



# ВЕСТНИК Машиностроения

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ И ПРОИЗВОДСТВЕННЫЙ ЖУРНАЛ

9  
2020

Главный редактор **А.С. БОГОЛЮБОВ**

Заместитель главного редактора  
**Е.А. БОГОЛЮБОВА**

**РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:**

**Албагачиев А.Ю.**, д-р техн. наук, **Алешин Н.П.**, д-р техн. наук, акад. РАН, **Братухин А.Г.**, д-р техн. наук, **Воронцов А.Л.**, д-р техн. наук, **Гусейнов А.Г.**, д-р техн. наук, **Дмитриев А.М.**, д-р техн. наук, член-корр. РАН (председатель секции обработки материалов без снятия стружки), **Драгунов Ю.Г.**, д-р техн. наук, член-корр. РАН, **Древаль А.Е.**, д-р техн. наук (председатель секции технологии машиностроения), **Кутин А.А.**, д-р техн. наук, **Омельченко И.Н.**, д-р техн. и экон. наук (председатель секции организации и экономики производства), **Кузин В.В.**, д-р техн. наук, **Попов Д.Н.**, д-р техн. наук, **Попов А.В.**, д-р техн. наук, **Рыбин В.В.**, д-р техн. наук, член-корр. РАН, **Трегубов Г.П.**, д-р техн. наук, **Сычев А.П.**, канд. физ.-мат. наук, **Скугаревская Н.В.** (ответственный секретарь)

ИЗДАЕТСЯ С НОЯБРЯ 1921 ГОДА

*Журнал входит в перечень утвержденных ВАК РФ изданий для публикации трудов соискателей ученых степеней*

Журнал переводится на английский язык, переиздается и распространяется во всем мире фирмой "Аллертон Пресс" (США)

ООО «Издательство «Инновационное машиностроение»

Адрес издательства:

107076, Москва, Колодезный пер., д. 2а, стр. 2  
Телефон: 8-(495) 269-51-98

Адрес редакции:

107076, Москва,  
Колодезный пер., д. 2а, стр. 2  
Телефон: 8-(495) 661-38-80.  
E-mail: [vestmash@mashin.ru](mailto:vestmash@mashin.ru); [vestmash@mail.ru](mailto:vestmash@mail.ru)  
[www.mashin.ru](http://www.mashin.ru)

Журнал зарегистрирован 27 марта 2020 г. за ПИ № ФС 77-78172 в Федеральной службе по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (РОСКОМНАДЗОР)  
Учредитель: Е.А. Боголюбова

Индекс: 27841 ("Пресса России")

Цена свободная

Отпечатано в ООО "Канцлер",  
150008, г. Ярославль, ул. Клубная, д. 4, кв. 49.  
Оригинал-макет: ООО "Адвансед солюшнз".  
119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1.  
Сайт: [www.aov.ru](http://www.aov.ru)

# СОДЕРЖАНИЕ

# CONTENTS

## КОНСТРУИРОВАНИЕ, РАСЧЕТ, ИСПЫТАНИЯ И НАДЕЖНОСТЬ МАШИН

## DESIGN, CALCULATION, TESTS AND RELIABILITY OF MACHINES

Шатохин С. Н., Курзаков А. С., Брунгардт М. В. — Оптимальное проектирование гидростатических шпиндельных опор с пассивным дроссельным регулированием нагнетания рабочей жидкости . . . . .	3
Семёнов В. И., Чирков А. Ю. — Механизм формирования структуры в метастабильном расплаве и оценка ее пространственного масштаба . . . . .	7
Щерба В. Е., Тегжанов А. С., Болштынский А. П. — Математическая модель рабочих процессов сжатия и нагнетания в бескрейцкопфной поршневой гибридной энергетической машине при значительном отношении номинальных давлений нагнетания в компрессорной и насосной секциях . . . . .	10
Кирсанов М. Н. — Кинематический анализ и деформации плоской решетки с произвольным числом панелей . . . . .	15
Попович А. Г. — Применение критерия суммарного износа поверхностного слоя зубьев колес при определении геометрических параметров косозубой передачи	20
Хлопонин В. Н. — Использование свойств однополостного гиперболоида в роликоподшипниках с цилиндрическими роликами качения . . . . .	27
Зверев И. А. — Расчетно-экспериментальное исследование жесткости высокоскоростных шпинделей . . . . .	33
Новожилов Т. А., Новожилов А. Н., Рахимбердинова Д. М. — Моделирование токов в шинном пакете короткой сети . . . . .	40
Воробьев Е. И., Хатунцев Д. И. — Кинематическая точность относительного манипулирования двурукого робота . . . . .	44
Ванягин А. В., Гордеев Б. А., Охулков С. Н., Титов Д. Ю., Плехов А. С. — Построение амплитудно-частотных характеристик магнитоуправляемой гидроопоры с учетом присоединенной массы, зависящей от температуры . . . . .	47
Губарев П. В., Глазунов Д. В., Рубан В. Г., Шапшал А. С. — Уточненный тепловой расчет коллектора тягового двигателя локомотива . . . . .	56
Никифоров С. О., Мархадаев Б. Е. — Реализация безреверсных мехатронных манипуляторов в аддитивных технологиях . . . . .	59

Shatokhin S. N., Kurzakov A. S., Brungardt M. V. — Optimal design of hydrostatic spindle bearings with passive throttle control of working fluid injection	3
Semenov V. I., Chirkov A. Yu. — Mechanism of structure formation in a metastable melt and estimation of its spatial scale	7
Shcherba V. E., Tegzhanov A. S., Bolshtyanskiy A. P. — Mathematical model of compression and injection working processes in a cross-free piston hybrid energy machine with a significant ratio of nominal suction pressures in the compressor and pump sections	10
Kirsanov M. N. — Kinematic analysis and deformation of a planar lattice with an arbitrary number of panels	15
Popovich A. G. — Application of the criterion for total wear of the surface layer of gear teeth in determining helical gear geometric parameters	20
Khloponin V. N. — Use of the properties of a single-cavity hyperboloid in roller bearings with cylindrical rollers	27
Zverev I. A. — Computational-experimental research of the stiffness of high-speed spindles	33
Novozhilov T. A., Novozhilov A. N., Rakhimberdinova D. M. — Current modeling in a bus packet of a high-current system	40
Vorob'ev E. I., Khatuntsev D. I. — Kinematic accuracy of relative manipulation of a two-handed robot	44
Vanyagin A. V., Gordeev B. A., Okhulkov S. N., Titov D. Yu., Plekhov A. S. — Construction of the amplitude-frequency characteristics of a magnetically controlled hydraulic bearing taking into account the connected mass, depending on temperature	47
Gubarev P. V., Glazunov D. V., Ruban V. G., Shapshal A. S. — Refined thermal calculation of the locomotive heat engine collector	56
Nikiforov S. O., Markhadaev B. E. — Implementation of irreversible mechatronic manipulators in additive technologies	59

