В МАШИНОСТРОЕНИИ, ПРИБОРОСТРОЕНИ

ЖУРНАЛ ВЫХОДИТ ПРИ СОДЕЙСТВИИ МЕЖДУНАРОДНОГО СОЮЗА МАШИНОСТРОИТЕЛЕЙ ЖУРНАЛ ВХОДИТ В ПЕРЕЧЕНЬ УТВЕРЖДЕННЫХ ВАК РФ ИЗДАНИЙ ДЛЯ ПУБЛИКАЦИЙ ТРУДОВ СОИСКАТЕЛЕЙ УЧЕНЫХ СТЕПЕНЕЙ

# 2017 <u>Том 18</u> **5 (202)**

СОДЕРЖАНИЕ

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ

ЖУРНАЛ

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ

И ПРОИЗВОДСТВЕННЫЙ

Экономика и организация сборочного производства Назарьев А.В., Бочкарев П.Ю. Обеспечение эффективного выполнения сборочных операций высокоточных изделий..... 195

### Сборочное оборудование и его элементы

Вайцехович С.М., Кривенко Г.Г., Овечкин Л.М. Разработка нестандартного оборудования в решении задач импортозамещения в заготовительном производстве..... 202

### Обеспечение качества. Испытания. Контроль

Гоцеридзе Р.М. Динамическая балансировка подвижных частей приборов ... 206 Кузнецова С.В. Распознавание угловой ориентации детали при автоматизированной сборке с помощью систем технического зрения ...... 210

### Трение и смазка в машинах и механизмах

Буланов Э.А. Давление сыпучего тела на стенки силоса. Пространственная 215 Гурьянов Г.Н. Аналитические зависимости для расчета прироста осевого напряжения от действия противонатяжения при волочении круглого 220 сплошного профиля ..... Хопин П.Н. Термокорреляционная оценка работоспособности пар трения с твердосмазочными покрытиями для нормальных атмосферных условий... 225 Адашкевич Ю.П. Проскальзывание, протаскивание, проворачивание шаров в шариковом подшипнике ..... 229

Журнал распространяется по подписке, которую можно оформить в любом почтовом отделении (индексы по каталогу "Роспечать" — 79748, Объединенному каталогу "Пресса России" — 84967, каталогу "Почта России" -— **60257**) или непосредственно в издательстве

Тел.: 8 (499) 269-54-98 E-mail: sborka@mashin.ru

Перепечатка, все виды копирования и воспроизведения материалов, публикуемых в журнале "Сборка в машиностроении, приборостроении", допускаются только с разрешения редакции и со ссылкой на источник информации.

### Председатель редакционного совета В.И. КОЛЕСНИКОВ, академик РАН

Редакционный совет

### MOCKBA

А.С. ВАСИЛЬЕВ (главный редактор), д.т.н., проф. В.В. БАРДУШКИН, д.ф.-м.н. И.А. БУЯНОВСКИЙ, д.т.н., проф. М.В. ВАРТАНОВ, д.т.н., проф. А.А. ГУСЕВ, д.т.н., пр С.М. ЗАХАРОВ, д.т.н. проф. ИН ЗИНИНА КТН ЛОШ

Ю.Л. ИВАНОВ, д.т.н. А.В. ИГНАТОВ, к.т.н., доц. Ю.Г. КОЗЫРЕВ, к.т.н. Ю.Г. КОЗЫРЕВ, к.т.н. А.И. КУМЕНКО, д.т.н., проф. И.А. ЛЮБИНИН, к.т.н. Е.А. МИКРИН, д.т.н., акад. РАН Б.В. ШАНДРОВ, к.т.н., проф. А.Г. ХОЛОДКОВА, к.т.н., проф.

А.А. РЫЖКИН, д.т.н., проф.

В.Ф. БЕЗЪЯЗЫЧНЫЙ, д.т.н.,

А.Н. СЕМЕНОВ, д.т.н., проф.

Ю.А. ВАШУКОВ, к.т.н., доц.

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ

СЕВАСТОПОЛЬ

М.А. ЕВДОКИМОВ. д.т.н., проф.

Е.В. ШАЛОБАЕВ, к.т.н., проф.

۲

В.В. НЕПОМИЛУЕВ, д.т.н., проф.

РЫБИНСК

проф.

CAMAPA

#### Региональные редсоветы БЕЛГОРОД РОСТОВ-НА-ДОНУ

Н.А. ПЕЛИПЕНКО, д.т.н. БРЯНСК

О.А. ГОРЛЕНКО, д.т.н., проф. ВЛАДИВОСТОК

Ю.Н.КУЛЬЧИН, д.т.н., чл.-кор. РАН А.А. СУПОНЯ, к.т.н.

волгоград

В.Г. КАРАБАНЬ, к.т.н., доц. М.Г. КРИСТАЛЬ, д.т.н., проф. В.И. ЛЫСАК, д.т.н., проф., чл.-кор. РАН В.М. ТРУХАНОВ, д.т.н., проф.

NXFRCK И.В. АБРАМОВ, д.т.н., проф.

В.Г. ОСЕТРОВ, д.т.н., проф. Б.А. ЯКИМОВИЧ, д.т.н., проф. КАЗАНЬ

Р.И. АДГАМОВ, д.т.н., проф. KORPOR

Ю.З. ЖИТНИКОВ, д.т.н., проф. КОМСОМОЛЬСК-На-амуре

Б.Н. МАРЬИН, д.т.н. А.М. ШПИЛЕВ, д.т.н., проф. НАБЕРЕЖНЫЕ ЧЕЛНЫ

С.В. ДМИТРИЕВ. д.т.н Р.М. ХИСАМУТДИНОВ, к.т.н.

НИЖНИЙ НОВГОРОД С.В. ГОЛУБЕВ, инж.

OWCK В.Н. КОСТЮКОВ, д.т.н. ОРЕЛ

Ю.С.СТЕПАНОВ, д.т.н., проф. Г.А. ХАРЛАМОВ, д.т.н., проф. ОРЕНБУРГ

А.Н. ПОЛЯКОВ, д.т.н., проф. А.И. СЕРДЮК, д.т.н., проф. А.П. ФОТ, д.т.н., проф.

С.М. БЕЛОБОРОДОВ, д.т.н. В.Ф. МАКАРОВ, д.т.н.

Ответственные за подготовку и выпуск номера:

Е.М. НУЖДИНА, И.М. ГЛИКМАН

Журнал зарегистрирован в РОСКОМНАДЗОРе. Свидетельство о регистрации ПИ № ФС 77-63953 от 09.12.2015 г.

© Издательство "Инновационное машиностроение", "Сборка в машиностроении, приборостроении", 2017

۲

۲

ПЕРМЬ

В.Е. СТАРЖИНСКИЙ, д.т.н. KNFR

ДОНЕЦК

Польша П ЛЕБКОВСКИ, д.т.н.

Е. ЛУНАРСКИ, д.т.н

Е.Л. ПЕРВУХИНА, д.т.н., проф. TOMCK А.В. КОЛУБАЕВ, д.ф.-м.н. В.Е. ПАНИН, акад. РАН TVNA

А.А. МАЛИКОВ. д.т.н., проф. В.В. ПРЕЙС, д.т.н., проф. ХАБАРОВСК

В.И. ШПОРТ, д.т.н., проф.

Беларусь МИНСК В.Л. БАСИНЮК, д.т.н. М.Л. ХЕЙФЕЦ, д.т.н., проф.

ГОМЕЛЬ

Украина

А.С. ЗЕНКИН, д.т.н., проф. В.А. МАТВИЕНКО, к.т.н.

А.Н. МИХАЙЛОВ, д.т.н., проф.

### THE MONTHLY JOURNAL FOR SCIENTISTS AND MANUFACTURERS IN MECHANICAL ENGINEERING AND INSTRUMENT-MAKING

۲

THE JOURNAL IS PUBLISHED UNDER THE PATRONAGE OF INTERNATIONAL UNION OF MECHANICAL ENGINEERING *THE JOURNAL IS AMONG THOSE APPROVED BY RF FOR DISSERTATION PUBLICATION* 

# 2017 <u>Vol. 18</u> 5 (202)

### CONTENTS

### Economy and the organization of assembly

Nazaryev	A.V.,	Bochkaryov	P.Yu.	Ensure	of	effective	implementation	
of assembl	v opera	ations of high p	recisio	n product	s			. 195

### Production tools and machinery for assembly

### Quality assurance. Testing. Monitoring

Gotseridze R.M. Moving armature dynamic balancing	206
Kuznetsova S.V. Recognition of angular orientation of detail at automated as-	
sembly where with technical vision systems	210

### Friction & lubrication in machines and mechanisms

Chair of Editorial Advisory Board — Member of Russian Academy of Science V.I. KOLESNIKOV

### Editors

A.S. VASIL'EV (Chief editor) V.V. BARDUSHKIN I.A. BUYANOVSKY M.V. VARTANOV A.A. GUSEV S.M. ZAKHAROV I.N ZININA

### **Regional editors**

BELGOROD N.A. PELIPENKO BRIANSK

O.A. GORLENKO Vladivostok

Yu.N.KULSHIN A.A. Suponia Volgograd

V.G. KARABAN' M.G. KRISTAL

V.M. TRUKHANOV

I.V. ABRAMOV V.G. OSETROV B.A. YAKIMOVICH

KAZAN R.I. Adgamov Kavrav

Yu.Z. ZHITNIKOV Komsomolsk-on-Amur

B.N. MARJIN A.M. SHPILEV

NABEREZHNYE CHELNY S.V. DMITRIEV

R.M. KHISAMUTDINOV NIZHNY NOVGOROD S.V. GOLUBEV

OMSK

V.N. KOSTYUKOV **DREL** Yu.S. STEPANOV G.A. KHARLAMOV

G.A. KHARLAM Orenburg

A.N. POLYAKOV A.I. SERDUK A.P. FOT

Executive editors of current issue: E.M. NUZHDINA, I.M. GLIKMAN

The journal is registered by ROSKOMNADZOR.

Registration certificate ПИ № ФС 77-63953. 09.12.2015

Yu.L.IVANOV A.V. IGNATOV Yu.G.KOZYREV A.I. KUMENKO I.A. LUBININ E.A. MIKRIN B.V. SHANDROV A.G. KHOLODKOVA

PERM V.F. Makarov Rostov-on-don

V.I. KOLESNIKOV A.A. RYZHKIN RYBINSK

V.F. BEZIAZYCHNYI V.V. NEPOMILUEV A.N. SEMENOV

۲

SAMARA Yu.A. VASHUKOV M.A. EVDOKIMOV

ST.-PETERSBURG E.V. SHALOBAEV

SEVASTOPOL E.L. Pervukhina Tomsk

a.v. kolubaev v.e. panin **Tula** 

A.A. MALIKOV V.V. Preys Khabarovsk

V.I. SCHPORT Relarus

MINSK

V.L. BASINJUK M.L KHEIFETZ GOMEL

V.E. STARZHINSKI Ukraine

KIEV A.S. ZENKIN V.A. MATVIENKO

DONETSK A.N. MIKHAILOV Poland

P. LEBKOVSKI E. LUNARSKII

Journal is distributed on subscription, whith can be issues in any post office (index on the catalogue of the "Rospechat" agency — **79748**, the union catalogue "Pressa Rossii" — **84967**, the catalogue "Pochta Rossii" — **60257**) or directly in editorial of the journal. *Ph.: 8 (499) 269-54-98* http://www.mashin.ru E-mail: sborka@machin.ru

The reference to the Assembling in Mechanical Engineering and Instrument-Making Journal during reprint of the materials is mandatory. Advertisers are responsible for the content of their advertisements.

© "Innovative Mashinostroenie" Publishers, "Assembling in Mechanical Engineering and Instrument-Making", 2017

۲

# ЭКОНОМИКА И ОРГАНИЗАЦИЯ СБОРОЧНОГО ПРОИЗВОДСТВА

۲

УДК 621.9

### А.В. Назарьев, П.Ю. Бочкарев, д-р техн. наук

(Саратовский государственный технический университет имени Ю.А. Гагарина) E-mail: bpy@sstu.ru

# Обеспечение эффективного выполнения сборочных операций высокоточных изделий

Рассмотрена организация комплексного подхода (комплекса проектных процедур), обеспечивающего эффективное выполнение сборочных операций на основе связи между технологической подготовкой обрабатывающего и сборочного производств высокоточных изделий. Проведен обзор возможных алгоритмов ее реализации.

This article considers the problem of ensure of the effective mechanical facilities based on the links between the process design of machining and assemblage. The structure of the complex approach (complex of the design procedures) taking into account this links and real manufacturing situation is formed. Analyzes of the possible algorithms of realization of the complex approach (complex of the design procedures).

**Ключевые слова:** сборочное производство, комплекс проектных процедур технологической подготовки производства, высокоточные изделия, конфигурационное пространство.

Keywords: assembly production, complex of design procedures of the process design, high precision products, configurationally space.

В настоящее время проблема совершенствования машиностроительных производств приобретает первостепенное значение. Во многом это связано со стихийностью развития данной отрасли, что в итоге сделало ее расточительной в расходе материальных, энергетических и трудовых ресурсов. Особенно ярко это проявляется при изготовлении высокоточных изделий для авиационно-космической промышленности, прецизионного станкостроения, двигателестроения с жесткими, постоянно возрастающими требованиями к качеству изготовления машин. Обеспечение данных требований достигается в большинстве случаев затратными способами в виде многочисленных переборок, доработок и уточнения конструкции, поскольку эти требования находятся на грани максимально технологически достижимых возможностей производственного оборудования. Значительные трудности, особенно на этапе сборочного производства, вызывают влияние непознанных и неуправляемых причин и непрогнозируемый разброс заданных характеристик [1, 2].

Поэтому необходим комплексный подход к решению существующих задач в машиностроении, особенно сборки высокоточных изделий, так как основные особенности эффективного функционирования машиностроительных предприятий — сжатые сроки и высокое качество технологической подготовки производства (ТПП) [2]. На сегодняшний день существуют разрозненные решения отдельных задач этой проблемы: повышение качества и точности собираемых изделий, снижение затрат на материалы, внедрение ресурсосберегающих технологий и т.п. Отсутствует отвечающая реальным требованиям концепция системы в целом [1].

Предложен подход (комплекс проектных процедур), основанный на установлении связи между технологической подготовкой обрабатывающего и сборочного производств, с учетом требований, заложенных при проектировании изделия (рис. 1). Данный подход позволит в зависимости от складывающейся производственной ситуации конкретной производственной

26.04.2017 9:36:46

СБОРКА В МАШИНОСТРОЕНИИ, ПРИБОРОСТРОЕНИИ. 2017. Том 18. № 5



Рис. 1. Связь между технологической подготовкой обрабатывающего и сборочного производств с учетом требований, заложенных при проектировании изделия

системы выбирать рациональные технологические процессы (ТП) обработки деталей, учитывающие требование последующей сборки. Это снизит трудоемкость, время изготовления и себестоимость, повысит качество и точность высокоточных изделий, сократит время и трудоемкость при ТПП.

Структура комплекса проектных процедур включает в себя анализ требований к сборке высокоточных изделий и возможных ТП обработки деталей, входящих в высокоточные изделия, и выбор на основе анализа рациональных ТП (рис. 2).

Анализ исходных данных и разработка рациональных ТП в системе автоматизированного планирования технологических процессов (САПЛ-ТП) [3] включает в себя несколько этапов.

Первоначально проводят конструкторский размерный анализ сборочного изделия и деталей, задействованных в сборке, и технологический размерный анализ множества возможных вариантов ТП, разработанных в САПЛ-ТП. Исходные данные для проведения конструкторского размерного анализа: конструкторская документация на сборочное изделие и детали, задействованные в сборке, и полученные на основе обработки конструкторской документации базы данных (рис. 3).

В отечественном производстве сложилась тенденция к заданию допусков на двухмерных чертежах отдельных деталей, получаемых из 3D-моделей САD-систем. В геометрических моделях современных систем автоматизированного проектирования (САПР) используют только номинальную геометрию, а допуски носят характер аннотаций [4]. Данная концепшия препятствует автоматизации ТПП, так как файлы 3D-моделей сборок не содержат данных о допусках и размерных взаимосвязях в сопряжениях деталей сборок, что сказывается на сроках ТПП и качестве конечного продукта.

Для автоматизации данного этапа применима математическая модель представления и анализа деталей и сборок (в том числе и высокоточных) с использованием понятия конфигурационного про-

странства [4]. Алгоритм с применением теории конфигурационных пространств для размерного анализа сборок с допусками рассмотрим на примере детали "Прокладка", входящей в высокоточное изделие "Гиромотор" (рис. 4).

Пусть на поверхности детали заданы допуски  $\emptyset S_1$ ,  $\odot S_1$ ,  $\emptyset S_2$ ,  $\emptyset S_3$ . Для реализации алгоритма размерного анализа конфигурационное пространство сборки (в данном случае "сборка" представляется одной деталью) описывается в виде структуры данных, представляющих собой массив вида:

$$\frac{K(\emptyset^{1}S_{1}; \odot^{1}S_{1}), \emptyset^{1}S_{2}, \emptyset^{1}S_{3}}{K(\emptyset^{1}S_{1}; \odot^{1}S_{1}), \emptyset^{1}S_{2}, \emptyset^{2}S_{3}}.$$

Каждая запись вида

 $\left\{K\left(\varnothing^{1}S_{1}; \odot^{1}S_{1}\right), \varnothing^{1}S_{2}, \varnothing^{1}S_{3}\right\}$ 

представляет собой точку конфигурационного подпространства сборки (т.е. один вариант сочетаний всех крайних значений отклонений, назначенных на данную сборку (узел)). Точка конфигурационного пространства, в свою очередь,





Assembling in mechanical engineering, instrument-making. 2017. Vol. 18. № 5



Рис. 6. Высокоточное изделие "Гиромотор":

а — расчет отдельных требований к сборке; б — расчет требования "Выступание втулки пакета статора над осью"

sb517.indd 198

Assembling in mechanical engineering, instrument-making. 2017. Vol. 18. № 5

26.04.2017 9:36:46

критичных требований к его

сборке (Б, В и У – конструктор-

Граф



ские размеры деталей, участвующие в расчете каждого из требований), а на рис. 6, б рассмотрены детали, размеры которых задействованы при расчете критичного требования к сборке "Выступание втулки пакета статора над осью" (А — конструкторские размеры деталей, задействованных в требовании).

Размерные связи машиностроительных деталей (сборочных изделий) представляют графом, вершины которого обозначают элементарные поверхности, а ребра — размерные связи между ними:

### G = (A, E),

где  $A = \{a_i\}$  — множество поверхностей детали (сборочного изделия);

 $E = \{E_{ij}\}$  — множество размеров, связывающих поверхности  $E_{ij} = (a_i, a_j)$ .

В результате конструкторского размерного анализа получают общий граф конструкторского размерного анализа сборки и графы конструкторского размерного анализа деталей.

Проектирование ТП в настоящее время невозможно без участия технологов, что приводит к субъективному подходу при принятии решений на стадии ТПП и, как следствие, снижению показателей эффективности работы производственных систем при реализации ТП. Разработка ТП неавтоматизированными методами в условиях многономенклатурного производства позволяет анализировать ограниченное число вариантов на отдельных этапах проектирования, что снижает качество технологических решений и увеличивает сроки ТПП. Один из подходов автоматизации ТПП — САПЛ-ТП для параллельного проектирования ТП заданной группы деталей в рассматриваемый период времени с учетом реально складывающейся производственной ситуации [3].

Для технологического размерного анализа исходными данными является множество вариантов ТП изготовления деталей, задействованных в сборке, полученное в САПЛ-ТП (рис. 7).

Технологический размерный анализ сводится к построению графов возможных ТП изготовления деталей (рис. 8). Граф представляет собой совмещение двух деревьев: производного и исходного. Производное дерево ото-



Рис. 7. Исходные данные технологического размерного анализа (САПЛ-ТП)



Рис. 8. Технологический размерный анализ вариантов ТП

Assembling in mechanical engineering, instrument-making. 2017. Vol. 18. № 5



 $a - T\Pi \mathbb{N} 1; \tilde{\sigma} - T\Pi \mathbb{N} 2$ 

Assembling in mechanical engineering, instrument-making. 2017. Vol. 18. № 5



меры; Т — технологические размеры; З — размер исходной заготовки; Z — припуски на механическую обработку.

Для автоматизации расчета технологических размерных цепей используют подход, исходными данными для которого являются граф и размерные цепи ТП. Преимущества данного подхода: отсутствие необходимости выявления увеличивающих и уменьшающих звеньев, отдельных размерных цепей и составления уравнений расчета; для расчета всех размеров и их допусков составляют только две матрицы смежности — допусков и средних размеров и размерную цепь; алгоритм не требует особой нумерации поверхностей; автоматизированы расчеты цепей отклонения формы и расположения; одинаково подходит для размерного расчета ТП деталей как типа "тело вращения", так и для более сложных изделий [5].

На заключительном этапе выбирают множество ТП изготовления деталей, удовлетворяющих требованиям сборки, из которых определяют вариант рационального ТП с учетом складывающейся производственной ситуации.

### Заключение

Представлена структура и проанализированы возможные решения реализации комплекса проектных процедур, обеспечивающего эффективное выполнение сборочных операций на основе связи между ТПП обрабатывающего и сборочного производств высокоточных изделий, с учетом требований, заложенных при проектировании изделия. Реализация данного подхода в САПЛ-ТП актуальна, так как комплекс проектных процедур учитывает реально складывающуюся производственную ситуацию и рациональные ТП механической обработки деталей с учетом требований сборки. Это снизит трудоемкость, время изготовления и себестоимость, повысит качество и точность высокоточных изделий, сократит время и трудоемкость при ТПП.

### Библиографический список

1. Семенов А.Н. Проблемы теоретического обеспечения сборки высокотехнологичных изделий // Инструмент и технологии. 2004. № 21—22. С. 122—124.

