ВЕСТНИК машиностроения

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ И ПРОИЗВОДСТВЕННЫЙ ЖУРНАЛ

8

2014

ИЗДАЕТСЯ С НОЯБРЯ 1921 ГОДА

Журнал входит в перечень утвержденных ВАК РФ изданий для публикации трудов соискателей ученых степеней

Журнал переводится на английский язык, переиздается и распространяется во всем мире фирмой "Аллертон Пресс" (США)

ООО «Издательство Машиностроение»
107076, Москва, Стромынский пер., 4

Адрес редакции:
107076, Москва,
Стромынский пер., 4.
Телефон: 8-(499)-748-02-91.
E-mail: vestmash@mashin.ru
www.mashin.ru

Журнал зарегистрирован 19 апреля 2002 г. за № 77-12421 в Комитете Российской Федерации по печати
Учредитель: А.И. Савкин

Индексы: **70120** ("Роспечать"),
27841 ("Пресса России"),
60264 ("Почта России")
Цена свободная

Отпечатано в ООО "Канцлер",
150008, г. Ярославль, ул.Клубная, д.4, кв.49.

Главный редактор А.И. САВКИН

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Алешин Н.П., д-р техн. наук, акад. РАН, **Братухин А.Г.,** д-р техн. наук, **Воронцов А.Л.,** д-р техн. наук, **Гусейнов А.Г.,** д-р техн. наук, **Дмитриев А.М.,** д-р техн. наук, член-корр. РАН (председатель секции обработки материалов без снятия стружки), **Драгунов Ю.Г.,** д-р техн. наук, член-корр. РАН, **Древаль А.Е.,** д-р техн. наук (председатель секции технологии машиностроения), **Дроздов Ю.Н.,** д-р техн. наук, акад. РИА и РАК (председатель секции конструирования и расчета машин), **Кутин А.А.,** д-р техн. наук, **Омельченко И.Н.,** д-р техн. и экон. наук (председатель секции организации и экономики производства), **Кузин В.В.,** д-р техн. наук, **Попов Д.Н.,** д-р техн. наук, **Попов А.В.,** д-р техн. наук, **Рыбин В.В.,** д-р техн. наук, член-корр. РАН, **Салтыков М.А.,** д-р техн. наук, **Трегубов Г.П.,** д-р техн. наук, **Скугаревская Н.В.** (ответственный секретарь)

СОДЕРЖАНИЕ

КОНСТРУИРОВАНИЕ, РАСЧЕТ, ИСПЫТАНИЯ И НАДЕЖНОСТЬ МАШИН

Афонин С. М. — Структурно-параметрические модели и схемы многослойного пьезодвигателя нано- и микроперемещений при поперечном пьезоэффекте 3

Горчев В. С. — Методика решения задач для автоматических линий с участками разной производительности 12

Кириллов А. В., Федотов О. В., Филимонов В. Н. — Двухкоординатный сканирующий стол с электромеханическими приводами на базе планетарных роликовинтовых передач для нанотехнологического оборудования 22

Скребнёв Г. Г., Ананьев А. С. — Исследование распределения нагрузки между зубьями червячных зуборезных фрез 28

Болнокин В. Е., Ивашов Е. Н., Князева М. П., Федотов К. Д. — Имитационное моделирование технических систем на основе статистических оценок 35

Каракулов М. Н. — Распределение сил в многопарном плунжерном зацеплении 40

Кичкарь Ю. Е., Кичкарь И. Ю. — Определение параметров колебаний вибромашин 42

Сорокин Г. М. — Перспективы повышения долговечности машин 45

Цикл статей
"Проблемы трибологии — трения, изнашивания и смазки"

Отмахов Д. В., Захарычев С. П. — Исследование свойств армированных антифрикционных эпоксидофторопластовых материалов 49

Винокуров Г. Г., Стручков Н. Ф., Попов О. Н. — Исследование структуры поверхности трения износостойкого порошкового покрытия с тугоплавкими добавками 52

Каратушин С. И., Плешанова Ю. А., Бокучава П. Н. — Влияние цементации на контактные напряжения при трении качения 57

ТЕХНОЛОГИЯ МАШИНОСТРОЕНИЯ

Коротков В. А., Злоказов М. В. — Исследование износостойкости штамповых сталей, прошедших упрочнение плазменной закалкой 59

Божкова Л. В., Вартанов М. В., Мартынович Н. А. — Технология вибрационной сборки плоских деталей 61

Димов Ю. В., Подашев Д. Б. — Оптимизация процесса обработки деталей эластичными абразивными кругами 65

Железнов Г. С., Андреева С. Г. — Влияние неравномерного углового шага зубьев развертки на точность обработанного отверстия 70

Агеева Е. В., Хорьякова Н. М., Агеев Е. В. — Исследование формы и морфологии электро-эрозионных медных порошков, полученных из отходов 73

Хорев А. И. — Применение композиционных материалов на основе титановых сплавов . . . 75

Серия статей
"Проблемы теории и практики резания материалов"

Кабалдин Ю. Г., Лаптев И. Л., Шатагин Д. А., Серый С. В. — Диагностика выходных параметров процесса резания в режиме реального времени на основе фрактального анализа и вейвлет-анализа с использованием программно-аппаратных средств National Instruments и Nvidia CUDA 80

Корнеева В. М., Корнеев С. С. — Влияние технологической среды на тепловое состояние режущего инструмента в условиях сверхскоростного фрезерования . . . 83

ТЕХНИЧЕСКАЯ ИНФОРМАЦИЯ

Лобанов Д. В., Ефремов И. М., Кузьмичев В. А., Лиханов А. А., Лобанова А. Н., Дивин Д. В. — Роторно-вибрационный смеситель со сдвоенным двухчастотным вибратором эллиптическо-сферического типа 87

CONTENTS

DESIGN, CALCULATION, TESTS AND RELIABILITY OF MACHINES

Afonin S. M. — Structural and parametric models and schemes of multilayer piezoelectric motor of nano- and microdisplacements at lateral piezoeffect

Gorchev V. S. — Methodics of solution of problems for automated lines with zones of different capability

Kirillov A. V., Fedotov O. V., Filimonov V. N. — Two-dimensional scanning table with electromechanical drives based on planetary roller drives for nanotechnological equipment

Skrebnev G. G., Anan'ev A. S. — Research of loading of teeth of wormwheel hobs

Bolnokin V. E., Ivashov E. N., Knyazeva M. P., Fedotov K. D. — Simulation modelling of technical systems based on statistical assessment

Karakulov M. N. — Distribution of forces in multipair plunger gear

Kichkar' Yu. E., Kichkar' I. Yu. — Determination of parameters of vibration machines

Sorokin G. M. — Perspectives of improvement of durability of machines

A series of articles
"Problems of tribology — friction, wearing away and lubrication"

Otmakhov D. V., Zakharychev S. P. — Research of properties of reinforcing antifriction epoxide fluoroplastic materials

Vinokurov G. G., Struchkov N. Ph., Popov O. N. — Research of structure of friction surface of wear resistant powder coating with hard-melting additives

Karatushin S. I., Pleshanova Yu. A., Bokuchava P. N. — Influence of case hardening on contact stresses at rolling

MANUFACTURING ENGINEERING

Korotkov V. A., Zlokazov M. V. — Research of wear resistance of die steels after plasma quenching

Bozhkova L. V., Vartanov M. V., Martynovich N. A. — Technology of vibration assembly of flat parts

Dimov Yu. V., Podashev D. B. — Optimization of process of treatment of parts by elastic abrasive disks

Zheleznov G. S., Andreeva S. G. — Influence of irregular angle pitch of reamer bit teeth on accuracy of the treated hole

Ageeva E. V., Khor'yakova N. M., Ageev E. V. — Study of shape and morphology of electroerosion copper powders obtained from wastes

Khorev A. I. — The use of composite materials based on titanium alloys

A series of articles
"Problems of theory and practice of materials cutting"

Kabaldin Yu. G., Laptev I. L., Shatagin D. A., Seryi S. V. — Diagnostics of output parameters of cutting process in real time mode based on fractal and wavelet analyses using National Instruments and Nvidia CUDA software and hardware

Korneeva V. M., Korneev S. S. — Influence of technological medium on thermal state of cutting tool in conditions of ultrafast milling

TECHNICAL INFORMATION

Lobanov D. V., Efremov I. M., Kuz'michev V. A., Likhanov A. A., Lobanova A. N., Divin D. V. — Rotor and vibration mixer with binary two-frequency vibrator of elliptical-spherical type

Технический редактор *Т. А. Шацкая*
Корректор *Е. В. Комиссарова*

Сдано в набор 03.06.2014. Подписано в печать 14.07.2014.
Формат 60 × 88 1/8. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 10,78.

Перепечатка материалов из журнала "Вестник машиностроения" возможна при обязательном письменном согласовании с редакцией журнала; ссылка на журнал при перепечатке обязательна.
За содержание рекламных материалов ответственность несет рекламодатель.

© ООО "Издательство Машиностроение", "Вестник машиностроения", 2014

КОНСТРУИРОВАНИЕ, РАСЧЕТ, ИСПЫТАНИЯ И НАДЕЖНОСТЬ МАШИН

УДК [534.232:621.312].001.573

С. М. АФОНИН, канд. техн. наук [МГИЭТ (ТУ)], тел. (499) 710-66-74

Структурно-параметрические модели и схемы многослойного пьезодвигателя нано- и микроперемещений при поперечном пьезоэффекте

Получены структурно-параметрические модели и схемы многослойного пьезодвигателя при поперечном пьезоэффекте с учетом противоэлектродвижущей силы, определены передаточные функции с учетом влияния его геометрических параметров и физических показателей, а также противоэлектродвижущей силы и внешней нагрузки.

Ключевые слова: многослойный пьезодвигатель, структурно-параметрическая модель, параметрическая структурная схема, поперечный пьезоэффект, упругая податливость, жесткость пьезодвигателя, противоэлектродвижущая сила, передаточные функции.

The structural and parametric models and the scheme of multilayer piezoelectric motor at transverse piezoeffect taking into account back-electromotive force are obtained, the transfer functions taking into account the influence of its geometric parameters and physical factors, and also back-electromotive force and external load, are determined.

Keywords: piezoelectric motor; structural and parametric model; parametric structural scheme; transverse piezoeffect; elastic flexibility; stiffness of piezoelectir motor; back-electromotive force; transfer functions.

Прецизионный пьезопривод нано- и микроперемещений применяют в нанотехнологиях, нанобиологии, микроэлектронике и астрономии. Работа пьезодвигателя (пьезопреобразователя, пьезоактюатора) данного пьезопривода основана на обратном пьезоэффекте. При приложении электрического напряжения пьезодвигатель деформируется. Диапазон перемещения пьезодвигателя составляет от единиц нанометров до единиц микрометров, погрешность перемещения — порядка десятых долей нанометров. В многослойном (составном) пьезодвигателе диапазон перемещений увеличивается до десятков микрометров [1, 2].

На основе решения системы уравнений эквивалентного механического четырехполюсника многослойного пьезодвигателя (МПД), уравнений пьезоэффекта и граничных условий на двух нагруженных рабочих поверхностях МПД можно построить его структурно-параметрическую модель для нахождения передаточных функций пьезодвигателя [3—6].

В расчетах по аналогии с классическим электроприводом будем учитывать противоэлектродвижущую силу пьезодвигателя, соответствующую противоЭДС якоря двигателя постоянного тока. Для этого в структурно-параметрических моделях и параметрических структурных схемах МПД при поперечном пьезоэффекте введем отрицательные обратные связи, учитывающие прямой пьезоэффект в МПД, и рассмотрим их влияние в статике и динамике на свойства пьезодвигателя.

Уравнения поперечного пьезоэффекта [5] имеют вид:

$$S_1 = d_{31}E_3 + s_{11}^E T_1; \quad (1)$$

$$D_3 = d_{31}T_1 + \varepsilon_{33}^T E_3, \quad (2)$$

где уравнение (1) описывает обратный пьезоэффект, уравнение (2) — прямой пьезоэффект; $S_1(x, t) = \frac{\partial \xi(x, t)}{\partial x}$ — относительное смещение сечения пьезопластины по оси 1 (x — координата; t — время); d_{31} — пьезомодуль при поперечном пьезоэффекте; $E_3(t) = u(t)/\delta$ — напряженность электрического поля по оси 3 [$u(t)$ — напряжение на электродах пластины; δ — толщина пьезопластины]; s_{11}^E — упругая податливость по оси 1 при $E = \text{const}$; $T_1(x, t)$ — механическое напряжение по оси 3; $D_3(t)$ — электрическая индукция по оси 3; ε_{33}^T — диэлектрическая проницаемость по оси 3 при $T = \text{const}$.

Рассмотрим МПД при поперечном пьезоэффекте (рис. 1), состоящий из пьезопластин, которые электрически соединены параллельно, а механически — последовательно. МПД длиной l состоит из пьезопластин высотой h, толщиной δ и шириной b. Электроды нанесены на грани пьезопластин, перпендикулярные оси 3, причем поперечное се-

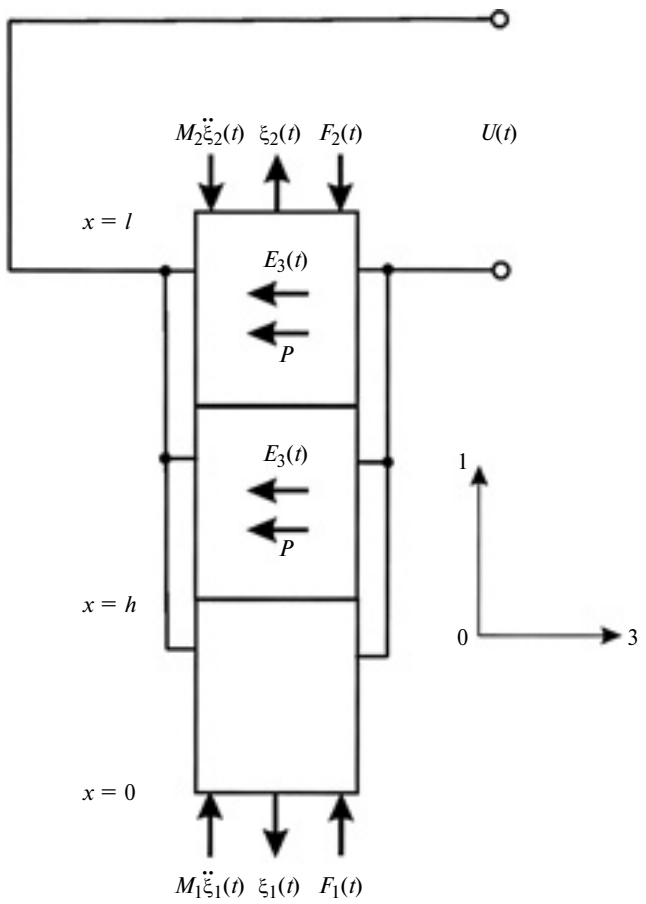


Рис. 1. Схема МПД при поперечном пьезоэффекте

чение пьезопластины площадью S_0 перпендикулярно оси 1, а сечение пьезопластины площадью S_p перпендикулярно оси 3, площадь конденсатора МПД составляет nS_p.

Найдем систему уравнений эквивалентного механического четырехполюсника МПД из матричных уравнений. Эквивалентный механический четырехполюсник пьезопластины, имеющей порядковый номер k в МПД, составлен исходя из уравнения колебаний и уравнения сил, действующих на гранях пьезопластины [3]. Система уравнений для четырехполюсника пьезопластины:

$$\begin{cases} -\dfrac{\Xi_k(p)S_0\gamma}{s_{11}}\left\{\mathrm{th}(h\gamma)+\dfrac{1}{\mathrm{sh}(h\gamma)}\right\}+\dfrac{\Xi_{k+1}(p)S_0\gamma}{s_{11}\mathrm{sh}(h\gamma)} = F_k(p); \\ -\dfrac{\Xi_k(p)S_0\gamma}{s_{11}\mathrm{sh}(h\gamma)}+\dfrac{\Xi_{k+1}(p)S_0\gamma}{s_{11}}\left\{\mathrm{th}(h\gamma)+\dfrac{1}{\mathrm{sh}(h\gamma)}\right\} = \\ = -F_{k+1}(p), \end{cases} \quad (3)$$

где $\gamma = p/c + \alpha$ — коэффициент распространения; p — оператор Лапласа; c — скорость звука; α — коэффициент затухания; s_{11} — упругая податливость; [4—6].

Из системы (3) уравнений получим:

$$\begin{cases} F_k(p) = -\left(Z_{1_{11}}+Z_{2_{11}}\right)\Xi_k(p)+Z_{2_{11}}\Xi_{k+1}(p); \\ -F_{k+1}(p) = -Z_{2_{11}}\Xi_k(p)+\left(Z_{1_{11}}+Z_{2_{11}}\right)\Xi_{k+1}(p), \end{cases}$$

где $Z_{1_{11}} = \dfrac{S_0\gamma\mathrm{th}(h\gamma)}{s_{11}}$; $Z_{2_{11}} = \dfrac{S_0\gamma}{s_{11}\mathrm{sh}(h\gamma)}$.

Полученные уравнения приводим к системе уравнений:

$$\begin{cases} -F_k = \left(1+\dfrac{Z_{1_{11}}}{Z_{2_{11}}}\right)F_{k+1}+Z_{1_{11}}\left(2+\dfrac{Z_{1_{11}}}{Z_{2_{11}}}\right)\Xi_{k+1}; \\ \Xi_k = \dfrac{1}{Z_{2_{11}}}F_{k+1}+\left(1+\dfrac{Z_{1_{11}}}{Z_{2_{11}}}\right)\Xi_{k+1}, \end{cases}$$

которая эквивалентна матричному уравнению

$$\begin{bmatrix} -F_k \\ \Xi_k \end{bmatrix} = [M]\begin{bmatrix} F_{k+1} \\ \Xi_{k+1} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Матрицу $[M]$ запишем в виде:

$$[M] = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+\dfrac{Z_{1_{11}}}{Z_{2_{11}}} & Z_{1_{11}}\left(2+\dfrac{Z_{1_{11}}}{Z_{2_{11}}}\right) \\ \dfrac{1}{Z_{2_{11}}} & 1+\dfrac{Z_{1_{11}}}{Z_{2_{11}}} \end{bmatrix},$$

где $m_{11} = m_{22} = 1 + \dfrac{Z_{1_{11}}}{Z_{2_{11}}} = \mathrm{ch}(h\gamma)$;

$$m_{12} = Z_{1_{11}}\left(2+\frac{Z_{1_{11}}}{Z_{2_{11}}}\right) = Z_{0_{11}}\mathrm{sh}(h\gamma);$$

$$m_{21} = \frac{1}{Z_{2_{11}}} = \frac{\mathrm{sh}(h\gamma)}{Z_{0_{11}}}; \quad Z_{0_{11}} = \frac{S_0\gamma}{s_{11}}.$$

Для МПД входными параметрами являются смещение $\xi_k(t)$ и сила $F_k(t)$ на входной грани k-й пластины, выходными — смещение — $\xi_{k+1}(t)$ и сила $F_{k+1}(t)$ на выходной грани k-й пластины, служащие одновременно входным смещением и силой для входной грани $(k + 1)$-й пластины. Сила на выходной грани k-й пластины равна по величине и противоположна по направлению силе на входной грани $(k + 1)$-й пластины:

$$F_{k_{out}} = -F_{k+1_{inp}}.$$

Согласно выражению (4) запишем матричное уравнение:

$$\begin{bmatrix} -F_{k+1_{inp}} \\ \Xi_{k+1} \end{bmatrix} = [M] \begin{bmatrix} F_{k+1_{out}} \\ \Xi_{k+2} \end{bmatrix},$$

из которого имеем:

$$\begin{bmatrix} -F_{k_{inp}} \\ \Xi_{k} \end{bmatrix} = [M][M] \begin{bmatrix} F_{k+2_{out}} \\ \Xi_{k+2} \end{bmatrix} = [M]^2 \begin{bmatrix} F_{k+2_{out}} \\ \Xi_{k+2} \end{bmatrix};$$

$$\begin{bmatrix} -F_{1_{inp}} \\ \Xi_{1} \end{bmatrix} = [M]^n \begin{bmatrix} F_{n_{out}} \\ \Xi_{n} \end{bmatrix}.$$

Элементы матрицы $[M]^n$ находим по методу математической индукции:

$$[M]^n = \begin{bmatrix} \mathrm{ch}(nh\gamma) & Z_0\mathrm{sh}(nh\gamma) \\ \dfrac{\mathrm{sh}(nh\gamma)}{Z_{0_{11}}} & \mathrm{ch}(nh\gamma) \end{bmatrix}.$$

Матричному уравнению для МПД с учетом входящего в него выражения для матрицы $[M]^n$ соответствует эквивалентный механический четырехполюсник многослойного пьезодвигателя, которому соответствует система уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{S_0\gamma}{s_{11}\mathrm{sh}(l\gamma)}\{-\Xi_1(p)\mathrm{ch}(l\gamma)+\Xi_n(p)\} = F_1(p); \\ \dfrac{S_0\gamma}{s_{11}\mathrm{sh}(l\gamma)}\{-\Xi_1(p)+\Xi_n(p)\mathrm{ch}(l\gamma)\} = -F_n(p), \end{cases} \quad (5)$$

где $l = nh$ — длина МПД; s_{11} — упругая податливость: $s_{11} = s_{11}^E$ при управлении по напряжению (при напряженности электрического поля $E = \mathrm{const}$) и $s_{11} = s_{11}^D$ при управлении по току (при электрической индукции $D = \mathrm{const}$) [4, 5].

При условиях $\Xi_n(p) = \Xi_2(p)$ и $F_n(p) = F_2(p)$ уравнения сил, действующих на гранях МПД, имеют вид:

$$T_1(0, p)S_0 = F_1(p) + M_1p^2\Xi_1(p) \text{ при } x = 0; \quad (6)$$

$$T_1(l, p)S_0 = -F_2(p) - M_2p^2\Xi_2(p) \text{ при } x = l. \quad (7)$$

Силу, возбуждающую колебания МПД, находим из уравнения (1) обратного пьезоэффекта при поперечном пьезоэффекте:

$$F(p) = d_{31}S_0E_3(p)/s_{11}^E. \quad (8)$$

Совместное рассмотрение системы (5) уравнений для эквивалентного механического четырехполюсника МПД при управлении по напряжению, уравнений (6), (7) сил на его гранях и уравнения (8) силы при поперечном пьезоэффекте дает систему уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{S_0\gamma}{s_{11}^E\mathrm{sh}(l\gamma)}\{-\Xi_1(p)\mathrm{ch}(l\gamma)+\Xi_2(p)\} = \\ = \dfrac{d_{31}}{s_{11}^E}S_0E_3(p) + F_1(p) + M_1p^2\Xi_1(p) \text{ при } x = 0; \\ \dfrac{S_0\gamma}{s_{11}^E\mathrm{sh}(l\gamma)}\{-\Xi_1(p)+\Xi_2(p)\mathrm{ch}(l\gamma)\} = \\ = \dfrac{d_{31}}{s_{11}^E}S_0E_3(p) - F_2(p) - M_2p^2\Xi_2(p) \text{ при } x = l. \end{cases} \quad (9)$$

Здесь $\dfrac{S_0}{s_{11}^E} = \dfrac{m_nc^2}{l}$, где m_n — масса МПД.

Тогда система (9) уравнений принимает вид:

$$\begin{cases} -\left\{\dfrac{M_1l\mathrm{sh}(l\gamma)}{m_nc^2\gamma}p^2 + \mathrm{ch}(l\gamma)\right\}\Xi_1(p) + \Xi_2(p) = \\ = \dfrac{d_{31}\mathrm{sh}(l\gamma)E_3(p)}{\gamma} + \dfrac{l\mathrm{sh}(l\gamma)F_1(p)}{m_nc^2\gamma} \text{ при } x = 0; \\ -\Xi_1(p) + \left\{\dfrac{M_2l\mathrm{sh}(l\gamma)}{m_nc^2\gamma}p^2 + \mathrm{ch}(l\gamma)\right\}\Xi_2(p) = \\ = \dfrac{d_{31}\mathrm{sh}(l\gamma)E_3(p)}{\gamma} - \dfrac{l\mathrm{sh}(l\gamma)F_2(p)}{m_nc^2\gamma} \text{ при } x = l. \end{cases} \quad (10)$$

Совместное решение уравнений (10) дает систему уравнений, описывающую структурно-параметрическую модель МПД с управлением по напряжению:

$$\begin{cases} \Xi_1(p) = \dfrac{1}{M_1p^2}\left\{-F_1(p) + \dfrac{S_0}{s_{11}^E}\times\right. \\ \left.\times\left[d_{31}E_3(p) - \dfrac{\gamma}{\mathrm{sh}(l\gamma)}[\mathrm{ch}(l\gamma)\Xi_1(p) - \Xi_2(p)]\right]\right\}; \\ \Xi_2(p) = \dfrac{1}{M_2p^2}\left\{-F_2(p) + \dfrac{S_0}{s_{11}^E}\times\right. \\ \left.\times\left[d_{31}E_3(p) - \dfrac{\gamma}{\mathrm{sh}(l\gamma)}[\mathrm{ch}(l\gamma)\Xi_2(p) - \Xi_1(p)]\right]\right\}. \end{cases} \quad (11)$$

Параметрическая структурная схема МПД дополнятся уравнением внешней цепи

$$U(p) = U_0(p)\frac{1}{RC_np+1},$$

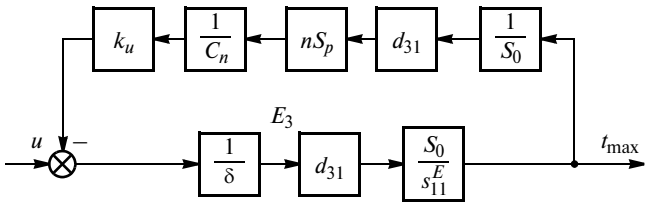


Рис. 2. Структурная схема МПД, зажатого двумя торцами, при поперечном пьезоэффекте с учетом противоэлектродвижущей силы в статическом режиме работы

где $U_0(p)$ — напряжение источника; R — сопротивление внешней цепи; $C_n = C_0 n$ — емкость МПД (C_0 — емкость пьезопластины; n — число пьезопластин в МПД).

Рассмотрим влияние реакции пьезодвигателя (рис. 2) при поперечном пьезоэффекте в результате создания противоЭДС вследствие прямого пьезоэффекта при его статической деформации. В статическом режиме при зажатом пьезодвигателе его деформация равна нулю, а развиваемая пьезодвигателем сила максимальна.

Определим максимальное усилие f_{max} и максимальное механическое напряжение T_{1max}, которые развивает МПД при поперечном пьезоэффекте при питании от источника напряжения, т. е. при бесконечно малом сопротивлении источника питания: $f_{max} = u\frac{1}{\delta}d_{31}\frac{S_0}{s_{11}^E}$; отсюда $\frac{f_{max}}{S_0}s_{11}^E = E_3 d_{31}$ или $T_{1max}s_{11}^E = E_3 d_{31}$.

Следовательно,

$$T_{1max} = E_3 d_{31}/s_{11}^E;$$

$$f_{max} = E_3 d_{31} S_0/s_{11}^E.$$

Оценим максимальное усилие f_{max} (см. рис. 2) и максимальное механическое напряжение T_{1max}, которые развивает пьезодвигатель при поперечном пьезоэффекте с учетом прямого пьезоэффекта (2) при питании от источника тока, т. е. при бесконечно большом сопротивлении источника питания, когда обкладки пьезодвигателя разомкнуты:

$$f_{max} = u\frac{1}{\delta}d_{31}\frac{S_0}{s_{11}^E} + f_{max}\frac{1}{S_0}d_{31}nS_p\frac{1}{n\varepsilon_{33}^T S_p/\delta}\frac{1}{\delta}d_{31}\frac{S_0}{s_{11}^E},$$

откуда

$$\frac{f_{max}}{S_0}s_{11}^E\left(1-\frac{d_{31}^2}{\varepsilon_{33}^T s_{11}^E}\right) = E_3 d_{31} \qquad (12)$$

или

$$T_{1max}(1-k_{31}^2)s_{11}^E = E_3 d_{31}, \qquad (13)$$

где $k_{31} = d_{31}/\sqrt{s_{11}^E\varepsilon_{33}^T}$ — коэффициент электромеханической связи.

С учетом выражения k_{31} формула (13) примет вид:

$$T_{1max}s_{11}^D = E_3 d_{31}.$$

Здесь $s_{11}^D = (1-k_{31}^2)s_{11}^E = k_s s_{11}^E$, где k_s — коэффициент изменения упругой податливости:

$$k_s = 1 - k_{31}^2 = s_{11}^D/s_{11}^E > 0.$$

Следовательно, выражения (12) и (13) получим в виде:

$$f_{max} = E_3 d_{31} S_0/(s_{11}^E k_s) = E_3 d_{31} S_0/s_{11}^D;$$

$$T_{1max} = E_3 d_{31}/s_{11}^D.$$

Упругие податливости пьезодвигателей связаны неравенством $s_{11}^E > s_{11}^D$, причем $s_{11}^E/s_{11}^D \leqslant 1{,}2$. Индекс E соответствует измерениям при постоянной напряженности электрического поля в пьезодвигателе или измерениях с замкнутыми электродами. Индекс D соответствует измерениям при постоянной индукции при управлении от источника тока или при измерениях с разомкнутыми электродами МПД.

Аналогично при управлении МПД при поперечном пьезоэффекте от источника питания с конечным сопротивлением с учетом прямого пьезоэффекта [см. формулу (2)] получим структурную схему пьезодвигателя, представленную на рис. 2, и зависимость

$$f_{max} = u\frac{1}{\delta}d_{31}\frac{S_0}{s_{11}^E} + f_{max}\frac{1}{S_0}d_{31}nS_p\frac{1}{n\varepsilon_{33}^T S_p/\delta}k_u\frac{1}{\delta}d_{31}\frac{S_0}{s_{11}^E}, \qquad (14)$$

откуда

$$\frac{f_{max}}{S_0}s_{11}^E\left(1-\frac{d_{31}^2 k_u}{\varepsilon_{33}^T s_{11}^E}\right) = E_3 d_{31}$$

или

$$T_{1max}(1-k_{31}^2 k_u)s_{11}^E = E_3 d_{31},$$

где $0 \leqslant k_u \leqslant 1$ — коэффициент управления от электрического источника питания.

При управлении от источника тока имеем $k_u|_{R\to\infty} = 1$, при управлении от источника напряжения — $k_u|_{R\to 0} = 0$.

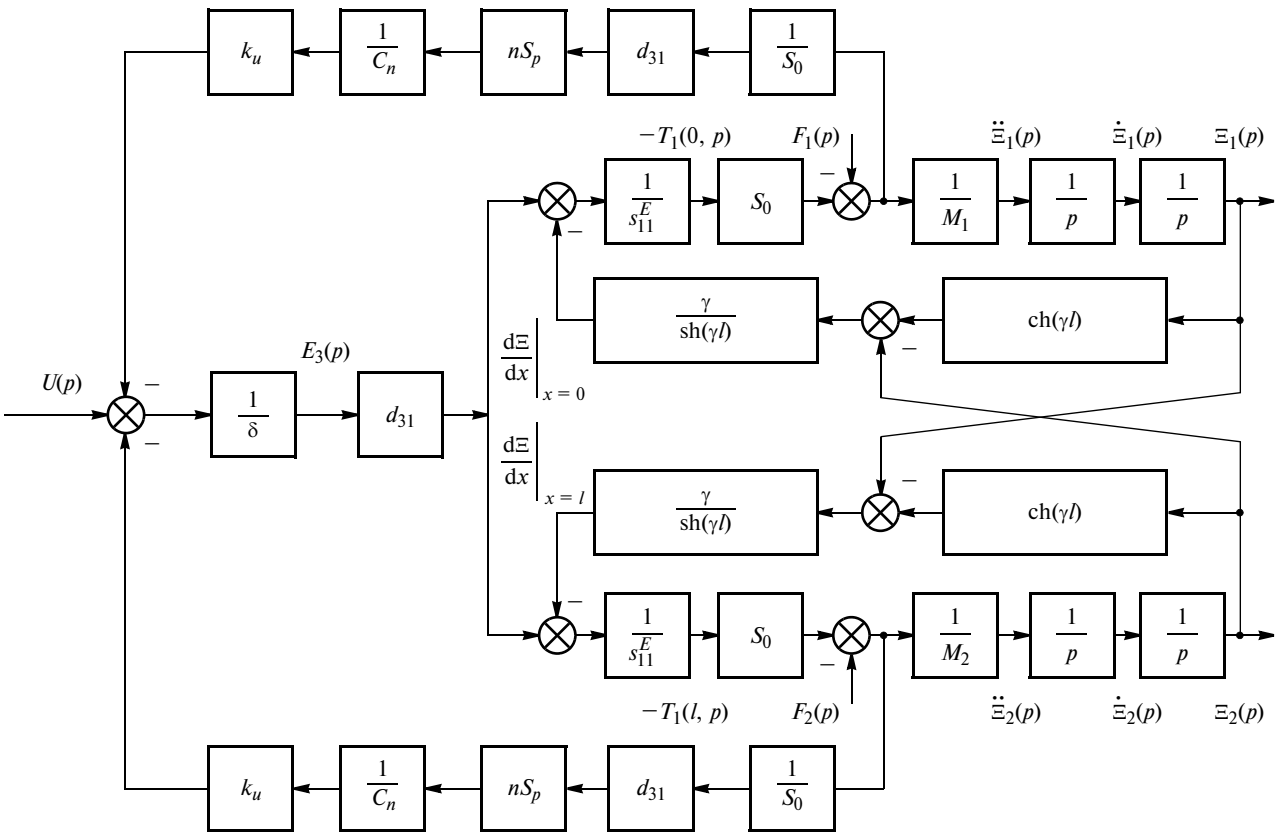


Рис. 3. Параметрическая структурная схема МПД при поперечном пьезоэффекте с учетом противоэлектродвижущей силы

Причем для рассматриваемого случая (см. рис. 2)

$$s_{11} = (1 - k_{31}^2 k_u) s_{11}^E = k_s s_{11}^E,$$

$$k_s = 1 - k_{31}^2 k_u > 0;$$

$$(1 - k_{31}^2)|_{R \to \infty} \leqslant k_s \leqslant 1|_{R \to 0};$$

$$k_s|_{R \to \infty} = 1 - k_{31}^2;$$

$$k_s|_{R \to 0} = 1.$$

Для учета влияния реакции МПД в результате возникновения противоэлектродвижущей силы из-за прямого пьезоэффекта (2) при поперечном пьезоэффекте и управлении от источника тока необходимо дополнить структурно-параметрическую модель (11) и параметрическую структурную схему МПД (рис. 3) с учетом прямого пьезоэффекта обратными связями:

$$U_i(p) = \frac{1}{S_0} d_{31} n S_p \frac{1}{C_n} F_i(p) = \frac{(nh/\delta) d_{31}}{C_n} F_i(p);$$

$$C_n = \frac{\varepsilon_{33}^T n S_p}{\delta}; \quad S_0 = b\delta; \quad S_p = bh,$$

где $i = 1; 2$ — номер торца МПД; $U_i(p)$ — изображение Лапласа противоэлектродвижущей силы (напряжения обратной связи).

При управлении МПД от источника питания с конечным сопротивлением источника получаем выражения для обратных связей:

$$U_i(p) = \frac{1}{S_0} d_{31} n S_p \frac{1}{C_n} k_u F_i(p) = \frac{(nh/\delta) d_{31}}{C_n} k_u F_i(p). \quad (15)$$

Рассмотрим различные режимы работы МПД. Если за входную величину принять напряжение $U_0(t)$ источника, то с учетом внешней цепи передаточные функции МПД при поперечном пьезоэффекте необходимо умножить на выражение

$$W_0(p) = \frac{E_3(p)}{U_0(p)} = \frac{1}{\delta(RnC_p p + 1)} = \frac{1}{\delta(RC_n p + 1)}.$$

Если одна из граней МПД жестко закреплена, например при $x = 0$, то это соответствует $M_1 \to \infty$, причем $\Xi_1(p) = 0$. Тогда из системы уравнений (11) выводим выражение структурно-параметрической модели МПД, закрепленного одним торцом, с управлением по напряжению:

$$\Xi_2(p) = \frac{1}{M_2 p^2} \left\{ -F_2(p) + \frac{S_0}{s_{11}^E} \left[d_{31} E_3(p) - \frac{\Xi_2(p)\gamma}{\mathrm{th}(l\gamma)} \right] \right\}. \quad (16)$$

Уравнениям (16) и (15) соответствует параметрическая структурная схема (рис. 4) МПД при по-

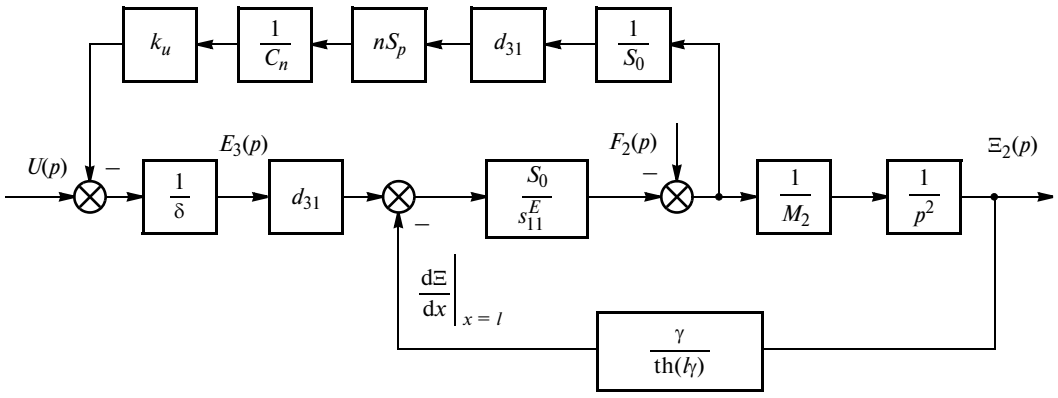


Рис. 4. Параметрическая структурная схема МПД, закрепленного одним торцом, при поперечном пьезоэффекте с учетом противоэлектродвижущей силы

перечном пьезоэффекте с учетом противоэлектродвижущей силы и источника питания пьезодвигателя.

Следовательно, с учетом $F_2(p) = 0$ получаем выражение, которое соответствует параметрической структурной схеме МПД, закрепленного одним торцом, при поперечном пьезоэффекте и управлении по напряжению и инерционной нагрузке:

$$\frac{\Xi_2(p)\gamma}{\mathrm{th}(l\gamma)} + \frac{\Xi_2(p)s_{11}^E M_2 p^2}{S_0} = d_{31}E_3.$$

Тогда при поперечном пьезоэффекте получаем передаточные функции при питании МПД от источника напряжения с бесконечно малым сопротивлением:

$$W_{21}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{E_3(p)} =$$

$$= \frac{d_{31}\mathrm{th}(l\gamma)}{\frac{M_2 l}{m_n c^2}\mathrm{th}(l\gamma)p^2 + \gamma} = \frac{d_{31}\mathrm{th}(l\gamma)}{\frac{M_2 s_{11}^E}{S_0}\mathrm{th}(l\gamma)p^2 + \gamma};$$

$$W_{23}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{F_2(p)} =$$

$$= -\frac{\frac{l}{m_n c^2}\mathrm{th}(l\gamma)}{\frac{M_2 l}{m_n c^2}\mathrm{th}(l\gamma)p^2 + \gamma} = -\frac{\frac{s_{11}^E}{S_0}\mathrm{th}(l\gamma)}{\frac{M_2 s_{11}^E}{S_0}\mathrm{th}(l\gamma)p^2 + \gamma}$$

или

$$W_{21}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{E_3(p)} =$$

$$= \frac{d_{31}l}{\frac{M_2 s_{11}^E l}{S_0}p^2 + l\gamma\mathrm{cth}(l\gamma)} = \frac{d_{31}l}{\frac{M_2}{C_{11}^E}p^2 + l\gamma\mathrm{cth}(l\gamma)};$$

$$W_{23}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{F_2(p)} =$$

$$= -\frac{s_{11}^E l/S_0}{\frac{M_2 s_{11}^E l}{S_0}p^2 + l\gamma\mathrm{cth}(l\gamma)} = -\frac{1/C_{11}^E}{\frac{M_2}{C_{11}^E}p^2 + l\gamma\mathrm{cth}(l\gamma)},$$

где $C_{11}^E = \frac{S_0}{s_{11}^E l} = \frac{m_n c^2}{l^2}$ — жесткость МПД при поперечном пьезоэффекте при управлении по напряжению.

Если за входную величину принять изображение Лапласа напряжения $U(p)$, получим:

$$W_2(p) = \frac{\Xi_2(p)}{U(p)} =$$

$$= \frac{(l/\delta)d_{31}\mathrm{th}(l\gamma)}{\frac{M_2 l^2}{m_n c^2}\mathrm{th}(l\gamma)p^2 + l\gamma} = \frac{(l/\delta)d_{31}}{\frac{M_2}{C_{11}^E}p^2 + l\gamma\mathrm{cth}(l\gamma)}.$$

Используя аппроксимацию гиперболического котангенса двумя членами степенного ряда $\mathrm{cth}(\gamma l) = 1/(\gamma l) + \gamma l/3$, в диапазоне частот $0 < \omega < 0{,}01c/l$ при $M_2/m_n \gg 1$ получим следующие выражения передаточных функций при управлении по напряжению и инерционной нагрузке при питании МПД от источника напряжения с бесконечно малым сопротивлением:

$$W_{21}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{E_3(p)} = \frac{d_{31}l}{\left(T_{11_i}^E\right)^2 p^2 + 2T_{11_i}^E \xi_{11_i}^E p + 1};$$

$$W_{23}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{F_2(p)} = -\frac{1/C_{11}^E}{\left(T_{11_i}^E\right)^2 p^2 + 2T_{11_i}^E \xi_{11_i}^E p + 1};$$

$$W_2(p) = \frac{\Xi_2(p)}{U(p)} = \frac{(l/\delta)d_{31}}{\left(T_{11_i}^E\right)^2 p^2 + 2T_{11_i}^E \xi_{11_i}^E p + 1},$$

где $T^E_{11_i} = \sqrt{\dfrac{M_2}{C^E_{11}}}$ — постоянная времени; $\xi^E_{11_i} = \dfrac{\alpha l}{3}\sqrt{\dfrac{m_n}{M_2}} = \dfrac{\alpha l^2 C^E_{11}}{3c\sqrt{M_2 C^E_{11}}}$ — коэффициент затухания.

Соответственно для учета влияния реакции МПД при управлении от источника питания с конечным сопротивлением источника в результате возникновения противоэлектродвижущей силы из-за прямого пьезоэффекта параметрическую структурную схему МПД, закрепленного одним торцом, при $M_1 \to \infty$ и поперечном пьезоэффекте необходимо дополнить обратной связью (см. рис. 4), описываемой уравнением

$$U_2(p) = \frac{1}{S_0} d_{31} n S_p \frac{1}{C_n} k_u F_2(p) = \frac{(nh/\delta)d_{31}}{C_n} k_u F_2(p). \quad (17)$$

Тогда при поперечном пьезоэффекте получаем передаточные функции МПД с инерционной нагрузкой при его питании от источника с бесконечно большим сопротивлением и $k_u = 1$ (см. рис. 4), т. е. при питании от источника тока, в виде:

$$W_{21}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{E_3(p)} = \frac{d_{31}\mathrm{th}(l\gamma)}{\dfrac{M_2 l\left(1-k^2_{31}\right)}{m_n c^2}\mathrm{th}(l\gamma)p^2 + \gamma} = \frac{d_{31} l}{\dfrac{M_2}{C^D_{11}}p^2 + l\gamma\mathrm{cth}(l\gamma)};$$

$$W_{23}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{F_2(p)} = -\frac{\dfrac{l\left(1-k^2_{31}\right)}{m_n c^2}\mathrm{th}(l\gamma)}{\dfrac{M_2 l\left(1-k^2_{31}\right)}{m_n c^2}\mathrm{th}(l\gamma)p^2 + \gamma} = -\frac{1/C^D_{11}}{\dfrac{M_2}{C^D_{11}}p^2 + l\gamma\mathrm{cth}(l\gamma)},$$

где $C^D_{11} = \dfrac{S_0}{s^D_{11} l} = \dfrac{S_0}{s^E_{11}\left(1-k^2_{31}\right) l} = \dfrac{m_n c^2}{l^2\left(1-k^2_{31}\right)}$ — жесткость МПД при поперечном пьезоэффекте и управлении по току.

Используя аппроксимацию гиперболического котангенса двумя членами степенно́го ряда в диапазоне частот $0 < \omega < 0{,}01c/l$ при инерционной нагрузке $M_2/m_n \gg 1$, получим передаточные функции с учетом реакции МПД при поперечном пьезоэффекте и его управлении от источника с бесконечно большим сопротивлением:

$$W_{21}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{E_3(p)} = \frac{d_{31} l}{\left(T^D_{11_i}\right)^2 p^2 + 2T^D_{11_i}\xi^D_{11_i}p + 1};$$

$$W_{23}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{F_2(p)} = -\frac{s^D_{11} l/S_0}{\left(T^D_{11_i}\right)^2 p^2 + 2T^D_{11_i}\xi^D_{11_i}p + 1} = -\frac{1/C^D_{11}}{\left(T^D_{11_i}\right)^2 p^2 + 2T^D_{11_i}\xi^D_{11_i}p + 1};$$

$$W_2(p) = \frac{\Xi_2(p)}{U(p)} = \frac{(l/\delta)d_{31}}{\left(T^D_{11_i}\right)^2 p^2 + 2T^D_{11_i}\xi^D_{11_i}p + 1},$$

где $T^D_{11_i} = \sqrt{\dfrac{M_2 s^E_{11}\left(1-k^2_{31}\right) l}{S_0}} = \sqrt{\dfrac{M_2 s^D_{11} l}{S_0}} = \sqrt{\dfrac{M_2}{C^D_{11}}}$ — постоянная времени; $\xi^D_{11_i} = \dfrac{\alpha l}{3}\sqrt{\dfrac{m_n}{M_2}} = \dfrac{\alpha l^2 C^D_{11}}{3c\sqrt{M_2 C^D_{11}}}$ — коэффициент затухания.

При управлении от источника питания с конечным сопротивлением источника получим передаточные функции МПД при инерционной нагрузке (см. рис. 4) с учетом противоэлектродвижущей силы:

$$W_{21}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{E_3(p)} = \frac{d_{31}\mathrm{th}(l\gamma)}{\dfrac{M_2 l\left(1-k^2_{31}k_u\right)}{m_n c^2}\mathrm{th}(l\gamma)p^2 + \gamma} = \frac{d_{31} l}{\dfrac{M_2}{C_{11}}p^2 + l\gamma\mathrm{cth}(l\gamma)};$$

$$W_{23}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{F_2(p)} = -\frac{\dfrac{l\left(1-k^2_{31}k_u\right)}{m_n c^2}\mathrm{th}(l\gamma)}{\dfrac{M_2 l\left(1-k^2_{31}k_u\right)}{m_n c^2}\mathrm{th}(l\gamma)p^2 + \gamma} = -\frac{1/C_{11}}{\dfrac{M_2}{C_{11}}p^2 + l\gamma\mathrm{cth}(l\gamma)},$$

где $C_{11} = \dfrac{S_0}{s_{11} l} = \dfrac{S_0}{s^E_{11}\left(1-k^2_{31}k_u\right) l^2} = \dfrac{m_n c^2}{\left(1-k^2_{31}k_u\right) l^2}$ — жесткость МПД при поперечном пьезоэффекте и управлении от источника питания с конечным сопротивлением.

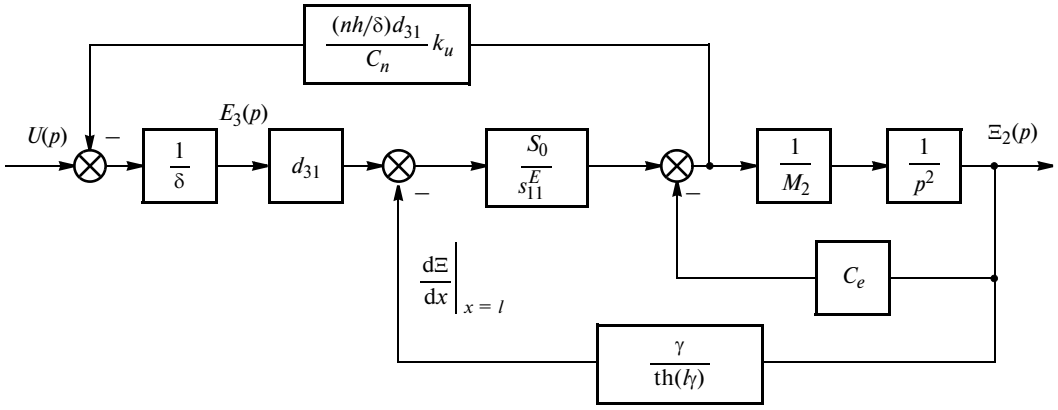


Рис. 5. Параметрическая структурная схема МПД, закрепленного одним торцом, при поперечном пьезоэффекте и упругоинерционной нагрузке с учетом противоэлектродвижущей силы

Если за входную величину принять изображение Лапласа напряжения $U(p)$, то получим:

$$W_2(p) = \frac{\Xi_2(p)}{U(p)} = \frac{(l/\delta)d_{31}\mathrm{th}(l\gamma)}{\dfrac{M_2 l^2\left(1-k_{31}^2k_u\right)}{m_n c^2}\mathrm{th}(l\gamma)p^2 + l\gamma} = \frac{(l/\delta)d_{31}}{\dfrac{M_2}{C_{11}}p^2 + l\gamma\mathrm{cth}(l\gamma)}.$$

Используя аппроксимацию гиперболического котангенса двумя членами степенного ряда в диапазоне частот $0 < \omega < 0{,}01c/l$ при инерционной нагрузке $M_2/m_n \gg 1$, получим передаточные функции с учетом реакции МПД при поперечном пьезоэффекте и управлении от источника питания с конечным сопротивлением:

$$W_{21}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{E_3(p)} = \frac{d_{31}l}{T_{11_i}^2p^2 + 2T_{11_i}\xi_{11_i}p + 1};$$

$$W_{23}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{F_2(p)} = -\frac{s_{11}l/S_0}{T_{11_i}^2p^2 + 2T_{11_i}\xi_{11_i}p + 1} = -\frac{1/C_{11}}{T_{11_i}^2p^2 + 2T_{11_i}\xi_{11_i}p + 1};$$

$$W_2(p) = \frac{\Xi_2(p)}{U(p)} = \frac{(l/\delta)d_{31}}{T_{11_i}^2p^2 + 2T_{11_i}\xi_{11_i}p + 1},$$

где $T_{11_i} = \sqrt{\dfrac{M_2 s_{11}^E\left(1-k_{31}^2k_u\right)l}{S_0}} = \sqrt{\dfrac{M_2 s_{11}l}{S_0}} = \sqrt{\dfrac{M_2}{C_{11}}}$ — постоянная времени; $\xi_{11_i} = \dfrac{\alpha l}{3}\sqrt{\dfrac{m_n}{M_2}} = \dfrac{\alpha l^2 C_{11}}{3c\sqrt{M_2C_{11}}}$ — коэффициент затухания.

Аналогично из выражения (16) при $F_2(p) = C_e\Xi_2(p)$ получим выражение, соответствующее параметрической структурной схеме МПД (рис. 5), закрепленного одним торцом, при поперечном пьезоэффекте и управлении по напряжению от источника напряжения с бесконечно малым сопротивлением и упругоинерционной нагрузке:

$$\frac{\Xi_2(p)\gamma}{\mathrm{th}(l\gamma)} + \frac{\Xi_2(p)s_{11}^E M_2p^2}{S_0} + \frac{\Xi_2(p)s_{11}^E C_e}{S_0} = d_{31}E_3, \quad (18)$$

где C_e — жесткость нагрузки.

Из выражения (18) определим передаточную функцию пьезодвигателя:

$$W_{21}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{E_3(p)} = \frac{d_{31}}{\dfrac{s_{11}^E M_2p^2}{S_0} + \dfrac{\gamma}{\mathrm{th}(l\gamma)} + \dfrac{s_{11}^E C_e}{S_0}}.$$

Тогда передаточные функции МПД, закрепленного одним торцом, при поперечном пьезоэффекте и упругоинерционной нагрузке принимают вид:

$$W_{21}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{E_3(p)} = \frac{d_{31}l}{\dfrac{M_2p^2}{C_{11}^E} + l\gamma\mathrm{cth}(l\gamma) + \dfrac{C_e}{C_{11}^E}};$$

$$W_2(p) = \frac{\Xi_2(p)}{U(p)} = \frac{(l/\delta)d_{31}}{\dfrac{M_2p^2}{C_{11}^E} + l\gamma\mathrm{cth}(l\gamma) + \dfrac{C_e}{C_{11}^E}}.$$

Используя аппроксимацию гиперболического котангенса двумя членами степенного ряда, получим передаточную функцию МПД с управлением по напряжению для упругоинерционной нагрузки при $M_2/m_n \gg 1$ в диапазоне частот $0 < \omega < 0{,}01c/l$:

$$W_2(p) = \frac{\Xi_2(p)}{U(p)} = \frac{(l/\delta)d_{31}}{\left(1+\dfrac{C_e}{C_{11}^E}\right)\left[\left(T_{11_{ei}}^E\right)^2p^2 + 2T_{11_{ei}}^E\xi_{11_{ei}}^E p + 1\right]},$$

где $T^E_{11_{ei}} = \sqrt{\dfrac{M_2}{C_e + C^E_{11}}}$ и $\xi^E_{11_{ei}} = \dfrac{\alpha l^2 C^E_{11}}{3c\sqrt{M_2(C_e + C^E_{11})}}$ — постоянная времени и коэффициент затухания МПД при поперечном пьезоэффекте с управлением по напряжению и упругоинерционной нагрузке.

При управлении многослойного пьезодвигателя при поперечном пьезоэффекте по току от источника с бесконечно большим сопротивлением с учетом противоэлектродвижущей силы (17) имеем передаточные функции:

$$W_{21}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{E_3(p)} = \frac{d_{31} l}{\dfrac{M_2 p^2}{C^D_{11}} + l\gamma \operatorname{cth}(l\gamma) + \dfrac{C_e}{C^D_{11}}};$$

$$W_2(p) = \frac{\Xi_2(p)}{U(p)} = \frac{(l/\delta) d_{31}}{\dfrac{M_2 p^2}{C^D_{11}} + l\gamma \operatorname{cth}(l\gamma) + \dfrac{C_e}{C^D_{11}}}.$$

Применяя аппроксимацию гиперболического котангенса двумя членами степенного ряда, получим выражение для передаточной функции МПД с управлением по току для упругоинерционной нагрузки при $M_2/m_n \gg 1$ в диапазоне частот $0 < \omega < 0{,}01c/l$:

$$W_2(p) = \frac{\Xi_2(p)}{U(p)} = \frac{(l/\delta) d_{31}}{\left(1 + \dfrac{C_e}{C^D_{11}}\right)\left[\left(T^D_{11_{ei}}\right)^2 p^2 + 2T^D_{11_{ei}} \xi^D_{11_{ei}} p + 1\right]},$$

где $T^D_{11_{ei}} = \sqrt{\dfrac{M_2}{C_e + C^D_{11}}}$ и $\xi^D_{11_{ei}} = \dfrac{\alpha l^2 C^D_{11}}{3c\sqrt{M_2(C_e + C^D_{11})}}$ — постоянная времени и коэффициент затухания МПД при поперечном пьезоэффекте с управлением по току и упругоинерционной нагрузке.

Аналогично при управлении от источника питания с конечным сопротивлением источника получаем передаточные функции МПД при поперечном пьезоэффекте и упругоинерционной нагрузке (см. рис. 5) с учетом противоэлектродвижущей силы (17):

$$W_{21}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{E_3(p)} = \frac{d_{31} l}{\dfrac{M_2 p^2}{C_{11}} + l\gamma \operatorname{cth}(l\gamma) + \dfrac{C_e}{C_{11}}};$$

$$W_2(p) = \frac{\Xi_2(p)}{U(p)} = \frac{(l/\delta) d_{31}}{\dfrac{M_2 p^2}{C_{11}} + l\gamma \operatorname{cth}(l\gamma) + \dfrac{C_e}{C_{11}}}.$$

Используя аппроксимацию гиперболического котангенса двумя членами степенно́го ряда, получим передаточную функцию МПД при управлении от источника питания с конечным сопротивлением и упругоинерционной нагрузке при $M_2/m_n \gg 1$ в диапазоне частот $0 < \omega < 0{,}01c/l$:

$$W_2(p) = \frac{\Xi_2(p)}{U(p)} = \frac{(l/\delta) d_{31}}{\left(1 + \dfrac{C_e}{C_{11}}\right)\left[T^2_{11_{ei}} p^2 + 2T_{11_{ei}} \xi_{11_{ei}} p + 1\right]},$$

где $T_{11_{ei}} = \sqrt{\dfrac{M_2}{C_e + C_{11}}}$ и $\xi_{11_{ei}} = \dfrac{\alpha l^2 C_{11}}{3c\sqrt{M_2(C_e + C_{11})}}$ — постоянная времени и коэффициент затухания МПД при поперечном пьезоэффекте при управлении от источника питания с конечным сопротивлением источника и упругоинерционной нагрузке.

