителя винтовой канавки, соединяющей регулировочную и рабочую камеры.

Таким образом, подтверждены работоспособность модели осевого ГЦН РУ БРЕСТ-ОД-300, отсутствие кавитационного эрозионного изнашивания лопаток в циклическом режиме (60 циклов) в течение 45 ч в свинцовом теплоносителе при температуре 450÷550 °С, окружной скорости 12,8 м/с, давлении на всасывании в рабочее колесо 49033,3÷78453,2 Па и $a = 10^{-5} \div 10^{-3}$. Также подтверждена работоспособность гидростатического подшипника с взаимообратным щелевым дросселированием в свинцовом теплоносителе при температуре 450÷550 °С, частоте вращения вала 300÷1200 мин$^{-1}$ и многочисленных пусках и остановах (60 циклов) модели ГЦН при значительных вибрациях и динамических нагрузках на вал с гидростатическим подшипником и рабочим осевым колесом.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Экспериментальное** исследование гидродинамики дросселей в потоке свинцового теплоносителя и воды / А. В. Безносов, М. А. Антоненков, Т. А. Бокова и др. // Изв. вузов. Ядерная энергетика. 2011. № 2. С. 3.

2. **Экспериментальное** исследование гидродинамики течения свинцового теплоносителя и воды через экспериментальный участок "дроссель—кольцевой зазор" / А. В. Безносов, М. А. Антоненков, Т. А. Бокова и др. // Изв. вузов. Ядерная энергетика. 2012. № 2.

3. **Синев Н. М., Удовиченко П. М.** Бессальниковые водяные насосы. М.: Атомиздат, 1972. 494 с.

4. **Безносов А. В., Драгунов Ю. Г., Рачков В. И.** Тяжелые жидкометаллические теплоносители в атомной энергетике, М.: ИздАТ. 2006. 370 с.

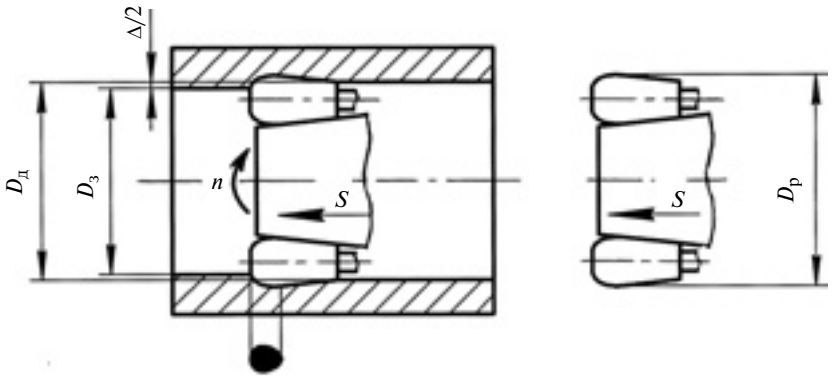


Рис. 1. Схема раскатывания отверстия

Предварительная операция, предшествующая финишной обработке, т. е. раскатыванию, выполняется на токарном станке 16К20. Обрабатывали втулки из чугуна СЧ25 ГОСТ 1812—85 длиной $L = 210$ мм с внутренним диаметром 85 мм. Режим резания: подача $S = 0{,}35$ мм/об, глубина резания $t = 0{,}4 \div 0{,}5$ мм, скорость $\upsilon = 65$ м/мин. Данный режим обработки обеспечивал шероховатость поверхности с увеличенным радиусом скругления в основании впадин профилограммы, что для последующей обработки пластическим деформированием предпочтительно, так как при обработке чугуна со сжимающими нагрузками его пластические свойства проявляются в большей степени.

В качестве режущего инструмента использовали расточной резец высокой жесткости, конструкцию которого разработал В. К. Семинский [1]. Это резец со скрученной державкой квадратного сечения по всей длине, при этом в рабочей части сечение повернуто на угол 35÷45° относительно опорной части. При обработке в цанговом патроне шероховатость обработанной поверхности соответствовала 5—6 классу.

Окончательную операцию обработки внутренней поверхности втулки — пластическое деформирование, проводили специальным раскатником с деформирующими элементами, выполненными в виде конических роликов с углом конусности $\alpha_д$ (рис. 1). Калеобразная форма роликов исключала появление на обрабатываемой поверхности следов подачи [2, 3].

Конструкция раскатника позволяет выводить ролики из соприкосновения с обрабатываемой поверхностью отжатием пружины. Раскатку внутренней поверхности втулки осуществляли с одной установки после растачивания.

Для оптимизации режимов раскатывания выполнено экспериментальное моделирование по программе центрального композиционного рототабельного планирования второго порядка. Эксперименты были рандомизированы во времени по таблицам случайных чисел. Данный метод математического планирования существенно ускоряет решение оптимизационных задач.

Так как за критерий оптимальности принята ортогональность плана, то необходимо убедиться, что принятый план эксперимента — рототабельный. Условия рототабельности:

$$0 < \lambda = \frac{k(n_0 + n_п)}{(k+2)n_п} < 1. \qquad (1)$$

Здесь $k = 3$ —число факторов; $n_0 = 6$ — число точек в центре плана; $n_п = n_э + n_с = 14$ — число периферийных точек, где $n_э = 8$ — число опытов в полном факторном эксперименте; $n_с = 6$ — число звездных точек (рис. 2).

По формуле (1) получим $\lambda = 60/70 < 1$, т. е. данный план эксперимента — рототабельный. Уровни факторов, интервалы варьирования и оптимизируемые параметры в кодированном виде представлены в табл. 1.

Зависимость $Ra = f(i, S, n)$, где i — натяг, S — подача, n — частота вращения заготовки, аппроксимировали полиномом

$$y = b_0 + b_1x + b_2x + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_1x_1^2 + b_{22}x_2^2 + b_{33}x_3^2. \qquad (2)$$

В табл. 2 приведены экспериментальные значения шероховатостей поверхностей, обработанных на заданных режимах.

Коэффициенты уравнения регрессии (2) и ошибку их определения рассчитывали по формулам [3]:

$$\left.\begin{aligned} b_{ij} &= \frac{c^2}{N\lambda}\sum_{j=1}^{N} x_{ij}x_{ij}y_j; \\ b_{ii} &= \frac{A}{N}\Big(C^2[(k+2)\lambda - k] \times \\ &\times \sum_{j=1}^{N} x_{ij}^2 y_i + C^2(1-\lambda) \times \\ &\times \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{N} x_{ij}^2 y_j - 2\lambda C \sum_{j=1}^{N} y_j\Big). \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Здесь $A = \dfrac{1}{2\lambda[(k+2)\lambda - k]}$;

$C = \dfrac{N}{\sum\limits_{j=1}^{N} x_{ij}^2}$; $\lambda = \dfrac{k(n_0 + n_п)}{(k+2)n_п}$;

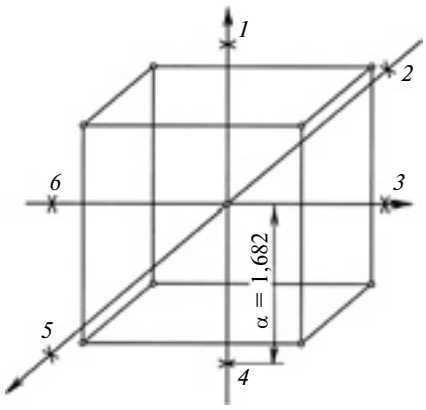


Рис. 2. Схема центрального композиционного планирования в трехфакторном пространстве

Таблица 1

Значения и кодовые обозначения интервалов варьирования оптимизируемых параметров

Фактор	Кодовые обозначения	Натуральные значения		
	x_1; x_2; x_3	i, мм	S, мм/об	n, мин$^{-1}$
Уровень:				
основной	0	0,20	0,30	150
верхний	+1	0,30	0,40	200
нижний	−1	0,10	0,20	100
Интервал варьирования	1	0,10	0,10	50
Звездные точки (−)	−1,682	0,25	0,15	250
Звездные точки (+)	+1,682	0,05	0,45	50

Таблица 2

Данные, полученные экспериментально по ротабельному плану

Номер опыта	x_0	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	x_1^2	x_2^2	x_3^2	y_z
Полный факторный эксперимент											
1	+	−	−	−	+	+	+	+	+	+	1,798
2	+	+	−	−	−	−	+	+	+	+	2,124
3	+	-	+	−	−	+	−	+	+	+	2,768
4	+	+	+	−	+	−	−	+	+	+	3,392
5	+	−	−	+	+	−	−	+	+	+	1,905
6	+	+	−	+	−	+	−	+	+	+	1,971
7	+	−	+	+	−	−	+	+	+	+	3,094
8	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	3,609
Звездные точки											
9	+	−1,682	0	0	0	0	0	+2,829	0	0	3,368
10	+	+1,682	0	0	0	0	0	+2,829	0	0	4,533
11	+	0	−1,682	0	0	0	0	0	+2,829	0	1,450
12	+	0	+1,682	0	0	0	0	0	+2,829	0	4,645
13	+	0	0	−1,682	0	0	0	0	0	+2,829	2,548
14	+	0	0	+1,682	0	0	0	0	0	+2,829	2,685
Нулевые точки											
15	+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2,020
16	+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,968
17	+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2,038
18	+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,943
19	+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,865
20	+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2,219

N — число опытов в матрице; k — число факторов; y_j — значение функции отклика в j-м опыте; x_{ij} — кодированное значение i-го и j-го факторов в j-м опыте; $n_п = N - n_0$.

При $k = 3$ коэффициенты уравнения (2) находим по формулам:

$$b_0 = 0{,}16666 \sum_{j=1}^{20} y_j - 0{,}05694 \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{20} x_{ij}^2 y_j;$$

$$b_i = 0{,}07322 \sum_{j=1}^{20} x_{ij} y_j;$$

$$b_{ij} = 0{,}125 \sum_{j=1}^{20} x_{ij} x_{ij} y_j;$$

$$b_{ii} = 0{,}06254 \sum_{j=1}^{20} x_{ij}^2 y_j + 0{,}00695 \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{20} x_{ij}^2 y_j - 0{,}05694 \sum_{j=1}^{20} y_i.$$

Дисперсию S_y^2 параметра оптимизации определяем по формуле $\bar{y}_z = \frac{\sum_{i=1}^{6} y_i}{n_0}$ и результаты опытов в центре плана (табл. 3), предварительно определив $\bar{y}_z = 2{,}019$, тогда $S_y^2 = 0{,}016$.

Дисперсии коэффициентов математической модели, характеризующие ошибки в опытах, определим по формулам:

$$S_{b_0}^2 = \frac{2A\lambda^2(k+2)}{N} S_y^2;$$

$$S_{b_i}^2 = \frac{C}{N} S_y^2;$$

$$S_{b_{ij}}^2 = \frac{C^2}{N\lambda} S_y^2;$$

$$S_{b_{ii}}^2 = \frac{AC^2[(k+1)\lambda - (k-1)]}{N} S_y^2.$$

При $k = 3$ дисперсии коэффициентов полученного уравнения будут иметь значения:

$$S_{b_0}^2 = 0{,}002; \quad S_{b_i}^2 = 0{,}001;$$

$$S_{b_{ij}}^2 = 0{,}002; \quad S_{b_{ii}}^2 = 0{,}001.$$

Доверительные интервалы коэффициентов уравнения определим как $\Delta b_i = \pm t S_{b_i}$.

При 5 %-й значимости и степени свободы $f = 5$ табличное

Таблица 3

Расчет дисперсии S_y^2

Номер опыта	y_z	$(y_z - \bar{y}_z)$	$(y_z - \bar{y}_z)^2$
15	2,020	0,0010	0,000001
16	1,968	−0,0510	0,0025
17	2,098	0,0790	0,006
18	1,943	−0,0760	0,005
19	1,865	−0,1154	0,024
20	2,219	−0,2000	0,040

значение критерия Стьюдента $t = 2{,}57$, тогда получим:

$$\Delta b_0 = \pm 0{,}085; \quad \Delta b_i = \pm 0{,}116;$$
$$\Delta b_{ij} = \pm 0{,}085; \quad \Delta b_{ii} = \pm 0{,}116.$$

Так как при x_3; x_1x_2; x_1x_3; x_2x_3; x_2^2; x_3^2 коэффициенты по абсолютной величине меньше доверительных интервалов, то можно считать, что они статистически незначимы, и их можно исключить из уравнения. Тогда математическая модель после рототабельного планирования второго порядка будет иметь вид:

$$y = Rz = 2{,}036 + 0{,}25x_1 + \\ + 0{,}764x_2 + 0{,}25x_1^2. \qquad (4)$$

Проверка модели по критерию Фишера показала ее адекватность, так как $F_p = 3{,}17 \leqslant F_m = 5{,}05$.

Уравнение (4) неудобно для интерпретации полученных результатов и расчетов, поэтому с помощью формул перехода от кодированных значений x_1, x_2 перешли к натуральным значениям i, S:

$$x_1 = \frac{i - i_0}{\Delta i}; \quad x_2 = \frac{S - S_0}{\Delta S}; \qquad (5)$$

Тогда $x_1 = \dfrac{i - 0{,}2}{0{,}1}$; $x_2 = \dfrac{S - 0{,}3}{0{,}1}$.

Уравнение (4) с учетом выражений (5) представим как

$$y = R = 2{,}036 + \frac{0{,}25(i - 0{,}2)}{0{,}1} + \\ + \frac{0{,}764(S - 0{,}3)}{0{,}1} + \frac{0{,}25(i - 0{,}2)^2}{0{,}01};$$

$$y = Rz = 2{,}036 - 7{,}54i + \\ + 7{,}64S - 25i^2, \text{ мкм}. \qquad (6)$$

Уравнение (6) можно использовать в качестве интерполяционной формулы для вычисления параметра шероховатости поверхности. Таким образом, определены оптимальные в выбранном диапазоне варьирования натяг $i = 0{,}1$ мм и подача $S = 0{,}2$ мм/об. Частота вращения заготовки не оказывает существенного влияния на параметр шероховатости обработанной поверхности, поэтому приняли $n = 200$ мин$^{-1}$.

Лабораторные испытания

Обработанные пластическим деформированием втулки исследовали на микротвердость H_μ и глубину $h_н$ наклепа (табл. 4). Микротвердость образцов измеряли на приборе ПМТ-3 при нагрузке на индентор 20 г, используя косые шлифы (угол наклона $\alpha = 10°$). Анализ полученных результатов показал, что раскатывание обеспечивает высокую износостойкость контактных поверхностей втулок.

Лабораторными экспериментами оценивали смачиваемость обработанных поверхностей, которую определяли по краевому углу q, образованному касательной из точки касания капли масла М-10Г2 ГОСТ 8581—78 с обработанной поверхностью. Растекание капли фиксировали с помощью кинокамеры. У раскатанных образцов значения краевого угла составили 10÷11°, что меньше, чем у хонингованных образцов $q = 15÷16°$, при этом скорость распространения капли масла больше, чем на хонингованных поверхностях, что указывает на лучшую смачиваемость раскатанных поверхностей.

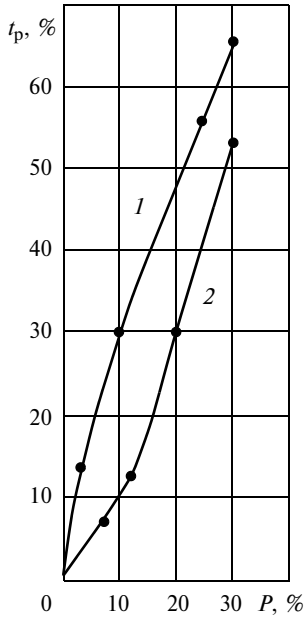


Рис. 3. Зависимости изменения относительной опорной длины $t_р$ профиля от параметра P для внутренних поверхностей втулок, прошедших раскатывание (*1*) и хонингование (*2*)

Шероховатость поверхности после финишной обработки оценивали по профилограммам, полученным с помощью профилометра-профилографа мод. 201 и по методике работы [5] определяли относительную опорную длину $t_р$ профиля. Качество поверхностей сравнивали по показателям Rz (см. табл. 4) и $t_р$. Разница значений объясняется следующим.

При хонинговании происходит царапание поверхности зернами, а при раскатывании — ее выглаживание, что способствует увеличению $t_р$, а следовательно, и повышению износостойкости.

На рис. 3 показаны зависимости изменения относительной опорной длины $t_р$ профиля от расположения профилограммы (параметр P) для втулок, прошедших раскатывание и хонингование, анализ которых показал, что качество поверхности у раскатанной втулки выше. Металлографическими исследованиями установлена структура чугуна после

Таблица 4

Значение показателей качества поверхностей образцов с разной финишной обработкой

Обработка	Микротвердость H_μ, Па	Глубина наклепа $h_н$, мкм	Rz, мкм	Класс чистоты
Раскатывание на оптимальных режимах	171	212	0,50	10в
Хонингование брусками:				
алмазными	154	173	1,15	9в
абразивными	144	185	1,52	9а

раскатывания — мелкопластинчатый перлит с уменьшенным пластинчатым графитом.

Стендовые испытания

Износ цилиндровой втулки и поршневых колец определяли на стенде лаборатории "Моторная энергетика" института физики Дагестанского научного центра РАН (рис. 4), который включал в себя остов *1* без топливной системы и системы охлаждения, механизма газораспределения и головки цилиндров; привод *2* стенда — электродвигатель постоянного тока, состоящий из выпрямителя на 16 диодах Д231, трех трансформаторов ЛАТР-М, вольтметра и амперметра. С помощью нагревательных элементов *4* из нихромовой проволоки диаметром 3 мм в зоне контакта поршневых колец и зеркала цилиндра повышали температуру до рабочих значений, передавая теплоту через цилиндровые втулки *6* к поршням *16*. В качестве смазки использовали масло М-10Г2К. Частоту вращения коленчатого вала изменяли часовым тахометром СК с погрешностью измерения 0,2 % в диапазоне от 0 до 2000 мин$^{-1}$.

Таблица 5

Показатели изнашивания ЦПГ

Температура втулки, °С	Износ компрессионных колец при обработке цилиндровой втулки, мг		Диаметральный износ гильзы цилиндра в среднем поясе при обработке цилиндровой втулки, мкм	
	раскатыванием	хонингованием	раскатыванием	хонингованием
150	141	159	175	210
175	128	138	99	105
200	101	115	23	30
225	117	120	29	35

Наружная поверхность втулки электроизолирована прокладкой *5* из слюды. На прокладку устанавливали по три нагревательных соединенных параллельно элемента, закрепленных с помощью стеклотканного полотна. Нагревательный элемент — пластина из слюды шириной 35 мм с намотанной нихромовой проволокой.

С помощью хромель-копельных термопар и параметрического милливольтметра МР-64-02 втулку нагревали до температуры 160÷200 °С. Температуру в зоне соединения цилиндровой втулки с поршнем регулировали электрическим трансформатором ЛАТР-М и регистрировали с помощью термоиндикаторов плавления ТП-155, ТП-167, ТП-179, ТП-193, ТП-212. Внутренний диаметр измеряли индикаторным нутромером с ценой деления 0,01 мм. Результаты изнашивания поршневых колец и цилиндровых втулок приведены в табл. 5.

Таким образом, используя центральный композиционный метод планирования, установили оптимальные режимы раскатывания цилиндровых втулок судовых дизелей, что позволило повысить класс шероховатости обработанной поверхности по сравнению с поверхностью после хонингования алмазным или абразивным брусками. При этом повысились микротвердость и величина относительной опорной поверхности, а также снизились износы поршневых колец и цилиндровых втулок.

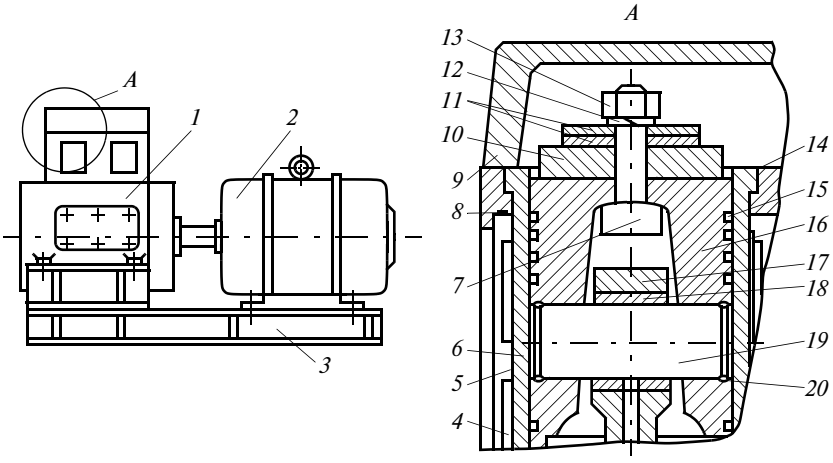


Рис. 4. Стенд для ускоренных испытаний на износостойкость поршневых колец и зеркала цилиндра дизеля 4Ч8,5/11:
1 – остов; *2* — электродвигатель; *3* — рама; *4* — нагревательные элементы; *5* — электроизоляционная прокладка; *6* — цилиндровая втулка; *7* — болт; *8* — блок цилиндров; *9* — крышка цилиндров; *10* — нагрузочная масса; *11* — шайбы, регулирующие массу поршня; *12* — пружинная шайба; *13* — гайка; *14* — прокладка; *15* — поршневые кольца; *16* — поршень; *17* — шатун; *18* — втулка; *19* — палец поршня; *20* — стопорные кольца

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Семинский В. К.** Повышение производительности труда при работе на токарных станках. М.: Машиностроение, 1965. 235 с.
2. **Чубкин С. И.** Пластическое деформирование материалов. М.: Машгиз, 1955. 320 с.
3. **Артамонов А. Я.** Исследование обрабатываемости высококачественного чугуна. М.: Машгиз, 1953. 360 с.
4. **Налимов В. В., Чернова Н. А.** Статистические методы планирования экстремальных экспериментов. М.: Наука, 1965. 340 с.
5. **РТМ.** Характеристики микрогеометрии, определяющие контактное взаимодействие шероховатых поверхностей. М.: Министерство станкостроительной и инструментальной промышленности, 1973. 85 с.