2. Базров Б.М. Основы технологии машиностроения. М.: Машиностроение, 2005, 736 с.

3. Бочкарев П.Ю. Системное представление планирования технологических процессов механообработки // Технология машиностроения. 2002. № 1. С. 10—14.

4. Шабалин А.В. Конфигурационные пространства для оценки собираемости изделий машиностроения с пространственными допустимыми отклонениями: дис. ... канд. техн. наук.: 05.02.08. Иркутск: Иркут. гос. техн. ун-т. 2011. 170 с.

5. **Мухолзоев А.В.** Алгоритм модуля автоматизированного расчета технологических размерных цепей // Вестник ЮУрГУ. Серия "Машиностроение". 2015. Т. 15. № 3. С. 48—55.

# СБОРОЧНОЕ ОБОРУДОВАНИЕ И ЕГО ЭЛЕМЕНТЫ

УДК 621.983.044.3.004

С.М. Вайцехович, канд. техн. наук, Г.Г. Кривенко, Л.М. Овечкин, канд. техн. наук (НПО "Техномаш") E-mail: ask-mlad@mail.ru

# Разработка нестандартного оборудования в решении задач импортозамещения в заготовительном производстве

Рассмотрено нестандартное оборудование для центрирования крупногабаритных составных частей сборно-разборных механизмов на примере изготовления полусфер титановых шаробаллонов методами газовой изотермической штамповки в вакууме. Предложено оригинальное устройство для центрирования двух объектов в ограниченном пространстве.

•

The non-standard equipment for alignment of large parts of the collapsible mechanisms is considered on the example of the manufacture of hemisphere titanium spherical balloons by gas isothermal forming in a vacuum. An original device for centering two objects in a limited space has offered.

Ключевые слова: полусфера, титан, шаробаллон, вакуум, установка, центратор, штамповая оснастка.

Keywords: hemisphere, titanium, spherical balloon, vacuum, machine, centralizer, die tooling.

Вакуумная газовая формовка титановых полусфер шаробаллонов (ПТШБ) из листовых полуфабрикатов в условиях сверхпластичности передовое направление в технологии получения полых тонкостенных изделий.

Однако изготовленная в середине 80-х гг. прошлого столетия вакуумная установка сверхпластического деформирования и диффузионного сращивания СДДС-1 (рис. 1 на стр. 2 обложки), малопроизводительна, так как деталь охлаждается в штамповой оснастке совместно с вакуумной камерой не менее 20 ч, затем полуфабрикат ПТШБ выпрессовывают из штамповой оснастки на прессовом оборудовании.

Решение задачи повышения качества ПТШБ заключается в создании условий раздельного охлаждения отформованного полуфабриката ПТШБ и штамповой оснастки [1]. Для этого разработана оснастка [2], позволяющая с учетом конструктивного исполнения вакуумной установки проводить в режиме действующего вакуума разделение верхней и нижней половин штамповой оснастки внутри камеры путем размещения на верхней половине штамповой оснастки рычагов, выполняющих роль захватов для удаления из нижней половины отформованной детали при подъеме вверх штока силового гидроцилиндра [3].

Одна из основных трудностей реализации новой технологии заключается в необходимости центрирования штока силового гидроцилиндра, расположенного в верхней вакуумной камере, относительно опорной стойки, расположенной в нижней камере, так как опорная стойка по первоначальной технологии не закреплена на полу нижней вакуумной камеры установки и не выставлена осесимметрично относительно штока силового гидроцилиндра. Опорная стойка выполняет роль подпорки, удерживающей штамповую оснастку на заданной высоте от пола вакуумной камеры (рис. 2 на стр. 2 обложки).

Шток силового гидроцилиндра прижимает верхнюю половину штамповой оснастки к нижней для герметизации внутренней полости штамповой оснастки, вакуумирования и последующей газовой формовки.

Устройство центрирования крупногабаритных составных частей сборно-разборных механизмов [4] в ограниченном замкнутом пространстве вакуумной установки центрирует шток силового гидроцилиндра, на котором в дальнейшем будет располагаться верхняя половина



штампа относительно стойки с размещенной на ней нижней половиной штампа (рис. 3).

Рама 1 представляет собой объемный сварной каркас, например, из труб с элементами жесткости (косынками) и платиками для размещения приводов 8 и 9, роликов 6 для гибких элементов 4 и 5, связанных с компенсатором 3.

Центратор 2 жестко соединен с верхним объектом центрирования (диаметр  $d_1$ ) и выполнен в виде шаблона, рабочая поверхность которого контактирует при центрировании с поверхностью шаблона компенсатора 3, жестко соединенного с нижним объектом центрирования. Нижняя часть компенсатора соответствует форме поверхности нижнего объекта центрирования (диаметр  $d_2$ ), а верхняя часть имеет рабочую поверхность для контакта с рабочей поверхностью центратора 2. Сопрягаемые центрирующие поверхности шаблона и компенсатора могут быть выполнены, например, в виде вогнутой и выпуклой полусфер, полостей и контактирующих с ними выступов различной формы и размеров.

Рассмотрим пример центрирования штамповой оснастки для получения ПТШБ в вакуумной камере установки СДДС-1.



Рис. 3. Схема устройства центрирования крупногабаритных составных частей сборно-разборных механизмов:

1 — рама; 2 — центратор; 3 — компенсатор; 4, 5 — трос; 6 — опорные ролики; 7 — рым-болты; 8, 9 — приводы для перемещения или намотки тросов; 10, 11 — верхняя и нижняя части вакуумной камеры; 12 — опорная стойка для размещения нижней половины штампа; 13 — шток силового гидроцилиндра; е — эксцентриситет Установка СДДС-1 состоит из вакуумной камеры, имеющей стыкуемые верхнюю 10 и нижнюю 11 части. В нижней части 11 вакуумной камеры расположена стойка 12 для установки нижней половины штамповой оснастки 15. В верхнюю часть вакуумной камеры вводят шток 13 силового гидроцилиндра для установки верхней половины штамповой оснастки 14. В данном случае объекты центрирования — центратор 2 и компенсатор 3 (см. рис. 3).

Задача центрирования состоит в обеспечении соосности штока *13* силового гидроцилиндра и стойки *12*.

При отведенной в сторону верхней части 10 вакуумной камеры в нижнюю часть 11 с помощью кран-балки помещают раму 1. Внутрь рамы 1 на верхний торец стойки 12 устанавливают компенсатор 3, нижняя сторона которого представляет собой ответную поверхность нижнего объекта центрирования (диаметр  $d_2$ ), а на торец штока 13 силового гидроцилиндра — центратор 2.

Подводят верхнюю часть вакуумной камеры 10 к нижней 11, оставляя зазор, достаточный для визуального наблюдения за перемещениями компенсатора 3 и центратора 2. Первоначально шток 13 и стойка 12 смещены друг относительно друга на величину эксцентриситета *e* (см. рис. 3).

Для обеспечения центрирования число гибких элементов и приводов их перемещения должно быть не менее трех (третий трос на рисунках не показан), что уменьшает общее время центрирования.

Рассмотрим процесс центрирования поэтапно.

На этапе 1 (рис. 4) приводами 8 и 9 стойку 12 поднимают гибкими элементами 4 и 5 до контакта рабочей поверхности компенсатора 3 с центратором 2.

На этапе 2 (рис. 5) позиционируют стойку 12 относительно штока 13, для чего правый привод 8 (ориентация по фигуре) реверсируют до ослабления контакта взаимодействующих поверхностей штока и стойки между собой и к той же стороне прикладывают горизонтальную боковую силу, которая смещает компенсатор 3 до совмещения его рабочей поверхности с рабочей поверхностью центратора 2, одновременно подтягивая трос 5 приводом 9.

На этапе 3 (рис. 6) подтягиванием левого троса 5 приводят стойку 12 в вертикальное положение, одновременно отпуская правый трос 4 таким образом, чтобы поддерживался контакт между центрируемыми поверхностями центратора 2 и компенсатора 3. Объекты отцентриро-





Рис. 4. Подъем стойки до контакта центратора 2 с компенсатором 3

ваны, шток 13 силового гидроцилиндра и стойка 12 выставлены по вертикальной оси (e = 0), стойка находится в подвешенном состоянии, тросы плотно прижимают центрирующие рабочие поверхности друг к другу.

На этапе 4 (рис. 7) опускают шток 13 силового гидроцилиндра и стойку 12 до установки стойки на дно вакуумной камеры. Отводят шток 13



Рис. 5. Позиционирование стойки относительно штока силового гидроцилиндра



Assembling in mechanical engineering, instrument-making. 2017. Vol. 18. № 5



Рис. 6. Манипулирование тросами с одновременным поддержанием между центрируемыми поверхностями

в крайнее верхнее положение, затем отводят верхнюю часть 10 вакуумной камеры, снимают со штока центратор 2, а со стойки — компенсатор 3.

На этапе 5 (рис. 8) проводят монтаж на штоке 13 верхней половины штамповой оснастки 14 и на стойке 12 нижней половины штамповой оснастки 15, которые отцентрированы друг относительно друга.





sb517.indd 204



Рис. 8. Монтаж штамповой оснастки на отцентрированных установочных элементах вакуумной установки: *а* — центрованные детали: стойка *12*, штамповая оснастка *14—15* и шток *13*; *б* — внешний вид отцентрированных стойки с нижней половиной штамповой оснастки и штока с верхней половиной штамповой оснастки в сборе в камере вакуумной установки СДДС-1

Процесс центрирования полностью механизирован, что важно при манипулировании крупногабаритными объектами. Использование устройства позволяет быстро и с высокой точностью провести центрирование широкого спектра механизмов различных масс и размеров.

Использование данного устройства в составе установки для сверхпластического формоизменения существенно сократит трудоемкость и временные затраты на подготовку к выполнению технологического процесса газовой формовки, а также обеспечит равномерное распределение нагрузки во время внешней фиксации штамповой оснастки при формообразовании посредством точного центрирования и взаимного позиционирования штока силового гидроцилиндра и опорной стойки установки.

### Библиографический список

1. Газовая изотермическая формовка полусфер титановых шаробаллонов в вакууме / С.М. Вайцехо-

вич и др. // Кузнечно-штамповочное производство. Обработка металлов давлением. 2013. № 10. С. 18—23.

2. Вайцехович С.М., Прусаков М.А. Изготовление шаробаллонов из титановых сплавов для РКТ // Научно-практическая конференция "Будущее российской космонавтики в инновационных разработках молодых специалистов РКП". Королев: НОУ ДПО "ИПК Машприбор", 2013. С. 18—20.

3. Пат. РФ 2529259 МПК<sup>8</sup> В 21 D 26/02. Штамп для формообразования изделий из листовых заготовок / Вайцехович С.М., Кривенко Г.Г., Бараев А.В. и др.; заявитель и патентообладатель ФГУП "НПО "Техномаш" (RU); № 2 013 111 475; заявл. 15.03.2013; опубл. 27.09.2014. Бюл. № 26.

4. Патент на полезную модель РФ 128264 МПК F 16 В 2/00. Устройство центрирования крупногабаритных составных частей сборно-разборных механизмов / Вайцехович С.М., Кривенко Г.Г., Прусаков М.А., Бараев А.В., Соболев Я.А.; заявитель и патентообладатель ФГУП "НПО "Техномаш" (RU); № 2012156552/12; заявл. 26.12.2012; опубл. 20.05.2013. Бюл. № 14.



## ОБЕСПЕЧЕНИЕ КАЧЕСТВА. ИСПЫТАНИЯ. КОНТРОЛЬ

УДК 681.2:658.5

**Р.М. Гоцеридзе,** канд. техн. наук (МГТУ им. Н.Э. Баумана) E-mail: mayex@yandex.ru

### Динамическая балансировка подвижных частей приборов

Рассмотрены виды неуравновешенности ротора (статическая, моментная, динамическая и др.). Особое внимание уделено величине главного вектора и главного момента дисбаланса ротора. Описаны принципы действия станков для динамической балансировки: резонансного балансировочного, с электронным отсчетным измерительным устройством, с автоматической балансировкой ротора. Перспективным методом балансировки является использование лазера.

۲

Types of rotor unbalance (static unbalance, couple unbalance, dynamic unbalance etc.) are considered. Special attention has paid to the values of the resultant vector and the resultant moment of rotor unbalance. Describes operation of the following machines for dynamic balancing: resonance-balancing machine, with electronic indicating measuring instrument, with the automatic balancing of rotor. Also attention is paid to the latest balancing machines, where rotor balancing is carried out automatically. Promising method is use of the laser.

**Ключевые слова:** динамическая балансировка, моментная, динамическая неуравновешенность, дисбаланс, главный момент дисбаланса, резонансный балансировочный станок, станок с электронным отсчетным измерительным устройством, метод кругового обхода.

**Keywords:** dynamic balancing, couple unbalance, dynamic unbalance, unbalance, basic unbalance couple, resonance-balancing machine, machine with electronic indicating measuring instrument, passing around method.

Подвижная часть (ПЧ) прибора или ротор могут быть неуравновешенными относительно оси вращения. Неуравновешенность является следствием неточности изготовления деталей.

Понятия и термины в области балансировки вращающихся тел регламентированы ГОСТ 19534—74; классы точности балансировки для жестких роторов; требования к балансировке и методы расчета дисбалансов — ГОСТ ИСО 1940-1—2007.

*Неуравновешенность* ротора — состояние, характеризующееся таким распределением масс, которое во время вращения вызывает переменные нагрузки на опорах ротора и его изгиб.

Статическая неуравновешенность ротора — неуравновешенность, при которой ось ротора (OP) и его главная центральная ось инерции (ГЦОИР) параллельны и смещены на величину  $e_{ct}$  (рис. 1, *a*), оценивается главным вектором дисбалансов.

Моментная неуравновешенность ротора — неуравновешенность, при которой ось ротора и его ГЦОИР пересекаются в центре масс ротора (рис. 1,  $\delta$ ), оценивается главным моментом дисбалансов ротора. Динамическая неуравновешенность ротора неуравновешенность, при которой ось ротора и его ГЦОИР пересекаются не в центре масс или перекрещиваются (рис. 1, в), состоит из статической и моментной неуравновешенностей и оценивается главным вектором и главным моментом дисбалансов ротора.

Дисбаланс — векторная величина, равная произведению неуравновешенной массы  $m_i$  на ее эксцентриситет  $\overline{e}_i (\overline{D}_{ct} = m_i \overline{e}_i)$ .

Главный вектор дисбалансов ротора — вектор, перпендикулярный к оси ротора, проходящей через центр масс (ЦМ), равный произведению  $m_0$  массы ротора на ее эксцентриситет.

Главный момент дисбалансов ротора  $\overline{M}_D$  равен геометрической сумме моментов всех дисбалансов ротора относительно его ЦМ, перпендикулярен ГЦОИР и ОР и вращается вместе с ним:

$$\overline{M}_D = \frac{\overline{M}_0}{\omega^2},$$

где *w* — угловая скорость вращения ротора;

 $M_0$  — момент, равный сумме моментов всех неуравновешенных сил  $\overline{F_i}$ ;



•

Рис. 1. Виды неуравновешенности подвижных частей приборов:

*а* — статическая; *б* — моментная; *в* — динамическая

$$\overline{M}_D = \sum \overline{M}_i = \sum \left[ l_i \overline{F}_i \right] = \sum m_i \left[ l_i \overline{r}_i \right] \omega^2$$

где  $l_i$  — расстояние от силы  $F_i$  до точки, относительно которой определяется момент;

 $r_i$  — радиус-вектор от центра неуравновешенной массы  $m_i$  в плоскости коррекции до оси вращения ротора.

### Динамическая балансировка

Динамическая балансировка проводится либо удалением, либо нанесением корректирующей массы. Плоскости (не менее двух), в которых удаляют (наносят) массы, называют плоскостями коррекции. Чтобы при удалении (нанесении) меньшей массы можно было бы устранить больший дисбаланс, выбирают плоскость коррекции с максимальным радиусом R и расстоянием между плоскостями коррекции L.

Дисбаланс и места неуравновешенности ротора определяют на специальных станках. Наиболее распространены две схемы динамической балансировки.

Резонансный балансировочный станок с оптическим индикатором (рис. 2) — станок, у которого частота вращения ротора при определении дисбаланса равна собственной частоте колебаний системы, состоящей из ротора 2 и паразитной массы.

Работа станка основана на принципе качающейся рамы 3. Она подвешена на оси 8 шарнира и опирается на пружины 4. Отличительной особенностью балансировочных станков рамочного типа является исключение неуравновешенности одной стороны ротора при определении неуравновешенности другой, что значительно повышает производительность процесса балансировки.

Значение дисбаланса ротора определяют визуально по ширине  $b_i$  светового луча на шкале 1 индикатора (число делений шкалы). При резонансе увеличивается ширина  $b_i$  из-за сильных колебаний всей системы, включающей раму 3. На раме 3 закреплены неуравновешенный ротор 2 и винтом 7 зеркальце 6. Луч света от лампы 9 подается на неподвижное зеркальце 5, закрепленное на станине станка, затем — на вибрирующее зеркальце 6 и далее на шкалу 1 оптического индикатора.

На плоскости коррекции ПК1 ротора последовательно устанавливают грузы (пластилин) 10 через 45° по методу кругового обхода. Каждый раз определяют  $b_i$ . Положение груза при  $b_{\rm B \ min}$ соответствует наиболее тяжелому месту ротора. На роторе 2 с противоположной стороны ПК2 высверливают отверстие, при этом масса высверленного материала равна массе груза.



Рис. 2. Схема резонансного балансировочного станка:

I -шкала оптического индикатора; 2 -балансировочный ротор; 3 -рама вибрационного устройства; 4 -боковые цилиндрические пружины; 5 -зеркало; 6 -ось зеркала оптического индикатора; 7 -толкающий винт; 8 -ось шарнира; 9 -лампа; 10 -корректирующий груз;  $b_i -$ ширина светового луча на шкале 1; ПК1, ПК2 - плоскости коррекции; R -радиус ротора; L -расстояние между ПК1 и ПК2

Станки с электронным отсчетным измерительным устройством позволяют определять как величину, так и местоположение корректирующей массы (рис. 3).

Балансируемый ротор 1 устанавливают на упругие опоры 2 и приводят во вращение. К опорам 2 крепят легкие тяги 3, несущие катушки 4, находящиеся в поле постоянных магнитов 5. При динамической неуравновешенности ротора опоры под действием центробежной силы приходят в колебательное движение и в катушках 4 наводится ЭДС, величина которой пропорциональна амплитуде колебаний и, следовательно, моменту динамической неуравновешенности.

Переключатель П включает в цепь сначала ПК1, а после ее исследования — ПК2.

Через усилитель 6 ЭДС подается на пластины 9 вертикальной развертки электронно-лучевой трубки 8 (ЭЛТ) или одновременно смещением фазы на 90° с помощью конденсатора C на пластины 7, 9 горизонтальной и вертикальной разверток ЭЛТ.

При подаче на пластины 7 горизонтальной развертки переменного напряжения с частотой, совпадающей со скоростью вращения ротора, на экране ЭЛТ получается синусоида (рис. 3,  $\delta$ ).



Рис. 3. Схема станка с электронным измерительным устройством: 1 — ротор; 2 — упругая опора; 3 — тяга; 4 — катушка; 5 — магнит; 6, 10 — усилители; 7, 9 — пластины разверток; 8 — электроннолучевая трубка; 11 — фотоэлемент; 12 — осветитель; 13 — линза; 14 — черная риска

Наибольшая амплитуда  $A_{\text{max}}$  этой синусоиды в некотором масштабе определяет значение дисбаланса ротора в той плоскости коррекции, которая подключена в цепь переключателем П к усилителю.

В другом случае на экране ЭЛТ получается окружность, диаметр d которой определяет в некотором масштабе значение дисбаланса ротора (см. рис. 3,  $\theta$ ).

Кажущиеся на экране непрерывными синусоида и окружность в действительности представляют собой след электронного луча, делающего одну развертку (синусоиду или окружность) за один оборот уравновешиваемого ротора (см. рис. 3,  $\delta$  и  $\epsilon$ ). Постоянную времени или фазировку электронной схемы машины регулируют таким образом, чтобы верхнее положение луча на трубке (на синусоиде или окружности) соответствовало моменту, когда центробежная сила от динамической неуравновешенности совпадет с направлением наибольшего перемещения опор 2 и тяг 3 (направление от опор к датчикам или наоборот).

Для отыскания места неуравновешенности на поверхности ротора перед балансировкой наносят отметку, например, в виде черной риски 14.

> На поверхность ротора от осветителя 12 через линзу 13 падает пучок света, отражается от поверхности ротора и попадает на фотоэлемент 11. При прохождении черной риски под пучком света освещенность и фототок фотоэлемента резко изменяются. Фототок через усилитель 10 подается на сетку ЭЛТ, увеличивая или уменьшая основной поток электронов. На синусоиде или окружности появляется яркая или несколько размытая точка. Положение ее по отношению к верхней (или нижней) точке синусоиды или окружности определяет угол, который надо отложить на роторе от черной риски, чтобы найти место неуравновешенности в данной плоскости приведения ротора. На рис. 3, г показан случай, когда "тяжелая" точка ротора расположена под углом 45° от черной риски в сторону, обратную направлению вращения ротора. Электронные машины позволяют определить динамическую неуравновешенность с точностью 0,01...0,03 мкН·м, а "тяжелое" место с точностью  $\pm (2...5)^{\circ}$ .

> Устраняют неуравновешенность на специальных станках либо путем вы

сверливания, либо с помощью электрической эрозии или луча лазера. В автоматах управление осуществляется от выходных сигналов с датчиков.

### Градуировка станка методом кругового обхода

Градуировка осуществляется для того, чтобы по показаниям станка можно было определять динамическую неуравновешенность ротора.