## ТЕХНОЛОГИЯ МАШИНОСТРОЕНИЯ

## MANUFACTURING ENGINEERING

Коберник Н. В., Панкратов А. С., Михеев Р. С., Орлик А. Г., Сорокин С. П., Петрова В. В., Строителев Д. В. — Применение карбидов хрома в наплавочных материалах, предназначенных для получения стойких к абразивному изнашиванию покрытий . . . . .	64
Полянский С. Н., Бутаков С. В., Ольков И. С., Александров В. А. — Обработка поверхностей деталей в авиастроении . . . . .	68
Базров Б. М., Гайнутдинов Т. М. — Определение минимального числа технологических баз детали . . . . .	73

Kobernik N. V., Pankratov A. S., Mikheev R. S., Orlik A. G., Sorokin S. P., Petrova V. V., Stroitelev D. V. — Application of chromium carbides in surfacing materials intended for obtaining of abrasion resistant coatings	64
Polyanskiy S. N., Butakov S. V., Ol'kov I. S., Aleksandrov V. A. — Surface treatment of parts in aircraft engineering	68
Bazrov B. M., Gainutdinov T. M. — Determination of the minimum number of technological bases of a part	73

### Теория и практика резания материалов

### Problems of theory and practice of materials cutting

Утенков В. М., Досько С. И., Молчанов А. А., Куць В. А. — Сравнительный анализ методов оценки динамических свойств инструмента как парциальной системы . . . . .	75
Тополов Д. Ю. — Обеспечение устойчивого резания при фрезеровании . . . . .	80

Utenkov V. M., Dos'ko S. I., Molchanov A. A., Kuts' V. A. — Comparative analysis of methods for assessing the dynamic properties of a tool as a partial system	75
Topolov D. Yu. — Ensuring stable cutting during milling	80

## ЭКОНОМИКА И ОРГАНИЗАЦИЯ ПРОИЗВОДСТВА

## ECONOMY AND ORGANIZATION OF PRODUCTION

Калмыков Ю. П. — Перспективы развития отечественной автомобильной промышленности . . . . .	84
--	----

Kalmykov Yu. P. — Prospects for the development of the domestic automobile industry	84
---	----

Технический редактор Т. А. Шацкая  
Корректор Е. В. Комиссарова

Сдано в набор 28.06.2020. Подписано в печать 18.08.2020.  
Формат 60 × 88 1/8. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 10,78.

*Перепечатка материалов из журнала "Вестник машиностроения" возможна при обязательном письменном согласовании с редакцией журнала; ссылка на журнал при перепечатке обязательна.*

*За содержание рекламных материалов ответственность несет рекламодатель.*

# КОНСТРУИРОВАНИЕ, РАСЧЕТ, ИСПЫТАНИЯ И НАДЕЖНОСТЬ МАШИН

УДК 621.9.06.921. 822.572.001.4

DOI: 10.36652/0042-4633-2020-9-3-7

С. Н. ШАТОХИН, д-р техн. наук, А. С. КУРЗАКОВ, канд. техн. наук, М. В. БРУНГАРДТ, канд. техн. наук (Сибирский федеральный университет, г. Красноярск), e-mail: sh4640@mail.ru

## Оптимальное проектирование гидростатических шпиндельных опор с пассивным дроссельным регулированием нагнетания рабочей жидкости

Представлены технические решения для радиальной и радиально-осевой гидростатических шпиндельных опор с пассивным дроссельным регулированием нагнетания рабочей жидкости. Предлагаемые опоры технологичны, удобны для расчета, не требуют гидравлической настройки и создают дополнительные функциональные возможности. Разработана методика их оптимального проектирования.

**Ключевые слова:** гидростатическая шпиндельная опора, рабочая жидкость, нагнетание, пассивное дроссельное регулирование, оптимальное проектирование.

Technical solutions for radial and radial-axial hydrostatic spindle bearings with passive throttle control of the fluid injection are presented. The proposed bearings are technological, convenient for calculation, do not require hydraulic adjustment and create additional functionality. The technique of their optimal design is developed.

**Keywords:** hydrostatic spindle bearing, working fluid, injection, passive throttle control, optimal design.

Бесконтактные гидростатические шпиндельные опоры (ГШО), которые позволяют обеспечить особо высокие точность, жесткость и виброустойчивость, недостижимые для других шпиндельных опор [1], применяют в прецизионных станках классов точности А и С, в станках для микрообработки и для высокоскоростного резания хрупким сверхтвердым инструментом, а также в тяжелых станках. Например:

на доводочном станке фирмы Toyota Machine Works LTD с ГШО при финишной обработке плоских деталей достигнута неплоскостность 0,03 мкм и шероховатость до 0,002 мкм;

при точении и шлифовании микродеталей для космической техники, микробиологии, медицины, электроники, имеющих размеры менее 1 мм, применяют ГШО, имеющие частоту вращения 50 000 мин<sup>-1</sup>, а в отдельных случаях 180 000 мин<sup>-1</sup> и более;