УДК 621.7.01

С. Н. ЯКОВЛЕВ, канд. техн. наук (Санкт-Петербургский ГТУ),
e-mail: stannik59@mail.ru

Автоколебания упругого полиуретанового покрытия при полировании

Исследованы механизмы возникновения автоколебаний упругого эластомерного слоя при полировании полиуретановых покрытий. Даны рекомендации для повышения качества обрабатываемой поверхности.

Ключевые слова: автоколебания, эластомерное покрытие, сила трения, релаксация, повреждение поверхности.

The autooscillations generating mechanisms of elastic elastomeric layer at polishing of polyurethane coatings are investigated. The recommendations on quality improvement of treated surface are given.

Keywords: autooscillation, elastomeric coating, friction force, relaxation, surface damage.

При полировании эластомерометаллических деталей, например печатного вала, используемого в полиграфии, основным источником автоколебаний упругого полиуретанового покрытия является переменная тангенциальная составляющая силы резания, которая вызывает осциллирующие перемещения обрабатываемой поверхности. Это связано в первую очередь со значительным влиянием скорости резания на силу резания. Поэтому при шлифовании полиуретанов особое внимание следует уделять выбору скорости, при этом необходимо учитывать твердость обрабатываемого материала и уже при проектировании данного технологического процесса следует прогнозировать появление автоколебаний.

Финишную обработку таких деталей вращения, как вал, ролик, колесо, как правило, осуществляют при попутном движении шлифовального круга (скорость v_u) и детали (скорость $v_в$). Тангенциальная составляющая скорости резания определяется как $v_t = v_u - v_в$. Главный вектор силы резания можно представить тремя проекциями (рис. 1): осевой (F_a), тангенциальной (F_t) и радиальной (F_r).

Формообразование вала под действием радиальной F_r и осевой F_a составляющих не рассматриваем. Шероховатость обработанной поверхности формируется преимущественно тангенциальной составляющей F_t силы резания, которую уравновешивает переменная сила трения $F_{тр} = fF_r$. Переменная нагрузка вызывает осциллирующие перемещения обрабатываемой поверхности в тангенциальном направлении. Если окружная скорость абразивного круга постоянна и равна v_t, то относительная скорость перемещения поверхности эластомера — величина переменная и определяется выражением $v_{tэ} = v_t + \mathrm{d}x/\mathrm{d}t$.

Обработка нежестких деталей интересует многих исследователей, в частности специалистов школы В. Л. Вейца [1]. В работе [2] показано, что причиной возникновения автоколебаний является изменение силы $F_{тр}$ трения синхронно движению при определенных соотношениях тангенциального и радиального смещений. В общем случае сила трения зависит от упругого смещения x и ее скорости $\mathrm{d}x/\mathrm{d}t$. При финишной обработке глубина врезания инструмента мала, поэтому отклонением линии действия силы трения можно пренебречь, приняв функцию $F_{тр}(x) \to 0$. Так как инерционные связи малы, то $F_{тр}(\mathrm{d}^2x/\mathrm{d}t^2) = 0$. Однако при обработке эластомеров на силу трения значительное влияние оказывает скорость $F_{тр}(\mathrm{d}x/\mathrm{d}t)$.

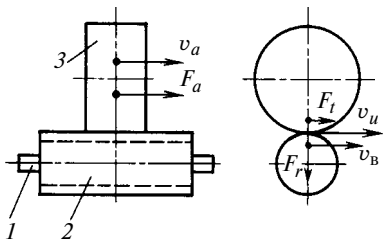


Рис. 1. Схема обработки ролика с упругим покрытием шлифовальным кругом:
1 — вал; *2* — эластомерное покрытие; *3* — абразивный круг

Тангенциальная сила трения — сила сопротивления сдвигу участка поверхности покрытия, включающая в себя молекулярную ($F_{мол}$) и механическую ($F_{мех}$) составляющие: $F_{тр} = F_{мол} + F_{мех}$.

Диссипация энергии в процессе трения сопровождается повышением температуры, соответственно, на поверхности и в некотором объеме контактирующих тел. При контакте инструмента и покрытия вала трение также рассматривают в двух аспектах, коэффициент f трения складывается из молекулярного $f_{мол}$ и механического $f_{мех}$ компонентов: $f = f_{мол} + f_{мех}$. При этом поверхностный слой обрабатываемой детали представляется в виде среды, упругие и вязкие свойства которой характеризуются коэффициентами жесткости (c_t) и вязкости (η). При упругом тангенциальном смещении покрытия вала $c_t = \mathrm{d}F_t/\mathrm{d}x$. Коэффициент вязкости при сравнительно малых деформациях составляет $\eta = \sigma_t t/\varepsilon_t$, где σ_t — нормальные напряжения при локальной деформации в тангенциальном направлении; ε_t — деформация; t — время.

Согласно работе [3] можно ограничиться простыми моделями сред: Фойхта (рис. 2, *а*) — для мягкого покрытия или Максвелла (рис. 2, *б*) — для твердого покрытия. Тогда составляющие коэффициента трения имеют вид:

$$f_{мол} = A\zeta(E/\varepsilon_t^k)\mathrm{tg}\delta; \qquad (1)$$

$$f_{мех} = H\xi(\sigma_t/E)^n\mathrm{tg}\delta, \qquad (2)$$

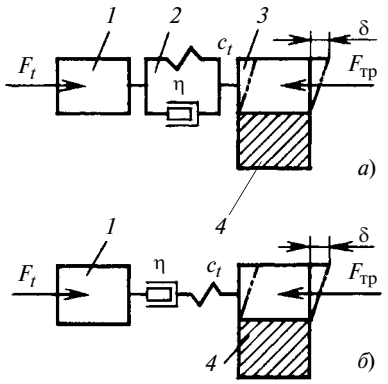


Рис. 2. Схемы точечных колебательных систем:
а — модель Фойхта; *б* — модель Максвелла; *1* — звено, движущееся с постоянной скоростью; *2* — упругодиссипативный элемент; *3* — звено, движущееся с переменной скоростью; *4* — неподвижное основание

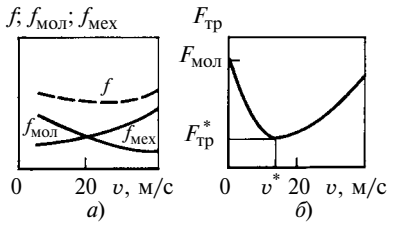


Рис. 3. Условия возникновения релаксационных автоколебаний:
а — изменение молекулярной и механической составляющих силы трения; *б* — зависимость силы трения от скорости (v^* — скорость возникновения релаксационных автоколебаний)

где A — постоянная; H — коэффициент, определяемый формой неровностей; ζ — функция молекулярной способности поверхности; ξ — геометрический коэффициент; $k < 1$; $n \to 1$; $\mathrm{tg}\delta$ — тангенс угла потерь или коэффициент демпфирования вязкоупругого материала.

Величина $f_{мол}$ прямо пропорциональна отношению E/ε_t^k, а $f_{мех}$ обратно пропорциональна отношению E/σ_t, т. е. при увеличении скорости $v_{t\text{э}}$ составляющая $f_{мол}$ коэффициента трения растет, а составляющая $f_{мех}$ уменьшается (рис. 3, *а*), это обусловливает существование минимальной силы трения (рис. 3, *б*).

В работе [3] показано, что при $v_{t\text{э}} > v^*_{t\text{э}}$ колебания затухают, а при $v_{t\text{э}} < v^*_{t\text{э}}$ — усиливаются. Для рассматриваемой задачи можно интерпретировать перекрестные связи коэффициентов трения: $f_{мол}$ растет с увеличением твердости эластомера (экспериментально подтверждено для сухого контакта полиуретана Монотан), а $f_{мех}$ растет при увеличении шероховатости поверхности.

Тангенциальное смещение x слоя эластомера (рис. 4) происходит, если сила F_t при относительной скорости $v^*_{t\text{э}}$ превысит предельную силу трения: $F_{тр\ lim} = f^* F_r$, здесь f^* — коэффициент трения [4]. Если упругое сопряжение превышает силу молекулярного сцепления, что характерно для твердых покрытий, то смещение происходит после разрушения молекулярной связи, при этом сила F_t резко снижается до $F_{мол}$. Такая релаксация будет проявляться на поверхности детали матовым пятном — местный износ (рис. 5, *а*). Если сила молекулярного сцепления превышает силу упругого сопряжения,

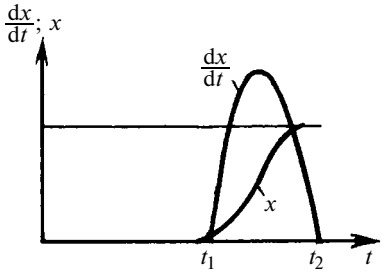


Рис. 4. Упругое смещение *x* поверхностного слоя и скорость d*x*/d*t* смещения

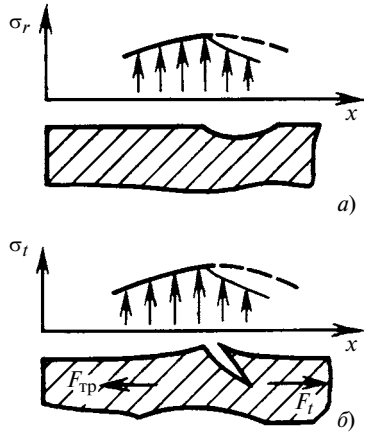


Рис. 5. Виды повреждений поверхности вала и соответствующие им эпюры напряжений при разрывных релаксационных автоколебаниях:
а — местный износ; *б* — микроразрыв

что характерно для мягких покрытий, то тангенциальное смещение происходит после разрушения упругой связи, при этом сила F_t резко снижается до $F_{мол}$. Данная релаксация проявляется на поверхности образованием чешуйки, отстоящей от микроразрыва (рис. 5, *б*).

Пренебрегая погрешностью формы детали вращения, можно принять модель линейных перемещений колебательной системы (см. рис. 2), в которую входят: возбудитель колебаний *1* (инструмент), вязкоупругий элемент *2* (обрабатываемый слой), деформируемое тело *3* (массивное эластомерное покрытие вала), закрепленное тонким слоем адгезива на жестком основании *4* (стальной центр или стержень). Релаксационные автоколебания в системе "инструмент—эластомерное покрытие" могут возникнуть при скоростях, меньших критической скорости [5]:

$$v^*_{t\text{э}} \approx \Delta f g / [\lambda_t \sqrt{(e^{2\vartheta} - 1)}], \qquad (3)$$

где $\Delta f = f_0 - f$ — разница коэффициентов трения при $v_{t\text{э}} = 0$ и $v_{t\text{э}} > 0$ на обрабатываемой поверхности; g — ускорение свободного падения; ϑ — логарифмический декремент колебаний; λ_t — частота собственных колебаний.

Частота λ_t собственных колебаний системы определяет время автоколебаний [6]:

$$T = t_1 + t_2, \qquad (4)$$

где $t_1 \approx \pi/\lambda_t$ — время при $v_{t\text{э}} = 0$; $t_2 = 2\Delta f g/(\lambda_t^2 v_{t\text{э}})$ — время перемещения при $v_{t\text{э}} > 0$.

Чем меньше скорость $v_{t\text{э}}$ движения, тем резче процесс автоколебаний. При увеличении $v_{t\text{э}}$ время t_1 уменьшается, в результате смещение покрытия при обработке становится минимальным. Амплитуда колебаний стремится к значению, соответствующему амплитуде при $v_{t\text{э}} = 0$:

$$A_c \to F_{мол\ lim}/C_t. \qquad (5)$$

Точное решение поставленной задачи затруднено, однако

анализ полученных зависимостей позволяет выработать рекомендации [4]. Для предотвращения возникновения автоколебаний согласно выражению (3) скорость обработки следует выбирать из условия $v_{t\text{э}} > v^*_{t\text{э}}$, где $v^*_{t\text{э}}$ — расчетная скорость.

Для повышения качества обрабатываемой поверхности необходимо:

1. *Уменьшить значение* Δf, что возможно при сближении значений $f_{\text{мол}}$ и $f_{\text{мех}}$ [см. уравнения (1) и (2)] . При низкой твердости (40 *ShA* и ниже) покрытия вала сила молекулярного сцепления превышает силу упругого сопряжения, поэтому для предотвращения микроразрывов следует уменьшить коэффициент $f_{\text{мол}}$, т. е. исключить увеличение значения отношения E/σ_t^k. Для этого используют смазочный материал и охлаждают обрабатываемую поверхность сжатым воздухом.

При высокой твердости (выше 40÷65 *ShA*) покрытия сига упругого сопротивления превышает силу молекулярного сцепления. Поэтому следует уменьшить коэффициент $f_{\text{мех}}$ [см. уравнение (2)], т. е. исключить увеличение величины $(\sigma_t/E)^n$. В этом случае смазочный материал применять нельзя, необходимо использовать соответствующий абразивный инструмент.

2. *Увеличить декремент* ϑ *колебаний*, который для вязкого материала мало зависит от максимальных деформаций и увеличивается при уменьшении модуля упругости, что достигается подбором эластомерного материала.

3. *Увеличить частоту* λ_t *собственных колебаний системы "инструмент—эластомерное покрытие"*. Частота собственных колебаний системы $\lambda_t = (c/m)^{0,5}$, где m — масса деформируемого объема покрытия, которая определяется толщиной h упругого слоя и глубиной врезания инструмента. Величина λ_t возрастает с увеличением коэффициента c_t жесткости, значение которого при упругой деформации эластомера коррелирует с модулем Юнга: $E = d\sigma_t/d\varepsilon$, а при пластичной деформации — с модулем пластичности: $E_{\text{п}} < E$.

4. *Уменьшить амплитуду релаксационных колебаний до* $A_{\text{с}}$ [см. уравнение (5)].

5. *Уменьшить время* T_t *релаксационных колебаний* [см. уравнение (4)] и повысить частоту λ_t собственных колебаний, что согласуется с рекомендацией 3.

Рекомендации 4 и 5 направлены на снижение шероховатости обрабатываемой поверхности. Рекомендации 2, 3 следует учитывать при конструировании, а рекомендации 1, 4 и 5 — при разработке технологического процесса.

Теоретический поиск решений многофакторной задачи — определение режима финишной обработки эластомерного покрытия, весьма сложен, поэтому при разработке технологического процесса предлагается применить критериальный подход, используемый в работе [7], в которой для пар трения чугун—чугун, чугун—сталь, чугун—бронза, чугун—текстолит введено условие отсутствия релаксационных автоколебаний; $F_t/c_t > [F_t/c_t]$, где F_t — тангенциальная сила, приложенная к ползуну; c_t — коэффициент жесткости.

По экспериментальной зависимости $f = F(v_t)$ суть коэффициента $[F_t/c_t]$, линейно зависящего от скорости v_t, соответствует отношению, выведенному из выражения (3):

$$\Delta f/\lambda t = v^*_{t\text{э}}(e^{2\vartheta} - 1)^{0,5}/g.$$

Выражение (3) можно использовать в качестве эмпирического критерия $v_{t\text{э}} > v^*_{t\text{э}}$ для конкретной финишной обработки. Так, при шлифовке ролика диаметром 90 мм с покрытием из ПУ Монотан (80 *ShA*) абразивным кругом 25А40М2 диаметром 260 мм при $n = 1400$ мин$^{-1}$ установлено, что для получения поверхности с параметром шероховатости $Ra = 1 \div 1,2$ мкм скорость обработки должна составлять $v^*_{t\text{э}} = 18$ м/с.

Исследования показали следующее:

1) даже при оптимальных показателях пористости и зернистости абразивного круга и режиме обработки возможно появление на обрабатываемой поверхности надрывов и пятен износа;

2) для обработки мягких полиуретановых покрытий рекомендуется использовать конические иглы, расположенные произвольно;

3) для обработки твердых покрытий рекомендуется использовать конические иглы, расположенные рядами;

4) при обработке дискретными иглами силы резания имеют прерывистый характер и гасят колебания;

4) для исключения дополнительных осевых колебаний глубина врезания ленты должна быть минимальной, т. е. $F_a = 0$;

5) для затухания релаксационных колебаний свободная ветвь ленты должна иметь значительную радиальную податливость и высокую демпфирующую способность.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Вейц В. Л., Васильков Д. В., Максаров В. В.** Управление параметрами зоны и траектории локальной метастабильности в обрабатываемом материале // Машиностроение и автоматизация производства. СПб.: СЗПИ, 1999. С. 16—20.

2. **Кудинов В. А.** Динамика станков. М.: Машиностроение, 1967. 359 с.

3. **Мур Д.** Основы применения трибоники / Пер. с англ. С. А. Харламова. М.: Мир, 1978. 488 с.

4. **Державец Ю. А., Яковлев С. Н.** Предотвращение автоколебаний при финишной обработке металлоэластомерных деталей // Проблемы машиноведения и машиностроения. СПб.: СЗПИ, 2000. С. 27—32.

5. **Слонимский Г. Л.** Краткие очерки по физико-химии полимеров. М.: Химия, 1967. 231 с.

6. **Пановко Я. Г., Губанова И. И.** Устойчивость и колебания упругих систем. М.: Наука, 1967. 420 с.

7. **Фролов К. В.** Конструирование машин. М.: Машиностроение, 1994. 624 с.

УДК 621.74.042

С. В. ГОНЧАРОВ, канд. техн. наук, Д. Д. ЯКУБА, Н. А. ЯКИМЕНКО, Г. В. ЮДЕНКО
(Тихоокеанский государственный университет, г. Хабаровск), e-mail: ya-84@list.ru

Исследование структуры полимерных материалов, получаемых центробежным способом[1]

Описаны структуры полимерных материалов, полученных центробежным способом, на основе эпоксидной смолы, углеродной и хлопчатобумажной тканей. Показана связь между расположением армирующего компонента и свойствами материала в сечении.

Ключевые слова: полимерный композиционный материал, армирование, тканевый наполнитель, изменение свойства.

The structures of polymeric materials, obtained by centrifugal method, on the epoxide resin base, carbon and cotton fabrics are described. The relation between the reinforcing component and cross sectional material properties is shown.

Keywords: polymeric composite material, reinforcing, fabric filler, change of property.

Композиционные материалы на полимерных и металлических матрицах — перспективное и быстро развивающееся направление в материаловедении. Композиционные материалы находят широкое применение в строительстве, машиностроении. Одно из главных преимуществ данного направления — получение материалов с заданными свойствами, отвечающими условиям работы изготовляемых из них деталей машин и механизмов. Многообразие наноструктурных наполнителей (упрочняющих фаз) и матричных материалов позволяет подбором состава управлять триботехническими и физико-механическими свойствами композиционных материалов, изменяя макроструктуру и содержание их составляющих [1].

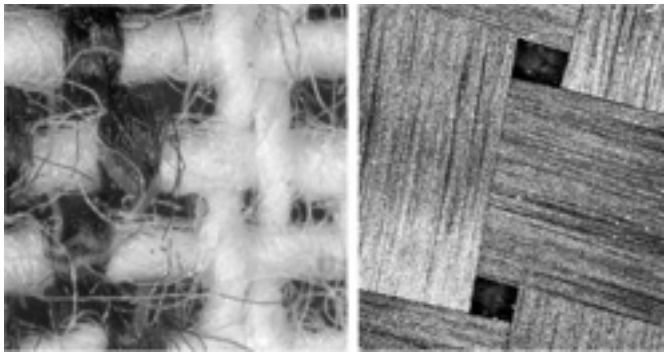
Цель данного исследования — описание структур полимерных материалов на основе эпоксидной смолы, армированных разными тканевыми материалами.

Образцы для исследования получали центробежным способом [2]: армирующий материал в виде свернутой в рулон тканевой ленты под действием центробежной силы пропитывали эпоксидным связующим в металлической форме; на образовавшийся армированный слой наносили антифрикционное покрытие [3]. Структуры армирующих тканей приведены на рис. 1.