При градуировке применяют технологический ротор, предварительно отбалансированный с некоторой точностью  $M_{д.н}$ . В плоскости коррекции ротора (рис. 4) на расстоянии R от оси вращения либо последовательно прикрепляют шарик пластилина массой G, либо, при наличии резьбовых отверстий, в плоскости коррекции последовательно ввинчивают в них винт массой G. Груз G перемещается в плоскости коррекции через угол  $\alpha$  (30 или 45°) по отношению к предыдущему положению.

Показания прибора станка для синусоидальной развертки представляют в некотором масштабе векторную сумму двух моментов:  $M_{\rm д. H}$ остаточной динамической неуравновешенности ротора и контрольного груза  $M_{\rm K} = GR$  динамической неуравновешенности. Из всех показаний выбирают наибольшее и наименьшее значения (они соответствуют диаметрально противоположным положениям контрольного груза на роторе).



### Рис. 4. Плоскость коррекции ротора:

R — радиус плоскости коррекции;  $R_0$  — расстояние от оси ротора (OP) до места установки пластилина или винта;  $\alpha$  — угол поворота ротора на новую позицию пластилина или винта

При круговой развертке

$$\begin{aligned} d_{\rm H\bar{6}}C &= M_{\rm K} + M_{\rm {I},\rm {H}};\\ d_{\rm HM}C &= M_{\rm K} - M_{\rm {I},\rm {H}}, \end{aligned} \tag{1}$$

где C — цена деления отсчетного устройства станка, т.е. момент динамической неуравновешенности, соответствующий 1 мм диаметра окружности на ЭЛТ, мкН·м/мм;

 $d_{\rm H\delta}, d_{\rm HM}$  — соответственно наибольший и наименьший диаметры окружности на трубке, мм.

Сложив уравнения (1), получим

$$C = \frac{2M_{\rm K}}{d_{\rm H\delta} + d_{\rm HM}}.$$
 (2)

Взяв разность уравнений (1), получим остаточную динамическую неуравновешенность ротора:

$$M_{\rm g.H} = C \, \frac{d_{\rm H6} + d_{\rm HM}}{2}.$$
 (3)

Наиболее современными являются балансировочные станки, в которых балансировка ротора осуществляется автоматически.

По способу устранения неуравновешенной массы балансировочные станки делят на механические и электрофизические. Механический способ чаще всего осуществляется сверлением.

Электрофизический способ устранения дисбаланса позволяет определить значение дисбаланса ротора и удалять или наносить корректирующую массу в плоскости коррекции ротора непосредственно при его вращении. Электроискровой метод удаления корректирующей массы осуществляют методом напыления и другими.

Перспективный метод для балансировки ротора — использование луча лазера (автоматический лазерный балансировочный станок).

### Библиографический список

1. Абрамов И.В., Осетров В.Г., Пичулин И.К., Ярхов Ю.Б. Технология сборочного производства в машиностроении: учеб. пособие / под общ. ред. И.В. Абрамова, В.Г. Осетрова. Ижевск: Изд-во ИжГТУ, 2002. 460 с.

2. Ковалев М.П., Моржаков С.П., Терехова К.С. Динамическое и статическое уравновешивание гироскопических устройств. М.: Машиностроение, 1979. 252 с.

3. Скворчевский А.К. Лазерная балансировка машин и приборов. М.: ООО "Ваш полиграф. партнер", 2012. 283 с.

4. Суминов В.М., Скворчевский А.К. Уравновешивание вращающихся тел лучом лазера. М.: Машиностроение, 1974. 175 с.

5. Уразаев З.Ф., Асс Б.А., Алексеев Я.Н., Мясников Б.Я. Сборка, регулировка и испытание авиационных приборов. М.: Машиностроение, 1983. 288 с.



СБОРКА В МАШИНОСТРОЕНИИ, ПРИБОРОСТРОЕНИИ. 2017. Том 18. № 5 =

УДК 621.757

### **С.В. Кузнецова,** канд. техн. наук (Ковровская государственная технологическая академия им. В.А. Дегтярева) *E-mail:* svkyznecova@gmail.com

# Распознавание угловой ориентации детали при автоматизированной сборке с помощью систем технического зрения

Рассмотрено сборочное устройство, оснащенное системой технического зрения. Проведено исследование изображений цилиндрической детали. Выявлены взаимосвязи параметров изображения детали и ее угловой ориентации. Представлены результаты работы программы по воспроизведению контура основания детали при вариациях угловых смещений. Изложен алгоритм определения угловых смещений детали на основе ее изображения, полученного с камеры.

The assembly device with technical vision system is considering. The research of cylindrical detail's images is carrying out. The interrelations of detail's image parameters and it's angular orientation are revealed. The results of definition of detail's foundation contour with different angular orientations have presented by program's functioning. The algorithm of definition of detail's angular orientation based on its camera image are stated.

Ключевые слова: автоматизированная сборка, изображение детали, система технического зрения, угловая ориентация.

Keywords: automated assembly, detail's image, technical vision system, angular orientation.

Один из путей автоматизация технологического процесса сборки и, следовательно, повышения эффективности производства — использование сборочных устройств, оснащенных системой технического зрения, способной распознавать положение и ориентацию сборочных компонент и на основе визуальной информации манипулировать деталями в процессе сборки. Системы технического зрения, входящие в состав сборочного робототехнического комплекса (РТК), предназначены для регистрации и обработки изображений объектов, находящихся в зоне выполнения технологической операции сборки, с целью получения информации, необходимой для управления движением манипулятора. Распознавание ориентации детали по изображению представляет собой непростую задачу, однозначного решения которой на сей день не существует [1].

Цель работы — раскрыть некоторые аспекты использования технического зрения для автоматизации сборочной операции. Функциональная схема роботизированной сборочной системы представлена на рис. 1. В рассматриваемой системе технического зрения



<sup>7</sup> — камера, 2 — осветитель, 5 — соброчный манипулятор; 4 — присоединяемая деталь; 5 — базовая деталь; 6 — сборочная позиция

Ð



объектом, содержащим полезную информацию для выполнения операции сборки, являются сами собираемые детали: присоединяемая деталь 4 и базовая деталь 5.

### Трехмерное моделирование для анализа изображений цилиндрической детали

Для разработки алгоритма идентификации угловой ориентации детали получим математические зависимости, связывающие параметры изображения детали и угловые смещения по координатам адаптации. Рассмотрим цилиндрическую деталь с радиусом основания R (рис. 2 на стр. 2 обложки).

В качестве угловых смещений выберем:  $\alpha$  — угол поворота основания детали относительно координатной оси *x* (ось *1*);  $\beta$  — угол поворота детали относительно оси симметрии (ось *2*).

Проведем анализ проекций основания цилиндрической детали на горизонтальную плоскость *XOY*, представляющих собой эллипсы, в результате смещений на углы  $\alpha$ ,  $\beta$  (см. рис. 2).

Параметрами изображения проекции основания детали (эллипса) на плоскость *XOY* при угловых смещениях  $\alpha$ ,  $\beta$  являются (рис. 3 на стр. 2 обложки): *R* — большая полуось эллипса; *r* — малая полуось эллипса;  $\xi$  — угол наклона большой оси эллипса к координатной оси *x*.

Геометрическая модель для расчета параметров изображения основания детали представлена на рис. 4 на стр. 2 обложки. Для того чтобы найти взаимосвязь параметров изображения основания детали R, r,  $\xi$  с угловыми перемещениями  $\alpha$ ,  $\beta$ , найдем уравнения плоскостей  $\sigma_1$  и  $\sigma_3$ .

Общее уравнение плоскости имеет вид Ax + By + Cz + D = 0, где коэффициенты A, B, C одновременно не равны нулю. Коэффициент D = 0 в случае прохождения плоскости через точку O начала координат (в рассматриваемом случае все плоскости основания детали совмещены с точкой O).

Запишем уравнения плоскости  $\sigma_1$ . Поскольку плоскость  $\sigma_1$  основания детали при отсутствии поворотов на углы  $\alpha$ ,  $\beta$  совместили с горизонтальной, получаем  $A_1x + B_1y + C_1z = 0$ , причем  $A_1 = 0$ ;  $B_1 = 0$ . Таким образом, имеем уравнение для плоскости  $\sigma_1$  следующего вида: z = 0.

Запишем уравнение плоскости  $\sigma_3$  основания детали после перемещений на углы  $\alpha$ ,  $\beta$ . Составим уравнение по трем точкам, лежащим в данной плоскости и не лежащим на одной прямой.

В качестве первой выберем точку O (начало координат). Вторая точка E лежит на оси 2-го поворота и удалена от точки O на расстояние, равное радиусу детали R. Ее координаты находят, зная угол  $\alpha$ : (0;  $R \cos \alpha$ ;  $R \sin \alpha$ ). Для нахождения координат третьей точки F воспользуемся матрицей поворота относительной оси.

Пусть ось вращения задана вектором  $\overline{v} = (x, y, z)$ , характеризующим положение точки *E*, а угол поворота —  $\beta$ , тогда матрица поворота имеет вид:

$$M(\overline{v},\beta) = \begin{pmatrix} \cos\beta + (1-\cos\beta)x^2 & (1-\cos\beta)xy - (\sin\beta)z & (1-\cos\beta)xz + (\sin\beta)y\\ (1-\cos\beta)yx + (\sin\beta)z & \cos\beta + (1-\cos\beta)y^2 & (1-\cos\beta)yz - (\sin\beta)x\\ (1-\cos\beta)zx - (\sin\beta)y & (1-\cos\beta)zy + (\sin\beta)x & \cos\beta + (1-\cos\beta)z^2 \end{pmatrix}.$$
 (1)

После преобразований получаем координаты точки  $F(-R\cos\beta; R\sin\alpha\sin\beta; -R\cos\alpha\sin\beta)$ . Запишем уравнения плоскости по трем точкам:

$$\begin{pmatrix} x & -R\cos\beta & 0\\ y & R\sin\alpha\sin\beta & R\cos\alpha\\ z & -R\cos\alpha\sin\beta & R\sin\alpha \end{pmatrix} = 0;$$

$$x \begin{pmatrix} R\sin\alpha\sin\beta & R\cos\alpha\\ -R\cos\alpha\sin\beta & R\sin\alpha \end{pmatrix} - y \begin{pmatrix} -R\cos\beta & 0\\ -R\cos\alpha\sin\beta & R\sin\alpha \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} -R\cos\beta & 0\\ R\sin\alpha\sin\beta & R\cos\alpha \end{pmatrix} = 0;$$

$$x \begin{bmatrix} R(\sin\alpha\sin\beta) R\sin\alpha + R(\cos\alpha\sin\beta) R\cos\alpha \end{bmatrix} - y \begin{bmatrix} -R(\cos\beta) R\sin\alpha \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} -R(\cos\beta) R\cos\alpha \end{bmatrix} = 0;$$

$$x \begin{bmatrix} R^2\sin^2\alpha\sin\beta + R^2\cos^2\alpha\sin\beta \end{bmatrix} - y \begin{bmatrix} -R^2\cos\beta\sin\alpha \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} -R^2\cos\beta\cos\alpha \end{bmatrix} = 0;$$

$$\begin{bmatrix} R^2\sin\beta \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} R^2\cos\beta\sin\alpha \end{bmatrix} y + \begin{bmatrix} -R^2\cos\beta\cos\alpha \end{bmatrix} z = 0.$$
(2)

Assembling in mechanical engineering, instrument-making. 2017. Vol. 18. № 5

= СБОРКА В МАШИНОСТРОЕНИИ, ПРИБОРОСТРОЕНИИ. 2017. Том 18. № 5 =

۲

Таким образом, уравнение плоскости  $\sigma_3$ :  $A_3x + B_3y + C_3z = 0$ ; где

$$A_3 = R^2 \sin \beta; \ B_3 = R^2 \cos \beta \sin \alpha; \ C_3 = -R^2 \cos \beta \cos \alpha.$$

Определим угол  $\phi$  между плоскостями  $\sigma_1$  и  $\sigma_3$ :

$$\cos \varphi = \frac{A_{1}A_{3} + B_{1}B_{3} + C_{1}C_{3}}{\sqrt{A_{1}^{2} + B_{1}^{2} + C_{1}^{2}}\sqrt{A_{3}^{2} + B_{3}^{2} + C_{3}^{2}}} = \frac{-R^{2}\cos\beta\cos\alpha}{\sqrt{(R^{2}\sin\beta)^{2} + (R^{2}\cos\beta\sin\alpha)^{2} + (-R^{2}\cos\beta\cos\alpha)^{2}}};$$

$$\varphi = \arccos\left(\frac{-R^{2}\cos\beta\cos\alpha}{\sqrt{(R^{2}\sin\beta)^{2} + (R^{2}\cos\beta\sin\alpha)^{2} + (-R^{2}\cos\beta\cos\alpha)^{2}}}\right).$$
(3)

Две пересекающиеся плоскости образуют два двугранных угла  $\varphi$  и  $\varphi'$ , косинусы которых равны по абсолютной величине, но отличаются знаком. При этом  $\varphi + \varphi' = \pi$ .

Важным параметром проекции основания детали на плоскость *ХОУ* является размер малой полуоси эллипса *r*:

$$r = R\cos\varphi' = R\cos(\pi - \varphi) = R\cos\left(\pi - \arccos\left(\frac{-R^2\cos\beta\cos\alpha}{\sqrt{\left(R^2\sin\beta\right)^2 + \left(R^2\cos\beta\sin\alpha\right)^2 + \left(-R^2\cos\beta\cos\alpha\right)^2}}\right)\right) = R\cos\left(\pi - \arccos\left(\frac{-R^2\cos\beta\cos\alpha}{\sqrt{\sin^2\beta + \cos^2\beta\sin^2\alpha + \cos^2\beta\cos^2\alpha}}\right)\right).$$

После преобразований имеем:

$$r = -R^2 \cos\beta \cos\alpha. \tag{4}$$

Другим параметром проекции основания детали на плоскость *XOY* является угол ξ.

Для того чтобы найти уравнение прямой, являющейся результатом пересечения плоскостей  $\sigma_1$  и  $\sigma_3$ , запишем систему уравнений:

$$\begin{cases} z = 0; \\ \begin{bmatrix} R^2 \sin \beta \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} R^2 \cos \beta \sin \alpha \end{bmatrix} y + \\ + \begin{bmatrix} -R^2 \cos \beta \cos \alpha \end{bmatrix} z = 0. \end{cases}$$

Поскольку решение будет в горизонтальной плоскости z = 0, преобразуем систему на основании геометрических построений к виду:

$$\begin{cases} x^{2} + y^{2} = R^{2}; \\ y = \frac{-\left[R^{2}\sin\beta\right]}{\left[R^{2}\cos\beta\sin\alpha\right]}x, \\ \begin{cases} x = \sqrt{\frac{R^{2}}{\left[R^{2}\cos\beta\sin\alpha\right]}}, \\ \frac{1 + \left(\frac{-\left[R^{2}\sin\beta\right]}{\left[R^{2}\cos\beta\sin\alpha\right]}\right)^{2}}; \\ y = \frac{-\left[R^{2}\sin\beta\right]}{\left[R^{2}\cos\beta\sin\alpha\right]}x, \end{cases}$$
(5)  
$$\begin{cases} x = \sqrt{\frac{R^{2}\cos^{2}\beta\sin^{2}\alpha}{\cos^{2}\beta\sin^{2}\alpha + \sin^{2}\beta}}; \\ y = \frac{-\left[R^{2}\sin\beta\right]}{\left[R^{2}\cos\beta\sin\alpha\right]}x, \end{cases}$$
(5)  
$$\begin{cases} x = R\cos\beta\sin\alpha\sqrt{\frac{1}{\cos^{2}\beta\sin^{2}\alpha + \sin^{2}\beta}}; \\ y = -R\sin\beta\sqrt{\frac{1}{\cos^{2}\beta\sin^{2}\alpha + \sin^{2}\beta}}. \end{cases}$$

Прямая проходит через начало координат и точку с найденными координатами *x*, *y*.

Полностью определив прямую, являющуюся осью проекции основания детали на плоскость *XOY*, отыщем угол ее наклона к оси *x*:

$$\xi = \arccos\left(\cos\beta\sin\alpha\sqrt{\frac{1}{\cos^2\beta\sin^2\alpha + \sin^2\beta}}\right).$$
 (6)

Результатом проецирования основания детали на плоскость *XOY* после поворотов на углы α, β будет эллипс.

В общем виде параметрическое уравнение эллипса:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$
или 
$$\begin{cases} x = a\cos\theta\\ y = b\sin\theta \end{cases}, \ \theta \in [0; \ 2\pi],$$

где *x*, *y* — координаты точки, принадлежащей эллипсу;

*а*, *b* — большая и малая полуоси эллипса соответственно;

 $\theta$  — параметр.

В нашем случае большая полуось эллипса по величине соответствует радиусу поворачиваемой детали, т.е. a = R, а малая полуось — проекция радиуса окружности, лежащей в плоскости  $\sigma_3$ , на плоскость  $\sigma_1$ , а именно b = r, причем  $r = R\cos\varphi'$ . Кроме того, эллипс повернут в горизонтальной плоскости относительно начала координат на угол  $\xi$ . Поэтому система уравнений с учетом поворота примет вид:

$$\begin{cases} x' = x\cos\xi + y\sin\xi \\ y' = -x\sin\xi + y\cos\xi' \\ \begin{cases} x = a\cos\theta \\ y = b\sin\theta \end{cases} \end{cases}$$

Если центр эллипса смещен относительно начала координат, тогда  $x - x_0$ ,  $y - y_0$ .

Будем иметь:

$$\begin{cases} x' = x_0 + R\cos\theta\cos\xi + r\sin\theta\sin\xi\\ y' = y_0 + r\sin\theta\cos\xi - R\cos\theta\sin\xi \end{cases}, \quad \theta \in [0; 2\pi], (7)$$

где  $x_0$ ,  $y_0$  — координаты центра эллипса (совпадают с началом координат).

### Математическое моделирование изображения контура основания детали при различных комбинациях угловых смещений

Для подтверждения справедливости найденных зависимостей (1)—(7) написана программа на М-языке МАТLАВ, которая позволяет воспроизвести контур проекции цилиндрической детали на горизонтальную плоскость при различных комбинациях угловых смещений  $\alpha$ ,  $\beta$ . Исходные данные: R — радиус основания цилиндрической детали;  $\alpha$  — угол поворота основания детали относительно координатной оси x(ось I);  $\beta$  — угол поворота детали относительно оси  $\overline{v}$  (рис. 5, 6 на стр. 3 обложки).

Также был проведен анализ взаимосвязей параметров  $\xi$  и *r* проекции основания детали с угловыми смещениями  $\alpha$ ,  $\beta$ . Зависимости носят нелинейный характер (рис. 7).



Рис. 7. Анализ взаимосвязей параметров  $\xi$  и *r* проекции основания детали с угловыми смещениями  $\alpha$ ,  $\beta$ :  $a - \beta = 60, 45, 30^\circ$ ;  $\delta - \alpha = 60, 45, 30^\circ$ ;  $e - \beta = 60, 45, 30^\circ$ ;  $e - \alpha = 60, 45, 30^\circ$ 

Assembling in mechanical engineering, instrument-making. 2017. Vol. 18. № 5

•

### Алгоритм определения угловых смещений детали на основе ее изображения, полученного с камеры

С помощью средств программного комплекса MATLAB разработан алгоритм, позволяющий провести анализ угловых смещений  $\alpha$ ,  $\beta$  детали на основе ее изображения, полученного с камеры системы технического зрения сборочного устройства. Программа вычисляет параметры R,  $\xi$ , rэллипса, т.е. проекции на плоскость *XOY* основания цилиндрической детали, и преобразует их в угловые смещения детали  $\alpha$ ,  $\beta$  [2]. Алгоритм и результаты работы программы проиллюстрированы на рис. 8 на стр. 3 обложки.

### Заключение

Изображение (проекция основания) детали на заданную плоскость, определяемую характеристиками системы технического зрения сборочного устройства, несет в себе информацию о ее ориентации в пространстве. Эта информация может быть использована для управления процессом сборки. Проведено исследование взаимосвязей параметров проекции основания цилиндрической детали в зависимости от ее угловой ориентации. Дальнейшим развитием темы может быть исследование деталей иной геометрии, анализ взаимосвязей при наличии более двух угловых смещений, изменение последовательности поворотов присоединяемой детали. Подобные алгоритмы распознавания ориентации детали могут применяться для обнаружения перекосов, в качестве средства коррекции угловых рассогласований деталей при автоматизированной сборке.

### Библиографический список

1. Генкин В.Л., Ерош И.Л., Москалев Э.С. Системы распознавания автоматизированных производств. Л.: Машиностроение, 1988. 244 с.

2. Кузнецова С.В. Обнаружение объектов на изображении: этапы компьютерной обработки средствами МАТLАВ / IV Всерос. научно-технич. конф. "Информационно-измерительные и управляющие системы военной техники": сб. науч. тр. Владимир: ВлГУ, 2014. С. 83—85.



# ТРЕНИЕ И СМАЗКА В МАШИНАХ И МЕХАНИЗМАХ

УДК 624.131

**Э.А. Буланов,** д-р техн. наук (Московский государственный университет технологии и управления им. К.Г. Разумовского) E-mail: b1u237@mail.ru

### Давление сыпучего тела на стенки силоса. Пространственная задача

Получены точные решения уравнений равновесия для сыпучего и упругого твердого тела в силосе квадратного и круглого сечения методами моментной теории механики сплошных сред. Приведено сравнение расчетов с экспериментальными данными. Превышение экспериментальных значений над расчетными коэффициента бокового давления объясняется наличием воздуха в связанном состоянии в сыпучем теле.