С учетом реакции МПД при поперечном пьезоэффекте из-за противоэлектродвижущей силы снижается упругая податливость и повышается жесткость МПД; увеличение сопротивления источника питания и согласующих цепей уменьшает упругую податливость МПД.

Полученные структурно-параметрическая модель, параметрические структурные схемы и передаточные функции МПД при поперечном пьезоэффекте позволяют описывать динамические и статические свойства многослойного пьезодвигателя нано- и микроперемещений с учетом его физических параметров, внешней нагрузки и электрического сопротивления согласующих цепей.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Миронов В. Л.** Основы сканирующей зондовой микроскопии. М.: Техносфера, 2004. 144 с.

2. **Афонин С. М.** Структурно-параметрическая модель пьезодвигателя наноперемещений // Вестник машиностроения. 2001. № 5. С. 29—33.

3. **Афонин С. М.** Решение матричных уравнений в задачах электроупругости для многослойных двигателей нано- и микроперемещений // Вестник машиностроения. 2011. № 9. С. 20—25.

4. **Афонин С. М.** Расчет статических и динамических характеристик пьезодвигателя наноперемещений // Вестник машиностроения. 2009. № 4. С. 3—6.

5. **Физическая** акустика. Т. 1. Ч. А. Методы и приборы ультразвуковых исследований / Под ред. У. Мэзона. Пер. с англ. М.: Мир, 1966. 592 с.

6. **Домаркас В. И., Кажис Р.-И. Ю.** Контрольно-измерительные пьезоэлектрические преобразователи. Вильнюс: Минтис, 1974. 258 с.

УДК 621.9.06-52.001.573

В. С. ГОРЧЕВ, канд. техн. наук (МГУПИ), тел.: 8-495-484-49-40

Методика решения задач для автоматических линий с участками разной производительности

На основании скрытых или невидимых постоянных и переменных процессов, протекающих при главных состояниях автоматических линий, разработана методика решения задач для линий с участками разной производительности.

Ключевые слова: автоматическая линия, производительность, бункерное устройство, граф состояний, математическая модель, начальные условия, коэффициент готовности линии, потери.

Basing on hidden or invisible constant and variable processes, running at main states on automated lines, the methodic of solving of problems for lines with zones of different capability is developed.

Keywords: automated line, capability, hopper-type device, state graph, mathematical model, initial conditions, line availability coefficient, losses.

В работах [1—3], посвященных вопросу повышения производительности автоматических линий (АЛ), состоящих из двух участков производительностями $q_1 > q_2$ и бункера между ними (так называемая структура "2×1"), получены решения, которые не приводят к известному частному решению [4], когда $q_1 = q_2$, что противоречит теории решения дифференциальных уравнений. Чтобы установить истину, ставится задача: разработать методику решения задач для АЛ с участками разной производительности.

Решение задачи

1. Выбор математической модели

Решение поставленной задачи рассмотрим на примере АЛ структуры "2×1" дискретного действия, граф состояний которой показан на рис. 1. Важным этапом исследования является выбор математической модели, вид которой зависит от того, в каких единицах измеряется бункерный запас. Рассмотрим две модели центрального звена "1" указанной линии.

Центральное звено образовано главным состоянием "1" и его состояниями отказов "1.1" и "2.1". Дифференциальные уравнения центрального звена для случая, когда запас z деталей в бункере измеряется не целыми числами, а непрерывной величиной, составляют математическую модель **типа I**:

$$(q_1 - q_2)\frac{\mathrm{d}p_1(z)}{\mathrm{d}z} = -(\lambda_1 + \lambda_2)p_1(z) + \mu_1 p_{1.1}(z) + \mu_2 p_{2.1}(z);$$

$$-q_2\frac{\mathrm{d}p_{1.1}(z)}{\mathrm{d}z} = -\mu_1 p_{1.1}(z) + \lambda_1 p_1(z);$$

$$q_1\frac{\mathrm{d}p_{2.1}(z)}{\mathrm{d}z} = -\mu_2 p_{2.1}(z) + \lambda_2 p_1(z).$$

Здесь $p_1(z)$, $p_{1.1}(z)$ и $p_{2.1}(z)$ — функции распределения деталей в бункере по уровням, зависящие только от одной переменной z. В индексе функций $p_{1.1}$ и $p_{2.1}$ на первом месте указывается номер отказавшего участка (1 или 2), затем (после точки) состояние бункера: 0 — бункер пуст; 1 — бункерный запас деталей находится на промежуточном уровне; 2 — бункер полон. Если в индексе только одна цифра, как в функции p_1, то она указывает на состояние бункера и на исправную работу всех участков линии. Характеристики надежности λ_1, λ_2 и μ_1, μ_2 указывают на интенсивности потоков соответственно отказов и восстановлений участков 1 и 2, q_1 и q_2 — их производительности.

Кроме дифференциальных уравнений математическая модель содержит начальные условия. Определим начальное условие появления первой детали в бункере при отказе участка 2.

На графе состояний это начальное условие показано штриховой стрелкой **А**. При определении

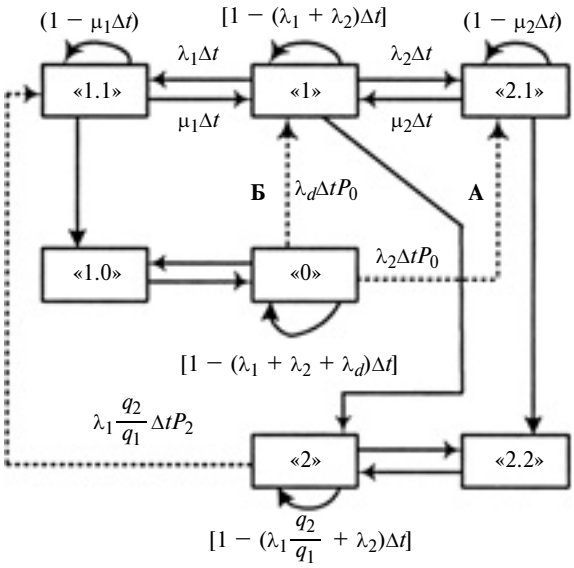


Рис. 1. Граф состояний АЛ дискретного действия структуры "2×1" при $q_1 > q_2$

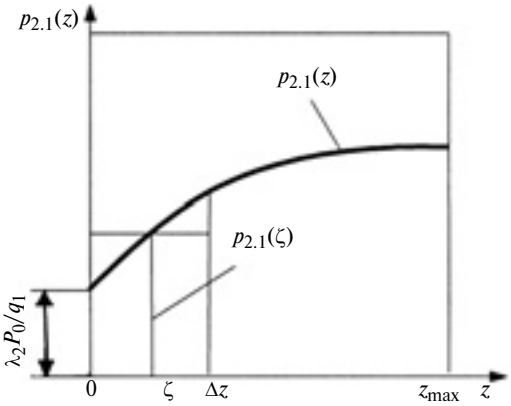


Рис. 2. График функции $p_{2.1}(z)$

начальных условий используется принцип равенства элементарных вероятностей на обоих концах стрелки. На исходящем конце стрелки элементарная вероятность равна $\lambda_2 \Delta t P_0$. Для определения элементарной вероятности на втором конце стрелки построим график функции $p_{2.1}(z)$ (рис. 2), согласно которому элементарная вероятность равна интегралу от функции $p_{2.1}(z)$ на отрезке от 0 до Δz:

$$\lambda_2 \Delta t P_0 \approx \int_0^{\Delta z} p_{2.1}(u)\mathrm{d}u.$$

На основании теоремы Лагранжа о среднем значении интеграла последнее выражение принимает вид:

$$\lambda_2 \Delta t P_0 \approx \int_0^{\Delta z} p_{2.1}(u)\mathrm{d}u = \Delta z p_{2.1}(\zeta),$$

где $0 < \zeta < \Delta z$.

Разделим полученное выражение на Δt:

$$\lambda_2 P_0 \approx \frac{\Delta z}{\Delta t} p_{2.1}(\zeta).$$

Далее переходя к пределу при Δt и $\Delta z \to 0$, получаем начальное условие $\lambda_2 P_0 = q_1 p_{2.1}(0)$ и вычисляем размерности левой и правой его частей:

$$\frac{1}{t} \times 1 \neq \frac{1}{t} \times \frac{1}{t} = \frac{1}{t^2}.$$

Полученное неравенство (несовпадение размерностей) указывает на то, что бункерный запас не может измеряться величиной z, а следовательно, математические модели **типа I** нельзя применять для исследования АЛ.

Если бункерный запас измерять в единицах $z\tau$, т. е. продолжительностью его расходования или накопления, то математическая модель **типа I** преобразуется в математическую модель **типа II**:

$$\begin{cases} (q_1 - q_2)\tau_1 \dfrac{\mathrm{d}p_1(z\tau_1)}{\mathrm{d}z\tau_1} = -(\lambda_1 + \lambda_2)p_1(z\tau_1) + \\ + \mu_1 p_{1.1}(z\tau_2) + \mu_2 p_{2.1}(z\tau_1); & (1) \\ -q_2\tau_2 \dfrac{\mathrm{d}p_{1.1}(z\tau_2)}{\mathrm{d}z\tau_2} = -\mu_1 p_{1.1}(z\tau_2) + \lambda_1 p_1(z\tau_1); & (2) \\ q_1\tau_1 \dfrac{\mathrm{d}p_{2.1}(z\tau_1)}{\mathrm{d}z\tau_1} = -\mu_2 p_{2.1}(z\tau_1) + \lambda_2 p_1(z\tau_1), & (3) \end{cases}$$

где τ_1 и τ_2 — продолжительности обработки одной детали соответственно на участках 1 и 2.

Связь τ_1 и τ_2 с производительностями участков определяется соотношениями $q_1\tau_1 = 1$ и $q_2\tau_2 = 1$, поэтому эти множители при производных в дифференциальных уравнениях (2) и (3) могут быть опущены. Одновременно τ_1 и τ_2 являются постоянными масштабными коэффициентами при переменной z, поэтому операции дифференцирования и интегрирования выполняются только по этой переменной.

Рассмотрим, как бункерный запас, измеряемый в единицах $z\tau$, влияет на начальные условия. Заменив переменную z (см. рис. 2) на $z\tau_1$, получим рис. 3, согласно которому элементарная вероятность равна интегралу от функции $p_{2.1}(z\tau_1)$ на отрезке от 0 до $\Delta z\tau_1$: $\lambda_2 \Delta t P_0 \approx \int_0^{\Delta z\tau_1} p_{2.1}(u)\mathrm{d}u$.

На основании теоремы Лагранжа о среднем значении интеграла последнее выражение принимает вид:

$$\lambda_2 \Delta t P_0 \approx \int_0^{\Delta z\tau_1} p_{2.1}(u)\mathrm{d}u \approx \Delta z\tau_1 p_{2.1}(\zeta),$$

где $0 < \zeta < \Delta z\tau_1$.

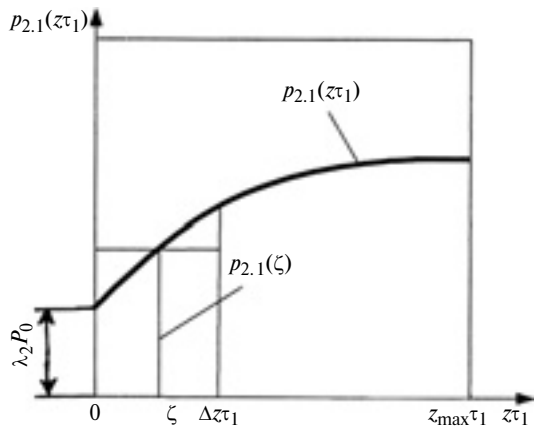


Рис. 3. График функции $p_{2.1}(z\tau_1)$

Разделим полученное выражение на Δt:

$$\lambda_2 P_0 \approx \frac{\Delta z}{\Delta t}\tau_1 p_{2.1}(\zeta).$$

Выполнив переход к пределу при Δt и $\Delta z \to 0$, получим начальное условие $\lambda_2 P_0 = q_1\tau_1 p_{2.1}(0)$ или $\lambda_2 P_0 = p_{2.1}(0)$ и вычислим размерности левой и правой его частей:

$$\frac{1}{t}\times 1 = \frac{1}{t}\times t\times\frac{1}{t} = \frac{1}{t} \text{ или } \frac{1}{t}\times 1 = \frac{1}{t}.$$

Совпадение размерностей указывает на то, что бункерный запас возможно измерять величиной $z\tau$, поэтому математические модели **типа II** [уравнения (1)—(3)] АЛ являются теоретической базой всех дальнейших исследований.

2. Невидимые вероятностные процессы

Если АЛ находится в главном состоянии "1" и оба участка работают с производительностями $q_1 > q_2$, то взаимодействие вероятностных процессов определяется дифференциальным уравнением (1). В этом случае деталь, обработанная на участке 1, направляется на буферную позицию между участками, с которой она передается системой управления или на участок 2 для дальнейшей обработки, или в бункер для хранения.

Допустим, что время обработки детали на участке 1 составит $\tau_1 = 10$ мин, а на участке 2 — $\tau_2 = 11$ мин. Рассмотрим ситуацию, когда участки 1 и 2 начинают обрабатывать детали одновременно, а на буферной позиции детали нет. Участок 1 через 10 мин передаст обработанную деталь на буферную позицию, а через 1 мин эту деталь заберет участок 2, закончив обработку своей детали. Этот процесс, при котором бункерный запас не изменяется, будет продолжаться до тех пор, пока участок 1 не изготовит 11 деталей, и только после этого 11-я деталь с буферной позиции будет направлена в бункер. При этом запас деталей в бункере переходит с текущего уровня на соседний более высокий уровень — процесс становится переменным. Далее все повторяется.

Процесс, при котором бункерный запас не изменяется, будем называть постоянным и обозначать функцией $\bar{p}_1(z\tau_1)$; процесс, при котором бункерный запас изменяется, — функцией $\tilde{p}_1(z\tau_1)$. Постоянный процесс характеризуется тем, что производная от функции $\bar{p}_1(z\tau_1)$ по переменной $z\tau_1$ равна 0. Следовательно, производная в дифференциальном уравнении (1) относится к функции $\tilde{p}_1(z\tau_1)$ переменного процесса. Таким образом, дифференциальное уравнение (1) интегрально описывает два процесса. Оба случайных процесса $[\bar{p}_1(z\tau_1)$ и $\tilde{p}_1(z\tau_1)]$ разделены во времени, поэтому между ними отсутствует корреляционная связь, что позволяет представить их взаимодействие равенством $p_1(z\tau_1) = \bar{p}_1(z\tau_1) + \tilde{p}_1(z\tau_1)$.

Подставив значение функции $\bar{p}_1(z\tau_1)$, преобразуем исходную математическую модель (1)—(3) к виду:

$$\begin{cases} (q_1 - q_2)\tau_1\dfrac{d\tilde{p}_1(z\tau_1)}{dz\tau_1} = -(\lambda_1+\lambda_2)\bar{p}_1(z\tau_1) - \\ -(\lambda_1+\lambda_2)\tilde{p}_1(z\tau_1) + \mu_1 p_{1.1}(z\tau_2) + \mu_2 p_{2.1}(z\tau_1); & (4) \\ -q_2\tau_2\dfrac{dp_{1.1}(z\tau_2)}{dz\tau_2} = -\mu_1 p_{1.1}(z\tau_2) + \\ +\lambda_1[\bar{p}_1(z\tau_1) + \tilde{p}_1(z\tau_1)]; & (5) \\ q_1\tau_1\dfrac{dp_{2.1}(z\tau_1)}{dz\tau_1} = -\mu_2 p_{2.1}(z\tau_1) + \\ +\lambda_2[\bar{p}_1(z\tau_1) + \tilde{p}_1(z\tau_1)]. & (6) \end{cases}$$

Для поиска решений системы дифференциальных уравнений (4)—(6) необходимо предварительно определить значения функций $\tilde{p}_1$ и $\bar{p}_1$.

3. Истоки детерминированного процесса

Процесс, близкий к вышеизложенному, возникает, когда АЛ переходит из состояния отказа "1.0" в свое главное состояние "0". После восстановления работоспособности участка 1 и изготовления первой детали, она передается на промежуточную позицию, а участок 1 начинает обработку новой детали. Участок 2, приняв деталь с промежуточной позиции, начинает ее обработку одновременно с деталью 2 на участке 1. Через 10 мин участок 1, обработав свою деталь, передаст ее на промежуточную позицию, а через 1 мин участок 2 заберет ее, закончив обработку своей детали. Этот процесс будет продолжаться до тех пор, пока участок 1 не изготовит на одну деталь больше. В этом случае деталь будет направлена системой управления в бункер, а АЛ перейдет из главного состояния "0" в другое главное состояние "1". Процесс, при котором переход системы из одного состояния в другое выполняется в фиксированные моменты времени, будем называть детерминированным. Рассматриваемый процесс указан на графе состояний (см. рис. 1) вертикальной штриховой стрелкой **Б**. Определим интенсивность λ_d данного процесса, которая об-

ратна времени t_d между переходами системы из одного состояния в другое:

$$t_d = \frac{\tau_2}{\tau_2 - \tau_1}\tau_1 = 110 \text{ мин};$$

$$\lambda_d = \frac{\tau_2 - \tau_1}{\tau_1\tau_2} = q_1 q_2 \frac{q_1 - q_2}{q_1 q_2} = q_1 - q_2.$$

Таким образом, в АЛ дискретного действия к случайным процессам добавляются детерминированные процессы.

4. Определение функции $\tilde{p}_1(z\tau_1)$ переменного процесса

Сложив уравнения (4)—(6), получим уравнение связи производных искомых функций:

$$(q_1 - q_2)\tau_1 \frac{\mathrm{d}\tilde{p}_1(z\tau_1)}{\mathrm{d}z\tau_1} - q_2\tau_2 \frac{\mathrm{d}p_{1.1}(z\tau_2)}{\mathrm{d}z\tau_2} + q_1\tau_1 \frac{\mathrm{d}p_{2.1}(z\tau_1)}{\mathrm{d}z\tau_1} = 0.$$

Проинтегрируем данное уравнение по z:

$$(q_1 - q_2)\tau_1 \int \frac{\mathrm{d}\tilde{p}_1(z\tau_1)}{\mathrm{d}z\tau_1}\mathrm{d}z - q_2\tau_2 \int \frac{\mathrm{d}p_{1.1}(z\tau_2)}{\mathrm{d}z\tau_2}\mathrm{d}z + q_1\tau_1 \int \frac{\mathrm{d}p_{2.1}(z\tau_1)}{\mathrm{d}z\tau_1}\mathrm{d}z = 0,$$

внесем τ под знаки своих дифференциалов:

$$(q_1 - q_2)\int \frac{\mathrm{d}\tilde{p}_1(z\tau_1)}{\mathrm{d}z\tau_1}\mathrm{d}z\tau_1 - q_2 \int \frac{\mathrm{d}p_{1.1}(z\tau_2)}{\mathrm{d}z\tau_2}\mathrm{d}z\tau_2 + q_1 \int \frac{\mathrm{d}p_{2.1}(z\tau_1)}{\mathrm{d}z\tau_1}\mathrm{d}z\tau_1 = 0.$$

Отсюда получим уравнение связи искомых функций:

$$(q_1 - q_2)\tilde{p}_1(z\tau_1) = q_2 p_{1.1}(z\tau_2) - q_1 p_{2.1}(z\tau_1) + C. \quad (7)$$

При $z = 0$ уравнение (7) принимает вид:

$$(q_1 - q_2)\tilde{p}_1(0) = q_2 p_{1.1}(0) - q_1 p_{2.1}(0) + C. \quad (8)$$

Запишем начальные условия для центрального звена "1":

$$\lambda_2 P_0 = p_{2.1}(0); \quad (9)$$

$$(\lambda_2 + \lambda_d)P_0 = p_{1.1}(0); \quad (10)$$

$$\lambda_d P_0 = (q_1 - q_2)\tau_1 \tilde{p}_1(0)$$

$$\text{или} \quad \frac{q_1}{q_1 - q_2}\lambda_d P_0 = \tilde{p}_1(0); \quad (11)$$

$$\lambda_1 \frac{q_2}{q_1} P_2 = p_{1.1}(z_{\max}). \quad (12)$$

Подставив условия (9)—(11) в уравнение (8), получим выражение $q_1\lambda_d P_0 = q_2(\lambda_2 + \lambda_d)P_0 - q_1\lambda_2 P_0 + C$, из которого, выполнив преобразования, найдем:

$$c\big|_{q_1 = q_2} = \frac{\lambda_2\mu_1}{\lambda_1 + \lambda_2}.$$

Тогда уравнение связи (7) и функция $\tilde{p}_1(z\tau_1)$ примут вид:

$$(q_1 - q_2)\tilde{p}_1(z\tau_1) = q_2 p_{1.1}(z\tau_2) - q_1 p_{2.1}(z\tau_1) + (q_1 - q_2)(\lambda_2 + \lambda_d)P_0; \quad (13)$$

$$\tilde{p}_1(z\tau_1) = \frac{q_2 p_{1.1}(z\tau_2) - q_1 p_{2.1}(z\tau_1)}{q_1 - q_2} + (\lambda_2 + \lambda_d)P_0. \quad (14)$$

Из уравнения (13) следует: если $q_1 = q_2$, то $p_{1.1}(z\tau) = p_{2.1}(z\tau)$.

5. Определение функции $\bar{p}_1(z\tau_1)$ постоянного процесса

Подставив значение функции $\tilde{p}(z\tau_1)$ в дифференциальное уравнение (4), получим:

$$(q_1 - q_2)\tau_1 \frac{\mathrm{d}\tilde{p}_1(z\tau_1)}{\mathrm{d}z\tau_1} = -(\lambda_1 + \lambda_2)\bar{p}_1(z\tau_1) - (\lambda_1 + \lambda_2)\frac{q_2 p_{1.1}(z\tau_2) - q_1 p_{2.1}(z\tau_1)}{q_1 - q_2} + (\lambda_1 + \lambda_2) \times (\lambda_2 + \lambda_d)P_0 + \mu_1 p_{1.1}(z\tau_2) + \mu_2 p_{2.1}(z\tau_1). \quad (15)$$

При $q_1 = q_2$ второе слагаемое формулы (15) представляет собой неопределенность вида:

$$\left.\frac{q_2 p_{1.1}(z\tau_2) - q_1 p_{2.1}(z\tau_1)}{q_1 - q_2}\right|_{q_1 = q_2} = \frac{0}{0}.$$

Раскрывая неопределенность по правилу Лопиталя, продифференцировав отдельно числитель и знаменатель по переменной $q_1 - q_2$ и переходя к пределу, когда $q_1 \to q_2$, получим:

$$\lim_{q_1 \to q_2} \frac{\dfrac{\partial}{\partial(q_1 - q_2)}[q_2 p_{1.1}(z\tau_2) - q_1 p_{2.1}(z\tau_1)]}{1} = \frac{0}{1} = 0.$$

В результате в дифференциальном уравнении (15) производная слева и второе слагаемое справа обращаются в ноль, а функция $\bar{p}_1(z\tau_1)$ постоянного процесса определяется уравнением

$$0 = -(\lambda_1 + \lambda_2)\bar{p}_1(z\tau) + \mu_1 p_{1.1}(z\tau) + \mu_2 p_{2.1}(z\tau) - \\ - (\lambda_1 + \lambda_2)(\lambda_2 + \lambda_d)P_0.$$

Следовательно, при $q_1 > q_2$ постоянный процесс будет определяться формулой

$$\bar{p}_1(z\tau_1) = \frac{\mu_1}{\lambda_1 + \lambda_2} p_{1.1}(z\tau_2) + \\ + \frac{\mu_2}{\lambda_1 + \lambda_2} p_{2.1}(z\tau_1) - (\lambda_2 + \lambda_d)P_0.$$

Таким образом, дифференциальное уравнение (1) главного состояния "1" центрального звена "1" определяет скрытые или невидимые процессы: переменный $\tilde{p}_1(z\tau_1)$ и постоянный $\bar{p}_1(z\tau_1)$, и заменяется системой из четырех уравнений:

$$\begin{cases} (q_1 - q_2)\tau_1 \dfrac{d\tilde{p}_1(z\tau_1)}{dz\tau_1} = q_2\tau_2 \dfrac{dp_{1.1}(z\tau_2)}{dz\tau_2} - q_1\tau_1 \dfrac{dp_{2.1}(z\tau_1)}{dz\tau_1}; \\ \tilde{p}_1(z\tau_1) = \dfrac{q_2 p_{1.1}(z\tau_2) - q_1 p_{2.1}(z\tau_1)}{q_1 - q_2} + (\lambda_2 + \lambda_d)P_0; \\ \bar{p}_1(z\tau_1) = \dfrac{\mu_1}{\lambda_1 + \lambda_2} p_{1.1}(z\tau_2) + \dfrac{\mu_2}{\lambda_1 + \lambda_2} p_{2.1}(z\tau_1) - \\ -(\lambda_2 + \lambda_d)P_0; \\ p_1(z\tau_1) = \bar{p}_1(z\tau_1) + \tilde{p}_1(z\tau_1). \end{cases}$$

6. Решение системы дифференциальных уравнений

Подставив значения указанных функций в дифференциальные уравнения (5) и (6), получим систему двух уравнений с двумя неизвестными функциями $p_{1.1}(z\tau_2)$ и $p_{2.1}(z\tau_1)$:

$$\frac{dp_{1.1}(z\tau_2)}{dz\tau_2} = \mu_1 p_{1.1}(z\tau_2) - \frac{\lambda_1\mu_1}{\lambda_1 + \lambda_2} p_{1.1}(z\tau_2) - \\ - \frac{\lambda_1\mu_2}{\lambda_1 + \lambda_2} p_{2.1}(z\tau_1) - \lambda_1 \frac{q_2 p_{1.1}(z\tau_2) - q_1 p_{2.1}(z\tau_1)}{q_1 - q_2};$$

$$\frac{dp_{2.1}(z\tau_1)}{dz\tau_1} = -\mu_2 p_{2.1}(z\tau_1) + \frac{\lambda_2\mu_1}{\lambda_1 + \lambda_2} p_{1.1}(z\tau_2) + \\ + \frac{\lambda_2\mu_2}{\lambda_1 + \lambda_2} p_{2.1}(z\tau_1) + \lambda_2 \frac{q_2 p_{1.1}(z\tau_2) - q_1 p_{2.1}(z\tau_1)}{q_1 - q_2}.$$

Разложим последние слагаемые полученных формул на отдельные функции:

$$\frac{dp_{1.1}(z\tau_2)}{dz\tau_2} = \mu_1 p_{1.1}(z\tau_2) - \frac{\lambda_1\mu_1}{\lambda_1 + \lambda_2} p_{1.1}(z\tau_2) - \\ - \frac{\lambda_1\mu_2}{\lambda_1 + \lambda_2} p_{2.1}(z\tau_1) - \frac{\lambda_1 q_2}{q_1 - q_2} p_{1.1}(z\tau_2) + \\ + \frac{\lambda_1 q_1}{q_1 - q_2} p_{2.1}(z\tau_1);$$

$$\frac{dp_{2.1}(z\tau_1)}{dz\tau_1} = -\mu_2 p_{2.1}(z\tau_1) + \frac{\lambda_2\mu_1}{\lambda_1 + \lambda_2} p_{1.1}(z\tau_2) + \\ + \frac{\lambda_2\mu_2}{\lambda_1 + \lambda_2} p_{2.1}(z\tau_1) + \frac{\lambda_2 q_2}{q_1 - q_2} p_{1.1}(z\tau_2) - \\ - \frac{\lambda_2 q_1}{q_1 - q_2} p_{2.1}(z\tau_1).$$

После приведения подобных получим систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dp_{1.1}(z\tau_2)}{dz\tau_2} = \dfrac{\lambda_2\mu_1(q_1 - q_2) - \lambda_1 q_2(\lambda_1 + \lambda_2)}{(\lambda_1 + \lambda_2)(q_1 - q_2)} p_{1.1}(z\tau_2) - \\ - \dfrac{\lambda_1\mu_2(q_1 - q_2) - \lambda_1 q_1(\lambda_1 + \lambda_2)}{(\lambda_1 + \lambda_2)(q_1 - q_2)} p_{2.1}(z\tau_1); \\ \dfrac{dp_{2.1}(z\tau_1)}{dz\tau_1} = \dfrac{\lambda_2\mu_1(q_1 - q_2) + \lambda_2 q_2(\lambda_1 + \lambda_2)}{(\lambda_1 + \lambda_2)(q_1 - q_2)} p_{1.1}(z\tau_2) - \\ - \dfrac{\lambda_1\mu_2(q_1 - q_2) + \lambda_2 q_1(\lambda_1 + \lambda_2)}{(\lambda_1 + \lambda_2)(q_1 - q_2)} p_{2.1}(z\tau_1). \end{cases} \quad (16)$$

Введем обозначения коэффициентов при искомых функциях системы (16) уравнений:

$$a = \frac{\lambda_2\mu_1(q_1 - q_2) - \lambda_1 q_2(\lambda_1 + \lambda_2)}{(\lambda_1 + \lambda_2)(q_1 - q_2)};$$

$$b = \frac{\lambda_1\mu_2(q_1 - q_2) - \lambda_1 q_1(\lambda_1 + \lambda_2)}{(\lambda_1 + \lambda_2)(q_1 - q_2)};$$

$$c = \frac{\lambda_2\mu_1(q_1 - q_2) + \lambda_2 q_2(\lambda_1 + \lambda_2)}{(\lambda_1 + \lambda_2)(q_1 - q_2)};$$

$$d = \frac{\lambda_1\mu_2(q_1 - q_2) + \lambda_2 q_1(\lambda_1 + \lambda_2)}{(\lambda_1 + \lambda_2)(q_1 - q_2)}.$$

Получим систему двух дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dp_{1.1}(z\tau_2)}{dz\tau_1} = ap_{1.1}(z\tau_2) - bp_{2.1}(z\tau_1); & (17) \\ \dfrac{dp_{2.1}(z\tau_1)}{dz\tau_1} = cp_{1.1}(z\tau_2) - dp_{2.1}(z\tau_1). & (18) \end{cases}$$

Для поиска решений системы уравнений (17) и (18) преобразуем ее к дифференциальному уравнению второго порядка с одной неизвестной функцией $p_{2.1}(z\tau_1)$. Продифференцируем уравнение (18) по переменной z:

$$\tau_1 \frac{\mathrm{d}^2 p_{2.1}(z\tau_1)}{\mathrm{d}(z\tau_1)^2} = \tau_2 c \frac{\mathrm{d}p_{1.1}(z\tau_2)}{\mathrm{d}z\tau_2} - \tau_1 d \frac{\mathrm{d}p_{2.1}(z\tau_1)}{\mathrm{d}z\tau_1}.$$

После деления этого уравнения на τ_1 и подстановки q_1 и q_2 вместо τ_1 и τ_2 получим уравнение

$$\frac{\mathrm{d}^2 p_{2.1}(z\tau_1)}{\mathrm{d}(z\tau_1)^2} = \frac{q_1}{q_2} c \frac{\mathrm{d}p_{1.1}(z\tau_2)}{\mathrm{d}z\tau_2} - d \frac{\mathrm{d}p_{2.1}(z\tau_1)}{\mathrm{d}z\tau_1},$$

подставив в которое значение производной от функции $p_{1.1}$ из уравнения (17), получим:

$$\frac{\mathrm{d}^2 p_{2.1}(z\tau_1)}{\mathrm{d}(z\tau_1)^2} = \frac{q_1}{q_2} acp_{1.1}(z\tau_2) - \\ - \frac{q_1}{q_2} bcp_{2.1}(z\tau_1) - d \frac{\mathrm{d}p_{2.1}(z\tau_1)}{\mathrm{d}z\tau_1}. \quad (19)$$

Определив функцию $p_{1.1}$ из уравнения (18):

$$p_{1.1}(z\tau_2) = \frac{1}{c} \frac{\mathrm{d}p_{2.1}(z\tau_1)}{\mathrm{d}z\tau_1} + \frac{d}{c} p_{2.1}(z\tau_1), \quad (20)$$

подставив её в уравнение (19) и выполнив преобразование, получим уравнение второго порядка для функции $p_{2.1}(z\tau_1)$:

$$\frac{\mathrm{d}^2 p_{2.1}(z\tau_1)}{\mathrm{d}(z\tau_1)^2} = \frac{aq_1 - dq_2}{q_2} \frac{\mathrm{d}p_{2.1}(z\tau_1)}{\mathrm{d}z\tau_1} + \\ + \frac{q_1}{q_2}(ad - bc)p_{2.1}(z\tau_1).$$

Характеристическое уравнение, его корни и решение имеют вид:

$$k^2 - \frac{aq_1 - dq_2}{q_2} k - \frac{q_1}{q_2}(ad - bc) = 0;$$

$$k_1 = \frac{aq_1 - dq_2}{2q_2} + \frac{\sqrt{(aq_1 - dq_2)^2 + 4q_1q_2(ad - bc)}}{2q_2};$$

$$k_2 = \frac{aq_1 - dq_2}{2q_2} - \frac{\sqrt{(aq_1 - dq_2)^2 + 4q_1q_2(ad - bc)}}{2q_2};$$

$$p_{2.1}(z\tau_1) = C_1 \mathrm{e}^{k_1 z\tau_1} + C_2 \mathrm{e}^{k_2 z\tau_1}. \quad (21)$$

Подставив функцию $p_{2.1}(z\tau_1)$ в уравнение (20), определим функцию

$$p_{1.1}(z\tau_2) = \frac{k_1 + d}{c} C_1 \mathrm{e}^{k_1 z\tau_1} + \frac{k_2 + d}{c} C_2 \mathrm{e}^{k_2 z\tau_1}. \quad (22)$$

Выбрав начальные условия (9) и (10), для определения коэффициентов C_1 и C_2 составим систему уравнений:

$$\begin{cases} (\lambda_2 + \lambda_d)P_0 = \dfrac{k_1 + d}{c} C_1 + \dfrac{k_2 + d}{c} C_2; \\ \lambda_2 P_0 = C_1 + C_2. \end{cases} \quad (23)$$

Для решения системы (23) используем метод Крамера:

$$C_1 = \Delta_1/\Delta_0; \quad C_2 = \Delta_2/\Delta_0.$$

Здесь Δ_0 — определитель, составленный из коэффициентов при неизвестных C_1 и C_2:

$$\Delta_0 = \begin{vmatrix} \dfrac{k_1 + d}{c} & \dfrac{k_2 + d}{c} \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = \\ = \frac{k_1 + d}{c} - \frac{k_2 + d}{c} = \frac{k_1 - k_2}{c}.$$

Определители Δ_1 и Δ_2 формируются путем последовательной замены столбцов 1 и 2 в определителе Δ_0 на столбец из начальных условий:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} (\lambda_2 + \lambda_d)P_0 & \dfrac{k_2 + d}{c} \\ \lambda_2 P_0 & 1 \end{vmatrix} = \\ = \lambda_2 P_0 \left(1 - \frac{k_2 + d}{c}\right) + \lambda_d P_0;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} \dfrac{k_1 + d}{c} & (\lambda_2 + \lambda_d)P_0 \\ 1 & \lambda_2 P_0 \end{vmatrix} = \\ = \lambda_2 P_0 \left(\frac{k_1 + d}{c} - 1\right) + \lambda_d P_0.$$

В результате коэффициенты C_1 и C_2 системы (23) принимают значения:

$$C_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta_0} = P_0 \left(\lambda_2 \frac{c - d - k_2}{k_1 - k_2} + \lambda_d \frac{c}{k_1 - k_2}\right);$$

$$C_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta_0} = P_0 \left(\lambda_2 \frac{k_1 + d - c}{k_1 - k_2} + \lambda_d \frac{c}{k_1 - k_2}\right).$$

Подставив значения коэффициентов C_1 и C_2 в исходные уравнения, определим:

функцию $p_{2.1}(z\tau_1)$ распределения деталей по уровням, когда запас возрастает:

$$p_{2.1}(z\tau_1) = P_0\left[\left(\lambda_2\frac{c-d-k_2}{k_1-k_2}+\frac{\lambda_d c}{k_1-k_2}\right)e^{k_1 z\tau_1} + \right.$$
$$\left. + \left(\lambda_2\frac{k_1+d-c}{k_1-k_2}+\frac{\lambda_d c}{k_1-k_2}\right)e^{k_2 z\tau_1}\right]; \quad (24)$$

функцию $p_{1.1}(z\tau_2)$ распределения деталей по уровням, когда запас убывает:

$$p_{1.1}(z\tau_2) = P_0\left[\left(\lambda_2\frac{c-d-k_2}{k_1-k_2}+\frac{\lambda_d c}{k_1-k_2}\right)\frac{k_1+d}{c}e^{k_1 z\tau_1} + \right.$$
$$\left. + \left(\lambda_2\frac{k_1+d-c}{k_1-k_2}+\frac{\lambda_d c}{k_1-k_2}\right)\frac{k_2+d}{c}e^{k_2 z\tau_1}\right]. \quad (25)$$

Подставив значения функций $p_{1.1}(z\tau_2)$ и $p_{2.1}(z\tau_1)$ в уравнение (14), определим функцию $\tilde{p}_1(z\tau_1)$ распределения деталей по уровням в переменном процессе, когда запас деталей в бункере возрастает:

$$\tilde{p}_1(z\tau_1) = \frac{P_0}{q_1-q_2}\left[\left(\lambda_2\frac{c-d-k_2}{k_1-k_2}+\frac{\lambda_d c}{k_1-k_2}\right)\times\right.$$
$$\times\left(\frac{k_1+d}{c}q_2-q_1\right)e^{k_1 z\tau_1} + \left(\lambda_2\frac{k_1+d-c}{k_1-k_2}+\frac{\lambda_d c}{k_1-k_2}\right)\times$$
$$\left.\times\left(\frac{k_2+d}{c}q_2-q_1\right)e^{k_2 z\tau_1}\right] + (\lambda_2+\lambda_d)P_0.$$

Функции центрального звена "1", определяющие переменный процесс $[\tilde{p}_1(z\tau_1)]$ и постоянный $\left[\bar{p}_1(z\tau_1) = \frac{\mu_1 p_{1.1}(z\tau_2)}{\lambda_1+\lambda_2} + \frac{\mu_2 p_{2.1}(z\tau_1)}{\lambda_1+\lambda_2} - (\lambda_2+\lambda_d)P_0\right]$, имеют теоретический интерес, так как определяют невидимые вероятностные процессы. В практическом приложении используется сумма этих функций.

$$p_1(z\tau_1) = \bar{p}_1(z\tau_1) + \tilde{p}_1(z\tau_1) = \frac{\mu_1 p_{1.1}(z\tau_2)}{\lambda_1+\lambda_2} +$$
$$+ \frac{\mu_2 p_{2.1}(z\tau_1)}{\lambda_1+\lambda_2} + \frac{q_2 p_{1.1}(z\tau_2) - q_1 p_{2.1}(z\tau_1)}{q_1-q_2}. \quad (26)$$

Таким образом, определены все функции центрального звена "1".

Для определения вероятностей звеньев других главных состояний рассмотрим их математические модели.

Математическая модель звена главного состояния "0":

$$0 = -(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_d)P_0 + \mu_1 P_{1.0}; \quad (27)$$
$$0 = -\mu_1 P_{1.0} + \lambda_1 P_0 + p_{1.1}(0).$$

Математическая модель звена главного состояния "2":

$$0 = -\left(\lambda_1\frac{q_2}{q_1}+\lambda_2\right)P_2 + \mu_2 P_{2.2} + (q_1-q_2)\tau_1\tilde{p}_1(z_{\max}); \quad (28)$$
$$0 = -\mu_2 P_{2.2} + \lambda_2 P_2 + p_{2.1}(z_{\max}).$$

Из уравнения (27) определим вероятность $P_{1.0}$ состояния отказа "1.0":

$$P_{1.0} = \frac{\lambda_1+\lambda_2+\lambda_d}{\mu_1}P_0.$$

Подставив значение функции $p_{1.1}(z_{\max})$ в начальное условие (12), определим вероятность P_2 главного состояния "2":

$$P_2 = \frac{P_0}{\lambda_1}\frac{q_1}{q_2}\left[\left(\lambda_2\frac{c-d-k_2}{k_1-k_2}+\frac{\lambda_d c}{k_1-k_2}\right)\frac{k_1+d}{c}e^{k_1 z_{\max}\tau_1} + \right.$$
$$\left. + \left(\lambda_2\frac{k_1+d-c}{k_1-k_2}+\frac{\lambda_d c}{k_1-k_2}\right)\frac{k_2+d}{c}e^{k_2 z_{\max}\tau_1}\right].$$

Из уравнения (28) определим вероятность $P_{2.2}$ состояния отказа "2.2":

$$P_{2.2} = \frac{\lambda_1\frac{q_2}{q_1}+\lambda_2}{\mu_2}P_2 - \frac{q_1-q_2}{\mu_2 q_1}\tilde{p}_1(z_{\max}).$$

Полученные вероятности и функции зависят только от одной вероятности P_0, которая определяется из условия полноты системы:

$$P_0 + P_{1.0} + P_1 + P_{1.1} + P_{2.1} + P_2 + P_{2.2} = 1. \quad (29)$$

Проинтегрировав функции $p_{1.1}(z\tau_2)$ и $p_{2.1}(z\tau_1)$, определим следующие вероятности:

$$P_{1.1} = P_0\left[\left(\lambda_2\frac{c-d-k_2}{k_1-k_2}+\frac{\lambda_d c}{k_1-k_2}\right)\times\right.$$
$$\times\frac{k_1+d}{c}\frac{\tau_2}{\tau_1}\frac{e^{k_1 z_{\max}\tau_1}-1}{k_1} +$$
$$\left. + \left(\lambda_2\frac{k_1+d-c}{k_1-k_2}+\frac{\lambda_d c}{k_1-k_2}\right)\frac{k_2+d}{c}\frac{\tau_2}{\tau_1}\frac{e^{k_2 z_{\max}\tau_1}-1}{k_2}\right];$$

$$P_{2.1} = P_0\left[\left(\lambda_2\frac{c-d-k_2}{k_1-k_2}+\frac{\lambda_d c}{k_1-k_2}\right)\frac{e^{k_1 z_{\max}\tau_1}-1}{k_1} + \right.$$

$$\left. + \left(\lambda_2\frac{k_1+d-c}{k_1-k_2}+\frac{\lambda_d c}{k_1-k_2}\right)\frac{e^{k_2 z_{\max}\tau_1}-1}{k_2}\right];$$

$$P_1 = \frac{\mu_1}{\lambda_1+\lambda_2}P_{1.1} + \frac{\mu_2}{\lambda_1+\lambda_2}P_{2.1} + \frac{q_2 P_{1.1} - q_1 P_{2.1}}{q_1-q_2}.$$

Подставив найденные вероятности в условие (29) полноты системы, определим вероятность

$$P_2 = 1/(1 + P^*_{1.0} + P^*_1 + P^*_{1.1} + P^*_{2.1} + P^*_2 + P^*_{2.2}),$$

где звездочки указывают, что в формулах вероятностей отсутствует множитель P_0. Вычислив вероятность P_0, можно определить вероятности других состояний, построить графики распределений деталей в бункере по уровням и общие характеристики АЛ:

1) коэффициент готовности автоматической линии: $\eta_г = P_0 + P_1 + P_2 + P_{1.1}$;

2) коэффициент наложенных потерь участка 1 на участок 2: $\delta_{1\to 2} = P_{1.0}/(P_{1.0} + P_{1.1})$;

3) коэффициент наложенных потерь участка 2 на участок 1: $\delta_{2\to 1} = P_{2.2}/(P_{2.2} + P_{2.1})$.

Коэффициент $\eta_г$ определяет наибольшую производительность, если нет внешних помех: всегда имеются детали на входе в систему; никогда не отключается электросеть и т. д.

Коэффициент δ определяет, какая доля потерь одного участка добавляется к собственным потерям другого участка.

Подбирая характеристики надежности участков (λ_1, λ_2, μ_1, μ_2), их производительности q_1, q_2 и емкость $z_{\max}\tau$ бункера, можно по формулам определить лучший вариант системы, что позволит проектировать более совершенные автоматические линии.

7. Определение частного решения

Полученное решение для АЛ дискретного действия структуры "2×1", когда производительности участков $q_1 > q_2$, является общим относительно решения той же линии, но с участками производительности $q_1 = q_2$. Это означает, что полученные формулы при подстановке значения $q_1 = q_2$ должны переходить в формулы частного решения. Убедимся в этом, для чего вычислим компоненты характеристического уравнения

$$k^2 - \frac{aq_1 - dq_2}{q_2}k - \frac{q_1}{q_2}(ad - bc) = 0.$$

Здесь $a = \dfrac{\lambda_2\mu_1(q_1-q_2) - \lambda_1 q_2(\lambda_1+\lambda_2)}{(\lambda_1+\lambda_2)(q_1-q_2)}$, где первое слагаемое числителя и знаменатель дроби образуют неопределенность вида $\dfrac{0}{0}$. Раскрывая неопределенность и согласно правилу Лопиталя продифференцировав по переменной $(q_1 - q_2)$ отдельно числитель и знаменатель дроби, получим:

$$a = \left.\frac{\lambda_2\mu_1(q_1-q_2) - \lambda_1 q_2(\lambda_1+\lambda_2)}{(\lambda_1+\lambda_2)(q_1-q_2)}\right|_{q_1=q_2} = \frac{\lambda_2\mu_1}{\lambda_1+\lambda_2}.$$

Поступив аналогично с другими коэффициентами, имеем:

$$b|_{q_1=q_2} = \frac{\lambda_1\mu_2}{\lambda_{1_2}+\lambda_2}; \quad c|_{q_1=q_2} = \frac{\lambda_2\mu_1}{\lambda_1+\lambda_2};$$

$$d|_{q_1=q_2} = \frac{\lambda_1\mu_2}{\lambda_{1_2}+\lambda_2},$$

причем выполняются следующие равенства:

$$a = c|_{q_1=q_2} = \frac{\lambda_2\mu_1}{\lambda_1+\lambda_2}; \quad b = d|_{q_1=q_2} = \frac{\lambda_1\mu_2}{\lambda_{1_2}+\lambda_2};$$

$$(ad - bc)|_{q_1=q_2} = 0.$$

Тогда корни характеристического уравнения

$$k_1, k_2 = \frac{aq_1 - dq_2}{2q_2} \pm \frac{\sqrt{(aq_1 - dq_2)^2 + 4q_1q_2(ad-bc)}}{2q_2}$$

принимают значения: $k_1|_{q_1=q_2} = \dfrac{\lambda_2\mu_1 - \lambda_1\mu_2}{\lambda_1+\lambda_2}$; $k_2|_{q_1=q_2} = 0$, и корень k_1 в точности совпадает с корнем частного решения $\omega = \dfrac{\lambda_2\mu_1 - \lambda_1\mu_2}{\lambda_1+\lambda_2}$.

Рассмотрим процесс перехода от формул общего решения к формулам частного решения на примере функции (24).

С учетом того, что $\lambda_d = q_1 - q_2|_{q_1=q_2} = 0$, $k_2|_{q_1=q_2} = 0$, получим:

$$p_{2.1}(z\tau) = \lambda_2 P_0\left[\left(\frac{c-d}{k_1}\right)e^{k_1 z\tau_1} + \frac{k_1+d-c}{k_1}\right].$$

Учитывая, что $k_1 = \omega$; $c - d = a - d = \omega$; $k_1 + d - c = a - c = 0$, получим:

$$p_{2.1}(z\tau) = \lambda_2 P_0 \frac{\omega}{\omega} e^{\omega z\tau} = \lambda_2 P_0 e^{\omega z\tau}.$$

Приступив к преобразованию функции (25), видим, что она отличается от функции $p_{2.1}(z\tau_1)$ двумя коэффициентами:

$$\left.\frac{k_1 + d}{c}\right|_{q_1 = q_2} = \frac{a}{c} = 1 \text{ и } \left.\frac{k_2 + d}{c}\right|_{q_1 = q_2} = \frac{\lambda_1 \mu_2}{\lambda_2 \mu_1}.$$

Первый коэффициент не влияет на первое слагаемое, а второй — на второе слагаемое, так как значение в круглых скобках второго слагаемого равно 0. Поэтому функция $p_{1.1}(z\tau_2)$ определяется первым слагаемым и совпадает с функцией $p_{2.1}(z\tau_1)$:$p_{1.1}(z\tau) = p_{2.1}(z\tau) = \lambda_2 P_0 e^{\omega z\tau}$ и обе соответствуют частному решению, а другие функции, основой которых являются функции $p_{1.1}(z\tau_2)$ и $p_{2.1}(z\tau_1)$, должны автоматически совпадать с частным решением.

Рассматривая другие функции, будем учитывать только первые слагаемые, так как вторые слагаемые равны 0. В этом случае вероятность главного состояния "2" имеет вид:

$$P_2 = \frac{P_0}{\lambda_1} \frac{q_1}{q_2} \left(\lambda_2 \frac{c - d - k_2}{k_1 - k_2} + \frac{\lambda_d c}{k_1 - k_2} \right) \times$$
$$\times \left. \frac{k_1 + d}{c} e^{k_1 z_{\max} \tau_1} \right|_{q_1 = q_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} P_0 e^{\omega z_{\max} \tau},$$

а вероятность состояния отказа "2.2" составит

$$P_{2.2} = \left. \frac{\lambda_1 \frac{q_2}{q_1} + \lambda_2}{\mu_2} P_2 - \frac{q_1 - q_2}{\mu_2 q_1} \tilde{p}_1(z_{\max}) \right|_{q_1 = q_2} =$$
$$= \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\mu_2} P_2,$$

так как множитель $q_1 - q_2 = 0$ и второе слагаемое тоже равно нолю.

Вероятность состояния отказа "1.0" принимает вид:

$$P_{1.0} = \left. \frac{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_d}{\mu_1} P_0 \right|_{q_1 = q_2} = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\mu_2} P_0,$$

так как параметр $\lambda_d = q_1 - q_2 \big|_{q_1 = q_2} = 0$.

Преобразуя функцию $p_1(z\tau_1)$ (26) и учитывая, что последнее слагаемое, как было показано выше, равно 0, получим:

$$p_1(z\tau) = \lambda_2 P_0 \frac{\mu_1 + \mu_2}{\lambda_1 + \lambda_2} e^{\omega z\tau}.$$

Таким образом, все формулы совпадают с формулами частного решения, которые были получены А. П. Владзиевским [4], что является одним из условий правильности решения задачи. Эти результаты стали возможны благодаря тому, что были обнаружены и определены невидимые вероятностные процессы $\bar{p}_1(z\tau_1)$ и $\tilde{p}_1(z\tau_1)$.

8. Контроль решения

Функции решения задачи $p_{1.1}(z\tau_2)$ (21) и $p_{2.1}(z\tau_1)$ (22) при подстановке в исходные дифференциальные уравнения (17) и (18) должны обращать их в тождества.

Продифференцируем функцию $p_{1.1}(z\tau_2)$:

$$\frac{dp_{1.1}(z\tau_2)}{dz\tau_1} = \frac{k_1 + d}{c} k_1 \frac{\tau_1}{\tau_2} C_1 e^{k_1 z\tau_1} +$$
$$+ \frac{k_2 + d}{c} k_2 \frac{\tau_1}{\tau_2} C_2 e^{k_2 z\tau_1}.$$

Заменив τ_1 и τ_2 их значениями q_1, q_2 и подставив в уравнение (17), получим:

$$\frac{k_1 + d}{c} k_1 \frac{q_2}{q_1} C_1 e^{k_1 z\tau_1} + \frac{k_2 + d}{c} k_2 \frac{q_2}{q_1} C_2 e^{k_2 z\tau_1} =$$
$$= a \frac{k_1 + d}{c} C_1 e^{k_1 z\tau_1} + a \frac{k_2 + d}{c} C_2 e^{k_2 z\tau_1} -$$
$$- bC_1 e^{k_1 z\tau_1} - bC_2 e^{k_2 z\tau_1}.$$

Выполнив преобразование обоих частей уравнения, имеем:

$$\frac{k_1^2 + k_1 d}{c} \frac{q_2}{q_1} C_1 e^{k_1 z\tau_1} + \frac{k_2^2 + k_2 d}{c} \frac{q_2}{q_1} C_2 e^{k_2 z\tau_1} =$$
$$= \frac{ak_1 + ad - bc}{c} C_1 e^{k_1 z\tau_1} +$$
$$+ \frac{ak_2 + ad - bc}{c} aC_2 e^{k_2 z\tau_1}. \quad (30)$$

Чтобы выполнялось равенство (30), необходимо равенство сомножителей при коэффициентах C_1 и C_2 левых и правых частей:

$$(k_1^2 + k_1 d) \frac{q_2}{q_1} = ak_1 + ad - bc; \quad (31)$$

$$(k_2^2 + k_2 d) \frac{q_2}{q_1} = akk_2 + ad - bc. \quad (32)$$

В равенстве (31) преобразуем левую часть, подставив значение корня k_1:

$$k_1 = \frac{aq_1 - dq_2}{2q_2} + \frac{\sqrt{(aq_1 - dq_2)^2 + 4q_1q_2(ad - bc)}}{2q_2} + k_2.$$

Возведем корень k_1 в квадрат:

$$k_1^2 = \frac{a^2q_1^2 - 2aq_1dq_2 + d^2q_2^2}{2q_2^2} + \frac{aq_1 - dq_2}{q_2}\frac{\sqrt{(aq_1 - dq_2)^2 + 4q_1q_2(ad - bc)}}{2q_2} + \frac{q_1}{q_2}(ad - bc).$$

Определим выражение k_1d:

$$k_1d = \frac{aq_1d - d^2q_2}{2q_2} + d\frac{\sqrt{(aq_1 - dq_2)^2 + 4q_1q_2(ad - bc)}}{2q_2}.$$

Вычислим сумму:

$$k_1^2 + k_1d = \frac{q_1}{q_2}a\frac{aq_1 - dq_2}{q_2} + \frac{q_1}{q_2}a\frac{\sqrt{(aq_1 - dq_2)^2 + 4q_1q_2(ad - bc)}}{2q_2} + \frac{q_1}{q_2}(ad - bc).$$

Умножив это выражение на коэффициент q_2/q_1, имеем:

$$(k_1^2 + k_1d)q_2/q_1 = ak_1 + ad - bc.$$

Таким образом, выполнилось равенство (31), аналогично выполняется и равенство (32), поэтому дифференциальное уравнение (17) обращается в тождество.

Подставив в дифференциальное уравнение (18) функции $p_{1.1}(z\tau_2)$ и $p_{2.1}(z\tau_1)$, получим:

$$k_1C_1e^{k_1z\tau_1} + k_2C_2e^{k_2z\tau_1} = c\frac{k_1 + d}{c}C_1e^{k_1z\tau_1} + c\frac{k_2 + d}{c}C_2e^{k_2z\tau_1} - dC_1e^{k_1z\tau_1} - dC_2e^{k_2z\tau_1}.$$

Преобразовав правую часть, получим тождество:

$$k_1C_1e^{k_1z\tau_1} + k_2C_2e^{k_2z\tau_1} = k_1C_1e^{k_1z\tau_1} + k_2C_2e^{k_2z\tau_1}.$$

Следовательно, функции $p_{1.1}$ и $p_{2.1}$ являются решениями исходной системы дифференциальных уравнений (17), (18), а изложенная последовательность решения различных проблем представляет собой методику решения класса задач для АЛ с участками разной производительности. Таким образом, поставленная задача решена.

Выводы

1. При исследовании АЛ с участками разной производительности были обнаружены невидимые переменные и постоянные вероятностные процессы.

2. Разработана методика определения математических выражений для невидимых переменных и постоянных процессов.

3. Благодаря открытию невидимых процессов стало возможным решение целого класса задач для АЛ с участками разной производительности.

Данная работа создает теоретическую базу поиска решений задач для АЛ с участками разной производительности. Результаты могут быть полезны для специалистов фирм, научно-исследовательских институтов и проектных организаций при разработке, исследованиях и эксплуатации автоматических линий.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Шевяков Н. Н., Моисеев А. А., Султан-Заде Н. М.** Исследование влияния различных тактов выпуска участков на производительность однопоточной автоматической линии // Сб. науч. тр. "Некоторые вопросы автоматизации технологических процессов в машиностроении" / Под ред. Б. Л. Богуславского. М.: ВЗМИ, 1969. Ч. II. С. 45—61.