На рис. 2 (см. обложку) представлены срезы матрицы с армирующим наполнителем — хлопчатобумажной тканью "матрасный тик", анализ которых показал, что предельное армирование при равномерном распределении по объему — 7 слоев (см. рис. 2, *в*). Снизу имеется слой чистой матрицы толщиной 0,2÷0,3 мм. Этот слой при добавлении соответствующих наполнителей можно использовать как антифрикционный.

При уменьшении числа слоев увеличиваются толщина слоя чистой матрицы по внутреннему диаметру втулки и расстояния между слоями ткани (см. рис. 2, *а*, *б*). Это связано с тем, что при центробежном формовании в начальный момент времени смола находится на внутреннем слое армирующего материала. Затем под воздействием центробежной силы связующее проникает сквозь небольшое число слоев ткани, увлекая их за собой в направлении внешнего радиуса. Пропитанный слой ткани оказывает меньшее сопротивление движению смолы и его перемещение по объему втулки прекращается. При увеличении числа слоев до 7 расстояние между ними уменьшается и дальше остается неизменным (см. рис. 2, *в*, *г*).

Большое число слоев (см. рис. 2, *г*) образует сетку, сквозь которую связующее проходит с большим сопротивлением, поэтому армирующий материал



а) *б*)

Рис. 1. Структуры армирующих тканей (×10):
а — хлопчатобумажная, *б* — углеткань

[1] Исследование выполнено при поддержке Министерства образования и науки РФ, соглашение 14.B37.21.1547.

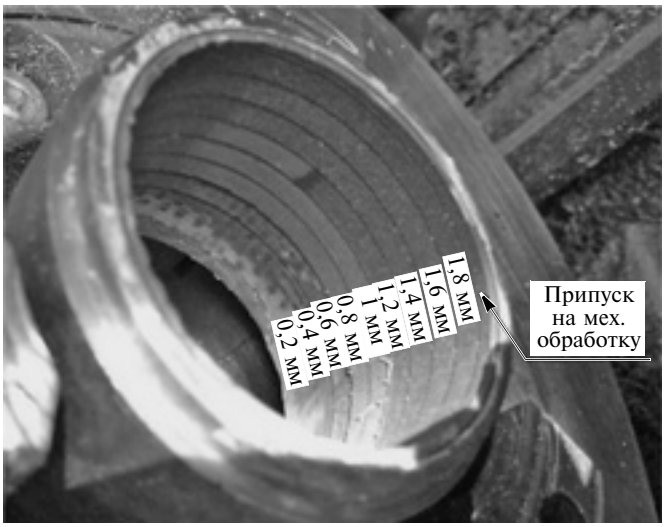


Рис. 4. Ступенчатое растачивание образца для микроструктурного исследования по толщине материала

увлекается к внешнему радиусу и расстояния между слоями уменьшаются. При этом свободной смолы, способной пропитывать ткань, становится все меньше, однако при сильном дефиците связующее проходит сквозь слои армирующего материала, пропитывая их частично: чем меньше остается связующего, тем меньше пропитываются слои, особенно это заметно на слоях, находящихся ближе к внутреннему диаметру втулки.

Армирующий материал начинает движение в направлении центра формы, разжимая спираль слоев, о чем свидетельствует уменьшение внутреннего диаметра. Это связано с тем, что при установке армирующего материала в форму в нем возникают предварительные напряжения, которые в результате сил трения, возникающих между слоями, удерживают форму армирующего материала. По мере смачивания волокон армирующего материала связующим силы трения уменьшаются, напряженное состояние слоев снижается, в результате этого слои армирующего материала перемещаются к центру формы. Причем с увеличением жесткости ткани эти перемещения уменьшаются.

На рис. 3, *а* и *б* (см. обложку) приведены поперечные срезы материалов на основе эпоксидной смолы, армированные хлопчатобумажной и углеродной тканями. В обоих случаях структура материалов — упорядоченная, расстояния между слоями армирующего материала минимальны, что обусловливает особые свойства композитного материала.

Для более детального изучения структуры образец с двумя слоями углеродной ткани протачивали на разную глубину по внешнему радиусу (рис. 4). На рис. 5 и 6 (см. обложку) показаны поверхности данного образца после механической обработки. Первый слой армирующего материала находится на глубине 0,2÷0,4 мм, второй — 0,6÷1,0 мм. В данном объеме есть углеткань, волокна которой удерживаются эпоксидной матрицей. В данном случае белые области на фотографиях — эпоксидное связующее, в котором образовалась микротрещина в процессе механической обработки. Некоторое расслоение наблюдается на глубине 0,2 мм, однако это связано с механической обработкой материала при малой толщине. При большей толщине материала этого не происходит. Таким образом, данный режим получения материала обеспечивает качественную пропитку армирующего компонента вплоть до верхнего слоя ткани.

На глубине 1,2÷1,4 мм имеет место переходный слой, который характеризуется высоким содержанием эпоксидного связующего и небольшим содержанием антифрикционных компонентов. Он образуется, если связующее армирующего слоя имеет гелеобразную структуру, а вновь добавленная композиция антифрикционного слоя — жидкая. При этом при последующем нагревании формы вязкость обоих слоев снижается. Дисперсные наполнители могут внедряться в гелеобразную структуру армирующего слоя на небольшую глубину, что и объясняет наличие переходного слоя в полимерном материале.

Оставшаяся часть материала (1,4÷1,8 мм) представляет собой антифрикционный слой (см. рис. 6). На микрофотографиях заметен градиент распределения фторопласта (белые включения с округлыми краями). Остальные наполнители отличаются слабыми оптическими свойствами, поэтому не видны на фотографиях. Количество фторопласта увеличивается по мере приближения к внутреннему диаметру образца, и достигает максимальных значений у поверхности. Это связано с дисперсностью частиц фторопласта (0,03÷0,2 мм). Мелкодисперсные частицы ввиду меньшего гидродинамического сопротивления проходят глубже в слой, чем грубодисперсные, формируя тем самым градиент распределения наполнителя по слою. Уменьшив разброс дисперсности частиц антифрикционных наполнителей можно уменьшить толщину антифрикционного слоя полимерного материала, в котором наблюдается градиент перераспределения наполнителей и уменьшение припуска на механическую обработку.

Наряду с градиентом распределения наполнителей по объему материала имеет место изменение твердости по сечению материала (рис. 7), что также

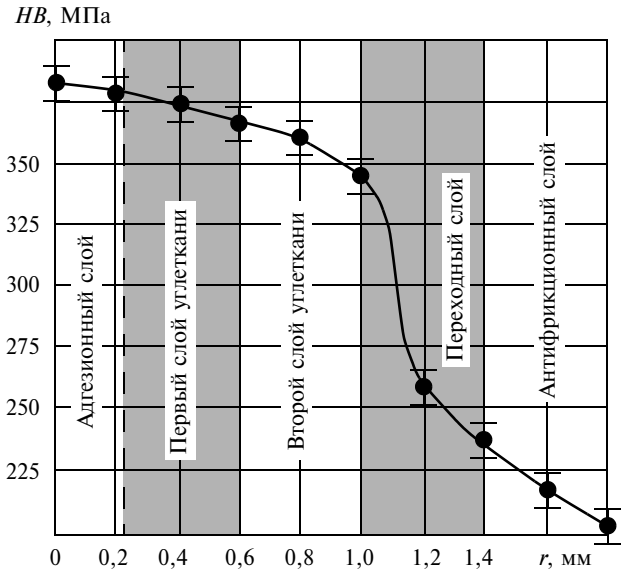


Рис. 7. Распределение твердости по радиусу полимерного образца на основе углеродной ткани

указывает на неоднородность полимерного материала — изменение свойств по толщине (в поперечном сечении).

Изменение твердости по толщине имеет сложный характер. Это связано с различием составов и свойств наполнителей в разных слоях полимерного материала. Ближе к внутреннему диаметру образца находятся антифрикционные дисперсные наполнители, например фторопласт, твердость которых в прессованном состоянии невелика. Поэтому твердость полимерного материала в большей степени определяется твердостью самого связующего и зависит от технологических факторов.

При увеличении диаметра на свойства полимерного материала оказывают влияние армирующие ткани, которые вместе со связующим создают более прочный каркас по сравнению с дисперсными наполнителями. Поэтому по мере приближения к внешнему диаметру твердость повышается. Резкое изменение твердости на глубине 1,0÷1,2 мм обусловлено разнородностью наполнителей и наблюдается в переходом слое полимерного материала.

Структуры полимерных материалов, армированных хлопчатобумажной или другими тканями, схожи. Свойства материала в сечении изменяются идентично, но для каждой ткани значения показателей свойств свои. На рис. 8 (см. обложку) представлены структуры армированных эпоксидофторопластов (АЭФ) с двумя слоями хлопчатобумажной ткани, обработанных как показано на рис. 4, в которых из антифрикционных наполнителей присутствует только фторопласт. Однако так как армирующая способность хлопчатобумажной ткани ниже углеродной, разброс свойств в сечении образца меньше.

На рис. 8, *а* представлен срез на глубине, соответствующей первому слою армирующего материала. Как и в предыдущем случае не наблюдается расслоений или торчащих единичных волокон. Отдельные волокна находятся в толще матрицы, что указывает на высокое качество пропитки волокон армирующего материала связующим. На рис. 8, *б* показан срез переходного слоя полимерного материала, где так же, как и у углеродной ткани видны частицы фторопласта.

На рис. 8, *в*, *г* показаны структуры антифрикционного слоя, в котором присутствует только фторопласт. По мере приближения к внутреннему диаметру количество фторопласта увеличивается. Его распределение по слою становится более равномерным, что повышает трибологические свойства антифрикционного слоя полимерного материала.

Таким образом, установлена связь между процессами формирования композиционного материала и его структурой, т. е. расположением армирующего материала, что оказывает большое влияние на свойства материала.

Установлен градиент распределения наполнителей в сечении образца, совпадающий с направлением центробежной силы, что обусловливает градиент изменения свойств по объему материала. В данном случае это положительный фактор, так как армирующий слой отличается высокой твердостью и является твердым основанием для антифрикционного материала, твердость которого гораздо ниже.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Иванов В. А., Хосен Р.** Прогрессивные самосмазывающиеся материалы на основе эпоксидофторопластов для триботехнических систем. Хабаровск: ДВО РАН, 2000. 429 с.

2. **Пат. 2421335 Рос. Федерации:** МПК[7] B29D 33/00, B29C 41/04. Способ изготовления подшипника скольжения.

3. **Гончаров С. В., Иванов В. А., Захарычев С. П.** Оборудование для исследования процессов центробежного формирования изделий из полимерных композиционных материалов // Вестник машиностроения. 2009. № 3. 44—48.

УДК 620.1.05

Ю. В. КОРОВКИН, А. Я. МИНАЕВ, канд. техн. наук (ИМАШ им. А. А. Благонравова РАН), Г. В. СТЕПАНОВ (ФГУП ГНИИХТЭОС), e-mail: minaev_mashsport@list.ru

Исследование динамических свойств магнитоактивных эластомерных композитных материалов на лабораторном испытательном комплексе

Представлен измерительный комплекс для изучения динамических демпфирующих свойств новых магнитоактивных эластомеров (МАЭ). Проведены исследования МАЭ, вязкоупругие и демпфирующие свойства которых изменяются под действием магнитного поля и нагружения.

Ключевые слова: динамические испытания, демпфирующие свойства, магнитоактивный эластомер, смарт-материалы.

The measuring complex for study of dynamic damping properties of new magnetoactive elastomers (MAE) is presented. The investigations of MAE, viscoelastic and damping properties of which are changing under magnetic field and loading, were carried out.

Keywords: dynamic test, damping properties, magnetoactive elastomer, smart materials.

Развитие высоких технологий в машиностроении связано с созданием новых композиционных смарт-материалов ("интеллектуальных"), которые открывают новые уникальные технические возможности. Динамические свойства новых материалов можно исследовать на опытных образцах путем комплексных экспериментов на вибро- и удароиспытательном оборудовании. В ИМАШе проводят испытания предоставленных ФГУП ГНИИХТЭОС образцов магнитоактивных эластомеров (МАЭ), которые также называют магнитореологическими эластомерами (МРЭ). Вязкоупругие свойства данных материалов значительно зависят от магнитного поля. Они активно исследуется за рубежом [1—5]. Кроме того, МРЭ отличаются магнитодеформационным эффектом — деформируются в неоднородных магнитных полях. Наиболее полно данный эффект исследовала на водных магнитных гелях группа специалистов под руководством Миклоша Зриньи [5], далее исследования были продолжены на магнитных эластомерах [6, 7].

Цель данной работы — изучение влияния магнитного поля на упругие свойства эластомера и его демпфирующие свойства. Исследования проводили на лабораторном опытно-испытательном комплексе, оснащенном программой LabVIEW. Были определены амплитудно-фазочастотные характеристики (АФЧХ), в том числе резонансные, и демпфирующие свойства опытных образцов МАЭ.

В качестве наполнителей эластомерных матриц используют различные наночастицы, например технический углерод, размеры частиц которого составляют 2÷30 нм. МАЭ представляет собой эластичную полимерную матрицу, наполненную магнитными нано- и микрочастицами. Как правило, это порошок железа с размерами частиц 2÷5 мкм, иногда добавляют частицы размерами 10÷100 мкм. При изготовлении данного материала стремятся получить максимально однородную композицию путем смешивания жидкой эластомерной предкомпозиции и магнитного наполнителя с последующей высокотемпературной полимеризацией при температуре до 150 °С. На данном этапе система может расслаиваться из-за наличия тяжелых металлических частиц внутри жидкой композиции. Один из способов ускорения полимеризации — высокочастотное нагревание композиции, которое позволяет за 30 с поднять температуру внутри полимеризуемого образца до 150 °С, при которой полимеризация протекает за несколько минут. При этом вязкость быстро повышается, что исключает седиментацию (расслоение).

В качестве полимерной матрицы использовали силиконовый двухкомпонентный эластомер СИЭЛ производства ГНИИХТЭОСа. При изготовлении МАЭ смешивают компоненты силикона, добавляют магнитный наполнитель, который перетирают с силиконовым каучуком на трехвалковой краскотерке, и выливают композицию в формы, где и происходит полимеризация. Получаемые образцы имеют высокую эластичность, модуль упругости Юнга 30÷100 кПа.

Для прогнозирования динамических свойств создаваемого МАЭ используют аналитические модели на основе вибрационных характеристик, полученных опытным путем.

На лабораторном виброиспытательном комплексе, разработанном в ИМАШе для натурных

испытаний вибродемпфирующих свойств МАЭ со сложной структурой, получают необходимые вибродинамические характеристики исследуемого материала для различных эксплуатационных режимов.

Для этого используют метод постепенной (плавной) развертки частоты колебаний испытуемого образца [8] в результате многоциклового прохождения задаваемого диапазона частот при постоянном ускорении на входе испытуемого образца, закрепленного на столе вибратора. Амплитуду воздействий (ускорений) на входе образца можно изменять ступенчато.

Структурная схема виброкомплекса показана на рис. 1. Он состоит из вибратора, генератора, усилителей и средств измерения вибрации, в которые входят вибродатчики, усилители, блоки питания, аналогоцифровые преобразователи (АЦП); основным задающим элементом является электромагнитный вибратор *1* (RFT TYP:11075).

На столе вибратора *1* на входе образца *10* закреплен пьезоакселерометр *2* (RFT KB-10), сверху на образце (на выходе) закреплен пьезоакселерометр *3*. Оба акселерометра подключены к усилителям заряда соответственно *5* и *4*. Усилитель *5* подключен к каналу "0", а усилитель 4 — к каналу "1" АЦП 6, выход которого соединен с USB входом компьютера *8*, оснащенного программой ScVI.21 для работы со звуковой картой *7* (soundcard VIA). Выход звуковой карты подключен к входу усилителя *9* (LV 103). Генератор может формировать сигналы синусоидальной треугольной, прямоугольной и пилообразной формы. Диапазон частот на выходе генератора 0÷10 000 Гц, изменять частоту можно выборочно или дискретно (с шагом 0,5 Гц). Диапазон выходного сигнала 0÷1 В. Диапазон напряжений на катушке вибратора 0÷2,5 В. Число датчиков и измерительных каналов — 16. Наибольшее измеряемое ускорение 1000 м/с^2. Максимальная масса испытуемого образца 5 кг. Максимальные габаритные размеры образца 100 × 200 × 100 мм.

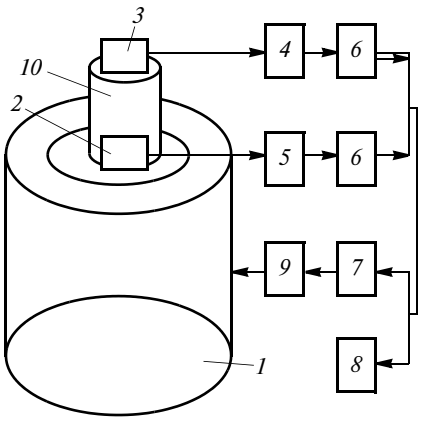


Рис. 1. Структурная схема комплекса для исследования динамических свойств композитных материалов

Рис. 2. Образцы МАЭ с датчиками и часть оснастки стенда

На рис. 2 показаны образцы МАЭ с датчиками и часть оснастки стенда, который представляет собой систему с кинематическим возбуждением со стороны опоры на испытуемый образец. Для разных серий испытаний относительное возбуждение на входе образца можно изменять в несколько раз (максимальное увеличение в 4,5 раза).

В рассматриваемой серии испытаний выполняли плавную развертку частоты синусоидального сигнала на столе вибратора с жестко закрепленным образцом. Частоты развертки сигналов составляли от 20 до 450 Гц.

Образец нагружали колебаниями на входе с постоянным ускорением во всем исследуемом диапазоне частот колебаний. На рис. 3 показана осциллограмма на резонансной частоте $f_р$ = 75 Гц. На данной частоте колебаний выходной сигнал увеличился по сравнению с входным более чем в 4 раза.

Эксперименты показали, что при увеличении частоты колебаний отношение амплитуды выходного сигнала к амплитуде входного плавно увеличивается, достигая максимального значения при 70÷75 Гц. При этом сдвиг фаз выходного сигнала относительно входного составил 90°. Фазочастотные характеристики (ФЧХ) характеризуют процесс вязкоупругого трения в образцах. Чем больше сила трения, тем плавнее ФЧХ. Резкие перепады соответствуют низкому демпфированию. Таким образом, о вибродемпфирующих свойствах образца можно судить по сдвигу фаз его входных и выходных АЧХ. До и после резонансной частоты ($f_р$ = 75 Гц), например при 40 и 200 Гц, амплитуды входных и выходных сигналов практически одинаковы. При f > 200 Гц наблюдается постепенное снижение амплитуды. Так, при f > 350 Гц амплитуда выходного сигнала относительно амплитуды входного сигнала уменьшилась более чем в 9 раз. Заметим, что в данной области частот на выходе образца имеет место сильное демпфирование.

Были проведены эксперименты для определения влияния нагружения образца и магнитного поля на фазовый сдвиг резонансных частот. На образец устанавливали грузы различной величины. На рис. 4 приведены зависи-

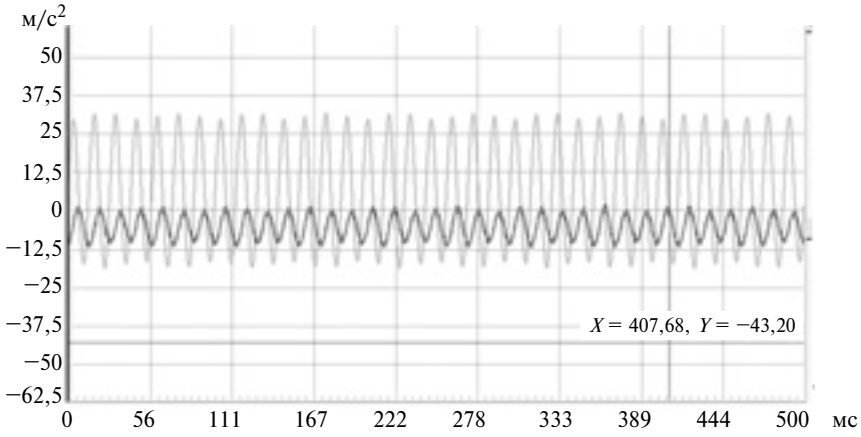


Рис. 3. Осциллограмма на резонансной частоте 75 Гц

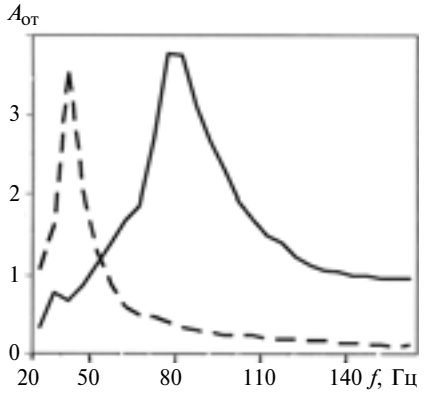


Рис. 4. Зависимость изменения относительной величины $A_{от}$ АЧХ от частоты *f* для ненагруженного (*1*) и нагруженного (масса груза 140 г) (*2*) образцов

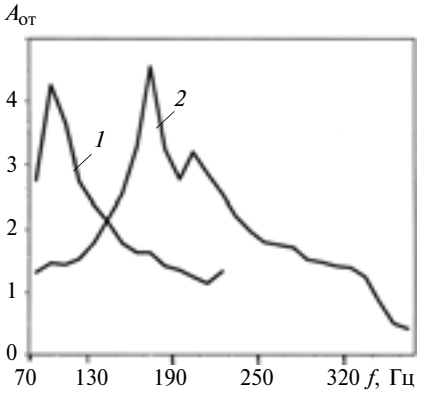


Рис. 5. Зависимость изменения относительной величины $A_{от}$ АЧХ от частоты *f* и расстояния магнита до образца *a* = 9,5 (*1*); 1,5 мм (*2*)

мости изменения относительной величины АЧХ ($A_{от} = A_{вых}/A_{вх}$) от частоты *f* колебаний для ненагруженного и нагруженного образцов. Установка на образец груза массой 140 г изменила значение резонансной частоты, она составила $f_р$ = 40 Гц.