۲

Exact solutions of the equilibrium equations for the bulk of a solids and elastic in the silo square and circular crosssection method of moment theory of continuum mechanics. The comparison of calculations with experimental data. Excess over the calculated values of the experimental coefficient of lateral pressure due to the presence of air in a bound state in the bulk body.

Ключевые слова: сыпучая среда, боковое давление, коэффициент трения.

Keywords: granular media, lateral pressure, coefficient of friction.

Касательные τ и нормальные σ напряжения в сыпучей среде связаны экспериментальной зависимостью [1]

$$\tau = f\sigma + \tau_0, \tag{1}$$

где f — коэффициент внутреннего трения,  $f = tg \varphi;$ 

φ — угол внутреннего трения;

 $\tau_0$  — начальное сопротивление сдвигу, характеризует сцепление частиц сыпучего тела между собой.

При  $\tau_0 = 0$  сыпучее тело называют идеально сыпучим.

В упругом теле касательные напряжения достигают своего наибольшего значения по площадкам, составляющим с главными площадками углы 45°. В твердых телах по этим площадкам происходит деформация сдвига. В сыпучих телах опасными в отношении сдвига будут не те площадки, по которым действуют наибольшие касательные напряжения, а те — на которых касательные напряжения достигают своего предельного значения. На этих площадках и произойдет сдвиг, скольжение. В массе сыпучего тела совокупность таких площадок образует поверхность скольжения.

Теория решения ряда задач статики сыпучего тела на основе последовательного определения площадок скольжения и действующих по ним напряжений разработана для плоских задач В.В. Соколовским, для осесимметричных задач — В.Г. Березанцевым. В этой теории уравнения равновесия не имеют аналитического решения. В ряде задач невозможно доказать, находится ли сыпучее тело в состоянии предельного равновесия, когда коэффициенты трения достигают предельного значения. Одной из таких задач является задача определения напряжений в силосе.

Широкое применение на практике получила методика Х. Янсена, согласно которой осевое и боковое давления определяют по формулам [1]

$$\sigma_{z} = -\frac{\gamma A}{fmp} \left( 1 - \exp(-fm \ pz/A) \right);$$

$$\sigma_{x} = m\sigma_{z},$$
(2)

где у — удельный вес сыпучего материала;

*А*, *р* — площадь и периметр поперечного сечения силоса;

*f* — коэффициент трения сыпучего материала о стенки силоса;

*z* — расстояние от поверхности сыпучего тела до дна силоса.

Формулы получены из условий равновесия элемента объема силоса dV = Adz.

СБОРКА В МАШИНОСТРОЕНИИ, ПРИБОРОСТРОЕНИИ. 2017. Том 18. № 5 =

۲

Коэффициент бокового давления

$$m = \mathrm{tg}^{2} \left( 45^{\circ} - \frac{\varphi}{2} \right) = \frac{\left(1 + f^{2}\right)^{0.5} - f}{\left(1 + f^{3}\right)^{0.5} + f},$$
 (3)

где  $\phi$  — угол внутреннего трения сыпучего материала.

Определяли *m* из анализа напряженного состояния элемента объема сыпучего тела в рамках классической механики сплошных сред при условии предельного равновесия. Однако нет доказательства того, что сыпучее тело находится в состоянии предельного равновесия во всем объеме силоса.

При определении бокового давления методика Янсена дает заниженные значения, поэтому на практике рекомендуется увеличивать результаты примерно в 2 раза [1].

### Решения уравнений равновесия для силоса с квадратным и круглым сечениями

Для силоса квадратного сечения 2b×2b уравнения равновесия имеют вид

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \gamma = 0.$$
$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = 0.$$

Из-за наличия жестких боковых стенок  $\tau_{zx} = 0, \ \tau_{zy} = 0, \ \tau_{yx} = 0, \ \tau_{xy} = 0.$ Так как  $\tau_{zx} = 0, \ a \ \tau_{xz} \neq 0, \ \tau_{zy} = 0, \ a \ \tau_{yz} \neq 0,$ 

Так как  $\tau_{zx} = 0$ , а  $\tau_{xz} \neq 0$ ,  $\tau_{zy} = 0$ , а  $\tau_{yz} \neq 0$ , т.е. закон парности не соблюдается, то воспользуемся моментной теорией механики сплошных сред [2].

Граничные условия:

1. При z = 0 все напряжения равны нулю.

2. При 
$$|x| = b$$
;  $y = 0$   $|\tau_{xz}| = f\sigma_x$ .

3. При 
$$|y| = b$$
;  $x = 0$   $|\tau_{yz}| = f\sigma_y$ 

Моментные напряжения, удовлетворяющие условию 1 [2]:

$$\mu_{zy} = \int \tau_{xz} dz; \ \mu_{zx} = \int \tau_{yz} dz.$$

Представим  $\sigma_z = -\gamma b \sigma$ , тогда в силу симметрии

$$\sigma_x = \sigma_y = -\gamma bm\sigma; \ \tau_{yz} = -\gamma bfm\sigma\frac{y}{b};$$
  
$$\tau_{xz} = -\gamma bfm\sigma\frac{x}{b},$$

где m — коэффициент бокового давления, в общем случае функция от x и y.

216

Подставляя  $\sigma = \frac{1}{2fm} + \Delta \sigma$  в уравнения равновесия, получим

$$\frac{\partial \Delta \sigma}{\partial z} + \frac{\partial (fxm\Delta \sigma)}{b\partial x} + \frac{\partial (fym\Delta \sigma)}{b\partial y} = 0;$$
$$\frac{\partial (m\Delta \sigma)}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial (m\Delta \sigma)}{\partial y} = 0.$$

Откуда следует, что  $m\Delta \sigma = \varphi(z)$  — функция от *z*. Получим уравнение

$$\frac{\partial \varphi(z)}{\partial z} + \frac{2fm}{b}\varphi(z) = 0.$$

Тогда *m* — постоянная. Решение уравнения:

$$\Delta \sigma = C \exp(-2 fm z/b)/m;$$

$$\sigma_z = -\gamma b \frac{1 - 2Cf \exp\left(-2 fmz/b\right)}{2 fm}.$$

Постоянные *C*, *m* получим из условия, что при  $f \to 0$   $m \to m_0$ ,  $\sigma_z \to \gamma z$ . Откуда C = -1/2 f, а решение уравнений равновесия

$$\sigma_{z} = -\gamma b \frac{1 - \exp\left(-2fm_{0}z/b\right)}{2fm_{0}};$$

$$_{x} = \sigma_{y} = m_{0}\sigma_{z}, \ \tau_{xz} = \tau_{yz} = fm_{0}\sigma_{z}.$$
(4)

При  $z/b \to \infty$  напряжение  $\sigma_z \to -\frac{\gamma b}{2fm_0};$  $\sigma_x = \sigma_y \to -\frac{\gamma b}{2f}.$ 

Данное точное решение совпадает с решением Янсена для квадратного силоса  $A/p = 4b^2/8b = b/2$ .

Рассмотрим аналогичную задачу для твердого абсолютноупругоготела, используянетолькоуравнения равновесия, но и уравнения деформаций. Если твердое тело квадратного сечения  $2b \times 2b$  высотой *h* находится в абсолютно жестких стенках без зазора, то под действием собственного веса оно расширяется согласно закону Пуассона. В результате создается давление на жесткие стенки, и в силу симметрии  $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_b$  относительные деформации по осям *x* и *y* при жестких стенках должны быть равны нулю, т.е.

$$\varepsilon_{x} = \varepsilon_{y} = \left(\sigma_{b} - v_{0}\left(\sigma_{z} + \sigma_{b}\right)\right) / E_{0} = 0,$$

где v<sub>0</sub> — коэффициент Пуассона для материала твердого тела;

26.04.2017 9:36:49

= СБОРКА В МАШИНОСТРОЕНИИ, ПРИБОРОСТРОЕНИИ. 2017. Том 18. № 5

 $E_0$  — модуль упругости материала твердого тела.

Тогда получим, что

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_b = v\sigma_z,$$

где  $v = v_0/(1 - v_0)$ .

Решения уравнения равновесия: при f = 0

$$\sigma_z = -\gamma z; \ \sigma_x = \sigma_v = -\gamma v z;$$

при  $f \neq 0$ 

$$\sigma_{z} = -\gamma b \frac{1 - \exp(-2f\nu z/b)}{2f\nu}; \quad \sigma_{x} = \sigma_{y} = \nu \sigma_{z};$$
  
$$\tau_{xz} = f\nu \sigma_{z} x/b; \quad \tau_{yz} = f\nu \sigma_{z} y/b.$$

Относительные деформации по оси z

$$\varepsilon_z = (1 - 2v^2)\sigma_z/E$$
.

Перемещения по оси *z* (на днище при z = h перемещение  $u_z = 0$ ):

$$u_{z} = \frac{1-\mu^{2}}{E} \int \sigma_{z} dz = \frac{\gamma b \left(1-2\nu^{2}\right)}{2f\nu E} \times \left(b \frac{\exp\left(-2f\nu h/b\right) - \exp\left(-2fz/b\right)}{2f\nu} + h - z\right).$$

Для цилиндрического силоса радиуса *b* в силу наличия жестких боковых стенок  $\tau_{zr} = 0$ ,  $\tau_{\theta r} = 0$ и при  $\sigma_{\theta} = \sigma_r$  уравнения равновесия (осесимметричная задача) примут вид:

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial (r\tau_{rz})}{r\partial r} + \gamma = 0;$$
$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} = 0.$$

Граничные условия:

1. При z = 0 все напряжения равны нулю. 2. При  $r = b |\tau_{rz}| = f \sigma_r$ . Моментные напряжения, удовлетворяющие

условию 1 [2]:  $\mu_{z\theta} = \int \tau_{rz} dz$ .

Решение уравнений равновесия  $\sigma_z$ 

$$\sigma_{z} = -\gamma b \frac{1 - \exp(-2fm_{0}z/b)}{2fm_{0}};$$

$$\sigma_{r} = m_{0}\sigma_{z}; \ \tau_{rz} = fm_{0}\sigma_{z}.$$
(5)

Данное точное решение совпадает с решением Янсена для цилиндрического силоса

$$A/p = b/2$$
.

Когда днище движется вверх вдоль стенок (трубы), то решение

$$\sigma_z = -\gamma b \frac{\exp(2fm_0 z/b) - 1}{2fm_0}; \qquad (6)$$
  
$$\sigma_r = m_0 \sigma_z; \quad \tau_{rz} = -fm_0 \sigma_z.$$

### Анализ экспериментальных данных

В работе [3] исследовали давление цемента на дно и стенки квадратного (2b = 60 см) деревянного силоса в зависимости от высоты засыпки. Использовали свежеизготовленный цемент ( $\gamma = 1,3 \cdot 10^4$  H/м<sup>3</sup>) и цемент, который предварительно вылеживался в мешках в течение двухтрех месяцев ( $\gamma = 1,6 \cdot 10^4$  H/м<sup>3</sup>). Экспериментально определили: коэффициенты трения f = 0,577; коэффициент бокового давления  $m_0 = 0,333$ . Найдены значения m и f наилучшего приближения к данным эксперимента (табл. 1).

Экспериментальные исследования показывают, что методика Янсена дает удовлетворительные результаты при определении осевого давле-

Таблица 1

		$\gamma = 1,3 \cdot 10^4 \text{ H/m}^3$		$\gamma = 1.6 \cdot 10^4 \text{ H/m}^3$			
<u>z</u>		Расчет			Расчет		
b	Эксперимент	$m_0 = 0,333$ f = 0,577	m = 0,79 f = 0,22	Эксперимент	$m_0 = 0,333$ f = 0,577	m = 0,515 f = 0,432	
2	5,75/4,65	5,44/1,8	5,61/4,43	6,1/3,1	6,7/2,23	6,35/3,27	
3,333	7,7/6,15	7,33/2,4	7,66/6,05	8,2/4,2	9,01/3,0	8,33/4,29	
5	9,15/7,15	8,65/2,9	9,19/7,26	9,8/5,1	10,65/3,55	9,62/4,95	

Расчеты осевого  $\sigma_r$  и бокового  $\sigma_r$  напряжений, 10<sup>5</sup>, МПа (в виде  $\sigma_r/\sigma_r$ )

Assembling in mechanical engineering, instrument-making. 2017. Vol. 18. № 5

217

СБОРКА В МАШИНОСТРОЕНИИ, ПРИБОРОСТРОЕНИИ. 2017. Том 18. № 5

Радиус трубы, см 3,08 4,06 5,66 *h*, см Расчет Расчет Расчет Эксперимент Эксперимент Эксперимент m = 0,474m = 0,431m = 0,4316 16,5 15 \_ \_ \_ \_ 9 34 30 \_ \_ \_ \_ 12 50,5 52 42 37 32,8 30 15 117 67 44 112 64 48 18 102 105 \_ \_ \_ 21 84 84 \_ \_ 125 24 \_\_\_\_ 128 \_

Расчеты осевого напряжения  $\sigma_z$ , 10<sup>4</sup>, МПа

ния, если учесть неизбежный разброс данных при определении коэффициентов трения, а при определении бокового давления — заниженные.

Примечание:  $\gamma = 1,54 \cdot 10^4$  H/м<sup>3</sup>; f = 0,58 (сталь).

В работе [4] определяли  $\sigma_z$  при движении скребка с апатитовым концентратом по стальной трубе (табл. 2).

Наилучшее приближение к экспериментальным данным получается при f = 0,58 и m = 0,474(h/b = 4,9), m = 0,431 (h/b = 4,4 и 4,24), среднее экспериментальное значение 0,445 превышает среднюю расчетную величину  $m_0 = 0,3075$ .

В работе [5] исследовали давление зерновой массы пшеницы при  $\gamma = 0,805 \cdot 10^4$  Н/м<sup>3</sup> на дно и стенки силоса радиуса *b* в зависимости от высоты засыпки *h*. Для пшеницы приведены: угол внутреннего трения  $\varphi = 25^\circ$ , тогда  $f = tg\varphi = 0,466$ ,  $m_0 = 0,4, f_1 = 0,4$  (сталь, бетон) [9].

По результатам расчетов данные эксперимента удовлетворительно соответствуют зависимостям (5) при

$$b = 1,85 \text{ m}; h = 22 \text{ m}; m = 0,425;$$
  

$$f = 0,44; f_1 = 0,271;$$
  

$$b = 2,5 \text{ m}; h = 17,5 \text{ m}; m = 0,441;$$
  

$$f = 0,417; f_1 = 0,3;$$
  

$$b = 3 \text{ m}; h = 40 \text{ m}; m = 0,432;$$
  

$$f = 0,431; f_1 = 0,323.$$

Среднее значение m = 0,433.

В работе [1] приведены коэффициенты бокового давления: песка m = 0,4, глины m = 0,6 (сухих). Во всех экспериментах коэффициенты бокового давления m превышают значение  $m_0$ , рассчитанное по предельному состоянию. Возможная причина — наличие воздуха в сыпучем теле.

Таблица 2

В сыпучем теле находятся микрообъемы воздуха, которые плотно окружены частицами сыпучего тела. В закрытом объеме давление воздуха одинаково распространяется во всех направлениях, увеличивая боковое давление.

Объем, занимаемый материалом частиц, в силосе объема  $V_0$  равен

$$V_{\rm H} = V_0 \left( \gamma / \gamma_{\tilde{A}} \right),$$

где  $\gamma_{\tilde{A}}$  — вес единицы объема материала частицы.

Объем пустот  $V_{\rm n} = V_0 (1 - \gamma/\gamma_{\tilde{A}})$ . Объем воздуха в связанном состоянии в сыпучем теле представим как  $V_{\rm B} = kV_{\rm n}$ , где k — эмпирический коэффициент, который возрастает с уменьшением размеров частиц.

Тогда коэффициент бокового давления  $m = m_0 + k \left(1 - \gamma / \gamma_{\tilde{A}}\right)$ , откуда

$$k = \frac{m - m_0}{1 - \gamma/\gamma_{\tilde{A}}}.$$
(7)

Расчеты с учетом выражения (7) (табл. 3) подтверждают предположение о влиянии воздуха на боковое давление в зависимости от размеров частиц за исключением слежавшегося цемента. При длительном вылеживании в результате слипания возрастает размер частиц, поэтому для слежавшегося цемента коэффициент внутренСБОРКА В МАШИНОСТРОЕНИИ, ПРИБОРОСТРОЕНИИ. 2017. Том 18. № 5

۲



Таблица З

Результаты расчетов коэффициента k (по средним значениям выражения (7))

Материал	Размер частиц <i>а</i> , мм	$\gamma_{\tilde{A}}, H/m^3$	γ, Η/m <sup>3</sup>	f	<i>m</i> <sub>0</sub> (расчет по формуле (2))	т (эксп.)	k
Глина	0,01	2,52,7; 2,6 (среднее)	1,61,8; 1,7 (среднее)	0,841	0,220,17 0,195 (среднее)	0,6	1,17 (0,93 при $m_0 = 0,22,$ $\gamma_{\tilde{A}} = 2,7$ и $\gamma = 1,6)$
Цемент	0,01	2,83,2; 3 (среднее)	1,3 (эксп.); 1,6 (эксп.)	0,577 (эксп.)	0,333	0,79 0,515	0,806 (0,85 при $\gamma_{\tilde{A}} = 2,8$ ) 0,39 (0,42 при $\gamma_{\tilde{A}} = 2,8$ )
Песок	1	2,52,6; 2,55 (среднее)	1,51,7; 1,6 (среднее)	0,8	0,231	0,4	0,45
Апатит	2,7	3,23,3; 3,25 (среднее)	1,581.7; 1,54 (эксп.)	0,60,65	0,320,295 0,3075 (среднее)	0,445	0,26
Пшеница	6	1,271,4; 1,3 (среднее)	0,805 (эксп.)	0,466	0,4	0,433	0,078

него трения больше: f = 0,5-0,84 [6]. Тогда при  $f = 0,75 m_0 = 0,25$  и при  $\gamma = 2,8$  Н/м<sup>3</sup> k = 0,62. Для пылевидных материалов (a < 0,05 мм) связанный воздух занимает примерно 90 % объема пустот. При a > 6 мм воздух не находится в связанном состоянии и не оказывает влияния на боковое давление.

### Вывод

Точное решение задачи о распределении напряжений сыпучего тела в силосе квадратного и круглого сечения подтверждает теорию Янсена, но не позволяет определить коэффициент бокового давления.

Расчет коэффициента бокового давления по теории Янсена дает заниженные значения по сравнению с экспериментальными данными (расхождение тем больше, чем меньше размер частиц сыпучего тела).

Физическая природа бокового давления в силосе связана с наличием воздуха, находящегося в связанном состоянии в объеме сыпучего тела.

### Библиографический список

1. Клейн Г.К. Строительная механика сыпучих тел. М.: Стройиздат, 1977. 256 с.

2. Буланов Э.А. Моментные напряжения в механике твердого, сыпучего и жидкого тела. М.: Вузовская книга, 2012. 140 с.

3. Петров В.А. О давлении цемента на стенки и днище силосов // Гипроцемент. 1951. Вып. XIV. С. 99—120.

4. Долголенко А.А., Климов В.Ф. Сопротивление движению на вертикальном участке скребковых конвейеров // Труды Ленинградского института водного транспорта. 1965. Вып. 85. С. 80—85.

5. Платонов П.Н., Ковтун А.П. Давление зерна на стенки силосов элеваторов // Мукомольно-элеваторная промышленность. 1959. № 12. С. 22—24.

6. Погрузочно-разгрузочные работы с насыпными грузами: справочник / Д.С. Плюхин и др., под ред. Д.С. Плюхина. М.: Транспорт, 1989. 303 с.

7. Конвейеры: справочник / Р.А. Волков и др. Л.: Машиностроение, 1984. 367 с.

8. Сорочан Е.А. Основания, фундаменты и подземные сооружения. М.: Стройиздат, 1986. 480 с.

9. СНиП 2.10.05—85. Предприятия, здания и сооружения по хранению и переработке зерна / ЦНИИ промзернопроект. М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1989.

-0000000000



СБОРКА В МАШИНОСТРОЕНИИ, ПРИБОРОСТРОЕНИИ. 2017. Том 18. № 5 :

УДК 621.778.014

**Г.Н. Гурьянов,** канд. техн. наук (ООО "ФЕНИКС +", г. Белорецк, Республика Башкортостан) E-mail: ggnbelorhome@rambler.ru

### Аналитические зависимости для расчета прироста осевого напряжения от действия противонатяжения при волочении круглого сплошного профиля

Построены зависимости коэффициента вытяжки прироста осевого напряжения от противонатяжения по разным формулам и при разных коэффициентах трения, упрочнения и углах волочения. Предложена формула, показывающая возможность нулевого или отрицательного прироста осевого напряжения от действия противонатяжения. Расчеты по новой формуле показали снижение прироста осевого напряжения от противонатяжения с увеличением коэффициентов вытяжки, трения и упрочнения и уменьшением угла волочения. Дана новая зависимость для расчета прироста осевого напряжения от действия противонатяжения при отсутствии деформационного упрочнения.

The dependence of the extract ratio of increase in axial stress from back tension by different formulas and under different coefficients of friction, hardening and elevation of the drawing build. The formula showing the possibility of zero or negative increment of axial stress from the action of back tension proposed. Calculations for a new formula showed decrease of increment of axial tension from a back tension with increase in coefficients of an extension, friction and hardening and reduction of an angle of drawing. A new relation for calculation of the increment of axial stress from the action of back tension in the absence of strain hardening has given.

**Ключевые слова:** волочение, проволока, противонатяжение, осевое напряжение, метод расчета, коэффициенты трения и упрочнения.

Keywords: drawing, wire, back tension, axial stress, method of calculation, coefficients of friction and hardening.