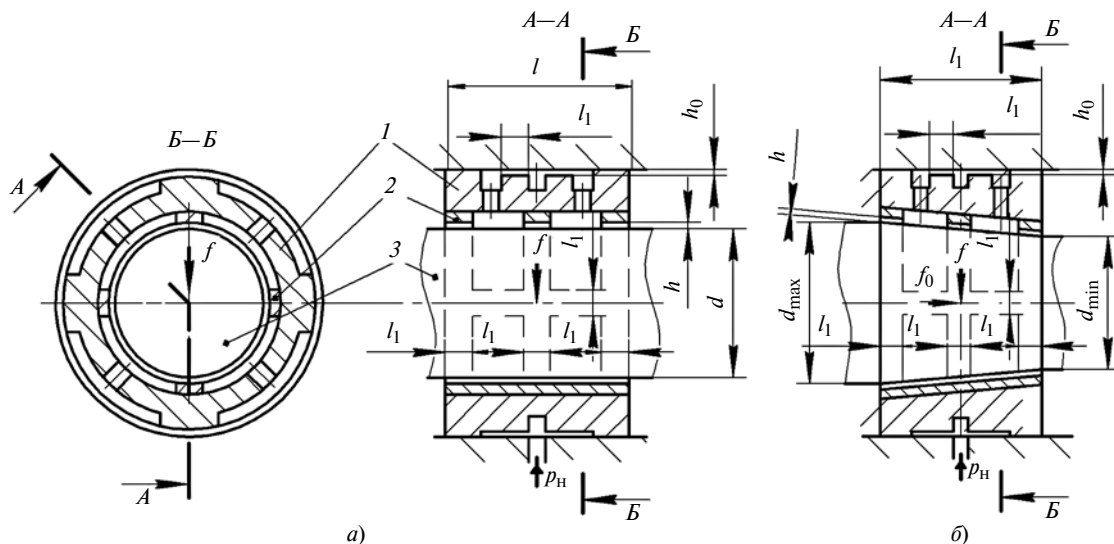
из-за редуцирующего эффекта в тяжелом токарно-карусельном станке КУ-323 биение проточного зеркала планшайбы диаметром 8000 мм с гидростатическими направляющими не превышало 2 мкм, что значительно меньше погрешностей рабочих поверхностей направляющих.

Известны технические решения для адаптивных ГШО с управляемыми регуляторами активного нагнетания рабочей жидкости, которые могут обеспечить нулевую и даже отрицательную податливость, однако они технологически сложны и недостаточно изучены. Основное применение в малых и средних станках получили более простые и надежные ГШО с пассивным дроссельным регулированием нагнетания рабочей жидкости.

На рисунке *a* показана расчетная схема нового технического решения для радиальной ГШО с пассивным дроссельным регулированием нагнетания рабочей жидкости, которая технологична, удобна для аналитического расчета, не требует гидравлической настройки и обеспечивает дополнительные функциональные возможности.

ГШО состоит из базовой втулки *1*, которая неподвижно установлена в корпусе шпиндельного узла (не показан); опорной втулки *2* из антифрикционного материала, которая запрессована или вклеена в базовую втулку; опорной цапфы шпинделя *3*, которая нагружена радиальной силой *f*, имеет диаметр *d* и длину *l*.

В опорной втулке выполнены два круговых ряда прямоугольных вырезов, являющихся несущими карманами, которые ограничены по периферии дросселирующими поясками шириной  $l_1 = 0,1d$ , образующими с опорной шейкой шпинделя дросселирующие щелевые зазоры  $h = h_0 + e \cos \varphi$ , где *e* — радиальный эксцентриситет опорной шейки, создаваемый силой *f*;  $h_0 \approx (4 \div 5) 10^{-4} d$  — значение зазора *h* при *e* = 0;  $\varphi$  — угловая координата цилиндрической системы.



Гидростатические шпиндельные опоры с пассивным дроссельным регулированием нагнетания рабочей жидкости:

а — радиальная; б — радиально-осевая (коническая)

На наружной поверхности базовой втулки 1 выполнена кольцевая полость, ограниченная с обеих сторон дросселирующими поясками шириной  $l_1 = 0,1d$ , которые образуют с корпусом шпиндельного узла щелевые зазоры  $h_0$ . Эти зазоры выходят в секторные канавки, которые расположены по окружности аналогично несущим карманам, имеют одинаковую с карманами длину по окружности и соединены с ними радиальными каналами.

Рабочая жидкость от гидростанции (не показана) нагнетается в кольцевую полость базовой втулки под давлением  $p_H = \text{const}$ , затем через входные дросселирующие зазоры  $h_0$  поступает в секторные канавки и несущие карманы. Далее рабочая жидкость через выходные дросселирующие зазоры  $h$  торцевых перемычек несущих карманов поступает в дренажные каналы и возвращается в гидростанцию. В ненагруженной ГШО гидравлические сопротивления на входе и выходе несущих карманов одинаковы, поэтому давление рабочей жидкости в несущих карманах равны  $p_H/2$ . При нагружении силой  $f$  опорная шейка шпинделя получает радиальный эксцентриситет  $e$ . При этом давление в нагружаемых несущих карманах увеличивается ( $p_{KH} > p_H/2$ ), а в разгружаемых уменьшается ( $p_{KR} < p_H/2$ ), пока разность давлений в них не уравновесит действие силы  $f$ .

Математическую модель для расчета нагрузочных и энергетических характеристик радиальной ГШО составляют уравнения, выражающие условие силового равновесия опорной шейки шпинделя и условия неразрывности движения рабочей жидкости в несущих карманах.

Условие силового равновесия опорной шейки шпинделя имеет вид:

$$s(p_{KH} - p_{KR}) = f, \quad (1)$$

где  $s = d(l - l_1)k_f$  — эффективная площадь несущих карманов;  $p_{KH}$  и  $p_{KR}$  — давление рабочей жидкости в нагружаемых и разгружаемых карманах соответственно;  $k_f$  — коэффициент, учитывающий угловое направление силы  $f$  (таблица).