Также исследовали влияние магнитного поля на свойства МАЭ. Для этого на разных расстояниях от образца устанавливали проставку с магнитом. Создаваемые таким образом магнитные поля воздействовали на образец с разной силой. При установке магнита на расстоянии *a* = 9,5 мм от образца действующая на него магнитная сила составила 1,79 Н. При этом резонансная частота составила 85÷95 Гц (рис. 5, зависимость *1*). При *a* = 1,5 мм сила магнитного поля возросла до 14,53 Н и резонансная частота составила 170 Гц (см. рис. 5, зависимость *2*).

Таким образом, было установлено, что нагружением образца можно снизить резонансную частоту с 75 до 20 Гц, а воздействием на МАЭ магнитного поля резонансную частоту можно повысить. Кроме того, экспериментально установлены высокие демпфирующие свойства МАЭ, что подтвердило перспективность использования магнитных эластомеров в качестве динамических демпферов, виброзащитных устройств, активных и управляемых звеньев, в частности самоходных движущихся объектов. На основе полученных результатов в ИМАШе совместно с ФГУП ГНИИХТЕОС ведутся работы по созданию активных управляемых эластомеров (смарт-материалов) с обратной связью и заданными динамическими характеристиками, способными гасить вибрацию в широком диапазоне частот.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **The magnetoviscoelastic** response of elastomer composites consisting of ferrous particles embedded in a polymer matrix / M. R. Jolly, J. D. Carlson, B. C. Munoz, T. A. Bullions // J. Intelligent Mat. 1999. N 67. P. 613—622.

2. **Magnetostrictive** Phenomena in Magnetorheological Elastomers / J. M. Ginder, S. M. Clark, W. F. Schlotter, M. E. Nichols // International Journal of Modern Physics. 2002. N 16. P. 2412—2418.

3. **Bellan C., Bossiss G.** Field Dependence of Viscoelastic Properties of MR Elastomers // International Journal of Modern Physics. 2002. N 16. P. 2447—2453.

4. **Demchuk S. A., Kuz'min V. A.** Viscoelastic Properties of Magnetorheological Elastomers in the Regime of Dynamic Deformation // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. 2002. V. 75. N 2.

5. **Filipcsei G., Zrinyi M.** Preparation and Responsive Prospects of Magnetically Soft Poly (N-isopropilacrylamide) Gels // Macromolecules. 2000. N 33. P. 1716—1719.

6. **Magnetodeformational** effect and effect of shape memory in magnetoelastics / L. V. Nikitin, G. V. Stepanov, L. S. Mironova, A. I. Gorbunov // Journal of magnetism and magnetic materials. 2004. N 272—276. P. 2072, 2073.

7. **New Composite** Elastomers with Giant Magnetic Response / A. V. Chertovich, G. V. Stepanov, E. Y. Kramarenko, A. R. Khokhlov // Macromolecular Materials and Engineering. 2010. V. 295. N 4. P. 336—341.

8. **Вибрации** в технике: Справочник. Т. 5 / Под ред. М. Д. Генкина. Машиностроение, 1981. 496 с.

УДК 621.951

П. П. ШАРИН, канд. физ.-мат. наук, М. И. ВАСИЛЬЕВА, канд. техн. наук, В. Е. ГОГОЛЕВ, Г. Г. ВИНОКУРОВ, канд. техн. наук
(Институт физико-технических проблем Севера им. В. П. Ларионова СО РАН, г. Якутск), e-mail: vasileva_mi@mail.ru

Исследование структур и свойств твердосплавных материалов, полученных холодным прессованием и последующей термообработкой

Исследованы механизм формирования структуры твердосплавных материалов на основе карбида вольфрама, полученных холодным прессованием с последующей термообработкой, и влияние усадки на структурообразование порошковых материалов.

Ключевые слова: твердосплавный материал, усадка, структура, микротвердость.

The mechanism of formation of hard-alloy materials structure on tungsten carbide base, obtained by cold pressing with subsequent heat treatment, and influence of shrinkage on structure formation of powder materials are investigated.

Keywords: hard-alloy material, shrinkage, structure, microhardness.

Композиционный алмазосодержащий материал получают в основном методами порошковой металлургии, позволяющими формировать заданные свойства. При создании таких материалов с карбидными матрицами следует учитывать, что физико-механические свойства связки должны удовлетворять следующим требованиям:

прочно соединяться с алмазом с образованием на межфазной границе переходной зоны;

обладать высокими прочностными свойствами;

иметь близкие к алмазу физико-механические свойства, что препятствует возникновению в материале внутренних напряжений [1—3].

В качестве карбидной матрицы широко используют твердые сплавы на основе карбида вольфрама [4]. При этом твердость вольфрамокобальтовых матриц при равном содержании химических элементов повышается с уменьшением размера карбидных зерен, в то время как крупнозернистая карбидная фаза способствует снижению твердости и повышению вязкости сплавов. В большинстве случаев высокая твердость матрицы сочетается с низкой прочностью при изгибе и хрупкостью, а низкая твердость — с высокой прочностью при изгибе и большей вязкостью. В последнее время создаются модификации вольфрамокобальтовых сплавов элементами, препятствующими росту зерна и повышающими твердость материала [5, 6]. Карбиду вольфрама присущи высокие твердость, износостойкость, теплопроводность и температурная устойчивость, поэтому твердые сплавы на его основе являются перспективными для использования в качестве матриц алмазосодержащих композитов. Однако получение композиционного материала алмаз—карбид вольфрама методом спекания затруднено из-за графитизации алмаза при температуре выше 1200 °С, так как возможно появление неалмазного углерода [7]. Данная проблема решена в работах [8, 9] изменением состава и структуры исходной заготовки.

В Институте физико-технических проблем Севера им. В. П. Ларионова СО РАН ведутся комплексные исследования алмазосодержащих твердосплавных материалов, которые проходят в три этапа: первый — выбор давления прессования заготовок с твердой и однородной структурой; второй — изучение влияния медной пропитки на формирование структуры брикетов; третий — исследование опытных алмазосодержащих твердосплавных материалов для рабочих элементов буровой техники.

Исследовали влияние давления прессования на формирование структуры опытных образцов из твердосплавных вольфрамокобальтовых сплавов, полученных сочетанием холодного формования и последующей термообработки. Для этого были изготовлены четыре партии опытных прессовок одинаковых размеров со средним диаметром 7 мм (рис. 1). Предварительно отрабатывали режимы прессования при разных давлениях. Подготовка порошков заключалась в их сушке в термической печи. Для равномерного распределения частиц порошка ВК6 и усиления адгезии добавляли пластификатор. Смесь порошков с пластификатором помещали в пресс-форму; формование проводили на гидравлическом прессе при нагрузке до 500 Н, спекание — в вакуумной печи при давлении 0,5 МПа. Плотность определяли гидростатическим методом. Структурные исследования проводили на оптических микроскопах Neophot-32 и Axio Observer Dlm. Микротвердость измеряли прибором ПМТ-3 в соответствии с требованиями ГОСТ 9450—76 при нагрузке 2 Н на индентор.

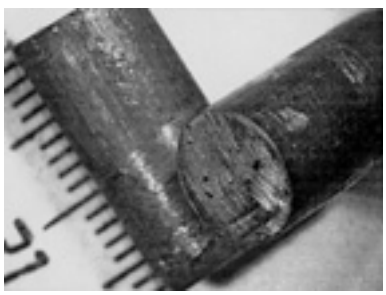


Рис. 1

Основные этапы технологии изготовления композитов из порошковых материалов: приготовление смесей, формование заготовок, их спекание и финишная механическая обработка. Формование порошков заключается в обжатии, при котором пустоты между частицами заполняются вследствие их смещения и пластической деформации. При спекании получают требуемые свойства формовок или свободно насыпанного порошка. На начальном этапе спекания происходят усадка и объединение отдельных частиц порошка.

Этапы и режимы спекания:

1. Медленное нагревание в течение 3 ч до температуры 800 °С. Происходит испарение адсорбированной влаги, удаление образовавшихся паров пластификатора (медленное нагревание позволяет избежать разрушения сырых, непрочных заготовок парами пластификатора).

2. Повышение температуры до 1350 °С, при которой согласно диаграмме состояния WC—Co в местах контакта карбидной фазы с кобальтом появляется жидкая фаза, пропитывающая карбидный каркас (при более низкой температуре растворение карбида в кобальтовой фазе уменьшается, отдельные зерна карбида свариваются в местах их соприкосновения, начинается упрочнение изделия).

3. Выдержка при температуре 1350 °С в течение 10 мин. Зерна карбида покрываются жидкой кобальтовой фазой, поры между ними заполняются, происходит растворение карбидных мостиков и объемная усадка заготовки.

4. После выдержки при максимальной температуре проводится охлаждение. Формируется структура твердого сплава с выделением карбида вольфрама из раствора и рост его частиц (увеличение размеров зерен приводит к снижению прочности материала, но при этом повышается сопротивление изнашиванию при трении).

Для выбора режимов прессования необходимо изучить процесс уплотнения порошков, в котором основными являются давление прессования и время выдержки под давлением. Прочностные свойства заготовок определяются их оптимальной плотностью. При прессовании порошковых материалов важны такие факторы, как морфология, дисперсность, удельная поверхность и площадь контактного взаимодействия частиц.

Были получены опытные образцы однокарбидных твердых сплавов класса ВК. В таблице приведены массогабаритные параметры образцов до и после их спекания. Технология получения прессовок значительно влияет на усадку. Из таблицы видно, что больше всего изменились размеры прессовок партии 2. Партии 1 и 2 образцов получены при наибольших нагрузках прессования, которое сопровождается пластической деформацией участков частиц порошков. Однако дальнейшее увеличение нагрузки может привести к увеличению плотности образца и его расслоению. При этом при спекании может отсутствовать жидкая фаза, что приводит к увеличению пористости. При недостаточной нагрузке прессования (меньше нагрузки в партии 4) уменьшается площадь контактных поверхностей частиц порошка, что приводит к расслоению образца. Массовая усадка и коэффициент линейной усадки для всех партий образцов незначительны и равны соответственно ~0,2 % и 0,9.

На рис. 2 (см. обложку) приведены структуры образцов из порошков твердых сплавов партии 1 (*а*), 2 (*б*), 3 (*в*) и 4 (*г*). В структурах образцов всех партий наблюдается распределенная пористость; структуры имеют чешуйчатое, мелкозернистое строение. Образец партии 1 (см. рис. 2, *а*) имеет однородную структуру, что объясняется наибольшей нагрузкой прессования, при которой происходит интенсивное образование контактов между частицами. В структуре образца партии 2 (см. рис. 2, *б*) на поверхности видна зональная пористость. Структура образца партии 3 (см. рис. 2, *в*), как и партии 2, имеет небольшую зональную пористость, при пропитке заполняемую жидкой медью. В структуре образца партии 4 (см. рис. 2, *г*) при наименьшей нагрузке прессования наблюдаются равномерно распределенная пористость и наибольшая усадка. Наличие небольших пор вызвано присутствием воздуха в порошковой засыпке, который не был вытеснен при прессовании.

В твердых сплавах класса ВК с увеличением содержания кобальта плотность уменьшается; мелкозернистые сплавы имеют большую плотность по сравнению с крупнозернистыми. При определении плотности образцов проводили два взвешивания: на воз-

Линейные размеры и масса прессовок

Партия образцов	Нагрузка прессования, кН	До спекания			После спекания			Изменение			Изменение, %		
		$d_{ср}$, мм	$h_{ср}$, мм	m, гр	$d_{ср}$, мм	$h_{ср}$, мм	m, гр	d, мм	h, мм	m, гр	d	h	m
1	54,86	8,17	17,85	8,42	7,45	16,10	8,4	0,71	1,76	0,02	8,8	9,8	0,2
2	44,73	8,17	17,73	8,35	7,40	15,98	8,33	0,78	1,75	0,02	9,4	9,9	0,2
3	36,14	8,13	17,83	8,37	7,43	16,05	8,34	0,70	1,78	0,03	8,6	9,9	0,4
4	30,51	8,15	17,59	8,33	7,40	15,86	8,31	0,76	1,73	0,02	9,2	9,8	0,2

духе и в дистиллированной воде. Средняя пористость исследованных образцов составила 14 %.

После термообработки измеряли микротвердость опытных образцов также при нагрузке на индентор 2 Н. Микротвердость характеризует степень насыщения металла дислокационными образованиями и другими дефектами тонкой структуры. При исследовании образцов всех партий получены микротвердости матриц алмазосодержащих твердосплавных материалов: партия 1 — 7811 МПа; партия 2 — 7909 МПа; партия 3 — 7840 МПа; партия 4 — 7015 МПа.

Наибольшую микротвердость имеют образцы партии 2. Практически одинаковую микротвердость имеют образцы партий 1 и 3. Наименьшая микротвердость образцов партии 4 указывает на наличие в расплаве углерода растворенного в виде отдельных частиц графита или на повышение температуры рекристаллизации при термообработке. Замедление рекристаллизации — важнейший фактор упрочняющей обработки: ее развитие приводит к освобождению накопленной энергии деформации и разупрочнению. Очевидно, для улучшения образования контакта между частицами для некоторых образцов недостаточно небольшой нагрузки прессования и проведения термообработки.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Синтетические** алмазы в машиностроении / Под ред. В. Н. Бакуля. Киев: Наукова думка, 1976. 352 с.

2. **Контактное** взаимодействие и смачивание графита и алмаза расплавами системы Cu—Sn—Ni—Ti / И. А. Лавриенко, В. А. Евдокимов, В. А. Мельникова, Ю. В. Найдич // Порошковая металлургия. 1998. № 9/10. С. 62—67.

3. **Поляков В. П., Ножкина А. В., Чириков Н. В.** Алмазы и сверхтвердые материалы. М.: Металлургия, 1990. 327 с.

4. **Синтез** алмазов / Н. В. Новиков, Д. В. Федосеев, А. А. Шульженко, Г. П. Богатырева. Киев: Наукова думка, 1987. 160 с.

5. **Киффер Р., Бенезовский Ф.** Твердые сплавы. М.: Металлургия, 1971. 392 с.

6. **Исследование** вольфрамокобальтовых сплавов с ультрадисперсными добавками для рабочих элементов буровой техники / Г. Г. Винокуров, А. К. Кычкин, М. И. Васильева и др. // Вестник Сев.-Вос. Федерального ун-та им. М. К. Аммосова. 2012. Т. 9. № 1. С. 74—79.

7. **Комплексный** анализ алмазных частиц композитов, полученных взрывным прессованием / С. П. Яковлева, С. Н. Махарова, М. И. Васильева, А. В. Сивцева // Изв. Самарского научного центра РАН. 2010. № 1(2). Т. 12. С. 585—588.

8. **Gordeev S. K.** Advanced composite materials on the diamond base. Diamond based composites. Dordrecht: Kluwer, 1997. P. 1.

9. **Боровко В. Н.** Повышение эксплуатационных свойств материалов для матриц алмазосодержащих абразивов // Инструмент. 2010. Вып. 3. № 29. С. 32—35.

Вниманию авторов

Не допускается предлагать к публикации уже опубликованные или намеченные к публикации в других журналах материалы.

Статьи в редакцию можно присылать на e-mail: vestmash@mashin.ru. В случае пересылки статьи почтой, кроме текста, напечатанного на белой бумаге формата А4 на одной стороне листа через 1,5—2 интервала 14-м кеглем, необходимо прикладывать электронную версию (шрифт Times New Roman в Microsoft Word, 14-й кегль, расстояние между строк 1,5).

К статье прилагаются:

1) акт экспертной комиссии, подтверждающий, что статья не содержит материалов, входящих в перечень сведений, отнесенных к государственной тайне Указом Президента РФ № 1203 от 30.11.1995, и может быть опубликована в открытой печати;

2) аннотация (1—3 предложения) и ключевые слова;

3) сведения об авторах (фамилия, имя, отчество, место работы, должность, ученая степень, адрес, e-mail, телефон).

Объем статьи не должен превышать 20 страниц (с рисунками и таблицами). Все страницы должны быть пронумерованы. Рисунки и таблицы давать после текста.

Представляя статью в редакцию для публикации, авторы выражают согласие с тем, что:

1) статья может быть переведена и опубликована на английском языке;

2) после публикации в журнале материал может быть размещен в Интернете;

3) авторский гонорар за публикацию статьи не выплачивается.

Редакция оставляет за собой право сообщать автору о результатах рецензирования без предоставления рецензии.

Представленные в редакцию материалы обратно не высылаются.

Минимальный срок публикации — 4 месяца со дня предоставления рукописи в редакцию при соблюдении всех изложенных выше требований (обусловлен технологическим процессом).

УДК 621.9.04.001.24

А. Л. ВОРОНЦОВ, д-р техн. наук (МГТУ им. Н. Э. Баумана), e-mail: mt13@bmstu.ru

Теоретическое обеспечение технологической механики. 8. Плоская задача теории пластичности. Часть 3*

Рассмотрены напряженное и кинематическое состояния при вдавливании пуансона в полупространство.

Ключевые слова: теория пластичности, плоская задача, пуансон, вдавливание в полупространство, напряженное состояние.

The stressed and kinematic states at punch indentation in half-space are considered.

Keywords: theory of plasticity, plane stress problem, punch, indentation in half-space, stressed state.

Рассмотрим задачу о вдавливании пуансона в полупространство. Напомним, что для выпуклого, например цилиндрического, торца пуансона еще никому не удалось получить корректное решение данной задачи с согласованием хотя бы знаков скорости $\eta_{\rho\theta}$ сдвиговой деформации и касательного напряжения $\tau_{\rho\theta}$, не говоря уже об их полном согласовании [1, с. 274]. Восполним этот теоретический пробел и получим корректное решение для пуансона с круглым цилиндрическим торцом (рис. 13, *а*[*1], справа от оси симметрии). Заметим, что результаты данного исследования вполне пригодны и для расчетов вдавливания пуансона с плоским торцом (рис. 13, *а*, слева от оси симметрии), поскольку эксперименты показывают, что с самого начала вдавливания пуансона под его торцом возникает застойная зона, форма которой близка к цилиндрической [2; 3, с. 241]. Поэтому плоский пуансон можно рассматривать как цилиндрический с предельным трением по торцу. Не случайно в работе [4, с. 191] указано, что "при наличии трения различие в удельных усилиях для пуансонов с закругленным и плоским торцом становится несущественным". Интересно, что согласно решению Прандтля (рис. 2, *а*) [5, с. 62] даже при отсутствии трения под торцом плоского пуансона имеется застойная зона ABC, максимальные размеры которой соответствуют размерам круглого полуцилиндра.

По-прежнему закон контактного трения заранее задавать не будем, а примем его соответствующим закону изменения на поверхности контакта касательного напряжения, найденного из решения системы уравнений теории пластичности. Максимальное контактное касательное напряжение примем равным $\beta\mu_1\sigma_s$, причем для сокращения записей соответствующий плоской деформации коэффициент Лоде $\beta = 1{,}155$ будет конкретизирован только в окончательных выражениях. Для упрощения чертежа (см. рис. 13) у стрелок, соответствующих направлениям контактных касательных напряжений, условно обозначены только соответствующие им коэффициенты (μ_1, μ_2) трения. В решении используем геометрические параметры, отнесенные к радиусу цилиндрического торца $r = b = 1$, где b — половина ширины этого торца.