2. **Черкесов Г. Н.** Надежность технических систем с временной избыточностью. М.: Советское радио, 1974. С. 237—275.

3. **Горчев В. С.** Математические основы исследования автоматических линий с накопителями деталей // Вестник машиностроения. 2008. № 2. С. 32—41.

4. **Владзиевский А. П.** Автоматические линии в машиностроении. М.: Машгиз, 1958. Кн. 1. С. 358—377.

УДК 681.7.077:621.83

А. В. КИРИЛЛОВ, О. В. ФЕДОТОВ, канд. техн. наук, В. Н. ФИЛИМОНОВ, канд. техн. наук (Владимирский ГУ), e-mail: tpm@vlsu.ru

Двухкоординатный сканирующий стол с электромеханическими приводами на базе планетарных роликовинтовых передач для нанотехнологического оборудования

Представлен анализ выпускаемых специализированных координатных столов для нанотехнологического оборудования, результаты которого использованы в разработке технического проекта двухкоординатного сканирующего стола на базе планетарных роликовинтовых передач.

Ключевые слова: нанотехнологическое оборудование, сканирующий стол, роликовинтовая передача, шаговый двигатель, перемещение, погрешность, нанометрическая разрешающая способность.

The analysis of current production specialized positioning tables for nanotechnology equipment is presented, the results of which are used in development of the technical project of two-dimensional scanning table based on planetary roller drives.

Keywords: nanotechnology equipment, scanning table, roller drive, stepped motor, displacement, error, nanometric resolution ability.

Координатный стол предназначен для перемещения рабочего органа по заданной траектории или позиционирования объекта с заданной точностью и представляет собой мехатронный модуль, состоящий из следующих элементов, конструктивно объединенных в едином корпусе: электродвигателя, механического преобразователя, датчиков обратной связи, управляющего контроллера, силового преобразователя, устройств сопряжения и связи [1].

Отечественные и зарубежные унифицированные одно- и двухкоординатные столы имеют среднюю точность позиционирования 10÷30 мкм и разрешающую способность 1÷5 мкм. Двухкоординатный стол может состоять из двух однокоординатных столов — один закреплен на другом [2, 3]. Из-за недостаточных точности и разрешающей способности унифицированные двухкоординатные столы нельзя использовать для нанотехнологического оборудования.

Для создания мехатронных модулей с нанометрической разрешающей способностью порядка 0,1÷0,01 мкм требуется учет их специализации, что существенно повышает стоимость производства. Двухкоординатные столы с нанометровым разрешением широко применяют в оптических системах сканирующей микроскопии для биологических исследований и записи волноводных структур в прозрачных оптических средах, в оборудовании для автоматической сборки и контроля печатных плат, в прецизионной измерительной технике и др. К специализированным координатным столам относятся столы фирм Marzhauser (Германия) и Aerotech (США). В таблице приведены технические характеристики некоторых моделей прецизионных двух-

Технические характеристики прецизионных двухкоординатных столов

Стол, производитель (страна)	Перемещение		Повторяемость, мкм	Разрешающая способность, мкм	Двигатель	Механическая передача	Датчик линейных перемещений	Перемещение гайки за 1 об. винта, мм	Максимальная скорость хода, мм/с	Масса стола, кг
	по двум координатам, мм	погрешность, мкм								
MT mot 100×100 Marzhauzer (Германия)	100 × 100	±5,0	±1,0	0,050	Шаговый двухфазный	ШВП	Оптоэлектронный бесконтактный	1; 2	60; 120	7,5
SKAN IM 120×100 Marzhauzer (Германия)	120 × 100	±3,0	±1,0	0,010				1; 2	60; 120	3,8
ATS 36210 100×100 Aerotech (США)	100 × 100	±4,0	±1,0	0,005				5	200	22,8
ANT 130-110-XY-ультра Aerotech (США)	130 × 100	±3,0	±0,075	0,001	Линейный бесщеточный	—		—	350	7,4
СКС 100×100 (проект) ВлГУ (Россия)	100 × 100	±3,0	±1,0	0,050	Шаговый двухфазный	РВП3К		2	50	7,5

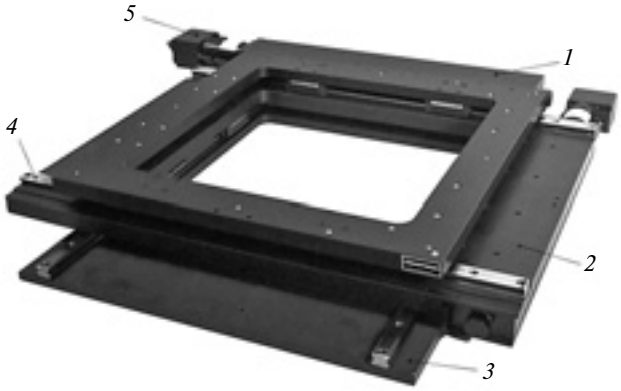


Рис. 1. Двухкоординатный стол ATS 36210 фирмы Aerotech

координатных столов, выпускаемых этими фирмами [4, 5].

Конструктивно данные двухкоординатные столы построены по классической схеме — три плиты, собранные в пакет (рис. 1).

Каждая из двух подвижных плит *1* и *2* может перемещаться возвратно-поступательно относительно нижней неподвижной плиты *3* по двум рельсам *4* линейных направляющих качения, которые представляют собой линейные подшипники большой жесткости. В качестве промежуточных тел качения используются шарики или ролики, поэтому сила трения в линейных направляющих качения в 20÷40 раз меньше, чем в подшипниках скольжения [6]. Перемещения осуществляются двумя электромеханическими приводами, каждый из которых состоит из электродвигателя *5*, непосредственно соединенного с передачей винт—гайка качения (на рис. 1 не показана). Корпуса обоих приводов прикреплены к средней плите *2* при ортогональном расположении осей приводов в плоскости плиты. Выходные звенья (ходовые гайки) приводов прикреплены: одного привода — к нижней плите *3*, другого — к верхней плите *1*.

Двухкоординатный стол ATS 36210 фирмы Aerotech (см. рис.1) по массе (22,8 кг) и грузоподъемности (90 кг) можно отнести к тяжелой серии. Он укомплектован двумя электромеханическими приводами на базе бесщеточных шаговых двигателей постоянного тока и шариковинтовых передач (ШВП). Двигатель имеет встроенный блок управления (драйвер) и бесконтактное устройство позиционирования (энкодер), которое отслеживает число оборотов ротора, соединенного с винтом ШВП. Широкий диапазон регулирования частоты вращения вала двигателя обеспечивает многофункциональное использование стола: и при контроле автоматизированной сборки печатных плат, и в сканирующей микроскопии.

Погрешность перемещения стола ATS 36210 — не больше 4 мкм, что соответствует первому классу точности по ISO 3408-3 Part3, DIN 69051. Разрешающая способность — 0,005 мкм при перемещении гайки за один оборот винта на 5 мм, что соответствует 10^6 микрошагов за один оборот шагового двигателя, т. е. при 5000 полных шагов двигателя необходимо дробление полного шага еще на 200 частей.

Двухкоординатные столы MT mot 100×100 и SKAN IM 120×100 фирмы Marzhauser поставляются как комплектующие сканирующих оптических микроскопов, укомплектованы аналогичными электромеханическими приводами и характеризуются наивысшим классом точности ШВП. Стол SKAN IM 120×100 имеет более высокую разрешающую способность — 0,010 мкм при перемещении гайки за один оборот винта на 2 мм, т. е. число микрошагов за оборот двигателя составляет $2 \cdot 10^5$. Таким образом, при дроблении полного шага, например на 200 частей, необходим шаговый двигатель с 10^3 полных шагов.

В приводе двухкоординатного стола ANT 130-110-XY-ультра фирмы Aerotech применен линейный электродвигатель, состоящий из электромагнитной катушки и набора (линейки) постоянных редкоземельных магнитов. Главные его преимущества — высокое быстродействие при больших перемещениях, отсутствие люфтов, мертвых ходов и зоны нечувствительности, что обеспечивается кратчайшей цепью преобразования энергии взаимодействия магнитных полей в прямолинейное движение. Данный двигатель эффективен в прецизионном оборудовании при часто повторяющихся сборочных, измерительных и контролирующих операциях.

В системах сканирующей микроскопии, для которых характерны медленные плавные перемещения, линейный электропривод при заданном усилии осевой подачи, как правило, имеет большой запас по скорости и, соответственно, повышенные мощность, энергопотребление, габаритные размеры и стоимость по сравнению с электромеханическим шаговым приводом [7]. Техническое совершенство двухкоординатного стола ANT 130-110-XY-ультра обусловлено жесткими требованиями к калибровке оборудования и состоянию окружающей среды. Так, температура окружающей среды в течение суток должна поддерживаться постоянной (в пределах 0,25 °С). Стоимость такого стола соответствует его наивысшим точности и разрешающей способности. Однако в ряде случаев такой технический уровень избыточен и следует отдать предпочтение сравнительно недорогим альтернативным решениям на базе электромеханических шаговых приводов.

Нанометрическую разрешающую способность столов Marzhauser и Aerotech обеспечивают точность измерения и разрешающая способность датчиков обратной связи. Лидером среди производителей измерительного оборудования сверхвысокой точности является фирма Heidenhain (Германия).

Фирма Heidenhain производит оптоэлектронные открытые линейные кодирующие датчики на масштабной ленте [8], особенностью которых является использование в качестве меры длины линейной шкалы — носителя регулярного и кодового растров. Датчики работают без механического контакта считывающей головки со шкалой. Высокая разрешающая способность оптоэлектронных растровых датчиков достигается наноточным нанесением штрихов растра на материалы с заданным температурным коэффициентом линейного расширения и использованием систем с температурной стабилизацией и виброизоляцией в условиях вакуума.

Применение в системе управления с обратной связью по положению оптоэлектронных датчиков LIP 382 и LIP 372 фирмы Heidenhain с погрешностью измерения 0,5 мкм и разрешающей способностью 0,001 мкм наряду с самой высокой точностью изготовления ШВП обеспечивает наилучшие показатели точности и разрешающей способности двухкоординатного стола SKAN IM 120×100 фирмы Marzhauser. При более низких, но вполне достаточных во многих случаях точностных характеристиках двухкоординатного стола MT mot 100×100 можно использовать сравнительно недорогие датчики LIP 481 и LIP 471 той же фирмы с погрешностью измерения 0,5 мкм и разрешающей способностью 0,005 мкм.

В настоящее время перед отечественной промышленностью стоит задача создания конкурентоспособных одно- и многокоординатных мехатронных модулей с разрешающей способностью 0,1÷0,01 мкм как многоотраслевого, так и специализированного назначения.

Сроки и стоимость создания нового оборудования можно сократить применением методов унификации и агрегатирования. В этом случае проектирование и изготовление, например, двухкоординатного стола сводится к его компоновке из унифицированных комплектующих и модулей. Основные технические задачи при этом — обеспечение заданных перемещений, осевых усилий подачи, грузоподъемности и долговечности при минимизации массы, габаритных размеров и энергопотребления.

В качестве альтернативы специализированным конструкциям двухкоординатных столов японская фирма THK предложила конструкцию на базе унифицированных блоков из двух ортогонально расположенных линейных направляющих качения [6]. Выпускаются блоки разных типоразмеров. Особый интерес представляют миниатюрные двухкоординатные блоки модели MX, которые созданы на базе двух ортогонально расположенных унифицированных линейных направляющих качения модели RSR и имеют чрезвычайно малую высоту (рис. 2).

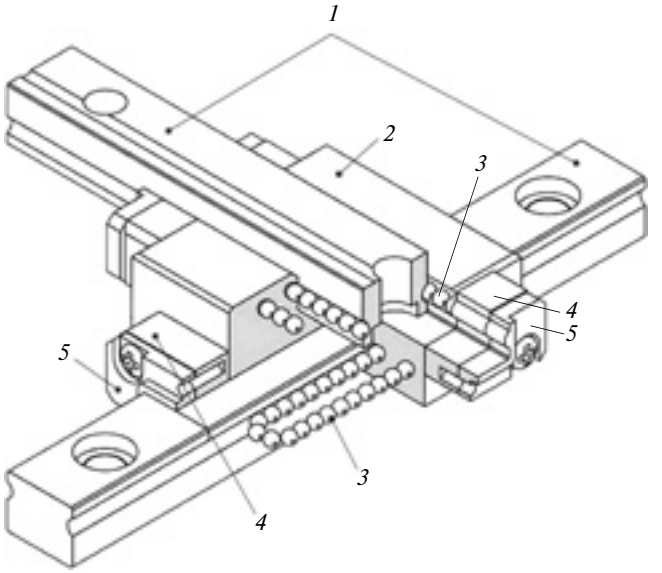


Рис. 2. Двухкоординатный блок модели MX фирмы THK

Каждая линейная направляющая качения представляет собой рельс *1* с прецизионно обработанными дорожками. Между рельсами *1* и блоком *2* линейного перемещения в сепараторах расположены шарики *3*. В корпусе блока *2* размещены системы *4* возврата шариков, имеющие торцевые уплотнения *5*.

Двухкоординатные блоки MX обеспечивают перпендикулярность линейных направляющих с допуском 2÷5 мкм в зависимости от типоразмера блока. Поскольку ортогональность перемещения обеспечивается единым блоком двух линейных направляющих, то нет необходимости в традиционной средней плите, что упрощает конструкцию, уменьшает ее размеры и снижает стоимость.

На базе отдельных унифицированых линейных направляющих качения можно скомпоновать двухкоординатный стол (рис. 3). При этом монтаж линейных направляющих *1* и *2* осуществляется с помощью унифицированных соединительных деталей *3* в виде уголков. Для повышения жесткости конструкции и точности позиционирования по двум координатам линейные направляющие монтируются на внутренней плите *4*, которая связывает четыре унифицированных блока *5*. Достоинство данной конструкции — высокое качество при относительно низкой стоимости.

В качестве приводов в нанотехнологическом оборудовании широко применяют приводы, созданные на базе малогабаритных шаговых электродвигателей с большим числом шагов за один оборот вала и передач винт—гайка качения, к которым наряду с ШВП относятся и роликовинтовые передачи (РВП). Механическая передача в составе привода в значительной мере определяет его точностные, массогабаритные и экономические показате-

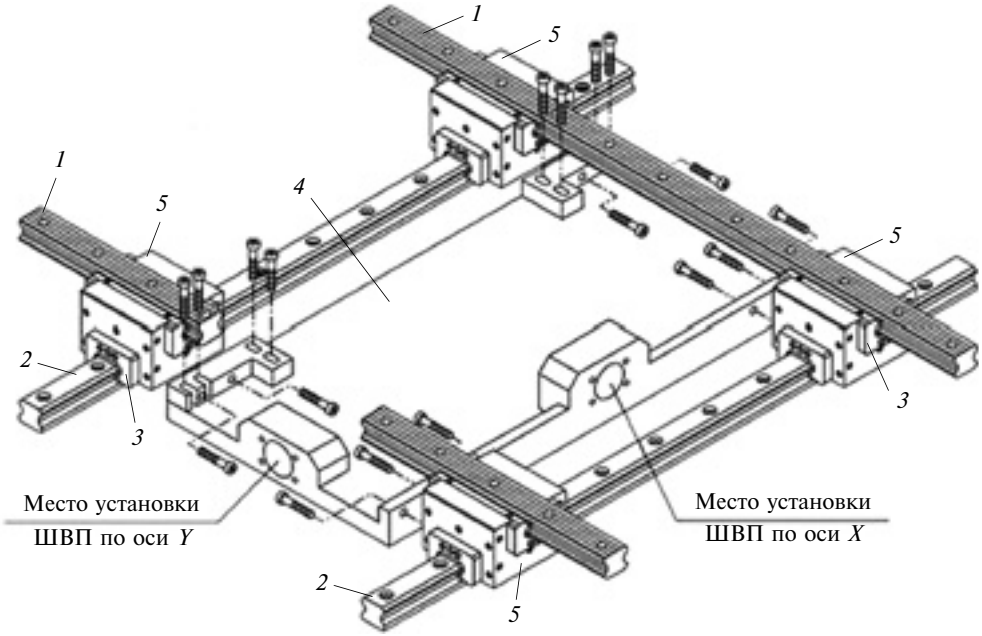


Рис. 3. Двухкоординатный стол на базе унифицированных линейных направляющих качения фирмы THK

ли. Серийно выпускаемые зарубежными фирмами, в частности фирмами SKF (Швеция) и INA (Германия), РВП SR и РВП SV с короткими резьбовыми роликами имеют несколько бóльшую стоимость, но и более высокий технический уровень в сравнении с ШВП [9, 10], который в первую очередь обусловлен возможностью перемещения ходовой гайки на расстояние до 1 мм за один оборот винта с высокой плавностью при предельной частоте вращения винта.

Конструкция РВП SR аналогична роликовому подшипнику, в котором промежуточные тела качения в виде резьбовых роликов расположены между винтом и гайкой. Длина резьбы коротких роликов равна длине резьбы гайки. При вращении винта резьбовые ролики катятся по резьбам винта и гайки, совершая планетарное движение в торцевой плоскости. Из-за разницы углов подъема резьб роликов и винта блок роликов с гайкой смещается в осевом направлении относительно винта, длина которого превышает длину резьбы гайки на величину ее максимального осевого перемещения. В РВП SV ролики с кольцевой резьбой смещаются в осевом направлении относительно гайки. Для возврата роликов применяют специальный механизм, который усложняет конструкцию, но при этом РВП SV обеспечивает более высокую редукцию, чем РВП SR.

Если в ШВП шаг резьбы зависит от диаметра шарика, то в РВП шаг и диаметр резьбы ролика можно задавать независимо друг от друга. Поэтому в отличие от ШВП, где увеличение числа точек контактов достигается уменьшением диаметра шарика, в РВП это достигается уменьшением шага резьбы при одновременном увеличении диаметра резьбы ролика. Вследствие увеличения числа точек контактов при большем диаметре тел качения РВП имеют более высокие динамическую грузоподъемность и долговечность, чем ШВП [7, 11]. Так, по данным каталога фирмы SKF, выпускающей как РВП SR, так и ШВП, при одинаковых длинах и средних диаметрах резьб гаек РВП SR 48×8 и ШВП STGZ 80×10 имеют динамическую грузоподъемность соответственно 150 и 73,5 кН. Повышение динамической грузоподъемности РВП приводит к снижению стоимости изготовления вследствие уменьшения их размеров или снижения запаса по долговечности. В России производство РВП SR и РВП SV, не уступающих по техническому уровню зарубежным аналогам, освоено на Волжском механическом заводе (г. Тольятти) по лицензии фирмы Precision Drive Systems SA (Швейцария).

Однако РВП с короткими роликами не обеспечивают перемещение гайки за оборот винта, значительно меньшее шага резьбы, что является одним из требований, предъявляемых к прецизионным приводам нанотехнологического оборудования. При этом важна не только высокая редукция (перемещение гайки $S \leqslant 0{,}1$ мм за один оборот винта), но и большие жесткость и кинематическая точность, грузоподъемность и долговечность, а также наименьший момент инерции. Поэтому перспективными являются планетарные роликовинтовые передачи с длинными резьбовыми роликами (например РВП3К), разработанные во Владимирском ГУ им. А. Г. Столетова и Н. Г. Столетова под руководством профессора В. В. Козырева [7].

По кинематической схеме РВП3К аналогична известной планетарной зубчатой передаче типа 3К.

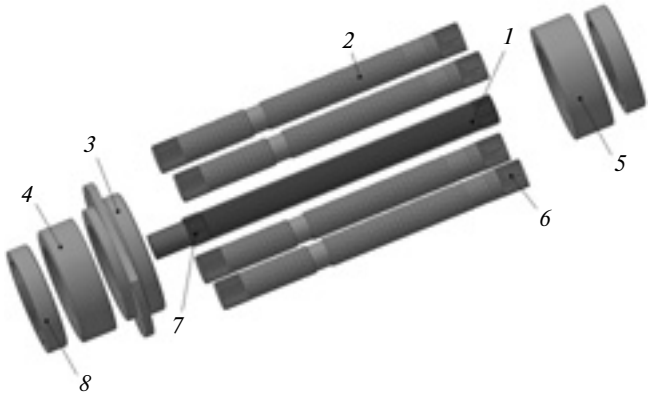


Рис. 4. Детали планетарной роликовинтовой передачи РВП3К с длинными резьбовыми роликами

Типовая конструкция РВП3К с длинными резьбовыми роликами (рис. 4) состоит из винта *1*, резьбовых роликов *2*, ходовой *3* и двух опорных гаек *4* и *5*. На концах резьбовых роликов нарезаны зубчатые венцы *6*, которые входят в зацепления с зубчатыми венцами *7* на концах винта и коронными зубчатыми венцами (эпициклами) *8* опорных гаек, закрепленных в корпусе. Зубчатые венцы препятствуют проскальзыванию роликов в соответствующих резьбовых сопряжениях, что обеспечивает стабильность передаточного отношения и устойчивость осевых положений роликов. Для выборки зазора в передаче и создания предварительного натяга в резьбовых сопряжениях каждая из гаек может быть выполнена в виде двух полугаек.

При вращении винта резьбовые ролики совершают планетарное движение в торцевой плоскости, обкатываясь по резьбовым поверхностям винта, ходовой и опорных гаек. Из-за разницы углов подъема резьб ходовой гайки и роликов закрепленная от вращения ходовая гайка перемещается в осевом направлении относительно блока винта с роликами.

Ходовая гайка в РВП3К имеет короткую резьбу (как в РВП SR или РВП SV), но длина резьбы роликов равна длине резьбы винта и превышает длину резьбы ходовой гайки на величину ее максимального осевого перемещения, которая ограничена предельной величиной отношения длины ролика к его диаметру. С увеличением этого отношения усложняется технология изготовления комплекта длинных тонких роликов и винта и повышается его стоимость. Рекомендуемая величина этого отношения $\leqslant 30$.

В области коротких и средних длин перемещений, ограниченных этим отношением, РВП3К по сравнению с другими передачами типа винт—гайка качения характеризуются такими улучшенными эксплуатационными показателями, как передаточное отношение, момент инерции, динамическая грузоподъемность и долговечность. В отличие от РВП с короткими роликами в РВП3К осевое усилие через ходовую гайку передается не на винт, а на весь блок винта с роликами. Поэтому необходимое для достижения высокой редукции снижение диаметра резьбы винта относительно диаметра резьбы ролика приводит к снижению жесткости тела винта, но не ограничивает грузоподъемность и долговечность конструкции. При этом РВП3К обеспечивают перемещение гайки за один оборот винта $S = 0{,}1P$, т. е. существенно меньшее шага P резьбы. В наиболее технологичных конструкциях $S = 0{,}25P$ (заметим, что для РВП SR и РВП SV с учетом конструкционных ограничений $S = (3 \div 8)P$ [7]).

Теория и методика проектирования РВП3К, разработанные во Владимирском ГУ, позволили решить ряд сложных задач при создании одноко-ординатных мехатронных модулей с высокой разрешающей способностью различного назначения [12]. С учетом опыта проектирования прецизионных электромеханических приводов на базе РВП3К и результатов анализа достижений в этом направлении при разработке технического проекта двухкоординатного сканирующего стола СКС 100×100 выбраны следующие унифицированные наукоемкие комплектующие:

а) малогабаритная РВП3К 15×2×100 производства Владимирского ГУ (числа в обозначении типоразмера: средний диаметр, перемещение за один оборот винта и полное перемещение ходовой гайки в миллиметрах);

б) шаговый микроэлектродвигатель Mdrive 17 Plus (фирма Intelligent Motion Systems, США);

в) миниатюрные двухкоординатные ортогональные линейные направляющие качения 4MX7WMC1170/170LPTM (фирма THK, Япония);

г) малогабаритные оптоэлектронные датчики линейных перемещений LIP 481 и LIP 471 (фирма Heidenhain, Германия);

д) сильфонные соединительные муфты R+W MK 1/5/26/5/4,5 (фирма Coupling Technology, Германия).

Технические характеристики РВП3К 15×2×100:

Средние диаметры резьб винта и ролика, мм	5
Средний диаметр резьб гаек, мм	15
Перемещение гайки за оборот винта, мм	2
Шаг резьбы, мм	0,5
Полное перемещение гайки, мм	100
Статическая грузоподъемность, Н	9000

Совместное применение РВП3К и шариковых линейных направляющих с коэффициентом трения 0,002÷0,003 существенно повышает КПД и разрешающую способность всей механической части мехатронного модуля.

Компактный, мощный и недорогой шаговый электродвигатель MDrive 17 Plus имеет встроенную микропроцессорную систему управления и устройство позиционирования [13]. Электродвигатель ха-

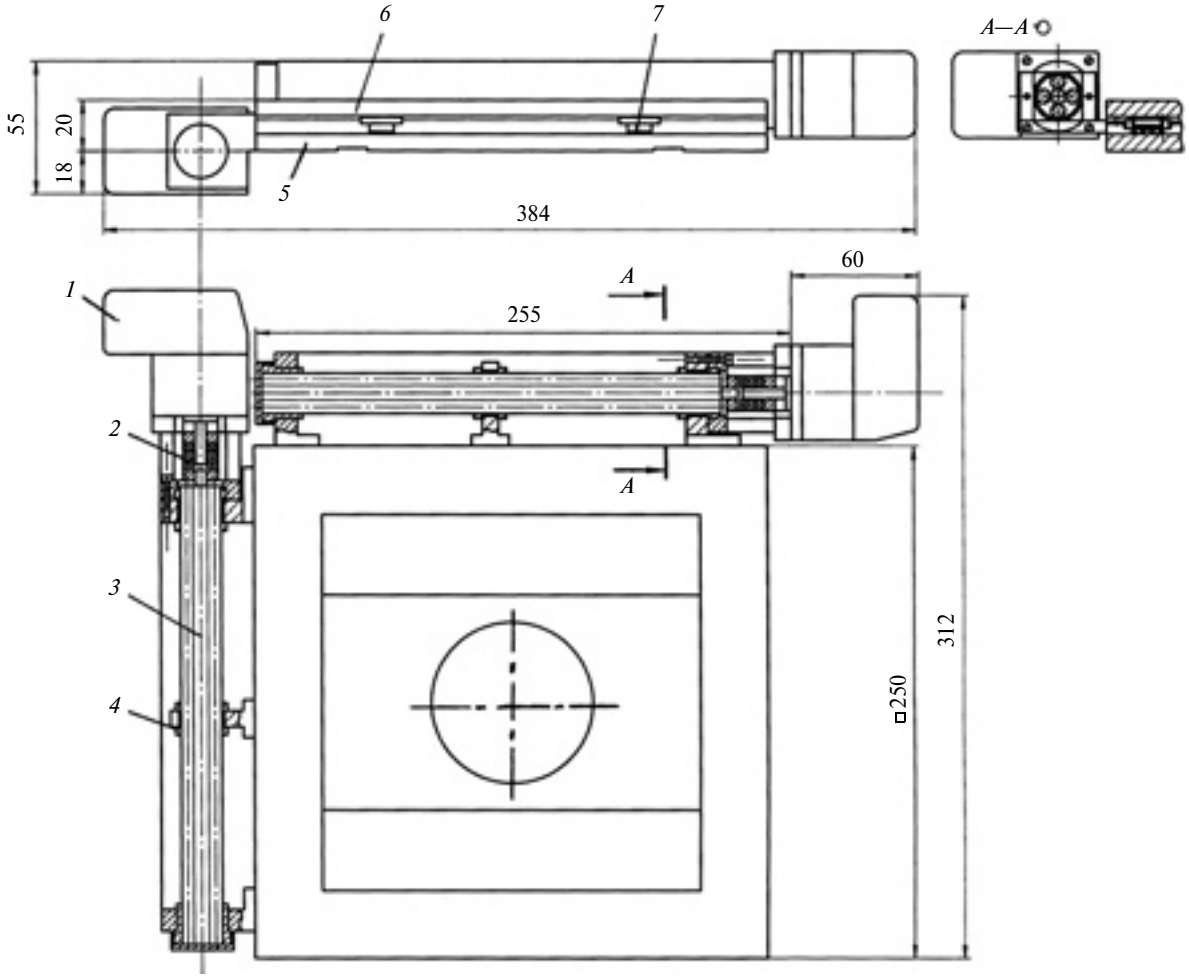


Рис. 5. Общий вид спроектированного двухкоординатного сканирующего стола СКС 100×100:
1 — двигатель, *2* — сильфонная муфта, *3* — РВП3К, *4* — ходовая гайка, *5* — нижняя плита, *6* — верхняя плита, *7* — каретка

рактеризуется высокой дискретностью по шагу — до 51 200 микрошагов за один оборот, что гарантирует высокую точность осевого перемещения выходного звена РВП3К. Разрешающая способность электромеханического привода на базе MDrive Plus 17 и РВП3К 15×2×100 при 200 полных шагах за оборот винта и дроблении шага на 256 частей составляет 0,039 мкм. Для обеспечения высокой точности движения и компенсации несоосности сборки соединяемые валы шагового двигателя и РВП3К связаны сильфонной муфтой, которая крепится стопорными винтами на выходном валу двигателя и входном участке винта РВП3К. Полученный в результате технического проектирования общий вид двухкоординатного сканирующего стола СКС 100×100 показан на рис. 5.

Предполагается, что система управления двухкоординатным столом будет выполнена с отрицательной обратной связью по положению. При этом датчик обратной связи согласно ГОСТ 8001—80 должен иметь разрешающую способность не менее 30 % от измеряемой разрешающей способности привода.

Для управления шаговым электромеханическим приводом используется специальная компьютерная программа; шаговые двигатели и датчики линейных перемещений оснащены интерфейсом.

Высокий технический уровень и низкая стоимость унифицированных комплектующих обусловливают соответствующие показатели спроектированного двухкоординатного сканирующего стола СКС 100×100 (см. таблицу), что достижимо при соблюдении требований фирм-изготовителей к монтажу унифицированных комплектующих и точности изготовления монтажных поверхностей. Так, погрешность перемещения верхней поверхности стола, расположенного на линейных направляющих, в худшем случае может достигать 33 % от погрешности поверхности монтажа [6]. Сопоставление технических характеристик прецизионных двухкоординатных столов разных производителей (см. таблицу) показало соответствие точностных и массогабаритных параметров спроектированного двухкоординатного стола СКС 100×100 и стола MT mot 100×100 фирмы Marzhauser (Германия).

УДК 621.914.2.001.573

Г. Г. СКРЕБНЁВ, А. С. АНАНЬЕВ, кандидаты технических наук,
(ВолгГТУ, г. Волгоград), e-mail: stanki@vstu.ru

Исследование распределения нагрузки между зубьями червячных зуборезных фрез

Предложен метод автоматизированного определения и прогнозирования положения наиболее нагруженных зубьев червячных зуборезных фрез.

Приведены результаты экспериментальных исследований, подтверждающие адекватность полученной математической модели.

Ключевые слова: червячная фреза, профиль зуба, износ, задний угол, расчет, схема резания.

The method of automatic determination and forecasting of locations of the most loaded teeth of wormwheel hobs is suggested. The results of experimental research, confirming the adequacy of the obtained mathematical model, are presented.

Keywords: hobbing cutter, tooth profile, wear, relief angle, analysis, cutting pattern.

Модификация червячных зуборезных фрез — изменение схемы резания, проводится с целью снижения износа зубьев и выравнивания распределения нагрузки между зубьями. Поэтому определять величину коррекции размеров зубьев следует на основе анализа как характера износа, так и толщин слоев, срезаемых зубьями фрезы [1].

Чтобы уменьшить износ фрезы, надо улучшить условия стружкообразования. Для этого следует перераспределить сход стружек одновременно с трех режущих кромок зуба (при Г-образном сложном срезе) так, чтобы исключить их взаимное влияние, т. е. обеспечить свободное резание — свободный сход стружки, срезаемой режущими кромками каждого зуба фрезы.

На изнашивание фрезы влияют размеры и форма срезаемого слоя, условия входа и выхода зуба фрезы из контакта с изделием, т. е. геометрия срезаемого слоя. Нагружения зубьев по витку фрезы и режущих кромок зуба по профилю при прочих равных условиях являются функциями параметров сечения среза. А параметры коррекции зубьев фрез с измененными схемами резания зависят от геометрии срезаемого слоя. Поэтому для назначения коррекции на основе анализа геометрии срезаемых слоев необходимо иметь четкое представление об их форме и размерах.

Анализ публикаций по математическому моделированию и аналитическому определению параметров среза показал, что для

(Окончание статьи. Начало см. на стр. 22)

Возможность выбора конструктивных параметров РВП3К в широком диапазоне обусловливает реальность повышения достигнутого технического уровня. Оптимизацию точностных и силовых показателей привода с учетом ограничений по габаритным размерам и мощности электродвигателя следует осуществлять после технологической проработки, изготовления и испытаний экспериментального образца.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Егоров О. Д., Подураев Ю. В.** Конструирование мехатронных модулей: Учебник. М.: ИЦ МГТУ "Станкин", 2004. 360 с.

2. **Двухкоординатные** столики НПФ "Электропривод" (Россия): Каталог. http://www.eprivod.ru/koord_stoli.htm.

3. **Двухкоординатные** столы ведущих зарубежных фирм-производителей (Шотландия, США): Каталог. http://www.capovani.com/ilist.cfm?LCl=62476.

4. **Двухкоординатные** столики фирмы Marzhauser (Германия): Каталог. http://www.marzhauser.com/de.

5. **Двухкоординатные** столики фирмы Aerotech (США): Каталог. http://www.aerotech.com.

6. **Линейные** LM направляющие фирмы THK (Япония): http://www.thk.ru/cataloguespdf/501RU_01_LMGuide.pdf.

7. **Козырев В. В.** Конструкции роликовинтовых передач и методика их проектирования: Учеб. пособие. Владимир: Редакционно-издательский комплекс ВлГУ, 2004. 102 с.

8. **Измерительные** щупы фирмы Heidenhain (Германия): Каталог http://www.heidenhain.de.

9. **Подшипники.** Линейные направляющие и координатные столы фирмы SKF (Швеция): Каталог. http://www.skf.com/ru/products/linear-motion/linear-guides-and-tables/linear-tables/index.html.

10. **Роликовинтовые** передачи и компоненты подшипников фирмы INA (Германия): Каталог. http://www.ina.de/content.ina.de/en/index.jsp.

11. **Козырев В. В.** Сравнение шариковых и роликовых передач винт — гайка // Вестник машиностроения. 1983. № 11. С. 30—34.

12. **Мехатронные** модули с высокой разрешающей способностью / В. В. Козырев, В. Н. Филимонов, А. В. Крылов, О. В. Федотов // Материалы конф. десятого юбилейного междунар. форума "Высокие технологии XXI века" (21—24 апреля 2009 г., г. Москва). М.: ЗАО НПКФ "МаВР", 2009. С. 625—629.

13. **Интегрированная** система управления MDrive 17Plus. http://www.rmsmotion.com/ecart/view_category.aspx.

решения поставленных задач наиболее подходящими являются методики, описанные в работах [1—3], основанные на применении геометрических методов анализа процесса обработки.

В рассматриваемом случае для всестороннего анализа загруженности зубьев фрез необходимо создать инструмент исследования, позволяющий с высокой точностью получать графическое отображение картины резания, т. е. следов мгновенных последовательных положений режущих кромок инструмента в рассматриваемой секущей плоскости, а в итоге — форму и размеры слоев, срезаемых зубьями фрезы в любой момент времени. С этой целью на языке программирования AutoLISP создан пакет прикладных программ для работы в среде чертежно-графического пакета AutoCAD, который позволяет не только строить картину обката, но и получать при обкатке геометрию и размеры стружек, срезаемых зубьями фрезы.

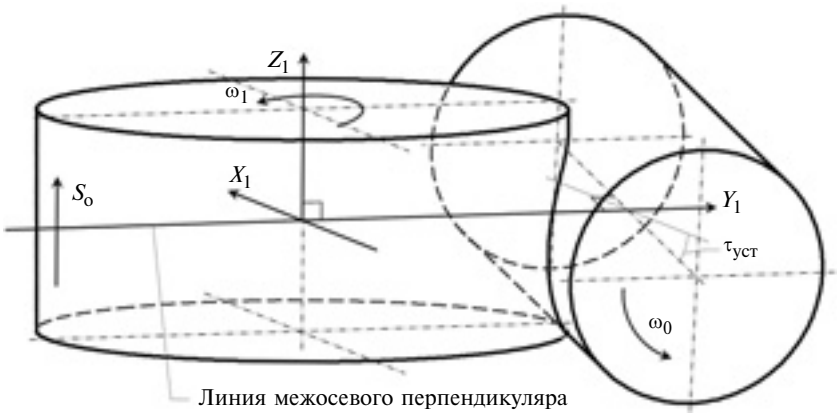


Рис. 1. Схема обработки зубчатого колеса червячной фрезой

Алгоритм работы программы

Так как нагрузка на зуб и его кинематические параметры зависят от положения зуба вдоль оси фрезы, а номер зуба характеризует его положение относительно этой оси, то необходимо четко определить нумерацию зубьев фрезы. За центральный (с номером 0) примем зуб, ось симметрии профиля которого лежит на линии межосевого перпендикуляра фреза—заготовка (рис. 1) (в рассматриваемом случае — на оси Y_1). Зубья, расположенные на входной части фрезы, имеют отрицательные номера (−1, −2, ...), на выходной — положительные (1, 2, ...).

На первом этапе задаем профиль зуба фрезы в нормальном сечении — геометрический примитив, который представляет собой замкнутую полулинию, построенную по узловым точкам профиля зуба. Для задания профиля с необходимой модификацией можно, кроме применения созданных подпрограмм, строящих профили некоторых основных модификаций фрез, воспользоваться чертежными средствами AutoCAD.

Затем рассчитываем траекторию движения зуба в пространстве, после чего получаем след зуба фрезы в процессе резания "выдавливанием" заданного примитива вдоль полученной кривой. Траектория задается набором точек, каждая из которых получается при перемещении от предыдущей. От приращения угла поворота фрезы зависит число точек на кривой, которое определяет точность построенной траектории. При нарезании прямозубого зубчатого колеса вышеуказанные приращения определяются выражениями:

$$\nu_i = \varphi_i n_{z0}/z;$$

$$S_i = S_o \varphi_i n_{z0} \pi / z 180,$$

где ν_i и φ_i — приращения углов поворота заготовки и фрезы; n_{z0} — число заходов червячной фрезы; S_i — приращение подачи; z — число зубьев нарезаемого колеса; S_o — подача на оборот.

На этом же этапе задаем размеры цилиндра — заготовки. Подготовительный этап завершен.

На следующем этапе происходит собственно "обработка" цилиндра—заготовки следами зуба, т. е. совершается вычитание из цилиндра тел, полученных в процессе перемещения профиля. После каждого "реза" след смещается на величину конструктивной подачи: по оси $X_1 - x_i$, по оси $Z_1 - z_i$, а цилиндр — колесо — на угол ν:

$$x_i = t_0 \cos\tau / z_0;$$

$$z_i = t_0 \sin\tau / z_0' - S_z;$$

$$z_0' = z_0/\cos^2\tau;\ \nu = 2\pi n_{z0}/(z_0 z),$$

где S_z — подача на зуб; t_0 — шаг витков по оси; τ — угол наклона витков; z_0 — число стружечных канавок фрезы; z_0' — число тех же канавок, считая по полной окружности.

Процесс повторяется до тех пор, пока не будет "прорезана" впадина. Затем цилиндр—колесо отводится в первоначальное положение, след смещается на величину подачи S_o, и "обработка" повторяется уже с образованием "стружки". Срезаемый слой получается как результат интерференции следа зуба фрезы и впадины колеса. Параметры среза рассчитываются автоматически программой, написанной на языке Visual Basic и подключенной к файлу Microsoft Excel в виде макроса.

Разработанный пакет программ позволяет получить размеры и форму слоя, срезаемого лю-

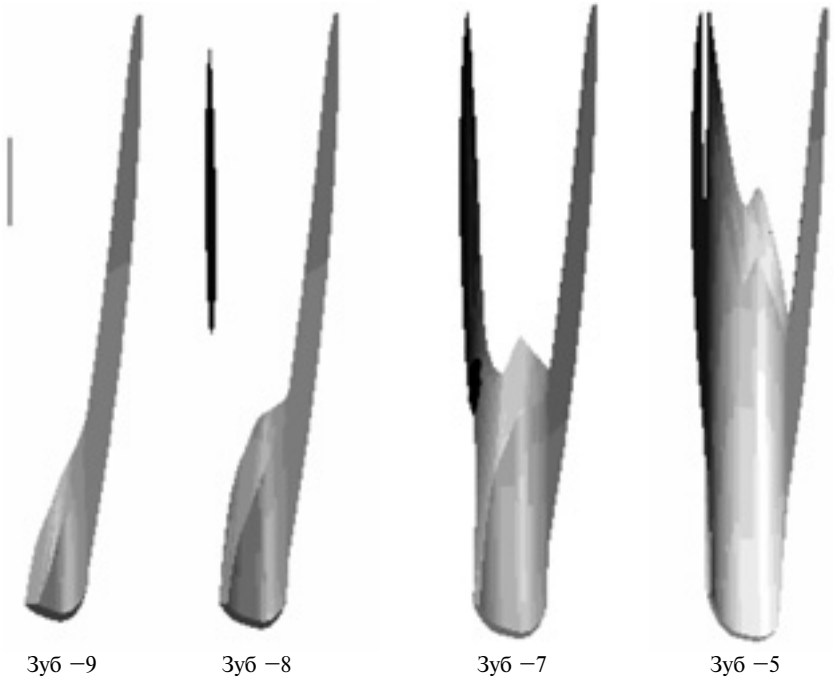


Рис. 2. Слои, срезаемые зубьями червячной фрезы

бым зубом червячной фрезы с любой модификацией при любых параметрах обработки. Для иллюстрации проведен анализ работы червячно-модульной фрезы с модулем $m = 4{,}25$ мм при обработке колеса с числом зубьев $z = 24$ при встречной подаче $S_о = 2$ мм/об (рис. 2).

Первым в резание вступает зуб с номером −15. Он обрабатывает впадину нарезаемого колеса входной боковой (при повороте фрезы на угол $\varphi_{-15} = 14{,}27 \div 26{,}70°$) и входной радиусной ($\varphi_{-15} = 25{,}28 \div 27{,}52°$) режущими кромками. Далее характер работы зубьев с номерами −14÷−12 не изменяется, только увеличиваются углы контакта и возрастает активная длина режущих кромок. Фактически зубья срезают простые слои, если учесть, что они работают не всей длиной радиусной кромки и в течение малого времени.

Вершинной кромкой начинает работать зуб с номером −11, срезая стружку на дуге контакта в 1,37° ($\varphi_{-11} = 30{,}32 \div 31{,}69°$) входным участком кромки. А уже со следующего зуба в резание вступает выходная радиусная кромка: участком, примыкающим к вершине, она срезает слой на дуге всего в 0,5° (начиная с $\varphi_{-10} = 31{,}41°$). С этих зубьев начинается срезание стружек Г-образной формы на небольшой дуге контакта на выходе из резания.

На зубьях с номерами −9 и −8 выходная кромка режет с перерывом: сначала она работает участком, близким к точке сопряжения прямолинейной и радиусной выходных кромок ($\varphi_{-9} = 5{,}2 \div 10{,}31°$ и $\varphi_{-8} = 0{,}55 \div 16{,}57°$); затем, на выходе из резания, — участком, близким к вершинной кромке ($\varphi_{-9} = 27{,}56 \div 32{,}75°$ и $\varphi_{-8} = 23{,}2 \div 33{,}35°$ соответственно).

Начиная с номера −7 и по номер 0 зубья фрезы работают всеми кромками, причем вначале зуб режет входной, выходной и вершинной кромками раздельно, затем участки контакта этих кромок с заготовкой по мере поворота фрезы сливаются в один. Чем ближе к центральному зубу, тем раньше вступает в резание вершинная кромка и на большей дуге контакта срезается сложный П-образный слой.

Зуб с номером −7 на дуге, соответствующей $\varphi_{-7} = 16{,}44°$ от начала врезания, обрабатывает впадину входной прямолинейной кромкой и выходными прямолинейной и радиусной кромками; далее в работу вступают вершинная и входная радиусная кромки, а выходная прямолинейная кромка выходит из резания ($\varphi_{-7} = 19{,}26°$). На этом участке зуб срезает стружку П-образной формы. При повороте фрезы на угол $\varphi_{-7} = 29{,}03°$ выходит из резания входная прямолинейная кромка и зуб до выхода работает вершинной и радиусными кромками.

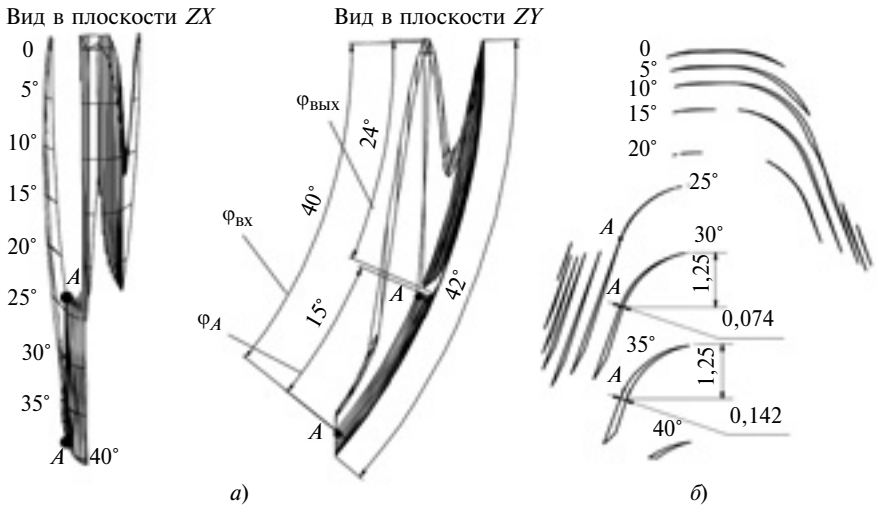


Рис. 3. Слой, срезаемый центральным зубом фрезы

Характер работы последующих зубьев (до зуба с номером −1) существенно не меняется, только с зуба −5 выходные прямолинейная и радиусная кромки в начале контакта режут порознь и чем ближе к зубу с номером −1, тем дольше. По мере приближения к межосевому перпендикуляру увеличивается угол выхода из резания выходной прямолинейной кромки, а входной — уменьшается.

Рассмотрим подробнее работу центрального зуба фрезы. На рис. 3, *а* в плоскости *ZY* показаны углы контакта входной ($\varphi_{вх}$) и выходной ($\varphi_{вых}$) режущих кромок зуба, а также полный угол контакта зуба фрезы с заготовкой, на рис. 3, *б* — сечения слоя, срезаемого рассматриваемым зубом фрезы.

Сначала зуб режет тремя кромками. При повороте зуба фрезы на угол $\varphi_0 = 11{,}7°$ слой, срезаемый вершинной кромкой, разделяется на два: один сливается со слоем, срезаемым входной кромкой; другой постепенно "перетекает" на выходную кромку и сливается со слоем, срезаемым этой кромкой. Таким образом, центральный зуб срезает Г-образные слои сначала вершинной и входной кромками ($\varphi_0 = 7{,}38 \div 21{,}07°$), затем — вершинной и выходной кромками ($\varphi_0 = 21 \div 32°$). Время работы входной кромки рассматриваемого зуба составляет 55 % от времени обработки, выходной — 90 %.

На профилирующей части фрезы (номера зубьев > 0) вершинная кромка не участвует в резании, а боковые режущие кромки зубьев срезают элементарные слои.

Зуб с номером 1 выходной кромкой срезает увеличивающийся к выходу слой переменной ширины на дуге, соответствующей $\varphi_1 = 37{,}92°$, причем прямолинейным участком — от начала ($\varphi_1 = -1{,}2°$) до угла $\varphi_1 = 33{,}83°$, а радиусным — от $\varphi_1 = 22{,}91°$ до $\varphi_1 = 36{,}72°$. Радиусный и прямолинейный участки входной кромки вначале работают отдельно, срезая слои, которые по мере поворота фрезы (до $\varphi_1 = 6{,}3°$) сливаются в один. Процесс резания входной кромкой продолжается до поворота фрезы на угол $\varphi_1 = 19{,}45°$.

По мере удаления от межосевого перпендикуляра характер стружкообразования не изменяется, только уменьшаются дуга контакта и длина активной части режущих кромок. Начиная с зуба 7 перестает работать входная режущая кромка. Последним в обработке участвует зуб 11, выходная кромка которого только касается заготовки на дуге угла в 7°.

На рис. 4, *а* представлены фотографии стружек, полученных при обработке впадины колеса определенными зубьями фрезы, на рис. 4, *б* — изображения соот-

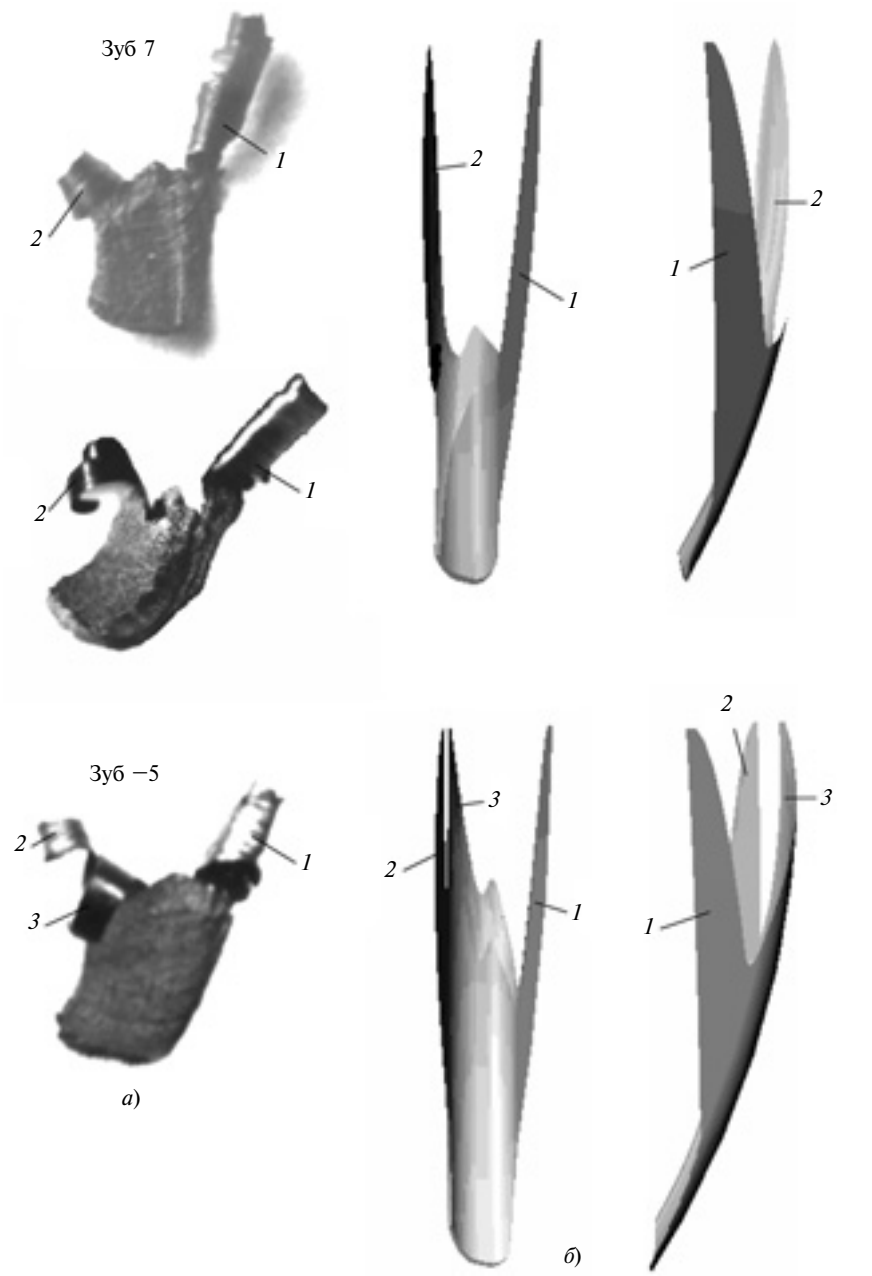


Рис. 4. Стружки (*а*), срезаемые входной (*1*), выходной (*2*) и выходной радиусной (*3*) режущими кромками, и соответствующие компьютерные срезы (*б*)

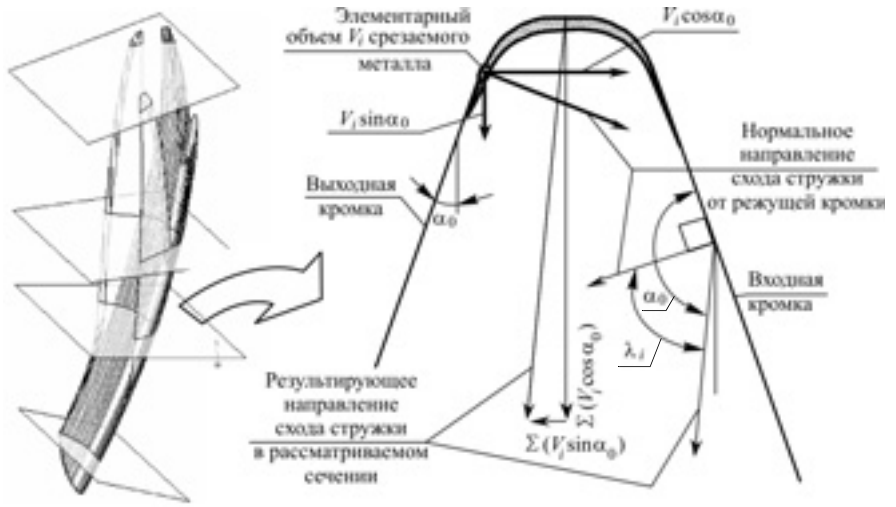


Рис. 5. Схема к определению угла λ_i для одного из сечений срезаемого слоя

ветствующих срезов, полученных при моделировании обработки заготовки теми же зубьями. Сравнение фотографии с соответствующими срезами показало, что стружка, срезаемая выходной стороной зуба (точнее — прямолинейным участком выходной режущей кромки) имеет вид винтовой спирали. Такая форма стружки обусловлена тем, что в процессе резания площадка контакта зуба со срезаемым металлом по мере поворота перемещается вдоль выходной кромки от основания зуба к его вершине. Таким образом, срезаемый слой совершает относительное перемещение вдоль кромки зуба фрезы, что приводит к образованию винтовой стружки, но только до тех пор, пока в процесс резания не вступят уголок и вершинная кромка и зуб не начнет срезать слои сложной формы.

Форма стружки, срезаемой входной кромкой зуба, обусловлена тем, что в процессе резания эта кромка постоянно контактирует с заготовкой одним и тем же участком — в окрестностях точки сопряжения прямолинейной и радиусной кромок, вследствие чего стружка завивается в плоскую спираль.

Сравнение изображений срезов, полученных в результате моделирования, со стружками, образующимися при нарезании зубчатого колеса червячной фрезой, показало высокую степень соответствия принятой методики моделирования реальному процессу.

Были проведены исследования зависимости стойкости фрезы от средней толщины $a_{ср}$ срезаемого слоя, длины l дуги контакта и условий входа и выхода зуба фрезы из контакта с заготовкой — соотношения $\lambda = a_{вых}/a_{вх}$. Установлено, что λ весьма значительно влияет не только на износ фрезы, но и на характер зависимости износа от средней толщины срезаемого слоя и дуги контакта зуба фрезы с заготовкой. Однако при исследованиях не учитывалось, что сечение срезаемого слоя при зубофрезеровании имеет сложную форму, хотя очевидно, что для установления зависимости износа зубьев червячных фрез от объема срезаемого слоя необходимо кроме параметров этого слоя учитывать и его форму.

Восполним этот пробел. При описании формы срезаемого слоя надо учесть его параметры, которые будут влиять на процесс резания, т. е. на условия входа—выхода зуба фрезы из контакта, стесненность процесса стружкообразования и т. д. Согласно работам [4, 5] влияние на износ условий выхода зуба фрезы из контакта можно считать весьма незначительным, так как во всех рассматриваемых ниже случаях угол наклона выходной плоскости не превышает 30°.

Процессы, сопровождающие врезание, будем оценивать с помощью коэффициента, учитывающего толщину срезаемого слоя на входе в резание:

$$K_{вх} = l_{вх}/l,$$

где $l_{вх}$ — длина дуги контакта зуба на входе, на которой толщина срезаемого слоя меньше или равна радиусу скругления режущей кромки; l — длина дуги контакта зуба фрезы с заготовкой.