Условия неразрывности движения рабочей жидкости имеют вид:

для нагружаемых карманов

$$q_{пн} = q_{вн} + q_{нр}, \quad (2)$$

для разгружаемых карманов

$$q_{пр} + q_{нр} = q_{вр}, \quad (3)$$

где:

$q_{пн} = \pi d h_0^3 (p_H - p_{KH}) / (48 \mu l_1)$  — объем рабочей жидкости, поступающей в нагружаемый карман через дросселирующий зазор базовой втулки;

$q_{пр} = \pi d h_0^3 (p_H - p_{KR}) / (48 \mu l_1)$  — объем жидкости, поступающей в разгружаемый карман через дросселирующий зазор базовой втулки;

$$q_{вн} = \frac{d p_{KH}}{24 \mu l_1} \int_{\pi/2}^{\pi} (h_0 + e \cos \varphi)^3 d\varphi = \frac{d p_{KH}}{24 \mu l_1} \left( \frac{\pi}{2} h_0^3 - 3 h_0^2 e + \frac{3\pi}{4} h_0 e^2 - \frac{2}{3} e^3 \right) — \text{объем рабочей жидкост-}$$

Число $k$ несущих карманов каждого кругового ряда	Коэффициент $k_f$ при угловом направлении силы $f$	
	между карманами	на середину кармана
4	1,00	0,71
6	0,87	1,00

ти, вытекающей из нагружаемого кармана через дросселирующий зазор круговой перемычки;

$$q_{\text{вр}} = \frac{dp_{\text{кн}}}{24\mu l_1} \int_0^{\pi/2} (h_0 + e \cos \varphi)^3 d\varphi = \frac{dp_{\text{кн}}}{24\mu l_1} \left( \frac{\pi}{2} h_0^3 + 3h_0^2 e + \frac{3\pi}{4} h_0 e^2 + \frac{2}{3} e^3 \right) - \text{объем рабочей жидкости, вытекающей из разгружаемого кармана через дросселирующий зазор круговой перемычки;}$$

ти, вытекающей из разгружаемого кармана через дросселирующий зазор круговой перемычки;

$q_{\text{нр}} = (l - 3l_1) h_0^3 (p_{\text{кн}} - p_{\text{кр}}) / (6\mu l_1)$  — объем рабочей жидкости, перетекающей из нагружаемого в разгружаемый карман через дросселирующий зазор осевой перемычки:

$\mu$  — динамическая вязкость рабочей жидкости.

Из уравнений (2) и (3) получены выражения для давлений  $p_{\text{кн}}$  и  $p_{\text{кр}}$ :

$$p_{\text{кн}} = \frac{p_{\text{н}}(a + 2c)}{ab + (a + b)c}; \quad p_{\text{кр}} = \frac{p_{\text{н}}(b + 2c)}{ab + (a + b)c}, \quad (4)$$

где безразмерные симплексы  $a = 2 + 6\varepsilon/\pi + 3\varepsilon^2/2 + 4\varepsilon^3/3$ ,  $b = 2 - 6\varepsilon/\pi + 3\varepsilon^2/2 - 4\varepsilon^3/3$ ,  $c = (L - 3L_1)/\pi$ ,  $L = l/d$ ,  $L_1 = l_1/d$ ,  $\varepsilon = e/h_0$ .

Из формул (1) и (4) получили нагрузочную способность  $w$  и жесткость  $j$  ГШО:

$$w = k_f d^2 p_{\text{н}} W \quad \text{и} \quad j \equiv dw/de = k_f d^2 p_{\text{н}} / h_0 J, \quad (5)$$

$$\text{где } W = \frac{\pi c(a - b)}{ab + (a + b)c} \quad \text{и} \quad J \equiv \frac{dW}{d\varepsilon} = \frac{\pi c(1 + \varepsilon^2 + c)}{(1 - \varepsilon^2 + c)^2} -$$

безразмерные аналоги  $w$  и  $j$ .

Чтобы при перекосе и изгибе двухопорного консольно нагруженного шпинделя избежать кромочного контакта опорной втулки с опорной шейкой шпинделя в передней ГШО, можно принять  $L = 1$ ,  $L_1 = 0,1$  и  $\varepsilon = 0,5$  [6].

Тогда из выражений (5) получим окончательные значения:

$$w = 0,33 k_f d^2 p_{\text{н}} \quad \text{и} \quad j = 0,7 k_f d^2 p_{\text{н}} / h_0. \quad (6)$$

Значения  $w$  и  $j$  максимальны, если при  $k = 4$  сила  $f$  направлена между карманами, а при  $k = 6$  — на середину кармана. Вращение вектора силы  $f$  относительно несущих карманов при растачивании периодически изменяет значение  $k_f$  и создает параметрическое биение шпинделя с частотой  $2kn$ , где  $n$  — частота вращения. При резонансе с собственной частотой шпинделя амплитуда параметрического биения значительно увеличивается. Ее можнократно уменьшить, если один круговой ряд карманов сместить по окружности относительно другого ряда на  $45^\circ$  при  $k = 4$  или на  $30^\circ$  при  $k = 6$ . В такой ГШО частота параметрического биения удваивается, резонансная амплитуда значительно уменьшается, а значение коэффициента  $k_f$  практически не

меняется и можно принять:  $k_f \approx 0,86$  при  $k = 4$ ;  $k_f \approx 0,94$  при  $k = 6$ .

При перекосе и изгибе консольно нагруженного шпинделя передняя опорная шейка шпинделя поворачивается на угол  $\gamma$ . При этом в карманах левого и правого кругового ряда возникает разность давлений, которая создает восстанавливающий реактивный момент

$$M = 0,25 k_f d^3 p_{\text{н}} (L - L_1) W, \quad (7)$$

где  $W$  находится из формул (5) при  $\varepsilon = 0,25\gamma d(L - L_1)/h_0$ .

Из выражения (7) определим угловую жесткость рассматриваемой ГШО:

$$j_\gamma \equiv \frac{dM}{d\gamma} = \frac{k_f d^4 p_{\text{н}} (L - L_1)^3}{128 h_0 [1 + (L - L_1)/\pi]}. \quad (8)$$

Из выражения (8) при  $L = 1$  и  $L_1 = 0,1$  получим  $j_\gamma \approx 4,4 \cdot 10^{-3} k_f d^4 p_{\text{н}} / h_0$ .

Из уравнений (2) и (3) определим суммарный расход рабочей жидкости:

$$q_\Sigma = 4(q_{\text{пн}} + q_{\text{нр}}) = \frac{\pi h_0^3}{12\mu L_1} (2p_{\text{н}} - p_{\text{кн}} - p_{\text{кр}}). \quad (9)$$

При  $L_1 = 0,1$  и  $\varepsilon < 0,5$  получим  $\approx 4,4 \cdot 10^{-3} k_f \times d^4 p_{\text{н}} / h_0$ .