Для решения данной задачи плоской деформации целесообразно использовать полярную систему координат (ρ, θ). Приведем соответствующую систему уравнений теории пластического течения,

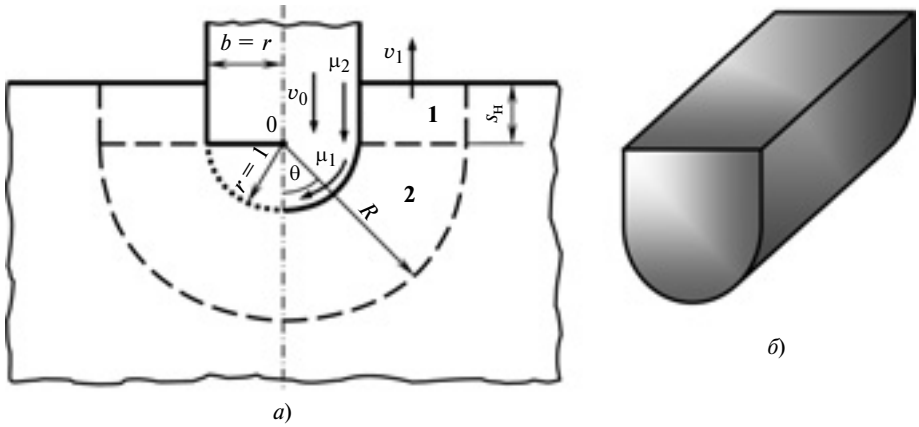


Рис. 13. Расчетная схема (*а*) вдавливания пуансона с плоским (слева от оси симметрии) или цилиндрическим (справа) торцом в полупространство и пуансон (*б*) с цилиндрическим торцом

* Продолжение цикла. Начало — см. "Вестник машиностроения" № 1÷12 за 2013 г., № 1 за 2014 г., продолжение — № 3 за 2014 г.

*1 Рис. 1÷9 см. "Вестник машиностроения" № 12 за 2013 г., рис. 10÷12 — № 1 за 2014 г.

в которую входят:

уравнения равновесия:

$$\frac{\partial\sigma_\rho}{\partial\rho} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial\tau_{\rho\theta}}{\partial\theta} + \frac{\sigma_\rho - \sigma_\theta}{\rho} = 0; \qquad (100)^{*2}$$

$$\frac{\partial\tau_{\theta\rho}}{\partial\rho} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial\sigma_\theta}{\partial\theta} + \frac{2\tau_{\theta\rho}}{\rho} = 0; \qquad (101)$$

уравнения Леви—Мизеса, связывающие напряжения и скорости деформаций

$$\begin{cases} \sigma_\rho = \sigma + \frac{2}{3}\frac{\sigma_i}{\xi_i}\xi_\rho; & (102) \\ \sigma_\theta = \sigma + \frac{2}{3}\frac{\sigma_i}{\xi_i}\xi_\theta; & (103) \\ \tau_{\rho\theta} = \frac{1}{3}\frac{\sigma_i}{\xi_i}\eta_{\rho\theta}; & (104) \end{cases}$$

уравнение для интенсивности скоростей деформаций:

$$\xi_i = \frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{4\xi_\rho^2 + \eta_{\rho\theta}^2}; \qquad (105)$$

условие несжимаемости (постоянства объема):

$$\xi_\rho + \xi_\theta = 0; \qquad (106)$$

кинематические уравнения:

$$\begin{cases} \xi_\rho = \frac{\partial v_\rho}{\partial\rho}; & (107) \\ \xi_\theta = \frac{v_\rho}{\rho} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial v_\theta}{\partial\theta}; & (108) \\ \eta_{\rho\theta} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial v_\rho}{\partial\theta} + \frac{\partial v_\theta}{\partial\rho} - \frac{v_\theta}{\rho}. & (109) \end{cases}$$

Примем, что очаг пластической деформации сосредоточен в области **2**, ограниченной радиусом R, который следует найти в результате решения.

В процессе вдавливания область **1** будет вытесняться вверх как жесткое целое, преодолевая удерживающие силы, обусловленные касательными напряжениями, действующими на ее боковых вертикальных поверхностях. Из условия постоянства расхода

$$v_1(R - 1) = v_0 \cdot 1 \qquad (110)$$

скорость движения области **1** составит

$$v_1 = \frac{v_0}{R - 1}. \qquad (111)$$

Очевидно, что сила сопротивления перемещению области **1** определяется выражением

$$P_c = -\beta\sigma_s(0{,}5 + \mu_2)sl, \qquad (112)$$

где l — длина заготовки в направлении, перпендикулярном к плоскости чертежа. Заметим, что если ширина вертикальной поверхности пуансона выполнена несколько меньшей, чем наибольший поперечный размер его рабочего торца, то следует принимать $\mu_2 = 0$.

Удельная сила сопротивления, действующая со стороны области **1** на горизонтальную границу области **2**, определяется выражением

$$q_c = \frac{P_c}{(R-1)l} = -\beta\sigma_s(0{,}5 + \mu_2)\frac{s}{R-1}. \qquad (113)$$

Рассмотрим область **2**. Следуя авторскому методу, зададим кинематически возможную радиальную скорость пластического течения в общем виде:

$$v_\rho = f(\rho)\cos\theta, \qquad (114)$$

который в принципе удовлетворяет имеющимся граничным условиям $v_\rho = v_0\cos\theta$ при $\rho = 1$ и $v_\rho = 0$ при $\rho = R$.

Подставив формулы (107) и (108) в условие несжимаемости (106), получим равенство

$$\frac{\partial v_\theta}{\partial\theta} = -\left(\rho\frac{\partial v_\rho}{\partial\rho} + v_\rho\right), \qquad (115)$$

которое с учетом выражения (114) сводится к уравнению

$$\frac{\partial v_\theta}{\partial\theta} = -\left[\rho\frac{\partial f(\rho)}{\partial\rho} + f(\rho)\right]\cos\theta. \qquad (116)$$

Интегрируя, находим:

$$v_\theta = -\left[\rho\frac{\partial f(\rho)}{\partial\rho} + f(\rho)\right]\sin\theta + f_1(\rho). \qquad (117)$$

Из очевидного граничного условия на оси симметрии $v_\theta = 0$ при $\theta = 0$ следует, что $f_1(\rho) = 0$. Окончательно имеем:

$$v_\theta = -\left[\rho\frac{\partial f(\rho)}{\partial\rho} + f(\rho)\right]\sin\theta. \qquad (118)$$

Чтобы наглядно убедиться в том, что зависимость (114) в принципе позволяет удовлетворить всем имеющимся кинематическим граничным условиям, можно подставить в выражения (114) и (118), например, функцию

$$f(\rho) = \frac{v_0}{R-1}\left(\frac{R}{\rho} - 1\right). \qquad (119)$$

В результате получим формулы:

$$v_\rho = \frac{v_0}{R-1}\left(\frac{R}{\rho} - 1\right)\cos\theta; \qquad (120)$$

$$v_\theta = \frac{v_0}{R-1}\sin\theta, \qquad (121)$$

которые удовлетворяют условиям $v_\rho = v_0\cos\theta$ при $\rho = 1$, $v_\rho = 0$ при $\rho = R$ и $v_\theta = v_1$ при $\theta = 90°$.

*2 Формулы (1)÷(19) — см. "Вестник машиностроения" № 12 за 2013 г., формулы (20)÷(99) — № 1 за 2014 г.

Продолжим решение в общем виде. Подставив равенства (114) и (118) в кинематические уравнения (107)—(109), найдем скорости деформаций:

$$\begin{cases} \xi_\rho = \dfrac{\partial f(\rho)}{\partial \rho}\cos\theta; & (122) \\ \xi_\theta = -\dfrac{\partial f(\rho)}{\partial \rho}\cos\theta; & (123) \\ \eta_{\rho\theta} = -\left[\rho\dfrac{\partial^2 f(\rho)}{\partial \rho^2} + \dfrac{\partial f(\rho)}{\partial \rho}\right]\sin\theta. & (124) \end{cases}$$

С учетом структуры выражения (124) его можно представить в сокращенном виде:

$$\eta_{\rho\theta} = f_2(\rho)\sin\theta. \qquad (125)$$

Из-за разрыва на границе пластической области **2** с жесткой зоной (т. е. при $\rho = R$) скоростей, касательных к этой границе, скорость $\eta_{\rho\theta}$ сдвиговой деформации и, соответственно, интенсивность ξ_i скоростей деформаций на ней могут быть неограниченно велики [6, с. 168; 7, с. 24], т. е. $\eta_{\rho\theta} \to \infty$ и $\xi_i \to \infty$. Поэтому в отличие от предыдущей задачи здесь в выражении (105) нельзя пренебречь вторым слагаемым под радикалом и использовать упрощенное выражение, подобное равенству (24)[*2].

Подставив равенства (122) и (125) в выражение (105), конкретизируем интенсивность скоростей деформаций:

$$\xi_i = \frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{4\left[\frac{\partial f(\rho)}{\partial \rho}\cos\theta\right]^2 + [f_2(\rho)\sin\theta]^2}. \qquad (126)$$

Из структуры выражения (125) видно, что на поверхности разрыва обеспечить $\eta_{\rho\theta} \to \infty$ может только сомножитель $f_2(\rho)$. Следовательно, зависимости скорости $\eta_{\rho\theta}$ сдвиговой деформации и интенсивности ξ_i скоростей деформаций от радиуса ρ являются главными и должны быть сохранены в дальнейшем решении. Поэтому для его упрощения усредним выражение (126) по менее значимому углу θ (например, используем среднее арифметическое или же среднее интегральное), т. е. будем считать, что

$$\xi_i = \xi_{i\,\mathrm{ср}\,\theta} = f_3(\rho). \qquad (127)$$

Тогда, подставив равенства (125) и (127) в формулу (104), найдем структуру касательного напряжения:

$$\tau_{\rho\theta} = \frac{\sigma_s}{3}\frac{f_2(\rho)}{f_3(\rho)}\sin\theta = F(\rho)\sin\theta. \qquad (128)$$

При этом ясно, что, в отличие от известных решений методом линий скольжения в решении автора, касательное напряжение $\tau_{\rho\theta}$ полностью согласовано со скоростью $\eta_{\rho\theta}$ сдвиговой деформации.

Далее используем повышающее оценку силовых параметров (т. е. согласующееся с используемым методом верхней оценки [8, с. 172, 173]) упрощенное условие пластичности

$$\sigma_\theta - \sigma_\rho = \beta\sigma_s. \qquad (129)$$

Заметим, что приведенное выше простое объяснение сути принятого упрощения условия пластичности можно было бы преподнести читателям и в таком виде [9, с. 347]: "Примем, что главные оси тензора напряжений совпадают с осями координат". От этой фразы веет высочайшей теорией, и кажется, что и упрощения никакого нет!

Из условия (129) следует:

$$\frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} = \frac{\partial \sigma_\rho}{\partial \theta}. \qquad (130)$$

Подставив равенства (128), (129) и (130) в уравнения равновесия (100), (101), получим:

$$\frac{\partial \sigma_\rho}{\partial \rho} + \frac{F(\rho)}{\rho}\cos\theta - \frac{\beta\sigma_s}{\rho} = 0; \qquad (131)$$

$$\frac{\partial \sigma_\rho}{\partial \theta} + \left[\rho\frac{\partial F(\rho)}{\partial \rho} + 2F(\rho)\right]\sin\theta = 0. \qquad (132)$$

Продифференцировав уравнение (131) по θ, а уравнение (132) по ρ, получим:

$$\frac{\partial^2 \sigma_\rho}{\partial \rho \partial \theta} - \frac{F(\rho)}{\rho}\sin\theta = 0; \qquad (133)$$

$$\frac{\partial^2 \sigma_\rho}{\partial \rho \partial \theta} + \left[\rho\frac{\partial^2 F(\rho)}{\partial \rho^2} + 3\frac{\partial F(\rho)}{\partial \rho}\right]\sin\theta = 0. \qquad (134)$$

Разность уравнений (134) и (133) представляет собой выражение

$$\left[\rho\frac{\partial^2 F(\rho)}{\partial \rho^2} + 3\frac{\partial F(\rho)}{\partial \rho} + \frac{F(\rho)}{\rho}\right]\sin\theta = 0. \qquad (135)$$

Умножив уравнение (135) на ρ и разделив на $\sin\theta$, имеем:

$$\rho^2\frac{\partial^2 F(\rho)}{\partial \rho^2} + 3\rho\frac{\partial F(\rho)}{\partial \rho} + F(\rho) = 0. \qquad (136)$$

Исследуем однородное дифференциальное уравнение (136) второго порядка, представив его структуру в виде:

$$\varphi_1(\rho)\frac{\partial^2 F(\rho)}{\partial \rho^2} + \varphi_2(\rho)\frac{\partial F(\rho)}{\partial \rho} + \varphi_3(\rho)F(\rho) = 0, \qquad (137)$$

где $\varphi_1(\rho) = \rho^2$, $\varphi_2(\rho) = 3\rho$, $\varphi_3(\rho) = 1$.

Сначала находим:

$$\frac{\partial \varphi_1(\rho)}{\partial \rho} = 2\rho; \quad \frac{\partial^2 \varphi_1(\rho)}{\partial \rho^2} = 2; \quad \frac{\partial \varphi_2(\rho)}{\partial \rho} = 3. \qquad (138)$$

Так как

$$\frac{\partial \varphi_2(\rho)}{\partial \rho} - \frac{\partial^2 \varphi_1(\rho)}{\partial \rho^2} = 1 = \varphi_3(\rho), \qquad (139)$$

то, следовательно, уравнение (137) является уравнением в полных дифференциалах и может быть сведено к уравнению первого порядка, именующему вид [10, с. 145]

$$\varphi_1(\rho)\frac{\partial F(\rho)}{\partial \rho} + \left[\varphi_2(\rho) - \frac{\partial \varphi_1(\rho)}{\partial \rho}\right] F(\rho) = C \qquad (140)$$

или

$$\rho^2 \frac{\partial F(\rho)}{\partial \rho} + \rho F(\rho) = C, \qquad (141)$$

где C — произвольная постоянная.

Разделив уравнение (141) на ρ^2, получим линейное уравнение

$$\frac{\partial F(\rho)}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} F(\rho) = \frac{C}{\rho^2}. \qquad (142)$$

Уравнение (142) имеет структуру:

$$\frac{\partial F(\rho)}{\partial \rho} + \Phi_1(\rho) F(\rho) = \Phi_2(\rho), \qquad (143)$$

где $\Phi_1(\rho) = 1/\rho$, $\Phi_2(\rho) = C/\rho^2$.

Решение такого уравнения, как известно, имеет вид [910 с. 36]:

$$F(\rho) = \phi(\rho)\left[\int \frac{\Phi_2(\rho)}{\phi(\rho)} d\rho + C_1\right], \qquad (145)$$

где

$$\phi(\rho) = e^{-\int \Phi_1(\rho) d\rho}; \qquad (146)$$

С учетом этого имеем:

$$\phi(\rho) = e^{-\int \frac{d\rho}{\rho}} = e^{-\ln\rho} = \frac{1}{\rho}; \qquad (147)$$

$$F(\rho) = \frac{1}{\rho}\left[\int \frac{C}{\rho} d\rho + C_1\right] = \frac{C\ln\rho + C_1}{\rho}. \qquad (148)$$

Подставив функцию (148) в равенство (128), найдем касательное напряжение:

$$\tau_{\rho\theta} = \frac{C\ln\rho + C_1}{\rho}\sin\theta. \qquad (149)$$

Произвольные постоянные определяем из граничных условий:

$$\tau_{\rho\theta} = \beta\mu_1\sigma_s \text{ при } \theta = 90^\circ \text{ и } \rho = 1;$$

$$\tau_{\rho\theta} = -0{,}5\beta\sigma_s \text{ при } \theta = 90^\circ \text{ и } \rho = R,$$

с учетом которых

$$C = -\frac{\beta\sigma_s}{\ln R}\left(\frac{R}{2} + \mu_1\right); \qquad (150)$$

$$C_1 = \beta\mu_1\sigma_s. \qquad (151)$$

При необходимости с помощью формулы (149) и уравнения (128) с учетом равенств (124)—(126) можно конкретизировать функцию $f(\rho)$, получив явные поля скоростей, строго согласованные с касательными напряжениями и коэффициентом μ_1 трения. Пример такой конкретизации был подробно рассмотрен в задаче об осадке полосы [5].

Подставив равенство (148) в уравнение (131), получим:

$$\frac{\partial \sigma_\rho}{\partial \rho} + \frac{C\ln\rho + C_1}{\rho^2}\cos\theta - \frac{\beta\sigma_s}{\rho} = 0, \qquad (152)$$

откуда

$$\sigma_\rho = \beta\sigma_s\ln\rho + \frac{C\ln\rho + C + C_1}{\rho}\cos\theta + f_4(\theta) + C_2. \qquad (153)$$

С другой стороны, подставив равенство (148) в уравнение (132), получим:

$$\frac{\partial \sigma_\rho}{\partial \theta} = -\frac{C\ln\rho + C + C_1}{\rho}\sin\theta, \qquad (154)$$

откуда

$$\sigma_\rho = \frac{C\ln\rho + C + C_1}{\rho}\cos\theta + f_5(\rho) + C_2. \qquad (155)$$

Сравнив выражения (153) и (155), видим:

$$f_4(\theta) = 0; \quad f_5(\rho) = \beta\sigma_s\ln\rho. \qquad (156)$$

С учетом этого

$$\sigma_\rho = \frac{C\ln\rho + C + C_1}{\rho}\cos\theta + \beta\sigma_s\ln\rho + C_2. \qquad (157)$$

Из условия пластичности (129) находим:

$$\sigma_\theta = \beta\sigma_s + \frac{C\ln\rho + C + C_1}{\rho}\cos\theta + \beta\sigma_s\ln\rho + C_2. \qquad (158)$$

Произвольную постоянную C_2 находим из граничного условия $\sigma_\theta = q_c$ при $\theta = 90^\circ$ и $\rho = 1$:

$$C_2 = q_c - \beta\sigma_s. \qquad (159)$$

Небольшое пояснение к выводу формулы (159): так как выражение (158) зависит от координаты ρ, удовлетворить условию $\sigma_\theta = q_c$ во всех точках горизонтальной границы между областями **1** и **2** (см. рис. 13, *а*) невозможно, поэтому, учитывая предстоящую минимизацию силы процесса с целью нахождения радиуса R, для обеспечения равенства выбрали точку $\rho = 1$, исключив тем самым введение в формулы (159) громоздких выражений, содержащих искомый параметр R. В принципе использование иной точки соблюдения граничного условия, например срединной точки $\rho = (R + 1)/2$, никаких математических затруднений не вызывает, однако, не внося значительного изменения в окон-

чательные результаты, это делает завершающие формулы намного более громоздкими.

С учетом равенства (159) из выражения (157) имеем:

$$\sigma_\rho = \frac{C\ln\rho + C + C_1}{\rho}\cos\theta + \beta\sigma_s\ln\rho - \beta\sigma_s + q_c. \quad (160)$$

На контактной поверхности пуансона нормальное напряжение

$$\sigma_\rho\big|_{\rho=1} = (C + C_1)\cos\theta - \beta\sigma_s + q_c, \quad (161)$$

а касательное напряжение с учетом выражений (149)—(151) имеет вид:

$$\tau_{\rho\theta}\big|_{\rho=1} = \beta\mu_1\sigma_s\sin\theta. \quad (162)$$

Сила вдавливания определяется выражением

$$P = 2bl\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(\left|\sigma_\rho\right|_{\rho=1}\cos\theta + \tau_{\rho\theta}\Big|_{\rho=1}\sin\theta\right)d\theta. \quad (163)$$

Интегрируя выражение (163) с учетом формул (161), (162), а также равенств (113), (150), (151), находим:

$$P = 2bl\left\{\beta\sigma_s\left[1 + \frac{\pi}{8}\frac{R + 2\mu_1}{\ln R} + (0{,}5 + \mu_2)\frac{s}{R-1}\right]\right\}. \quad (164)$$

Удельная деформирующая сила

$$q = \frac{P}{2bl} =$$

$$= 1{,}155\sigma_s\left[1 + 0{,}393\frac{R + 2\mu_1}{\ln R} + (0{,}5 + \mu_2)\frac{s}{R-1}\right]. \quad (165)$$

Размер очага пластической деформации найдем из условия минимума удельной деформирующей силы:

$$\partial q/\partial R = 0, \quad (166)$$

откуда получим:

$$0{,}393\frac{R\ln R - R - 2\mu_1}{R(\ln R)^2} - (0{,}5 + \mu_2)\frac{s}{(R-1)^2} = 0. \quad (167)$$

Численным решением трансцендентного уравнения (167) находим выражение для радиуса R, определяющего размеры очага пластической деформации, при любом рабочем ходе s. Поскольку, как правило, коэффициент $\mu_2 = 9$ или незначителен [4, с. 191], то им пренебрегаем и получаем зависимость

$$R = 2{,}72 + 1{,}75\mu_1 + \frac{1{,}7s}{2 + \mu_1}. \quad (168)$$

В начальный момент вдавливания ($s = 0$) при $\mu_1 = 0$ из формулы (168) получим $R = 2{,}72$. При сравнении найденного размера очага пластической деформации с размерами OG на рис. 2, *а—в* [5, с. 62] и OK на рис. 2, *б* (выход этого очага на горизонтальную поверхность) видно, что он точнее всего соответствует промежуточному решению Прагера—Ходжа, где $OG = R = 2{,}5$ (в решении Прандтля $R = 3$, а в решении Хилла $R = 2$). При $s = 0$ и $\mu_1 = 0{,}3$ из формулы (168) получим $R = 3{,}25$, а при $\mu_1 = 0{,}5$ — $R = 3{,}6$.