Однако коэффициент $K_{вх}$ не учитывает взаимного влияния стружек при срезании слоев, имеющих сложную Г- или П-образную форму сечений. Для учета влияния на износ сложного резания введем коэффициент, показывающий степень отклонения стружки от нормального направления в каждой точке режущего периметра:

$$K_{сл} = \lambda_{от}/\pi,$$

где $\lambda_{от}$ — угол отклонения в рассматриваемой точке, который определяется как сумма углов λ_i, найденных для каждого сечения срезаемого слоя по дуге контакта по формуле:

$$\lambda_i = \left|\alpha_0 - \pi/2 - \operatorname{arctg}\frac{\Sigma V_i\cos\alpha_0}{\Sigma V_i\sin\alpha_0}\right|,$$

где V_i — элементарный объем металла, срезаемый участком профиля в рассматриваемом сечении; α_0 — угол профиля в рассматриваемой точке (рис. 5).

Исходя из вышесказанного, запишем коэффициент формы в виде $K_ф = f(V', l, K_{вх}, K_{сл})$. Тогда для точек режущего периметра зуба фрезы получим:

$$h' = f(K_т, K_{вх}, K_{сл}, V', l),$$

где h' — моделируемый износ; l — длина дуги контакта точки профиля; $V' = V/V_{фр}$ — относительный объем металла, срезаемого рассматриваемой точкой профиля зуба ($V_{фр}$ — объем металла, срезаемого фрезой в целом).

Моделируемый износ в данном случае характеризует загруженность зубьев фрезы.

Экспериментальные натурные исследования износа зубьев червячно-модульных фрез проводились в лабораторных условиях на зубофрезерном станке 5312. Станок удовлетворял нормам точности и жесткости для зубофрезерных станков, установленным ГОСТ 659—89.

Обрабатывали цилиндрические прямозубые зубчатые колеса наружного эвольвентного зацепления с модулем m = 1,5÷6,5 мм и шириной венца 100 мм из стали 40Х. Число зубьев варьировалось от 20 до 100. Зубофрезерование осуществлялось при встречном и при попутном направлениях подачи S = 1÷6 мм/об при частоте вращения фрезы n = 100 мин$^{-1}$. Биения фрезерной оправки и посадочных мест приспособления не превышали 0,02 мм. Химический состав и механические свойства материала заготовок соответствовали ГОСТ 4543—71.

Для нарезания зубчатых колес были взяты стандартные цельные червячно-модульные фрезы из стали Р6М5 по ГОСТ 9324—80.

Износ зубьев фрезы изучали и измеряли с помощью бинокулярной лупы М24 с 12×1,65-кратным увеличением и ценой деления окуляра 0,038 мм. В качестве критериального принят износ по задней поверхности, равный 0,8 мм. При достижении критерия износ по профилю зубьев измеряли и фотографировали. Результаты натурных экспериментов в дальнейшем использовали при моделировании топографии износа и определении положения наиболее нагруженного зуба фрезы.

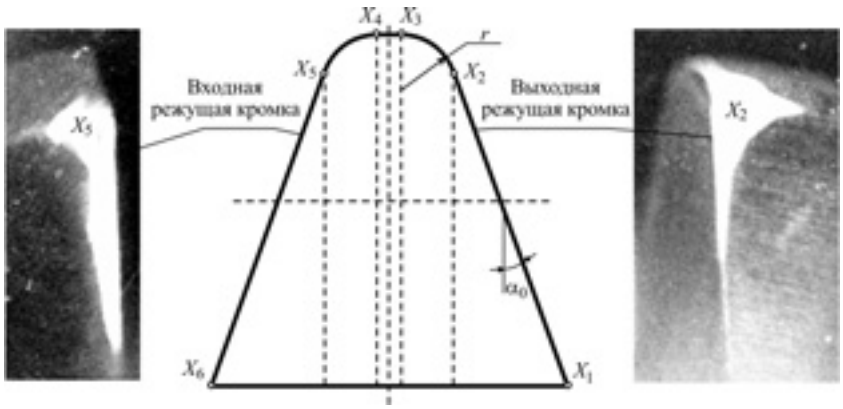


Рис. 6. Топография износа по профилю зуба фрезы

На рис. 6 представлены фотографии износа зуба с номером −3 фрезы (m = 4,25 мм, z = 24, $S_о$ = 1 мм/об) и топография износа по профилю данного зуба.

Также были использованы данные проведенных ранее исследований по износу и работоспособности червячных фрез при их эксплуатации на Волгоградском государственном тракторном заводе, Алтайском тракторном заводе и Ленинградском ПО "Эскалатор".

Следует отметить, что в ходе проведения экспериментов при изменении модуля также учитывали изменение числа z_0 стружечных канавок фрезы и ее наружного диаметра d_{a0} в соответствии с ГОСТ 9324—80.

С помощью ЭВМ и разработанного пакета программ выполнено моделирование процесса зубофрезерования прямозубых зубчатых колес стандартными червячными фрезами со встречной и попутной подачами, в ходе которого определяли параметры модели.

Эксперименты показали, что износ растет по мере увеличения объема V срезаемого слоя и чем больше увеличивается срезаемый объем, тем больше увеличивается и моделируемый износ. Исключение составляет участок с близкими к нулю значениями объема срезаемого слоя, здесь износ возрастает пикообразно.

Характер зависимости износа от длины l дуги контакта точки профиля зуба фрезы с заготовкой подобен зависимости износа от объема срезаемого слоя, за исключением участка с очень малыми значениями l. При резании с малыми длинами контакта износ практически не наблюдается по сравнению с участками режущей кромки, работающими на больших дугах контакта.

При увеличении коэффициента $K_{сл}$ сложности резания растет и моделируемый износ, причем зависимость практически линейна. А зависимость износа от коэффициента $K_{вх}$, учитывающего условия, возникающие при входе в резание, вопреки ожиданиям, имеет экстремум. С увеличением $K_{вх}$ износ сначала растет, затем при средних значениях ($K_{вх}$ = 1,25÷1,30) достигает максимума и далее плавно снижается практически до нуля ($K_{вх}$ = 1,45÷1,50).

На рис. 7 представлены значения фактического ($h_{изм}$) и смоделированного (h') износов при обработке колес из стали 40Х с модулем 4,25 мм и шириной венца 20 мм, числом зубьев z = 24 при встречной подаче $S_о$ = 1 мм/об. Видно, что наибольший износ прогнозируется на выходной режущей кромке фрезы, немного меньший — на входной режущей кромке и совсем незначительный — на вершине. Такая карти-

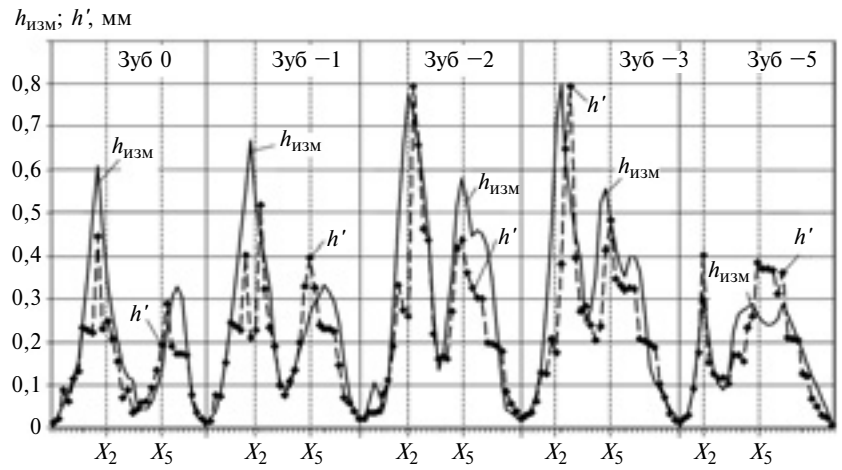


Рис. 7. Топография фактического ($h_{изм}$) и смоделированного (h') износов по профилям зубьев фрезы

на износа полностью совпадает с топографией реального износа, измеренного по профилю зуба. Очевидно, что наибольшему износу подвержена выходная режущая кромка, причем максимальное значение приходится на точку X_2 сопряжения прямолинейной и радиусной режущих кромок. К тому же из практики известно, что наиболее изнашиваемым участком профиля зуба является точка сопряжения прямолинейной и радиусной режущих кромок на выходной стороне зуба фрезы. Следовательно, в дальнейшем при определении наиболее нагруженного зуба, лимитирующего стойкость фрезы в целом, достаточно рассматривать группу точек на выходной стороне профиля.

Рассмотрев зависимости положения максимально изношенного зуба фрезы от параметров зубообработки, установили, что положение этого зуба относительно межосевого перпендикуляра в зависимости от числа z зубьев нарезаемого колеса при встречной подаче изменяется также, как и положение зуба фрезы, срезающего максимальный объем металла — с увеличением z оно смещается в сторону зубьев фрезы, которые первыми вступают в резание, а при попутном направлении подачи оно смещается наоборот к центральному зубу фрезы. Такое различие обусловлено тем, что с увеличением z растет и расстояние между зубьями фрезы, которым соответствует V_{max} и h_{max}, однако при попутном фрезеровании положение зубьев, срезающих максимальный объем V_{max} металла, удаляется от линии межосевого перпендикуляра не так интенсивно, как при обработке со встречной подачей.

Нахождение и прогнозирование положения наиболее нагруженных зубьев фрезы или зубьев с наибольшим износом является задачей, решение которой позволит целенаправленно проводить мероприятия по выравниванию нагрузки на зубья фрезы. Кроме того, знание местонахождения зуба, наиболее предрасположенного к износу, необходимо при назначении параметров коррекции для фрез с прогрессивными схемами резания.

Таким образом, в результате экспериментов на математических моделях, характеризующих износ зубьев фрезы, установлено:

1) моделируемый износ растет по мере увеличения объема V срезаемого слоя;

2) при увеличении модуля положение наиболее нагруженного зуба смещается к входной части фрезы;

3) положение максимально изношенного зуба фрезы относительно межосевого перпендикуляра с увеличением числа зубьев нарезаемого колеса при встречной подаче смещается в сторону зубьев, которые первыми вступают в резание, при попутной — к центральному зубу фрезы;

4) с увеличением подачи положение зубьев с максимальным износом сначала удаляется от межосевого перпендикуляра, но затем начинает смещаться к центральному зубу фрезы.

Полученные математические модели с высокой точностью (не менее 95 %) позволяют прогнозировать положение зуба фрезы, наиболее подверженного износу. Проведенные исследования показали высокую сходимость результатов вычислительных и натурных экспериментов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Методика** расчета параметров коррекции червячно-модульных фрез с прогрессивной схемой резания / С. Н. Медведицков, А. Т. Нарожных, Г. Г. Скребнёв, В. Ф. Чурбаков // Технология и автоматизация машиностроительного производства. Науч. тр. Волгоградского политехн. ин-та. Вып. 6. 1968. Волгоград: ВПИ, 1975. С. 26—31.

2. **Башкиров В. Н., Серова А. А.** Определение сечения срезов при зубонарезании цилиндрических колес червячной фрезой // Станки и инструмент. 1984. № 1. С. 18—20.

3. **Токарев В. В.** Имитационная математическая модель геометрических параметров процесса червячного зубофрезерования. Метрологические аспекты и алгоритмическое обеспечение: Дис. ... канд. техн. наук / ВолгГТУ. Волгоград. 1998. 231 с.

4. **Лоладзе Т. Н.** Прочность и износостойкость режущего инструмента. М.: Машиностроение, 1982. 320 с.

5. **Pekelharing A. J.** The Exit Failure in Interrupted Cutting // CIRP Ann. 1978. V. 27. № 1. P. 5—10.

УДК 519.24.001.57

В. Е. БОЛНОКИН (ИМАШ РАН им. А. А. Благонравова), Е. Н. ИВАШОВ, доктора технических наук,
М. П. КНЯЗЕВА, К. Д. ФЕДОТОВ (Национальный исследовательский университет "Высшая школа экономики"),
e-mail: eivashov@hse.ru

Имитационное моделирование технических систем на основе статистических оценок

Рассмотрен способ формирования описания элементов модели, позволяющий решать задачу автоматизации построения иерархии моделей в данной предметной области. Системный подход основан на последовательном переходе от общего к частному, при использовании на каждом этапе модели разной степени детализации.

Ключевые слова: техническая система, задачи проектирования, имитационное моделирование, статистические оценки, иерархия моделей.

Examined method formation of model's elements description makes possible to solve the problem of construction hierarchy of models' automatic performance in this application domain. System concept based on serial transition from the general to the particular, various grain size models is used the each phase, is considered.

Keywords: technical system, engineering aspects of the design problem, imitation modeling, statistical estimation, hierarchy of models.

В настоящее время при проектировании широко используются системный подход, основанный на последовательном переходе от общего к частному, при этом на каждом этапе используются модели разной степени детализации. Поскольку на начальных этапах сложно определить границы системы и внешней среды, строят приближенную модель, которую последовательно уточняют на основе информации, получаемой в ходе модельных экспериментов. Таким образом, встает вопрос о преобразовании модели предыдущего этапа к последующей модели применительно к целям исследования [1].

При рассмотрении вопросов преобразования моделей особое внимание следует уделять выбору инструментальных средств, которые обеспечивают возможность анализа структурных компонентов предыдущего уровня и переход к следующему уровню детализации. Различные виды представления систем на определенном уровне ставят задачу методологического характера для реализации комплексного подхода к данному преобразованию. Основной задачей при этом является выбор методики синтеза концептуального представления для интеграции разнородных информационных представлений реального мира. В качестве критерия эффективности построения такой модели можно использовать ее функцию как посредника между группой лиц, осуществляющих неформализованные представления реального мира в формализованное, и средствами, отображающими эти представления в модели [2].

Глобальное инфологическое описание модели на концептуальном уровне можно представить как совокупность фрагментарных описаний и связывающих их отношений композиции, которые являются структурно-семантическими, так как должны учитывать не только структурные связи между элементами, но и их семантические особенности. Данные отношения позволяют решать вопросы естественности описания реального мира без сложной трансформации представлений и понятий.

Такой подход и набор программных средств обеспечивают иерархию моделей, на верхнем уровне которой — макромодели, на основе которых оцениваются необходимые ресурсы и ограничения. Продвигаясь в глубь иерархии, получаем более детальные модели, отражающие отдельные аспекты функционирования системы.

Для построения иерархии можно использовать имитационные модели (ИМ), которые позволяют воспроизвести функционирование проектируемой системы S в виде алгоритма с сохранением логической структуры и последовательности протекающих процессов.

Технологическое описание построения моделей состоит из двух частей: инвариантной — типовая схема организации описания элементов модели, которая принята в используемой системе моделирования, и предметной — конкретное описание применительно к особенностям данного элемента модели и предметной области.

Общие правила описания моделей требуют обязательного соблюдения принципа подобия: моделируемая система S отображается некоторым идеализированным образом системы $\mathrm{Mod}(S)$ с помощью отношения φ_1, отображающего выделение и отображение отдельных структурных элементов, и отношения φ_2, изоморфно отображающего идеализированный образ в модель $\mathrm{Mod}(\mathrm{Mod}(S))$, которая представляет собой алгоритмическое описание процессов, происходящих в исследуемой системе.

Рассмотрим функционирование системы с позиций ее отображения в модели. Каждый алгоритм $A_i \in A$, описывающий функционирование отдельной компоненты (процесса) исследуемой системы,

можно представить в виде конечной последовательности функциональных операторов:

$$\varphi_{ij}(X_{ij},\ Y_{ij}),\quad j = 1, ..., m_i, \qquad (1)$$

где m_i — число функциональных операторов; X_{ij}, Y_{ij} обозначают соответственно множества входных данных и множество результатов применения функциональных операторов (1).

При этом принимаем следующее:

функциональный оператор $\varphi_i(X_i,\ Y_i)$ считается функционально эквивалентным оператору $\varphi_j(X_j,\ Y_j)$, если $(X_i = X_j) \to (Y_i = Y_j)$;

функциональный оператор $\varphi(X,\ X)$ считается пустым функциональным оператором;

функциональные операторы $\varphi_i(X_i,\ Y_i)$ и $\varphi_j(X_j,\ Y_j)$ являются функционально независимыми, если выполняется условие

$$(X_i \cap X_j = \varnothing) \cap (Y_i,\ Y_j = \varnothing);$$

под объединением операторов $\varphi_i(X_i,\ Y_i) \cup \varphi_j(X_j,\ Y_j)$ понимается оператор $\varphi_k(X_k,\ Y_k)$, в котором $X_k = X_i \cup X_j$, $Y_k = Y_i \cup Y_j$.

Функциональная полнота модулей для решения задач в данной предметной области определяется возможностью построения алгоритма (модели) решения произвольной задачи.

Автоматизация построения модели включает в себя две взаимосвязанные задачи:

определение предметной области и описание элементов модели в терминах заданной предметной области;

синтез модели на основании базовых операторов с использованием средств искусственного интеллекта.

Наиболее эффективный способ представления знаний о предметной области — семантическая сеть, которая позволяет учитывать особенности предметной области и обеспечивает объектное представление информации. Для получения необходимых данных об особенностях данной предметной области и объекте исследования привлекается группа экспертов. Полученные и систематизированные данные должны содержать достаточное количество информации, обеспечивающее создание статической структуры ИМ на основе выбора и обоснования множества модулей, соответствующих функциональным операторам (1), а при наличии дополнительных фактов — организацию управления моделью, что позволяет решить первую из описанных выше задач, т. е. определить предметную область. Синтез модели требует выделения знаний, необходимых и существенных для данного уровня детализации, и их отображения на заданную структуру модели. Для этого необходимо, во-первых, выделить фрагмент сети, содержащий множество понятий и отношений, значимых для построения модели на данном структурном уровне; во-вторых, отобразить набор семантически связанных понятий в описание модели [3]. Поэтому для отражения особенностей предметной области описание формулируется на основе сети элементов, которая структурно близка к семантическим сетям.

На логическом уровне сеть элементов задается пятью элементами:

$$N = \langle I,\ X,\ K,\ Q,\ R\rangle, \qquad (2)$$

где I — имя сети; $X = \{x_1,\ x_2,\ ...,\ x_m\}$ — множество элементов сети; K — множество ключей сети N; $Q = \{q_1,\ q_2,\ ...,\ q_s)$ — множество типов бинарных отношений между элементами сети; R — множество связей элементов сети.

Данное представление задает структуру сети и соответствующую модель данных. Кроме описания структуры необходимо определить набор операторов преобразования сети и поиска в сети. Реализация взаимодействия этих операторов осуществляется с помощью назначения каждому элементу сети (2) уникального ключа $k_i \in K$.

Множество Q типов отношений сети (2) не является строго фиксированным и в процессе формирования и преобразования сети может дополняться новыми. Теоретически в сети элементов роль типов бинарных отношений одинакова, однако целесообразно выделение множества стандартных типов $QT \in Q$, которые могут создаваться автоматически при инициализации сети.

Определим множество элементов, непосредственно связанных с некоторым элементом с ключом k_i:

$$Y(k_i) = \{k_j \mid \langle q_1,\ k_j\rangle \in R(k_i),\ q_1 \in Q,\ k_j \in K\}. \qquad (3)$$

Соответственно, множество элементов ссылающихся на элемент с ключом k_i:

$$G(k_i) = \{k_j \mid,\ k_i \in Y(k_j),\ k_i,\ k_j \in K\}.$$

Приведенная модель определяет множество допустимых структур сетей элементов, соответствующих уровню детализации модели. Кроме описания структуры полная модель должна содержать множество операторов преобразования сети и поиска в сети.

Выделим следующие группы:

управления доступом;

поиска по определенным условиям;

преобразования;

чтения и модификации элементов.

Для построения описания конкретной предметной области рассмотрим множество P имен, определяющих элементы x_i сети (2) и соответственно предметную область W.

Пусть данное множество разбито на непересекающиеся классы C_i $(i = 1,\ N)$, соответствующие

базовым понятиям B_i ($i = 1, N$), которые характеризуют общие свойства каждого класса. При этом можно выделить понятия:

$P_о$ — обозначает отдельные элементы и их части;

$P_г$ — обозначает группу объектов, объединенных по некоторому признаку или группе признаков.

Связанные между собой множеством Q отношений термины каждого класса образуют иерархическую структуру понятий. В зависимости от способа разбиения для класса понятий можно выделить несколько иерархий. Любая из них обладает следующими свойствами:

вершинами являются понятия из $\{P\}$, ребрами — отношения из $\{Q\}$;

ветви, исходящие из любого узла, упорядочены в соответствии с $Y(k_i)$ формулы (3);

отношения Q транзитивны, антирефлексивны и антисимметричны;

набор отношений постоянен для заданного уровня детализации;

существуют единственный корень, в который не входит ни одно ребро, и множество вершин, из которых не выходит ни одно ребро;

иерархия род—вид имеет листья типа $P_о$, остальные вершины — типа $P_г$;

иерархия целое—часть содержит все вершины типа $P_о$;

в иерархиях с $Q_1 = Q_2$, представляющих собой отношения вида целое—часть с одним корнем, множество листьев совпадает.

Все остальные отношения приводятся к классическим транзитивным отношениям Минского [4].

Зафиксируем множество иерархий предметной области W и рассмотрим некоторый информационный язык отображения и обработки информации, существенной при построении модели заданного уровня детализации. Рассматриваемый язык должен включать в себя множество W понятий предметной области, множество F предикатов, логические связки и кванторы.

Сложные выражения строятся в виде совокупности простых высказываний, связанных логическими связками и кванторами. Простые высказывания, имеющие смысл в данной предметной области, определяются как данные, машинным представлением которых является база данных, содержащая множество данных высказываний.

Таким образом, на концептуальном уровне моделируемая система представляется в виде трех иерархий: первая позволяет описывать моделируемые объекты в терминах класс—подкласс—событие—атрибут—значение; вторая определяет структуру отдельных элементов модели в ходе имитационного эксперимента; третья определяет последовательность действий (событий) в ходе выполнения программы имитации.

Рассмотрим первую из иерархий, определяющих структуру (каркас) модели [5]. По теории систем [6] многоцелевая система содержит множество подсистем с собственными целями или целями, подчиненными глобальной цели системы. В зависимости от взаимодействия этих целей определяются терминальные собственные и несобственные подсистемы. При построении иерархии моделей и методов их формирования необходимо определить набор правил, определяющих структурную связь системы со своими подсистемами. Например, отношение "Y есть подсистема X" задает частичный порядок на X, не обладает связностью; если система X и система X' не имеют различающихся подсистем, то они считаются структурно эквивалентными, при наличии общей подсистемы — структурно толерантными. Исходя из этого, каждую подсистему целесообразно рассматривать в виде отдельной самостоятельной системы. Отношение "есть подкласс или элемент класса" позволяет определить правила R выделения основных структурных особенностей моделируемой системы в описании сети (2) и сформировать соответствующее представление структуры модели.

Базовые отношения, относящиеся к множеству типовых отношений сети элементов (2), и правила R позволяют выделить множество элементов модели, необходимых для построения описания системы в виде модели на требуемом уровне детализации.

Пусть имеется $(x_1, ..., x_n)$ — повторная независимая выборка размером n из генеральной совокупности с распределением P_θ, зависящим от параметра $\theta \in \Theta$. Предположим, что для каждого $\theta \in \Theta$ P_θ есть вероятностная мера, заданная на измеримом пространстве (x, u), а параметрическое множество $\Theta \subseteq R_m$ (R_m — m-мерное евклидово пространство). Допустим, что все P_θ абсолютно непрерывны относительно некоторой σ — конечной меры μ, заданной на (x, u). Введем соответствующие переменные Радона—Никодима:

$$\frac{\mathrm{d}P_\theta}{\mathrm{d}\mu} = f(x, \theta), \quad \theta \in \Theta.$$

Оценка максимального правдоподобия (ОМП) параметра θ по выборке $x_1, ..., x_n$ определяется как одно из решений $\hat{\theta}_n$ уравнения

$$\sup_{\theta \in \Theta} \prod_{i=1}^{n} f(x_i, \hat{\theta}_n).$$

Предположим, что на Θ задана некоторая σ-алгебра $\Im$, а на измеримом пространстве (Θ, F) — некоторое распределение вероятностей с плотностью $\pi(\theta)$ относительно лебеговой меры ν, определенной на Θ. Пусть плотность $f(x, \theta) u \otimes F$ — измерима.

Байесовской оценкой относительно функции убытка $S(\cdot)$ называется такая оценка $\hat{\theta}_n$, которая минимизирует выражение

$$L(d) = \\ = \int \pi(\theta)\nu(d\theta) \int_{x^n} S[d(x_1, ..., x_n) - \theta] \prod_{i=1}^{n} f(x_i, \theta)\mu(dx_i).$$

Особое значение имеют состоятельность статистических оценок в Θ и скорость сходимости, т. е. выяснение условий, при которых для каждого $\theta_0 \in \Theta$ и $\varepsilon > 0$ имеет место $P_{\theta_0}\{\|\bar{\theta}_n - \theta_0\|_m \geqslant \varepsilon\} \to 0$ при $n \to \infty$ и количественной оценке качества соответствующего приближения. Здесь $\bar{\theta}_n$ — оценка параметра; $\|\cdot\|_m$ — норма в евклидовом пространстве R_m.

Если для каждого $\theta_0 \in \Theta$ имеет место $P_{\theta_0}\left\{\lim_{n\to\infty} = \theta_0 = 1\right\}$,то оценка $\bar{\theta}_n$ называется достаточно состоятельной в Θ.

На практике имеют место более общие семейства экспериментов, чем последовательность повторных выборок. В этом случае рассматривают семейство экспериментов $E_\varepsilon = \{x^{(\varepsilon)}, u^n, P_\theta^{(\varepsilon)}, \theta \in \Theta\}$, порожденных наблюдениями x_ε, где ε — некоторый вещественный параметр.

Без ограничения общности достижения требуемого результата линейными преобразованиями можно ограничится случаем, когда параметрическое множество $E = \{\varepsilon\}$ есть интервал (0, 1), при этом асимптотические свойства выборок исследуются при $\varepsilon \to 0$. Предыдущая схема последовательности экспериментов $\{x^n, u^n, P_\theta^{(n)}, \theta \in \Theta\}$ является частным случаем общей схемы с $E\varepsilon$, где $\varepsilon = n - 1$ ($n = 1, 2, 3, ...$).

В общем случае имеем семейство экспериментов $E_\varepsilon = \{x^{(\varepsilon)}, u^n, P_\theta^{(\varepsilon)}, \theta \in \Theta\}$, $\Theta \leqslant R_m$. Семейство статистик $T_\varepsilon = T_\varepsilon(X_\varepsilon)$, где X_ε — обобщенная выборка, параметризованная параметром $\varepsilon \in (0, 1)$, является состоятельным семейством для значений $\theta_0 \in \Theta$, если $T_\varepsilon \to \theta$ по $P_{\theta_0}^{(\varepsilon)}$-вероятности, если $\varepsilon \to 0$ для всех $\theta_0 \in \Theta$. Семейство статистик $\{T_\varepsilon\}$ является достаточно состоятельным в Θ, если $P_{\theta_{щ}}^{\varepsilon}\left\{\lim_{\varepsilon\to\infty} T_\varepsilon = \theta_0\right\} = 1$.

Семейство оценок $\{T_\varepsilon\}$ — равномерно состоятельное семейство оценок для θ_0 в множестве Θ, если $\sup_{\theta_0 \subset \Theta_1} P_{\theta_0}^{\varepsilon}\{|T_\varepsilon(x^{(\varepsilon)} - \theta_0| > \delta\}$ для любого $\delta > 0$.

Большинство полученных данных о состоятельности статистических оценок относятся в основном к эргодическим марковским цепям. Неэргодический случай, особенно не относящийся к неоднородным цепям Маркова, исследован недостаточно. Кроме того, сам факт наличия свойств эргодичности проверить часто весьма затруднительно. Следующие теоремы посвящены доказательству состоятельности ОМП в общем случае однородной и неоднородной зависимости наблюдений [7].

Пусть $x_1, ..., x_n$ — однородная Марковская цепь с плотностью $f(x, y, \theta)$ переходной вероятности и плотностью $P(x, \theta)$ начального распределения по некоторой σ — конечной мере μ, заданной на (X, U). В данном случае Θ — открытый интервал (возможно, бесконечный) пространства R_m, а F — некоторая σ-алгебра на Θ. Предположим, что $P(x, \theta)$ и $f(x, y, \theta)$ измеримы соответственно относительно $U \otimes F$ и $U \otimes U \otimes F$.

Можно усилить результаты по состоятельности ОМП путем следующих построений. Как уже показано выше, в случае независимых наблюдений, если множество значений параметра θ конечно, т. е. $\Theta = \{\theta_\theta, ..., \theta_N\}$, то для оценки максимального правдоподобия $\hat{\theta}_n$ справедливо выражение

$$P_{\theta_0}\{\hat{\theta}_n \neq \theta_0\} \leqslant P_{\theta_0}\left\{\max_{1\leq j\leq N} Z_n(\theta_j) \geqslant 1\right\}. \qquad (4)$$

Используя неравенство Чебышева, последнее выражение (4) оценим сверху величиной

$$E_{\theta_0}\left\{\left[\max_{1\leq j\leq N} Z_n^{1/2}(\theta_j)\right]\right\} \leqslant \\ \leqslant \left\{\int_x \max_{1\leq j\leq N} \times \left[\sqrt{f(x, \theta_j)f(x, \theta_0)}\mu(dx)\right]\right\}^n = I^n.$$

Величину I можно оценить как

$$I = \int_x x_j \sum_{j=1}^{N} \sqrt{f(x, \theta_j)f(x, \theta_0)}\,\mu(dx), \qquad (5)$$

где x_j — индикатор множества A_j ($j = 1, ..., N$), объединение которых дает все пространства x, которые определяются как

$$A_j = \left\{x \in X: \sqrt{f(x, \theta_j)f(x, \theta_0)} \leqslant \sqrt{f(x, \theta_i)f(x, \theta_0)}, \\ i = 1, ..., N;\ i \neq j\right\}.$$

Если некоторые множества A_j пересекаются, то можно добиться разбиения X на множества

$x = \bigcup_{j=1}^{N} B_j$, где $B_1 = A_1$; $B_2 = \bar{A}_1 A_2$, ..., $B_N = \bar{A}_1$, ..., $\bar{A}_{N-1} A_N$ ($\bar{A}_j$ — теоретико-множественное дополнение множества A_j).

Очевидно, что множества B_j ($j = 1, ..., N$) не пересекаются и в объединении дают x. Таким образом, при использовании B_j вместо A_j можно ограничиться законом строгого неравенства, что и предполагается в дальнейшем.

Таким образом, выражение (5) преобразуем к виду:

$$P_{\theta_0}\left\{ \bigcup_{r=n}^{\infty} \left\{ \|\hat{\theta}_r - \theta_0\| \geqslant \varepsilon \right\} \right. \leqslant$$

$$\left. \leqslant \sum_{r=n}^{\infty} \left[\int_x \sum_{j=1}^{N} x_j \sqrt{f(x, \theta_j) f(x, \theta_0)} \right]^r \right\},$$

следовательно, имеет место неравенство

$$\sum_{j=1}^{N} \left[\int_x x;\ \sqrt{f(x, \theta_j) f(x, \theta_0)}\, \mu(\mathrm{d}x) \right]^r \leqslant \sum_{j=1}^{\bar{N}} q(\theta_j),$$

т. е. более точная оценка скорости сходимости оценки $\hat{\theta}_n$.

По полученным выше оценкам скорости сходимости отношения правдоподобия $Z_n(\theta)$ можно получить и соответствующую оценку скорости сходимости обобщенной байесовской оценки дискретного параметра $\hat{\theta}_n$, задаваемой соотношением (5).

Действительно, верны следующие оценки для нормы разности $\bar{\theta}_n - \theta_0$:

$$\|\bar{\theta}_n - \theta_0\| =$$

$$= \left\| \frac{\theta_0 \pi(\theta_0) + \sum_{j=1}^{N} [\theta_j \pi(\theta_j) Z_n(\theta_j) - \theta_0 \pi(\theta_j) Z_n(\theta_j) - \theta_0 \pi(\theta_0)]}{\pi(\theta_0) + \sum_{j=1}^{N} \pi(\theta_j) Z_n(\theta_j)} \right\| \leqslant$$

$$\leqslant \frac{1}{\pi(\theta_0)} \left\| \sum_{j=1}^{N} Z_n(\theta_j) [\theta_j \pi(\theta_j) - \theta_0 \pi(\theta_j)] \right\| \leqslant$$

$$\leqslant \max_{j=1,...,N} Z_n(\theta_j) \left\| \sum_{j=1}^{N} [\theta_j \pi(\theta_j) - \theta_0 \pi(\theta_j)] \right\|.$$

Было показано, что для $\varepsilon > 0$ справедливо выражение

$$P_{\theta_0}\left\{ \max_{j=1,...,N} Z_n(\theta_j) \geqslant \varepsilon \right\} \leqslant$$

$$\leqslant \varepsilon^{-1/2} E\theta_0 \left\{ \max_{j=1,...,N} Z^{1/2}(\theta_j) \right\} = \varepsilon^{-1/2} \sum_{j=1}^{N} q^n(q_j),$$

где $0 < q(\theta_j) < 1$ ($j = 1, ..., N$).

С учетом оценки:

$$P_{\theta_0}\left\{ \max_{j=1,...,N} Z_n(\theta_j) \geqslant \varepsilon \right\} \leqslant$$

$$\leqslant \varepsilon^{-1/2} E\theta_0 \left\{ \max_{j=1,...,N} Z^{1/2}(\theta_j) \right\} =$$

$$= \left\{ \int_x \sum_{j=1}^{N} x_j \sqrt{f(x, \theta_j) f(x, \theta_0)}\, \mu(\mathrm{d}x) \right\}^n,$$

где индикаторные функции задаются выражением x_j ($j = 1, ..., N$).

Следовательно, имеем оценку вероятности:

$$P_{\theta_0}\{\|\theta_n - \theta_0\| > \delta\} \leqslant P_{\theta_0}\left\{ \left[\max_{j=1,...,N} Z_n(\theta_j) R \right] > \delta \right\},$$

где $R = \left\| \sum_{j=1}^{N} \frac{\pi(\theta_j)}{\pi(\theta_0)} [\theta_j - \theta_0] \right\|$ ($\pi(\theta_0) > 0$).

Таким образом, получим:

$$P_{\theta_0}\{\|\theta_n - \theta_0\| > \delta\} \leqslant P_{\theta_0}\left\{ \max_{j=1,...,N} Z_n(\theta_j) > \delta/R \right\},$$

что дает оценку скорости сходимости обобщенной байесовской оценки.

Рассмотренный выше способ формирования описания элементов модели позволяет решить задачу автоматизации построения иерархии моделей в данной предметной области; разработать средства автоматизации создания модели на требуемом уровне детализации; выделять и формировать набор действий (событий) каждого структурного элемента для организации управления ходом моделирования и интерпретации результатов моделирования, а также представлять эти результаты в требуемой форме [3].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Зародов А. Ф.** Представление иерархии моделей при проектировании систем / Сб. тр. "Аэрокосмические технологии". М.: МГТУ, 2003. 125 с.
2. **Солодовников И. В., Зародов А. Ф.** Использование методов имитационного моделирования в исследовании экологических систем / Сб. тр. "Новые информационные технологии". М.: МИЭМ, 2001. С. 21—27.
3. **Болнокин В. Е., Хо Д. Лок.** Адаптивное управление на базе нечетких регуляторов и нейросетевой технологии. Воронеж: Научная книга, 2012. 280 с.
4. **Минский М.** Фреймы для представления знаний. М.: Энергия, 1979. 151 с.
5. **Киндлер Е.** Языки моделирования. М.: Энергоатомиздат, 1985. 288 с.
6. **Месарович М., Мако Д., Такахара И.** Теория иерархических многоуровневых систем. М.: Мир, 1973. 344 с.
7. **Микро-** и наноинженерия в электронном машиностроении: Сер. монографий. Н. Н. Балан, В. А. Васин, Е. Н. Ивашов и др. Наноинженерия фуллеренов и трубок. Ивантеевка М.о.: Изд-во НИИ предельных технологий, 2012. 197 с.

УДК 621.833.6

М. Н. КАРАКУЛОВ, д-р техн. наук (Ижевский ГТУ), e-mail: tmm@vfistu.ru

Распределение сил в многопарном плунжерном зацеплении

Исследуется распределение сил в многопарном плунжерном зацеплении на основании теоремы Бетти с учетом деформации элементов зацепления.

Ключевые слова: плунжерное зацепление, двупарный контакт, деформация, сила.

The distribution offerees in multi-pair plunger gear basing on Betti's theorem taking into account the deformation of gear elements is investigated.

Keywords: plunger gear, two-pair contact, deformation, force.

Результаты теоретических и экспериментальных исследований [1—3] показали возможность получения в плунжерной передаче многопарного контакта, что позволяет решить задачу распределения сил в n-парном зацеплении. Изначально число плунжеров, участвующих в контакте, неизвестно, так как оно зависит и от геометрии зацепления, и от величины деформации, определяемой нагрузкой на передачу. В передаче с одинаковой геометрией контактирующих поверхностей можно получить разную парность контакта в зависимости от крутящего момента на выходном валу.

В качестве примера на рис. 1, *а* и *б* приведены соответственно схемы однопарного и двупарного контакта в плунжерной передаче. Введем обозначения: $N_{\nu,n}$ — нормальная сила, приложенная к ν-му плунжеру в n-парном зацеплении; $\Delta_{\nu,n}$ — деформация отдельного плунжера под действием силы $N_{\nu,n}$; $\alpha_{y\nu}(\varphi)$ — угол зацепления в точке контакта плунжера с зубом колеса. Рассматриваемый плунжер контактирует с зубом колеса в точке c, расположенной на боковой рабочей поверхности плунжера под углом $\psi_c = \psi_c(\varphi_c)$ к оси его симметрии (φ_c — угол поворота волнообразователя передачи, при котором зуб колеса входит в контакт с плунжером). Если в целях упрощения пренебречь деформациями зубьев колеса, то точка контакта сместится в окружном направлении на расстояние $S_{Tfc}(\psi_c)$, равное деформации $\Delta_{1,n}$ плунжера под действием силы $N_{1,n}$. В этом случае зазор между следующим плунжером и зубом колеса составит $\Delta_{Tfc2,n} = \Delta_{S2,n}(\psi_c - \psi_п) - \Delta_{1,n}$, где $\Delta_{S\nu,n}$ — зазор без учета деформаций элементов зацепления; $\psi_п = 4\gamma/z_n$ — угол, определяющий расстояние между соседними плунжерами (γ — угол, отсчитываемый от оси симметрии плунжера и определяющий угловой размер боковой рабочей поверхности плунжера; z_n — число плунжеров в передаче). При $\Delta_{Tfc2,n} < 0$ зацепление переходит в фазу двупарного контакта, что вызывает появление силы $N_{2,n}$ и деформацию следующего плунжера на величину $\Delta_{2,n} = S_{Tfc}(\psi_c - \psi_п)$, и так до получения n-парного контакта.

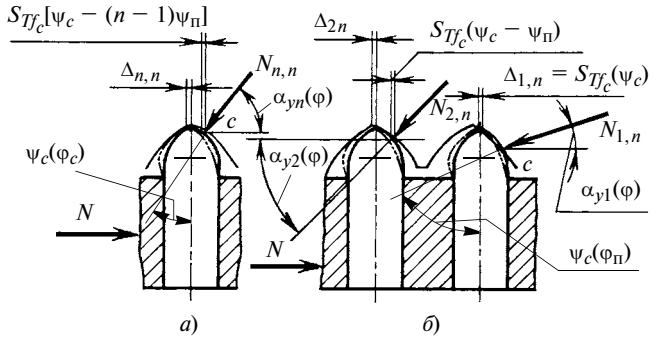


Рис. 1. Распределение сил в *n*-парном плунжерном зацеплении

На рис. 2 и 3 схематично показан плунжер, находящийся под действием сил, приложенных к нему со стороны соответственно однопарного и двупарного зацеплений. Прикладываемый к ведомому валу передачи постоянный по величине крутящий момент $T_{кр2}$ вызывает возникновение уравновешивающей окружной силы N. В зависимости от положения плунжера на него со стороны зуба колеса будет действовать нормальная сила $N_{\nu,n}$, уравновешивающая силу N. Для упрощения расчетов силу N можно принять постоянной и определить из выражения: $N = 2T_{кр2}/(mz_к k_2)$, где m — модуль зацепления, $z_к$ — число зубьев колеса, k_2 — число зон зацепления. В зависимости от положения плунжера сила N вызывает его деформацию $\Delta_{\nu,n} = S_{Tfc}(\psi)_{\nu,n}$.

Если рассматривать пару плунжеров с угловым шагом $\alpha_п(\psi_п)$ между ними, то можно выделить два состояния контакта зуба колеса и плунжера при однопарном зацеплении (см. рис. 2, *а*, *б*) и двупарном зацеплении (см. рис. 3). Согласно теореме Бетти [4] можно записать:

$$\begin{cases} N_{1,1}\cos\alpha_{y1}\Delta_{1,2} = N_{1,2}\cos\alpha_{y1}\Delta_{1,1}; \\ N_{2,1}\cos\alpha_{y2}\Delta_{2,2} = N_{2,2}\cos\alpha_{y2}\Delta_{2,1}. \end{cases} \quad (1)$$

Наибольшее влияние на положение точки контакта зуба колеса и плунжера оказывает деформация плунжера, которая является суммой деформаций плунжера под действием изгиба, контактных деформаций в зацеплении, в паре плунжер—сепаратор и т. д. Поэтому, если в целях упрощения пренебречь деформациями зубьев колеса, можно считать, что в двупарном зацеплении $\Delta_{1,2} = \Delta_{2,2}$.

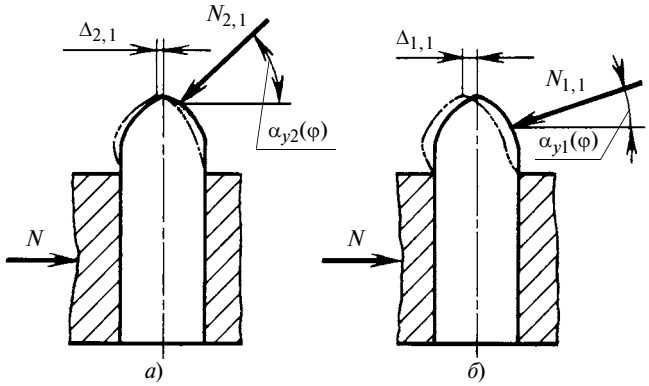


Рис. 2. Распределение сил в зацеплении плунжерной передачи

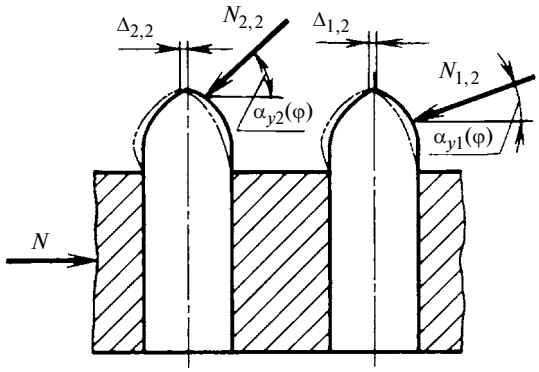


Рис. 3. Двупарный контакт в плунжерном зацеплении

С другой стороны, в однопарном зацеплении $N_{1,1}\cos\alpha_{y1} = N_{2,1}\cos\alpha_{y2} = N$. Учитывая сказанное, выражения (1) можно записать в виде:

$$N_{1,2}\cos\alpha_{y1}/(N_{2,2}\cos\alpha_{y2}) = \Delta_{2,1}/\Delta_{1,1}.$$

Аналогично для n-парного контакта можно получить связь между деформациями плунжеров, участвующих в зацеплении, которая определяется выражением:

$$\frac{N_{\nu,n}\cos\alpha_{y,\nu}}{N_{\nu+1,n}\cos\alpha_{y,\nu+1}} = \frac{\Delta_{\nu+1,1}}{\Delta_{\nu,1}} \text{ при } \nu = 1, \ldots, (n-1).$$

Учитывая, что нормальные силы в зацеплении уравновешиваются крутящим моментом, приложенным к выходному валу, уравнения распределения сил в зацеплении можно представить в виде системы из n уравнений:

$$\begin{cases} \sum\limits_{\nu=1}^{n} [N_{\nu,n}(\varphi)\cos\alpha_{y\nu}(\varphi-(\nu-1)\alpha_{\text{п}})] = N; \\ \dfrac{N_{\nu,n}\cos\alpha_{y\nu}}{N_{\nu+1,n}\cos\alpha_{y(\nu+1)}} = \dfrac{\Delta_{\nu+1,1}}{\Delta_{\nu,1}} = \\ = \dfrac{S_{Tfc}(\psi(\varphi)-(\nu-1)\psi_{\text{п}}(\alpha_{\text{п}}))}{S_{Tfc}(\psi(\varphi)-\nu\psi_{\text{п}}(\alpha_{\text{п}}))}, \end{cases} \quad (2)$$

где первое уравнение связывает нормальные силы в зацеплении с крутящим моментом на выходном валу, остальные $(n-1)$ уравнений связывают деформации плунжеров.

Учитывая, что распределение сил в зацеплении зависит от распределения зазоров в ненагруженной передаче, в общем случае парность контакта и распределение сил в плунжерном зацеплении рекомендуется определять в такой последовательности:

1) определяем деформацию плунжера в условиях однопарного контакта $\Delta_1 = \Delta_{1,1} = S_{Tfc}(\psi_c)$;

2) определяем зазор между зубом колеса и следующим плунжером с учетом деформаций в зацеплении $\Delta_{Tfc2,1} = \Delta_{S2,1}(\psi_c - \psi_{\text{п}}) - \Delta_1$;

3) при $\Delta_{Tfc2,1} > 0$ принимаем парность контакта $n = 1$, распределение сил в зацеплении определяем по уравнению $N_{1,1}(\varphi) = N/\cos\alpha_{y1}(\varphi)$;

4) при $\Delta_{Tfc2,1} < 0$ принимаем $n = 2$, распределение сил в зацеплении определяем по уравнениям (2), т. е.

$$\begin{cases} N_{1,2}(\varphi)\cos\alpha_{y1}(\varphi) + N_{2,2}(\varphi)\cos\alpha_{y2}(\varphi-\alpha_{\text{п}}) = N, \\ \dfrac{S_{Tfc}(\psi(\varphi))}{S_{Tfc}(\psi(\varphi)-\psi_{\text{п}}(\alpha_{\text{п}}))} = \dfrac{N_{2,2}(\varphi)\cos\alpha_{y2}(\varphi-\alpha_{\text{п}})}{N_{1,2}(\varphi)\cos\alpha_{y1}(\varphi)}; \end{cases} \quad (3)$$

5) определяем деформации плунжеров при $n = 2$ по уравнению $\Delta_2 = \Delta_{2,2} = \Delta_{1,1}(N_{1,2}(\varphi_c))$;

6) определяем зазор между зубом колеса и следующим плунжером по уравнению $\Delta_{Tfc3,1} = \Delta_{S3,1}(\psi_c - 2\psi_{\text{п}}) - \Delta_2$;

7) при $\Delta_{Tfc3,1} > 0$ принимаем парность контакта $n = 2$, распределение сил в зацеплении определяем по зависимостям $N_{1,2}(\varphi)$ и $N_{2,2}(\varphi)$;

8) при $\Delta_{Tfc3,1} < 0$ принимаем парность $n = 3$, распределение сил в зацеплении определяем по уравнениям:

$$\begin{cases} N_{1,3}(\varphi)\cos\alpha_{y1}(\varphi) + N_{2,3}(\varphi)\cos\alpha_{y2}(\varphi-\alpha_{\text{п}}) + \\ + N_{3,3}(\varphi)\cos\alpha_{y2}(\varphi-2\alpha_{\text{п}}) = N; \\ \dfrac{S_{Tfc}(\psi(\varphi))}{S_{Tfc}(\psi(\varphi)-\psi_{\text{п}}(\alpha_{\text{п}}))} = \dfrac{N_{2,3}(\varphi)\cos\alpha_{y2}\cos\alpha_{y2}(\varphi-\alpha_{\text{п}})}{N_{1,3}(\varphi)\cos\alpha_{y1}(\varphi)}; \\ \dfrac{S_{Tfc}(\psi(\varphi)-\psi_{\text{п}}(\alpha_{\text{п}}))}{S_{Tfc}(\psi(\varphi)-2\psi_{\text{п}}(\alpha_{\text{п}}))} = \\ = \dfrac{N_{3,3}(\varphi)\cos\alpha_{y3}\cos\alpha_{y2}(\varphi-2\alpha_{\text{п}})}{N_{2,3}(\varphi)\cos\alpha_{y2}\cos\alpha_{y2}(\varphi-\alpha_{\text{п}})} \end{cases}$$

и т. д.

Отметим, что при прочностных расчетах элементов плунжерного зацепления наиболее нагруженным будет контакт в момент пересопряжения, соответствующий $(n-1)$-парному зацеплению.

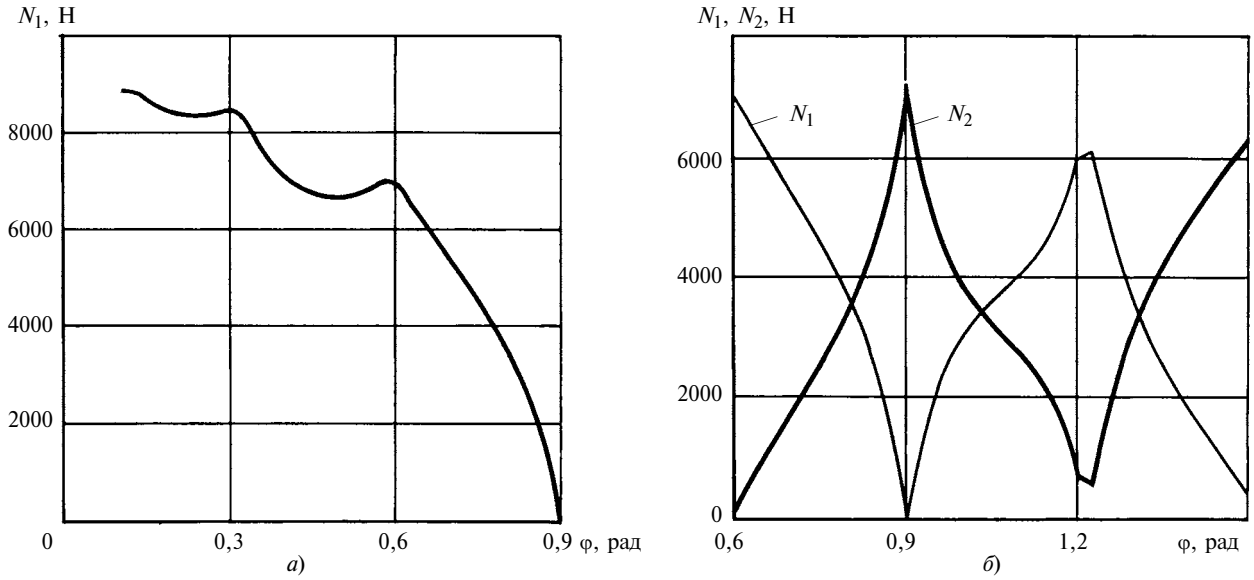


Рис. 4. Изменение нормальной силы $N = N_{1,2}$ (*а*) и сил $N_{1,2}$ и $N_{2,2}$ (*б*) в двупарном зацеплении редуктора ПВР-2

По предлагаемому алгоритму было определено распределение сил в двупарном зацеплении редуктора ПВР-2.

Силы $N_{1,2}$ и $N_{2,2}$ на протяжении всего двупарного зацепления в зависимости от угла φ поворота волнообразователя определяли по уравнениям (3). Силу, действующую на рассматриваемый плунжер, определяли по уравнению

$$N_{1,2}(\varphi) = \frac{2T_{\text{кр}2}}{mz_{\text{к}}k_2\cos\alpha_{y1}(\varphi)\left(1+\dfrac{S_{Tfc}(\psi(\varphi))}{S_{Tfc}(\psi(\varphi)-\psi_{\text{п}}(\alpha_{\text{п}}))}\right)}, \quad (4)$$

на плунжер, следующий за ним, — по уравнению

$$N_{2,2}(\varphi) = N_{1,2}(\varphi)\frac{S_{Tfc}(\psi(\varphi))}{S_{Tfc}(\psi(\varphi)-\psi_{\text{п}}(\alpha_{\text{п}}))}\,\frac{\cos\alpha_{y1}(\varphi)}{\cos\alpha_{y2}(\varphi-\alpha_{\text{п}})}. \quad (5)$$

Результаты расчета силы $N_{1,2}(\varphi) = N_1(\varphi)$ по формуле (4) для редуктора ПВР-2 при $T_{\text{кр}2} = 1000$ Н · м приведены на рис. 4, *а*, а на рис. 4, *б* показано совместное изменение сил $N_{1,2}(\varphi) = N_1(\varphi)$ и $N_{2,2}(\varphi) = N_2(\varphi)$ в двупарном контакте, определяемых по формулам (4) и (5).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Калабин С. Ф.** Коэффициент перекрытия плунжерной передачи // Механические передачи. Ижевск: ИМИ, 1977. С. 16—19.
2. **Каракулов М. Н.** Исследование зацепления плунжерной передачи // Вестник машиностроения. 2008. № 11. С. 12—14.
3. **Каракулов М. Н.** Геометро-кинематическое исследование плунжерной передачи с круговым профилем плунжера // Вестник ИжГТУ. 2009. № 1. С. 15—17.
4. **Справочник** по сопротивлению материалов / Г. С. Писаренко, А. П. Яковлев, В. В. Матвеев. Киев: Научная мысль, 1988. 327 с.

УДК 622.24.063

Ю. Е. КИЧКАРЬ, И. Ю. КИЧКАРЬ, кандидаты технических наук (Кубанский ГТУ, г. Краснодар),
e-mail: kichkar@ya.ru

Определение параметров колебаний вибромашин

Рассматриваются измерение колебаний вибромашин, обработка данных и оценка погрешности измерения.

Ключевые слова: вибромашина, измерение, обработка данных, погрешность.

The measurement of vibrations of vibration machines, data processing and assessment of measurement errors are considered.

Keywords: vibration machine, measurement, data processing, error.

В настоящее время параметры колебаний вибромашин контролируют графическим способом [1] или визуально [2]. Эти способы дают погрешность более 10 %, что не позволяет проводить серьезные научные исследования. Достаточно точное инструментальное измерение параметров виброколебаний можно получить измерением линейных виброускорений [3] с помощью, например, интегрального двухосевого акселерометра ADXL210 фирмы

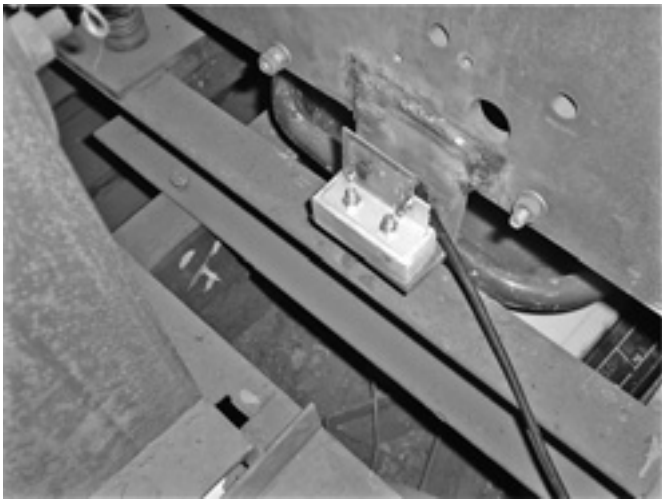


Рис. 1. Плата двухосевого акселерометра, установленная на виброраме

Analog Devices с пределом преобразования $\pm 10g$. Микросхема ADXL210 с необходимыми внешними компонентами смонтирована на печатной плате с металлизированными отверстиями. Крепление микросхемы к плате выдерживает виброускорение не менее $50g$. Для проведения измерений плату акселерометра закрепляли на специальной площадке, жестко прикрепленной к боковине рамы вибросита (рис. 1) и соединенной гибким кабелем через LPT-порт с платой L-761, встроенной в ПЭВМ. Плата фирмы ЗАО "Л-КАРД" представляет собой 14-разрядный 16-канальный аналогово-цифровой преобразователь (АЦП) с соответствующим программным обеспечением.