При волочении с противонатяжением необходимо знать дополнительный прирост осевого напряжения от действия силы натяжения входящего конца проволоки (прутка). В настоящее время предложен ряд аналитических формул для расчета этого прироста [1—4]. Наиболее часто используют зависимость

$$\sigma_{Zq} = \sigma_q / \mu^{f/\lg \alpha}, \qquad (1)$$

где  $\sigma_q$  — напряжение противонатяжения;

f — коэффициент трения;

α — угол наклона образующей рабочего кону са волоки к оси волочения или угол волочения;

 $\mu$  — коэффициент вытяжки в проходе волочения,  $\mu = (r_0/r_\kappa)^2;$ 

 $r_0, r_{\kappa}$  — радиусы проволоки до и после обжатия. Эта формула не включает характеристики прочности протягиваемого материала.

Для модели упрочнения (2) предложена формула (3) расчета прироста осевого напряжения от противонатяжения [5, 6]:

$$\sigma_s = \sigma_{s0} \mu^k; \tag{2}$$

26.04.2017 9:36:51

 $\sigma_{Zq} = \sigma_q \left[ 1 - \frac{f(\mu^k - 1)}{k \operatorname{tg} \alpha} \right], \tag{3}$ 

где  $\sigma_{s0}$  — напряжение текучести металла на входе волоки;

k — коэффициент деформационного упрочнения. В отличие от формулы (1) новая зависимость (3) включает коэффициент k упрочнения. Если отсутствует упрочнение (k = 0), то из формулы (3) следует [6]:

$$\sigma_{Zq} = \sigma_q \left[ 1 - \frac{f \ln \mu}{\operatorname{tg} \alpha} \right]. \tag{4}$$

Цель работы — сравнение значения прироста осевого напряжения по формулам (1), (3) и (4) при разных параметрах деформации круглого сплошного профиля.

На рис. 1 представлены зависимости прироста  $\sigma_{Zq}$  по формулам (1), (3) и (4) от коэффициента вытяжки при напряжении  $\sigma_q$  противонатяжения 250 МПа и коэффициенте трения 0,05 и 0,15. Угол волочения  $\alpha - 5$  и 10°; k = 0,25 при холодном волочении углеродистых сталей после патенти-

рования; k = 1,37 — коэффициент упрочнения коррозионно-стойкой стали 12X18H10T в первых проходах маршрута холодного волочения [4].

Прирост  $\sigma_{Za}$  по разным формулам снижается с ростом коэффициентов вытяжки и трения и уменьшением угла α волочения. Наибольший прирост  $\sigma_{Za}$  по формуле (1) (см. рис. 1, линии 1 и 5). Из сравнения расположения линий 2 и 3 при  $\alpha = 5^{\circ}$  и 6 и 7 при  $\alpha = 10^{\circ}$  следует: с повышением интенсивности деформационного упрочнения прирост  $\sigma_{Zq}$  по формуле (3) снижается. Формула (4), как и зависимость (1), не учитывает интенсивность упрочнения. Однако σ<sub>Za</sub> по новой формуле (4) меньше, чем по зависимости (1). Это показывает сравнение расположения линий 1 и 4 при  $\alpha = 5^{\circ}$  и 5 и 8 при большем угле волочения. При высоком коэффициенте трения 0,15 и  $\alpha = 5^{\circ}$  прирост  $\sigma_{Zq}$  по формуле (3) равен нулю при коэффициенте вытяжки, отмеченном точкой пересечения линии 3 и абсциссы (см. рис. 1, б).

Сравнили прирост  $\sigma_{Zq}$  по формулам (3) и (4) с приростом по формуле (1), используя данные рис. 1 и выражение:

$$\delta\sigma_{Zq} = \frac{100(\sigma_{Zq}(1) - \sigma_{Zq})}{\sigma_{Zq}(1)},$$
(5)

где  $\sigma_{Zq}(1)$  — прирост по формуле (1);  $\sigma_{Zq}$  — прирост по формуле (3) или (4).



Рис. 1. Зависимость прироста  $\sigma_{Zq}$  по разным формулам от коэффициента вытяжки при действии напряжения противонатяжения 250 МПа:

 $a - f = 0,05; \delta - f = 0,15; I - 4 - \alpha = 5^{\circ}; 5 - 8 - \alpha = 10^{\circ};$ I, 5 — формула (1); 2, 6 — формула (3), k = 0,25; 3, 7 — формула (3), k = 1,37; 4, 8 — формула (4)

 $\delta\sigma_{Zq}, \%$ 150 12 120 g 90 6 60 3 30 Δ Ω 1,25 1.5 1.75 1.25 1.01.0 1.5 ш б a

Рис. 2. Прирост  $\delta \sigma_{Zq}$  (5) в зависимости от коэффициента вытяжки:

 $a - f = 0,05; \ 6 - f = 0,15; \ 1-3 - \alpha = 5^\circ; \ 4-6 - \alpha = 10^\circ;$ 1, 4 — формула (3) в оценке (5) при  $k = 0,25; \ 2, \ 5 - фор$  $мула (3) в оценке (5) при <math>k = 1,37; \ 3, \ 6 - формула$  (4) в оценке (5)

Восходящие кривые на рис. 2 расходятся с ростом коэффициента вытяжки, что говорит о значительном влиянии коэффициента трения на показатель  $\delta \sigma_{Zq}$  (5). Прирост  $\sigma_{Zq}$  по формуле (1) значительно больше, чем по формуле (3), особенно при интенсивном упрочнении (k = 1,37) и меньшем значении угла  $\alpha$  (см. рис. 2, кривая 2). Рост коэффициента упрочнения от 0,25 до 1,37 существенно увеличил  $\delta \sigma_{Zq}$ . Это показывает сравнение расположения линий 1 и 2 при  $\alpha = 5^{\circ}$  и 4 и 5 при  $\alpha = 10^{\circ}$ .

Прирост  $\sigma_{Zq}$  (1) вместе с формулой Зибеля используют для расчета осевого напряжения на выходе волоки при волочении с противонатяжением [3]

$$\sigma_Z = \sigma_s \ln \mu \left( 1 + f/\mathrm{tg}\,\alpha \right) + \sigma_q / \mu^{f/\mathrm{tg}\,\alpha} \,, \tag{6}$$

где  $\sigma_s$  — среднее напряжение текучести в очаге пластической деформации.

Определим осевое напряжение  $\sigma_Z$  с применением формулы (3) и соответствующим ей выражением для расчета прироста осевого напряжения от контактного трения и пластического формоизменения заготовки

$$\sigma_Z = \frac{\sigma_{s0}}{k} \left( \mu^k - 1 \right) \left( 1 + f/\operatorname{tg} \alpha \right) + \sigma_q \left[ 1 - \frac{f\left( \mu^k - 1 \right)}{k \operatorname{tg} \alpha} \right].$$
(7)

Уравнение (4) для прироста  $\sigma_{Zq}$  применим вместе с формулой Зибеля

$$\sigma_{Z} = \sigma_{s} \ln \mu \left( 1 + f/\mathrm{tg}\,\alpha \right) + \sigma_{q} \left[ 1 - \frac{f \ln \mu}{\mathrm{tg}\,\alpha} \right]. \tag{8}$$

Assembling in mechanical engineering, instrument-making. 2017. Vol. 18. № 5

Формула Зибеля (9) и выражение (10) в формуле (7) определяют прирост осевого напряжения  $\sigma_{Zk}$  в рабочем конусе волоки:

$$\sigma_{Zk} = \sigma_s \ln \mu (1 + f/\lg \alpha); \tag{9}$$

$$\sigma_{Zk} = \frac{\sigma_{s0}}{k} \left( \mu^k - 1 \right) \left( 1 + f/\operatorname{tg} \alpha \right). \tag{10}$$

Осевое напряжение  $\sigma_Z$  по формулам (6)—(8) возрастает с увеличением коэффициента вытяжки (рис. 3). В принятой модели (2) исходное напряжение текучести  $\sigma_{s0} = 1000$  МПа, а коэффициент *k* упрочнения 0,25 и 1,37. Угол  $\alpha$  волочения и коэффициент трения оставили без изменения.

При f = 0,15, k = 1,37 и  $\alpha = 5^{\circ}$  больше напряжение  $\sigma_Z$  (см. рис. 3, *г*). С увеличением степени деформации повысилось влияние угла  $\alpha$  волочения на

напряжение  $\sigma_Z$ , так как расходятся линии *I* и 4, 2 и 5, 3 и 6, полученные с применением формул (6)—(8). Формулы (6) и (8) дают более близкие значения осевого напряжения  $\sigma_Z$ : линии *I* и 3 при  $\alpha = 5^{\circ}$  и 4 и 6 при  $\alpha = 10^{\circ}$  находятся ближе друг к другу.

Сравнили осевое напряжение  $\sigma_Z$  по формулам (7) и (8) с аналогичными значениями по формуле (6), используя выражение:

$$\delta \sigma_Z = \frac{100 \left( \sigma_Z \left( 6 \right) - \sigma_Z \right)}{\sigma_Z \left( 6 \right)},\tag{11}$$

где  $\sigma_Z(6)$  — осевое напряжение по формуле (6);  $\sigma_Z$  — напряжение по формуле (7) или (8).

Расхождение  $\delta \sigma_Z$  (11) усиливается с ростом коэффициентов вытяжки, трения и упрочнения и уменьшением угла  $\alpha$  (рис. 4, *a* и *г*). При





Assembling in mechanical engineering, instrument-making. 2017. Vol. 18. № 5



коэффициентах трения 0,05 и упрочнения 0,25 (рис. 4, а) практически отсутствует различие значений напряжения  $\sigma_7$  по формулам (6)—(8). Только при высоких значениях коэффициентов вытяжки, трения и упрочнения заметна величина расхождения  $\delta \sigma_Z$  (11). Кривые 2 и 4, полученные с использованием формулы (8), находятся ниже, чем соответствующие кривые 1 и 3 по формуле (7), входящие в оценку (9). Таким образом, формула (8) дает более близкие значения осевого напряжения к аналогичным значениям по формуле (6), чем зависимость (7). Поскольку при коэффициенте вытяжки μ > 1,5 малый прирост σ<sub>Za</sub>, то данные рис. 4 позволяют сделать вывод о близости значений осевого напряжения по формуле Зибеля (9) и новому уравнению (10). Показатель δσ<sub>Z</sub> меньше оценки  $\delta \sigma_{Za}$  (см. рис. 2), так как снижается доля прироста  $\sigma_{Za}$  в величине осевого напряжения  $\sigma_{Z}$ .



Вычислили отношение осевого напряжения  $\sigma_{Zk}$  в рабочем конусе от действия противонатяжения  $\sigma_{Za}$ 

$$Ot = \sigma_{Zk} / \sigma_{Zq} \,. \tag{12}$$

Зависимости отношения (12) от коэффициента вытяжки представлены на рис. 5. Исходные данные для построения графиков рис. 3 и рис. 5 одинаковые.

Отношение Ot (12) значительно увеличивается с ростом степени деформации при коэффициенте трения 0,15 (рис. 5, в, г). Это вызвано снижением прироста  $\sigma_{Zq}$  от противонатяжения при увеличении осевого напряжения  $\sigma_{Zk}$  в рабочем конусе. Отношение *Ot* больше при  $\alpha = 5^{\circ}$  (см. рис. 5, кривые 1—3 находятся выше, чем кривые 4-6). Значение Ot заметно меньше при рассмотрении составляющих формулы (6), что показывает расположение линий 1 и 4 относительно соответствующих других линий на рис. 5. При расчете отношения Ot с использованием составляющих формулы (7) при  $\alpha = 5^{\circ}$  и k = 1,37 необходимо деление на нуль конечной величины осевого напряжения  $\sigma_{7k}$ в рабочем конусе, что невозможно. В результате наблюдается разрыв линии 2. Вертикальный участок этой линии пересекает ось абсцисс при коэффициенте вытяжки, при котором нулевой прирост  $\sigma_{Za}$  (3) от противонатяжения. Линия 3 на рис. 1, б это подтверждает.

### Выводы

Построены зависимости коэффициента вытяжки прироста  $\sigma_{Zq}$  осевого напряжения от противонатяжения при разных значениях коэффициентов трения и упрочнения и угла  $\alpha$  волочения. Формула (3) в отличие от зависимости (1) и формулы (4) для случая отсутствия деформационного упрочнения показывает возможность нулевого или отрицательного прироста осевого напряжения от действия противонатяжения, что подтверждают экспериментальные данные авторов работ [3, 7]. По формуле (4) прирост осевого напряжения более близок к значениям по формуле (3), чем по зависимости (1).

Формула (3) учитывает влияние интенсивности упрочнения на прирост  $\sigma_{Zq}$  осевого напряжения: чем больше интенсивность упрочнения, тем меньше прирост  $\sigma_{Zq}$ . Это согласуется с результатами расчетов, приведенными в работах [8, 9]. При отсутствии деформационного упрочнения невозможен нулевой прирост  $\sigma_{Zq}$  осевого напряжения от противонатяжения. С увеличением ко•

эффициентов вытяжки, трения и упрочнения и уменьшением угла  $\alpha$  волочения снижается прирост осевого напряжения от действия противонатяжения. При этом увеличивается прирост осевого напряжения в рабочем конусе волоки. В результате отношение *Ot* (12) значительно возрастает. Формула Зибеля (9) и формула (10) для расчета прироста  $\sigma_{Zk}$  осевого напряжения в рабочем конусе волоки дают близкие значения осевого напряжения, что подтверждает результаты расчетов [10].

### Библиографический список

1. Губкин С.И. Пластическая деформация металлов. Т. 3. М.: Металлургиздат, 1960. 306 с.

2. **Перлин И.Л., Ерманок М.З.** Теория волочения. М.: Металлургия, 1971. 447 с.

3. **Тарнавский А.Л.** Эффективность волочения с противонатяжением. М.: Металлургиздат, 1959. 152 с.

4. **Гурьянов Г.Н.** Расчет, анализ напряжений, деформаций и запаса прочности при холодном волочении проволоки. Магнитогорск: ГОУ ВПО "МГТУ", 2008. 358 с. 5. **Гурьянов Г.Н.** К оценке эффективности применения противонатяжения при волочении круглого сплошного профиля // Заготовительные производства в машиностроении. 2012. № 12. С. 30—38.

6. Гурьянов Г.Н. К разработке эффективного процесса волочения с противонатяжением круглой сплошной заготовки через волоки с различной формой профиля рабочего канала // Обработка сплошных и слоистых материалов. 2013. № 1. С. 66—74.

7. Николаев В.А., Таратута К.В. Возможность уменьшения трения при волочении стали в сборном инструменте // Сталь. 2001. № 8. С. 89—93.

8. **Гурьянов Г.Н.** К оценке эффективности применения противонатяжения при волочении круглого сплошного профиля // Заготовительные производства в машиностроении. 2012. № 12. С. 30—38.

9. Гурьянов Г.Н. Оценка характера влияния формы кривой деформационного упрочнения на напряженное состояние круглого сплошного профиля при волочении с противонатяжением // Упрочняющие технологии и покрытия. 2015. № 12. С. 14—20.

10. **Гурьянов Г.Н.** Расчет единичной предельной вытяжки при холодном волочении круглого сплошного профиля // Сталь. 2009. № 9. С. 78—80.







### Леликов О.П. ПОДШИПНИКИ КАЧЕНИЯ

Справочник. 2017. 667 с.

Цена 4000 руб.

Рассмотрено контактное взаимодействие деталей подшипника. Приведены общие технические требования, технические характеристики подшипников качения, рекомендации по конструированию, монтажу и обслуживанию подшипниковых узлов. Приведены также технические данные новых типов подшипников: класса исполнения Explorer, сенсорных, с керамическими телами качения, со встроенными защитными шайбами или уплотнениями, с электроизолирующими, противоизносными покрытиями. Приведена номенклатура современных российских и зарубежных подшипников.

Изложена новая методика расчета ресурса подшипников, позволяющая учесть возможную степень загрязнения смазочного материала, качество изготовления и габариты подшипника.

Большое внимание уделено конструкциям уплотнений подшипниковых узлов, схемам установки подшипников и конструктивному оформлению опор на валах и в корпусах.

Представленные материалы сопровождаются многочисленными примерами расчета.

Для инженеров-конструкторов и специалистов всех отраслей промышленности, может быть полезен также слушателям факультета повышения квалификации, студентам вузов.

Приобрести книгу в издательстве можно, прислав заявку:

по почте: 107076, г. Москва, Колодезный пер., 2а, стр. 2; по e-mail: realiz@mashin.ru. Дополнительная информация по телефону: (495) 785-60-69 и на сайте www.mashin.ru = СБОРКА В МАШИНОСТРОЕНИИ, ПРИБОРОСТРОЕНИИ. 2017. Том 18. № 5

۲



П.Н. Хопин, канд. техн. наук (Московский авиационный институт (Национальный исследовательский университет)) E-mail: Chopinp@mail.ru

### Термокорреляционная оценка работоспособности пар трения твердосмазочными покрытиями для нормальных атмосферных условий

Разработаны методики оценки долговечности и антифрикционных свойств пар трения с твердосмазочными покрытиями с использованием универсальных зависимостей температуры трения от контактного давления и скорости скольжения; термокорреляционных зависимостей долговечности от температуры трения и коэффициента трения от температуры трения для покрытий различных составов. Получены универсальные зависимости T<sub>mp</sub> = f(p, v) применительно к парам трения с термосмазочными покрытиями различных составов и схем трения для широкого диапазона изменений нагрузочно-скоростных факторов, а также рассчитаны соответствующие термокорреляционные зависимости для нормальных атмосферных условий.

Techniques of an assessment of durability and antifrictional properties of couples of friction with solid lubricating coating on the basis of use of universal dependences of temperature of friction on the contact pressure and speed of sliding of thermocorrelation dependences of durability on friction temperature and friction coefficient from friction temperature for coating of various structures. For realization of techniques universal dependences  $T_{tr} = f(p, v)$  in relation to couples of friction with solid lubricating coating of various structures and schemes of friction for the wide range of changes of load and high-speed factors, and also the corresponding thermocorrelation dependences for normal atmospheric conditions.

Ключевые слова: твердосмазочные покрытия, нормальные атмосферные условия.

Keywords: solid lubricating coating, normal atmospheric conditions.

**К** числу широко используемых смазочных материалов для узлов трения, функционирующих в автономных условиях в нормальных атмосферных условиях, вакууме, при радиационном излучении при повышенной и пониженной температуре относятся композиционные твердосмазочные покрытия (ТСП) со связующими веществами на основе антифрикционных наполнителей. Оценка работоспособности таких узлов трения для произвольного сочетания нагрузочно-скоростных и температурных условий затруднена вследствие отсутствия соответствующих комплексных моделей. Актуальным является прогнозирование их свойств с учетом модификации состава покрытий при произвольном сочетании эксплуатационных факторов.

## Прогнозирование долговечности пар трения с ТСП

Исследованиями при нормальной и повышенной температуре показано определяющее влияние температурного фактора на долговечность рассматриваемых пар трения с ТСП (рис. 1) [1].

Температура трения *T*<sub>тр</sub> — функция двух основных эксплуатационных факторов контактного дав-







ления *p* и скорости скольжения v. Для расчета долговечности  $\tau$  пар трения с ТСП необходимо иметь зависимости, позволяющие оценивать температуры трения для произвольного сочетания нагрузочно-скоростных параметров реальных узлов трения с ТСП, т.е. зависимости типа  $T_{\rm Tp} = f(p, v)$ . Зная эту зависимость, алгоритм расчета долговечности пар трения с ТСП может быть записан в виде, представленном на рис. 2.

Для оценки ресурса работы фрикционных сопряжений с ТСП применительно к различным схемам трения проведены эксперименты с использованием метода центрального композиционного ротатабельного униформ-планирования (ЦКРУП) 2-го порядка и получены математические модели зависимости  $T_{\rm Tp} =$ = f(p, v) для различных схем трения, диапазонов варьирования факторов и типов ТСП (табл. 1).

Вне зависимости от схемы трения и типа ТСП характер исследуемых зависимостей сохраняется (рис. 3).

Задачу определения термокорреляционных зависимостей типа  $\tau = f(T_{\rm Tp})$  ТСП различных со-



Рис. 2. Алгоритм расчета долговечности пар трения с композиционными ТСП со связующими веществами



Рис. 3. Графическая интерпретация зависимостей типа  $T_{\rm rp} = f(p, v)$  для различных схем трения и диапазонов варьирования факторов (см. табл. 1), полученных на:

1, 2 — машинах трения СМТ-І и РП соответственно (ТСП ВНИИ НП 212); 3 — стенде "шайба—диск" (ТСП Molykote 7409)

ставов решали для широкого использования методики на практике. В результате обработки экспериментальных данных для пар трения с ТСП ВНИИ НП 212 получена термокорреляционная зависимость:

$$\tau = 9 \cdot 10^6 \cdot T_{\rm Tp}^{-1,96},\tag{1}$$

где т — долговечность, мин;

 $T_{\rm тp}$  — температура трения, °С.

Искомые зависимости для других типов ТСП могут быть получены из экспериментальных данных математической обработкой зависимостей долговечности  $\tau$  от температуры трения  $\tau = f(T_{\rm rp})$  для температур свыше 100 °C, при которых

Таблица 1

Зависимости  $T_{\rm rp} = f(p, v)$  различных схем трения, типов ТСП и диапазонов варьирования факторов для условий нормальной атмосферы

Тип ТСП		Диапазоны	изменения		
на основе MoS <sub>2</sub>	Схема трения	<i>N</i> , Н ( <i>p</i> , МПа)	v, м/с	Зависимости $T_{\rm rp} = f(p, v), ^{\circ}C$	
внии нп 212	Роликовая (модернизированная машина трения РП)	2361337 (23,1133,7)	0,0961,224	$T_{\rm rp} = 36,49 + 132,23v + 0,535p + + 0,234pv - 47,94v^2 - 2,094 \cdot 10^{-3}p^2$	
внии нп 212	Роликовая (машина трения СМТ)	2101790 (12,2103,5)	1,4723,728	$T_{\rm rp} = 119,35 + 10,26v + 0,065p + 0,335pv$	
Molykote 7409	Торцевая (стенд "шайба—диск")	7559045 (5,667,2)	0,110,25	$T_{\rm rp} = 67,27 - 98,96v + 0,464p + 6,42pv - 0,011p^2$	

Assembling in mechanical engineering, instrument-making. 2017. Vol. 18. № 5

образуется эффективная смазочная пленка и коэффициент трения резко снижается до значений  $f_{\rm тp} \cong 0.02...0.05$  [2]. Найдены зависимости  $\tau = f(T_{\rm rp})$  для наиболее часто используемых составов суспензионных ТСП (табл. 2).