Мощность, необходимая для нагнетания рабочей жидкости,

$$N_{\text{н}} = q_\Sigma p_{\text{н}} \approx 2,6 p_{\text{н}}^2 h_0^3 / \mu. \quad (10)$$

Мощность, необходимая при вращении шпинделя для преодоления жидкостного трения в дросселирующих щелевых зазорах карманов

$$N_{\text{п}} = \mu (\pi dn)^2 s_{\text{п}} / h_0, \quad (11)$$

где  $s_{\text{п}} = 3\pi d^2 [L_1 + k(L - 3L_1)L_1]$  — общая площадь дросселирующих перемычек карманов. При  $k = 4$ ,  $L = 1$  и  $L_1 = 0,1$  получим  $N_{\text{п}} \approx 12\mu d^4 n^2 / h_0$ .

Мощность для преодоления жидкостного трения в самих карманах при вращении шпинделя с учетом циркуляции жидкости по глубине кармана и ламинарного или турбулентного режима ее движения [6],

$$N_{\text{к}} \approx 40(\mu n^2 d^2 s_{\text{к}}) \Psi / h_{\text{к}}, \quad (12)$$

где:

$$\Psi = \begin{cases} 1 \text{ при ламинарном движении} \\ (\text{Re} < \text{Re}_{\text{кр}}) \\ 0,04 \text{Re}^{0,57} \text{ при турбулентном движении} \\ (\text{Re} > \text{Re}_{\text{кр}}) \end{cases};$$

$Re = \pi d \rho h_k / \mu \approx (60 \div 80) \rho / \mu$  — значение числа Рейнольдса в карманах;

$Re_{кр} = 42,3(d/h_0)^{0,5} \approx 1900 \div 2100$  — критическое значение числа Рейнольдса, соответствующее переходу ламинарного движения в турбулентное;

$\rho$  — плотность рабочей жидкости;

$h_k > (50 \div 100)h_0$  — глубина несущих карманов;

$s_k = \pi dl - s_{II} \approx 1,9d^2$  — общая площадь несущих карманов.

Значение  $N_k$  обычно считают малым и не учитывают, однако при большой частоте вращения оно становится существенным.

Из выражений (10), (11) и (12) следует, что зависимость суммарной мощности  $N_{\Sigma} = N_H + N_{II} + N_K$  от параметров  $h_0$  и  $\mu$  имеет экстремум-минимум. Диапазон выбора значений  $h_0 \approx (4 \div 5)10^{-4}d$  невелик и ограничен снизу возможной точностью изготовления ГШО, а сверху необходимостью увеличения ее жесткости и уменьшения расхода рабочей жидкости. Поэтому минимум суммарной мощности следует обеспечить выбором оптимальной динамической вязкости рабочей жидкости, которая при  $k = 4$ ,  $L = 1$  и  $L_1 = 0,1$  определяется по формуле  $\mu_{опт} \approx 0,46\rho h_0^2 / (d^{-2}n)$ . В качестве рабочей жидкости используют нефтяные масла  $\mu = (5 \div 45)10^{-9}$  Нс/мм<sup>2</sup> или техническую воду с антикоррозионными добавками  $\mu \approx 10^{-9}$  Нс/мм<sup>2</sup>.

Чтобы обеспечить достаточное быстродействие ГШО, совокупность значений  $h_0$ ,  $\rho_H$ ,  $d$ ,  $\mu$  должна удовлетворять безразмерному динамическому критерию  $\sigma = \mu r_0 / \sqrt{m_{ш} \rho_H h_0^5} \in [50 \div 150]$ , где  $m_{ш}$  — приведенная к ГШО масса шпинделя. При  $\sigma < 50$  ГШО имеет колебательный или апериодический переходный процесс, а при  $\sigma > 150$  — неколебательный (монотонный).

При вращении шпинделя нагрузочные характеристики ГШО увеличиваются из-за гидродинамического эффекта, влияние которого следует учитывать умножением значений  $w$  и  $j$ , определенных согласно формулам (6), на коэффициент  $k_n = (1 + 0,1\Lambda)^{0,5}$ , где  $\Lambda = \mu n d^2 / (\rho_H h_0^2)$  — безразмерный скоростной критерий.

Результаты расчета ГШО по разработанной методике сравнивали с методикой, которую обычно используют в инженерной практике [7, с. 222—224]. При  $d = l = 100$  мм;  $l_1 = 10$  мм;  $h_0 = 0,04$  мм;  $\rho_H = 3$  Н/мм<sup>2</sup>;  $e = 0,02$  мм;  $k = 4$ ;  $k_f = 1$ ;  $\mu = 7 \cdot 10^{-9}$  Н·с/мм<sup>2</sup>;  $n = 1600$  мин<sup>-1</sup> получили следующие значения:

по разработанной методике:  $w = 9900$  Н,  $j = 52 \cdot 10^4$  Н/мм,  $q_{\Sigma} = 7,1 \cdot 10^4$  мм<sup>3</sup>/с,  $N_{\Sigma} = N_q + N_{II} + N_k = 213 + 149 + 36 = 398$  Вт;

по методике [7]:  $w = 11\,250$  Н,  $j = 56 \cdot 10^4$  Н/мм,  $q_{\Sigma} = 7 \cdot 10^4$  мм<sup>3</sup>/с,  $N_{\Sigma} = N_q + N_{II} = 213 + 160 = 373$  Вт.

Методика [7] завышает нагрузочную способность ГШО на 13,6 % и жесткость на 7,7 %, так как не учитывает влияние кругового перетекания рабочей жидкости из нагружаемых в разгружаемые карманы. Кроме того, методика [7] не учитывает влияние на нагрузочные характеристики углового направления радиальной нагрузки и частоты вращения шпинделя, а также массы шпинделя на переходный процесс ГШО.