Параметры установившихся колебаний вибросита в виде файла данных горизонтальных и вертикальных виброускорений записывали в ПЭВМ. Время записи файла — 10 с, частота квантования по времени каждого канала — 5 кГц. Предварительная обработка файла данных виброускорений заключалась в пересчете номеров отсчетов виброускорений в текущее время, а затем в пересчете значений отсчетов в значения виброускорений. Фрагменты измеренных виброускорений по горизонтальной (a_x) и вертикальной (a_y) осям в дискретных единицах приведены на рис. 2 (t — время, с). Видно, что на низкочастотные гармонические колебания виброрамы накладываются высокочастотные виброускорения, вызванные ударами пружин подвески виброрамы о центрирующие стаканы. Данные виброускорений обрабатывали с помощью дискретного преобразования Фурье, которое обладает хорошими фильтрующими свойствами [4], что позволило исключить предварительную фильтрацию сигналов виброускорений. При этом учитывали то, что угловая частота $\omega_р$ виброколебаний рамы точно равна угловой скорости асинхронных электродвигателей дисбалансных возбудителей. Эта частота находится в известном и довольно узком диапазоне частот и сверху ограничена синхронной угловой скоростью $\omega_0 = 157$ с$^{-1}$ асинхронного электродвигателя с двумя парами полюсов. Снизу частота $\omega_р$ ограничена номинальной угловой скоростью:

$$\omega_{ном} = \omega_0(1 - s_{ном}),$$

где $s_{ном} = 0{,}056$ — номинальное скольжение, равное 144 с$^{-1}$.

Столь узкий частотный диапазон анализа позволяет без применения спектральных окон получить

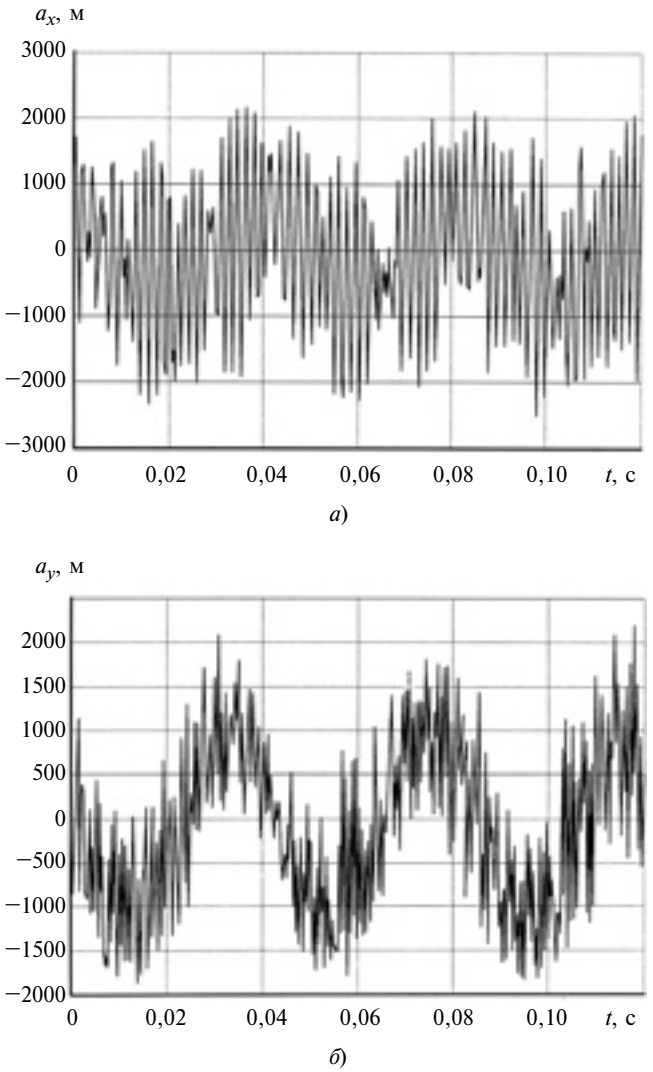


Рис. 2. Фрагменты измерений виброускорений рамы вибросита по горизонтальной (*а*) и вертикальной (*б*) осям

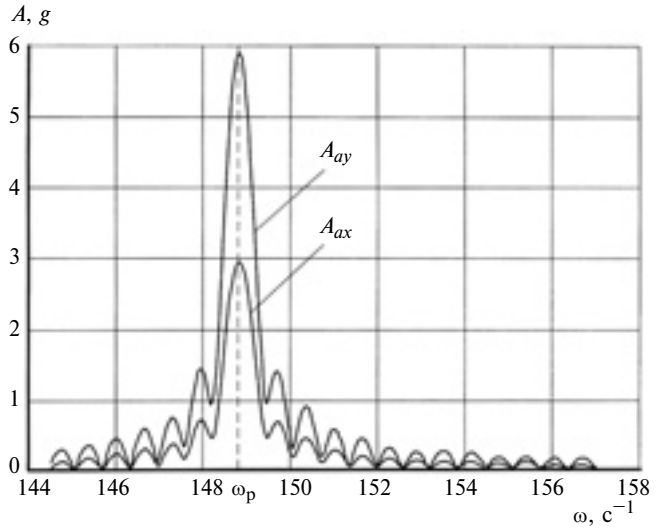


Рис. 3. Амплитудные спектры горизонтального a_x и вертикального a_y виброускорений

спектральные функции горизонтальных и вертикальных виброускорений $a_x(t)$, $a_y(t)$:

$$\left.\begin{aligned}
&\dot{S}_x(\omega_m) = \\
&= \frac{2}{n}\sum_{i=1}^{i=n} a_x(i\Delta t)\sin[(\omega_{\text{ном}} + (m-1)\Delta\omega)i\Delta t] + \ldots \\
&+ j\frac{2}{n}\sum_{i=1}^{i=n} a_x(i\Delta t)\cos[(\omega_{\text{ном}} + (m-1)\Delta\omega)i\Delta t]; \\
&\dot{S}_y(\omega_m) = \\
&= \frac{2}{n}\sum_{i=1}^{i=n} a_y(i\Delta t)\sin[(\omega_{\text{ном}} + (m-1)\Delta\omega)i\Delta t] + \ldots \\
&+ j\frac{2}{n}\sum_{i=1}^{i=n} a_y(i\Delta t)\cos[(\omega_{\text{ном}} + (m-1)\Delta\omega)i\Delta t].
\end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Модули спектральных функций (1), которые называют амплитудными спектрами, имеют глобальные максимумы, равные амплитудам соответствующих виброускорений, а частота, на которой они достигаются, равна рабочей частоте $\omega_р$ вибросита. Значения фаз спектральных функций (1) при $\omega_р$ являются сдвигами фаз соответствующих виброускорений относительно времени начала записи файла данных.

Файл данных реализаций вертикальных и горизонтальных виброускорений рамы вибросита, фрагменты которых приведены на рис. 2, записан с шагом по времени $\Delta t = 0{,}0002$ с на интервале 10 с, откуда $n = 50\,000$. Обработка этого файла преобразованием Фурье (1) с шагом $\Delta\omega = 0{,}05$ c^{-1} дала амплитудные спектры, приведенные на рис. 3. Совпадение частот, соответствующих глобальным максимумам амплитудных спектров вертикальных и горизонтальных виброускорений на рис. 3, подтверждает точность обработки файла данных и дает рабочую частоту вибросита $\omega_р = 148{,}8$ c^{-1}. Видно, что амплитуда горизонтального ускорения $A_{ax} = 2{,}9g$, а вертикального $A_{ay} = 5{,}9g$. При $\omega_р = 148{,}8$ c^{-1} фазы спектральных функций (1) — $\varphi_x = 2{,}18$ и $\varphi_y = 3{,}22$, следовательно, сдвиг по фазе между вертикальным и горизонтальным виброускорениями составил $\varphi_{yx} = 1{,}04$. Очевидно, что виброускорения можно записать в виде:

$$a_x = 2{,}9g\sin 148{,}8t;$$

$$a_y = 5{,}9g\sin(148{,}8t + 1{,}04);$$

$$a_x = A_{ax}\sin 148{,}8t;$$

$$a_y = A_{ay}\sin(148{,}8t + 1{,}04).$$

Дважды проинтегрировав выражения (1) и исключив одинаковые сдвиги по фазе, получим выражения для виброколебаний

$$x(t) = (A_{ax}/\omega_р^2)\sin(\omega_р t);$$

$$y(t) = (A_{ay}/\omega_р^2)\sin(\omega_р t + \varphi_{yx}),$$

из которых следуют конкретные формулы для определения колебаний вибросита:

$$a_x = 1{,}3 \cdot 10^{-3}\sin(148{,}8t);$$

$$a_y = 2{,}7 \cdot 10^{-3}\sin(148{,}8t + 1{,}04).$$

Инструментальное измерение параметров колебаний вибромашин дает погрешность, которую составляют допустимая приведенная погрешность акселерометра ADXL210, равная ±1 %, и допустимая погрешность АЦП L-761 порядка ±0,05 % или ±4 единицы дискретности. Это дает возможность оценки математической модели, приведенной в работе [5], с колебаниями реальной вибромашины.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Кушнаренко Н. А., Мищенко В. И., Резниченко И. Н.** Контроль работы вибросит ВС-1 // Нефтяное хозяйство. 1987. № 1. С. 69, 70.
2. **Кичкарь И. Ю.** Определение формы и амплитуды колебаний вибросит в полевых условиях // Строительство нефтяных и газовых скважин на суше и на море. 2005. № 5. С. 14, 15.
3. **Вибрации** в технике: Справочник. В 6 т. / Председатель В. Н. Челомей. Т. 5. Измерения и испытания / Под ред. М. Д. Генкина. М.: Машиностроение, 1981. 351 с.
4. **Смит С.** Цифровая обработка сигналов. Практическое руководство для инженеров и научных работников. М.: Додека-XXI, 2008. 720 с.
5. **Кичкарь Ю. Е., Кичкарь И. Ю.** Моделирование работы бурового вибросита // Вестник машиностроения. 2012. № 11. С. 30—33.

УДК 620.169.1:621

Г. М. СОРОКИН, д-р техн. наук, член-кор. РИА (РГУ нефти и газа им. И. М. Губкина), e-mail: sorokinge@gmail.com

Перспективы повышения долговечности машин

Проанализированы причины массовой аварийности оборудования в разных отраслях машиностроения. Сделано предположение, что уменьшение ресурса безаварийной работы машин связано с низкими механическими свойствами конструкционных сталей.

Ключевые слова: сталь, износостойкость, долговечность, механические свойства, аварийность, критерий.

The reasons of mass accident rate of equipment in different fields of mechanical engineering are analyzed. The assumption, that decrease of trouble-free operation resource of machines is related to low mechanical properties of structural steels, is made.

Keywords: steel, wear resistance, durability, mechanical properties, accident rate, criterion.

Повышение долговечности выпускаемого оборудования, работающего в различных условиях и средах, в настоящее время из очередного профилактического производственно-технологического мероприятия или средства увеличения срока его службы переросло в трудно решаемую проблему. Актуальность проблемы стала очевидной ввиду массовой аварийности машин практически во всех отраслях промышленности. Она назревала многие годы, не привлекая внимания машиностроителей, металловедов, прочнистов и трибологов, так как к машинам, изготовленным из сталей, не применяли понятия старения и усталости. Безаварийным ресурсом работы машин считалось время. Отказы машин по причине изнашивания и усталости металла не рассматривались [1, 2].

За время, прошедшее с публикации закона Гука (1660 г.), были изучены сложные процессы, происходящие в сталях, определены их уникальные свойства. Многие годы машиностроительные предприятия довольствовались механическими характеристиками сталей, достаточно обстоятельно изученными металловедами. Однако развитие общества требовало увеличения выпуска продукции и повышения технических характеристик оборудования. Такая тенденция привела к сокращению сроков безаварийной работы машин. В связи с этим возникла необходимость в разработке новых, более качественных конструкционных материалов. Успешное решение этой проблемы позволит машиностроителям снизить аварийность оборудования, особенно работающего в контакте с абразивными материалами.

Обновление ранее созданного, но устаревшего оборудования заключалось в основном в улучшении конструкции, а необходимый запас прочности исполнительных звеньев машин достигался увеличением площади опасных сечений, т. е. увеличением металлоемкости изделий, а следовательно, их массы. Но в некоторых отраслях промышленности такой путь повышения качества оборудования невозможен, например в авиастроении. Безаварийную эксплуатацию оборудования можно обеспечить созданием новых высокопрочных сталей с более высокими механическими свойствами, многократно превышающими свойства серийно выпускаемых сталей.

Однако существенное повышение механических свойств сталей оказалось чрезвычайно сложной проблемой. Металловедам не удавалось значительно повысить механические свойства сталей в течение почти 100 лет. Работы велись, однако механические свойства новых сталей мало отличались от свойств уже известных сталей; тем не менее, их включали в действующий марочник. Этим объясняется нецелесообразность увеличения числа типовых групп сталей в марочнике, которые приведены ниже:

Группы сталей	Число марок
Стали конструкционные углеродистые общего назначения	14
Стали конструкционные углеродистые качественные	27
Стали конструкционные низколегированные для сварных соединений	21
Стали конструкционные легированные	72
Стали конструкционные теплостойкие	7
Стали конструкционные подшипниковые	3
Стали конструкционные рессорно-пружинные	16
Стали инструментальные	52
Стали и сплавы коррозионностойкие, жаростойкие, жаропрочные, износостойкие	53
Стали для отливок	41

Приведенные данные показывают, что марочники формировались за счет введения новых, хотя и не лучших, чем имеющиеся, марок сталей. Это диктовалось, по-видимому, тем, что машиностроение настоятельно нуждалось в сталях с более высокими механическими свойствами, получить которые было очень трудно. Поэтому пользовались достигнутым, учитывая при этом стоимость новых сталей, которым предпочитали более дешевые выпускаемые стали.

В связи с этим возникают следующие вопросы: почему при создании новых сталей с производства не снимаются имеющие-

ся с худшими свойствами; почему существует такой большой перечень марок сталей, в которых машиностроение уже не нуждается; почему продолжают выпускать более 40 марок углеродистых и более 70 марок низколегированных сталей с низкой прочностью. Такие "почему" можно отнести ко всем приведенным группам сталей.

Большое число сталей, внесенных в марочник, можно объяснить их применением практически во всех отраслях машиностроения: станко- и тракторостроении, тепловозо- и автомобилестроении, авиастроении и др. Но в марочнике много сталей, которые уже давно не применяются. При анализе безусловно будут выявлены стали-ветераны, применяемые уже в течение 40÷50 лет, например 45, 40Х, 40ХН, 50ХФ, 30ХМА и др.

Марочник сталей начал формироваться в конце XIX столетия по мере развития металловедческих исследований в России и, особенно в Германии, Англии, Америке, Японии, такими учеными, как Чижевский, Тейлор, Гадфильд, Шлезингер, Мюшег, Гийэ, Хонда, Муракама и др. Впервые довольно обстоятельное обобщение результатов исследований сделал проф. Н. А. Бартельс в 1935 г. [3]. Дальнейшее формирование марочника базировалось, видимо, на основании этой работы. В учебнике Г. А. Кащенко [2] дано описание многих марок сталей (40Х, 40ХН, 40ХНМА, 37ХН3А, 40ХГМ, 38ХМЮН и др.), применявшихся в то время в различных отраслях машиностроения.

К этому времени стали разрабатываться новые так называемые легированные стали с улучшенными свойствами; определились и основные легирующие элементы: Cr, Ni, Mn, Si, W, Mo, V, Co, Ti, Zn, B и др. В этот начальный период освоения легирования металловеды стремились проверить эффективность легирующих элементов при получении сталей с улучшенными свойствами. Этим можно объяснить и появление множества близких по свойствам сталей, но с одним-двумя легирующими элементами: хромистые, марганцовистые, хромо-никелевые и др. Массово создаваемые новые легированные стали включались в справочники. Особенно увеличились группы конструкционных (72), инструментальных (52), коррозионностойких (53) сталей и сталей для отливок (41). Именно они больше всего применяются в производстве оборудования, работающего в сложных условиях. При создании новых легированных сталей учитывалась и их стоимость: появилось много сталей, близких по свойствам, но с разной стоимостью.

Стало очевидным, что в марочник входит много сталей, дублирующих друг друга по механическим свойствам. Следовательно, необходимо исключить стали, не имеющие существенных преимуществ. На это еще в 1949 г. обратил внимание известный ученый и педагог металловед Г. А. Кащенко, который писал: "Несмотря на разнообразие химического состава большинство современных марок сталей при испытании их на растяжение, обладают весьма близкими характеристиками прочности".

Следует признать, что сокращение марочника путем исключения низкопрочных сталей — работа чрезвычайно сложная. Потребуется широкий анализ разных отраслей машиностроения, чтобы составить общий перечень применяемых сталей и при этом выявить стали, не используемые на производстве. Кроме того, машиностроительные предприятия должны принять решения, основываясь на результатах определения прочностных характеристик всех групп сталей, на что потребуются дополнительные средства и людские резервы. Еще труднее заводским конструкторам выполнить требование не применять в серийном производстве низкопрочные стали, многие из которых предусмотрены в технологических циклах предприятий. Замена низкопрочных сталей — сложный путь, требующий длительной работы больших производственных коллективов. При этом не стоит ожидать, что конечные результаты позволят выявить стали со значительным или многократным повышением механических свойств. Дело в том, что таких сталей в существующих марочниках нет. В лучшем случае по итогам этой работы можно ожидать некоторого экономического эффекта вследствие уменьшения объемов работы в металлургическом производстве.

Так каким же путем развивать методику легирования сталей, чтобы получить высокие механические свойства новых сталей на современном уровне?

Автор предлагает использовать для оценки механических свойств сталей критерий $\sigma_{в}\psi + HV$, устанавливающий функциональную связь между суммарным содержанием легирующих элементов в стали и ее прочностными свойствами. В современный марочник [4] включены несколько давно используемых марок сталей, суммарное содержание легирующих элементов в которых значительно выше традиционно принятого в практике легирования: сталь Р18 — содержит 18 % W; сталь Х12 — 13 % Cr; сталь 110Г13Л — 15 % Mn; сталь ХН35ВТЮ — 16 % Cr, 37 % Ni, 3,5 % W и 3,2 % Ti. Механические свойства этих сталей существенно различаются: чем больше легирующих элементов, тем выше ее механические свойства. Но таких сталей мало, создавались они эпизодически и в разное время.

В то же время в марочник [4] входят новые стали, созданные именно увеличением числа легирующих элементов. Правильность такого пути подтверждает многолетняя практика легирования сталей. Судя по опыту создания сталей 20ХН, 20ХН3А, 20ХГН41 и др., незначительное

увеличение легирующих элементов в стали не дает существенного повышения ее механических свойств, а сталей с большим содержанием легирующих элементов создано мало. Основной причиной этого является то, что данный принцип не принимается как новый метод более эффективного легирования сталей. Несмотря на это, анализируя созданные за прошедшие годы марки сталей, можно проследить влияние такого легирования на механические свойства сталей.

Экспериментальные исследования убедительно подтверждают функциональную связь между суммарным содержанием легирующих элементов (Σл.э) в сталях и критерием $\sigma_в\psi + HV$ или износостойкостью. Даже при небольшой разности суммы легирующих элементов в сталях предлагаемый критерий имеет существенное преимущество. На рис. 1 приведены зависимости *1* и *2* критерия $\sigma_в\psi + HV$ от Σл.э для групп сталей перлитного класса. Зависимость *1* показывает, что для этой группы сталей даже при меньшем Σл.э критерий $\sigma_в\psi + HV$ имеет преимущество. Зависимость *2* соответствует сталям, содержание легирующих элементов в которых значительно больше по сравнению с другими компонентами, как, например, в быстрорежущей стали Р18 и стали Х12М. Эта тенденция сохраняется и для большой группы сталей с улучшенными механическими свойствами (рис. 2).

Металловедческие исследования с целью получения сталей с улучшенными механическими свойствами проводились преимущественно в 1950—1980 гг.

Трудно объяснить, что заставляло металловедов ограничивать число легирующих элементов, хотя известно, что более высокое содержание даже одного легирующего элемента может обеспечить существенный рост критерия, характеризующего механические свойства стали. Видимо, металловеды считали стали Р9, Р18, Х12М по их механическим свойствам исключением из нормы традиционных методов легирования, и никто не решался повторить в своей практике такой способ создания новой стали.

Суммарное содержание легирующих элементов влияет и на износостойкость. Для сравнения на рис. 3 и 4 показано влияние на износостойкость соответственно Σл.э и критерия $\sigma_в\psi + HV$.

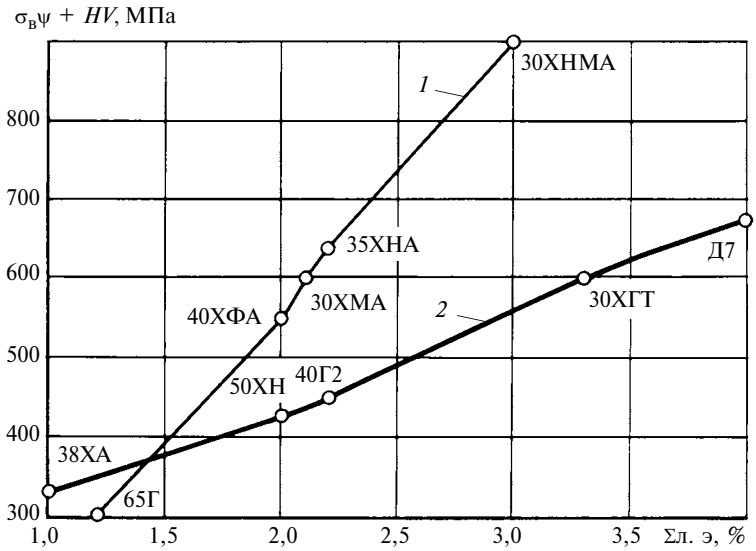


Рис. 1. Зависимости критерия $\sigma_в\psi + HV$ от суммарного Σл.э содержания легирующих элементов в сталях

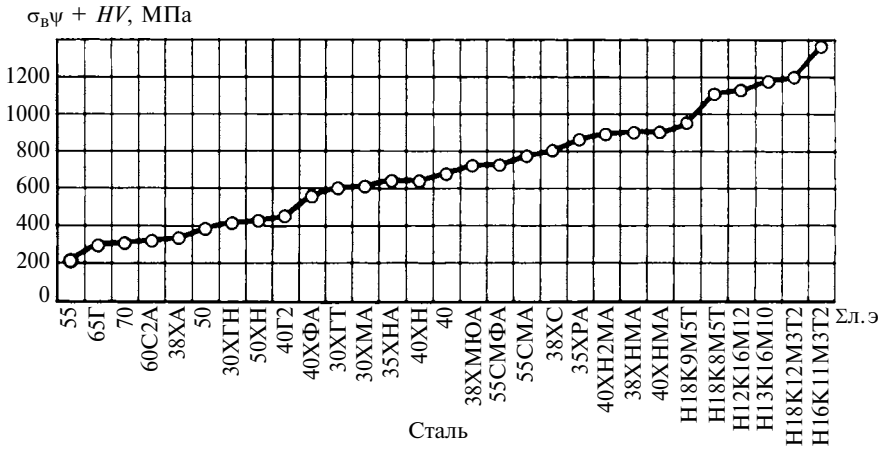


Рис. 2. Зависимость критерия $\sigma_в\psi + HV$ от суммарного Σл.э содержания легирующих элементов для нецементуемых сталей

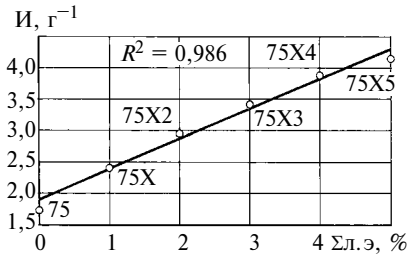


Рис. 3. Зависимость износостойкости И сталей от суммарного Σл.э содержания легирующих элементов

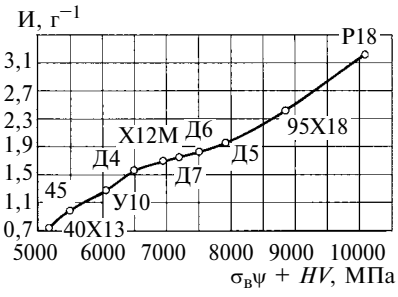


Рис. 4. Зависимость износостойкости И высокопрочных сталей от критерия $\sigma_в\psi + HV$

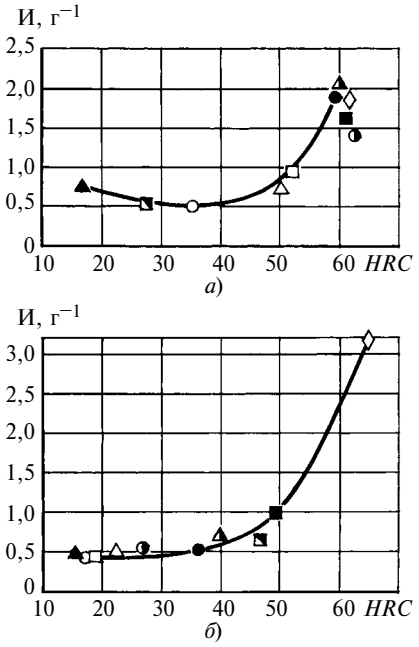


Рис. 5. Зависимости износостойкости И от твердости *HRC* закаленных сталей при температуре отпуска 100 (*а*) и 600 °С (*б*): ◑ — У10; ■ — Х12М; ◇ — Р18; ◭ — 95Х18; ● — Д7; □ — сталь 45; △ — 40Х; ○ — сталь 20; ◪ — Н18К9М5Т; ▲ — 110Г13Л

Установлено, что влияние суммы легирующих элементов на свойства сталей зависит от условий их выплавки. Видимо, не все химические элементы в равной мере влияют на свойства сталей. В частности, в стали 110Г13Л содержится ≈13 % Mn, но по износостойкости она стоит на самом низком уровне, как и мартенситно-стареющая сталь Н18К9М51 при низком отпуске 100 °С (рис. 5), тогда как сталь Р18 даже при отпуске 600 °С сохраняет свои высокие свойства. Видимо определенное влияние оказывает и теплостойкость, т. е. температура плавления: W — 3380 °С, Mn — 1245 °С. Эти данные позволяют считать, что улучшение сталей путем увеличением суммы легирующих элементов имеет свои особенности, подтверждая чрезвычайную сложность создания новых сталей.

Рассмотренное направление в методах легирования сталей заслуживает серьезного внимания, несмотря на то что известны убедительные примеры создания сталей с более высокими механическими свойствами. Следует особо подчеркнуть научную и прикладную значимость такой работы: по сути, она объединит металловедение и трибологию, конечная задача которых — повышение механических свойств сталей, а следовательно, их износостойкости.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Сорокин Г. М.** Трибология сталей и сплавов. М.: Недра, 2000. 316 с.
2. **Кащенко Г. А.** Основы металловедения. М.-Л.: Изд-во по черной и цветной металлургии, 1949. 637 с.
3. **Бартельс Н. А.** Металлография и термическая обработка металлов. М.-Л.: ОНТИ-НКТП, 1935. 447 с.
4. **Марочник** сталей и сплавов / Под. ред. В. Г. Сорокина. М.: Машиностроение, 1989. 639 с.

Вниманию авторов

Не допускается предлагать к публикации уже опубликованные или намеченные к публикации в других журналах материалы.

Статьи в редакцию можно присылать на e-mail: vestmash@mashin.ru. В случае пересылки статьи почтой, кроме текста, напечатанного на белой бумаге формата А4 на одной стороне листа через 1,5—2 интервала 14-м кеглем, необходимо прикладывать электронную версию (шрифт Times New Roman в Microsoft Word, 14-й кегль, расстояние между строк 1,5).

К статье прилагаются:

1) акт экспертной комиссии, подтверждающий, что статья не содержит материалов, входящих в перечень сведений, отнесенных к государственной тайне Указом Президента РФ № 1203 от 30.11.1995, и может быть опубликована в открытой печати;

2) аннотация (1—3 предложения) и ключевые слова;

3) сведения об авторах (фамилия, имя, отчество, место работы, должность, ученая степень, адрес, e-mail, телефон).

Объем статьи не должен превышать 20 страниц (с рисунками и таблицами). Все страницы должны быть пронумерованы. Рисунки и таблицы давать после текста.

Представляя статью в редакцию для публикации, авторы выражают согласие с тем, что:

1) статья может быть переведена и опубликована на английском языке;

2) после публикации в журнале материал может быть размещен в Интернете;

3) авторский гонорар за публикацию статьи не выплачивается.

Редакция оставляет за собой право сообщать автору о результатах рецензирования без предоставления рецензии.

Представленные в редакцию материалы обратно не высылаются.

Минимальный срок публикации — 4 месяца со дня предоставления рукописи в редакцию при соблюдении всех изложенных выше требований (обусловлен технологическим процессом).

Цикл статей
"Проблемы трибологии — трения, изнашивания и смазки"
(под общей редакцией академика Российской инженерной академии и академии космонавтики, д-ра техн. наук Ю. Н. Дроздова)

УДК 621.86/87.002.5

Д. В. ОТМАХОВ, С. П. ЗАХАРЫЧЕВ, кандидаты технических наук (Тихоокеанский ГУ, г. Хабаровск),
e-mail: dmv-otmahov@mail.ru

Исследование свойств армированных антифрикционных эпоксидофторопластовых материалов

Рассматривается использование предварительно напряженных армированных материалов для повышения физико-механических и антифрикционных свойств узлов трения.

Ключевые слова: антифрикционный полимерный композиционный материал, армирующая ткань, намотка, связующее, физико-механические и триботехнические свойства.

The application of prestressed reinforcing materials for improvement of physical, mechanical and tribotechnical properties of friction units is considered.

Keywords: antifriction polymer composite material, reinforcing fabric, winding, binding material, physical, mechanical and tribotechnical properties.

В машиностроении широко используются антифрикционные полимерные композиционные материалы (ПКМ), состоящие из полимерных матриц и специальных наполнителей, уменьшающие трение и изнашивание. В последнее время интенсивно развивается получение армированных ПКМ прямой намоткой ткани, пропитанной антифрикционным компаундом, на формообразующую цилиндрическую оправку. Многослойной намоткой можно получать градиентные и комбинированные структуры материалов с широким диапазоном физико-механических и триботехнических свойств, например для подшипников скольжения.

В проведенных ранее исследованиях изучали влияние основных конструктивных и технологических факторов способа получения на структуру, физико-механические и триботехнические характеристики эпоксидофторопластовых ПКМ, а также влияние составов связующих и антифрикционных наполнителей, видов хлопчатобумажных тканей и степени их натяжения на свойства получаемых ПКМ [1, 2]. Установлены технологические факторы, позволяющие управлять прочностными и триботехническими свойствами армированных ПКМ, разработан материал МАС-3ХБН и на его основе — технологии и способы изготовления однослойных и комбинированных подшипников скольжения для узлов трения машин.

Основные характеристики материала МАС-3ХБН

Твердость *HB*, МПа	212,6
Прочность, МПа:	
при сжатии	203,7
при растяжении	108,2
Коэффициент сухого трения	0,05÷0,08
Износостойкость по массе, км/мг	0,31÷0,36

Триботехнические испытания проводили при скорости скольжения $v = 0{,}3$ м/с и давлении на образец $p = 6$ МПа.

Требования, предъявляемые к материалам для узлов трения, постоянно растут. Современные материалы должны обеспечивать несущую способность при нагрузках от 40 МПа и выше в условиях как жидкостного смазывания, так и сухого трения и высокую износостойкость. Поэтому актуальны создание новых материалов и исследование их эксплуатационных свойств, а также повышение механических и триботехнических характеристик уже существующих.

Прочность ПКМ, получаемых намоткой, во многом зависит от вида используемой армирующей ткани. Материал МАС-3ХБН армировали хлопчатобумажной тканью низкой плотности, достоинства которой — хорошая адгезия к эпоксидному связующему, технологичность и высокая прочность. В настоящее время широкое распространение получают армированные ПКМ на основе высокопрочных арамидных тканей, углетканей и стеклотканей. Некоторые из этих тканей использовали для экспериментальной проверки возможности их применения при изготовлении ПКМ методом намотки для узлов трения [3].

Стеклоткань Т-10-80 (ГОСТ 13784—94) представляет собой холст полотняного плетения из алюмоборосиликатного стекловолокна. Она нетоксична, не горит, рабочий диапазон температур от −200 до 550 °С, широко используется как армирующая основа в производстве конструкционных материалов.

Арамидная ткань ССА 83-0145 из нитей линейной плотности 58,8 текс. используется для изготовления КМ, имеющих высокие прочность, ударную

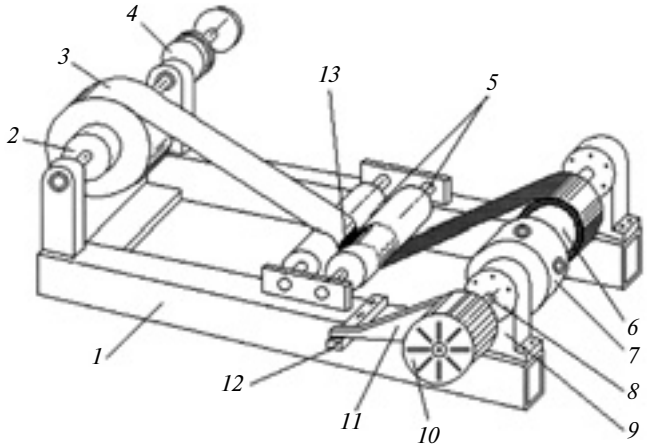


Рис. 1. Установка для формирования ПКМ намоткой:
1 — рама; *2* — шпуля; *3* — рулон ткани; *4* — тормозное устройство; *5* — вальцы; *6* — оправка; *7* — патрон; *8* — приводной вал; *9* — опора; *10* — двигатель; *11* — рычаг; *12* — тензобалка; *13* — связующее

вязкость и химическую стойкость, а также хорошие электроизоляционные свойства, что позволяет применять их в самолето- и ракетостроении, для изготовления сосудов высокого давления.

Углеткань УУП 11-0196 получают путем полотняного плетения пучков карбоновых нитей. Углеродные композиционные материалы отличаются высокой прочностью, жесткостью и малой удельной массой.

Комбинированную ткань УКП 22-0165 получают в виде полотна переплетением арамидных нитей и пучков углеродных волокон, которую также широко применяют в современном машиностроении.

Экспериментальное исследование технологичности различных тканей при намотке заключалось в определении качества их пропитки компаундом и возможности получения монолитных заготовок, армированных ими. Образцы ПКМ изготовляли на экспериментальной установке для намотки (рис. 1). На шпулю *2* устанавливается рулон *3* экспериментальной ткани, которая, проходя через пропитывающие вальцы *5*, наматывается на оправку *6*. Необходимое натяжение ткани создается тормозным устройством *4* и контролируется с помощью тензобалки *12*, на которую действует рычаг *11*, соединенный с двигателем *10*, балансирно подвешенным на консоли приводного вала *8*. Связующее *13* или компаунд подается на вальцы, после чего пропитанная ткань наматывается на оправку: формируется заготовка необходимого диаметра и толщины.

Предварительные эксперименты показали, что арамидная ткань вследствие ее высокой плотности и комбинированные ткани с пучками арамидных нитей плохо пропитываются связующим. Заготовки имеют неоднородную структуру с непропитанными зонами. Даже механическая обработка не обеспечивает необходимого качества поверхности. Поэтому формование изделий из этих тканей признано нецелесообразным. Исследования стеклоткани и углеткани показали, что при значительно меньшей плотности их нити не скручивались, а ткани хорошо пропитывались связующим. Заготовки получались плотными, качество поверхностей после механической обработки было достаточно высоким. Поэтому дальнейшие исследования проводили с материалами, армированными стекло- и углетканями.

Цель работы — сравнение физико-механических и триботехнических характеристик КМ. Технологии изготовления образцов и методики определения характеристик материалов приведены в работах [1, 2]: для материала, армированного стеклотканью, твердость составила $HB = 302$ МПа, прочность при сжатии — $\sigma_{сж} = 260$ МПа; для материала, армированного углетканью, соответственно $HB = 438$ МПа и $\sigma_{сж} = 420$ МПа. Это указывает на то, что полученные материалы по прочности и твердости превосходят материал МАС-3ХБН, при этом лучшие свойства имеет материал, армированный углетканью.

Триботехнические свойства экспериментальных материалов исследовали на испытательном стенде с возвратно-вращательным движением пары трения вал — контртело (рис. 2). Испытания триботехнических материалов лучше проводить в условиях, близких к реальным, поэтому на стенде максимально имитировали условия работы шарнирно-сочлененного узла трения: максимальная нагрузка на образец $N = 65$ кН, число возвратно-вращательных движений контртела $n = 30$ циклов/мин.

Экспериментальный образец *6* расположен в корпус *4*, установленном на приводном валу *7*, который связан кривошипно-рычажным механизмом с приводом стенда и совершает возвратно-вращательное движение с частотой 30 циклов/мин. Нагрузка на пару трения передается от задающего гидроцилиндра *1* с манометром через рычаг *2*, люльку *3* и сегмент шарикового подшипника *5*. Момент трения, возникающий в зоне трения, пе-

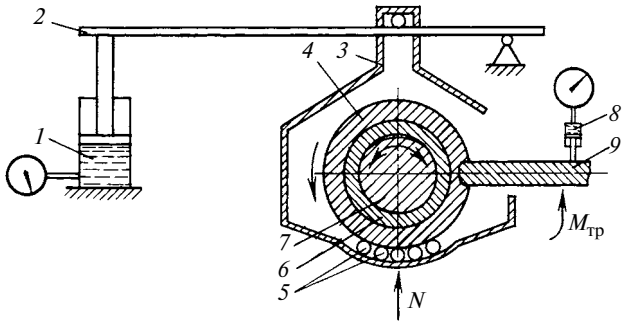


Рис. 2. Схема стенда для триботехнических испытаний:
1 — гидроцилиндр; *2* — рычаг; *3* — люлька; *4* — корпус; *5* — сегмент подшипника; *6* — образец; *7* — вал; *8* — датчик давления; *9* — рычаг

редается рычагом *9* на датчик давления *8*, который регистрирует силу трения.

Триботехнические испытания в режиме сухого трения на данном этапе в полном объеме провести не удалось, так как уже в начале исследований оба материала показали неудовлетворительные результаты. При давлении на образец $p = 26$ МПа и скорости скольжения $v = 0{,}08$ м/с коэффициент сухого трения оказался высоким: $f = 0{,}18 \div 0{,}23$. Эксперимент сопровождался резким повышением температуры (до 95 °С) в зоне трения, возникали скрип и вибрации. Предварительный вывод: эпоксидофторопластовые образцы, армированные стекло- и углетканью, при высоких прочностных характеристиках имеют высокий коэффициент сухого трения, что существенно ограничивает их применение в реальных узлах трения.

Материал МАС-3ХБН имел хорошие триботехнические показатели, но относительно невысокие по сравнению с углепластиками прочностные характеристики. Поэтому было решено создать комбинированный материал, соединяющий в себе высокие прочностные характеристики стекло- и углепластиков и низкий коэффициент трения и высокую износостойкость материала МАС-3ХБН. Выбор армирующей ткани определил предварительный эксперимент: прочностные характеристики были выше у материалов, армированных углетканями. Триботехнические характеристики нового материала МАС-3УГ/ХБ по сравнению с материалом МАС-3ХБН улучшились увеличением объемного содержания политетрафторэтилена (фторопласта-4) в составе антифрикционного компаунда. Возможность управления свойствами материалов, получаемых намоткой, подтверждают ранее проведенные исследования [1, 2]. Новый материал изготовляют в два этапа: первый — формирование антифрикционного слоя, армированного хлопчатобумажной тканью низкой плотности; второй — формирование упрочняющего слоя, армированного углетканью. Толщина антифрикционного слоя может достигать 2÷2,5 мм (в зависимости от нагрузки), толщина упрочняющего слоя формируется в зависимости от конструкции узла трения.

Для определения максимальных прочностных характеристик и несущей способности материала экспериментальные образцы изготовляли с минимальной толщиной антифрикционного слоя, равной толщине одного слоя ткани — 0,3 мм, при общей толщине образцов 2,5 мм и внутреннем диаметре образцов 50 мм при ширине 10 мм.

Материал МАС-3УГ/ХБ по физико-механическим свойствам превосходит материал МАС-3ХБН (рис. 3), т. е. получен материал с повышенными прочностью и твердостью при сохранении антифрикционного слоя с высокими триботехническими характеристиками. Триботехнические испытания материала проводили в два этапа: на первом — оценивали несущую способность при ступенчатом нагружении; на втором — износостойкость при постоянном нагружении. Время испытаний при ступенчатом нагружении выбирали таким образом, чтобы материал успел приработаться и установился стабильный режим трения. При испытании на несущую способность нагружение выполняли ступенчато при давлении на образец 39÷104 МПа с шагом 13 МПа без охлаждения зоны трения. Эксперименты проводили в условиях сухого трения, контролировали коэффициент f трения и температуру T в зоне трения (рис. 4). Нагрузку повышали через каждые 5000 циклов. Коэффициент трения снижался до нагрузки 91 МПа, при дальнейшем нагружении (до 104 МПа) коэффициент трения стал повышаться и эксперимент остановили, т. е. эксперимент показал, что применение данного материала ограничивается нагрузкой 90 МПа. Температура в зоне трения за время испытания поднималась до 65 °С, что вполне допустимо для многих узлов трения.

Износостойкость материала (рис. 5) оценивали при длительных испытаниях со средней нагрузкой. В ходе эксперимента контролировали коэффици-

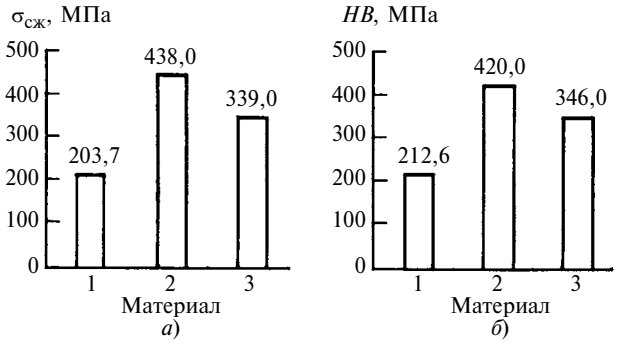


Рис. 3. Диаграммы прочности при сжатии $\sigma_{сж}$ (*а*) и твердости *HB* (*б*) для исследуемых КМ:
1 — МАС-3ХБН; *2* — однослойный материал, армированный углетканью; *3* — МАС-3УГ/ХБ

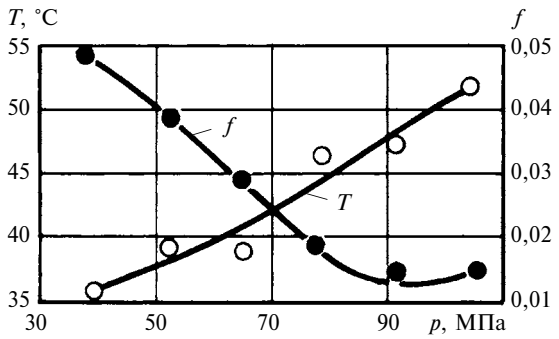


Рис. 4. Зависимости коэффициента *f* трения и температуры *T* в зоне трения при ступенчатом нагружении образца из материала МАС-3УГ/ХБ

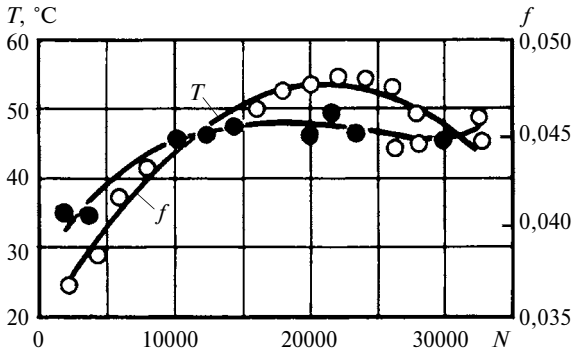


Рис. 5. Зависимости коэффициента *f* трения и температуры *T* в зоне трения материала МАС-3УГ/ХБ от числа *N* циклов нагружения

ент трения, температуру, а в конце измеряли износ образца. Затем расчетом определяли износостойкость материала. Продолжительность эксперимента составила 33 000 циклов при давлении на образец $p = 52$ МПа. Исследования показали, что в установившемся режиме средний коэффициент трения материала $f = 0{,}045$, а линейная износостойкость к концу испытаний составила $J_h = 0{,}23$ км/мкм.

Таким образом, новый комбинированный материал МАС-3УГ/ХБ, получаемый намоткой, имеет повышенные физико-механические и триботехнические характеристики по сравнению с ранее рассмотренными материалами [1].

Техническая характеристика материала МАС-3УГ/ХБ

Твердость *HB*, МПа	346
Прочность при сжатии, МПа	339
Коэффициент сухого трения при давлении, МПа:	
50	0,045
90	0,015
Линейная износостойкость J_h, км/мкм	0,23

Результаты экспериментов позволили определить предпочтительную область применения полученного антифрикционного ПКМ — скорость скольжения в условиях сухого трения до 0,1 м/с при давлении до 90 МПа.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Отмахов Д. В.** Разработка и исследование самосмазывающихся армированных эпоксидофторопластов и технологии их получения методом намотки: автореф. дис. ... канд. техн. наук. Комсомольск-на-Амуре, 2009. Машинопись.

2. **Захарычев С. П., Отмахов Д. В.** Изготовление армированных антифрикционных эпоксидофторопластов методом намотки // Вестник машиностроения. 2010. № 6. С. 41—45.

3. **Разработка** и исследование высокоизносостойких самосмазывающихся материалов для судовых механизмов, создание технологии и опытного производства для предприятий судостроения // Научно-технический отчет о выполнении первого этапа Государственного контракта № П1733 от 25.09.2009. Тихоокеанский ГУ: № ГР РК 01200963319, вх. № ВНТИЦ И091113095547, Хабаровск, 2009. 146 с.

УДК 621.921.34:621.7.044.2

Г. Г. ВИНОКУРОВ, Н. Ф. СТРУЧКОВ, кандидаты технических наук (Институт физико-технических проблем Севера им. В. П. Ларионова СО РАН, г. Якутск), О. Н. ПОПОВ, канд. техн. наук (НИИ математики Северо-Восточного Федерального университета им. М. К. Аммосова, г. Якутск), e-mail: g.g.vinokurov@iptpn.ysn.ru

Исследование структуры поверхности трения износостойкого порошкового покрытия с тугоплавкими добавками[1]

Приведены результаты экспериментального исследования и моделирования поверхности трения износостойкого порошкового покрытия.

Ключевые слова: порошковое покрытие, трение скольжения, износ, поверхность трения, статистическое моделирование.

The results of experimental research and modelling of friction surface of wear resistant powder coating are presented.

Keywords: powder coating, sliding friction, wear, friction surface, statistical modelling.

Современные инновационные технологии упрочнения деталей позволяют наносить порошковые покрытия, используя энергетические потоки мощностью $10^6 \div 10^8$ Вт/м^2 и выше [1—3]. Для получения износостойких покрытий используют в основном промышленные самофлюсующиеся сплавы на никелевой (кобальтовой) основе и их смеси с модификаторами из тугоплавких соединений, которые не испаряются в высокотемпературном газовом потоке. Такие покрытия характеризуются высокой неоднородностью структуры (выделения дисперсных и коагулированных фаз, случайное сложное строение, пористость), что обусловлено быстропротекающим ($10^{-3} \div 10^{-5}$ с) высокотемпературным (до температуры плавления) нагревом и последующим высокоскоростным охлаждением частиц порошкового материала [1—3].

Форма частиц и поровое пространство между ними определяют макроструктуру порошковых покрытий. От макроструктуры и физико-механических свойств покрытий зависят эксплуатационные

[1] Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 12-08-98500.

характеристики упрочненных деталей. Описание макроструктуры порошковых покрытий — актуальная научно-практическая задача. Экспериментальные исследования и получение детерминированных описаний случайной макроструктуры затрудняются большим количеством частиц порошковой среды, сложностью физико-механических, теплофизических и других процессов, сопровождающих формирование порошковых покрытий, поэтому необходимо использовать методы статистического моделирования.

Изнашивание порошковых покрытий при трении скольжения зависит от фактической площади контакта, определяемой текущим состоянием микрогеометрии поверхности трения. Формирующаяся случайным образом макроструктура влияет на микрогеометрию поверхности трения, поэтому статистические закономерности, наблюдаемые при формировании макроструктуры износостойких покрытий, проявляются при их изнашивании.

Цель работы — установить закономерности формирования микрогеометрии поверхности трения износостойкого порошкового покрытия и разработать ее статистическое описание с учетом макроструктуры порошковой среды.

Методы экспериментальных исследований

Аналитическими методами изучали поверхности трения износостойкого электрометаллизационного покрытия из порошковой проволоки с тугоплавкими добавками Al_2O_3, разработанного в Институте физико-технических проблем Севера им. В. П. Ларионова СО РАН [4].

На установке ЭДУ-500С электродуговой металлизации образцы покрытий наносили на боковую поверхность дисков для испытаний на износ (диаметр 50 мм, толщина 10 мм), которые проводили на машине трения СМЦ-2 по схеме диск—колодка при сухом трении. Режим испытаний: нагрузки 38 и 75 кг; частота вращения вала 5 $с^{-1}$; контртело — колодки из закаленной стали ШХ15. Образцы с покрытиями прирабатывались до стабилизации интенсивности изнашивания; длительность приработки зависела от материала контртела и составляла $\approx(1{,}5\div2{,}5)10^4$ циклов. По выбранной схеме один цикл машины соответствует пути трения $l = 1{,}96 \cdot 10^{-2}$ м; износ по массе измеряли через каждые 4500 циклов взвешиванием образцов до и после изнашивания. Метод используется при стандартных испытаниях покрытий по ГОСТ 17.367—71, ГОСТ 23.201—78, ГОСТ 23.207—79, ГОСТ 23.208—79, ГОСТ 23.212—82 [5] и позволяет оценить суммарный износ (потерю массы) со всей площади рабочей поверхности трения — поверхности покрытия.

В качестве показателей микрогеометрии поверхности трения, характеризующих динамику изнашивания материала в зависимости от условий трения скольжения (нагрузки, скорости скольжения, температуры и др.), можно использовать параметр *Ra* шероховатости, среднеквадратическое отклонение *Rq* и высоту *Rz* неровностей профиля.

Результаты исследований формирования микрогеометрии поверхностей трения разных материалов опубликованы, например, в работах [6—9] и др. Поверхности трения покрытия изучали на стереоскопическом микроскопе Stemi 2000C, параметры поперечного профиля определяли с помощью профилометра SJ-201P через каждые 4500 циклов. Для этого на каждом испытуемом образце маркировали четыре диаметрально противоположные участка покрытия. Измерения проводили в 8000 точках с базой 4 мм, затем данные усредняли по четырем участкам.

Для описания макроструктуры порошкового покрытия использовали статистический подход, предложенный в работе [10]. При разработке статистической модели изнашивания макроструктуры порошковых покрытий было сделано допущение: при фрикционном изнашивании в плоскостях, перпендикулярных к пути трения, параметры микрогеометрии являются однородными. Поэтому для проверки статистической гипотезы основное внимание уделялось экспериментальному изучению поперечного профиля поверхности покрытия. На основании экспериментальных данных были сформированы электронные таблицы в программе MathCad.

Формирование микрогеометрии поверхности трения порошкового покрытия с тугоплавкими добавками

Изнашивание износостойких порошковых покрытий при трении скольжения сопровождается такими механизмами разрушения поверхности, как адгезия и перенос металла, схватывание, износ со снятием стружки и др. [5—9]. Для определения особенностей изнашивания покрытия с тугоплавкими добавками проводили металлографическое исследование поверхностей трения при нагружении от 0 до 54 000 циклов.

В исходном состоянии поверхность покрытия характеризуется наличием следов шлифования — неровностей, пор и пустот различной высоты с деформированными краями и даже с заусенцами.

На этапе приработки [$\approx(1{,}5\div2{,}5)10^4$ циклов] шлифовочные гребни претерпевают плоское сжатие, формируются и увеличиваются площадки контакта в виде дорожек, края которых откалываются. На данном этапе последовательность механизма изнашивания покрытия следующая: пластическая деформация → деформационное упрочнение → отрыв. Оторвавшиеся частицы покрытия и контртела

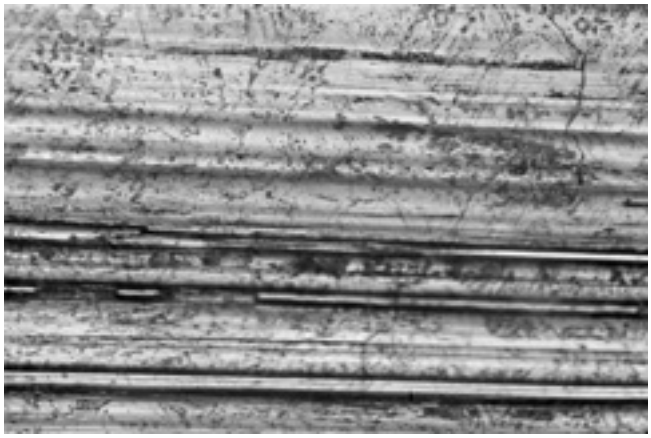


Рис. 1. Равновесная структура поверхности трения порошкового покрытия с тугоплавкими добавками, путь трения 180 000 циклов (×250)

попадают в зону контакта и действуют как абразивный материал, а также заполняют поры и пустоты поверхности трения. Установлено, что для покрытий с тугоплавкими добавками площадь контакта на пути трения заметно увеличивается, несущие дорожки расширяются в результате деформирования, отрыв и унос краев гребней также приводит к их увеличению. В местах соединения гребней наблюдаются небольшие пустоты. В целом механизм изнашивания покрытия можно представить так: пластическая деформация → деформационное упрочнение → разрушение и отслоение деформированных "языков". При установившемся режиме изнашивания наблюдается более равномерный износ по массе, фактическая площадь контакта поверхностей трения покрытия и контртела увеличивается. Характерные борозды на поверхности трения сохраняются до конца испытаний; число пор и пустот значительно сокращается.

На рис. 1 показана характерная равновесная структура поверхности трения износостойкого покрытия с тугоплавкими добавками после 180 000 циклов испытаний. Поры и пустоты на поверхности покрытия практически отсутствуют, при этом износ по массе стабилизируется. Поверхность трения покрытия чистая, наблюдаются мелкие дорожки с четко выраженным направлением скольжения.

Вероятностно-геометрическая система для описания процесса изнашивания порошковых покрытий при трении скольжения

Как показали исследования, формирование профиля поверхности трения скольжения порошковых покрытий зависит от множества факторов, действующих на каждую граничную частицу порошка. Ввиду большого количества частиц физико-механические свойства порошкового материала даже теоретически установить невозможно. Поэтому для описания поверхностей трения покрытий наиболее целесообразно использовать статистические модели макроструктуры порошковой среды, которые с развитием информационных технологий получили широкое распространение. Такой подход обоснован и тем, что когезия частиц порошка значительно ниже прочности сплошного материала, поэтому макроструктура порошкового материала существенно влияет на изнашивание поверхности трения.

В работе для описания микрогеометрии поверхности трения покрытий использована элементарная модель макроструктуры порошковой среды на основе матричной вероятностно-геометрической системы частиц [10], которая благодаря своей сравнительной простоте позволяет рассматривать практически неограниченную порошковую среду, в то время как более сложные модели допускают описание взаимодействия частиц только до нескольких десятков тысяч.

Так как сопротивление разрушению порошковой среды определяется в основном когезией частиц, то для учета макроструктуры при трении скольжения необходимо было связать ее характеристики с вероятностью удаления отдельной частицы с поверхности трения. Предположили, что такое удаление частиц при установившемся изнашивании происходит по закону Бернулли. Первое событие — удаление частицы порошкового покрытия, второе событие — частица остается в материале, дополняет первое. Так как удаления частиц являются независимыми повторяющимися событиями, то вероятность удаления с поверхности трения k частиц будет иметь вид биномиального распределения (закон Бернулли) [11]:

$$P_l(k) = \frac{l!}{k!(l-k)!} p^k (1-p)^{l-k}, \qquad (1)$$

где p — вероятность удаления частиц порошкового покрытия со всей поверхности трения, определяется размерами матрицы вероятностно-геометрической системы; l — общее число испытаний Бернулли [10].

В предложенной модели выражение (1) описывает распределение линейного износа поверхности трения порошкового покрытия в поперечном сечении (рис. 2); число испытаний соответствует пути l трения. Согласно теореме Муавра—Лапласа при $l \to \infty$ биномиальное распределение (1) стремится к нормальному [11], что соответствует известной закономерности профиля равновесной поверхности трения [7—9].