Проверка корректности предложенной методики оценки долговечности рассматриваемых пар трения, результаты которой представлены в табл. 3, показали отклонение расчетных данных от экспериментальных от 3,3 до 37,7 %, что признается удовлетворительным при испытаниях на трение.

Учитывая хорошую сходимость литературных данных с результатами расчета (отклонения расчетных данных от экспериментальных составило 3,3 % [3]), расширили диапазон расчетных границ изменения  $T_{\rm rp}$ , включив в него  $T_{\rm rp} = 69,55$  °C, рассчитанную для экспериментальных данных (рис. 4). Теромокорреляционная функция для оценки долго-



Рис. 4. Графическая интерпретация корректировки термокорреляционной зависимости  $\tau = f(T_{\rm Tp})$  пары трения с ТСП ВНИИ НП 212 с учетом литературных данных [3]:

$$a - y = 9 \cdot 10^{6} x^{-1,969}; R^{2} = 0,7373; \delta - y = 10^{7} x^{-1,992}; R^{2} = 0,851$$

Таблица 2

	Состав ТСП	Термокорреляционные зависимости долговечности от температуры $\tau = f(T_{\rm rp})$ , мин
Наполнитель	Связующее	
MoS <sub>2</sub>	Мочевино-формальдегидная смола	$\tau = 9 \cdot 10^{-6} T_{\rm rp}^{-1.96}$ [данные автора]
Графит	Кремнийорганическая смола К-55	$\tau = 4 \cdot 10^{-5} T_{\rm rp}^3 - 0,0276 T_{\rm rp}^2 + 4,88 T_{\rm rp} - 6,67 $ [2]
MoS <sub>2</sub>	Эпоксидная смола ЭП-96	$\tau = 4493, 4e^{-0.014T_{\rm up}}$ [2]
MoS <sub>2</sub>	Неорганическая связка типа Na <sub>2</sub> SiO <sub>3</sub>	$\tau = -0,0175T_{\rm rp}^2 + 6,66T_{\rm rp} - 109,93$ [2]

	Таблица З
Результаты проверки корректности предложенной методики оценк	и долговечности на примере пар трения с ТСП ВНИИ НП 212

Tur	Литературные данные			Расчетные значения		0
тип пары трения	<i>р</i> , МПа	v, м/с	τ, мин	T <sub>Tp</sub> , °C	τ, мин	Отклонение по т, 70
Вал—втулка, ТСП MoS <sub>2</sub> + эпоксидная связка [3]	70	0,04	2280	69,55	2204	3,3 ( $\Delta T_{\rm rp}$ = 116336 °C)
	133,6	0,42	860	130,8	639	25,7
	131	0,59	560	150,1	488	12,8
Ролик—ролик, ТСП ВНИИ НП 212 [2]	130	0,66	440	157,1	446	1,46
	128,5	0,76	290	166,3	399	37,7
	126,1	0,92	280	178,9	346	23,6

Assembling in mechanical engineering, instrument-making. 2017. Vol. 18. № 5

4

227



СБОРКА В МАШИНОСТРОЕНИИ, ПРИБОРОСТРОЕНИИ. 2017. Том 18. № 5

Таблица 4

### Термокорреляционные зависимости $f_{\rm Tp} = f(T_{\rm Tp})$ для пар трения с ТСП различных составов

Тип ТСП	Состав	Корреляционная зависимость $f_{\rm Tp} = f(T_{\rm Tp})$
ВНИИ НП 212 (данные автора)	MoS <sub>2</sub> + мочевино-формальдегидная смола	$f_{\rm rp} = 0.01197 + 8.881 T_{\rm rp}^{-1}$
ВНИИ НП 213 [4]	MoS <sub>2</sub> + кремнийорганическая смола	$f_{\rm Tp} = 0.1223 - 0.00047T_{\rm Tp} + 6.29 \cdot 10^{-7} \cdot T_{\rm Tp}^2$
ЦВСП-3с [5]	Графит + CdO+ кремнийорганическая смола	$f_{\rm Tp} = 0,0896 - 1,47 \cdot 10^{-4} \cdot T_{\rm Tp} + 3,464 \cdot 10^{-7} \cdot T_{\rm Tp}^2$
ВНИИ НП 229 [5]	MoS <sub>2</sub> + силикат натрия	$f_{\rm Tp} = 0,0821 - 1,4 \cdot 10^{-4} \cdot T_{\rm Tp} + 2,72 \cdot 10^{-7} \cdot T_{\rm Tp}^2$

вечности пары с ТСП ВНИИ НП 212 с учетом этой точки приняла вид:

$$r = 1.10^7 \cdot T_{\rm rp}.^{-1.992}$$
 (2)

для диапазона  $\Delta T_{\rm Tp} = 69,55...336$  °C.

## Прогнозирование антифрикционных свойств пар трения с ТСП

Экспериментальными исследованиями установлена тесная корреляционная связь между антифрикционными характеристиками пар трения с ТСП  $f_{\rm Tp}$  и температурой трения  $T_{\rm Tp}$  [1] (рис. 5).



Рис. 5. Результаты экспериментального исследования теплофрикционного состояния пары трения с ТСП ВНИИ НП 212 для режимов:

1 — установившегося трения (до нагрева пары трения); 2 — наработки при нагреве; 3, 4 — соответственно приработки до нагрева и выхода на режим при нагреве; 5 — установившегося трения (по данным эксперимента без нагрева при получении зависимости  $f_{\rm Tp} = f(p, v)$ )

sb517.indd 228



Рис. 6. Алгоритм расчета коэффициента трения пар с ТСП

Зная термокорреляционные зависимости  $f_{\rm Tp} = f(T_{\rm Tp})$  для различных ТСП, можно оценить соответствующие антифрикционные характеристики для этого сопряжения. Алгоритм предложенной методики представлен на рис. 6. Для оценки  $T_{\rm Tp}$  использовали зависимости, найденные ранее (см. табл. 1).

В результате обработки данных для пары трения с ТСП ВНИИ НП 212 построена зависимость  $f_{\rm Tp.} = f(T_{\rm Tp.})$ , адекватно описываемая уравнением:

$$f_{\rm Tp} = 0.01197 + 8.881 T_{\rm Tp}^{-1}$$
. (3)

Термокорреляционные зависимости для других типов ТСП могут быть получены из экспериментальных данных, приведенных в работах [4, 5]. Аппроксимацией графиков типа  $f_{\rm Tp} = f(T_{\rm Tp})$  для различных типов ТСП получены соответствующие зависимости (табл. 4).

Проверка корректности предложенной методики оценки антифрикционных свойств рассматриваемых пар трения, результаты которой представлены в табл. 5, показали отклонение расчетных данных от экспериментальных от 15,7 до 30,2 %, что признается удовлетворительным при испытаниях на трение.

•

•



### Заключение

Разработаны методики оценки долговечности и антифрикционных свойств для пар трения с ТСП на основе использования универсальных зависимостей температуры трения от нагрузочноскоростных параметров работы узла  $T_{\rm rp} = f(p, v)$  и термокорреляционных зависимостей долговечности от температуры трения  $\tau = f(T_{\rm TD})$  для ТСП различных составов. Для реализации методики получены универсальные зависимости  $T_{\rm rp} = f(p, v)$  применительно к парам трения с ТСП различных составов и схем трения для широкого диапазона изменений нагрузочно-скоростных факторов. Рассчитаны корреляционные зависимости типа  $\tau = f(T_{TD})$  для нормальных атмосферных условий оценки долговечности для пар трения с ТСП ВНИИ НП 212, графита с кремнийорганической смолой K-55, MoS<sub>2</sub> с эпоксидной смолой ЭП-99 и силикатом натрия Na<sub>2</sub>SiO<sub>3</sub>; оценки антифрикционных свойств для пар трения с ТСП ВНИИ НП 212, 213, 229, ЦВСП-3.

**\*\*\***-

УДК 531.01; 531.41; 531.44

### **Ю.П. Адашкевич** E-mail: yurdash60@yandex.ru

Проведенные проверки полученных моделей сравнением с данными других исследователей подтвердили их корректность. Отклонение расчетных данных от экспериментальных составило от 3,3 до 37,7 %, что признается удовлетворительным при испытаниях на трение.

### Библиографический список

1. **Хопин П.Н.** Работоспособность твердосмазочных покрытий в различных условиях. Saarbrucken: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2012. 179 с.

2. Сентюрихина Л.Н., Опарина Е.М. Твердые дисульфид-молибденовые смазки. М.: Химия, 1966. 152 с.

3. Гафнер С.Л., Дроздов Ю.Н. О работоспособности тяжелонагруженных сухих подшипников скольжения // Износостойкость. М.: Наука, 1975. С. 75—80.

4. Матвеевский Р.М. Температурная стойкость граничных смазочных слоев и твердых смазочных покрытий при трении металлов и сплавов. М.: Наука, 1971. 228 с.

5. **Криони Н.К.** Высокотемпературные твердые смазочные покрытия в опорах скольжения // Вестник УГАТУ. 2009. Т. 12, № 4 (33). С. 102—105.



Проскальзывание, протаскивание, проворачивание шаров в шариковом подшипнике

Представлен анализ и выявлены причины возникновения проскальзывания, протаскивания и проворачивания шаров по дорожкам качения шарикового подшипника. Вычислена работа, затрачиваемая на преодоление силы трения скольжения между шарами и дорожками подшипника за время вращения подшипника.

The analysis and indentified the cause of balls' slipping, drawing through and loose running on the ball bearing races. The work done against a sliding friction between bearing balls and races during the bearing rotation is calculated.

Ключевые слова: проскальзывание, протаскивание, проворачивание шаров подшипника, работа трения шаров.

Keywords: slipping, drawing through, loose running of bearing balls, ball friction work.

**В** подавляющей части производственной и бытовой техники; наземном, водном, воздушном транспорте присутствуют подшипники качения. Во всех высокоскоростных приводах и механизмах могут работать только шариковые подшипники, так как частота вращения тел

качения шарикового подшипника ниже, чем роликового.

Шары в подшипнике испытывают трение качения, эпизодически — трение скольжения, возникающее во время проскальзывания шаров по дорожкам подшипника в процессе пуска,

229



остановки, резкого изменения скорости вращения подшипника без его остановки из-за разности длин дорожек качения наружного и внутреннего кольца (наружной и внутренней дорожки); вязкое трение.

Проведен математический анализ качения шара по прямому желобу и кольцевым желобам (наружной, внутренней дорожкам) подшипника, который выявил постоянное присутствие значительного скольжения шаров по дорожкам и основные причины явления, разрушающего подшипник, и помог смоделировать метод вычисления работы, затраченной на преодоление трения скольжения шаров по дорожкам.

### Возникновение трения скольжения между желобом и катящимся по нему шаром

Анализ проскальзывания шара по прямому желобу помог объяснить проскальзывание как основную причину износа колес и рельсов в железнодорожном транспорте, других видах техники, содержащих колесо и дорожку пробега, где линия касания колеса и рельса (дорожки) не параллельна оси вращения колеса (и оси рельса, если представить его как окружность с бесконечно большим радиусом).

Трение скольжения между шаром и прямым желобом, обусловленное только их формой поверхности (рис. 1). Анализ проводили по правой половине шара первой проекции, законы проскальзывания шара по желобу аналогичны для обеих половин шара.

Через среднюю точку A желоба, делящую дугу контакта шара и желоба  $CC_2$  пополам, по всей его длине проходит линия качения окружности поверхности шара диаметром  $D_{\omega}$  (линия окружности совпадает с линией  $D_{\omega}$ ). Точка B имеет максимальный коэффициент трения скольжения правой стороны дуги контакта и расположена между концами дуги контакта — точками C и A. Через точки B и C первой проекции шара и желоба проведены линии диаметров  $d_2$  и  $d_3$  окружностей точек, на второй проекции проведены окружности указанных точек. Через



Рис. 1. Качение шара по прямому горизонтальному желобу. Общая модель качения

точку *В* второй проекции по всей длине желоба проведена линия качения окружности шара диаметром  $d_2$ , параллельная линии *А*. Точки *А*, *В* и *С* дуги контакта скользят вместе с дугой во время качения шара, причем точка *В* блуждает по дуге между точками *А* и *С*, совмещаясь с точками дуги, имеющими максимальный коэффициент трения скольжения.

Положение точки  $B_2$  с максимальным коэффициентом трения скольжения левой половины дуги контакта не обязательно симметрично относительно плоскости, проходящей через линию диаметра  $D_{\omega}$  перпендикулярно чертежу, положению точки B с максимальным коэффициентом трения скольжения правой половины дуги во время качения шара, и их модули не равняются друг другу. Симметричная точке B точка  $B_3$  не обязательно имеет такой же модуль коэффициента трения скольжения, как и точка B. Неравенство модулей коэффициента трения скольжения в каждой паре симметричных точек правой и левой половин дуги контакта вызывает проворачивание шара в подшипнике.

Во время качения шара его точка *B*, описав траекторию дуги, вновь совместилась с линией *B* желоба в точке *B*<sub>1</sub>. Длина пробега окружности поверхности шара диаметром *d*<sub>2</sub> (длина отрезка  $|BB_1|$ ) равна  $\pi d_2$ . Длина перемещения по желобу точек *A* и *C* окружностей поверхности шара диаметром  $D_{\omega}$  и *d*<sub>3</sub> тоже равна  $\pi d_2$ . Но точки *A* и *C* шара за один его оборот относительно оси *O* описали окружности длиной  $\pi D_{\omega}$  и  $\pi d_3$  и должны были совместиться с желобом в точках *A*'<sub>1</sub> и *C*'<sub>1</sub>. Длина пути качения без проскальзывания точек *C* и *A* равна  $|CC'_1| = \pi d_3$  и  $|AA'_1| = \pi D_{\omega}$ .

Длина пути проскальзывания точки С по желобу равна вектору  $C'_1C_1$ , векторы длины пути проскальзывания каждой точки дуги ВС, исходящие из дуги параллельно вектору C'<sub>1</sub>C<sub>1</sub>, вписываются в треугольник  $C_1C_1B_1$  поверхности желоба (см. рис. 1). Модуль длины проскальзывания всех точек дуги ВС равен модулю площади треугольника  $C_1C_1B_1$ . Длина пути проскальзывания точки A по желобу равна вектору  $A'_1A_1$ , векторы длины пути проскальзывания каждой точки дуги АВ, исходящие из дуги параллельно вектору  $A'_1A_1$ , вписываются в треугольник *А*<sub>1</sub>*А*<sub>1</sub>*B*<sub>1</sub> поверхности желоба. Модуль длины проскальзывания точек дуги АВ равен модулю площади треугольника  $A_1A_1'B_1$ . Сила, действующая на каждую точку дуги контакта АС, равна половине отношения суммы веса шара и внешней силы, действующей на шар параллельно вектору веса шара, к длине хорды  $CC_2$ .

•

•

Работа трения скольжения пропорциональна длине пути проскальзывания [1], поэтому потери на работу трения скольжения будут минимальными, когда положение точки В дуги будет в середине отрезка АС на второй проекции чертежа. В этом положении точки сумма площадей треугольников  $C_1C'_1B_1$  и  $A_1A'_1B_1$  минимальна — минимальна и сумма длины пути проскальзывания всех точек дуги АС. Сумма площадей треугольников  $C_1C_1'B_1$  и  $A_1A_1'B_1$  равна половине произведения основания любого треугольника —  $C_1C_1'$ или  $A_1A_1'$ , равных между собой — на сумму высот обоих треугольников, равную длине дуги АС. Основания треугольников минимальной площади, когда диаметр точки *B* равен  $d_2 = (D_{\omega} + d_3)/2$ , равны модулям противоположно направленных векторов  $\mathbf{C}_{1}\mathbf{C}_{1}' = \pi(d_{2} - d_{3})$  и  $\mathbf{A}_{1}\mathbf{A}_{1}' = \pi(d_{2} - D_{\omega}).$ 

Работа трения скольжения максимальна, когда положение точки В совпадет с точкой А или С дуги. В этом положении точки В площади треугольников  $C_1C_1A_1$  или  $A_1A_1C_1$  будут максимальными — максимальна сумма длины проскальзывания всех точек дуги АС; площади треугольников  $C_1 C'_1 A_1$  или  $A_1 A'_1 C_1$  равны половине произведения основания любого треугольни- $\kappa a - C_1 C_1'$  или  $A_1 A_1'$ , равных между собой и больших в два раза основания треугольников в минимальном варианте площади на высоту любого треугольника, равную длине дуги АС. Основания треугольников максимальной площади, когда диаметр точки *B* равен  $d_2 = D_{\omega}$  или  $d_2 = d_3$ , равны модулям противоположно направленных векторов  $\mathbf{C}_{1}\mathbf{C}_{1}' = \pi(D_{\omega} - d_{3})$  или  $\mathbf{A}_{1}\mathbf{A}_{1}' = \pi(d_{3} - D_{\omega}).$ 

Средняя минимальная длина пути проскальзывания дуги равна половине суммы средней минимальной длины проскальзывания всех точек дуги на участках *СВ* и *АВ*. Средняя минимальная длина пути проскальзывания дуги *СВ* равна половине пути проскальзывания точки *С*:

$$\Delta l_{m.\min}(CB) = \pi (d_2 - d_3)/2 =$$
  
=  $\pi ((D_{\omega} + d_3)/2 - d_3)/2 = \pi (D_{\omega} - d_3)/4.$ 

Средняя минимальная длина пути проскальзывания дуги *АВ* равна половине пути проскальзывания точки *А*:

$$\Delta I_{m.\min}(AB) = \pi (d_2 - D_{\omega})/2 =$$
  
=  $\pi ((D_{\omega} + d_3)/2 - D_{\omega})/2 = \pi (d_3 - D_{\omega})/4.$ 

Средняя минимальная длина пути проскальзывания дуги *AC* равна половине суммы равных между собой модулей  $\Delta l_{m.min}(CB)$  и  $\Delta l_{m.min}(AB)$ , т.е. любому модулю  $\Delta l_{m.min}(CB)$  или  $\Delta l_{m.min}(AB)$ :

$$\Delta I_{m.\min}(AC) = |\Delta I_{m.\min}(CB)| = |\Delta I_{m.\min}(AB)| = = \pi |D_{\omega} - d_3|/4 = \pi |d_3 - D_{\omega}|/4.$$
(1)

Средняя максимальная длина пути проскальзывания дуги AC, когда диаметр точки B дуги относительно оси O равен  $d_3$  или  $D_{\omega}$  (точка Bсовпадает с точками C или A), равна половине суммы средней максимальной длины проскальзывания всех точек дуги CA или дуги AC:

$$\Delta I_{m.\max}(AC) = \pi |D_{\omega} - d_3|/2;$$
  

$$\Delta I_{m.\max}(CA) = \pi |d_3 - D_{\omega}|/2;$$
  

$$|\Delta I_{m.\max}(CA)| = |\Delta I_{m.\max}(AC)| =$$
  

$$= \pi |D_{\omega} - d_3|/2 = \pi |d_3 - D_{\omega}|/2.$$
  
(2)

Средняя длина пути проскальзывания шара по желобу в процессе качения шара одного оборота с учетом блуждания точки *В* по дуге между точками *А* и *С* включительно равна половине суммы модулей средней максимальной и средней минимальной длины пути проскальзывания:

$$\begin{aligned} \left| \Delta l_m (AC) \right| &= \left( \left| \Delta l_{m.\max} (AC) \right| + \left| \Delta l_{m.\min} (AC) \right| \right) / 2 = \\ &= \left( \pi \left| d_3 - D_{\omega} \right| / 2 + \pi \left| d_3 - D_{\omega} \right| / 4 \right) / 2 = 3\pi \left| d_3 - D_{\omega} \right| / 8. \end{aligned}$$
(3)

Коэффициент отношения средней длины проскальзывания каждой точки дуги *AC* по формуле (3) к средней минимальной длине пути проскальзывания каждой точки дуги *AC* по формуле (1) равен

$$k = \Delta l_m (AC) / \Delta l_{m,\min} (AC) =$$
  
=  $(3\pi | d_3 - D_{\omega} | / 8) / (\pi | d_3 - D_{\omega} | / 4) = 1, 5.$  (4)

Трение скольжения между шаром и кольцевыми желобами дорожек качения шарикового подшипника. Проанализировали причины возникновения протаскивания шара по дорожкам и проворачивания шара относительно оси, пересекающей оба центра дуг контакта между шаром и дорожками качения, при качении шара по внутренней и наружной дорожкам шарикового подшипника (рис. 2).

Линии окружностей A', B', C' и  $A'_0$ ,  $B'_0$ ,  $C'_0$ внутренней и наружной дорожек получены сечением дорожек плоскостями, проведенными перпендикулярно чертежу через линии диаметров  $D_{\omega}$ (максимального диаметра шара),  $d_2$  (среднего диаметра шара),  $d_3$  (минимального диаметра шара).