С учетом влияния этих факторов: при  $k_f = 0,71$  получим  $w = 7986$  Н и  $j = 39,8$  Н/мм; при  $\mu_{опт} \approx 8 \cdot 10^{-9}$  Н·с/мм<sup>2</sup> получим  $q_{\Sigma} = 6,2$  мм<sup>3</sup>/с и  $N_{\Sigma} = 356$  Вт; при  $n = 1600$  мин<sup>-1</sup> получим  $k_n = 1,18$ ; при  $m = 25$  кг  $\approx 25 \cdot 10^{-3}$  Н·с<sup>2</sup>/мм получим  $\sigma = 138$ .

На рисунке, б показана расчетная схема аналогичной радиально-осевой (конической) ГШО, нагрузочные характеристики которой зависят от ее радиальной  $s_p = 0,5(d_{max} + d_{min})(l - l_1)k_f$  и осевой  $s_o \approx 0,8(d_{max}^2 - d_{min}^2)(l - l_1/l)$  эффективной площади, где  $d_{max}$  и  $d_{min}$  — максимальный и минимальный диаметры конуса. Коническая ГШО создает осевую силу  $f_o = s_o \rho_H / 2$ , которую должна уравновешивать вторая опора шпинделя (для вертикального шпинделя необходимо учитывать его вес). Осевая нагрузочная способность и жесткость уравновешенной конической ГШО  $w_o \leq 0,5f_o$  и  $j_o \approx (f_o/h_0)\sin\alpha$ , где  $\alpha = \arctg[(d_{max} - d_{min})/(2l)]$  — угол конуса (при  $s_o/s_p = 3/4$ ,  $\alpha = 30^\circ$ ).

Радиальные нагрузочные характеристики, расход рабочей жидкости и затраты мощности для конической ГШО определяются по формулам (6), (9), (10)—(12) при  $d = (d_{max} + d_{min})/2$ .

## Выводы

1. Представлены новые технические решения для радиальной и радиально-осевой (конической) ГШО с пассивным дроссельным регулированием нагнетания рабочей жидкости, которые технологичны, удобны для проектного расчета, не требуют настройки сопротивления входных дросселей и обладают дополнительными функциональными возможностями.

2. Разработана методика проектного расчета, которая позволяет:

найти оптимальную совокупность параметров ГШО, которая обеспечивает максимальные нагрузочные характеристики при минимальной мощности и наибольшем быстродействии;

аналитически (без использования специальных компьютерных программ) рассчитать нагрузочные, энергетические и динамические характеристики ГШО с учетом изменения углового направления радиальной нагрузки, кругового перетекания рабочей жидкости из нагружаемых в разгружаемые несущие карманы, частоты вращения и массы шпинделя.

В. И. СЕМЁНОВ, канд. техн. наук, А. Ю. ЧИРКОВ, д-р физ.-мат. наук (МГТУ им. Н. Э. Баумана),  
e-mail: chirkov@bmstu.ru

## Механизм формирования структуры в метастабильном расплаве и оценка ее пространственного масштаба

Предложена оценка дендритного параметра на основе предположения о формировании пространственной структуры твердой фазы в метастабильном переохлажденном расплаве (МПР). Затвердевание МПР рассматривается в квазихимическом приближении, предполагающем переходное состояние, соответствующее системе идеального раствора. Показано, что размеры структурной ячейки зависят от соотношения скорости диффузии в пределах ячейки и скорости отвода теплоты. Теоретическая оценка параметра структуры согласуется с экспериментальной зависимостью.

**Ключевые слова:** метастабильный расплав, дендритный параметр, скорость охлаждения, зона сегрегации, диффузия.

An estimate of the dendritic parameter based on the assumption of the formation of the spatial structure of the solid phase in a metastable supercooled melt (MSM) is proposed. The solidification of MSM is considered in the quasi-chemical approximation, which assumes a transition state corresponding to the ideal solution system. It is shown, that the dimensions of the structural cell depend on the ratio of the diffusion rate within the cell and the rate of heat removal. The theoretical estimate of the structure parameter is consistent with the experimental dependence.

**Keywords:** metastable melt, dendritic parameter, cooling rate, segregation zone, diffusion.

В исследованиях условий затвердевания металлов и сплавов была обнаружена зависимость [1, 2]

$$d = av_c^{-1}, \quad (1)$$

где  $d$  — расстояние между ветвями дендрита второго порядка (дендритный параметр);  $v_c$  — скорость

охлаждения расплава;  $a$  и показатель степени  $n$  — постоянные.

Недендритная (равноосная) структура образуется наряду с дендритной при повышенных скоростях охлаждения [1]. При обработке расплава модификаторами она образуется даже при низких скоростях охлаждения. Размер недендритного зерна соизмерим с дендритным параметром в широком диапазоне скоростей охлаждения [3].

По результатам многочисленных исследований зависимость (1) относят к числу фундаментальных закономерностей [4–6]. В настоящее время она используется как при расчете структуры и других свойств сплавов, так и при других технологических расчетах. Предпринимались попытки связать постоянные  $a$  и  $n$  со свойствами сплава и его компонентов (коэффициенты диффузии, параметры структуры фронта кристаллизации и др.) [7–12]. Однако однозначного влияния характеристик сплава пока не найдено. Можно говорить только о тенденции роста величины  $d$  с повышением коэффициента диффузии и понижением легирования сплава. По экспериментальным данным значение  $n$  находится в диапазоне  $0,2 \div 0,5$ , что, по-видимому, связано с условиями зарождения и формирования новой фазы. Например, для равноосной кристаллизации  $n \approx 1/3$ .

При исследовании упаковки в межатомном пространстве частиц (атомов), связанных ближним и дальним порядком, с привлечением метода ренормализационной группы [13] показано, что энергия флуктуаций используется атомами для преодоления энергетического барьера, что позволяет "находить путь" к упаковке с их взаимным симметрич-



(Окончание статьи. Начало см. на стр. 3)

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. Шатохин С. Н. Теория и методы проектирования адаптивных гидростатических и аэростатических шпиндельных опор и направляющих металлорежущих станков: Дис. ... д-ра техн. наук. Красноярск: ФГАОУ ВО "Сибирский федеральный университет". 2010. 390 с.
2. Пат. RU 2654453. Гидростатический подшипник.
3. Шатохин С. Н., Коднянко В. А., Зайцев В. П. Функциональные возможности радиальной адаптивной гидростатической опоры // Машиноведение. 1986. № 4. С. 85–91.