Как уже отмечалось, металлографические и профилометрические исследования показали образование характерных продольных борозд на пути трения (см. рис. 1 и 2). Поэтому для описания мик-

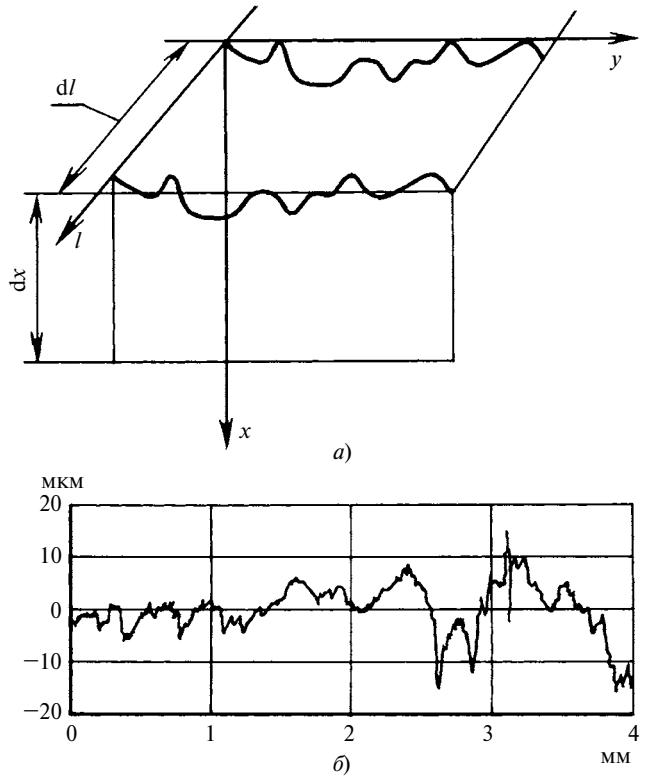


Рис. 2. Поверхность покрытия при трении скольжения (*а*) и ее поперечный профиль (*б*)

рогеометрии поперечного профиля поверхности порошковых покрытий разработанную модель развивали в следующем направлении.

Рассмотрим подробнее элемент поверхности порошкового покрытия при трении скольжения (рис. 2, *а*), где dl — элемент пути трения; dx — толщина поверхностного слоя. При таком разбиении в описании процессов изнашивания путь трения является выделенным направлением, поэтому характеристики микрогеометрии поверхности целесообразно рассматривать в перпендикулярной к данному направлению двумерной плоскости xy. При этом координата y на практике представляет собой дискретный набор точек y_i, который можно получить из поперечных профилограмм (в направлении оси y). Минимальное расстояние между точками y_i определяется разрешающей способностью сканирующего прибора — от десятка нанометров до нескольких микрометров.

В разработанной модели все размеры вероятностно-геометрической системы заданы в безразмерном виде [см. формулу (1)], однако их можно перевести в единицы длины [10].

Для описания характерных борозд рассмотрим взаимосвязь линейного износа поперечного профиля на путях трения l и l + dl с учетом вероятностей (1). Для этого построим двумерное распределение вероятностей случайной величины $k(l + \mathrm{d}l)$, если на пути l трения линейный износ составлял $k(l)$. Таким образом, условные вероятности задаются произведениями выражений из распределения (1). Данное распределение также зависит от переменных l и dl; по его виду можно определить зависимость линейного износа от пути трения. Следует отметить, что приращение dl является положительной величиной, поэтому увеличение пути трения в выражении (1) означает переход к последующим поперечным профилям покрытия.

В разработанной модели случайные величины $k(l)$ и $k(l + \mathrm{d}l)$ являются дискретными. Учитывая биномиальное распределение (1) и то, что линейный износ на пути трения не может уменьшаться, двумерное распределение можно представить в виде матрицы (таблица), в которой случайная величина $k(l)$ задана столбцами, а величина $k(l + \mathrm{d}l)$ — строками, в предположении, что $l > \mathrm{d}l$. Матрица является прямоугольной, ненулевые ячейки выделены, остальные элементы матрицы тождественно равны нулю.

На рис. 3 (см. обложку) приведены трехмерные распределения линейных износов (см. таблицу) для разных путей трения; рассчитывали их приращения при разных вероятностях удаления частицы с поверхности порошкового покрытия. Видно, что функция имеет узкую область ненулевых значений в направлении увеличения среднего значения pl линейного износа, которое вне области быстро снижается. Это указывает на то, что всегда существует корреляция координат поперечного профиля по пути трения. Таким образом, распределение, приведенное в таблице, качественно описывает формирование характерных борозд на поверхности трения порошкового покрытия. Из рис. 2, *а* видно, что при небольших вероятностях p удаления частицы функция распределена в области малых значений $k(l)$ вследствие небольших средних значений pl линейного износа.

Количественные характеристики трехмерного распределения (см. таблицу) — математические ожидания, дисперсии, среднеквадратические отклонения двух случайных величин — линейных износов $k(l)$ и $k(l + \mathrm{d}l)$, можно рассчитать по известным формулам теории вероятностей [11]. На рис. 4 приведены математические ожидания и среднеквадратические отклонения линейного износа $k(l + \mathrm{d}l)$ от приращения пути трения при разных путях трения и вероятности удаления частицы. Видно, что математические ожидания биномиального распределения в соответствии с известными формулами теории вероятностей [11] являются линейными функциями. Увеличение пути l трения при постоянной вероятности p удаления частицы приводит к параллельному смещению зависимости вверх. Среднеквадратическое отклонение случайной ве-

Двумерное распределение линейного износа поперечного профиля

$k(l + \mathrm{d}l)$	$k(l)$						
	0	1	2	...	$\mathrm{d}l$	...	l
0	$P_l(0)P_{\mathrm{d}l}(0)$	0	0	...	0	...	0
1	$P_l(0)P_{\mathrm{d}l}(1)$	$P_l(1)P_{\mathrm{d}l}(0)$	0	...	0	...	0
2	$P_l(0)P_{\mathrm{d}l}(2)$	$P_l(1)P_{\mathrm{d}l}(1)$	$P_l(2)P_{\mathrm{d}l}(0)$	...	0	...	0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
$\mathrm{d}l$	$P_l(0)P_{\mathrm{d}l}(\mathrm{d}l)$	$P_l(1)P_{\mathrm{d}l}(\mathrm{d}l - 1)$	$P_l(2)P_{\mathrm{d}l}(\mathrm{d}l - 2)$	...	$P_l(\mathrm{d}l)P_{\mathrm{d}l}(0)$	...	0
$\mathrm{d}l + 1$	0	$P_l(1)P_{\mathrm{d}l}(\mathrm{d}l)$	$P_l(2)P_{\mathrm{d}l}(\mathrm{d}l - 1)$	...	$P_l(\mathrm{d}l)P_{\mathrm{d}l}(1)$	...	0
$\mathrm{d}l + 2$	0	0	$P_l(2)P_{\mathrm{d}l}(\mathrm{d}l)$	...	$P_l(\mathrm{d}l)P_{\mathrm{d}l}(2)$	...	0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
$l + \mathrm{d}l - 1$	0	0	0	...	0	...	$P_l(l)P_{\mathrm{d}l}(\mathrm{d}l - 1)$
$l + \mathrm{d}l$	0	0	0	...	0	...	$P_l(l)P_{\mathrm{d}l}(\mathrm{d}l)$

личины $k(l + \mathrm{d}l)$ с биномиальным распределением изменяется приблизительно по закону $(l + \mathrm{d}l)^{1/2}$ [11], увеличение пути трения и вероятности удаления приводят к его росту.

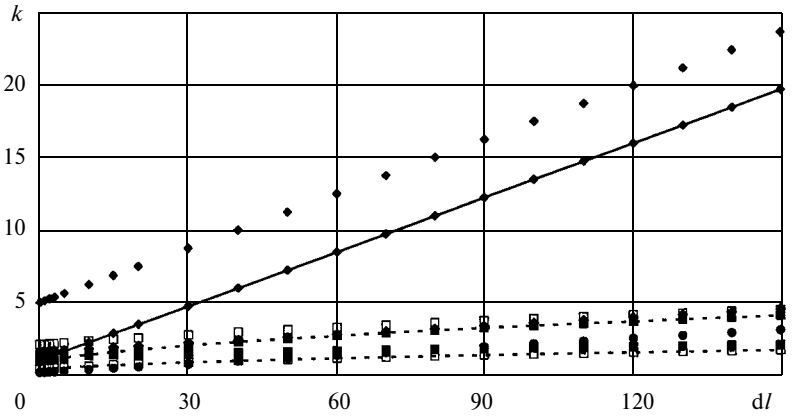


Рис. 4. Зависимости математических ожиданий (МО) и среднеквадратических отклонений (СО) от приращения d*l* пути трения:
МО: ◆ — $l = 8$, $p = 1/8$; ♦ — $l = 40$, $p = 1/8$; ● — $l = 8$, $p = 1/50$; ♦ — $l = 80$, $p = 1/50$; СО: ■ — $l = 8$, $p = 1/8$; □ — $l = 40$, $p = 1/8$; □ — $l = 8$, $p = 1/50$; ■ — $l = 80$, $p = 1/50$

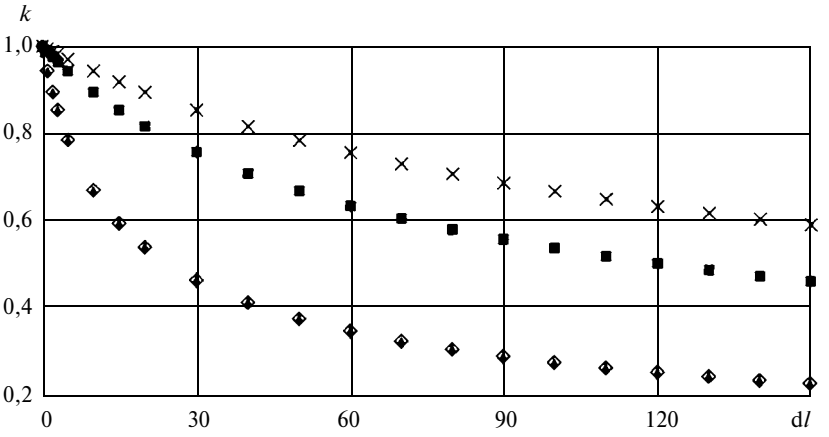


Рис. 5. Зависимости коэффициента *k* корреляции линейных износов от приращения d*l* пути трения:
◇ — $l = 8$, $p = 1/8$; ■ — $l = 40$, $p = 1/8$; × — $l = 80$, $p = 1/50$; ▲ — $l = 8$, $p = 1/50$

Далее, для количественной оценки линейного износа на путях трения l и $l + \mathrm{d}l$ определим коэффициенты корреляции случайных величин $k(l)$ и $k(l + \mathrm{d}l)$ по найденному распределению (см. таблицу) и выражениям теории вероятностей [11]. На рис. 5 приведены зависимости коэффициента k линейных износов поперечных профилей от приращения $\mathrm{d}l$ пути трения ($\mathrm{d}l$ — расстояние между двумя поперечными профилями). Расчеты проводили также при разных значениях пути трения и вероятности удаления частицы порошкового покрытия. Видно, что коэффициент k не зависит от вероятности p удаления частицы. При небольших значениях пути l трения с увеличением приращения $\mathrm{d}l$ коэффициент k монотонно снижается. Это означает, что линейные износы $k(l)$ и $k(l + \mathrm{d}l)$ поперечных сечений в начале пути трения коррелируют слабо, однако при увеличении пути трения коэффициент корреляции увеличивается. Данная закономерность отражает формирование характерных борозд по пути трения при установившемся изнашивании.

Таким образом, статистическая модель изнашивания покрытий, учитывающая макроструктуру порошковой среды, позволяет качественно описать формирование микрогеометрии поверхности трения порошковых покрытий. Для описания установившегося изнашивания порошкового покрытия в трехмерном распределении можно также воспользоваться предельным переходом для функций (1) по теореме Муавра—Лапласа или распределением Пуассона (законом редких явлений) [10, 11].

УДК 621.785.52:539.622

С. И. КАРАТУШИН, канд. техн. наук, Ю. А. ПЛЕШАНОВА, П. Н. БОКУЧАВА (БГТУ "Военмех" им. Д. Ф. Устинова, г. Санкт-Петербург), e-mail: karatsi@bk.ru

Влияние цементации на контактные напряжения при трении качения

Рассматривается влияние цементации на контактную прочность в подшипнике путем исследования напряженно-деформированного состояния в зоне контакта ролика при качении с использованием программного комплекса ANSYS Workbench.

Ключевые слова: подшипник, напряженно-деформированное состояние, контактная прочность, цементация, ANSYS Workbench.

The influence of case hardening on contact strength in a bearing is considered by examination of stressed-deformed state in contact zone of a roller at rolling using ANSYS Workbench Software.

Keywords: bearing, stressed-deformed state, contact strength, case hardening, ANSYS Workbench.

Во многих технических устройствах используется трение качения, например в подшипниках. Продолжительное контактное взаимодействие (нагружение) приводит к усталостному разрушению. Одним из наиболее распространенных способов повышения контактной прочности деталей является цементация [1]. Данная химико-термическая обработка способствует повышению однородности структуры и твердости поверхностного слоя, а также обеспечивает появление сжимающих напряжений, что увеличивает износостойкость материала и повышает контактную прочность деталей [2, 3]. Величина и знак остаточных напряжений в поверхностном слое детали, прошедшей цементацию, зависят от состава стали и технологии термической обработки [4].

Проведены исследования по оценке влияния остаточных напряжений на контактную прочность сопрягаемых деталей [5]. Была поставлена задача — рассчитать напряженно-деформированное состояние (НДС) элементов роликового подшипника качения с использованием модели взаимодействия ролика с плоскими образцами, не прошедшими цементацию (содержание углерода $C_C = 0{,}2$ %), и с цементацией на глубину от 0,2 до 1 мм ($C_C = 0{,}8$ %). Диаметр ролика 10 мм; усилие на ролик составляло 2000 Н; ролик вращался свободно без трения, проскальзывания и противодействующего момента; скорость перемещения верхнего элемента (пластины) — 0,2 м/мин; нижняя пластина закреплена неподвижно. Объемные изменения, вызванные мартенситными превращениями, изложены в работе [6].

В результате цементации в поверхностном слое пластины создаются сжимающие напряжения. При взаимодействии ролика и пластины нормальные касательные напряжения составляют 600÷650 МПа. Для расчета НДС контактирующих элементов подшипника использовали программный модуль ANSYS Workbench [7, 8]. На основе модели [9] с учетом показателей свойств материала: предела текучести, коэффициента Пуассона, коэффициента объемного увеличения и содержания углерода по глубине цементованного слоя, для подшипника качения были рассчитаны диаграммы нормальных тангенциальных σ_X (рис. 1, *а*, *в*, см. обложку) и радиальных σ_Y (рис. 1, *б*, *г*, см. обложку) напряжений. По полученным результатам построены зависимости изменения нормальных тангенциальных напряжений σ_X при качении ролика в поверхностном слое цементованной и нецементованной пластины (рис. 2), анализ которых показал, что максимальные их значения сдвинуты в сторону качения ролика. Величина сдвига в обоих случаях зависит в основном от нагрузки и незначительно от скорости движения ролика. В нецементованном образце ам-

(Окончание статьи. Начало см. на стр. 52)

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Хасуи А., Моригаки О.** Наплавка и напыление. М.: Машиностроение, 1985. 240 с.
2. **Нанесение** покрытий плазмой / В. В. Кудинов, П. Ю. Пекшев, В. Е. Белащенко и др. М.: Наука, 1990. 408 с.
3. **Бороненков В. Н., Коробов Ю. С.** Основы дуговой металлизации. Физико-химические закономерности. Екатеринбург: Изд-во Уральского университета, 2012. 268 с.
4. **Пат. 2048273 Рос. Федерации.** Порошковая проволока для получения покрытий.
5. **Тушинский Л. И., Плохов А. В.** Исследование структуры и физико-механических свойств покрытий. Новосибирск: Наука, 1986. 200 с.
6. **Справочник** по триботехнике / Под общ. ред. М. Хебды, А. В. Чичинадзе. В 3 т. Т. 1. Теоретические основы. М.: Машиностроение, 1989. 400 с.
7. **Мур Д.** Основы и применения трибоники. М.: Мир, 1978. 488 с.
8. **Крагельский И. В.** Трение и износ. М.: Машиностроение, 1968. 79 с.
9. **Крагельский И. В., Добычин М. Н., Комбалов В. С.** Основы расчетов на трение и износ. М.: Машиностроение, 1977. 526 с.
10. **Vinokurov G., Popov O.** Statistical approaches to describe the macrostructure formation and wear of powder coatings and materials obtained by high-energy methods. M.: Academia Publishers, 2013. 160 p.
11. **Смирнов Н. В., Дунин-Барковский И. В.** Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений. М.: Наука, 1965. 512 с.

плитуда напряжений изменяется от 0 до −180 МПа, а в образце, прошедшем термическую обработку, от −600 до −1200 МПа. Отсутствие сжимающих напряжений в контактирующем слое ведет к накоплению повреждений, что является причиной разрушений. Наибольшие (200 МПа) касательные напряжения имеют место в пятне контакта.

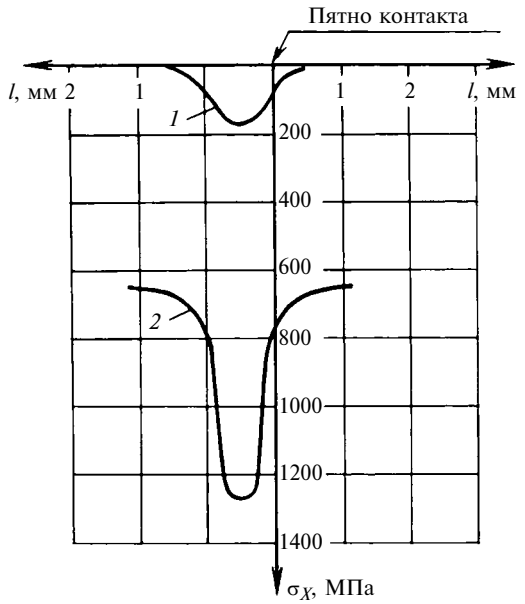


Рис. 2. Изменение нормальных тангенциальных σ_X напряжений при качении ролика в поверхностных слоях нецементованных (*1*) и цементованных (*2*) пластин в зависимости от расстояния *l* до пятна контакта

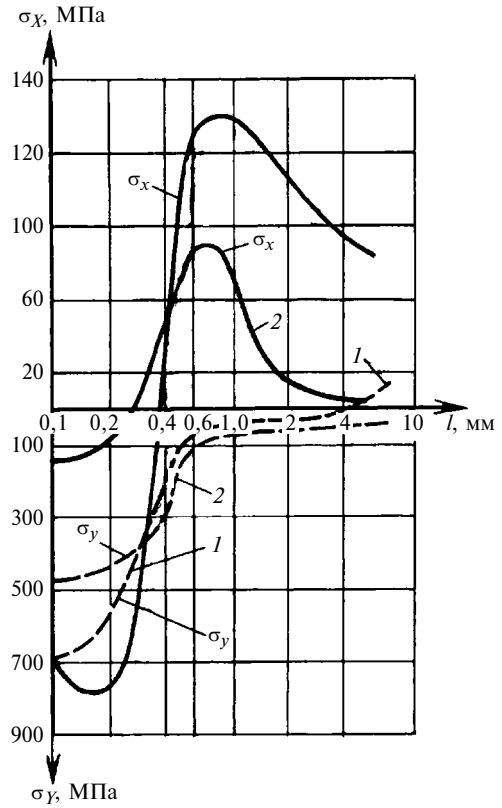


Рис. 3. Распределение нормальных радиальных (σ_Y) и тангенциальных (σ_X) напряжений в поверхностных слоях нецементованной (*1*) и цементованной (*2*) пластин под пятном контакта

На рис. 3 представлены функции изменения нормальных радиальных и тангенциальных напряжений при качении ролика в пластинах с цементацией и без цементации в зависимости от расстояния от пятна контакта. На расстоянии ≈1 мм от пятна контакта имеют место максимальные растягивающие тангенциальные напряжения: для нецементованной поверхности — 80 МПа, для цементованной — 130 МПа, что значительно меньше предела текучести сталей, из которых пластины изготовлены, и не могут привести к разрушению. Однако за один проход ролика по нецементованной поверхности в поверхностном слое толщиной 1 мм напряжения изменяются от −130 до +80 МПа, что близко к симметричному циклу нагружения, которое вызывает разрушение. При качении ролика по цементованной поверхности напряжение изменяется от −1250 до +125 МПа, т. е. нагружение несимметричное, а следовательно, неопасное.

Область распространения растягивающих напряжений в цементованном слое по сравнению с нецементованным несколько больше. Характеры изменения радиальных нормальных напряжений совпадают.

С уменьшением толщины цементованного слоя увеличиваются нормальные тангенциальные напряжения и соответственно возрастают растягивающие напряжения. Такое распределение растягивающих радиальных напряжений может привести к отслаиванию материала.

Таким образом, установлено, что упрочнением элементов подшипника качения, например цементацией, можно исключить симметричный цикл нагружения, что повысит контактную прочность сопряжений, а следовательно, увеличит ресурс подшипника.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Зинченко В. М.** Инженерия поверхности зубчатых колес методами химико-термической обработки. М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2001. 303 с.
2. **Морозов Е. М., Зернин М. В.** Контактные задачи механики разрушения. М.: Книжный дом "ЛИБРОКОМ", 2010. 544 с.
3. **Сагарадзе В. С.** Повышение надежности цементуемых деталей. М.: Машиностроение, 1975. С. 102—110.
4. **Контроль** качества термической обработки стальных полуфабрикатов и деталей: Справочник / Под общ. ред. В. Д. Кальнера. М.: Машиностроение, 1984. С. 208—211.
5. **Каратушин С. И., Спиридонов Д. В., Плешанова Ю. А.** Моделирование остаточных напряжений при цементации // Изв. вузов. 2012. № 3. С. 49—52.
6. **Лысак Л. Н., Николин Б. Н.** Физические основы термической обработки стали. Киев: Техника, 1975. С. 68—70.
7. **Каплун А. Б., Морозов Е. М., Олферьева М. А.** ANSYS в руках инженера. Практическое руководство. М.: УРСС, 2003. 272 с.
8. **Басов К. А.** Графический интерфейс комплекса ANSYS. М.: ДМК Пресс, 2006. 248 с.
9. **Каратушин С. И., Спиридонов Д. В., Плешанова Ю. А.** Остаточные напряжения в цилиндрических изделиях // Металловедение и термическая обработка металлов. 2013. № 6. С. 53—55.

УДК 621.791

В. А. КОРОТКОВ, д-р техн. наук (Нижнетагильский технологический институт — филиал УрФУ),
М. В. ЗЛОКАЗОВ (ОАО "НПК "Уралвагонзавод", г. Нижний Тагил), e-mail: vk@udgz.ru

Исследование износостойкости штамповых сталей, прошедших упрочнение плазменной закалкой

Исследована износостойкость в условиях трения штамповых сталей упрочненных плазменной закалкой с помощью установки УДГЗ-200. Даны рекомендации по их применению.

Ключевые слова: штамповая сталь, плазменная закалка, износостойкость.

The wear resistance in conditions of friction of die steel after plasma quenching using "УДГЗ-200" equipment is investigated. The recommendations on their application are given.

Keywords: die steel, plasma quenching, wear resistance.

Поверхностная закалка относительно объемной закалки имеет ряд преимуществ: меньше расход энергии, склонность к деформированию и возможность появления трещин. Поэтому для ее широкого применения были разработаны способ и установка УДГЗ-200 для ручной поверхностной закалки плазменной дугой [1—3], которая позволяет без специальной подготовки и больших материальных затрат выполнять закаливание сложных поверхностей, в том числе штамповых деталей [4—7].

Проведены исследования деталей после упрочнения. Закалка установкой УДГЗ-200 выполняется плазменной дугой от неплавящегося электрода, обжатой газовым потоком аргона без подачи воды на закаливаемую деталь. Охлаждение обеспечивается отводом теплоты в тело детали в результате теплопроводности материала [3]. Скорость перемещения дуги по поверхности обрабатываемой детали должна создавать так называемое легкое запотевание — (стадия процесса сварки, предшествующая оплавлению), что позволяет получить закаленный слой толщиной 1 мм. При этом шероховатость поверхности детали почти не изменяется.

Для широкого использования данной обработки проведено исследование влияния плазменной закалки на свойства штамповых сталей.

Испытания на износостойкость проводили на машине трения МИ-1 по схеме диск—колодка без смазочного материала. Колодки изготовляли из нормализованной стали 45; для дисков использовали штамповые стали У8А, 7Х3, 5ХНМ, 5ХВ2С [8]. Для сравнения принята пара трения с закаленным диском из стали 45. Диски обрабатывали поверхностной плазменной закалкой с помощью установки УДГЗ-200 при силе тока 100 А. Диск небольших размеров при воздействии дуги быстро нагревается, поэтому с противоположной стороны его охлаждали водой.

Частота вращения диска 425 мин$^{-1}$, размеры диска ∅40 × 10 мм. Сначала выполняется этап приработки пары трения с нагрузкой 200 Н, затем — три этапа испытаний по 5 мин с той же нагрузкой и один этап с нагрузкой 300 Н. Этапы 2—4 характеризуются установившимся изнашиванием; этап 5 — испытания на способность пары трения выдерживать перегрузку.

После каждого этапа испытаний образцы взвешивали на электронных весах Shimadzu AX200 и определяли износ. По окончании испытаний при нагрузке 20 Н определяли шероховатость поверхностей трения. Для каждого сочетания материалов испытывали три пары трения; в качестве результата принималось среднее значение.

Твердость образцов измеряли ультразвуковым прибором УЗИТ-3, а шероховатость поверхности — профилометром мод. 296.

На начальном этапе (приработка) изнашивание пары трения происходит с высокой скоростью [9], затем интенсивность изнашивания замедляется и стабилизируется во времени — наступает этап установившегося изнашивания. Результаты испытаний сведены в табл. 1.

Для базовой пары трения приработка на этапе 1 не завершилась, поэтому средние значения износа приработки определяли по результатам этапов 1 и 2, а для установившегося изнашивания — по результатам испытаний этапов 3 и 4.

Анализ полученных результатов показал, что твердость поверхностей дисков после плазменной закалки ниже максимальных значений при объемной закалке. Это объясняется высокой скоростью нагревания и малой продолжительностью аустенизации.

Показатель шероховатости *Ra* поверхности трения диска после этапа 4 с нагрузкой 200 Н характеризует интенсивность схватывания при изнашивании.

Анализ результатов показал разницу износов пар трения с дисками из штамповых сталей по

Таблица 1

Износ колодок (числитель) и дисков (знаменатель) для разных пар трения на разных этапах испытаний, г.

Этап испытаний (нагрузка)	Пара трения (марки сталей)				
	45—5ХНМ	45—5ХВ2С	45—У8А	45—7Х3	45—45
1 (20 Н)	0,288/0,014	0,080/0,006	0,024/0,006	0,066/0,003	0,104/0,054
2 (20 Н)	0,045/0,002	0,035/0,004	0,015/0,006	0,027/0,002	0,094/0,061
3 (20 Н)	0,055/0,002	0,022/0,002	0,025/0,006	0,019/0,001	0,043/0,018
4 (20 Н)*	0,048/0,003 (9,5 *Ra*)	0,029/0,001 (3,4 *Ra*)	0,021/0,007 (3,2 *Ra*)	0,033/0,002 (3,4 *Ra*)	0,027/0,008 (8,3 *Ra*)
5 (30 Н)	0,033/0,003	0,041/0,003	0,026/0,010	0,048/0,002	0,056/0,016
2—4 или 1, 2 и 3, 4**	0,043/0,002	0,029/0,002	0,020/0,006	0,026/0,002	0,099/0,058 и 0,035/0,010

*Для этапа 4 в скобках приведен параметр *Ra* шероховатости поверхности диска.
**Среднее значение по этапам испытаний 2, 3 и 4 для первых четырех пар трения, для базовой пары трения по этапам 1, 2, 3 и 4.

сравнению с базовой парой трения. В процессе приработки рельеф и свойства поверхности трения изменяются, сила трения и интенсивность изнашивания уменьшаются. Для оценки способности пар трения к приработке был принят коэффициент $K_{п.м}$ потери массы — отношение износа на этапе приработки к износу на этапе установившегося изнашивания. Для оценки влияния плазменной обработки на свойства обработанной поверхности использовали относительный коэффициент $K_п$ прирабатываемости — отношение коэффициента потери массы для стали 45 к $K_{п.м}$ исследуемой стали. Износостойкость образцов определяли по износам на режиме установившегося изнашивания, используя коэффициент $K_и$ износостойкости — отношение среднего износа диска из стали 45 к среднему износу диска из исследуемой стали при установившемся изнашивании. Значения коэффициентов потери массы, прирабатываемости и износостойкости приведены в табл. 2.

Исследования показали, что упрочненные диски из штамповых сталей имеют лучшую прирабатываемость относительно дисков из стали 45, кроме дисков из стали 5ХНМ (их коэффициент прирабатываемости снизился на 20 %). Наиболее высокий коэффициент прирабатываемости у стали У8А. По износостойкости на этапе установившегося изнашивания поучены иные результаты: износостойкость сталей 5ХНМ, 5ХВ2С и 7Х3 увеличилась в 5 раз, стали У8А — в 1,7 раза. При этом не обнаружено прямой зависимости износостойкости от твердости поверхностного слоя материала. Так, сталь У8А превосходит сталь 45 по износостойкости, но при этом уступает в твердости. Стали 5ХВ2С и 7Х3 имеют одинаковую износостойкость при разной твердости. Это указывает на то, что наличие легирующих химических элементов оказывает большее влияние на прирабатываемость и износостойкость стали, чем твердость.

Диски из стали 5ХНМ с низкой прирабатываемостью после этапа 5 имеют шероховатость поверхности, близкую к шероховатости дисков из стали 45, шероховатость остальных дисков лучше. Это указывает на то, что схватываемость при трении у стали 5ХНМ выше.

Увеличение нагрузки для всех пар трения привело примерно к пропорциональному увеличению износов дисков (см. табл. 1). Следовательно, условия проведенных экспериментов не являются для данных дисков критическими, они могут выдерживать большее нагружение.

Ниже приведены значения коэффициентов прирабатываемости и износостойкости колодок из стали 45 в паре трения с дисками из разных сталей, прошедших упрочнение плазменной закалкой.

Материал диска (марка стали)	$K_п$	$K_и$
45	1	1
5ХНМ	0,4	0,8
5ХВ2С	1,0	1,2
У8А	2,3	1,8
7Х3	1,1	1,4

Прирабатываемость и износостойкость колодок в парах трения с дисками из сталей У8А и 7Х3 выше, чем у других пар трения. Эксперименты показали, что увеличение нагрузки примерно пропорционально увеличило износ колодок, кроме колодок в паре трения с дисками из стали 5ХНМ, у которых износ снизился на 30 %. Однако он выше, чем у базовых пар трения, поэтому это не имеет большого значения.

Таблица 2

Значения коэффициентов потери массы, прирабатываемости, износостойкости, а также твердости и шероховатости поверхности дисков из разных сталей, прошедших упрочнение плазменной закалкой

Сталь	$K_{п.м}$	$K_п$	$K_и$	*HRC*	*Ra*
45	5,8	1	1	45	8,3
5ХНМ	7,0	0,8	5,0	52	9,5
5ХВ2С	3,0	1,9	5,0	45	3,4
У8А	1,0	5,8	1,7	40	3,2
7Х3	1,5	3,9	5,0	59	3,4

Таким образом, установлено, что диски из штамповых сталей отличаются большой износостойкостью по сравнению с дисками из стали 45. Повышение износостойкости дисков в основном не привело к повышению интенсивности изнашивания колодок, за исключением пары трения с диском из стали 5ХНМ.

В ходе испытаний не обнаружено прямой зависимости износостойкости дисков от твердости. Отмечено, что легированные стали (5ХНМ, 5ХВ2С, 7Х3) имеют более высокую износостойкость, а высокоуглеродистые стали (У8А, 7Х3) — более высокую прирабатываемость.

Прирабатываемость и дисков, и колодок в парах трения с дисками из штамповых сталей в целом не ухудшилась, а с дисками из высокоуглеродистых сталей У8А и 7Х3 повысилась.

Установлено, что стали с высоким коэффициентом $K_п$ и низким $K_и$ мало пригодны для изготовления инструментов, штампующих детали, к которым предъявляются повышенные требования по шероховатости поверхности. Их следует изготовлять из сталей типа У8А.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Пат. 2313581 Рос. Федерации.** Способ ручной плазменной закалки.
2. **Коротков В. А.** 10 лет применению ручной плазменной закалки // Тяжелое машиностроение. 2012. № 1. С. 2—5.
3. **Коротков В. А., Ананьев С. П., Шекуров А. В.** Исследование влияния скорости охлаждения на структуру и механические свойства при плазменной закалке // Технология машиностроения. 2012. № 12. С. 9—12.
4. **Коротков В. А., Андронов В. А.** О работе "Бюро триботехники" на Уралвагонзаводе // Вестник машиностроения. 2009. № 4. С. 49—52.
5. **Коротков В. А.** Плазменная закалка зубчатых и шлицевых соединений // Вестник машиностроения. 2009. № 8. С. 59—62.
6. **Ананьев С. П., Коротков В. А.** Исследование износостойкости материалов крановых рельсов и колес // Вестник машиностроения. 2011. № 8. С. 35—37.
7. **Коротков В. А.** Плазменная закалка штампов // Кузнечно-штамповое производство и обработка металлов давлением. 2012. № 7. С. 44, 45.
8. **Марочник** сталей и сплавов / Под общ. ред. В. Г. Сорокина. М.: Машиностроение, 1989. 640 с.
9. **Гаркунов Д. Н.** Триботехника. М.: Машиностроение, 1989. 329 с.

УДК 621.757

Л. В. БОЖКОВА, М. В. ВАРТАНОВ, доктора технических наук, Н. А. МАРТЫНОВИЧ (МГМУ МАМИ),
e-mail: iptm@mami.ru, martynovich.nikita@mami.ru

Технология вибрационной сборки плоских деталей

Рассмотрена математическая модель относительного движения детали на ориентирующем диске при автоматической сборке. Разработана компьютерная программа для моделирования процесса ориентирования, показана возможность использования данного способа для манипулирования деталями сложной конфигурации.

Ключевые слова: автоматическая сборка, ориентирование, вибрационные колебания, плоская деталь, конфигурация.

The mathematical model of relative motion of a part on an orienting disk at automatic assemblage is considered. The software for modelling of orienting process is developed, the opportunity of application of this method for handling of odd-shaped parts is shown.

Keywords: automatic assemblage, orienting, vibrations, flat part, configuration.

Сопряжение деталей в случае, когда одна из них — плоская, имеет свои особенности. Прежде всего, на тонкой детали затруднительно выполнить фаску. Кроме того, при транспортировке тонкой, особенно хрупкой, детали возможна ее частичная деформация или даже полное разрушение. В этих случаях целесообразно применять специализированные вибрационные сборочные устройства.

Одним из первых таких сборочных устройств стал пневмовихревой модуль (ПВМ) производства ОАМО "ЗИЛ" [1]. Ориентирующий диск ПВМ совершает сложное движение, создаваемое воздушными вихрями. Для определения параметров ПВМ, которые гарантируют ориентацию и сборку деталей со стопроцентной надежностью, были построены математические модели движения материальной точки относительно плоскости ориентирующего диска [2]. Однако при рассмотрении движения ориентирующего диска задача газовой динамики при ряде допущений была заменена задачей механики твердого тела. Кроме того, результаты данных экспериментов не могут служить основой проектирования ПМВ.

В работе [3] рассмотрено трехзвенное вибрационное сборочное устройство, одно из звеньев которого совершает вращательное движение вокруг неподвижной оси. Были найдены законы движения звеньев устройства, обеспечивающие перемещение материальной точки к центру сборочного диска. Однако, как показало компьютерное моделирование, наличие вращательного движения (даже с малыми угловыми скоростями) приводит к отклонению материальной точки от движения по требуемой траектории.

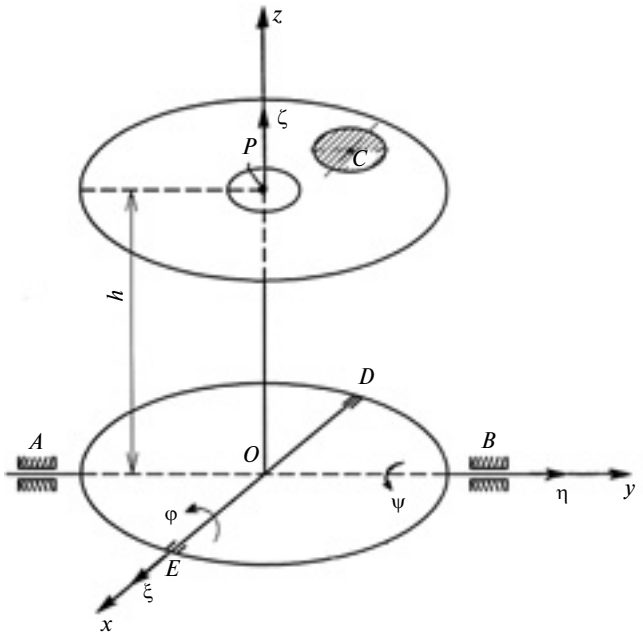


Рис. 1. Кинематическая схема вибрационного сборочного устройства

В настоящей работе предлагается сборочное вибрационное устройство, представляющее собой двухзвенный манипулятор, каждое звено которого приводится в движение отдельным приводом. Звенья сборочного устройства совершают вибрационные колебания вокруг двух взаимно перпендикулярных осей (AB и ED) (рис. 1). При этом законы вибрационных колебаний первого и второго звеньев сборочного устройства имеют вид:

$$\left.\begin{aligned} \varphi &= A\cos kt; \\ \psi &= A\sin kt. \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

В формулах (1) A и k — соответственно, амплитуда и круговая частота колебаний.

Со вторым звеном сборочного устройства жестко скреплен ориентирующий диск. Точка P является центром гнезда, в котором базируется одна из сопрягаемых деталей. Важно то, что плотность ориентирующего диска находится на некотором расстоянии h от точки пересечения осей вращения (см. рис. 1). Такой подход к выбору кинематической схемы устройства существенно упрощает его конструкцию по сравнению с конструкцией, рассмотренной в работе [3], делает ее более надежной и обеспечивает требуемое движение центра масс плоской детали.

Следует отметить, что амплитуда A колебаний, круговая частота k, расстояние h, коэффициент f трения скольжения между деталью и плоскостью ориентирующего диска должны быть такими, чтобы центр масс плоской подаваемой на диск детали (точка C) перемещался по кривой, которая асимптотически приближается к центру гнезда (точке P).

Для анализа влияния указанных параметров на характер движения центра масс плоской детали относительно ориентирующего диска необходимы дифференциальные уравнения движения центра масс детали относительно неинерциальной системы координат $\xi\eta\zeta$, жестко связанной с диском (см. рис. 1) [4]:

$$m\bar{a}_r = m\bar{g} + \bar{N} + \bar{F}_{\text{тр}} + \bar{F}_e^{\text{ин}} + \bar{F}_k^{\text{ин}}, \qquad (2)$$

где m — масса детали; $\bar{a}_r$ — относительное ускорение ее центра масс; $\bar{g}$ — ускорение свободного падения; $\bar{N}$ — результирующая нормальная реакция плоского диска; $\bar{F}_{\text{тр}}$ — результирующая сила трения скольжения; $\bar{F}_e^{\text{ин}}$ и $\bar{F}_k^{\text{ин}}$ — соответственно переносная и кориолисова силы инерции центра масс детали.

Рассмотрим случай, когда плоская деталь движется по плоскости ориентирующего диска без отрыва от него. При этом координата $\zeta = h$, следовательно, $\dot{\zeta} = 0$; $\ddot{\zeta} = 0$. Таким образом, дифференциальное уравнение (2) движения центра масс в проекциях на оси системы координат $\xi\eta\zeta$ примет вид:

$$\left.\begin{aligned} m\ddot{\xi} &= mg_\xi + F_{\text{тр}\xi} + F_{e\xi}^{\text{ин}} + F_{k\xi}^{\text{ин}}; \\ m\ddot{\eta} &= mg_\eta + F_{\text{тр}\eta} + F_{e\eta}^{\text{ин}} + F_{k\eta}^{\text{ин}}; \\ 0 &= N + mg_\zeta + F_{e\zeta}^{\text{ин}} + F_{k\zeta}^{\text{ин}}. \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Из уравнения (3) следует, что для построения модели относительного движения центра масс детали необходимо найти проекции выше названных сил на оси системы координат $\xi\eta\zeta$. Для этого используем аппарат матриц преобразований однородных координат [5]. Положение системы координат $\xi\eta\zeta$ относительно неподвижной системы координат xyz (см. рис. 1) определяет матрица:

$$[B] = \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi\sin\varphi & \sin\psi\cos\varphi & 0 \\ 0 & \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi\sin\varphi & \cos\psi\cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \qquad (4)$$

Между проекциями любого вектора $\bar{r}$ на оси двух систем координат xyz и $\xi\eta\zeta$ существует зависимость

$$\begin{Bmatrix} r_\xi \\ r_\eta \\ r_\zeta \end{Bmatrix} = [l_B]^* \begin{Bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{Bmatrix}, \qquad (5)$$

где $[l_B]^*$ — транспонированная подматрица направляющих косинусов, входящая в матрицу (4). При этом в соответствии с выражением (5) проекции

силы тяжести ($m\bar{g}$) на оси системы координат $\xi\eta\zeta$ можно определить по формуле

$$\begin{Bmatrix} mg_\xi \\ mg_\eta \\ mg_\zeta \end{Bmatrix} = [l_B]^* \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{Bmatrix}. \quad (6)$$

Из уравнения (6) с учетом выражения (4) получим:

$$\left.\begin{aligned} mg_\xi &= mg\sin\psi; \\ mg_\eta &= -mg\cos\psi\sin\varphi; \\ mg_\zeta &= -mg\cos\psi\cos\varphi. \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

Переносная и кориолисова силы инерции центра масс детали имеют вид:

$$\bar{F}_e^{\text{ин}} = -m\bar{a}_e; \quad (8)$$

$$\bar{F}_k^{\text{ин}} = -m\bar{a}_k, \quad (9)$$

где $\bar{a}_e$ и $\bar{a}_k$ — переносное и кориолисово ускорения центра масс детали.

Следовательно, для определения проекции указанных сил инерции на оси системы координат $\xi\eta\zeta$ необходимо найти проекции соответствующих ускорений центра масс детали. Проекции переносного ускорения центра масс детали, имеющего в данный момент времени координаты ξ, η, ζ, на оси неподвижной системы координат запишем в виде:

$$\begin{Bmatrix} a_{ex} \\ a_{ey} \\ a_{ez} \\ 0 \end{Bmatrix} = [\ddot{B}] \begin{Bmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \\ 1 \end{Bmatrix}, \quad (10)$$

где $[\ddot{B}]$ — матрица, состоящая из вторых производных по времени элементов матрицы $[B]$.

Из уравнения (5) с учетом выражений (4), (8) и (10), а также, что $\zeta = h$, получим выражения проекций переносной силы инерции ($\bar{F}_e^{\text{ин}}$) на оси системы координат $\xi\eta\zeta$:

$$\left.\begin{aligned} F_{e\xi}^{\text{ин}} &= m(\xi\dot{\psi}^2 - \eta\ddot{\psi}\sin\varphi - 2\eta\dot{\varphi}\dot{\psi}\cos\varphi - h\ddot{\psi}\cos\varphi + \\ &+ 2h\dot{\varphi}\dot{\psi}\sin\varphi); \\ F_{e\eta}^{\text{ин}} &= m(\xi\ddot{\psi}\sin\varphi + \eta\ddot{\psi}^2\sin^2\varphi + \eta\dot{\varphi}^2 + \\ &+ h\dot{\psi}^2\cos\varphi\sin\varphi + h\ddot{\varphi}); \\ F_{e\zeta}^{\text{ин}} &= m(\xi\ddot{\psi}\cos\varphi + \eta\dot{\psi}^2\sin\varphi\cos\varphi - \eta\ddot{\varphi} + \\ &+ h\dot{\psi}^2\cos^2\varphi + h\dot{\varphi}^2). \end{aligned}\right\} \quad (11)$$

Кориолисово ускорение центра масс детали находим по формуле

$$\bar{a}_k = 2\bar{\omega}_e \times \bar{v}_r, \quad (12)$$

где $\bar{\omega}_e$ — переносная угловая скорость, т. е. абсолютная угловая скорость ориентирующего диска; $\bar{v}_r$ — относительная скорость центра масс детали.

Для определения проекций кориолисова ускорения, т. е. кориолисовой силы инерции, на оси системы координат $\xi\eta\zeta$ представим векторное произведение (12) в виде определителя третьего порядка:

$$\bar{a}_k = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ 2\omega_{e\xi} & 2\omega_{e\eta} & 2\omega_{e\zeta} \\ \dot{\xi} & \dot{\eta} & \dot{\zeta} \end{vmatrix}, \quad (13)$$

где $\bar{i}$, $\bar{j}$, $\bar{k}$ — орты осей ξ, η, ζ.

При этом проекции вектора $\bar{\omega}_e$ на оси системы координат $\xi\eta\zeta$ составят:

$$\left.\begin{aligned} \omega_{e\xi} &= \dot{\varphi}; \\ \omega_{e\eta} &= \dot{\psi}\cos\varphi; \\ \omega_{e\zeta} &= -\dot{\psi}\sin\varphi. \end{aligned}\right\} \quad (14)$$

Таким образом, из уравнения (9) с учетом выражений (13) и (14) и принимая во внимание, что $\dot{\zeta} = 0$, найдем проекции кориолисовой силы инерции на осях ξ, η и ζ:

$$\left.\begin{aligned} F_{k\xi}^{\text{ин}} &= -2m\dot{\eta}\dot{\psi}\sin\varphi; \\ F_{k\eta}^{\text{ин}} &= 2m\dot{\xi}\dot{\psi}\sin\varphi; \\ F_{k\zeta}^{\text{ин}} &= -2m\dot{\eta}\dot{\varphi} + 2m\dot{\xi}\dot{\psi}\cos\varphi. \end{aligned}\right\} \quad (15)$$

Проекции силы трения скольжения на осях ξ, η, ζ определяются формулами

$$\left.\begin{aligned} F_{\text{тр}\xi} &= -fN\frac{\dot{\xi}}{\sqrt{\dot{\xi}^2 + \dot{\eta}^2}}; \\ F_{\text{тр}\eta} &= -fN\frac{\dot{\eta}}{\sqrt{\dot{\xi}^2 + \dot{\eta}^2}}, \end{aligned}\right\} \quad (16)$$

где $\dot{\xi} \neq 0$ и $\dot{\eta} \neq 0$ одновременно.

Если $\dot{\xi} = 0$ и $\dot{\eta} = 0$ одновременно, то силу трения скольжения можно определить на основании уравнений относительного покоя детали.

Определив нормальную реакцию N плоскости ориентирующего диска из третьего уравнения системы (3) и учитывая выражения (7), (11) и (15), на основании уравнений (16) получим следующие

выражения для проекций силы $\bar{F}_{тр}$ трения скольжения на осях ξ и η:

$$\left.\begin{aligned} F_{тр\xi} &= -fm\frac{\dot{\xi}}{\sqrt{\dot{\xi}^2+\dot{\eta}^2}}\Phi(t); \\ F_{тр\eta} &= -fm\frac{\dot{\eta}}{\sqrt{\dot{\xi}^2+\dot{\eta}^2}}\Phi(t), \end{aligned}\right\} \qquad (17)$$

где

$$\Phi(t) = g\cos\psi\cos\varphi - \xi\ddot{\psi}\cos\varphi - \eta\dot{\psi}^2\sin\varphi\cos\varphi + \eta\ddot{j} - h\dot{\psi}^2\cos^2\varphi + h\dot{\varphi}^2 + 2\dot{\eta}\,\dot{\varphi} - 2\dot{\xi}\,\dot{\psi}\cos\varphi. \qquad (18)$$

Подстановкой выражений (7), (11), (15), (17) и (18) соответственно в первые два уравнения системы уравнений (3) получим систему двух дифференциальных уравнений относительного движения центра масс плоской детали (относительно плоскости ориентирующего диска):

$$\begin{cases} \ddot{\xi} = \Phi_1(t) - f\dfrac{\dot{\xi}}{\sqrt{\dot{\xi}^2+\dot{\eta}^2}}\Phi(t); \\ \ddot{\eta} = \Phi_2(t) - f\dfrac{\dot{\eta}}{\sqrt{\dot{\xi}^2+\dot{\eta}^2}}\Phi(t), \end{cases}$$

где

$$\Phi_1(t) = g\sin\psi + \xi\dot{\psi}^2 - \eta\ddot{\psi}\sin\varphi - 2\eta\dot{j}\,\dot{\psi}\cos\varphi - h\ddot{\psi}\cos\varphi + 2h\dot{j}\,\dot{\psi}\sin\varphi - 2\dot{\eta}\,\dot{\psi}\sin\varphi;$$

$$\Phi_2(t) = -g\cos\psi\sin\varphi + \xi\ddot{\psi}\sin\varphi + \eta\dot{\psi}^2\sin^2\varphi + \eta\dot{\psi}^2 + h\dot{\psi}^2\cos\varphi\sin\varphi + h\ddot{\varphi} + 2\dot{\xi}\,\dot{\psi}\sin\varphi.$$

Полученная математическая модель динамики относительного движения центра масс плоской детали реализована на компьютере. В качестве примера на рис. 2 показана траектория движения центра масс детали по плоскости ориентирующего диска при следующих значениях основных параметров: коэффициент трения $f = 0{,}5$; амплитуда колебаний звеньев вибрационного устройства $A = 0{,}07$ рад; круговая частота колебаний $k = 60$ с$^{-1}$; конструктивный параметр $h = 0{,}04$ м.

Разработанная компьютерная программа позволяет определить области изменения указанных параметров, при которых центр масс детали перемещается по траектории, асимптотически приближающейся к центру гнезда.

Дальнейшее исследование данной задачи связано с изучением движения плоской детали вокруг ее центра масс при относительном перемещении по плоскости ориентирующего диска. Доказательство вращательного движения плоской детали вокруг ее центра масс будет свидетельствовать о возможности применения рассматриваемого метода к задачам относительного ориентирования плоских деталей сложной конструкции.

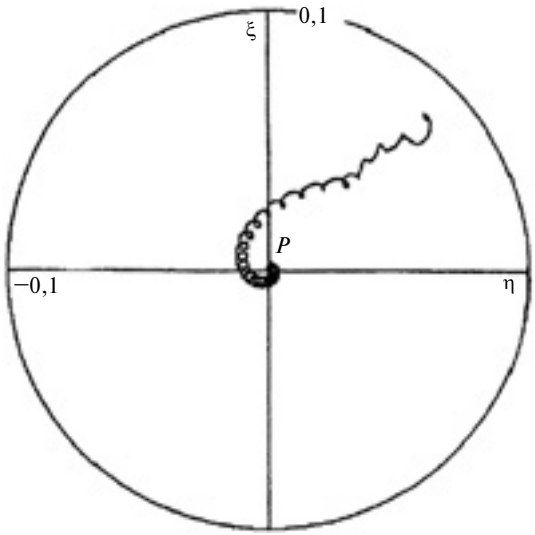


Рис. 2. Траектория движения центра масс детали по плоскости ориентирующего диска

Для проектирования и изготовления сборочных вибрационных устройств необходимо определить моменты приводов, обеспечивающих требуемые движения звеньев механизма. Эту задачу можно решить на основании математической модели динамики сборочного механизма, представленной в форме уравнений Лагранжа второго рода.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Бедрин В. М., Бедрина А. В.** Ориентирование деталей с помощью направленных вибраций // Сборка в машиностроении, приборостроении. 2001. № 9. С. 2—10.

2. **Дащенко А. И., Елхов П. Е.** Анализ процесса пневмовихревой сборки деталей // Техника машиностроения. 2000. № 2. С. 40—47.

3. **Божкова Л. В., Вартанов М. В., Байгулов В. В.** Определение моментов приводов вибрационного ориентирующего устройства. Математическая модель динамики сборочного вибрационного устройства // Автоматизация и современные технологии. 2003. № 9. С. 3—6.

4. **Бутенин Н. В., Лунц Я. Л., Меркин Д. Р.** Курс теоретической механики. Том II. М.: Наука, 1979. 543 с.

5. **Пол Р.** Моделирование, планирование траекторий и уравнение движений робота-манипулятора. М.: Наука, 1976. 103 с.

УДК 621.923:621.922

Ю. В. ДИМОВ, д-р техн. наук, Д. Б. ПОДАШЕВ (Иркутский ГТУ), e-mail: Dimov-Ura@yandex.ru

Оптимизация процесса обработки деталей эластичными абразивными кругами[1]

Рассматривается алгоритм оптимизации процесса финишной обработки деталей эластичными абразивными кругами по целевой экономической функции, включающей в себя основное время обработки, стоимость инструмента на операцию, затраты на электроэнергию, шероховатость обработанной поверхности, температуру в зоне резания.

Ключевые слова: эластичный абразивный круг, целевая экономическая функция, съем материала, шероховатость поверхности, износ, температура, режим обработки, оптимизация.

The algorithm of optimization of finishing process of parts by elastic abrasive disks basing on objective economic function, which includes basic uptime, cost of tool on an operation, electricity bills, roughness of treated surface, temperature in cutting zone, is considered.

Keywords: elastic abrasive disk, objective economic function, material removal, surface roughness, wear, temperature, processing mode, optimization.

На машиностроительных предприятиях зачистку поверхностей и скругление острых кромок часто выполняют вручную. При автоматизации данных операций целесообразно использовать эластичные абразивные круги (ЭАК), классификация которых приведена в работе [1].

Эффективность применения технологического процесса во многом зависит от оптимизации его параметров.

Оптимизировать процесс обработки с использованием ЭАК с учетом производственных условий можно по разным критериям:

1) по максимальной производительности без учета затрат на обработку;

2) по минимальным затратам на инструмент;

3) по минимальной стоимости операции.

Очевидно, что оптимизация по последнему критерию определяет экономическую эффективность процесса.

Для определения исходных данных при оптимизации процесса были исследованы такие показатели, как производительность, возможная шероховатость обработанной поверхности, износ инструмента, температура в зоне резания при обработке с помощью ЭАК из нетканого абразивного материала Scotch-Brite™ (табл. 1) образцов из алюминиевого сплава В95пчТ2.

Оптимизацию процесса обработки с использованием деталей ЭАК можно осуществлять на основании математических моделей процессов съема материала, формирования поверхности (по показателю шероховатости), изнашивания инструмента, изменения температуры резания.

Под оптимизацией процесса обработки понимается достижение наилучшего (минимального или максимального) значения принятого критерия при статическом режиме обработки, т. е. при постоянных показателях.

В качестве критерия оптимизации принята целевая экономическая функция (ЦЭФ), наилучшим значением которой считается минимальное. ЦЭФ используется для расчета стоимости возможных вариантов режима обработки.

$$\text{ЦЭФ} = T_{\text{о}}\text{С}_{\text{т}} + T_{\text{о}}\text{З}_{\text{э}} + T_{\text{в}}\text{С}_{\text{т}} + \text{С},$$

где $T_{\text{о}}$ — основное время обработки; $\text{С}_{\text{т}}$ — тарифная ставка рабочего; $\text{З}_{\text{э}}$ — затраты на электроэнергию на единицу рабочего времени; $\text{Т}_{\text{в}}$ — время вспомогательных операций; С — стоимость ЭАК на данную операцию.

В ЦЭФ входят целевая функция (ЦФ) основного времени $T_{\text{о}}$ обработки, ЦФ затрат $\text{З}_{\text{э}}$ на рас-

Таблица 1

Технические характеристики ЭАК

ЭАК	$D_{\text{к}}$, мм	$B_{\text{к}}$, мм	$d_{\text{в}}$, мм	$d_{\text{о}}$, мм	Материал абразива	Z, мкм	Стоимость, руб.
FS-WL-8A MED	140,5	26,0	35	25,4	Al_2O_3	50÷60	715
FS-WL-6S FIN	129,5	25,5			SiC	45÷50	536
FS-WL-2S CRS	147,2	26,0				~200	656
DB-WL-8S MED	147,8	25,6				50÷60	715
CF-FB-0,5A FIN	193,0	50,0	90	76,2	Al_2O_3	45÷50	1970

Примечание. $d_{\text{в}}$ — диаметр втулки; Z — зернистость.

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ по постановлению Правительства № 218 от 09.04.2010 в рамках реализации комплексного проекта по созданию высокотехнологичного производства "Автоматизация и повышение эффективности процессов изготовления и подготовки производства изделий авиатехники нового поколения на базе НПК "Иркут" с научным сопровождением Иркутского ГТУ", 2012-218-03-120.

ход электроэнергии в единицу времени работы, ЦФ стоимости C ЭАК на выполнение данной операции.

Ограничительными функциями (ОФ) являются функции шероховатости обработанной поверхности и температуры резания.