Стационарные точки *A*, *B* и *C* поверхности шара до начала качения совмещены со стационарными точками *A'*, *B'*, и *C'* поверхности внутренней дорожки. СБОРКА В МАШИНОСТРОЕНИИ, ПРИБОРОСТРОЕНИИ. 2017. Том 18. № 5



**Рис. 2. Качение шара по дорожкам подшипника:** *1* — наружная дорожка; *2* — внутренняя дорожка; *3* — шар

Точки  $A_0$ ,  $B_0$  и  $C_0$  — стационарные точки шара, до начала качения совмещенные со стационарными точками  $A'_0$ ,  $B'_0$  и  $C'_0$  наружной дорожки.

Анализ качения шара по внутренней дорожке. Точка A(A') на рис. 2 делит дугу контакта шара и внутренней дорожки пополам. Точка C(C')кромки внутренней дорожки — конец дуги контакта. Точка B(B'), расположенная на дуге между точками A и C, имеет максимальный коэффициент трения скольжения дуги AC.

В процессе обката шаром окружности B' внутренней дорожки одного цикла (цикл — качение шара из положения контакта дорожки и стационарной точки шара до положения следующего контакта этой же точки шара с дорожкой; цикл качения шара по внутренней дорожке больше  $2\pi$ поворота шара относительно собственной оси, цикл качения шара по наружной дорожке меньше  $2\pi$ ) без проскальзывания относительно стационарной точки дорожки В' стационарные точки А и С шара совершили поворот относительно оси О на тот же угол β, что и точка В. Совершив поворот относительно собственной оси вращения до первого контакта с внутренней дорожкой, точки А, В и С шара переместились по дугам внутренней дорожки, соответствующим одному углу у сектора с вершиной на центральной оси подшипника. Длина пробега окружностей шара точек А, *В* и *С* по внутренней дорожке равна  $\gamma D_1$ ,  $\gamma D_{m.i}$ ,  $\gamma D_3$  $(D_1, D_{m,i}, D_3 -$ условно минимальный, средний и максимальный диаметры внутренней дорожки).

Длина средней окружности точки *B* шара  $\pi d_2$  равна длине дуги точки *B'* средней окружности внутренней дорожки  $\gamma D_{m.v}$ , следовательно, длина максимальной окружности точки *A* шара  $\pi D_{\omega}$  должна равняться длине дуги точки *A'* минимальной окружности внутренней дорожки

 $\gamma D_1$ , а длина минимальной окружности точки C шара  $\pi d_3$  — длине дуги точки C' максимальной окружности внутренней дорожки  $\gamma D_3$  при качении окружностей точек A и C шара по внутренней дорожке без проскальзывания:

$$\pi D_{\omega} = \gamma D_1; \tag{5a}$$

$$\pi d_2 = \gamma D_{m.i}; \tag{56}$$

$$\pi d_3 = \gamma D_3. \tag{5B}$$

Из рис. 2 следует:

$$D_{\omega} = d_2 + \Delta D; \ d_3 = d_2 - \Delta d;$$
$$D_1 = D_{m,i} - \Delta D; \ D_3 = D_{m,i} + \Delta d,$$

где  $\Delta d$  — разница в размерах пар диаметров  $d_2$ ,  $d_3$  и  $D_{m,i}$ ,  $D_3$ ;

 $\Delta D$  — разница в размерах пар диаметров  $D_{\omega}$ ,  $d_2$  и  $D_1$ ,  $D_{m.i}$ .

Подставили полученные выражения в формулы (5а) и (5в):

(5B): 
$$\pi (d_2 + \Delta D) = \gamma (D_{m.i} - \Delta D)$$
  
или  $\pi d_2 + \pi \Delta D = \gamma D_{m.i} - \gamma \Delta D;$   
 $\pi d_2 = \gamma D_{m.i} - \gamma \Delta D - \pi \Delta D,$   
а из формулы (56)  $\pi d_2 = \gamma D_{m.i};$ 
(6)

(5B): 
$$\pi (d_2 - \Delta d) = \gamma (D_{m,i} + \Delta d)$$
  
или  $\pi d_2 - \pi \Delta d = \gamma D_{m,i} + \gamma \Delta d;$   
 $\pi d_2 = \gamma D_{m,i} + \gamma \Delta d + \pi \Delta d,$   
а из формулы (56)  $\pi d_2 = \gamma D_{m,i}.$ 
(7)

Два разных значения  $\pi d_2$  в формуле (6) вытекают из несоответствия пропорций отношений диаметров шара и внутренней дорожки точек *A* и *B* (*A'* и *B'*) дуги контакта, ведущего к проскальзыванию шара по центру внутренней дорожки диаметром  $D_1$ :

$$D_{\omega}/D_1 \neq d_2/D_{m,i}.$$
 (8)

Два разных значения  $\pi d_2$  в формуле (7) вытекают из несоответствия пропорций отношений диаметров шара и внутренней дорожки точек *B* и *C* (*B'* и *C'*) дуги контакта, ведущего к проскальзыванию шара по кромке внутренней дорожки диаметром  $D_3$ :

$$d_3/D_3 \neq d_2/D_{m.i}.\tag{9}$$

Длина пути проскальзывания точки A шара участка дуги AB равна разности значений  $\pi d_2$  из формул (6):

$$l_{i.sl}(A) = \gamma D_{m.i} - (\gamma D_{m.i} - \gamma \Delta D - \pi \Delta D) = = |\Delta D|(\pi + \gamma),$$
(10)

Assembling in mechanical engineering, instrument-making. 2017. Vol. 18. № 5



средняя длина пути проскальзывания каждой точки шара участка дуги *AB*:

$$l_{i.sl}(AB) = l_{i.sl}(A)/2 = |\Delta D|(\pi + \gamma)/2.$$
(11)

Длина пути проскальзывания точки C шара участка дуги BC равна разности значений  $\pi d_2$  из формул (7):

$$l_{i.sl}(C) = \gamma D_{m.i} - (\gamma D_{m.i} + \gamma \Delta d + \pi \Delta d) = |-\Delta d|(\pi + \gamma),$$
(12)

средняя длина пути проскальзывания каждой точки шара участка дуги *BC*:

$$l_{i.sl}(BC) = l_{i.st}(C)/2 = |-\Delta d|(\pi + \gamma)/2.$$
(13)

Разные знаки модулей разницы диаметров в формулах (11) и (13) указывают, что векторы проскальзывания шара на участках дуги контакта между точками *A* и *B* и точками *B* и *C* направлены в противоположные стороны (как и в модели проскальзывания шара по прямому желобу на рис. 1).

Средняя длина пути проскальзывания шара по всей дуге контакта *AC* равна половине суммы средней длины проскальзывания шара на участ-ках дуги *AB* и *BC* по формулам (11) и (13):

$$l_{i.sl}(AC) = \left\{ |\Delta D|(\pi + \gamma)/2 + |-\Delta d|(\pi + \gamma)/2 \right\}/2 =$$
  
=  $(\Delta D + \Delta d)(\pi + \gamma)/4$ , (14)

где ( $\Delta D + \Delta d$ ) — разность диаметров  $D_{\omega}$  и  $d_3$  ( $D_3$  и  $D_1$ ).

Равенство между собой разницы диаметров  $\Delta D$  и  $\Delta d$ , при котором диаметр  $d_2$  точки B шара с максимальным коэффициентом трения скольжения дуги контакта AC равен половине суммы диаметров  $D_{\omega}$  и  $d_3$  ( $d_2 = (D_{\omega} + d_3)/2$ ), ассоциируется с теорией скольжения шара по прямому желобу в части минимальной длины проскальзывания шара по желобу.

По аналогии с теорией качения шара по прямому желобу и формулой (1), при условии равенства  $\Delta D = \Delta d$ , формула (14) соответствует средней минимальной длине проскальзывания шара (дуги *AC*) по внутренней дорожке:

$$l_{i.sl.\min}(AC) = |d_3 - D_{\omega}|(\pi + \gamma)/4.$$
 (15)

Если положение точки B шара совпадает с точками A или C дуги, то по аналогии с теорией качения шара по прямому желобу и формулой (2) формула средней максимальной длины проскальзывания шара по внутренней дорожке равна

$$l_{i.sl.\,\max}(AC) = |d_3 - D_{\omega}|(\pi + \gamma)/2.$$
 (16)

Средняя длина пути проскальзывания шара по внутренней дорожке в процессе прохождения шаром одного цикла качения (с учетом блуждания точки *B* по дуге между точками *A* и *C* включительно) равна половине суммы средней максимальной и минимальной длины пути проскальзывания по формулам (15), (16):

$$l_{m.i.sl} (AC) = (l_{i.sl. \max} (AC) + l_{i.sl. \min} (AC))/2 =$$
  
= {|d\_3 - D\_{\omega}|(\pi + \gamma)/2 + |d\_3 - D\_{\omega}|(\pi + \gamma)/4}/2 = (17)  
= 3|d\_3 - D\_{\omega}|(\pi + \gamma)/8.

Коэффициент отношения средней длины проскальзывания каждой точки дуги контакта *AC* по внутренней дорожке по формуле (17) к средней минимальной длине пути проскальзывания каждой точки дуги контакта *AC* по внутренней дорожке по формуле (15):

$$k = l_{m.i.sl} (AC) / l_{i.sl.\min} (AC) =$$
  
=  $\{3|d_3 - D_{\omega}|(\pi + \gamma)/8\} / \{|d_3 - D_{\omega}|(\pi + \gamma)/4\} = 1, 5.$  (18)

Поправочный коэффициент *k* необходим для вычисления работы трения скольжения шара по внутренней дорожке подшипника.

Анализ качения шара по наружной дорожке. Точка  $A_0(A'_0)$  на рис. 2 делит дугу контакта шара и наружной дорожки пополам. Точка  $C_0(C'_0)$ кромки наружной дорожки является концом дуги контакта шара и наружной дорожки. Точка  $B_0(B'_0)$ , расположенная на дуге между точками  $A_0$  и  $C_0$ , имеет максимальный коэффициент трения скольжения дуги  $A_0C_0$ .

В процессе обката шаром окружности  $(B'_0)$ наружной дорожки одного цикла без проскальзывания относительно стационарной точки дорожки  $(B'_0)$  стационарные точки  $A_0$  и  $C_0$  шара совершили поворот относительно оси О на тот же угол  $\beta_1$ , что и точка  $B_0$ . Совершив поворот относительно собственной оси вращения до первого контакта с наружной дорожкой, точки  $A_0$ ,  $B_0$  и  $C_0$  шара переместились по дугам наружной дорожки, соответствующим одному углу γ<sub>1</sub> сектора с вершиной на центральной оси подшипника. Длина пробега окружностей шара точек  $A_0$ ,  $B_0, C_0$  по наружной дорожке равна  $\gamma_1 D_{11}, \gamma_1 D_{m.o.}$  $\gamma_1 D_{33}$ , где  $D_{11}$ ,  $D_{m.o}$  и  $D_{33}$  — условно максимальный, средний и минимальный диаметры наружной дорожки.

Длина средней окружности точки  $B_0$  шара  $\pi d_2$  равна длине дуги точки  $B'_0$  средней окружности наружной дорожки  $\gamma_1 D_{m.o}$ , следовательно, длина максимальной окружности точки  $A_0$  шара  $\pi D_{\omega}$  должна равняться длине дуги точки  $A'_0$  макси-

мальной окружности наружной дорожки  $\gamma_1 D_{11}$ , а длина минимальной окружности точки  $C_0$ шара  $\pi d_3$  — длине дуги точки  $C'_0$  минимальной окружности наружной дорожки  $\gamma_1 D_{33}$  при качении окружностей точек  $A_0$  и  $C_0$  шара по наружной дорожке без проскальзывания:

$$\pi D_{\omega} = \gamma_1 D_{11}; \tag{19a};$$

$$\pi d_2 = \gamma_1 D_{m.o}; \tag{196};$$

$$\pi d_3 = \gamma_1 D_{33}.$$
 (19B)

Из рис. 2 следует:

$$D_{\omega} = d_2 + \Delta D; \ d_3 = d_2 - \Delta d;$$
$$D_{11} = D_{m.o} + \Delta D;$$
$$D_{33} = D_{m.o} - \Delta d,$$

где  $\Delta d$  — разница в размерах пар диаметров  $d_2$ ,  $d_3$  и  $D_{m.o}$ ,  $D_{33}$ ;

 $\Delta D$  — разница в размерах пар диаметров  $D_{\omega}$ ,  $d_2$  и  $D_{11}$ ,  $D_{m.o}$ .

Подставили полученные выражения в формулы (19а) и (19в):

(19a): 
$$\pi (d_2 + \Delta D) = \gamma_1 (D_{m.o} + \Delta D)$$
  
или  $\pi d_2 + \pi \Delta D = \gamma_1 D_{m.o} + \gamma_1 \Delta D;$   
 $\pi d_2 = \gamma_1 D_{m.o} + \gamma_1 \Delta D - \pi \Delta D,$   
a из формулы (196)  $\pi d_2 = \gamma_1 D_{m.o};$ 
(20)

(19B): 
$$\pi(d_2 - \Delta d) = \gamma_1 (D_{m.o} - \Delta d)$$
  
или  $\pi d_2 - \pi \Delta d = \gamma_1 D_{m.o} - \gamma_1 \Delta d;$   
 $\pi d_2 = \gamma_1 D_{m.o} + \pi \Delta d - \gamma_1 \Delta d,$  (21)  
а из формулы (196)  $\pi d_2 = \gamma_1 D_{m.o}.$ 

Два разных значения  $\pi d_2$  в формуле (20) вытекают из несоответствия пропорций отношений диаметров шара и наружной дорожки точек  $A_0$  и  $B_0$  ( $A'_0$  и  $B'_0$ ) дуги контакта, ведущего к проскальзыванию шара по центру наружной дорожки диаметром  $D_{11}$ :

$$D_{\omega}/D_{11} \neq d_2/D_{m.o}.$$
 (22)

Два разных значения  $\pi d_2$  в формуле (21) вытекают из несоответствия пропорций отношений диаметров шара и наружной дорожки точек  $B_0$  и  $C_0$  ( $B'_0$  и  $C'_0$ ) дуги контакта, ведущего к проскальзыванию шара по кромке наружной дорожки диаметром  $D_{33}$ :

$$d_3/D_{33} \neq d_2/D_{m.o}.$$
 (23)

Длина пути проскальзывания точки  $A_0$  шара участка дуги  $A_0B_0$  равна разности значений  $\pi d_2$  из формул (20):

$$l_{o.sl} (A_0) =$$

$$= \gamma_1 D_{m.o} - (\gamma_1 D_{m.o} + \gamma_1 \Delta D - \pi \Delta D) = |\Delta D| (\pi - \gamma_1), \qquad (24)$$

средняя длина пути проскальзывания каждой точки шара участка дуги  $A_0B_0$ :

$$l_{o.sl}(A_0B_0) = l_{o.sl}(A_0)/2 = |\Delta D|(\pi - \gamma_1)/2.$$
 (25)

Длина пути проскальзывания точки  $C_0$  шара участка дуги  $B_0C_0$  равна разности значений  $\pi d_2$  по формулам (21):

$$l_{o.sl}(C_0) =$$
  
=  $\gamma_1 D_{m.o} - (\gamma_1 D_{m.o} - \gamma_1 \Delta d + \pi \Delta d) = |-\Delta d| (\pi - \gamma_1),$  (26)

средняя длина пути проскальзывания каждой точки шара участка *B*<sub>0</sub>*C*<sub>0</sub> дуги:

$$l_{o.sl}(B_0C_0) = l_{o.sl}(C_0)/2 = |-\Delta d|(\pi - \gamma_1)/2.$$
 (27)

Разные знаки модулей разницы диаметров в формулах (25) и (27) указывают, что векторы проскальзывания шара на участках дуги контакта между точками  $A_0$  и  $B_0$  и точками  $B_0$  и  $C_0$  направлены в противоположные стороны, как и в модели проскальзывания шара по внутренней дорожке.

Средняя длина пути проскальзывания шара по всей дуге контакта  $A_0C_0$  равна половине суммы средней длины проскальзывания шара на участках дуги  $A_0B_0$  и  $B_0C_0$  из формул (25) и (27):

$$l_{o.sl} (A_0 C_0) =$$

$$= \{ |\Delta D| (\pi - \gamma_1)/2 + |-\Delta d| (\pi - \gamma_1)/2 \} / 2 = (28)$$

$$= (\Delta D + \Delta d) (\pi - \gamma_1)/4,$$

где ( $\Delta D + \Delta d$ ) — разность диаметров  $D_{\omega}$  и  $d_3$ ( $D_{11}$  и  $D_{33}$ ).

Равенство разницы диаметров  $\Delta D$  и  $\Delta d$ , при котором диаметр  $d_2$  точки  $B_0$  шара с максимальным коэффициентом трения скольжения дуги контакта  $A_0C_0$  равен половине суммы диаметров  $D_{\omega}$  и  $d_3$  ( $d_2 = (D_{\omega} + d_3)/2$ ), ассоциируется с теорией скольжения шара по прямому желобу в части минимальной длины проскальзывания шара по желобу.

По аналогии с теорией качения шара по прямому желобу и формулой (1), при условии  $\Delta D = \Delta d$ , формула (28) соответствует средней минимальной длине проскальзывания шара (дуги  $A_0 C_0$ ) по наружной дорожке:

$$l_{o.sl.\min}(A_0C_0) = |d_3 - D_{\omega}|(\pi - \gamma_1)/4.$$
<sup>(29)</sup>

Если положение точки  $B_0$  шара совпадает с точками  $A_0$  или  $C_0$  дуги, то по аналогии с теорией качения шара по прямому желобу и формулой (2) формула средней максимальной длины проскальзывания шара по наружной дорожке равна:

$$l_{o.sl.\,\max}(A_0C_0) = |d_3 - D_{\omega}|(\pi - \gamma_1)/2.$$
(30)

Средняя длина пути проскальзывания шара по наружной дорожке в процессе прохождения шаром одного цикла качения (с учетом блуждания точки  $B_0$  по дуге между точками  $A_0$  и  $C_0$  включительно) равна половине суммы средней максимальной и средней минимальной длины пути проскальзывания из формул (29) и (30):

$$l_{m.o.sl} (A_0 C_0) =$$

$$= \{ l_{o.sl. \max} (A_0 C_0) + l_{o.sl. \min} (A_0 C_0) \} / 2 =$$

$$= \{ |d_3 - D_{\omega}| (\pi - \gamma_1) / 2 + |d_3 - D_{\omega}| (\pi - \gamma_1) / 4 \} / 2 = (31)$$

$$= 3 |d_3 - D_{\omega}| (\pi - \gamma_1) / 8.$$

Коэффициент отношения средней длины проскальзывания каждой точки дуги контакта  $A_0C_0$  по наружной дорожке по формуле (31) к средней минимальной длине пути проскальзывания каждой точки дуги контакта  $A_0C_0$  по наружной дорожке по формуле (29) равен

 $k = l_{m.o.sl} (A_0 C_0) / l_{o.sl.\min} (A_0 C_0) =$ =  $\{3 | d_3 - D_{\omega} | (\pi - \gamma_1) / 8 \} / \{ | d_3 - D_{\omega} | \} (\pi - \gamma_1) / 4 = 1, 5. (32)$ 

Поправочный коэффициент *k* необходим для вычисления работы трения скольжения шара по наружной дорожке подшипника.

Термины для краткого, понятного описания хода экспериментов и анализа *проскальзывания* и *протаскивания* шара:

— дорожка качения неподвижного кольца подшипника — *основная*; дорожка кольца, вращающегося от привода, — *вспомогательная*;

— проскальзывание шара по основной дорожке — *собственное*; проскальзывание шара по вспомогательной дорожке — *принудительное*.

В действительности шар катится по двум дорожкам одновременно и принудительное проскальзывание шара по вспомогательной дорожке является эквивалентом собственного протаскивания шара по основной дорожке — уменьшение длины качения шара по основной дорожке на длину проскальзывания шара по вспомогательной дорожке.

### Эксперименты по выявлению протаскивания шаров. Расчет работы по преодолению силы трения скольжения во время проскальзывания шаров по дорожкам

Первый эксперимент. На горизонтальную поверхность клали лист бумаги с шероховатой поверхностью (основание) с отмеченной возле края листа прямой первой контрольной линией. На линии размещали тело качения в виде цилиндра, чтобы ось цилиндра и контрольная линия совпали. На середине цилиндра располагали линейку — привод движения со шкалой — так, чтобы определенная цифра разметки линейки (первое показание шкалы привода) совпала с контрольной линией. Привод перемещался параллельно основанию в направлении, перпендикулярном контрольной линии, на некоторое расстояние и останавливался. На основании отмечали положение оси цилиндра по серединам его торцов для прочерчивания через них второй контрольной линии. Снимали показания со шкалы привода в конце движения (с точки совпадения шкалы и оси цилиндра). Замеренное расстояние между контрольными линиями равно разнице показаний шкалы привода, т.е. цилиндр прокатил по бумаге расстояние, равное перемещению привода. Если на цилиндр не воздействовать другими силами, а только силой привода, то цилиндр преодолеет расстояние, равное перемещению привода.

Второй эксперимент. Условия те же, что и в первом эксперименте, дополнительно с двух сторон привода к цилиндру прикладывали предметы с шероховатой поверхностью (деревянные бруски) для воздействия на цилиндр трением скольжения (имитация воздействия на шар трением скольжения при проскальзывании шара по вспомогательной дорожке подшипника).

Со шкалы привода до движения сняли первое показание. Привод перемещали как в первом эксперименте, слегка надавливая на цилиндр неподвижными имитаторами трения скольжения. После перемещения привода на приблизительно такое же расстояние, как и в первом эксперименте, движение прекращалось. Сняли второе показание шкалы, наметили вторую контрольную линию положения цилиндра.

Сравнение расстояния между первой и второй контрольными линиями цилиндра и расстояния, которое преодолел привод относительно цилиндра (разница показаний шкалы привода на совмещении с цилиндром в начале и конце

второго эксперимента) показало, что длина перемещения цилиндра меньше длины перемещения привода. Разница длин перемещения привода и цилиндра — длина протаскивания цилиндра по основанию (в подшипнике — протаскивания шара по основной дорожке в направлении, обратном направлению движения кольца с вспомогательной дорожкой; условное протаскивание шара по основной дорожке эквивалентно его проскальзыванию по вспомогательной дорожке).