4. Шатохин С. Н., Брунгардт М. В., Курзаков А. С. Самоустанавливающиеся адаптивные гидростатические шпиндельные опоры // СТИН. 2015. № 3. С. 13–16.

5. Шатохин С. Н. Расчет и оптимизация нагрузочных характеристик шпиндельных узлов с гидростатическими подшипниками // Станки и инструмент. 1987. № 3. С. 17–18.

6. Шатохин С. Н. Расчет и минимизация потерь мощности в гидростатических подшипниках // Станки и инструмент. 1989. № 9. С. 16–19.

7. Металлорежущие станки / В. Э. Пуш, В. Г. Беляев, А. А. Гаврюшин и др. Под ред. В. Э. Пуша // М.: Машиностроение, 1985. 256 с.

ным расположением, соответствующем симметрии в электронном обменном взаимодействии.

Характерными явлениями при затвердевании считаются восходящая диффузия и ликвация компонентов расплава. Локализация этих явлений связана с дендритным параметром, который можно рассматривать как параметр структуры метастабильной металлической системы [14, 15]. В настоящей работе определяем возможность оценки дендритного параметра и установления его связи со свойствами расплава. Для этого рассматриваем отношение  $V/S$  системы, состоящей из подобных структурных элементов (ячеек), где  $V$  — объем ячейки,  $S$  — площадь ее поверхности.

Любую фазу считаем метастабильной. Учитываем, что переход в новое состояние происходит за определенный промежуток времени — характерное "время жизни" метастабильной фазы. В физическом материаловедении метастабильное состояние расплава принято характеризовать величиной переохлаждения  $\Delta T$  относительно равновесного ликвидуса. Примем, что при температуре ниже равновесного ликвидуса система охлаждается с конечной скоростью  $v_c$ . Характерное время охлаждения (время жизни метастабильной фазы) представим в виде

$$\tau_c = \Delta T_c / v_c,$$

где  $\Delta T_c$  — докристаллизационное переохлаждение метастабильного расплава.

Частица (атом) конденсированной среды может изменить энергетическое состояние и связи с соседними частицами (атомами) за счет потоков тепловой энергии и путем диффузии. При оценке уровня вариаций энергии, предполагаем, что перед затвердеванием метастабильный раствор эволюционирует к системе типа "идеальный раствор" [16]. Такой подход известен как квазихимическое приближение. Необходимое соотношение между процессами тепло- и массопереноса в рамках принятого рассмотрения выдерживается для областей метастабильного расплава, пространственный масштаб которых соизмерим с дендритным параметром.

При термодинамически равновесном сосуществовании исходной жидкой и возникшей твердой фаз принято считать, что их химические потенциалы равны. При равновесной температуре фазового перехода  $T_{eq}$  изменение фазового состава может происходить при бесконечной длительности процесса. В реальных условиях затвердевание происходит в течение конечного времени, определяемого скоростью охлаждения. Отметим, что переохлаждение является необходимым условием затвердевания, обеспечивающим отвод выделяемой теплоты переохлаждаемым расплавом, и фазовым пере-

ходом. Возникающая при этом неравновесность порождает некомпенсированные термодинамические силы, действие которых может привести к формированию локальных по месту и времени структур в определенных областях метастабильного расплава.

Так как предполагается оценивать формирование данных структур в расплаве, то нет необходимости рассматривать условия образования зародышей новой фазы. Представим объем расплава как набор ячеек с общей границей, к которой прилегает зона сегрегации, обогащенная наиболее активными частицами. В переохлажденном расплаве наибольшие активность и подвижность имеют частицы, состояние которых соответствует наивысшему энергетическому уровню. Наибольшая энергия свойственна состоянию чистого компонента. Группы неассоциированных частиц (центральный атом с ближними соседями) имеют избыток свободной энергии, что позволяет им сформировать конфигурацию, в которой ближние соседи расположены симметрично.

Считая, что в зоне сегрегации концентрация неассоциированных частиц велика, можно представить расплав в зоне сегрегации как "идеальный раствор" с химическим потенциалом

$$g \approx g^*(T, p) + RT \ln C,$$

где  $g^*(T, p)$  — химический потенциал чистого компонента;  $R$  — универсальная газовая постоянная;  $C$  — мольная доля неассоциированных частиц ( $C \approx 1$ ).

Предположительно перенос неассоциированных частиц в зону сегрегации осуществляется посредством диффузии. Интенсивность переноса согласуется со скоростью охлаждения. Время  $\tau_D$  диффузии частиц из объема  $V$ , ограниченного поверхностью площадью  $S$ , найдем из соотношения

$$\frac{CV}{\tau_D} \approx \frac{D \Delta C}{r} S,$$

где  $\Delta C$  — изменение мольной доли неассоциированных частиц в пределах зоны сегрегации,  $r = V/S$  — характерный размер.

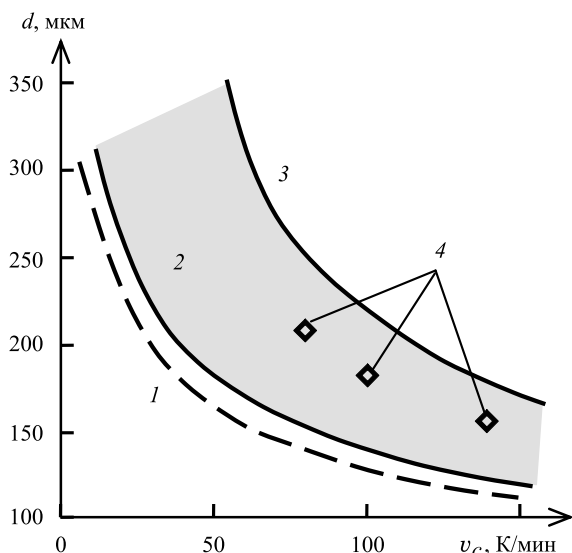
Следовательно, обратное время диффузии

$$\tau_D^{-1} \approx \frac{D \Delta C}{r^2 C}.$$

Приравняв времена охлаждения и диффузии, приходим к соотношению

$$r \approx \sqrt{\frac{D \Delta T_c \Delta C}{v_c C}}.$$





**Зависимости дисперсности  $d$  дендритной структуры сплава ЖС26 от скорости  $v_c$  охлаждения:**

1 — расчет по эмпирической зависимости (1) при  $n = 1/3$ ; 2 и 3 — границы диапазона для продукции, получаемой в производственных условиях; 4 — расчет по формуле (2)