Факторы, определяющие ЦЭФ, можно разделить на три подмножества:

1) *измеряемые и регулируемые входные переменные в процессе выполняемой операции;*

2) *измеряемые и нерегулируемые входные переменные в процессе выполняемой операции;*

3) *выходные параметры.*

К первому подмножеству относятся параметры режима обработки: скорость v резания, деформация Δy ЭАК, продольная подача S; ко второму подмножеству относятся: параметры шероховатости исходной (Ra_0) и обработанной ($Ra_к$) поверхностей; размеры обрабатываемой поверхности — длина l и ширина b; параметры ЭАК — внешний диаметр $D_к$, ширина $B_к$ и диаметр $d_о$ отверстия ЭАК.

В ЦФ затрат $З_э$ на электроэнергию входят: требуемая мощность привода $N_э$ и стоимость $C_э$ одного кВт·ч; в ЦФ стоимости C абразивного круга — стоимость $C_к$ ЭАК и размеры обрабатываемой поверхности.

Основное время обработки определяется произведением

$$T_о = T_1 M,$$

где M — число проходов; $T_1 = (l + \Delta l)/S$ — время одного прохода (l — длина обрабатываемой поверхности; S — продольная подача, мм/мин; Δl — дополнительное перемещение на вход и выход инструмента).

Число проходов находим по формуле

$$M = K_ш \frac{Q_ф}{qL1000}.$$

Здесь $K_ш = b/B_к$ — коэффициент, учитывающий ширину b обрабатываемой поверхности ($K_ш = 1$ при $b \leqslant B_к$; при $b > B_к$, если $K_ш$ — дробное число, его округляют до целого в большую сторону); $Q_ф = 3\sqrt{\pi/2}\,(Ra_0 - Ra_к)10^{-3}$ — объем снимаемого материала на единицу площади для получения требуемой шероховатости поверхности [2], где q — удельный съем материала; $L = (v - S)T_1$ — путь перемещения поверхности ЭАК относительно детали (v — скорость резания, мм/мин); $\Delta L = 2\sqrt{\Delta y D_к - \Delta y^2}$.

Удельный съем материала [3] рассчитываем по формуле

$$q = \frac{G_1 - G_2}{\gamma b l T_1 L},$$

где $\gamma = 2{,}85 \cdot 10^{-3}$ г/мм^3 — плотность материала В95пчТ2; G_1 и G_2 — массы соответственно до и после обработки.

Полученные экспериментальные зависимости удельного съема материала были аппроксимированы функцией

$$F(q) = a_1\Delta y^2 + a_2 v^2 + a_3 S^2 + a_4\Delta y + a_5 v a_6 S + \\ + a_7\Delta y v + a_8\Delta y S a_9 v S + a_{10}\Delta y v S + a_{11}. \quad (1)$$

Значения коэффициентов a_{1-10} и свободного члена a_{11} уравнения (1) приведены в табл. 2.

Шероховатость поверхности. Экспериментальные данные по параметру шероховатости обрабо-

Таблица 2

Значения коэффициентов формулы (1) для разных ЭАК

Коэффициент	FS-WL 8A MED	FS-WL 6S FIN	FS-WL 2S CRS	DB-WL 8S MED	CF-FB 0,5A FIN
a_1	0,174	0,048	0,105	0,242	0,023
a_2	$3{,}499 \cdot 10^{-7}$	$-3{,}509 \cdot 10^{-7}$	$8{,}547 \cdot 10^{-8}$	$3{,}240 \cdot 10^{-7}$	$1{,}188 \cdot 10^{-8}$
a_3	$3{,}256 \cdot 10^{-6}$	$5{,}656 \cdot 10^{-7}$	$2{,}346 \cdot 10^{-6}$	$3{,}667 \cdot 10^{-6}$	$1{,}447 \cdot 10^{-6}$
a_4	−1,078	−0,426	−0,923	−0,431	−0,171
a_5	$-1{,}536 \cdot 10^{-3}$	$-3{,}426 \cdot 10^{-4}$	$-9{,}942 \cdot 10^{-4}$	$6{,}514 \cdot 10^{-4}$	$1{,}873 \cdot 10^{-4}$
a_6	$-4{,}921 \cdot 10^{-3}$	$-1{,}579 \cdot 10^{-3}$	$-6{,}992 \cdot 10^{-3}$	$-6{,}387 \cdot 10^{-4}$	$-7{,}691 \cdot 10^{-4}$
a_7	$7{,}370 \cdot 10^{-4}$	$4{,}241 \cdot 10^{-4}$	$3{,}686 \cdot 10^{-4}$	$-8{,}398 \cdot 10^{-4}$	$-5{,}837 \cdot 10^{-5}$
a_8	$3{,}350 \cdot 10^{-23}$	$8{,}071 \cdot 10^{-4}$	$3{,}032 \cdot 10^{-3}$	$-3{,}851 \cdot 10^{-4}$	$1{,}855 \cdot 10^{-4}$
a_9	$4{,}483 \cdot 10^{-6}$	$1{,}638 \cdot 10^{-6}$	$4{,}918 \cdot 10^{-6}$	$-4{,}480 \cdot 10^{-6}$	$-1{,}311 \cdot 10^{-6}$
a_{10}	$-1{,}531 \cdot 10^{-6}$	$-8{,}357 \cdot 10^{-7}$	$-2{,}699 \cdot 10^{-6}$	$5{,}829 \cdot 10^{-6}$	$4{,}143 \cdot 10^{-7}$
a_{11}	1,317	0,502	1,744	0,365	0,347

Таблица 3

Значения коэффициентов формулы (2) для разных ЭАК

Коэффициент	FS-WL 8A MED	FS-WL 6S FIN	FS-WL 2S CRS	DB-WL 8S MED	CF-FB 0,5A FIN
b_1	0,200	0,322	0,295	0,276	0,104
b_2	$4{,}261 \cdot 10^{-6}$	$4{,}162 \cdot 10^{-6}$	$2{,}024 \cdot 10^{-6}$	$-4{,}046 \cdot 10^{-7}$	$8{,}145 \cdot 10^{-7}$
b_3	$1{,}025 \cdot 10^{-5}$	$1{,}353 \cdot 10^{-5}$	$2{,}200 \cdot 10^{-5}$	$5{,}683 \cdot 10^{-6}$	$1{,}164 \cdot 10^{-6}$
b_4	0,117	−0,026	0,040	−0,168	−0,436
b_5	$-4{,}528 \cdot 10^{-4}$	$1{,}632 \cdot 10^{-3}$	$1{,}818 \cdot 10^{-3}$	$2{,}575 \cdot 10^{-3}$	$-2{,}195 \cdot 10^{-4}$
b_6	$-1{,}980 \cdot 10^{-3}$	$-1{,}367 \cdot 10^{-3}$	$-2{,}996 \cdot 10^{-3}$	$-1{,}260 \cdot 10^{-3}$	$1{,}420 \cdot 10^{-3}$
b_7	$-1{,}856 \cdot 10^{-3}$	$-2{,}903 \cdot 10^{-3}$	$-1{,}713 \cdot 10^{-3}$	$-6{,}200 \cdot 10^{-4}$	$8{,}379 \cdot 10^{-5}$
b_8	$-3{,}416 \cdot 10^{-3}$	$-4{,}908 \cdot 10^{-3}$	$-5{,}252 \cdot 10^{-3}$	$-2{,}084 \cdot 10^{-3}$	$-7{,}867 \cdot 10^{-4}$
b_9	$-1{,}203 \cdot 10^{-5}$	$-2{,}295 \cdot 10^{-5}$	$-2{,}419 \cdot 10^{-5}$	$-5{,}642 \cdot 10^{-6}$	$-4{,}309 \cdot 10^{-6}$
b_{10}	$9{,}637 \cdot 10^{-6}$	$1{,}626 \cdot 10^{-5}$	$1{,}105 \cdot 10^{-5}$	$3{,}949 \cdot 10^{-6}$	$8{,}291 \cdot 10^{-7}$
b_{11}	2,210	1,122	3,073	0,848	1,583

танной поверхности [3] были аппроксимированы функцией

$$F(Ra) = b_1\Delta y^2 + b_2 v^2 + b_3 S^2 + b_4\Delta y + b_5 v + \\ + b_6 S + b_7\Delta y v + b_8\Delta y S + b_9 v S + b_0\Delta y v S + b_{11}. \quad (2)$$

Значения коэффициентов b_{1-10} и свободного члена b_{11} уравнения (2) приведены в табл. 3.

Износ инструмента. Результаты исследования процесса изнашивания ЭАК представлены в работе [4], полученные экспериментальные данные были аппроксимированы функцией (табл. 4)

$$F(I) = c_1 v^2 + c_2\Delta y^2 + c_3 v + c_4\Delta y + c_5 v\Delta y + c_6. \quad (3)$$

Температура в зоне резания является ограничительным показателем, так как превышение допустимого значения может стать причиной быстрого изнашивания ЭАК. Установлено, что для исследуемых ЭАК (см. табл. 1) предельно допустимая температура 250 °С.

Для исследования температуры в зоне резания использовали тепловизор FLIR Orion SC7000 (Швеция) чувствительностью 0,018 К, работа которого основывается на свойстве некоторых материалов под действием электромагнитного излучения в инфракрасном диапазоне изменять свои электрические свойства (например, проводимость).

Тепловизор состоит из объектива, фокусирующего тепловой поток от объекта на чувствительный элемент — приемник инфракрасного излучения (ИКИ) и блока обработки данных, представляющего тепловую карту (термограмму) объекта в удобном для анализа виде.

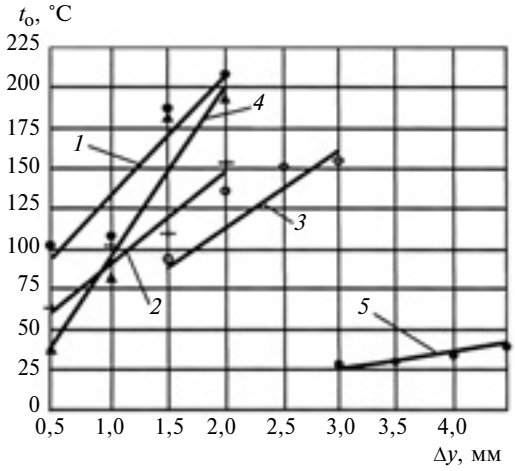


Рис. 1. Зависимость температуры t_o в зоне резания от деформации Δy при S = 130 мм/мин при обработке различными ЭАК на разных скоростях:
1 — FS-WL 8A MED, v = 441,4 м/мин; *2* — FS-WL 6S FIN, v = 406,8 м/мин; *3* — FS-WL 2S, v = 462,4 м/мин; *4* — DB-WL 8S MED, v = 464,3 м/мин; *5* — CF-FB 0,5A FIN, v = 606,3 м/мин

Экспериментально определяли температуру в зоне резания при обработке сплава В95пчТ2 при разных режимах обработки. На рис. 1 представлены зависимости температуры t_o в зоне резания от радиальной деформации Δy ЭАК, установлено, что с увеличением Δy температура повышается, так как величина внедрения единичных зерен в обрабатываемый материал увеличивается.

Экспериментально было установлено, что с ростом скорости резания температура в зоне резания пропорционально увеличивается (рис. 2).

Таблица 4

Значения коэффициентов формулы (3) для разных ЭАК

Коэффициент	FS-WL 8A MED	FS-WL 6S FIN	FS-WL 2S CRS	DB-WL 8S MED	CF-FB 0,5A FIN
c_1	$6{,}8124 \cdot 10^{-6}$	$3{,}7378 \cdot 10^{-8}$	$-4{,}2095 \cdot 10^{-9}$	$1{,}96901 \cdot 10^{-6}$	$8{,}0648 \cdot 10^{-8}$
c_2	−0,458339	$2{,}67158 \cdot 10^{-4}$	$9{,}58452 \cdot 10^{-4}$	−0,128325	$3{,}26791 \cdot 10^{-3}$
c_3	$-6{,}6751 \cdot 10^{-3}$	$-3{,}60071 \cdot 10^{-5}$	$-1{,}18525 \cdot 10^{-6}$	$-2{,}04336 \cdot 10^{-3}$	$-1{,}40951 \cdot 10^{-4}$
c_4	1,00301	$-9{,}91506 \cdot 10^{-4}$	$-3{,}04598 \cdot 10^{-3}$	0,263168	−0,0292372
c_5	$7{,}2372 \cdot 10^{-4}$	$8{,}60127 \cdot 10^{-6}$	$4{,}99112 \cdot 10^{-6}$	$2{,}62773 \cdot 10^{-4}$	$2{,}38939 \cdot 10^{-5}$
c_6	0,674624	$5{,}36967 \cdot 10^{-3}$	$2{,}2542 \cdot 10^{-3}$	0,238361	0,075407

Таблица 5

Значения коэффициентов формулы (4) для разных ЭАК

Коэффициент	FS-WL 8A MED	FS-WL 6S FIN	FS-WL 2S CRS	DB-WL 8S MED	CF-FB 0,5A FIN
d_1	44,570	87,342	16,546	64,476	11,208
d_2	0,062	0,339	0,055	−0,131	0,082
d_3	−0,096	−0,247	$-6{,}459 \cdot 10^{-3}$	−0,277	−0,144
d_4	0,060	−0,214	0,040	0,213	−0,021
d_5	0,116	0,011	$-4{,}100 \cdot 10^{-3}$	0,088	0,026
d_6	$1{,}829 \cdot 10^{-5}$	$-1{,}332 \cdot 10^{-4}$	$-1{,}345 \cdot 10^{-5}$	$8{,}104 \cdot 10^{-4}$	$-5{,}247 \cdot 10^{-5}$
d_7	$-1{,}931 \cdot 10^{-4}$	$4{,}984 \cdot 10^{-4}$	$-1{,}062 \cdot 10^{-5}$	$-5{,}565 \cdot 10^{-4}$	$2{,}489 \cdot 10^{-5}$
d_8	49,768	−21,259	22,551	11,286	−7,902

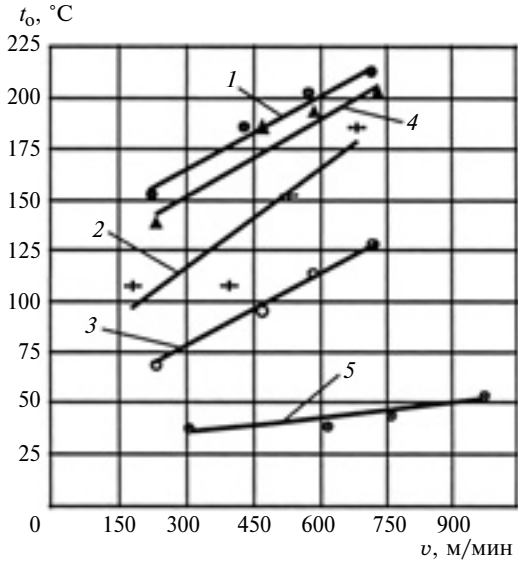


Рис. 2. Зависимость температуры t_o в зоне резания от скорости v резания при S = 130 мм/мин при обработке различными ЭАК:
1 — FS-WL 8A MED; *2* — FS-WL 6S FIN; *3* — FS-WL 2S CRS; *4* — DB-WL 8S MED, Δy = 1,5 мм; *5* — CF-FB 0,5A FIN, Δy = 4,5 мм

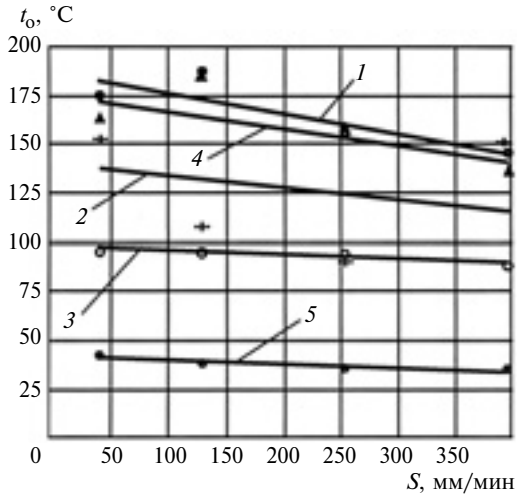


Рис. 3. Зависимость температуры t_o в зоне резания от продольной подачи S при разных ЭАК, скорости обработки и деформации круга:
1 — FS-WL 8A MED, v = 441,4 м/мин, Δy = 1,5 мм; *2* — FS-WL 6S FIN, v = 406,8 м/мин, Δy = 1,5 мм; *3* — FS-WL 2S CRS, v = 462,4 м/мин, Δy = 1,5 мм; *4* — DB-WL 8S MED, v = 464,3 м/мин, Δy = 1,5 мм; *5* — CF-FB 0,5A FIN, v = = 606,3 м/мин, Δy = 4,5 мм

При увеличении же продольной подачи S температура t_o уменьшается (рис. 3), так как время контакта зерен ЭАК уменьшается.

Полученные экспериментальные зависимости аппроксимированы функцией (табл. 5)

$$F(t_o) = d_1\Delta y + d_2 v + d_3 S + d_4\Delta y v + d_5\Delta y S + d_6 v S + d_7\Delta y v S + d_8. \quad (4)$$

Относительные затраты на электроэнергию определяются формулой

$$З_э = N_э C_э,$$

где $C_э$ — стоимость одного кВт · ч; $N_э = 60Fzv/1000$ — требуемая мощность привода, кВт (Fz — тангенциальная сила резания, кН).

Анализ показал, что изменение показателя $З_э$ не имеет большого значения, поэтому из программы оптимизации он был исключен.

Затраты на расход ЭАК имеют вид:

$$C = \frac{4K_ш C_к}{\pi\left[D_к^2 - [D_к - K_и(D_к - d_к)]^2\right]} IT_1,$$

где $C_к$ — стоимость ЭАК; $K_и$ = 0,5 — коэффициент допустимого износа ЭАК; износ I рассчитывается по формуле (3).

По экспериментальным данным разработан алгоритм расчета оптимального процесса обработки ЭАК. Для получения решения вводят вышеперечисленные входные параметры с учетом имеющегося на предприятии технологического оборудова-

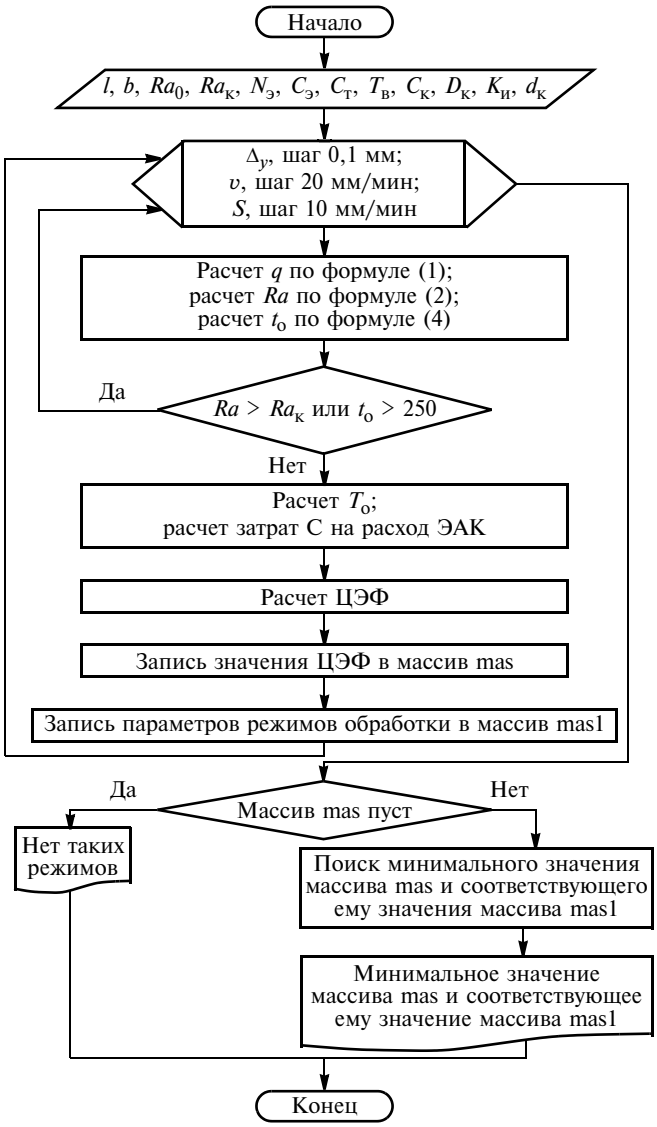


Рис. 4. Алгоритм поиска оптимальных технологических параметров обработки с использованием ЭАК

Таблица 6

Рекомендуемые режимы резания при обработке ЭАК деталей из высокопрочного алюминиевого сплава

ЭАК	Диапазоны			Ra_0	$Ra_к$	Рекомендуемые значения			ЦЭФ, руб.
	Δy, мм	v, мм/мин	S, мм/мин			n, мин$^{-1}$	Δy, мм	S, мм/мин	
FS-WL-8A MED	0,5÷2,0	203÷2034	50÷350	5	1,0		Нет		—
					2,5	460	1,0	170	8,48
					3,2	2046	0,9	310	6,82
				8	1,0		Нет		—
					3,2	1820	0,9	140	13,64
					5,0	1820	0,9	260	9,64
				25	1,0		Нет		—
					6,3	1457	0,9	130	44,24
					10,0	3813	0,8	210	35,98
FS-WL-6S FIN	0,5÷2,0	203÷2034	50÷350	5	1,0		Нет		—
					2,5	1237	0,6	90	3,66
					3,2	745	0,7	180	3,56
				8	1,0		Нет		—
					3,2	745	0,7	180	3,94
					5,0	893	0,7	240	3,68
				25	1,0		Нет		—
					6,3	2318	0,6	190	5,33
					10,0	1237	0,7	150	4,66
FS-WL-2S CRS	1,5÷3,0	231÷2312	50÷350	5	1,0		Нет		—
					2,5	**1668**	**1,6**	**210**	**3,47**
					3,2	**1927**	**1,6**	**260**	**3,43**
				8	1,0		Нет		—
					3,2	**1927**	**1,6**	**260**	**3,60**
					5,0	**2619**	**1,6**	**350**	**3,50**
				25	1,0		Нет		—
					6,3	**2965**	**1,6**	**210**	**4,39**
					10,0	**3527**	**1,6**	**90**	**4,18**
DB-WL-8S MED	0,5÷2,0	203÷2034	50÷350	5	1,0	567	0,9	340	14,87
					2,5	1644	0,8	310	6,92
					3,2	1170	0,8	80	5,89
				8	1,0	567	0,9	340	23,60
					3,2	1170	0,8	80	10,46
					5,0	1127	0,8	320	7,67
				25	1,0	567	0,9	340	74,17
					6,3	1127	0,8	320	36,77
					10,0	1127	0,8	320	28,94
CF-FB-0,5A FIN	3÷4,4	303÷3030	50÷350	5	1,0	**599**	**3,1**	**270**	**7,24**
					2,5	2446	3,1	290	5,77
					3,2	2941	3,1	230	5,09
				8	1,0	**599**	**3,1**	**270**	**10,17**
					3,2	2941	3,1	230	8,02
					5,0	1655	3	130	6,03
				25	1,0	**599**	**3,1**	**270**	**26,83**
					6,3	4458	3,1	210	21,62
					10,0	500	3,2	150	18,00

Примечание. Жирным шрифтом выделены оптимальные значения.

ния и инструмента. На базе алгоритма разработана программа для ЭВМ в интегрированной среде Borland C++ Builder 6.0, основанная на методе полного перебора возможных вариантов.

На рис. 4 приведен алгоритм поиска оптимальных режимов при обработке деталей из высокопрочных алюминиевых сплавов В95пчТ2. Рассчитаны параметры обработки для данного материала (табл. 6) с использованием разных ЭАК, установлены оптимальные режимы обработки. Полученные данные распространяются и на такие высокопрочные алюминиевые сплавы, применяемые в авиационной промышленности, как В95очТ2, 1933Т2, 1933Т123, 1193Т3, 1933Т3-П, 1163Т, 1163РДТВ.

Предложенная система оптимизации технологического процесса позволяет учитывать имеющееся на предприятии оборудование.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Димов Ю. В.** Обработка деталей эластичным инструментом: Справочник. Иркутск: Изд-во ИрГТУ, 2013. 484 с.
2. **Димов Ю. В.** Обработка деталей свободным абразивом. Иркутск: Изд-во ИрГТУ, 2000. 293 с.
3. **Димов Ю. В., Подашев Д. Б.** Производительность и качество поверхности при обработке эластичными абразивными кругами // Металлообработка. 2012. № 4 (70). С. 7—11.
4. **Димов Ю. В., Подашев Д. Б.** Износостойкость эластичных абразивных кругов при обработке деталей // Вестник машиностроения. 2014. № 1. С. 48—51.

УДК 621.951.7

Г. С. ЖЕЛЕЗНОВ, канд. техн. наук, С. Г. АНДРЕЕВА
(Филиал Самарского ГТУ, г. Сызрань), e-mail: zgsl93l@mail.ru

Влияние неравномерного углового шага зубьев развертки на точность обработанного отверстия[1]

На основании математической модели исследовано влияние неравномерного углового шага зубьев развертки на разбивку отверстия.

Ключевые слова: развертка, зубья, неравномерный шаг, отклонение, ось, развертка, отверстие, разбивка.

Basing on mathematical model the influence of irregular angle pitch of reamer bit teeth on hole reaming is investigated.

Keywords: reamer bit, teeth, irregular pitch, deviation, axis, hole, reaming.

В настоящее время нет научно обоснованного объяснения влияния неравномерного углового шага зубьев развертки на точность обработанного отверстия. В работах [1—4] установлено, что неравномерный угловой шаг зубьев развертки препятствует образованию огранки обработанного отверстия, а в работах [5, 6] показано, что именно он является причиной образования волнистости поверхности обработанного отверстия. При этом в указанных работах механизм образования огранки не рассматривается. Следует отметить, что огранка образуется даже при обработке однолезвийным инструментом [6]. Эти противоречия, вероятно, можно объяснить разными условиями обработки: разной жесткостью стержней разверток; способом установки развертки; биением режущей части развертки; распределением биения по режущим кромкам; биением шпинделя станка; отклонением оси развертки от оси отверстия перед обработкой и др.

По данным работ [1, 2, 4, 7, 8] огранка образуется в результате вибрации инструмента — поперечных колебаний развертки, и наличия в технологической системе (ТС) источников возбуждения этих колебаний в виде углублений на обработанной поверхности заготовки, образующихся, когда частота вращения инструмента близка к частоте собственных колебаний развертки, определяемой зависимостью [9]:

$$n = 60\,K_i^2\,(EJ/m)^{0,51}/l^2, \qquad (1)$$

где n — частота вращения развертки, мин$^{-1}$; K_i — коэффициент, определяемый номером i гармоники собственных колебаний стержня развертки; E — модуль упругости его материала; J — центральный момент инерции площади поперечного сечения стержня развертки; m и l — погонная масса и длина стержня развертки.

Имеем $K = 1,875$ при $i = 1$ и $K = 0,5(2i - 1)\pi$ при $i > 1$.

Рекомендуется выбрать такую частоту вращения развертки, при которой равенство (1) не должно соблюдаться для исключения резонанса.

Автоколебания, возникающие при обработке разверткой с неравномерным угловым шагом, будут гаситься силами резания, действующими на развертку со стороны каждого зуба с переменной частотой, не совпадающей с частотой собственных колебаний ее стержня из-за неравномерного углового шага. На образование огранки влияет окружной шаг, а не угловой, но разность окружных шагов должна быть не менее 1 мм. При этом минимальная разность угловых шагов развертки диаметром d должна быть не менее $\Delta\omega = (114,6/d)^\circ$. Следовательно, с уменьшением диаметра d, например со 100 до 10 мм, минимальная разность $\Delta\omega$ должна увеличиваться с 1,14 до 11,46°.

В статье рассматривается влияние неравномерного углового шага режущих кромок на образование разбивки P (разности диаметров обработанного отверстия и развертки) при условии отсутствия биения ее режущей части [10].

Неравномерный угловой шаг режущих кромок развертки рассматриваем на угловом секторе, равном 180°. При этом диаметрально противолежащие угловые шаги одинаковы и являются согласно ГОСТ 7722—77 членами арифметической прогрессии с разностью $\Delta\omega$, уменьшающейся с увеличением числа зубьев развертки с 2 до 1°. Число возможных относительных расположений угловых шагов на каждом секторе в 180° для развертки с числом зубьев z равно числу П перестановок из половины числа зубьев развертки: $\Pi = (0,5z)!$

Распределение углового шага по зубьям развертки существенно влияет на величину разбивки отверстия. Наибольшая разбивка обеспечивается при распределениях углового шага ω по рис. 1, *а*, наименьшая по рис. 1, *б*. Зависимости разбивки P от разности углового шага приведены на рис. 2.

Неравномерный угловой шаг определяет разную подачу на каждый из зубьев, что приводит к образованию разбивки при обработке отверстия. Подача на i-й зуб составит $S_i = 0,0028S_0\omega_i$, где S_0 — подача на оборот, мм; i —

[1] Работа выполнена в рамках проекта "Повышение качества поверхностей, обработанных развёртыванием и шлифованием" при реализации базовой части государственного задания № 2014/199 Минобрнауки РФ на выполнение работ в сфере научной деятельности.

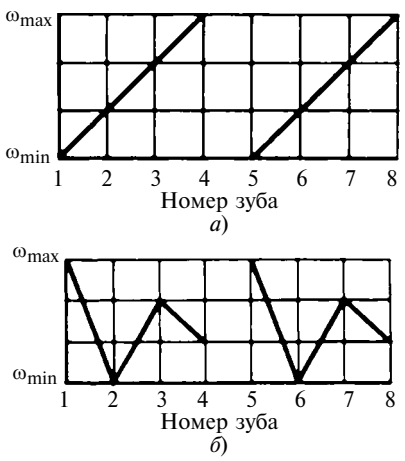


Рис. 1. Распределения углового шага ω развертки с $z = 8$, обеспечивающие наибольшую (*а*) и наименьшую (*б*) разбивку обработанного отверстия

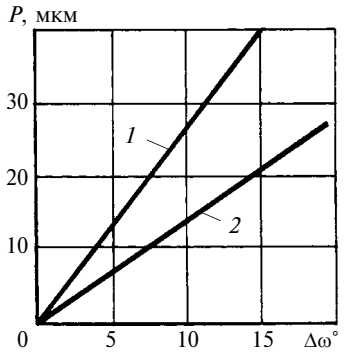


Рис. 2. Зависимости разбивки *P* от разности Δω угловых шагов зубьев при распределении по рис. 1, *б* (*1*) и *а* (*2*):
$G = 600$ Н/мм; $\sigma_в = 500$ Н/мм^2; $S_0 = 1{,}6$ мм; $e = 0{,}4$ мм; $t = 0{,}2$ мм; $\varphi = 15°$; $z = 8$

номер зуба на дуге 180°, выбираемый в интервале $1 \leqslant i \leqslant z/2$;

$$\omega_i = \omega_{min} + \Delta\omega(i - 1) \qquad (2)$$

— угловой шаг для i-го зуба. Здесь

$$\omega_{min} = 360/z - \Delta\omega(0{,}25z - 0{,}5) \qquad (3)$$

— минимальный угловой шаг.

Номер зуба в интервале от 1 до $z/2$ натурального ряда чисел в зависимостях (2) и (3) определяют в соответствии с распределением угловых шагов на дуге 180°.

В таблице приведены результаты расчета подач по зубьям развертки с числом зубьев $z = 8$ для двух вариантов распределения углового шага $\Delta\omega = 5$ и 15° (см. рис. 1, *а*, *б*).

При обработке разверткой с неравномерным угловым шагом и отсутствии биения ее режущей части разбивка отверстия образуется в результате отклонения оси развертки от оси отверстия перед обработкой, которое может быть обусловлено неточной установкой развертки относительно обрабатываемого отверстия или радиальным биением шпинделя станка.

Неравномерный угловой шаг зубьев развертки, как следует из таблицы, определяет неравномерное распределение подач по зубьям развертки. При отсутствии отклонения осей развертки и отверстия перед обработкой и биения режущей части развертки все силы резания, действующие на ее зубья, уравновешены. Это исключает образование отклонений формы и размеров обработанной поверхности отверстия от неравномерного углового шага. При наличии отклонения осей развертки и отверстия перед обработкой и относительном биении одной или нескольких пар противолежащих режущих кромок неравномерный угловой шаг зубьев развертки приводит к образованию разбивки и отклонению формы обработанной поверхности. На практике возможны различные сочетания распределений угловых шагов и отклонений, вызывающих биение режущей части развертки: одни из них способствуют увеличению разбивки и формы обработанных отверстий, другие — их уменьшению. Равенство подач для всех зубьев развертки исключает образование отклонений размера и формы обработанного отверстия при любых условиях, т. е. при отсутствии биения режущих кромок и равномерном угловом шаге зубьев. Упомянутое противоречие является следствием того, что не учитывались разные распределения углового шага зубьев развертки и расстояний режущих кромок до оси развертки. В статье рассматривается влияние жесткости G стержня развертки, предела $\sigma_в$ прочности обрабатываемого материала, отклонения e осей развертки и отверстия перед обработкой, глубины t резания, угла φ в плане и числа z зубьев развертки на разбивку P отверстия [9].

Увеличение минимальной разности Δω угловых шагов приводит к пропорциональному увеличению разбивки P (см. рис. 2). При этом неравномерный угловой шаг лишь при относительном биении хотя бы одной пары противолежащих режущих кромок приводит к образованию отклонения от круглости (EFK) обработанных отверстий. Увеличение отклонения e оси развертки от оси обрабатываемого отверстия приводит к пропорциональному увеличению разбивки (рис. 3).

Учитывая, что разбивка определяется величиной перемеще-

Подача на зуб развертки $z = 8$ с неравномерным угловым шагом при отсутствии биения ее режущей части

Δω°	S_0, мм	ω_1 и ω_2	ω_2 и ω_6	ω_3 и ω_7	ω_4 и ω_8	Рисунок	S_{max}/S_{min}
5	0,4 1,6	0,042 0,162	0,047 0,189	0,053 0,211	0,058 0,233	1, *а*	1,4
	ω_i 0,4	52,5 0,058	37,5 0,042	47,5 0,033	42,5 0,047	1, *б*	
15	ω_i 0,4 1,6	22,5 0,025 0,1	37,5 0,0417 0,167	52,5 0,0583 0,233	67,5 0,075 0,3	1, *а*	3
	ω_i 0,4 1,6	67,5 0,075 0,3	22,5 0,025 0,1	52,5 0,0583 0,233	37,5 0,0417 0,167	1, *б*	

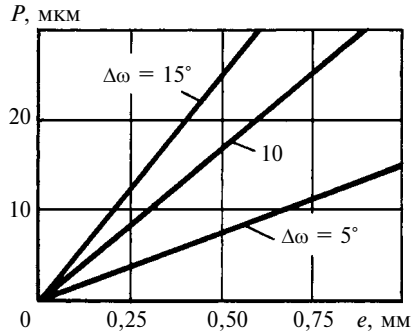


Рис. 3. Зависимости разбивки *P* от отклонения *e* осей развертки и обработанного отверстия при распределении угловых шагов по рис. 1, *б*:
G = 600 Н/мм; $\sigma_в$ = 500 Н/мм^2; S_0 = = 1,6 мм/об; t = 0,3 мм; φ = 15°

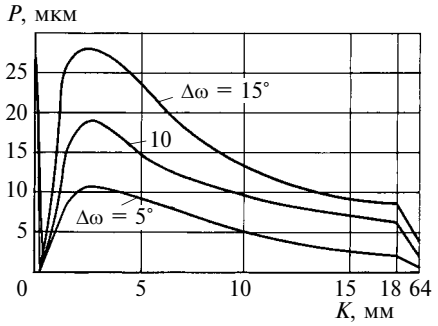


Рис. 4. Зависимости разбивки *P* от относительной жесткости *K* при распределении углового шага зубьев развертки по рис. 1, *б*:
e = 0,4 мм; z = 8; S_0 = 1,6 мм; t = 0,3 мм; $\sigma_в$ = 500 Н/мм^2; φ = 15°

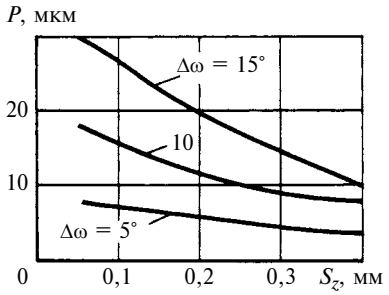


Рис. 5. Зависимости разбивки *P* от подачи S_z:
e = 0,4 мм; G = 600 Н/мм; t = 0,3 мм; $\sigma_в$ = 500 Н/мм^2; φ = 15°

ний центра формообразующего поперечного сечения развертки, которые прямо пропорциональны неуравновешенной поперечной силе резания и обратно пропорциональны жесткости G ТС, то на разбивку оказывает влияние отношение $K = G/\sigma_в$. Однако влияние относительной жесткости ТС на разбивку нелинейно (рис. 4). При $K = 1 \div 10$ мм и $\Delta\omega > 5°$ разбивка $P > 10$ мкм. Закрепление развертки с помощью плавающих или качающихся патронов при отсутствии радиального биения режущей части развертки исключает образование разбивки и отклонения от круглости обработанного отверстия из-за неравномерного углового шага.

Увеличение подачи S_z приводит к увеличению прогиба стержня развертки, уменьшающему отклонение оси развертки от оси обрабатываемого отверстия, и выравниванию глубины резания всеми зубьями развертки, т. е. чем больше подача, тем меньше разбивка (рис. 5). Изменение глубины t резания и угла φ в плане не влияет на разбивку, образующуюся в результате неравномерного углового шага зубьев развертки.

Результаты расчетов аппроксимированы следующими зависимостями:

$$P = 9{,}5e(0{,}6 - S_z)\Delta\omega^{0{,}95}K \quad \text{при } 0 \leqslant K \leqslant 1;$$

$$P = 11{,}5e(0{,}6 - S_z)\Delta\omega^{0{,}87}K \quad \text{при } 1 \leqslant K \leqslant 4;$$

$$P = 2e(0{,}6 - S_z)(7{,}5\Delta\omega^{0{,}85} - 0{,}31\Delta\omega^{1{,}4}K) \quad \text{при } 4 \leqslant K \leqslant 10;$$

$$P = 2e(0{,}6 - S_z)(3\Delta\omega - 0{,}4\Delta\omega^{1{,}4}K) \quad \text{при } K > 10,$$

где $\Delta\omega$ в градусах; e, S_z, K в мм.

Выводы

1. Неравномерный угловой шаг зубьев развертки определяет различные подачи зубьев, что приводит к образованию разбивки при наличии отклонения осей развертки и отверстия перед обработкой и жесткого ее закрепления.

2. Существует оптимальное распределение углового шага на дуге 180°: наихудшее распределение наблюдается при расположении шагов по убывающей или возрастающей арифметической прогрессии.

3. На разбивку отверстий при развертывании влияет разность угловых шагов, на огранку — разность окружных шагов. Поэтому $\Delta\omega$ должно увеличиваться от 2 до 12° при уменьшении диаметра развертки со 100 до 10 мм.

4. Для уменьшения разбивки рекомендуется применять подачу на зуб 0,2 мм и более.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Холмогорцев Ю. П.** Оптимизация процесса обработки отверстий. М.: Машиностроение, 1984. 184 с.
2. **Кирсанов С. В.** Влияние конструкции развертки на огранку обработанных отверстий // СТИН. 2000. № 4. С. 22, 23.
3. **Блинова Т. О., Харитонова О. Н.** Прогрессивный режущий инструмент. Ч. 4. Зенкеры, развертки, расточные резцы. М.: ВНИИ ТЭМП, 1992. 40 с.
4. **Малышко И. А.** Влияние распределения зубьев на устойчивость разверток // Надежность режущего инструмента. Вып. 2. Киев—Донецк: Вища школа, 1975. С. 131—134.
5. **Стрельцов В. А.** О погрешности геометрической формы отверстий в зависимости от характера распределения зубьев развертки по окружности // Изв. Вузов. Машиностроение. 1965. № 9. С. 150—153.
6. **Куприянов В. А.** Мелкоразмерные инструменты для резания труднообрабатываемых материалов. М.: Машиностроение, 1989. 186 с.
7. **Троицкий И. Д.** Глубокое сверление. Л.: Машиностроение, 1971. 174 с.
8. **Обработка** глубоких отверстий / Н. Ф. Уткин, Ю. И. Книжияев, С. К. Плужников и др.; под общ. ред. Н. Ф. Уткина. Л.: Машиностроение, 1988. 269 с.
9. **Бидерман В. Л.** Прикладная теория механических колебаний. М.: Высшая школа, 1972. 416 с.
10. **Железнов Г. С., Круцило В. Г., Железнова С. Г.** Влияние отклонения оси развертки от оси обрабатываемого отверстия на образование отклонений геометрических параметров обработанной поверхности // СТИН. 2010. № 5. С. 11—14.

УДК 621.762.27

Е. В. АГЕЕВА, канд. техн. наук, Н. М. ХОРЬЯКОВА, Е. В. АГЕЕВ, д-р техн. наук (Юго-Западный ГУ, г. Курск), e-mail: ageev_ev@mail.ru

Исследование формы и морфологии электроэрозионных медных порошков, полученных из отходов[1]

Представлены результаты исследования формы и морфологии поверхности частиц порошков, полученных методом электроэрозионного диспергирования отходов медной проволоки и применяемых при электроискровом меднении поверхности изношенных деталей.

Ключевые слова: медные электротехнические отходы, электроэрозионное диспергирование, порошок, гальваническое покрытие.

The results of research of shape and morphology of surface of powder particles, obtained by method of electroerosion dispergation of copper wire wastes and used at electrospark copper plating of surface of worn-out parts, are presented.

Keywords: copper electrotechnical wastes, electroerosion dispergation, powder, galvanic coating.

К перспективным упрочняющим технологиям относится электроискровое легирование (ЭИЛ) металлических поверхностей, при котором в результате кратковременного электрического разряда между упрочняемой поверхностью (катодом) и упрочняющим материалом (анодом) происходит перенос химических элементов анода на поверхность катода, таким образом, создается поверхностный легированный слой. Для изготовления электродов используют разные материалы.

Медные электроды, полученные из дисперсных медных порошков, используют при восстановлении изношенных деталей, упрочнении поверхностных слоев для повышения износостойкости, для улучшения физико-химических свойств поверхностных слоев — повышения коррозионной стойкости, жаростойкости, адгезионной и химической связи с полудой. Кроме того, ЭИЛ применяют для подготовки поверхности деталей к газопламенной наплавке и, в частности, при подготовке предварительно термоообработанных деталей. Для этого используют электроды из самофлюсующихся сплавов (ПГ-СРЗ, ПР-ОНСР, молибдена, меди) в зависимости от необходимого покрытия.

В насосах, дымососах, турбинах и турбокомпрессорах, применяемых на химических предприятиях, устанавливают подшипники скольжения, залитые баббитом.

Данные подшипники состоят из постели, стального или чугунного вкладыша и баббитовой заливки. Анализ показал, что одной из основных причин выхода их из строя является выкрашивание баббитовой заливки, которое происходит вследствие появления сетки трещин в местах отслаивания баббита от стального или чугунного вкладыша ввиду низкой адгезии между полудой (оловом) и материалом вкладыша (сталь 20 или чугун). Наименьшая адгезионная составляющая имеет место в паре олово—чугун. В ОАО «Новомосковская акционерная компания "Азот"» с 1994 г. применяется технология ЭИЛ для стальных и чугунных вкладышей подшипников медным порошком. Обработка заключается в нанесении с помощью медного электрода на поверхность вкладыша слоя меди толщиной 30÷60 мкм. В отличие от химического и гальванического методов меднения при ЭИЛ происходит сплавление меди с материалом вкладыша, их взаимное проникновение и перемешивание [1].

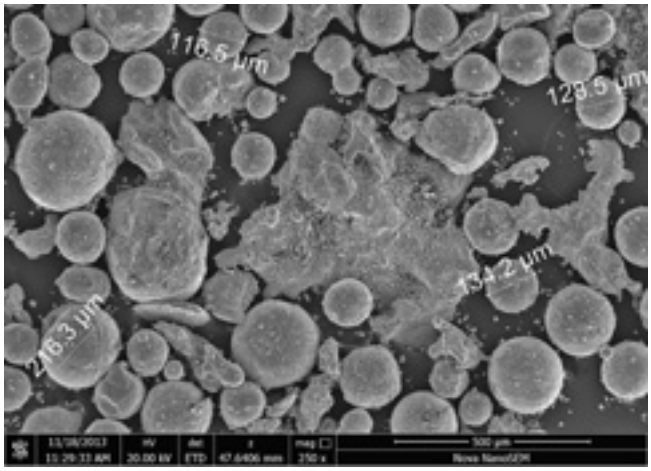
При лужении оловом омедненных вкладышей между оловом и покрытием устанавливается не только адгезионная, но и химическая связь. Лабораторные испытания показали, что отрыв баббитовой заливки от стальных и чугунных образцов происходит по границе сталь—олово, а на медненных образцах — по слою баббита. Эксплуатация данных вкладышей показала их высокую надежность — подшипники не выходят из строя в результате отслаивания баббитовой заливки, исключен брак при заливке. Применяемая технология повысила долговечность подшипников в 2 раза [1].

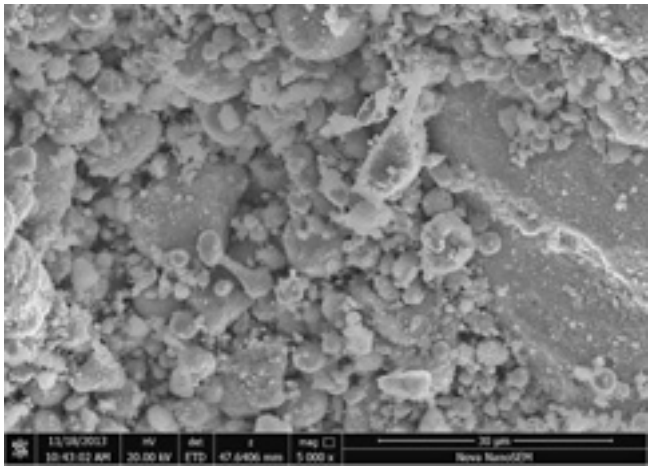
Для изготовления медных электродов в основном применяют дисперсные медные порошки, которые получают различными способами: твердофазным восстановлением, распылением расплава, электролизом, карбонильным и автоклавным способами. Производство медных порошков осуществляется в основном обработкой водных растворов (или расплавов) солей на сложном взрыво- и пожароопасном оборудовании [2].

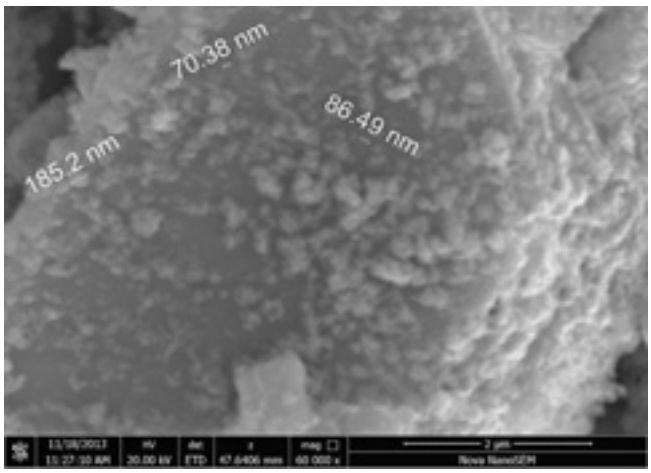
Медь — дорогой и дефицитный металл, потому разработка новых способов получения дисперсных медных порошков — весьма актуальное направление исследований.

Выбор способа получения порошка основывается на свойствах требуемого материала и экономичности процесса. Низкими энергетическими затратами и высокой экологичностью характеризуется такой способ получения порошка из медных отходов, как электроэрозионное диспергирование (ЭЭД), т. е. разрушение токопроводящего материа-

[1] Работа выполнена по гранту Президента Российской Федерации № МК-1765.2013.8.







ла в результате локального воздействия кратковременными электрическими разрядами между электродами [3].

Широкое распространение ЭЭД для переработки медных отходов с целью их повторного использования сдерживается отсутствием информации о составе и свойствах получаемых этим способом порошков и рекомендаций по их практическому применению. Для восполнения данного пробела необходимы комплексные теоретические и экспериментальные исследования.

Уникальные свойства дисперсных порошков, полученных с помощью ЭЭД, обусловлены их микроструктурой. Поэтому для расширения практического применения необходимы исследования особенностей микрогеометрии, формы и морфологии данных порошков и их фазового гранулометрического состава.

Для получения медного порошка использовали установку для ЭЭД токопроводящих материалов [4, 5] и отходы электротехнической медной проволоки (ТУ 16-705.492—2005). Проволоку загружали в реактор, заполненный рабочей жидкостью — дистиллированной водой. Диспергирование осуществляли при напряжении 200÷220 В, частоте импульсов 28 Гц и емкости разрядных конденсаторов 33,5 мкФ.

Для анализа частиц полученного порошка были сделаны снимки (см. рисунки). Для этого использовали растровый электронный микроскоп (РЭМ) QUANTA 600 FEG с электронно-лучевой колонной (ЭЛК), оснащенной вольфрамовым катодом; ускоряющее напряжение от 200 до 30 000 кВ; разрешение: 3,5 нм при 35 и 30 кВ в режиме естественной среды; <15 нм при 1 кВ в режиме низкого вакуума. ЭЛК Magnum оснащена галлиевым жидкометаллическим источником ионов; ускоряющее напряжение 5÷30 кВ, разрешение 20 нм. Система оснащена пятиосевым моторизованным столиком размерами 50 × 50 × 25 мм и газовыми инжекционными системами для напыления проводников и диэлектриков, а также для травления образцов.

Микроскоп позволяет получать изображения различных объектов с увеличением ×100 000.

Исследованиями установлено, что порошок, полученный методом ЭЭД из медных отходов, имеет включения частиц неправильной формы (конгломератов), но в основном состоит из частиц правильной сферической (или эллиптической) формы. Это объясняется тем, что частицы порошка, выбрасываемые из канала разряда в жидком состоянии в рабочую жидкость, быстро кристаллизуются и закаливаются. При выходе из зоны разряда некоторые частицы порошка сталкиваются. Если в момент их столкновения кристаллизация была полностью завершена, то на них остаются характерные следы от ударов и образуется сетчатая поверхность.

При значительной разнице температур столкнувшихся частиц происходит их слипание с образованием непрочных границ. Как правило, это происходит при столкновении крупных частиц, образовавшихся из жидкой фазы, с мелкими частицами, образовавшимися из паровой фазы. При одинаковой температуре частиц при столкновении могут образовываться конгломераты неправильных форм. Это отмечалось и в работах [6, 7] по изучению ЭЭД других материалов. Эксперименты по исследованию формы и морфологии частиц медного порошка, полученного из отходов электротехнической

УДК 621.763:669.295

А. И. ХОРЕВ, д-р техн. наук (ФГУП "ВИАМ", г. Москва),
e-mail: anatoly.xorev@yandex.ru

Применение композиционных материалов на основе титановых сплавов

Представлены результаты разработок композиционных материалов, предназначенных для летательных аппаратов, на основе конструкционных титановых сплавов с использованием комплексного легирования, термической и термомеханической обработок и текстурного упрочнения.

Ключевые слова: титановый сплав, комплексное легирование, термомеханическая обработка, композиционный материал.

The results of engineering design of composite materials for airborne vehicles, based on construction titanium alloys with combined alloyage, thermal and thermomechanical treatments and texture hardening, are presented.

Keywords: titanium alloy, combined alloyage, thermomechanical treatment, composite material.

Тенденция снижения весовой эффективности при увеличении эксплуатационной надежности деталей и узлов авиационной, космической и ракетной техники обусловливает необходимость научной разработки новых технологических решений и материалов. Повышение прочности титановых сплавов традиционными методами легирования и термической обработкой связано, как правило, с уменьшением их пластичности и опасностью хрупкого разрушения. Вместе с тем возможно одновременное повышение прочности и пластичности титановых сплавов путем создания на их основе композиционных материалов (КМ) [1—17].

В настоящее время большое внимание уделяется созданию КМ с внешним армированием, из которых изготовляют, например, баллоны для различных веществ. Такие КМ должны иметь высокие удельную прочность и надежность, так как работают при высоком внутреннем давлении и большой упругой энергии сжатого воздуха, повышение которых может привести к снижению пластичности материала, вплоть до его хрупкого разрушения. Поэтому создание КМ требует всестороннего подхода — это легирование, технологии производства полуфабрикатов и композиционных конструкций, получение прочных армирующих волокон со стабильными свойствами.

Конструкционные титановые сплавы, используемые для создания КМ

Разработка конструкционных свариваемых титановых сплавов высокой ($\sigma_в$ = 900÷1300 МПа) и сверхвысокой ($\sigma_в$ > 1300 МПа) прочности — одна из важнейших задач создания современных КМ, для выполнения которой автором разработаны:

теория комплексного легирования титановых сплавов, на основе которой созданы сплавы универсального применения ВТ23, ВТ23К, ВТ23Л, ВТ23М, ВТ23МК, ВТ23МЛ, ВТ43, ВТ19, ВТ19-1 и высокотемпературные (до 700 °С) сплавы ВТ18У и ВТ38 в виде листов и других полуфабрикатов;

основы термической обработки псевдо α-, (α + β)- и β-титановых сплавов и новые процессы упрочняющей термической обработки (ТО), в том числе с исполь-

(Окончание статьи. Начало см. на стр. 73)

медной проволоки с помощью ЭЭД, подтвердили возможность его использования в качестве электродного материала при ЭИЛ.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Галаев В. К., Брагин Л. П., Сафонов Б. П.** Восстановление и упрочнение деталей оборудования в условиях ремонтно-механического производства химического предприятия. Новомосковск: НАК АЗОТ, 2000. 41 с.

2. **Металлические** порошки и порошковые материалы: Справочник / Б. Н. Бабич, Е. В. Вершинина, В. А. Глебов и др. М.: ЭКОМЕТ, 2005. 520 с.

3. **Агеев Е. В.** Получение порошков из отходов твердых сплавов методом электроэрозионного диспергирования // Электрометаллургия. 2011. № 10. С. 24—27.

4. **Пат. 2449859 Рос. Федерации:** C2. B22F9/14. Установка для получения нанодисперсных порошков из токопроводящих материалов.

5. **Агеев Е. В., Агеева Е. В.** Разработка оборудования и технологии для получения порошков из отходов вольфрамсодержащих твердых сплавов, пригодных к промышленному использованию // Вестник машиностроения. 2013. № 11. С. 51—57.

6. **Агеев Е. В.** Форма и морфология поверхности частиц порошков, полученных электроэрозионным диспергированием твердых сплавов, содержащих вольфрам // Технология металлов. 2011. № 7. С. 30—32.

7. **Агеев Е. В.** Изучение физико-механических свойств твердосплавных порошков, полученных электроэрозионным диспергированием отходов // Упрочняющие технологии и покрытия. 2011. № 6. С. 8—14.

зованием высокоскоростной и градиентной закалок;

теория и технологии термомеханической обработки (ТМО) титановых сплавов, в том числе низкотемпературной (НТМО) и высокотемпературной (ВТМО), обеспечивающих повышение конструкционной прочности при двухосном растяжении и трещиностойкости на 20÷30 %;

теория текстурного упрочнения титановых сплавов, позволяющая получать полуфабрикаты с заданной кристаллографической текстурой и повышением прочности при двухосном растяжении на 20÷40 %;

создание КМ на основе титана с удельной прочностью $\sigma_{вк}/\gamma = 48 \div 50$ км (где $\sigma_{вк}$ — конструкционная прочность; γ — плотность материала) и многослойных КМ, малочувствительных к поверхностным дефектам.

Создание сплавов ВТ23, ВТ23Л, ВТ23К ($\sigma_в \geqslant 1100$ МПа), ВТ23М, ВТ23МЛ, ВТ23МК ($\sigma_в \geqslant 1150$ МПа) и ВТ43, ВТ43Л, ВТ43К ($\sigma_в \geqslant 1250$ МПа и $\sigma_в \geqslant 1350$ МПа) с заданными кристаллографической текстурой, субструктурой, макро- и микроструктурой обеспечивает высокие механические свойства самолетных конструкций при длительной эксплуатации. При комплексном легировании сплавов можно достичь и более высокого предела прочности, например $\sigma_в = 1350$ МПа для сферических баллонов, работающих под высоким внутренним давлением.

Сплавы ВТ23, ВТ23М, ВТ43 можно использовать в производстве монолитных, сварных и паяных конструкций и различных полуфабрикатов. Их применение позволяет снизить массу конструкции на 20÷30 %, повысить в 3÷5 раз ресурс и на 25÷35 % эксплуатационную надежность, а также снизить на 15÷20 % стоимость [1—12].