Согласно академическому решению В. В. Соколовского [1, с. 273, формула (9.10)] для цилиндрического пуансона при $s = 0$ и $\mu_1 = 0$ получим $q/(1{,}155\sigma_s) = 2$, а формула (165) в этом случае дает $q/(1{,}155\sigma_s) = 2{,}068$, что больше предыдущего значения на 3 % (запас). Для сравнения укажем, что в книге [11, с. 329, 330] в результате решения той же плоской задачи вдавливания методом баланса работ, сведенным к компьютерному расчету, при $s = 0$ и $\mu_1 = 0$ было получено значение $q/(1{,}155\sigma_s) = 3{,}2$, которое превышает значение решения Прандтля, равное 2,57, на 25 %, а значение решения В. В. Соколовского на 60 %. Таким образом, получить достаточно точные решения даже плоских задач весьма непросто.

При пуансоне с плоским торцом в формулы (165) и (168) надо подставить $\mu_1 = 0{,}5$, результате чего при $s = 0$ получим $q/(1{,}155\sigma_s) = 2{,}411$, что отличается от результата Прандтля всего на 6 %.

Расхождение δ результатов расчетов по выведенным формулам (168) и (165) с экспериментальными данными, представленными в работе [4, с. 195—197], приведено в табл. 3[*3]. В ходе экспериментов осуществлялось плоское вдавливание пуансона с цилиндрическим торцом, имевшим радиус 10 мм, в заранее выполненный вдоль всей поверхности заготовки цилиндрический паз. Пуансон вдавливали на глубину, при которой горизонтальная поверхность заготовки была выше его цилиндрического торца на 1 мм, т. е. в относительных величинах ход внедрения $s = 0{,}1$. Так как на пуансоне уступов выше рабочего торца не имелось, то трение происходило по всей его боковой поверхности, контактирующей с заготовкой. Поэтому для расчетов приняли $\mu_2 = \mu_1$ (в связи с малым значением s величина μ_2 влияет на результаты расчета незначительно; например, если при $\mu_1 = 0{,}5$ принять $\mu_2 = 0{,}1$ вместо $\mu_2 = 0{,}5$, то вместо $q = 466{,}733$ МПа получим $q = 463{,}870$ МПа, т. е. расхождение составит 0,6 %). В ходе экспериментов помимо удельных сил вдавливания определяли и коэффициенты пластического трения. Для варьирования величиной трения использовали: гладкий пуансон со смазочным ма-

[*3] Табл. 1 и 2 — см. "Вестник машиностроения" № 1 за 2014 г.

Таблица 3

Расчетные (q) и экспериментальные ($q_э$) удельные силы и их расхождение δ при плоском вдавливании пуансона с цилиндрическим торцом в заготовку из отожженного дюралюминия Д16 при разных μ_1 и R (σ_s = 165 МПа, s = 0,1, $\mu_2 = \mu_1$)

μ_1	R	q, МПа	$q_э$, МПа	δ, %
0,1	2,976	414,475	368 363 372	11,2 12,4 10,2
0,3	3,319	441,816	435 430 441	1,5 2,7 0,2
0,5	3,663	466,733	462 455 467	1,0 2,5 0,1

териалом (μ_1 = 0,1); гладкий пуансон без смазочного материала (μ_1 = 0,3); пуансон без смазочного материала с насечкой, исключавшей скольжение по его поверхности (μ_1 = 0,5). Для каждого варианта провели по 3 эксперимента. В качестве материала заготовок использовали дюралюминий Д16, отожженный при температуре 450 °С в течение 2 ч с последующим охлаждением в печи. Напряжение текучести отожженного дюралюминия Д16 определено по справочнику [12, с. 128, рис. 5.86-1] для накопленной деформации e_i = 0,043 (это значение будет получено в следующей статье цикла).

Рассмотрим начальный этап вдавливания пуансона с цилиндрическим торцом (рис. 14).

В этом случае форма внедренной части торца в начальный момент близка к плоской и до момента полного внедрения будет дополняться образующейся застойной зоной, поэтому можно использовать уже полученные формулы с некоторыми с изменениями.

Во-первых, на данном этапе область **1** (см. рис. 13) отсутствует и из формул (165) и (168) надо убрать соответствующие ей члены, приняв в них s = 0.

Во-вторых, на начальном этапе удельная сила q приложена на ширине $b_н$, поэтому удельная сила, приходящаяся на всю ширину пуансона b = 1, определяется выражением

$$q_н = \frac{b_н}{b} q = b_н q. \qquad (169)$$

По теореме Пифагора текущее значение ширины

$$b_н = \sqrt{1 - (1 - s_н)^2}, \qquad (170)$$

где $s_н$ — глубина внедрения цилиндрического торца на начальном этапе.

В-третьих, ввиду наличия застойной зоны следовало бы подставить в формулы (165) и (168) μ_1 = 0,5. Однако, если на поверхности самого пуансона коэффициент трения $\mu_1 < 0,5$, то такая подстановка приведет к разрыву теоретической кривой изменения удельной силы в момент завершения внедрения торца, т. е. при $s_н$ = 1, из-за нестыковки формул с разными коэффициентами трения (0,5 и μ_1). Поэтому для обеспечения гладкой кривой теоретического изменения силы лучше с начала и до конца вдавливания использовать одно и то же значение μ_1.

С учетом перечисленного формулы (165) и (168) для расчета удельной силы на начальном этапе внедрения примут вид:

$$R = 2,72 + 1,75\mu_1; \qquad (171)$$

$$q_н = 1,155\sigma_s \sqrt{1 - (1 - s_н)^2} \left[1 + 0,393 \frac{R + 2\mu_1}{\ln R}\right]. \qquad (172)$$

По окончании полного внедрения цилиндрического торца переходим к расчету по формулам (165) и (168).

Для более тщательной проверки полученных формул удельной силы автором проведены эксперименты по вдавливанию в условиях плоской деформации в заготовки из свинца С00 пуансонов с плоским и цилиндрическим торцами (рис. 15). Рабочий ход вдавливания пуансона с плоским торцом и b = 11 мм составлял 18 мм, т. е. s = 18/11 = 1,64. Пуансон использовали без смазывания. Рабочий ход пуансона с цилиндрическим торцом и b = 5,5 мм, после начального этапа внедрения на глубину 5,5 мм (заготовка подготовленного паза не имела) составил также 5,5 мм, т. е. s = 1. Рабочий торец и боковые поверхности пуансона смазывали животным жиром. Боковые поверхности пуансонов не имели уступов, устраняющих трение выше рабочего торца, поэтому в расчетах принимали $\mu_2 = \mu_1$. Результаты расчетов и экспериментальные данные приведены в табл. 4—6.

Заметим, что при s > 0,6 (см. табл. 6) экспериментальное значение $q_э$ удельной силы немного превосходит теоретическое (q). Это связано с тем, что с начала до конца вдавливания коэффициент трения считался неизменным и равным 0,1. Одна-

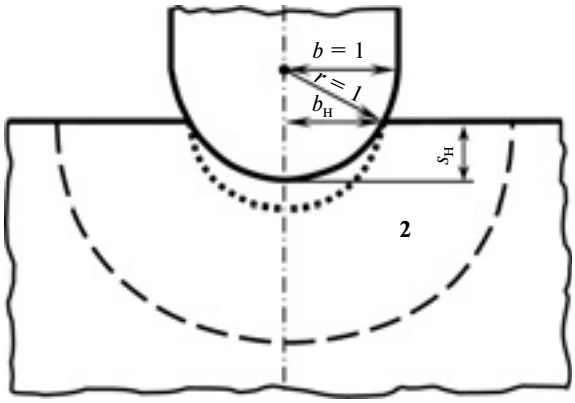
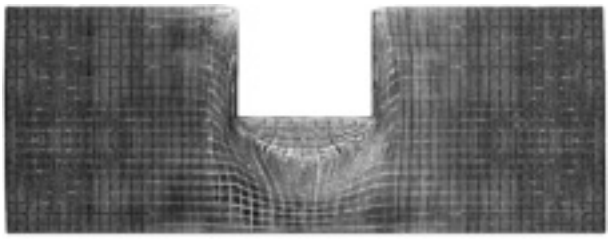


Рис. 14. Расчетная схема начала вдавливания пуансона с цилиндрическим торцом в полупространство



а)

б)

Рис. 15. Экспериментальное искажение делительной сетки при вдавливании в заготовку из свинца С00 пуансона с плоским (*а*) и с цилиндрическим (*б*) торцами

ко на самом деле пуансоны с выпуклым торцом плохо удерживают смазочный материал, поэтому коэффициент трения по ходу вдавливания заметно увеличивается. Автор неоднократно наблюдал это при экспериментальных исследованиях осесимметричного выдавливания [13, с. 89]. Если с учетом этого в конце рабочего хода принять $\mu_1 = \mu_2 = 0{,}3$, то при $s = 1$ получим $R = 3{,}984$ и $q = 57{,}617$ МПа, что превышает экспериментальное значение $q_э = 55{,}5$ МПа на 3,7 %. При $\mu_1 = \mu_2 = 0{,}5$ получим $R = 4{,}275$ и q = 61,223 МПа, что превышает экспериментальное значение уже на 9,3 %. Впрочем, во всех трех случаях точность достаточно высока, а подстановки иных значений коэффициента трения показывают высокую устойчивость формулы (165), для вывода которой использовали, как и ранее, все 10 уравнений теории плоского пластического течения.

В завершение обратим внимание читателей еще на несколько плоских задач, решенных с применением академической теории пластичности.

Для малых обжатий, ограниченных определенной величиной, Р. Хилл получил считающиеся точными и корректными решения задач по прессованию и волочению полосы, имеющие одинаковую сетку линий скольжения (рис. 16, *а*). При этом во всех работах [1, с. 328, рис. 204; 4, с. 251, рис. 158; 6, с. 216, рис. 145; 7, с. 108, рис. 44; 14, с. 228, рис. 65; 15, с. 194, рис. 33; 16, с. 350, рис. 12.5] подробно описано построение этой сетки линий скольжения и соответствующего ей годографа, но отсутствует физическое объяснение того, каким же образом в одной и той же точке *A*, одновременно принадлежащей двум жестким областям, расположенным слева и справа от нее, могут иметь место и скорость v_0, и скорость v_1? В этих же работах приводятся и результаты теоретического построения искажений вертикальных линий делительной сетки, показанных на рис. 16, *а* слева от входа в матрицу, якобы превращающихся после выхода из нее (справа) в лукообразные кривые. Целесообразность построения таких искажений В. Прагер и В. В. Соколовский пояснили так [14, с. 228; 5, с. 328]: "Сравнение теоретических и экспериментальных результатов удобно проводить по искажению первоначально квадратной сетки", но никто таких сравнений так и не провел.

Между тем экспериментальная сетка [4, с. 249, рис. 156; 13, с. 471, рис. 7.16; 17, с. 163, рис. 17] показывает (рис. 16, *б*), что никакой вогнутости, обусловленной особой точкой *A*, реальные кривые не имеют. Сам Р. Хилл об этом писал [15, с. 202]: "По-видимому, нет никаких экспериментальных исследований искажения при волочении листа; зуб в поперечных линиях после волочения, обусловленный разрывом скорости, вероятно, не должен был бы наблюдаться в реальном металле". Не соответст-

Таблица 4

Расчетные (q) и экспериментальные ($q_э$) удельные силы и их расхождение δ при плоском вдавливании пуансона с плоским торцом в заготовку из свинца С00 при разных s и R (σ_s = 19,4 МПа и $\mu_2 = \mu_1 = 0{,}5$)

s	R	q, МПа	$q_э$, МПа	δ, %
0,2	3,731	55,689	52,0	6,6
0,4	3,867	57,222	53,4	6,7
0,6	4,003	58,647	54,6	6,9
0,8	4,139	59,976	55,9	6,8
1,0	4,275	61,223	57,0	6,9
1,2	4,411	62,396	58,0	7,0
1,4	4,547	63,504	58,8	7,4
1,6	4,683	64,555	59,5	7,8

Таблица 5

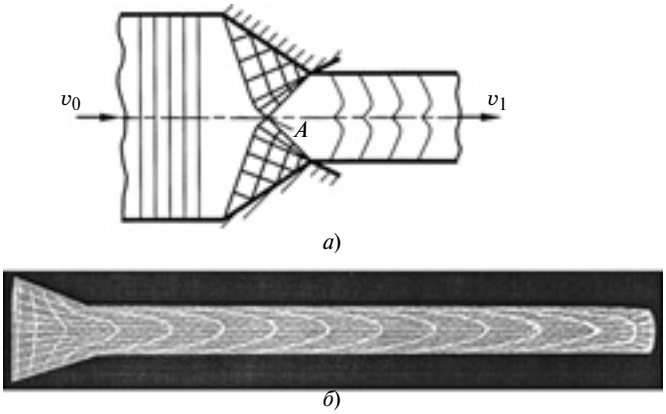
Расчетные ($q_н$) и экспериментальные ($q_{н.э}$) удельные силы и их расхождение δ начала внедрения пуансона с цилиндрическим торцом в заготовку из свинца С00 при разных $s_н$ (σ_s = 19,4 МПа и $\mu_2 = 0$ и $R = 0{,}5$)

$s_н$	$q_н$, МПа	$q_{н.э}$, МПа	δ, %
0,2	28,828	27,0	6,3
0,4	38,437	35,5	7,6
0,6	44,035	41,5	5,8
0,8	47,076	44,5	5,5
1,6	48,047	46,5	3,2

Таблица 6

Расчетные (q) и экспериментальные ($q_э$) удельные силы и их расхождение δ при плоском вдавливании пуансона с цилиндрическим торцом в заготовку из свинца С00 при разных s и R (σ_s = 19,4 МПа и $\mu_2 = \mu_1 = 0{,}1$)

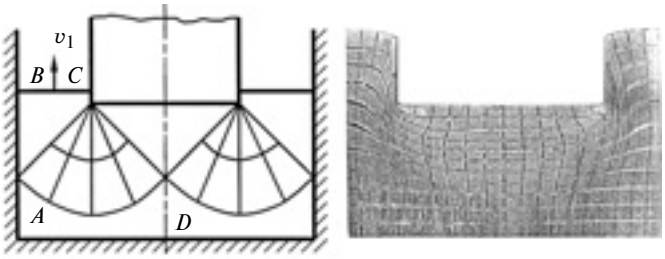
s	R	q, МПа	$q_э$, МПа	δ, %
0,0	2,895	48,047	46,5	3,2
0,2	3,057	49,381	48,0	2,8
0,4	3,219	50,584	50,0	1,2
0,6	3,381	51,681	52,0	0,6
0,8	3,543	52,693	54,0	2,5
1,0	3,705	53,634	55,5	3,5



а)

б)

Рис. 16. Сетка линий скольжения при прессовании и волочении полосы и искажения вертикальных линий, соответствующие точному решению задачи (*а*), и реальные искажения линий делительной сетки [13] (*б*)



а) *б*)

Рис. 17. Сетка линий скольжения при обратном выдавливании в условиях плоской деформации, соответствующая точному решению задачи (*а*), и реальные искажения линий делительной сетки [13] (*б*)

вующий экспериментам по искажению делительной сетки "пик на оси симметрии" Р. Хилл отметил и применительно к прессованию [15, с. 217]. Удобных для технологического использования расчетных формул ни для волочения, ни для прессования точные решения Р. Хилла не дали (каждый раз надо строить численным методом соответствующую сетку линий скольжения). Для обжатий, превышающих оговоренную Р. Хиллом величину, "решение несовместимо с движением протянутого листа как жесткого тела; точное поле еще не известно" [15, с. 200, 201].

Схожее академическое решение [15, с. 219, рис. 46] получено и для обратного выдавливания пуансоном в матрице в условиях плоской деформации (рис. 17, *а*). Здесь также существует физически непонятный разрыв скорости в точке *A*, одновременно принадлежащей нижней жесткой неподвижной зоне и жесткой области *ABC*, двигающейся со скоростью v_1. Согласно этому решению в жесткой области *ABC* не должно наблюдаться искривление горизонтальных и вертикальных делительных линий, что противоречит экспериментальным результатам (рис. 17, *б* [13, с. 190, рис. 4.25]). Экспериментальным искривлениям горизонтальных делительных линий не соответствует и форма нижней границы *AD* очага пластической деформации.

Новые решения этих задач, более адекватные экспериментальным наблюдениям, пригодные для любого значения коэффициента трения (а не только для $\mu = 0$ или $\mu = 0{,}5$) и более приспособленные к технологическому использованию, автор изложит в новых статьях.

В целом изложенное позволяет сделать следующий вывод: *даже для задач плоской деформации, являющихся сравнительно простыми задачами теории пластичности, получить корректное решение очень непросто, еще сложнее получить решение, соответствующее наблюдаемым физическим закономерностям рассматриваемого процесса деформации, поэтому и на сегодняшний день в этой области остается широкое поле для научной деятельности, направленной на совершенствование теории и получение высокоточных расчетных формул, имеющих непосредственное прикладное значение.*

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Соколовский В. В.** Теория пластичности. М.: Высшая школа, 1969. 608 с.
2. **Кузнецов Д. П., Лясников А. В., Кудрявцев В. А.** Технология формообразования холодным выдавливанием полостей деталей пресс-форм и штампов. М.: Машиностроение, 1973 . 112 с.
3. **Смирнов-Аляев Г. А.** Сопротивление материалов пластическому деформированию. Л.: Машиностроение, 1978. 368 с.
4. **Томленов А. Д.** Теория пластического деформирования металлов. М.: Металлургия. 1972. 408 с.
5. **Воронцов А. Л.** Теоретическое обеспечение технологической механики. 8. Плоская задача теории пластичности. Ч. 1 // Вестник машиностроения. 2013. № 12. С. 59—68.
6. **Качанов Л. М.** Основы теории пластичности. М.: Наука, 1969. 420 с.
7. **Степанский Л. Г.** Расчеты процессов обработки металлов давлением. М.: Машиностроение, 1979. 215 с.
8. **Воронцов А. Л.** Технологические задачи теории пластичности. Т. 1. М.: Машиностроение, 2006. 474 с.
9. **Гун Г. Я.** Теоретические основы обработки металлов давлением. М.: Металлургия, 1980. 456 с.
10. **Камке Э.** Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Наука, 1976. 576 с.
11. **Теория** обработки металлов давлением / И. Я. Тарновский, А. А. Поздеев, О. А. Ганаго и др. М.: Металлургиздат, 1963. 672 с.
12. **Кроха В. А.** Упрочнение металлов при холодной пластической деформации: Справочник. М.: Машиностроение, 1980. 157 с.
13. **Воронцов А. Л.** Теория штамповки выдавливанием. М.: Машиностроение, 2004. 721 с.
14. **Прагер В., Ходж Ф. Г.** Теория идеально пластических тел. М.: ИИЛ, 1956. 398 с.
15. **Хилл Р.** Математическая теория пластичности. М.: ГИТТЛ, 1956. 407 с.
16. **Джонсон У., Меллор П.** Теория пластичности для инженеров. М.: Машиностроение, 1979. 567 с.
17. **Холодная** объемная штамповка: Справочник / Под ред. Г. А. Навроцкого. М.: Машиностроение, 1973. 496 с.

УДК 621.941.025.7

В. А. РОГОВ, д-р техн. наук, С. ГОРБАНИ (РУДН, г. Москва), e-mail: siamak_1997@yahoo.com

Выбор рациональной конструкции державки сборного токарного резца со вставками из композиционных материалов компьютерным моделированием

Проведены исследования сборных токарных резцов разной конструкции при статическом и динамическом нагружениях с использованием программного комплекса SolidWorks Simulation.

Ключевые слова: сборный токарный резец, державка, вылет, частота собственных колебаний, композиционные материалы, демпфирование, метод конечных элементов.

The investigations of assembled lathe tools of different design at static and dynamic loadings using SolidWorks Simulation Software were carried out.

Keywords: assembled lathe tool, holder, overhand, eigenfrequency, composite materials, damping, finite element method.

Одним из основных методов механической обработки деталей является резание, и в некоторых случаях чистовым резанием можно завершить процесс изготовления. При резании имеют место такие процессы, как деформирование, стружкообразование, трение, теплообразование, изнашивание инструмента.

В машиностроительном производстве режущий инструмент является лимитирующим элементом технологического процесса, так как производительность металлообрабатывающих систем и качество обработки зависят от эффективности режущего инструмента, что во многом определяется его конструкцией. Сегодня все чаще используют составной и комбинированный инструмент.