В разных опытах второго эксперимента расстояние перемещения цилиндра по основанию было разное при одинаковом перемещении привода. Чем больше трение скольжения между имитатором трения и цилиндром (чем сильнее давили имитатором на цилиндр), тем меньше длина перемещения цилиндра по основанию (расстояние между контрольными линиями).

Для шарикового подшипника перемещение шара отстает от перемещения привода (вспомогательной дорожки кольца) из-за проскальзывания по вспомогательной дорожке, вызывающего торможение качения шара, выраженное в уменьшении угловой скорости вращения шара и, как следствие, уменьшении длины пути обката основной дорожки.

**Третий эксперимент.** Использовали подшипник № 60207. Вычислили перемещение без учета качения (только скольжение) шара по каждой дорожке кольца во время вращения наружного или внутреннего кольца относительно другого на пять оборотов (угол  $2\pi \cdot 5$ ) и работу, затраченную на преодоление трения скольжения шаров подшипника по дорожкам, непрерывно сопровождающего качение шаров.

Параметры подшипника по замеренным основаниям (прилегающим к желобам цилиндрическими поверхностями) дорожек (см. рис. 2), мм:

— технический диаметр шара  $D_{\omega} = 11,112$  (условно максимальный диаметр шара);

— замеренный диаметр основания наружной дорожки  $D_{33} - 60,5$ ;

— диаметр основания внутренней дорожки  $D_3 - 46,9;$ 

 вычисленный диаметр окружности центров шаров

 $d_m = (D_{33} + D_3)/2 = (60,5 + 46,9)/2 = 53,7;$ 

— глубина дорожки качения равна половине разницы между максимальным и минимальным диаметрами каждой дорожки и шара, т.е. разнице  $\Delta d_{\rm mid}$  между средним и максимальным или минимальным диаметрами шара или каждой дорожки:

 $h = (d_m + D_{\omega} - D_{33})/2 =$ (53,7 + 11,112 - 60,5)/2 = 2,156;

$$d_3 = (D_{33} - D_3)/2 = (60, 5 - 46, 9)/2 = 6,8;$$

средний диаметр шара

$$d_2 = (D_{\omega} + d_3)/2 = D_{\omega} - \Delta d_{\text{mid}} = 11,112 - 2,156 = 8,956;$$

— максимальный диаметр наружной дорожки

$$D_{11} = D_{33} + 2h = 60,5 + 2 \cdot 2,156 = 64,812;$$

 $D_{m.o} = D_{11} - \Delta d_{mid} = 64,812 - 2,156 = 62,656;$ 

 длина средней окружности наружной дорожки

$$l_o = \pi D_{m.o} = 3,14 \cdot 62,656 = 196,74;$$

— длина средней окружности шара  $l_{bl} = \pi d_2 = 3,14 \cdot 8,956 = 28,122;$ 

— угол дуги обката шара за один цикл по средней окружности наружной дорожки

$$\gamma_1 = l_{bl} \cdot 2\pi / l_o = 28,122 \cdot 2\pi / 196,74 = 0,286\pi;$$

— средняя длина пути проскальзывания каждой точки дуги контакта шара и наружной дорожки за один цикл по формуле (28) с учетом равенства суммы ( $\Delta D + \Delta d$ ) и разности ( $D_{\omega} - d_3$ )

$$l_{o.sl} = (\Delta D + \Delta d)(\pi - \gamma_1)/4 = = (D_{\omega} - d_3)(\pi - \gamma_1)/4 = = (11,112 - 6,8)(\pi - 0,286\pi)/4 = 2,417;$$

— минимальный диаметр внутренней дорожки  $D_1 = D_3 - 2h = 46,9 - 2.2,156 = 42,588;$ 

— средний диаметр внутренней дорожки

$$D_{m.i} = D_1 + \Delta d_{mid} = 42,588 + 2,156 = 44,744$$

 длина средней окружности внутренней дорожки

$$l_i = \pi D_{m i} = 3,14 \cdot 44,744 = 140,496;$$

— угол дуги обката шара за один цикл по средней линии внутренней дорожки

$$\gamma = l_{bl} \cdot 2\pi / l_i = 28,122 \cdot 2\pi / 140,496 = 0,4\pi;$$

— средняя длина пути проскальзывания каждой точки дуги контакта шара и внутренней дорожки за один цикл по формуле (14) с учетом равенства суммы ( $\Delta D + \Delta d$ ) и разности ( $D_{\omega} - d_3$ )

$$l_{i.sl} = (\Delta D + \Delta d)(\pi + \gamma)/4 = (D_{\omega} - d_3)(\pi + \gamma)/4 = (11,112 - 6,8)(\pi + 0,4\pi)/4 = 4,739.$$

С этим подшипником провели следующие опыты.

**В первом опыте** наружное кольцо вращали относительно неподвижного внутреннего, на пять оборотов ( $10\pi$ ). Сепаратор с шарами во время этого движения совершил поворот относи-

sb517.indd 236



тельно оси подшипника на угол  $\alpha_0 = 6,017\pi$ , т.е. на угол  $\alpha_{01}$  поворота сепаратора за один оборот кольца приходится  $\alpha_{01} = \alpha_0/5 = 6,017\pi/5 = 1,203\pi$ .

Длина дуги наружной дорожки среднего диаметра  $D_{m.o}$ , соответствующая сектору  $2\pi - 1,203\pi$ , которую обкатил шар в процессе вращения наружного кольца на один оборот (шар обкатил только часть дорожки, которая переместилась мимо него, контактируя с ним в процессе вращения дорожки):

$$l_{o.o} = (2 - 1, 203)\pi D_{m.o}/2 =$$
  
= 0,797 · 3,14 · 62,656/2 = 78,401. (33)

Длина дуги внутренней дорожки среднего диаметра  $D_{m.i}$ , соответствующая сектору 1,203 $\pi$ , которую обкатил шар в процессе вращения наружного кольца на один оборот:

$$l_{o.i} = 1,203\pi D_{m.i}/2 =$$
  
= 1,203 \cdot 3,14 \cdot 44,744/2 = 84,508. (34)

Первая буква индекса *l* в формулах (33), (34) означает вращение наружной дорожки относительно неподвижной внутренней, вторая буква — наружную *о* или внутреннюю *i* дорожку.

Число циклов обката средней окружностью шара средней окружности вращающейся наружной дорожки на один оборот:

$$s_{o.o} = l_{o.o}/l_{bl} = 78,401/28,122 = 2,788.$$
 (35)

Число циклов обката средней окружностью шара средней окружности внутренней дорожки в процессе вращения наружной дорожки на один оборот:

$$s_{o,i} = l_{o,i}/l_{bl} = 84,508/28,122 = 3,005.$$
 (36)

Первая буква индекса *s* в формулах (35), (36) означает вращение наружной дорожки относительно неподвижной внутренней, вторая буква — наружную *о* или внутреннюю *i* дорожки.

Длина пути проскальзывания шара по наружной дорожке во время вращения наружной дорожки одного оборота:

$$l_{o.o.sl} = s_{o.o} l_{o.sl} = 2,788 \cdot 2,417 = 6,739.$$
(37)

Длина пути проскальзывания шара по внутренней дорожке во время вращения наружной дорожки одного оборота:

$$l_{o,i,sl} = s_{o,i}l_{i,sl} = 3,005 \cdot 4,739 = 14,241.$$
 (38)

Сила *P*, приложенная к наружному кольцу, равномерно распределена по линии проекции полуокружности наружной дорожки на линию хорды (по линии  $D_{m.o}$ ), соединяющей концы полуокружности, и посредством шаров приложена к внутренней дорожке с распределением силы по линии проекции полуокружности внутренней дорожки на ее хорду (по линии  $D_{m.i}$ ):

$$\vec{P}/|D_{m.o}| = \vec{P}_o; \ \vec{P}/|D_{m.i}| = \vec{P}_i.$$
 (39)

Силы  $P_o$  или  $P_i$  формулы (39) действуют на дуги контакта шаров и дорожек подшипника по нормали к оси вращения подшипника. На силу и работу трения скольжения влияет только модуль силы, спроецированный на нормаль и коэффициент трения скольжения материала подшипника со смазкой или без нее [1].

Сумма радиальных сил, действующих на каждую точку наружной или внутренней дорожки:

$$\vec{F}_{r.o} = \int_{0}^{\pi} \vec{P}_{o} \sin \varphi d\varphi = -\vec{P}_{o} \cos \varphi |_{0}^{\pi} = 2\vec{P}_{o};$$

$$\vec{F}_{r.i} = \int_{0}^{\pi} \vec{P}_{i} \sin \varphi d\varphi = -\vec{P}_{i} \cos \varphi |_{0}^{\pi} = 2\vec{P}_{i},$$
(40)

где  $\varphi$  — угол между вектором удельных сил  $P_o$ или  $P_i$ , приложенных к точке дорожки, и касательных к дорожке в данной точке.

Сила трения скольжения между шарами и наружной дорожкой [1]:

$$F_{fr.o} = fF_{r.o} = 2fP_o,$$

где *f* — коэффициент трения скольжения.

Сила трения скольжения между шарами и внутренней дорожкой:

$$F_{fr.i} = fF_{r.i} = 2fP_i$$

Работа, затраченная на преодоление силы трения скольжения шаров по наружной и внутренней дорожкам во время вращения наружной дорожки на один оборот:

$$A_{o1.o} = F_{fr.o}l_{o.o.sl} = 2fP_{o}l_{o.o.sl}; A_{o1.i} = F_{fr.i}l_{o.i.sl} = 2fP_{i}l_{o.i.sl}.$$
(41)

Работа, затраченная на преодоление силы трения скольжения шаров по наружной и внутренней дорожкам, за время вращения наружной дорожки t, мин, с частотой  $n_o$ :

$$\begin{array}{l}
A_{o.o} = 2fP_{o}l_{o.o.sl}tn_{o}; \\
A_{o.i} = 2fP_{i}l_{o.i.sl}tn_{o}.
\end{array}$$
(42)

Assembling in mechanical engineering, instrument-making. 2017. Vol. 18. № 5

Работа, затраченная на преодоление силы трения скольжения между шарами и дорожками с учетом формул (42):

$$A_{o} = A_{o.o} + A_{o.i}. ag{43}$$

Работа, затраченная на преодоление силы трения скольжения смазанного подшипника № 60207, во время вращения наружной дорожки в течение t = 8 ч с частотой  $n_o = 1000$  мин<sup>-1</sup> под радиальной нагрузкой 49,05 Н ( $P_o = 49,05/0,062656 =$ = 782,846 Н/м и  $P_i$ =49,05/0,044744 = 1096,236 Н/м), в знаменателях дробей — модули средних диаметров дорожек в метрах с коэффициентом трения скольжения по смазке f = 0,1:

$$A_{o.o} = 140,683 \text{ BT} \cdot \text{y};$$
  
 $A_{o.i} = 416,307 \text{ BT} \cdot \text{y}; A_o = 556,99 \text{ BT} \cdot \text{y}.$  (44)

Работу в формуле (44) вычисляли с использованием длины проскальзывания шара по дорожкам за один цикл из формул (15), (29), соответствующей минимальной длине проскальзывания. Для нахождения полной работы нужно значения формулы (44) умножить на поправочный коэффициент k = 1,5, вычисленный по формулам (18), (32).

Сила, приложенная к наружному кольцу подшипника посредством шаров — P = 49,05 H, приблизительно равна половине веса ротора электродвигателя (фактически ротор двигателя может непосредственно давить только на внутреннее кольцо подшипника), подходящего по диаметру вала к подшипника), и веса внутреннего кольца и всех шариков подшипника (масса тел, оказывающих давление на один подшипник, — 5 кг).

Формулы (44) работы трения скольжения учитывают работу на всем участке дуги контакта, хотя не рассматривают качение шара по левой стороне дуги: сила, приложенная к кольцу, действует на правую половину дуги половиной своего модуля (P/2), полученный результат работы трения скольжения на одной половине дуги с учетом половины действующей силы умножается на два для двух половин дуги — для целой дуги.

Во втором опыте внутреннее кольцо вращали относительно неподвижного наружного на пять оборотов (10 $\pi$ ). Сепаратор с шарами во время этого движения совершил поворот относительно оси подшипника на угол  $\alpha_i = 3,892\pi$ , т.е. на угол  $\alpha_{i1}$  поворота сепаратора за один оборот кольца приходится  $\alpha_{i1} = \alpha_i/5 = 3,892\pi/5 = 0,778\pi$ . Вычислили работу, затраченную на преодоление силы трения скольжения. Длина дуги внутренней дорожки среднего диаметра  $D_{m.i}$  соответствует сектору  $2\pi - 0.778\pi$ :

$$l_{i\,i} = (2 - 0, 788) \pi D_{m\,i}/2 = 85,141.$$

Длина дуги наружной дорожки среднего диаметра  $D_{m,o}$ , соответствующая сектору 0,778 $\pi$ :

$$l_{i,o} = 0,788\pi D_{m\,i}/2 = 77,515.$$

Число циклов обката средней окружностью шара средней окружности вращающейся на один оборот внутренней дорожки:

$$s_{i,i} = l_{i,i}/l_{bl} = 3,028.$$

Число циклов обката средней окружностью шара средней окружности наружной дорожки в процессе вращения внутренней дорожки на один оборот равно

$$s_{i.o} = l_{i.o}/l_{bl} = 2,756.$$

Первая буква индекса под *l* и *s* означает вращение внутренней дорожки относительно неподвижной наружной, вторая буква — внутреннюю *i* или наружную *o* дорожку.

Длина пути проскальзывания шара по внутренней дорожке во время вращения внутренней дорожки одного оборота:

$$l_{i.i.sl} = s_{i.i}l_{i.sl} = 14,35.$$

Длина пути проскальзывания шара по наружной дорожке во время вращения внутренней дорожки одного оборота:

$$l_{i.o.sl} = s_{i.o}l_{o.sl} = 6,661.$$

Работа, затраченная на преодоление силы трения скольжения шаров по внутренней и наружной дорожкам во время вращения внутренней дорожки на один оборот:

$$A_{i1.i} = F_{fr.i} l_{i.i.sl} = 2 f P_i l_{i.i.sl};$$
  
$$A_{i1.o} = F_{fr.o} l_{i.o.sl} = 2 f P_o l_{i.o.sl}.$$

Работа, затраченная на преодоление силы трения скольжения шаров по внутренней и наружной дорожкам, за время вращения внутренней дорожки *t* с частотой *n*;:



$$A_{i,i} = 2fP_i l_{i,i,sl} tn_i;$$
  
$$A_{i,o} = 2fP_o l_{i,o,sl} tn_i.$$

Работа, затраченная на преодоление силы трения скольжения между шарами и дорожками за время вращения внутренней дорожки *t*:

$$A_i = A_{i,i} + A_{i,o}.$$

Работа, затраченная на преодоление силы трения скольжения смазанного подшипни-ка № 60207, работающего по условиям первого опыта:

$$A_{i,i} = 419,493 \text{ BT} \cdot \text{y};$$
  
 $A_{i,o} = 139,054 \text{ BT} \cdot \text{y}; A_i = 558,547 \text{ BT} \cdot \text{y}.$  (45)

Сумма работы сил трения скольжения шаров по обеим дорожкам одновременно одинакова при приложении силы к наружному или внутреннему кольцу одного подшипника, если приложенная сила, время и частота вращения дорожки приводимого в движение кольца в обоих случаях одинаковы. Различной будет частота вращения сепаратора, ведущая к различному распределению суммы работы сил трения скольжения по дорожкам. Небольшие расхождения ответов — результат неточного замера углов вращения колец и сепаратора.

Для двух подшипников электродвигателя работа трения скольжения по формуле (45) берется в двойном размере и умножается на поправочный коэффициент 1,5:

 $2A_i = 2.558,547.1,5 = 1675,641$  BT.4.

Потери работы 1675,641 Вт.ч — это потери электродвигателя с нулевой внешней радиальной нагрузкой на подшипники.

Увеличение числа подшипников, расположенных в электродвигателях и механизмах, их размеров, радиальной нагрузки на них, частоты вращения дает понятие затрат электроэнергии на преодоление трения скольжения шариковых подшипников на одном заводе.

Угол поворота сепаратора в опытах измеряли следующим способом. Сепаратор и обе дорожки помечали рисками, поставленными на одной линии радиуса подшипника.

После контролируемого по риске на кольце вращения одного кольца относительно другого на заданный угол, проводимого с одновременным контролем по риске вращения сепаратора, подшипник клали на лист бумаги. На бумаге предварительно расчерчены прямоугольная система координат и окружность. Центр окружности совпадает с началом координат системы. Радиус окружности равен внутреннему радиусу подшипника. Подшипник совместили с начерченной окружностью, чтобы риски на кольцах совпали с линией оси координат. Совмещали прямой линией с центром начерченной окружности с риской на сепараторе, между которой и осью координат транспортиром замеряли угол.

Рассчитывали угол поворота сепаратора с учетом числа полных оборотов при контроле вращения.

### Проворачивание шаров

В шариковом подшипнике трение скольжения между шаром и дорожками дополнительно корректируется несимметричностью расположения сил трения скольжения каждой точки обеих дуг контакта относительно центров дуг.

Проанализировали влияние неоднородности и несимметричности коэффициента трения скольжения на проворачивание шара относительно оси y (рис. 3). На рисунке криволинейные графики, расположенные возле дуг контакта показатели коэффициента трения скольжения точек дуг контакта. Числовое значение коэффициента трения в каждой точке дуги равно расстоянию  $f_0$  от точки дуги до кривой графика по вертикали.

Неоднородность коэффициентов трения в разных точках дуги контакта создает неоднородность сил трения скольжения в точках.

Неравенство сумм моментов сил трения скольжения (площадей фигур, сверху и снизу ограниченных ломаными линиями и дугами контакта), расположенных по обе стороны оси у, создает суммарный момент сил относительно оси у, не равный нулю. Под действием этого момента шар проворачивается относительно оси у.

Для эксперимента использовали чистый без смазки подшипник средних размеров. На шар



Рис. 3. Проворачивание шара

Assembling in mechanical engineering, instrument-making. 2017. Vol. 18. № 5

•

наносили риску и помечали гнездо шара на сепараторе. Вращали наружное кольцо в течение нескольких секунд. По расположению риски на шаре определили, что шар заметно провернулся.

### Выводы

Проскальзывание шара подшипника по дорожкам, постоянно сопровождающее качение шара, напрямую зависит от форм поверхностей тел качения и дорожек. Избавиться от проскальзывания невозможно, можно только смягчить проскальзывание и его результат — трение и износ — за счет смазки.

Протаскивание шара по основной дорожке, являющееся побочным эффектом проскальзывания по вспомогательной дорожке, присутствует постоянно, так как зависит от форм шара и вспомогательной дорожки.

Проворачивание шара, зависимое от несимметричного распределения силы трения скольжения по дугам контакта шара и дорожек относительно оси, проходящей через центры дуг контакта, которое вызывает появление момента трения скольжения относительно оси, присутствует постоянно.

Постоянное проскальзывание, протаскивание и проворачивание шара тормозят его качение, т.е. снижают мощность агрегата с подшипниками и вызывают износ поверхностей тел качения и дорожек в шариковом подшипнике.

На работу по преодолению силы трения скольжения шариков по дорожкам расходуется дополнительная электроэнергия или топливо в приводах. Если предположить, что в инду-

стриальной стране с населением в двадцать миллионов человек на каждого жителя приходится по одному электродвигателю без внешней радиальной нагрузки на подшипники, работающему двести пятьдесят рабочих дней в году по восемь часов, то затраты работы на преодоление силы трения скольжения шариков в подшипниках за этот период в стране будут равны:

*A* = 1675,641 Вт.ч.20 000 000 чел.:250 дн. = = 8 378 205 000 000 Вт.ч = 8,378205 ТВт.ч (1675,641 Вт.ч — значение из второго опыта).

Кроме потерь энергии приводов на преодоление трения скольжения в шариковых подшипниках есть потери энергии приводов на превышение в разы кинетической энергии вращения тел качения всех стандартных подшипников качения по сравнению с кинетической энергией двухступенчатых роликов редукционных подшипников [2]. В редукционных подшипниках, частота вращения которых в разы выше предельной частоты вращения стандартных подшипников, отсутствует трение скольжения между дорожками колец и двухступенчатыми роликами. Также не учтены потери энергии на трение скольжения при проворачивании шаров.

### Библиографический список

1. **Теоретическая** механика: учеб. пособие / В.Н. Тарасов и др. М.: Изд-во транспортной литературы, 2010. 560 с.

2. Адашкевич Ю.П. Роликовый подшипник с редукционным эффектом // Электронный научный журнал "Исследования технических наук". 2015. Выпуск 2 (16). С. 27—34.

ООО "Издательство "Инновационное машиностроение", 107076, Москва, Колодезный пер., 2a, стр. 2 Учредитель ООО "Издательство "Инновационное машиностроение". Адрес электронной почты издательства: mashpubl@mashin.ru; редакции журнала: sborka@mashin.ru, http://www.mashin.ru. Телефон редакции журнала: 8 (499) 269-54-98, факс: 8 (499) 268-48-97. Технический редактор Патрушева Е.М. Корректор Назарова И.Е. Сдано в набор 02.03.2017. Подписано в печать 20.04.2017. Формат 60 × 88 1/8. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 5,88. Свободная цена.
Оригинал-макет и электронная версия подготовлены в ООО "Адвансед солюшнз". Сайт: www.aov.ru Отпечатано в ООО "Канцлер", 150008, г. Ярославль, ул. Клубная, д. 4, кв. 49.