Ведутся разработки специальных титановых сплавов для криогенной техники, а также сплавов с высокими жаростойкостью и коррозионной стойкостью. Так, сплавы ВТ5-1, ВТ5-1кт, ВТ6, ВТ23, ВТ23М, ВТ43, ВТ38 успешно работают при минусовых, криогенных и высоких температурах. Специальные сплавы ВТ5-1 и ВТ5-1кт с α-структурой рекомендуются для баллонов, работающих при температуре −253 °С. Их предел прочности 750 МПа и повышение их прочности путем легирования может быть незначительным. Текстурное упрочнение позволяет повысить конструкционную прочность шаровых баллонов из сплава ВТ5-1 при двухосном растяжении на 40 % (до 1150 МПа), что позволяет снизить металлоемкость баллонов [1—16]. Комплексное макро- и микролегирование повышает эксплуатационные свойства основного материала и сварных соединений, использующихся при температурах от −253 до 700 °С.

Многослойные КМ и КМ с внутренним армированием

Разработана многослойная композиция из четырех слоев сплава ВТ23 и пяти слоев сплава ОТ4 большой конструкционной прочности, которая отличается повышенной прочностью при двухосном растяжении по сравнению с осевым ($\sigma_{вк}/\sigma_в$), меньшей чувствительностью к надрезу (высокие значения $\sigma^н_{вк}$, $\sigma^н_{вк}/\sigma_в$), высокими трещиностойкостью (KCT) и ударной вязкостью (KCU) по сравнению с монолитным сплавом ВТ23.

Разработаны КМ с внутренним армированием, состоящие из слоев фольги толщиной 0,08 мм из сплавов ВТ23, ВТ16, ВТ6с и ВТ1-0 и слоев волокон SiC и B + SiC. Самая прочная фольга получена из сплава ВТ23 ($\sigma_в = 1100$ МПа). Для КМ, состоящего из фольги ВТ23 (80 %) и волокон SiC (20 %), получены: максимальная жаропрочность $\sigma_в^{500} = 720$ МПа и $\sigma_в^{20} = 980$ МПа, модуль упругости $E = 185$ ГПа, плотность $\gamma = 4100$ кг/м^3. Композиционный материал из фольги ВТ23 (80 %) и волокон B + SiC (20 %) имеет следующие показатели: $\sigma_в^{500} = 610$ МПа и $\sigma_в^{20} = 990$ МПа, $E = 195$ ГПа, $\gamma = 3600$ кг/м^3. Разработаны листовые высокотемпературные (для применения при температуре 700 °С в течение 20 ч и при 600 °С в течение 100 ч) псевдо α-сплавы ВТ18У и ВТ38 и технология изготовления из них листов толщиной 0,8 мм и фольги [1—12].

КМ с внешним армированием

Композиционные материалы на полимерной основе (углепластик и боропластик) имеют соответственно плотность 1400 и 1950 кг/м^3, предел прочности на изгиб 750 и 1200 МПа и модуль упругости 170 и 220 ГПа.

Внешнее армирование цилиндрических и сферических баллонов при высоком внутреннем давлении целесообразно выполнять лентой из волокон бора или углерода с однонаправленной структурой. Это повышает их конструкционную прочность в 1,5÷2 раза по сравнению с цельнометаллическими баллонами. Материал с однонаправленной структурой располагают на поверхности упрочняемого элемента по направлению наибольшего главного напряжения: при плоском напряженном состоянии с соотношением главных напряжений $\sigma_1/\sigma_2 \geqslant 2$ (σ_1 и σ_2 — соответственно тангенциальное и осевое напряжения), например в цилиндрических емкостях, нагруженных внутренним давлением. Эффективность КМ с внешним армированием достигается тем, что удается практически полностью реализовать прочность резко анизотропного, очень высокопроч-

ного в одном направлении армирующего элемента, повысив при этом надежность композиции в целом.

Недостатком металлических емкостей из титановых сплавов, работающих при внутреннем давлении, является их удельная прочность, не превышающая 30 км. Это связано с опасностью преждевременного хрупкого разрушения при наличии концентраторов напряжения и повреждении поверхности. Еще меньшую удельную прочность имеют емкости из алюминиевых сплавов и сталей. Применение КМ с внешним армированием в этом случае позволяет повысить удельную прочность на 40÷50 %.

Цилиндрические емкости, как правило, изготовляют сверткой листа с продольным сварочным швом, расположенным в зоне максимальных тангенциальных напряжений, которые в 2 раза превышают осевые напряжения (рис. 1, кривая *1*), т. е. прочность сплава в осевом направлении полностью не реализуется. Сварные емкости термически обрабатывали на разную прочность ($\sigma_В$) при одноосном растяжении, чем достигалась соответственно и разная конструкционная прочность ($\sigma_{ВК}$) при двухосном растяжении. Цилиндрические емкости из комплексно легированного (α + β)-сплава ВТ23 изготовляли разными способами: спиральной сваркой свернутой ленты (рис. 1, кривая *2*); продольным сварочным швом с последующей деформацией на стане поперечной прокатки (рис. 1, кривая *3*); с утолщением зоны сварного шва за счет утонения основного металла механической обработкой или химическим фрезерованием (рис. 1, кривая *4*). Максимальная конструкционная прочность $\sigma_{ВК}$ = 1400 МПа получена у емкости ∅200 мм из сплава ВТ23 с утолщением зоны сварного шва. Конструкционная прочность сварных емкостей соответствовала конструкционной прочности монолитных труб [12—17]. Внешнее армирование высокопрочными нитями особенно важно при создании надежных и легких баллонов для газового топлива, используемых на автотранспорте.

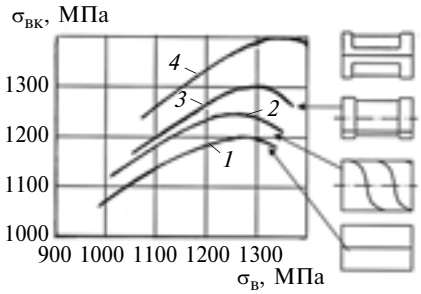


Рис. 1. Влияние предела прочности $\sigma_В$ и вида сварного шва (СШ) на конструкционную прочность $\sigma_{ВК}$ сварных емкостей из комплексно легированного титанового (α + β)-сплава ВТ23:
1 — продольный СШ; *2* — спиральный СШ; *3* — продольный СШ с деформацией его зоны; *4* — СШ в утолщенной зоне; $\sigma_{ВК1} : \sigma_{ВК2} : \sigma_{ВК3} : \sigma_{ВК4}$ = 1 : 1,1 : 1,15 : 1,3

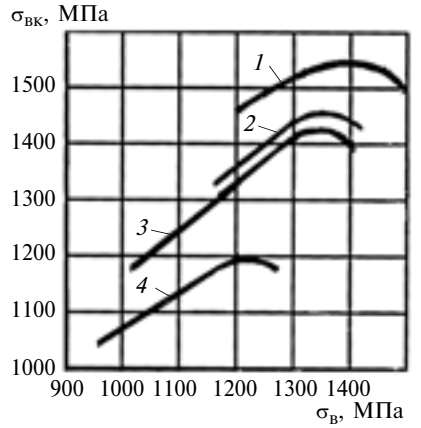


Рис. 2. Влияние предела прочности $\sigma_В$ и вида обработки на конструкционную прочность $\sigma_{ВК}$ баллонов из комплексно легированного сплава ВТ19:
1 — ВТМО + НТМО; *2* — НТМО; *3* — ВТМО; 4 — ТО

Для повышения конструкционной прочности емкостей можно применять ТМО монолитных труб из комплексно легированного β-сплава ВТ19 (рис. 2), который характеризуется высокой пластичностью при холодной деформации, осуществляемой на стане поперечной прокатки. Если после ТО (закалка в воде + старение) максимальная конструкционная прочность $\sigma_{ВК}$ = 1200 МПа, то после ВТМО (горячая деформация, охлаждение в воде + старение) имеем $\sigma_{ВК}$ = 1400 МПа. Применяя НТМО (закалка + холодная деформация + старение) можно обеспечить более высокую конструкционную прочность емкости. Максимальная прочность достигается при комбинированной обработке сплава ВТМО + НТМО [1—12]. Таким образом, емкости высокой конструкционной прочности следует изготовлять из комплексно легированных (α + β)-сплава ВТ23 и β-сплава ВТ19 с внешним армированием из КМ. Для исследований были изготовлены монолитные емкости из труб сплава ВТ23 с внешним армированием КМ, которые подвергали отжигу ($\sigma_{ВК}$ = 1100 МПа) и ТО (закалка + старение) ($\sigma_{ВК}$ = 1400 МПа).

Для армирования применяли нити из разных пластиков (табл. 1). Стеклопластики ВМ1, ВМП и пластик ВНИВЛОН имеют высокую удельную прочность $\sigma_В/\gamma$ = 95÷113 км, которая в 3÷4 раза больше удельной

Таблица 1

Механические свойства материалов для внешнего армирования

Материал	γ, кг/м^3	*E*, ГПа	$\sigma_В$, МПа	δ, %	$\sigma_В/\gamma$, км
Стеклопластик ВМ1	1900	60	1800	3,0	95
Стеклопластик ВМП	1900	62	2000	3,5	105
Пластик ВНИВЛОН	1150	70	1300	3,0	113
Углепластик	1125	220	800	0,7	64
Боропластик	2000	230	1200	0,55	60

прочности титановых сплавов, но низкую плотность. По сравнению с титановыми сплавами углепластик и боропластик имеют в 2 раза больший модуль упругости, в 2,5÷4,5 раза меньшую плотность и в 2 раза большую удельную прочность.

Конструкционная прочность емкостей из термически упрочненного сплава ВТ23, армированных высокопрочными и высокомодульными пластиками, достигает прочности, эквивалентной прочности титана ($\sigma_{вк\ экв}$ = 2250 МПа) при $\sigma_в/\gamma$ = 50 км. Наибольшую конструкционную прочность $\sigma_{вк}$ = 2250 МПа имеет емкость из сплава ВТ23 ($\sigma_в$ = 1400 МПа), армированная ВНИВЛОНом (табл. 2).

Таблица 2

Показатели прочности емкостей из сплава ВТ23 с внешним армированием

Термообработка	Пластик	$\sigma_{вк}$, МПа	$\sigma_{вк\ экв}$, МПа	$\sigma_{вк}/\gamma$, км
Отжиг	ВМ1	1100	1800÷1900	41÷42
	ВМП	1100	1800÷1850	40÷41
Закалка + старение	ВМ1	1400	1950÷2000	43÷44
	ВМП	1400	2150÷2200	48÷49
	ВНИВЛОН	1400	2160÷2250	48÷50
	Углепластик	1400	1570÷1800	35÷40
	Боропластик	1400	1450÷1800	32÷36

Таблица 3

Показатели механических свойств сплавов и сортамента полуфабрикатов

Сплав	Полуфабрикат; толщина, мм	Диапазон температур эксплуатации, °С	$\sigma_в$, МПа	Норматив
ВТ23; ВТ23М	Фольга; 0,08÷0,15 Ленты; 0,15÷1,0	−196÷400	980	ТУ 1-805-051
	Листы; 0,8÷1,2 Ленты; 1,5÷3,5 Ленты; 4,0÷10,5		⩾1225 ⩾1324 ⩾1275	ТУ 1-5-325
	Плиты; 15÷59 Плиты; 60÷100 Плиты; >100		1128÷1275 1079÷1226 1030÷1170	ТУ 1-805-103 ОСТ 1 90024
	Прутки; 10÷20 Прутки; 65÷150		1196÷1392 1176÷1323	ТУ 1-806-0408
	Поковки сечением до 300 мм и массой до 2500 кг Поковки сечением до 250 мм и массой до 1500 кг Штамповки сечением до 250 мм и массой до 3000 кг		⩾1078	ТУ 1-5-327 ТУ 1-805-107 ТУ 1-805-118
	Профили		⩾1127	ТУ 1-805-022
	Трубы		⩾1128	ТУ 1-805-204
ВТ43	Плиты, поковки, штамповки, листы	−196÷400	⩾1200	ТУ ОП
ВТ18У (листовой)	Листы; 0,8÷3,0 мм	−70÷600	$\sigma_в^{20}$ ⩾ 971 σ_{100}^{600} ⩾ 190	ТУ 1-92-150
	Плиты; 20÷80 мм			ТУ 1-92-151
ВТ38	Листы, плиты, поковки, штамповки	−70÷600	$\sigma_в^{20}$ ⩾ 971 σ_{100}^{600} ⩾ 240	ТУ ОП

Перспективным для изготовления КМ является титановый сплав ВТ23М (системы легирования Ti—Al—Mo—V—Cr—Fe) с более узким диапазоном легирования, чем сплав ВТ23, что обеспечивает большую стабильность механических свойств. Из сплава ВТ23М можно изготовлять те же полуфабрикаты, что и из сплава ВТ23. Создан комплексно легированный свариваемый титановый сплав ВТ43 (системы Ti—Al—Mo—V—Nb—Zr—Cr—Fe—Cu), по пластичности близкий сплаву ВТ23, из него можно изготовлять все типы полуфабрикатов для создания КМ [1—12]. Перспективными для летательных аппаратов нового поколения будут титановые сплавы, механические свойства которых представлены в табл. 3. Из сплавов ВТ23 и ВТ23М можно изготовлять силовые, монолитные, сварные и паяные конструкции: закладные элементы для КМ; цилиндрические и сферические газовые баллоны высокого давления с внешним армированием КМ; лонжероны, шпангоуты, балки, кронштейны; силовой набор, обшивку, обтекатели, оболочки, днища и др.

Универсальный сплав ВТ43 предназначен для производства листов, плит, поковок, штамповок и других полуфабрикатов, применяемых в монолитных сварных и паяных конструкциях: гидроаккумуляторы, емкости, агрегаты, лонжероны, шпангоуты, балки, обшивки, сотовые панели, баллоны высокого давления, в том числе с внешним и внутренним армированием.

Конструкционный листовой высокотемпературный (до 600 °С) сплав ВТ18У предназначен для изготовления штампосварных деталей обшивок планеров и двигателей, элементов соплового блока, горячего тракта двигателя. Из КМ на основе сплава ВТ18У изготовляют жаропрочные конструкции.

Конструкционный высокотемпературный сплав ВТ38 применяют в штампосварных конструкциях, обшивках планеров, двигателей, крыльев, рулей и корпусов ракет, из него изготовляют жаропрочные и жаростойкие композиционные конструкции с высокой удельной прочностью. Сплав ВТ38 применяют для самолетных конструкций при эксплуатации до 600 °С в течение 100 ч, для авиакосмических аппаратов типа "Буран" и стартовых двигателей — до 700 °С в течение 2 ч, для ракетных конструкций с кратковременным ресурсом 360 с — до 1200 °С.

Легирование редкоземельными металлами позволило улучшить свойства титановых сплавов разного фазового состава и создать высокотемпературный (до 700 °С) сплав ВТ38 (системы Ti—Al—Mo—Nb—Zr—Sn—Si—Gd) с повышенными жаростойкостью и жаропрочностью, который можно рекомендовать для изготовления КМ.

Перспективны для создания КМ высокопрочные (900÷÷1300 МПа) и сверхпрочные (>1300 МПа) титановые ($\alpha + \beta$)-сплавы с пониженной окисляемостью и улучшенной структурой: ВТ23-1 (системы Ti—Al—Mo—V—Cr—Fe—Gd) и ВТ43-1 (системы Ti—Al—Mo—V—Nb—Zr—Cr—Fe—Cu—Gd); среднелегированный β-сплав ВТ19-2 (системы Ti—Al—Mo—V—Cr—Zr—Gd); высоколегированный β-сплав ВТ15-2 (системы Ti—Al—Mo—V—Cr—Zr—Gd) [1—12].

Конструкционные и специальные титановые сплавы (для криогенных температур, высокотемпературные, с текстурным упрочнением и др.) эффективны при создании КМ и композиционных конструкций. Сплавы ВТ23, ВТ23М, ВТ43 целесообразно применять в качестве закладных элементов в композиционных конструкциях. К сплавам, применяемым для изготовления деталей и узлов ракетно-космической техники, предъявляются высокие требования по весовой эффективности (высокой удельной прочности), надежности и технологичности. Для изготовления баллонов из комплексно легированного высокопрочного свариваемого универсального ($\alpha + \beta$)-сплава ВТ23 были разработаны:

термомеханические параметры изготовления тонких листов с текстурным упрочнением, которое достигается продольно-поперечной прокаткой, а также технические условия на их поставку;

термомеханические параметры листовой штамповки в условиях сверхпластичности;

способы и режимы сварки, в том числе изделий малых толщин;

энергосберегающие режимы упрочняющей ТО;

температурные, временные и скоростные параметры изотермической листовой штамповки.

Все полуфабрикаты, детали и узлы были изготовлены в соответствии с инструкцией "Производство и применение титанового сплава ВТ23".

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Хорев А. И.** Комплексное легирование и термомеханическая обработка титановых сплавов. М.: Машиностроение, 1979. 228 с.

2. **Хорев А. И.** Современные методы повышения конструкционной прочности титановых сплавов. М.: Воениздат, 1979. 256 с.

3. **Хорев А. И.** Опыт применения титановых сплавов в народном хозяйстве. М.: ЦНИИТЭМС, 1977. 37 с.

4. **Металловедение** титана и его сплавов / С. П. Белов, А. И. Хорев, М. А. Хорев и др. М.: Металлургия, 1992. 352 с.

5. **Хорев А. И.** Создание теории комплексного легирования и разработка титанового сплава ВТ23 универсального применения // Вестник машиностроения. 2006. № 9. С. 40—46.

6. **Хорев А. И.** Теоретические и практические основы получения сверхпрочных титановых сплавов // Вестник машиностроения. 2009. № 9. С. 22—29.

7. **Хорев А. И.** Повышение конструкционной прочности термически и термомеханически упрочняемых титановых сплавов // Вестник машиностроения. 2010. № 5. С. 26—34.

8. **Хорев А. И.** Теория легирования и термической обработки конструкционных титановых ($\alpha + \beta$)-сплавов высокой и сверхвысокой прочности // Вестник машиностроения. 2010. № 7. С. 32—39.

9. **Хорев А. И.** Теория легирования и термической обработки конструкционных β-сплавов титана высокой прочности // Вестник машиностроения. 2010. № 8. С. 43—50.

10. **Хорев А. И.** Фундаментальные исследования легирования титановых сплавов редкоземельными элементами // Вестник машиностроения. 2011. № 11. С. 54—61.

11. **Хорев А. И.** Фундаментальные и прикладные работы по термической и термомеханической обработке титановых сплавов // Вестник машиностроения. 2011. № 12. С. 66—71.

12. **Хорев М. А., Хорев А. И.** Титановые сплавы, их применение и перспективы развития // Материаловедение. 2005. № 7. С. 25—34.

13. **Хорев М. А.** Структурно-фазовое состояние и надежность сварных соединений титановых сплавов. М.: НПО ВИАМ, 1991. 107 с.

14. **Хорев М. А.** Упрочнение сварных соединений титановых сплавов, полученных электронно-лучевой сваркой // МИТОМ 1985. № 1. С. 52—54.

15. **Хорев М. А.** Дендритная ликвация в металле шва сварных соединений титановых сплавов // Сварочное производство. 1989. № 5. С. 37—39.

16. **Хорев М. А., Хорев А. И.** Титановые сплавы, их применение и перспективы развития // Материаловедение. 2005. № 7. С. 25—34.

17. **Хорев М. А., Хорев А. И.** Современные титановые сплавы в авиакосмической технике // НТЖ РИА. Авиакосмическая техника и технология. 1997. № 1. С. 15—22.

УДК 004.896:621.91(075.8)

Ю. Г. КАБАЛДИН, д-р техн. наук, И. Л. ЛАПТЕВ, Д. А. ШАТАГИН,
С. В. СЕРЫЙ, канд. техн. наук (Комсомольский-на-Амуре ГТУ),
e-mail: uru.40@mail.ru

Диагностика выходных параметров процесса резания в режиме реального времени на основе фрактального анализа и вейвлет-анализа с использованием программно-аппаратных средств National Instruments и Nvidia CUDA

Разработано аппаратное и программное обеспечение для диагностики основных параметров процесса резания в текущем времени.

Ключевые слова: диагностика, резание металлов, вейвлет анализ, фрактальный анализ, параллельные вычисления, Nvidia CUDA.

The hardware and software for diagnostics of principal parameters of cutting process in real time is developed.

Keywords: diagnostics, cutting, metal, wavelet analysis, fractal analysis, Nvidia CUDA.

Существует ряд решений, позволяющих диагностировать процесс резания материалов, из которых наиболее перспективные основаны на измерении и анализе с помощью вибродатчиков и усилителей-преобразователей получаемого из зоны резания виброакустического сигнала с использованием специального программного обеспечения [1]. Реализацию данных схем усложняют отсутствие единых протоколов передачи данных, конвергенция программного и аппаратного обеспечения, физическая природа сигнала, высокие скорости обработки и обмена данными.

При резании снимаемое вибродатчиками напряжение пропорционально ускорению перемещения формообразующей поверхности инструмента, а изменение напряжения во времени — частоте колебаний. Напряжение сигнала очень мало (несколько милливольт), поэтому его усиливают. Для этого используют усилители—преобразователи, большинство из которых имеют блок интегрирования для получения на выходе напряжения, пропорционального или ускорению перемещения формообразующей поверхности инструмента, или скорости (первая производная), или перемещению (вторая производная), что соответствует амплитуде колебаний.

При принятии решений выходной сигнал необходимо проанализировать. Для этого используют аналоговые или цифровые приборы. Первые представляют собой математический аппарат и отличаются высокими безотказностью, производительностью и точностью, так как природа сигнала не изменяется. Однако они постепенно вытесняются более доступными, гибкими и менее сложными цифровыми устройствами.

В этом случае для обработки сигнала требуются средства диагностики и цифроаналоговый преобразователь для перевода полученного аналогового сигнала в цифровой, что приводит к потере части информации, так как сигнал приобретает дискретный вид. Поэтому чем меньше временна́я дискретизация сигнала, тем выше его информативность. Однако при этом снижается скорость обработки сигнала. Для анализа цифрового сигнала используют специальные программы, преобразующие полученные сигналы в спектр частот. В настоящее время при анализе спектра виброакустического сигнала применяют преобразования Фурье. Далее по результатам анализа сигнала принимается решение и вырабатывается управляющее воздействие, которое передается по каналу обратной связи и изменяет состояние технологической (металлорежущей) системы. Так как управляющее воздействие имеет цифровой вид, его необходимо представить в виде аналогового сигнала (напряжения), для этого также используют цифроаналоговые преобразователи и усилители.

Таким образом, система диагностики процесса резания включает в себя датчики вибрации, усилители—преобразователи сигнала, цифроаналоговые преобразователи, персональный компьютер (ПК) и программное обеспечение. Как правило, они имеют чрезвычайно низкую производи-

тельность и не отвечают требованиям технологических систем. Каждое звено имеет свое время отклика, особенно это касается ПК. Современные тенденции роста производительности металлорежущих систем ставят под сомнение реализацию данной диагностики автоматизированного производства, так как суммарное время отклика весьма значительно и не позволяет реализовать управляющее воздействие в цепи обратной связи.

Существующее программное обеспечение, реализующее частотное преобразование Фурье, не локализует во времени нестационарности процесса резания, а математические модели технологической системы обработки недостаточно точны и медлительны. Поэтому системы диагностики нуждаются в совершенствовании как аппаратной части, так и программного обеспечения.

Технологическая система обработки резанием имеет сложную нелинейную диссипативную структуру высокой самоорганизации. Поэтому для ее изучения и анализа целесообразно применить подходы теории синергетики, позволяющие количественно оценить состояние системы в динамике на основании фрактального анализа фазового пространства построением аттрактора [2].

Экспериментально установлено, что при точении сталей по мере увеличения параметра h_3 фаски износа на задней поверхности инструмента изменяются тип аттрактора и его фрактальная размерность (рис. 1). При h_3 = 1,1 мм энергия системы не рассеивается в рабочем пространстве, что снижает устойчивость и качество обработки. Таким образом, с увеличением параметра h_3 (износа инструмента) изменяется тип аттрактора, т. е. динамическая система эволюционирует во времени. Для конкретных технологических условий при определенном износе режущего инструмента существует свой тип аттрактора и своя фрактальная размерность. Это позволяет прогнозировать износ инструмента и поведение системы в режиме реального времени. В процессе резания проявляются нестационарности в виброакустическом сигнале, вызванные внешними возмущениями, что негативно сказывается на показателях качества обработки. Для их идентификации используют вейвлет-преобразования сигналов [3]. В отличие от анализа Фурье вейвлет-анализ позволяет в полной мере оценить временну́ю составляющую всего спектра частот сигнала и выявить значимые возмущения. Также во времени можно проследить развитие спектров частот, отвечающих за износ инструмента, и предотвратить переход системы в неустойчивое состояние. Для оценки состояния системы на основе вейвлет-анализа используют спектрограммы и скалограммы процесса резания (рис. 2, см. обложку).

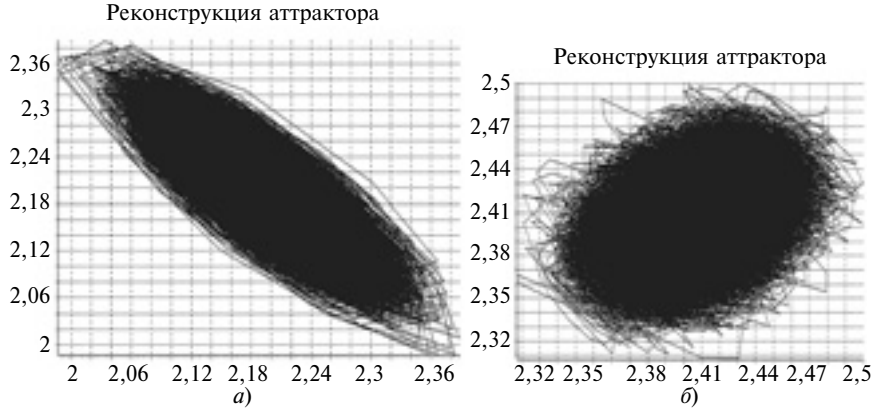


Рис. 1. Аттракторы системы резания при h_3 = 0,15 (*а*) и 1,1 мм (*б*)

Наличие большого числа вейвлет-масштабов и сложность самой интегральной функции снижают производительность вычислений, а следовательно, скорость анализа. Для решения этой проблемы были использованы мощности графического процессора (GPU) с большим числом ядер на базе современных технологий Nvidia CUDA, которые позволяют выполнять параллельные вычисления, что повышает производительность (в 1000 раз и больше), и использовать общедоступную компьютерную технику.

Анализ публикаций показал, что готовых решений для реализации систем диагностики износа режущего инструмента в режиме реального времени на основании фрактального анализа и вейвлет-анализа с параллельным вычислением нет. Поэтому было принято решение разработать структуру системы диагностики на базе программного и аппаратного обеспечения фирм National Instruments, Nvidia и Intel.

Продукция National Instruments предназначена для систем автоматизированного тестирования. Наибольшее распространение получили устройства сбора данных, приборные интерфейсы, системы управления электроприводами и машинного зрения. National Instruments предоставляет полный комплект программного обеспечения для ПК и среду графического программирования Lab View на языке программирования G. В настоящее время выпускаются версии для UNIX, Linux, Mac OS и пр., наиболее популярными являются версии для Microsoft Windows.

Блочная диаграмма среды Lab View содержит функциональные узлы источников, приемников и средств обработки данных, а так-

Рис. 4. Схема диагностики процесса резания на основе вейвлет-анализа и фрактального анализа в режиме реального времени

же управляющие структуры — аналоги таких элементов текстовых языков программирования, как условный оператор IF, операторы цикла FOR и WHILE и т. п.

Реализация технологии Nvidia CUDA в Lab View осуществляется с помощью модуля NI Lab View GPU Analysis Toolkit, который позволяет обращаться к ресурсам GPU посредством специальных управляющих структур.

Полученные вейвлет-скалограммы и аттракторы (рис. 3, см. обложку) являются исходной информацией для генерации управляющего воздействия на опережение на основе нейросетевого моделирования [3], что дает возможность создавать интеллектуальные самообучающиеся системы диагностики.

Для получения сигнала с вибродатчиков и последующей оцифровки используется плата NI cDAQ-9172 и модули NI-9218 сбора данных NI CompactDAQ. Модуль сбора данных NI-9218 — это аналогоцифровой преобразователь с четырьмя аналоговыми входами. Аппаратным обеспечением для реализации параллельных вычислений является графическая карта.

На основе технологий Nvidia CUDA и Lab View разработана принципиальная схема диагностики выходных параметров процесса резания с использованием вейвлет-анализа и фрактального анализа в режиме реального времени обработки, которая была реализована на станках с ЧПУ (рис. 4). Это позволило повысить скорость обработки сигнала и реализовать концепцию системы диагностики в режиме реального времени как в лабораторных, так и в производственных условиях.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Заковоротный В. Л.** Динамика процесса резания. Состояние перспективы // Научный вестник ДГТУ. 2005. Т. 5. № 3. С. 329—356.

2. **Кабалдин Ю. Г., Биленко С. В., Серый С. В.** Управление динамическим качеством металлорежущих систем на основе искусственного интеллекта. Комсомольск н/А: Комсомольский-на-Амуре ГТУ, 2004. 240 с.

3. **Давыдов А. В.** Вейвлетные преобразования сигналов: Тематические лекции. Екатеринбург: Фонд электронных документов УГГУ, Иг, ГИН. 2004. 146 с.

ВНИМАНИЮ ПОДПИСЧИКОВ ЖУРНАЛА "ВЕСТНИК МАШИНОСТРОЕНИЯ"

Подписка на журнал принимается по каталогам:

"Роспечать" — индекс **70120**;
"Пресса России" — индекс **27841**;
"Почта России" — индекс **60264**.

УПК 621.9.014.5

В. М. КОРНЕЕВА, д-р техн. наук, С. С. КОРНЕЕВ, канд. техн. наук (МГТУ им. Н. Э. Баумана),
e-mail: v_korneeva@list.ru

Влияние технологической среды на тепловое состояние режущего инструмента в условиях сверхскоростного фрезерования

Показано, что в условиях сверхскоростного фрезерования применение смазывающих и охлаждающих технологических сред для охлаждения инструмента неэффективно.

Ключевые слова: сверхскоростное фрезерование, смазочно-охлаждающая технологическая среда, теплопроводность, коэффициент теплоотдачи, отрывные течения.

It is shown, that in conditions of ultrafast milling the application of cooling technological mediums for tool cooling is ineffective.

Keywords: ultrafast milling, cooling technological medium, heat conduction, heat transfer coefficient, separated flows.

Особенности сверхскоростного фрезерования и в первую очередь влияние температурно-скоростного фактора на изнашивание инструмента обусловливают необходимость оценки влияния технологической среды на тепловое состояние режущего инструмента. Для снижения тепловой нагрузки и обеспечения интенсивного отвода теплоты от зоны резания и инструмента при обработке на обычных скоростях для конвективного теплообмена используют технологические среды.

При обработке резанием существуют две зоны тепловыделения: плоскость сдвига и зона контакта инструмента с заготовкой. Известно, что при повышении скорости резания поток теплоты в зоне пластического течения на передней поверхности инструмента становится значительно интенсивней, чем на задней поверхности, поэтому температура передней поверхности значительно выше.

Охлаждающие среды не препятствуют выделению теплоты и не имеют прямого контакта с источниками теплоты. В зоне сдвига теплота в основном уносится стружкой, которая охлаждается технологической средой уже после того, как она отодвинется от инструмента. Воздействие технологической среды на зону пластического течения (вторичных деформаций), которая при высоких скоростях резания является основным источником теплоты и находится в условиях схватывания с инструментом, также исключено. Поэтому снижение температуры должно осуществляться путем отвода теплоты с поверхностей стружки, заготовки и инструмента, доступных для технологической среды и расположенных вблизи зоны тепловыделения. Однако при обработке на сверхвысоких скоростях снизить температуру резания за время рабочего хода путем отвода теплоты в стружку и заготовку с помощью технологической среды не представляется возможным, так как время контакта составляет микросекунды и поступление теплоты незначительно. Охлаждение инструмента путем подачи технологической среды на доступные поверхности будет, по-видимому, также неэффективно из-за кратковременности контакта.

Смазывающее действие технологической среды проявляется в образовании на контактирующих поверхностях инструмента, стружки и обрабатываемой детали пленок, которые снижают интенсивность молекулярного схватывания, но они не обладают высокой термостойкостью. Поэтому при обработке на сверхвысоких скоростях, когда в зоне контакта температура достигает высоких значений, будут иметь место десорбция смазочного материала и повышение коэффициента трения. При этом смазывание будет осуществляться не жидкостью, а парами, которые, химически взаимодействуя с поверхностными слоями инструмента и детали, будут образовывать химические соединения, поэтому интенсивности трения и изнашивания снижаться не будут.

В настоящее время при механической обработке используют твердые смазочные материалы толщиной в несколько микрометров, которые влияют на физико-химические процессы, протекающие в зоне контакта инструмента с заготовкой. Однако при обработке на сверхвысоких скоростях они могут разрушаться и отслаиваться, что имеет место даже при обработке на относительно невысоких скоростях. Следовательно, при обработке на сверхвысоких скоростях применение технологических сред для снижения температурного нагружения инструмента при рабочем ходе и смазывание неэффективны.

Во время холостого хода подвод теплоты к режущему инструменту прекращается, и он начинает охлаждаться в результате теплопроводности инструментального материала и конвективного теплообмена с окружающей средой.

При сверхскоростном фрезеровании частота вращения режущего инструмента составляет десят-

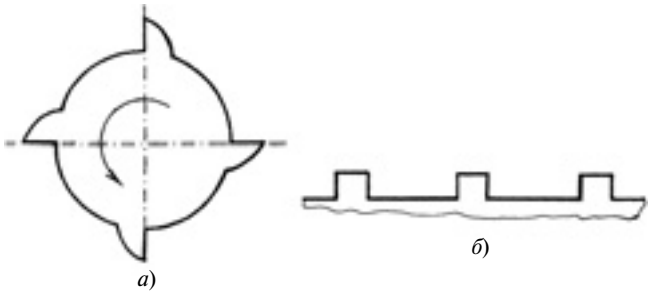


Рис. 1. Схема вращения фрезы (*а*) и ее модель для аэродинамического расчета (*б*)

ки тысяч оборотов в минуту, теплообмен происходит в условиях вынужденной конвекции, поэтому охлаждение за время холостого хода должно осуществляться интенсивнее. Однако при высоких скоростях частицы окружающей среды, примыкающие к фрезе (в частности, к вращающимся зубьям), увлекаются ими и по закону аэродинамической обратимости при обтекании в результате трения тормозятся у поверхности, что может вызвать нагревание фрезы при холостом ходе до определенной температуры. Значение этой температуры необходимо для теплового расчета как начальное условие.

При исследовании влияния аэродинамического фактора на тепловое состояние фрезы необходимо знать характер обтекания ее потоком воздуха, что довольно сложно определить и требует специальных экспериментов, так как в аэродинамике, как правило, тела подобной конфигурации не рассматриваются. Для упрощения будем рассматривать фрезу (рис. 1, *а*) с расположенными на ней зубьями в развернутом виде в вертикальной плоскости, т. е. в виде поверхности с горизонтально расположенными уступами (рис. 1, *б*).

При обтекании поверхности в виду наличия пограничного слоя и повышения давления в направлении течения перед уступами образуются отрывные течения, которые определяют характер обтекания поверхности и влияют на ее тепловое состояние, так как тепловые потоки в зонах отрыва превышают безотрывные тепловые потоки.

Характер отрывного течения при обтекании уступов зависит от скорости v_∞ воздушного потока, расстояния x между уступами и их высоты H. Следовательно, на характер обтекания фрезы оказывает влияние ее частота вращения, высота зубьев и расстояние между ними.

Анализ возможных обтеканий поверхности показал, что структура течения воздушного потока, воздействующего на фрезу, аналогична течению вблизи выемок (каверн). При этом возможны две схемы обтекания:

1) если длина L выреза больше глубины H ($L \geqslant 8H$) [1], то образуется замкнутая каверна, при этом поток присоединяется к поверхности выреза с образованием двух независимых зон отрыва (рис. 2);

2) если длина выреза соизмерима с ее глубиной, то образуется открытая каверна (рис. 3).

В первом случае поток перед уступом притормаживается, что повышает давление. Из-за вязкости пограничного слоя составляющая v_x скорости резания, параллельная поверхности стенки, изменяется по оси y (перпендикулярно стенке), т. е. существует поперечный градиент $\partial v_x/\partial y$ скорости. По сравнению с основным потоком замедленное течение в пограничном слое испытывает значительное отрицательное ускорение. Поэтому движение воздуха вблизи стенки незначительно и в направлении возрастания давления ограничено. Постепенно энергия, затрачиваемая на преодоление трения вдоль поверхности стенки и повышение давления, возрастает и наступает момент, когда частицы газа останавливаются и пограничный слой отрывается от поверхности (см. рис. 2, точка S). Оторвавшийся пограничный слой присоединяется к поверхности уступа на некотором расстоянии от его вершины (точка R), что сопровождается повышением давления. Так как профиль скоростей в зоне смещения неравномерен, то и энергия потока для каждой струи в поперечном направлении неодинакова, т. е. существует условная граница, проходящая через точку R, ниже которой все частицы газа не способны преодолевать повышенное давление и начинают двигаться к основанию уступа, образуя застойную зону. Частицы газа, находящиеся выше этой линии, увлекаются дальше потоком, который отрывается от верхней кромки уступа и присоединяется к его верхней поверхности в точке A. Далее поток воздуха двигается к точке S_1, одна его часть присоединяется к поверхности, а другая движется к уступу, образуя зону отрыва.

При второй схеме обтекания поверхности (см. рис. 3) поток, оторвавшийся от верхней поверхности в точке A, присоединяется к поверхности следующего уступа в точке R. В этом случае отрывное течение занимает всю выемку. Максимальная скорость в рециркуляционной зоне составляет

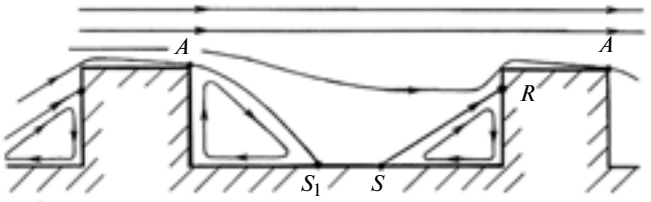


Рис. 2. Схема обтекания фрезы с образованием открытой каверны

Рис. 3. Схема обтекания фрезы с образованием замкнутой каверны

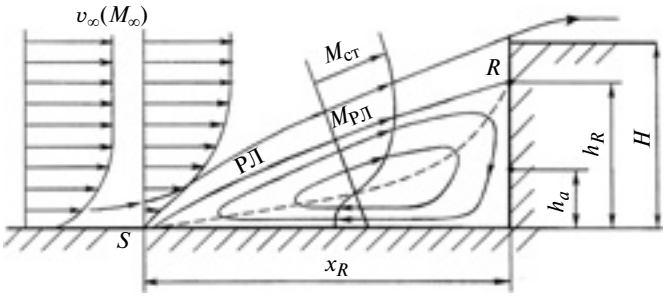


Рис. 4. Схема течения воздушного потока перед плоским уступом

30 % от скорости внешнего потока [2], что уменьшает тепловые потоки (в первом случае обтекания поверхности тепловые потоки больше).

Обтекание фрезы с образованием замкнутой каверны более экстремально. Образуются две независимые зоны отрыва — перед уступом и после него. Исследуя влияние аэродинамического фактора для оценки теплового состояния режущей кромки зуба фрезы для упрощения задачи рассматриваем один уступ (рис. 4).

Максимальный коэффициент α теплоотдачи на уступе, определяющий интенсивность теплообмена, зафиксирован в точке R присоединения потока [3].

Считая течение при отрыве ламинарным, теплообмен на разделяющей линии (РЛ) потока описываем, используя критерии подобия, критериальным уравнением, которое устанавливает функциональную зависимость числа Нуссельта, характеризующего интенсивность теплообмена, от чисел Прандтля и Рейнольдса:

$$\mathrm{Nu}_w = A\mathrm{Re}_w^{0,5}\,\mathrm{Pr}^{1/3}\left(\frac{\rho_\infty\mu_\infty}{\rho_w\mu_w}\right)^{0,4}, \qquad (1)$$

где Nu_w — число Нуссельта; $\mathrm{Pr} = 0,7$ — число Прандтля для воздуха; Re_w — число Рейнольдса; $A = f(\mathrm{Re}_w)$ — коэффициент пропорциональности [3]; ρ_∞ и μ_∞ — плотность и коэффициент вязкости невозмущенного воздушного потока; ρ_w и μ_w — плотность и коэффициент вязкости воздушного потока у стенки.

В точке присоединения скорость потока равна нулю, теплообмен зависит от градиента скорости, поэтому в данном случае числа Нуссельта и Рейнольдса определяются выражениями:

$$\mathrm{Nu}_w = \alpha_R h_R/\lambda_w; \qquad (2)$$

$$\mathrm{Re}_w = \rho_w v_{\max} h_R/\mu_w, \qquad (3)$$

где α_R — коэффициент теплоотдачи воздушного потока в точке R; λ_w — коэффициент теплопроводности воздушного потока у стенки; $h_R/H = /(\delta_S^*/H)$ — относительное расстояние от точки присоединения потока до основания уступа [3]; $v_{\max}$ — максимальная скорость, определяемая наибольшим перепадом давлений на вертикальной поверхности уступа:

$$v_{\max} = v_\infty\sqrt{\bar{p}_R - \bar{p}_a}.$$

Тогда уравнение (3) имеет вид:

$$\mathrm{Re}_w = \frac{\rho_w v_\infty h_R}{\mu_w}\sqrt{\bar{p}_R - \bar{p}_a}.$$

Здесь $\bar{p}_R$ и $\bar{p}_a$ — коэффициенты соответственно давления p_R в точке присоединения потока на уступе и минимального давления p_a на уступе, которые определяются выражениями:

$$\bar{p}_R = \frac{p_R - p_\infty}{q_\infty}. \qquad (4)$$

$$\bar{p}_a = \frac{p_a - p_\infty}{q_\infty}, \qquad (5)$$

где P_∞ — давление невозмущенного потока; $q_\infty = \rho_\infty v_\infty^2/2$ — скоростной напор воздуха.

Коэффициент давления в точке R определяем по формуле [3]

$$\bar{p}_R = 0,43(H/\delta_S^*)^{0,25}. \qquad (6)$$

Здесь $\delta_S^* \approx \delta_S/3,5$ — толщина вытеснения пограничного слоя, где $\delta_S = 4,64l/\sqrt{\mathrm{Re}}$ (l — длина окружности фрезы).

Из теории подобия имеем:

$$\mathrm{Re}_x = v_\infty l/\nu,$$

где ν — коэффициент кинематической вязкости.

С учетом выражения (6) уравнение (4) примет вид:

$$\bar{p}_R = 0,46\frac{H^{0,25}v_\infty^{0,05}}{l^{0,2}v^{0,05}}.$$

Коэффициент $\bar{p}_a$ определяем по формуле (5), в которой неизвестной величиной является мини-

мальное давление p_a на уступе; его можно считать равным статическому давлению перед точкой присоединения:

$$p_a = p_{\text{ст}} = p_{\text{оп.РЛ}}\pi(M_{\text{РЛ}}). \quad (7)$$

Здесь $p_{\text{оп.РЛ}}$ — полное давление на РЛ тока, равное давлению в области присоединения; $\pi(M_{\text{РЛ}})$ — газодинамическая функция:

$$\pi(M_{\text{РЛ}}) = \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} M_{\text{РЛ}}^2\right)^{-\frac{\kappa}{\kappa - 1}}, \quad (8)$$

где κ — показатель адиабаты (для воздуха $\kappa = 1{,}4$).

Число Маха на разделяющей линии потока определяет выражение

$$M_{\text{РЛ}} = \frac{\varphi_{\text{РЛ}}}{\left[M_{\text{ст}}^{-2} + \frac{\kappa - 1}{2}(1 - \varphi_{\text{РЛ}}^2)\right]^{0,5}}, \quad (9)$$

где $M_{\text{ст}}$ — скорость потока перед областью присоединения; $\varphi_{\text{РЛ}}$ — относительная скорость на разделяющей линии потока воздуха.

Относительная скорость на разделяющей линии потока равна 0,587 [4].

Скорость потока перед областью присоединения

$$p_{\text{ст}} = p_{0\infty}\left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} M_{\text{ст}}^2\right)^{-\frac{\kappa}{\kappa - 1}}.$$

Тогда получим:

$$M_{\text{ст}}^{-2} = \frac{\kappa - 1}{2}\left[\left(\frac{p_{\text{ст}}}{p_{0\infty}}\right)^{-\frac{\kappa - 1}{2}} - 1\right]^{-1}. \quad (10)$$

Учитывая выражения (8)—(10), получим:

$$p_{\text{ст}} = p_{\text{оп.РЛ}}\left[1 + \frac{\varphi_{\text{РЛ}}^2}{\left[(p_{\text{ст}}/p_{0\infty})^{-\frac{\kappa - 1}{2}} - 1\right]^{-1} + (1 - \varphi^2)}\right]^{-\frac{\kappa}{\kappa - 1}}.$$

Решая, полученное выражение методом последовательных приближений, находим $p_{\text{ст}}$, затем по формуле (5) определяем коэффициент $\bar{p}_a$.

По формулам (1)—(3) находим коэффициент теплоотдачи в точке R:

$$\alpha_R = A\Pr^{1/3}[\bar{p}_R - \bar{p}_a]\upsilon_\infty^{0,5}\frac{\rho_w^{0,1}(\rho_\infty\mu_\infty)^{0,4}\lambda_w}{\mu_w^{0,9}h_R^{0,5}}. \quad (11)$$

По формуле (11) рассчитали коэффициент α_R теплоотдачи при обработке стали 08Х18Н10Т со скоростью резания $\upsilon = 300$ м/с фрезой из материала ВК8 диаметром 80 мм с $H = 5$ мм, считая, что фреза нагревалась до температуры 1450 °С. Получили $\alpha_R = 699{,}3$ Вт/(м$^2 \cdot$ °С).

Используя значение α_R при решении уравнения теплового баланса для инструмента при охлаждении на сверхскоростном режиме резания, установили следующее. Несмотря на высокое значение α_R, охлаждение зуба фрезы в результате теплообмена с окружающей средой составило 0,5 °С за 1 мкс, а охлаждение в результате теплопроводности материала инструмента составляет 137 °С. Поэтому при сверхскоростном фрезеровании теплообмен режущего инструмента с окружающей средой значения не имеет.

Исследовав влияние аэродинамического фактора на нагревание режущего инструмента при холостом ходе до начала резания, можно определить температуру потока в наиболее теплонапряженной точке (температуру торможения), т. е. в точке R, соответствующей присоединению потока на зубе фрезы: $\theta_0 = \theta_{\text{ст}}/\tau(M_{\text{РЛ}})$, где θ_0 — температура торможения; $\theta_{\text{ст}}$ — статическая температура; $\tau(M_{\text{РЛ}})$ — газодинамическая функция.

При максимальной скорости резания ($\upsilon = 300$ м/с), числе Маха на разделяющей линии потока воздуха, рассчитанном по формуле (9) и газодинамической функции $\tau(M_{\text{РЛ}})$, найденной по таблице работы [3], определим значение статической температуры: $\theta_{\text{ст}} = 291$ К, т. е. максимальную температуру зуба фрезы в точке присоединения потока при холостом ходе фрезы со скоростью $\upsilon = 300$ м/с. Таким образом, зуб фрезы при холостом ходе нагревается всего лишь на 5 °С. Следовательно, в исследуемом диапазоне скоростей (70÷300 м/с) охлаждение зуба фрезы после выхода из зоны резания ввиду кратковременности процесса конвективного теплообмена не происходит. Снижение температуры зуба фрезы связано с отводом теплоты в тело. Поэтому на холостом ходу фрезы аэродинамический фактор не оказывает значительного влияния на нагревание зубьев и им можно пренебречь.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Исследование** сверхзвуковых течений с отрывными зонами // Обзор рефер. ЦАГИ 1965—1972 гг. № 437. 185 с.

2. **Sguire H. B.** Analysis of the Vortex break-down phenomenon // Imperial College of Science and Technology. 1960. № 102. P. 15—20.

3. **Основы** теплопередачи в авиационной и ракетно-космической технике / Под ред. В. К. Кошкина. М.: Машиностроение, 1975. 624 с.

4. **Чжен П.** Отрывные течения. М.: Мир, 1973. 334 с.

УДК 666.97.031.3

Д. В. ЛОБАНОВ, И. М. ЕФРЕМОВ, кандидаты технических наук (Братский ГУ), В. А. КУЗЬМИЧЕВ, д-р техн. наук (Санкт-Петербургский ГПУ), А. А. ЛИХАНОВ, А. Н. ЛОБАНОВА, Д. В. ДИВИН (Братский ГУ),
e-mail: d_lobanov@mail.ru

Роторно-вибрационный смеситель со сдвоенным двухчастотным вибратором эллиптическо-сферического типа[1]

Роторно-вибрационный смеситель (РВС) (рис. 1) со сдвоенным двухчастотным вибратором эллиптическо-сферического типа[2] имеет камеру *1* смешивания с окном *2* загрузки и окном *3* выгрузки материалов, а также ротор *4* с лопастями *6—8*, оснащенный приводом *5* вращения. В центре камеры *1* смешивания жестко закреплены нижний *9* и верхний *10* вибраторы, создающие два одинаковых по амплитуде и разных по частоте вибрационных поля с помощью нижнего (*13*) и верхнего (*14*) кривошипно-шатунных механизмов. Корпуса *11* и *12* вибраторов представляют собой металлические гофрированные оболочки в виде гофрированных тонкостенных тел вращения, образующие в продольном сечении по точкам вершин гофр фигуру, состоящую из полуэллипса и полуокружности. Вибраторы *9* и *10* создают разнонаправленные колебания.

В центре каждого вибратора жестко закреплены диски *1* (рис. 2 и 3) с направляющими стойками *2*, которые посредством движения штоков *3* в направляющих стойках *4* совершают поступательные движения. Диски *1* имеют цилиндрические выступы *5*, на которых закреплены пружины *6* с возможностью свободного сжатия/разжатия. С другого конца пружин находятся стаканы *7*. В центре каждого стакана внутри жестко закреплен шток *3*, с другой стороны стакана *7* жестко прикреплен толкатель *8*, упирающийся в металлическую гофрированную оболочку. Кроме того, к цилиндрическим стаканам *7* симметрично прикреплены по четыре выступа *9*, которые передают возвратно-поступательные движения на диски *1*. Для смягчения соударения выступов *9* с дисками *1* в момент сжатия пружин *6* установлены прокладки *10*.

Составляющие бетонной смеси через окно *2* загрузки послойно загружаются в камеру *1* смешивания (см. рис. 1): сначала на дно смесителя укладывают песок, затем цемент, щебень и равномерно распределяют необходимое количество воды. Включаются приводы вибраторов *9* и *10* и привод *5* вращения ротора *4*. Лопасти *6—8* перемешивают загруженную смесь. Толкатели *8* (см. рис. 2 и 3) посредством стакана *7* и пружин *6* и штоки *3* с помощью нижнего (*13*) и верхнего (*14*) (см. рис. 1) кривошипно-шатунных механизмов совершают

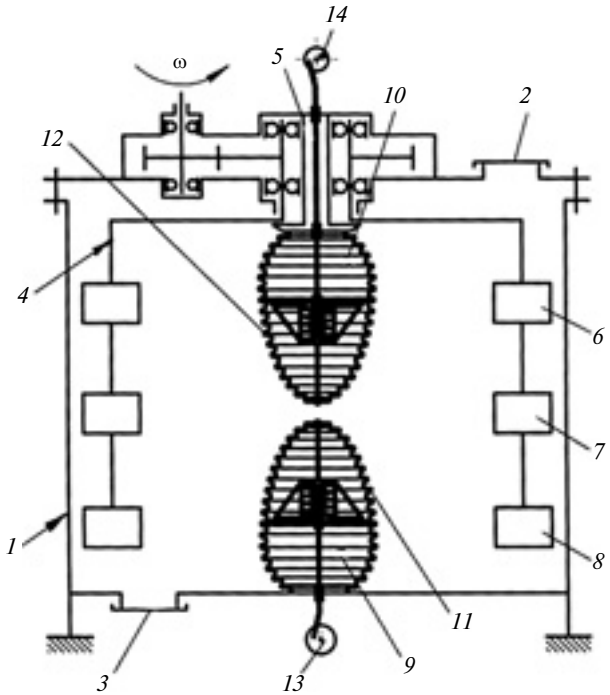


Рис. 1. Схема РВС со сдвоенным двухчастотным эллиптическо-сферическим вибратором

[1] Продолжение, начало см. № 6 за 2014 г.
[2] Пат. 2494805 Рос. Федерации. Вибрационный смеситель.

возвратно-поступательные движения, в результате металлические гофрированные корпуса *11* и *12* совершают колебательные движения. При этом в момент сжатия пружин *6* (см. рис. 2 и 3) до упора в резиновые прокладки *10* выступы *9* передают возвратно-поступательное движение на диски *1*, в результате чего средним частям корпусов вибраторов дополнительно передаются колебания, что обеспечивает равномерное распределение импульсов по внешним образующим гофрированных оболочек. По окончании смешивания приводы ротора *4* (см. рис. 1) и кривошипно-шатунных механизмов *13* и *14* отключают и готовую бетонную смесь выгружают через окно *3*.

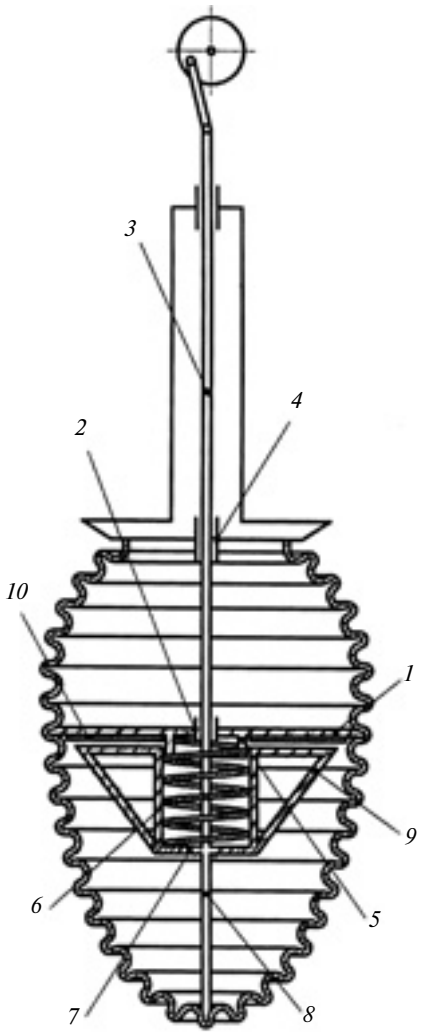


Рис. 2. Схема нижнего вибратора

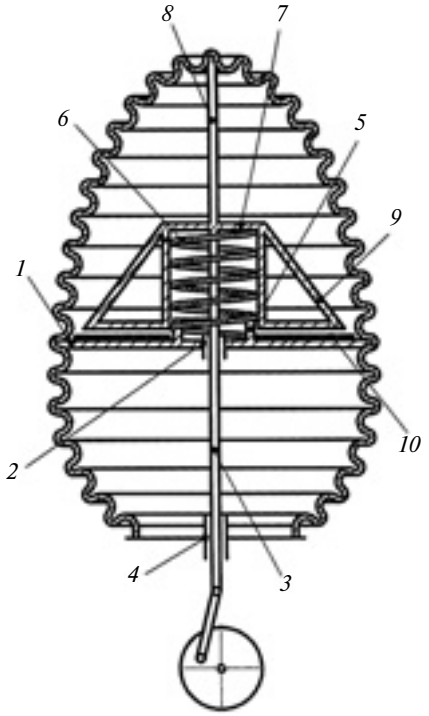


Рис. 3. Схема верхнего вибратора

Конструкция данного РВС позволяет создать вибрационное воздействие на смешиваемые компоненты бетонной смеси по всему объему камеры смесителя, что полностью исключает появления "глухих" зон. Использование в конструкции двух вибраторов повышает интенсификацию смешивания, что сокращает время приготовления смеси. При этом обеспечивается максимальная защита подшипников приводов вибраторов и от вибрационных воздействий, и от попадания в них частиц смешиваемых компонентов.

РВС со сдвоенными двухчастотными вибраторами отличается низкими энергозатратами, так как реализует эффект тиксотропности — разжижение коллоидных материалов в результате механических воздействий, что снижает сопротивление перемещению, а следовательно, уменьшается потребляемая мощность привода вращения ротора. При этом достигается эффект виброкипения смеси, а также высокая турбулизация и интенсивная циркуляция смешиваемых частиц, сокращающие время смешивания, что повышает производительность.