При токарной обработке возникают колебания режущего инструмента относительно заготовки, которые изменяют силу резания, толщину срезаемого слоя, величину и характер действующих нагрузок, т. е. ухудшают качество обработанной поверхности. Вибрации повышают уровень шума, что ухудшает условия труда, а также снижают стойкость режущего инструмента. При обработке прецизионных деталей существенными факторами являются тепловые деформации инструмента, которые мешают обеспечению стабильности получаемых размеров.

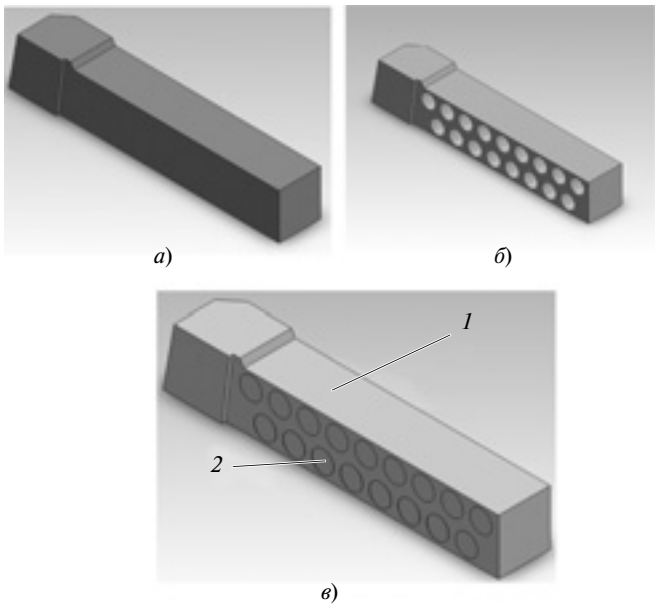
Цель настоящей работы — выбор рациональной конструкции державки сборного токарного резца со вставками из композиционных материалов на основе компьютерного моделирования.

Исследовали динамические свойства трех державок различных конструкций: стандартной цельнометаллической; металлической со сквозными горизонтальными отверстиями, расположенными в шахматном порядке; металлической со сквозными горизонтальными отверстиями, расположенными в шахматном порядке и заполненными композиционным материалом.

Для эксперимента использовали сборные токарные резцы из закаленной стали 40; длина резца 150 мм, размеры поперечного сечения 25 × 25 мм. Моделирование выполняли в программе SolidWorks Version 2011. Сначала были разработаны эскизы, по которым создали 3D-модели (рис. 1). Расчеты выполняли для вылетов: 30; 35; 38; 41; 44; 47; 50; 53; 56; 59; 62; 65 мм.

В модифицированной модели державки отверстия заполняли композиционным материалом (см. рис. 1, *в*) — синтеграном разного состава, а следовательно, с разными свойствами, их физико-механические показатели приведены в таблице.

Исследовали состояния державок сборного токарного резца при воздействии постоянной нагрузки, приложенной к вершине резца. Для этого назначали: материал детали, внешние нагрузки, кон-



а) *б*) *в*)

Рис. 1. Модели цельнометаллического токарного резца (*а*), резца с отверстиями ∅10 мм во вставке (*б*) и резца с отверстиями во вставке, заполненными композиционным материалом (*в*) (*1* — державка; *2* — демпфирующий материал)

тактные поверхности, характер контакта; выбирали сетку конечных элементов. Моделировали воздействие на резец постоянной силы зажима державки (15 кН) и силы резания (2 кН) (рис. 2). Расчетом получены поля эквивалентных напряжений по Мизесу, деформации и статические смещения (рис. 3, см. обложку).

Статический анализ показал, что при уменьшении вылета h резца уменьшается смещение Δ вершины резца (рис. 4). Наличие отверстий во вставке державки резца ослабляет жесткость державки, поэтому смещение вершины резца с отверстиями под действием статических нагрузок больше по сравнению со смещением цельнометаллической модели. Величина смещения вершины резца зависит от свойств синтеграна, которым заполнены отверстия, выполненные во вставке державки.

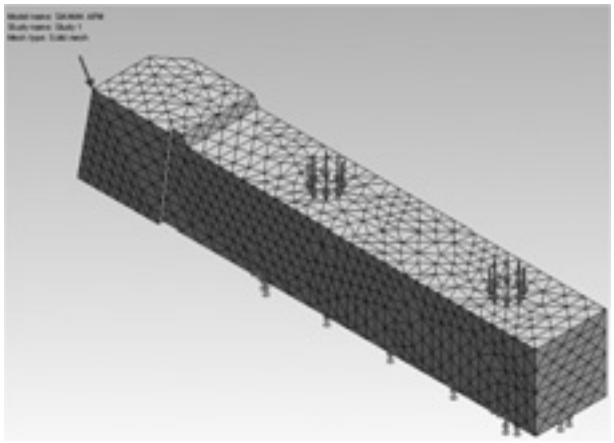


Рис. 2. Конечно-элементная сетка модели цельнометаллического резца

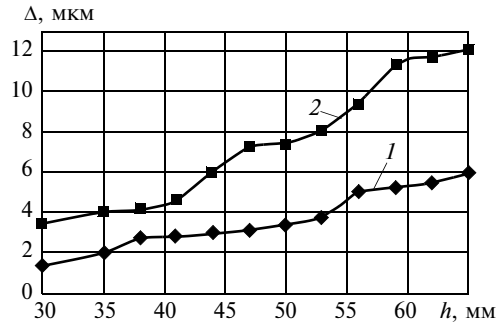


Рис. 4. Зависимости изменения смещения Δ вершины резца от вылета h при статическом нагружении цельнометаллической модели (*1*) и модели с отверстиями во вставке державки (*2*)

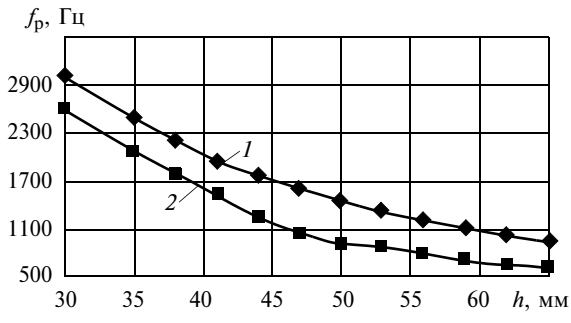


Рис. 6. Зависимости изменения первой резонансной частоты $f_р$ собственных колебаний от вылета h для цельнометаллической модели (*1*) и модели с отверстиями во вставке державки (*2*)

Физико-механические параметры синтегранов

Параметр	Синтегран		
	нормальный	жесткий	пластичный
Плотность, г/см^3	2,4÷2,6	2,4÷2,6	2,4÷2,6
Предел прочности, МПа:			
при сжатии	150÷160	120÷150	180÷200
при растяжении	15÷20	12÷15	20÷25
Модуль упругости, 10^{-4}, МПа	3,5÷4,0	1,5÷1,8	3,0÷3,5
Коэффициент Пуассона	0,25÷0,40	0,25÷0,40	0,25÷0,40
Теплопроводность, Вт/(м · К)	1,70÷1,75	2,0÷2,5	1,65÷1,70
Температурный коэффициент линейного расширения, 10^{-6} °C^{-1}	12÷16	12÷16	12÷16
Коэффициент доминирования	0,6	0,4	1

Стойкость режущего инструмента зависит от амплитуды и частоты его колебаний. Поэтому были проведены частотные исследования колебаний резцов при первой гармонике собственных колебаний, так как наибольшая амплитуда относительных колебаний возникает на этой гармонике. На рис. 5 (см. обложку) показаны формы колебаний при первой частоте (f = 1458 Гц) для цельнометаллической модели при вылете h = 50 мм.

На рис. 6 представлены зависимости изменения первой резонансной частоты $f_р$ собственных колебаний резцов от вылета h, анализ которых показал, что с увеличением вылета частоты собственных колебаний уменьшаются. Наименьшее значение наблюдалось у модифицированной модели, что обусловлено демпфирующими свойствами используемого во вставке державки синтеграна. На рис. 7 (см. обложку) приведены результаты моделирования вынужденных частот для цельнометаллической модели при h = 50 мм.

Как уже отмечалось, отверстия, выполненные во вставке державки резца, ослабляют сечение, что снижает стойкость инструмента, следовательно, смещение вершины резца при вынужденных колебаниях увеличивается. Этот негативный эффект можно уменьшить, заполнив отверстия синтеграном, что значительно снизит металлоемкость резца без снижения эксплуатационных характеристик.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Позняк Г. Г.** Повышение стабильности процесса резания на основе моделирования динамики рабочего пространства технологических систем: Дис. ... канд. техн. наук. РУДН. Москва. 2002. 478 с.

2. **Рогов В. А.** Конструкционные и функциональные материалы современного машиностроения. М.: Изд-во Масштаб, 2006. 736 с.

3. **SolidWorks** 2007/2008. Компьютерное моделирование в инженерной практике / А. А. Алямовский, А. А. Собачкин, Е. В. Одинцов и др. СПб.: БХВ-Петербург, 2008. 237 с.

УДК 621.771

С. И. МАЛАФЕЕВ, д-р техн. наук (ООО Компания "Объединенная Энергия", г. Москва), В. И. КОНЯШИН (Владимирский ГУ), e-mail: sim_vl@nm.ru

Модель мехатронной системы прокатного стана 300

Приведены результаты исследований по совершенствованию процессов прокатки металлов на основе моделей мехатронной системы линейного прокатного стана 300 с учетом взаимосвязей электрического привода, клетей и деформируемого металла.

Ключевые слова: прокатный стан, деформация, электропривод, упругая связь, колебания.

The research results of improvement of processes of metal rolling basing on models of mechatronic system of linear 300 rolling mill, taking into account correlations of electric drive, mills and deformed metal, are presented.

Keywords: rolling mill, deformation, electric drive, elastic constraint, vibrations.

Сегодня повышение эффективности металлургических машин для обработки металлов давлением осуществляется путем совершенствования средств и систем автоматического управления, компьютерного моделирования и оптимизации технологических процессов на основе уточненного математического описания физических процессов. В настоящее время разработаны и используются математические модели процессов прокатки, базирующиеся на механике сплошной среды, теориях упругости и пластичности [1, 2]. Как правило, формирования усилия прокатки и момента на валках рассматриваются без учета взаимосвязи динамических процессов в упругой системе клети и системе электропривода. Это обусловлено, во-первых, разницей временны́х масштабов деформационных (быстрых) и электромеханических (относительно медленных) процессов, во-вторых, специфическим нелинейным характером динамических нагрузок при прокатке. Поэтому методологической основой исследования процессов при прокатке металлов является декомпозиция сложной системы и разработка базовых локальных моделей для конкретных задач, в том числе моделей приводного двигателя и упругих систем клети, технологической нагрузки, зазоров в механических передачах, взаимодействия смежных клетей через полосу и др. [3]. Это позволяет эффективно решать частные задачи, но не учитывает сложные связи компонентов системы.

Функциональное и конструктивное объединения электромеханических, силовых преобразовательных, сложных механических и управляющих устройств в прокатных станах позволяют рассматривать их как мехатронные системы с высоким уровнем взаимодействия всех компонентов. Мехатронные технологии исследования и проектирования технологических систем прокатки предполагают разработку новых моделей, в том числе мультимасштабных и междисциплинарных. С этой целью была разработана и апробирована модель мехатронной системы линейного стана 300, ориентированная на исследование процессов прокатки металлов с использованием информационных технологий.

Математическое описание мехатронной системы прокатного стана

Линейный стан 300 (чистовая клеть) содержит пять рабочих клетей типа "дуо", соединенных с приводным двигателем через шестеренную клеть (рис. 1). В приводе стана используется двигатель П-2-800-174-8У3 постоянного тока (мощность 1000 кВт, частота вращения вала 330 мин$^{-1}$, номинальное напряжение 660 В). Регулирование скорости двигателя осуществляли с помощью трехфазного тиристорного преобразователя; предусмотрен реверс по возбуждению. Система управления электропривода реализована по принципу подчиненного регулирования координат с внутренним контуром тока и главной обратной связью по напряжению и скорости [4].

Основу модели мехатронной системы составляет аналитическое описание электропривода с

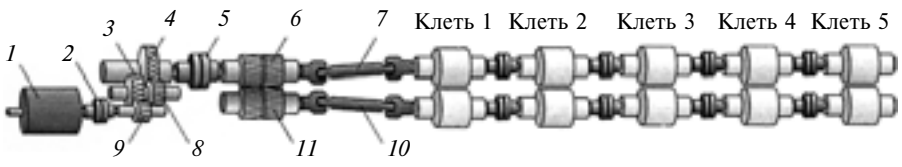


Рис. 1. Схема прокатного стана 300:
1 — ротор электродвигателя; *2* — моторная муфта; *3* и 4 — зубчатые колеса соответственно на промежуточном и тихоходном валах; *5* — коренная муфта; *6* и *11* — верхний и нижний шестеренные валки в шестеренной клети; *7* и *10* — верхний и нижний шпиндели; *8* и *9* — шестерни соответственно на промежуточном и быстроходном валах редуктора

системой управления и многомассовой механической подсистемой с зазором; нагрузка привода в процессе прокатки вычисляется по уравнениям деформации металла с учетом угловой скорости валков, температуры слитка, технической характеристики стана и прокатываемого металла. Структурная схема мехатронной системы показана на рис. 2, где $k_{\text{у}}$ — коэффициент передачи тиристорного преобразователя; k_U, k_I и k_Ω — коэффициенты передачи датчиков соответственно напряжения, тока и скорости; $H_{\text{р.н}}(s)$, $H_{\text{р.с}}(s)$ и $H_{\text{р.т}}(s)$ — регуляторы соответственно напряжения, скорости и тока; L и r — индуктивность и активное сопротивление якорной обмотки двигателя; c — конструктивная постоянная двигателя; T — постоянная времени задатчика интенсивности привода; $J_{\text{д}}$ — момент инерции ротора двигателя; Ω — угловая скорость ротора двигателя; φ — угол поворота вала двигателя; НЭ1, НЭ2, НЭ3 — нелинейные элементы ограничения; u_0 — сигнал задания; $k_{\text{м}}$ — коэффициент передачи редуктора; НЭ4 — нелинейный элемент зоны нечувствительности (люфт шестеренной клети); c_1—c_5 — жесткости шпинделей; J_1—J_5 — моменты инерции клетей; $f_1(\Omega_1)$—$f_5(\Omega_5)$ — зависимости моментов сопротивления движению в клетях от угловых скоростей; Ω_1—Ω_5 — угловые скорости валков соответствующих клетей; φ_1—φ_5 — углы поворота валков соответствующих клетей.

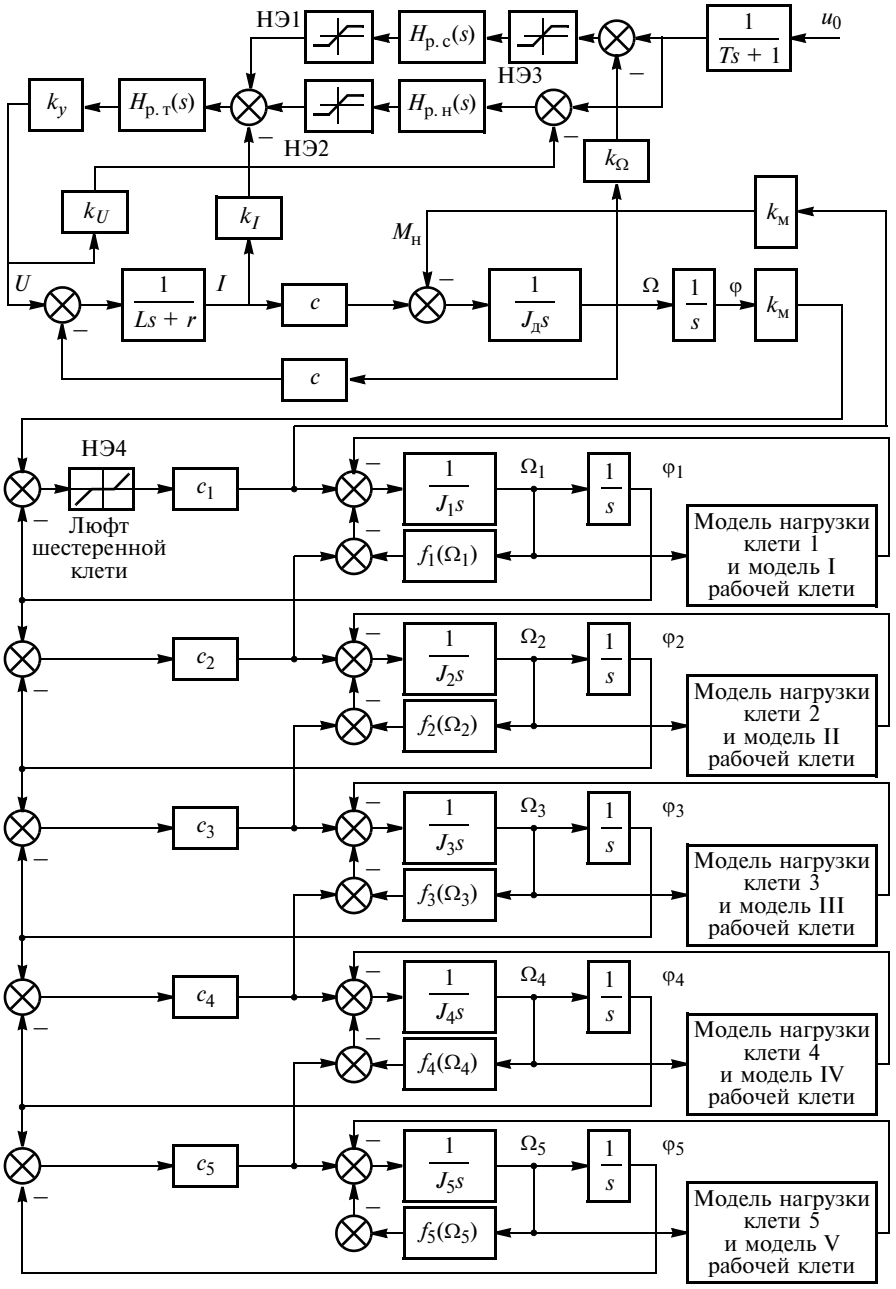


Рис. 2. Модель мехатронной системы прокатного стана

При составлении модели использовано классическое математическое описание двигателя постоянного тока с независимым возбуждением [5]. Тиристорный управляемый выпрямитель представлен безынерционным звеном с коэффициентом усиления $k_{\text{у}} = 132$. В системе управления двигателем в подчиненном контуре тока использован регулятор с передаточной функцией $H_{\text{р.т}}(s) = \dfrac{k_{\text{р.т}}(T_{\text{р.т}}s + 1)}{T_{\text{р.т}}s}$ и главный контур напряжения с передаточной функцией $H_{\text{р.н}}(s) = k_{\text{р.н}}$.

Механическая подсистема содержит 11 масс: ротор двигателя и 10 валков, соединенных упругими связями. С учетом симметричности систем верхних и нижних валков, а также одинаковой жесткости упругих связей, соединяющих валки, модель механической подсистемы упрощена и представлена шестимассовой моделью с упругими связями и зазором в передаче между двигателем и первой клетью. Эквивалентный момент инерции i-го валка вычисляется по формуле

$$J_i = J_{\text{в}}^i + J_{\text{н}}^i + md_1^2 + md_2^2 = mr^2 + 2m\left(\frac{d}{2}\right)^2 = m\left(R^2 + \frac{d^2}{2}\right),$$

где m — масса валка; d — расстояние между осями вращения валков; R — радиус валка; d_1 и d_2 — расстояния между двигателем и осями вращения соответственно верхнего и нижнего валков.

Жесткость c_i i-й связи определяется по закону Гука для упругих деформаций кручения:

$$c_i = \frac{J_0 G}{l} = \frac{\pi(2R)^4}{32}\frac{G}{l} = \frac{\pi G R^4}{2l},$$

где J_0 — геометрический полярный момент инерции цилиндрического стержня; l — длина стержня; G — модуль сдвига.

Момент прокатки на одной клети определяли выражением [6]

$$M_i = 2p\psi zR(h_0 - h_1),\ i = 1, ..., 5,$$

где z — ширина слитка; $\psi \approx 0{,}5$ — коэффициент плеча момента; p — среднее контактное давление металла на валки; h_0 и h_1 — высоты слитка до и после прокатки.

Величину p среднего контактного давления определим по формуле А. И. Целикова [6]

$$p = \sigma_т^* \frac{1}{(h_0 - h_1)}\frac{h_\gamma}{\delta} \times \left[\left(\frac{h_0}{h_\gamma}\right)^\delta + \left(\frac{h_\gamma}{h_1}\right)^\delta - 2\right], \qquad (1)$$

где $\delta = \mu/\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}$; h_γ — высота слитка в нейтральном сечении; $\sigma_т^*$ — средний предел текучести; μ — коэффициент трения; α — угол захвата.

Для определения высоты слитка в нейтральном сечении используем систему уравнений

$$\left.\begin{aligned} &v_в\cos\gamma = \frac{v_0 h_0}{h_\gamma};\\ &h_\gamma = h_1 + 2R(1 - \cos\gamma);\\ &h_1 \le h_\gamma \le h_0, \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

где $v_в$ — линейная скорость валка; v_0 — скорость слитка на входе в клеть.

Решение системы уравнений (2) имеет вид:

$$h_\gamma = \frac{(2R + h_1) - \sqrt{(2R + h_1)^2 - \frac{8Rv_0h_0}{v_в}}}{2}.$$

Отсутствие решения системы (2) означает, что нейтральное сечение отсутствует и возможны две ситуации: очаг деформации состоят только из зоны отставания $h_\gamma = h_1$ или только из зоны опережения $h_\gamma = h_0$.

Условия для зоны опережения:

$$\left.\begin{aligned} &(2R + h_1)^2 - \frac{8Rv_0h_0}{v_в} > 0;\\ &h_\gamma < h_1; \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} &(2R + h_1)^2 - \frac{8Rv_0h_0}{v_в} < 0;\\ &v_в\cos(\alpha) > v_0. \end{aligned}\right\}$$

Условия для зоны отставания:

$$\left.\begin{aligned} &(2R + h_1)^2 - \frac{8Rv_0h_0}{v_в} > 0;\\ &h_\gamma < h_0; \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} &(2R + h_1)^2 - \frac{8Rv_0h_0}{v_в} < 0;\\ &v_в\cos\alpha < v_0. \end{aligned}\right\}$$

Степень ε и скорость ε' деформации по очагу деформации определяются выражениями [6]:

$$\left.\begin{aligned} &\varepsilon = \frac{h_0 - h}{h_0} = \frac{h_0 - h_1 + 2R(1 - \cos\varphi)}{h_0};\\ &\varepsilon' = \frac{2v_0h_0\mathrm{tg}\varphi}{h_\varphi^2}. \end{aligned}\right\}$$

Для нихрома зависимость предела текучести от степени ε деформации, скорости ε' деформации и температуры T аппроксимируется зависимостью [7]

$$\sigma(\varepsilon, \varepsilon') = a(T) + b(T)\ln(\varepsilon) + c(T)\ln(\varepsilon'), \qquad (3)$$

где $a(T)$, $b(T)$ и $c(T)$ — коэффициенты, линейно зависящие от температуры.

С учетом выражения (3) среднее по очагу деформации значение предела текучести имеет вид:

$$\left.\begin{aligned} &\sigma(\varphi) = a(T) + b(T) \times \ln\left(\frac{h_0 - h_1 + 2R(1 - \cos\varphi)}{h_0}\right) +\\ &+ c(T)\ln\left(\frac{2v_0h_0\mathrm{tg}\varphi}{h_\varphi^2}\right);\\ &\sigma_т^* = \frac{1}{\alpha}\int_\alpha^0 \sigma(\varphi)\mathrm{d}\varphi. \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

Формулы (4) справедливы при расчете среднего предела текучести за один проход. Известно, что при прокатке температура заготовки меняется, так как в результате пластических деформаций металл нагревается, а при транспортировке от одной клети к другой охлаждается. Поэтому изменение температуры металла можно определить по модели работы [8]. Скорректированную температуру металла на новом проходе подставим в выражения (4).

При прокатке рабочая клеть испытывает упругие деформации, которые складываются из деформаций рабочих валков, станины, нажимных винтов и пр., что приводит к разнотолщинности проката и перераспределению нагрузок в очаге деформации. Отклонение валков от исходного положения определим из уравнений:

$$\left.\begin{aligned} &0{,}5m\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2} = F_h - 9{,}81m - 0{,}5c_к y;\\ &F_h = pbR\sqrt{h_0 - h_1}, \end{aligned}\right\}$$

где y — отклонение; $c_к$ — жесткость рабочей клети; F_h — усилие прокатки.

Высоту h_1 слитка после прокатки определим по формуле $h_1 = h_1^* + y$, где h_1^* — раствор валков до начала прокатки.

Значение h_1 учитывается при итерационном расчете среднего контактного давления p на валки.

Экспериментальные исследования и проверка модели

Разработанную модель мехатронной системы прокатного стана проверяли экспериментально прокаткой нихрома Х20Н80 на Владимирском заводе прецизионных сплавов. Верификацию модели — проверку правильности ее работы при имитации прокатки, осуществляли сравнением изменений токов и напряжений в электроприводе в ходе технологического цикла. Регистрацию выполняли на действующем оборудовании с использованием специальной экспериментальной установки (рис. 3).

В электроприводе предусмотрена возможность передачи в компьютер сигналов о значениях тока и напряжения через UART. На базе платы Arduino Uno реализован конвертер скорости передачи данных с 3,3 кбит/с в 9,6 кбит/с. Контроллер Arduino Uno построен на базе микроконтроллера ATmega328. Платформа имеет 14 цифровых входов/выходов, 6 аналоговых входов, кварцевый генератор 16 МГц, разъем USB, силовой разъем и разъем ICSP.

В среде MATLAB реализована обработка данных, полученных от Arduino Uno, что позволяет интегрировать данные в Simulink-модель прокатного стана.

Проведено 11 экспериментов верификации модели в условиях реального производства при прокатке нихрома Х20Н80. Примеры полученных осциллограмм тока приведены на рис. 4 и 5. Для сравнения диаграмм рассчитывали коэффициенты детерминации. При идеальных условиях прокатки —

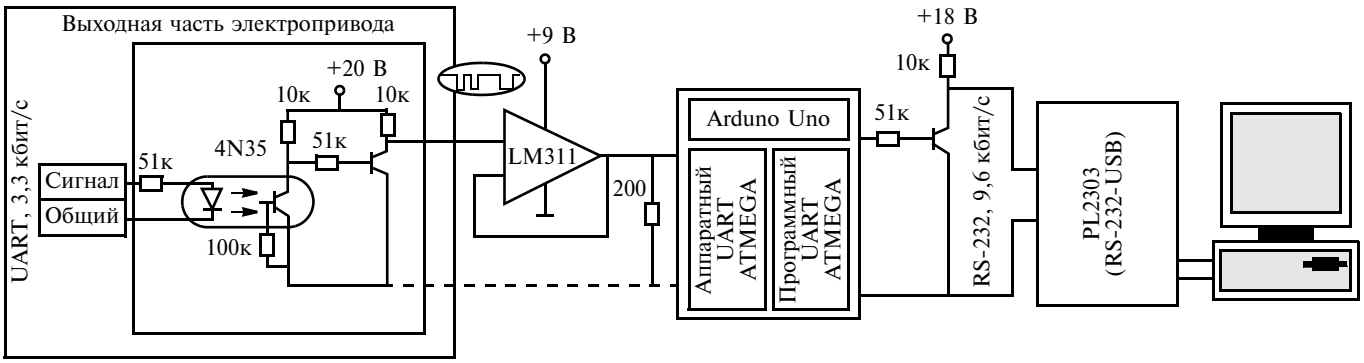


Рис. 3. Схема для экспериментальных исследований процессов в электроприводе при прокатке

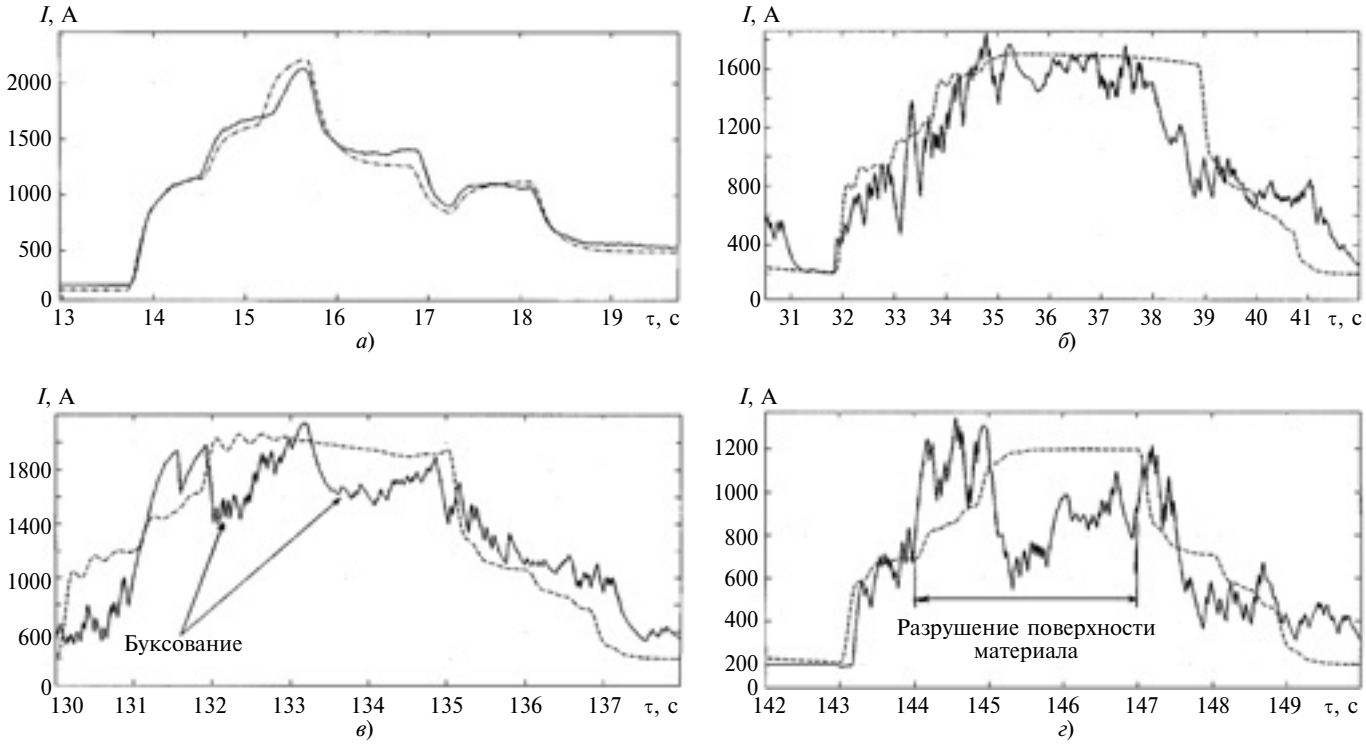


Рис. 4. Зависимости изменения тока якоря приводного двигателя при прокатке первого (*а*), второго (*б*), третьего (*в*), четвертого (*г*) слитков (——— — эксперимент, – • – — модель)

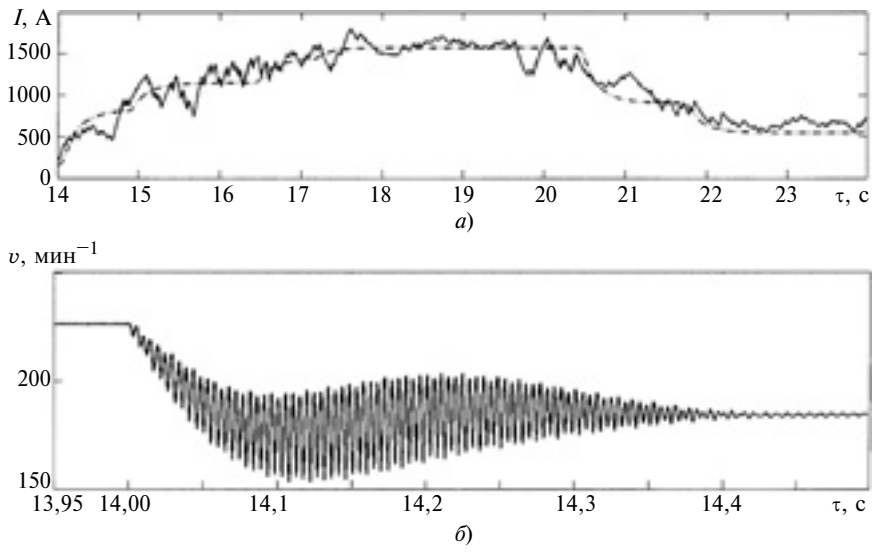


Рис. 5. Осциллограммы тока (а) и скорости (б) в шестом эксперименте (——— — эксперимент, −•− — модель)

скорость и температура соответствуют заданным значениям, показатели качества прокатываемого металла соответствуют заявленным, экспериментальные и модельные осциллограммы токов практически совпадают (см. рис. 4; коэффициент детерминации 0,98). Если эти условия по каким-либо причинам несущественно нарушаются, наблюдаются небольшие отклонения (коэффициент детерминации 0,87÷0,91).

Характерные осциллограммы тока представлены на рис. 4, *б*. Расхождение модели и эксперимента объясняется повышенной скоростью прокатки из-за ручной заправки проката во вторую клеть, в результате которой прокат покинул первую клеть на 1 с раньше (см. рис. 4, *б*). При моделировании эксперимента 2 время выхода проката из второй клети составило 38 с, коэффициент детерминации — 0,95. При существенных нарушениях технологических условий прокатки, вызванных в основном несоответствием температурного режима (температура проката ниже или выше требуемой) или низким качеством исходного материала, наблюдаются расхождения результатов модели и эксперимента (см. рис. 4, *в* и *г*).

Пробуксовки связаны с частичным разрушением печной окалины, находящейся на поверхности прокатываемого металла, что приводит к резкому снижению коэффициента трения в кинематической паре "прокатываемый металл—валок" и, следовательно, момента нагрузки (ток якоря). В предложенной модели это можно учесть введением зависимости коэффициента μ трения от времени в формулу (1) [9]. В некоторых случаях (см. рис. 4, *д*) частичное разрушение поверхности вызвано особенностью работы электропривода и настройками регуляторов: при захвате слитка валками возникают колебания скорости валков, что приводит к перераспределению сил трения в очаге деформации (зона отставания сменяется зоной опережения, изменяется положение нейтрального сечения).

Валидацию модели — проверку правильности результатов при исследовании процессов прокатки, осуществляли сравнением среднеквадратических значений токов якорной обмотки двигателя за технологический цикл, получаемых на модели и реальном стане. Их расхождение не превысило 8 %.

Следовательно, предложенная модель мехатронной системы прокатного стана адекватно отражает связь электропривода и технологической нагрузки и позволяет исследовать процессы прокатки с учетом особенностей приводной системы, технических характеристик рабочих клетей и свойств металла.

Сравнительный анализ модельных и экспериментальных диаграмм токов приводного двигателя при прокатке объясняет особенности технологических процессов и причины нарушений условий прокатки, вызванных несоответствием температурного режима, плохим качеством сырья, пробуксовкой и др.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Ишлинский А. Ю., Ивлев Д. Д.** Математическая теория пластичности. М.: Физматлит, 2001, 2003. 704 с.

2. **Писаренко Г. С.** Уравнения и краевые задачи теории пластичности и ползучести. Киев: Наукова думка, 1981. 496 с.

3. **Веренев В. В., Большаков В. И., Юнаков А. М.** Модели динамических процессов в прокатных станах // Фундаментальные и прикладные проблемы черной металлургии: Сб. науч. тр. Вып. 19. 2009. С. 346—358.

4. **Пат. 2254665 Рос. Федерации:** МПК H02P5/06. Система управления электроприводом.

5. **Малафеев С. И., Малафеева А. А.** Основы автоматики и системы автоматического управления. М.: Академия, 2010. 384 с.

6. **Грудев А. П.** Теория прокатки. М.: Металлургия, 1988. 240 с.

7. **Малафеев С. И., Коняшин В. И.** Аппроксимация характеристики сопротивления деформации нихрома // Производство проката. 2013. № 3. С. 9—13.

8. **Никитин Г. С.** Теория непрерывной продольной прокатки. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2009. 399 с.

9. **Малафеев С. И., Коняшин В. И.** Силы трения при прокатке прецизионных сплавов: Компьютерное моделирование // Трение и смазка в машинах и механизмах. 2013. № 2. С. 36—38.

ТЕХНИЧЕСКАЯ ИНФОРМАЦИЯ

А. Ю. МАКАРОВ (ИМАШ им. А. А. Благонравова РАН), e-mail: amp05@mail.ru

Электронный документооборот на современном предприятии на примере СЭД PAYDOX

Системы электронного документооборота (СЭД) формируют новое поколение систем автоматизации предприятий, где основными объектами автоматизации являются бизнес-процессы и документы (от бумажных до электронных любого формата), и представляют собой систему хранения, движения и обработку документов. СЭД созданы для повышения эффективности использования рабочего времени сотрудников.

Одной из перспективных СЭД является PayDox. Это реализованный на веб-технологиях корпоративный портал, использующий электронный документооборот как инструментальную базу с широким набором стандартных функций и неограниченными возможностями расширения и интеграции.

Его преимущества:

быстрый поиск документов при одновременном доступе всем сотрудникам, имеющим на это разрешение;

прозрачные процессы согласования и утверждения документов происходят в режиме реального времени, поэтому не тратится время на их передачу между подразделениями;

подготовка стандартных отчетов о движении документов происходит автоматически;

обеспечивается удаленный доступ к документам через веб-браузер и по электронной почте.

Использование СЭД экономит значительную часть рабочего времени сотрудников, работающих с документацией. Руководители могут наблюдать в режиме реального времени ход выполнения бизнес-процессов, например, исполнение заказов, прием на работу новых сотрудников, текущее состояние договоров, взаимодействия между различными подразделениями и т. п.

Система PayDox не требует установки на компьютеры пользователей нового программного обеспечения, так как представляет собой привычные для всех пользователей веб-браузер и пакет офисных приложений. Система устанавливается только на центральный сервер, последующего технического обслуживания системы не требуется. Внесение изменений в настройки системы и установка ее новых версий осуществляется на сервере, поэтому затраты на обслуживание системы минимальны и почти не зависят от числа подключенных компьютеров. Система PayDox совместима с уже имеющимися на предприятии системами и программами. Она может использоваться как средство интеграции уже существующих, так и приобретаемых или разрабатываемых на предприятии систем и программ. Данная интеграция может обеспечиваться как на уровне центральной базы данных, так и на уровне межпрограммного обмена в режиме реального времени или файлового обмена. Открытая архитектура PayDox позволяет встраивать в систему любые дополнительные функции. Возможность выгружать и загружать описания документов и бизнес-процессов в универсальном формате, позволяет осуществлять обмен информацией как между несколькими инсталляциями PayDox, так и между другими корпоративными системами предприятия.

В PayDox имеется подсистема PayDox-Monitor для групповой работы сотрудников в режиме реального времени, которая позволяет наблюдать за всеми происходящими в СЭД предприятия событиями: подготовкой, согласованием, утверждением документов и т. п. Любая новая информация по документу — визирование или утверждение документа, поступление платежа, замечание или вопрос по конкретному документу, загрузка новой версии, моментально отражается на экранах всех пользователей.

С помощью подсистемы PayDox-Monitor можно организовывать дискуссии между различными группами пользователей, при этом вся информация будет сохранена и доступна только пользователям, имеющим доступ к данному документу. Состав дискуссионной группы формируется автоматически по списку разрешенного доступа.

Система PayDox интегрирована с MS Office — пользователи получают из системы полностью готовые документы MS Word, MS Excel с уже проставленными данными из карточек документов, а также получают в MS Outlook Express уведомления, содержащие ссылки на нужные документы.

Система PayDox обеспечивает сканирование и просмотр бумажных документов.

На любом предприятии особое значение имеют такие операции, как подготовка платежных документов и контроль за их исполнением. Система PayDox позволяет работать с любыми платежными документами и обеспечивает автоматическое уведомление о решении по осуществлению платежа и всех изменениях состояния платежного статуса.

В PayDox можно выполнять отчеты с элементами управленческого учета, например, балансы по договорам, отчеты о продажах, поставках, платежах и т. п. PayDox позволяет хранить всю информацию о документе в структурированном виде, т. е. все необходимые реквизиты документооборота могут храниться в базе данных, по которым можно составлять отчеты в любых разрезах: по временным отрезкам, пользователям, подразделениям, договорам и т. д. Пользователи могут сами создавать новые виды отчетов, не обращаясь к администратору системы.

PayDox позволяет получать детальные отчеты и по документам в целом, и по конкретным реквизитам, т. е. формировать отчеты не только по счетам и накладным за определенный период времени или по исполнителям, но и детальные отчеты о конкретных товарах и услугах, информация о которых содержится в счетах и накладных.

Для обеспечения безопасности финансовых транзакций система PayDox использует надежные средства защиты данных. Для хранения документов в PayDox используется центральная база данных, что предотвращает несанкционированное распространение документов по компьютерам пользователей. Документы внутреннего управленческого документооборота доступны только авторизованным пользователям. Вся работа пользователей с документами протоколируется в системном журнале. Доступ пользователей к документам полностью регламентируется.

PayDox позволяет настраиваться на новые виды документов и бизнес-процессов в ходе ее эксплуатации. При этом данная функция настолько проста, что доступна не только администратору системы, но и пользователям, имеющим на это право.