Полагая, что  $\Delta C \ll C$ , получим:

$$\Delta g \approx RT\Delta C/C.$$

В результате имеем оценку пространственного масштаба в следующем виде:

$$r \approx \sqrt{\frac{D\Delta g\Delta T_c}{RT}} v_c^{-1/2}. \quad (2)$$

Физический смысл параметра  $r$  указывает на то, что его величина устанавливается из условия согласования со скоростью накопления неассоциированных частиц в зоне сегрегации, поскольку подвижность самих частиц (атомов) ограничена коэффициентом  $D$  диффузии. Как известно, если процесс роста новой фазы лимитируется диффузией, то пространственным масштабом, определяющим структуру, является значение дендритного параметра  $d$ . Если считать, что рост ветвей дендритов происходит в зоне сегрегации, то можно приближенно полагать  $d \approx 2r$ . Видим, что оценка (2) качественно согласуется с экспериментальной зависимостью (1), а значение показателя степени  $n = 1/2$  принадлежит указанному для зависимости (1) диапазону. Соотношение (2) можно рассматривать как предельную оценку, а величину  $\Delta g$  принять равной энергии  $A$  активации диффузии.

Количественное соответствие зависимости (2) рассмотрим на конкретном примере никелевого сплава ЖС26. Используем следующие значения:  $T = 1820$  К, энергия активации диффузии никеля  $A = 270$  кДж/моль, коэффициент диффузии никеля

в жидкой фазе  $D = 10^{-9}$  м<sup>2</sup>/с. Для сравнения используем данные из работы [6], полученные при скоростях охлаждения  $v_c = 1,5; 2,0$  и  $2,5$  К/с и переохлаждении  $\Delta T_c = 0,7; 0,8; 0,9$  К соответственно. Приведенный рисунок показывает приемлемое согласие нашей оценки.

То обстоятельство, что по сравнению с предложенной зависимостью (2) в экспериментах наблюдается меньшее значение  $n$ , связано с приближенным характером нашей оценки, не учитывающей, в частности, наличие больших градиентов температуры при высоких скоростях охлаждения. Кроме того, учет температурной зависимости параметров под знаком квадратного корня в выражении (2) с увеличением скорости охлаждения также приводит к отклонению от "закона 1/2".

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Добаткин В. И.** Непрерывное литье и литейные свойства сплавов. М.: Металлургия, 1975. 186 с.
2. **Гуляев Б. Б.** Затвердевание и неоднородность стали. М.: Металлургиздат, 1950. 228 с.
3. **Эскин Г. И.** Недендритная кристаллизация легких сплавов при ультразвуковой обработке расплава // Металлургия машиностроения. 2003. № 4. С. 11–15.
4. **Флемингс М.** Процессы затвердевания. М.: Мир, 1977. 423 с.
5. **Dantzig J. A., Rappaz M.** Solidification. Lausanne: EPFL Press, 2009. 618 p.
6. **Каблов Е. Н.** Литые лопатки газотурбинных двигателей (сплавы, технология, покрытие). М.: МИСИС, 2001. 631 с.
7. **Ефимов В. А.** Разливка и кристаллизация стали. М.: Металлургия, 1976. 552 с.
8. **Проблемы металловедения цветных сплавов /** Отв. ред. акад. Н. М. Жаворонков. М.: Наука, 1978. С. 193–200.
9. **Morris D. G.** Rapid-solidification phenomena // Metal science. 1982. V. 16. N. 9. P. 457–464.
10. **Мирошниченко И. С.** Закалка из жидкого состояния. М.: Металлургия, 1982. 168 с.
11. **Herlach D. M.** Non-equilibrium solidification of undercooled metallic melts // Mater. Sci. Eng. 1994. V. R12. N. 4–5. P. 177–272.
12. **Herlach D. M., Galenco P., Holland-Moritz D.** Metastable solids from undercooled melts. Amsterdam: Elsevier, 2006. 448 p.
13. **Ma S.-K.** Modern Theory of Critical Phenomena. New York: Addison-Wesley, 1989. 545 p.
14. **Семенов В. И.** Некомпенсированное преобразование вещества из жидкой фазы в твердую при затвердевании металлов и сплавов // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2017. № 9. С. 65–72.
15. **Семенов В. И.** Самоорганизованный обмен веществом и образование новых фаз при затвердевании металлов и сплавов // Вестник МГТУ. Сер. Естественные науки. 2018. № 3. С. 91–102.
16. **Кристиан Дж.** Теория превращений в металлах и сплавах. Ч. 1. Термодинамика и общая кинетическая теория. М.: Мир, 1978. 806 с.

В. Е. ЩЕРБА, д-р техн. наук, А. С. ТЕГЖАНОВ, А. П. БОЛШТЯНСКИЙ, д-р техн. наук (ОмГТУ),  
e-mail: Scherba\_V\_E@list.ru

## Математическая модель рабочих процессов сжатия и нагнетания в бескрейцкопфной поршневой гибридной энергетической машине при значительном отношении номинальных давлений нагнетания в компрессорной и насосной секциях

Разработана математическая модель работы бескрейцкопфной поршневой энергетической машины со значительным отношением номинальных давлений нагнетания в компрессорной и насосной секциях. Исследована динамика границы раздела фаз в щелевом уплотнении. Рассмотрен прорыв газа из компрессорной секции через щелевое уплотнение в насосную секцию. Установлены основные численные соотношения параметров работы машины. Численный эксперимент подтвердил концептуальную модель прорыва газа в насосную секцию.

**Ключевые слова:** компрессор, насос, математическая модель, поршневая гибридная энергетическая машина, рабочий процесс, давление всасывания.

A mathematical model of the operation of a cross-free piston power machine with a significant ratio of nominal suction pressures in the compressor and pump sections is developed. The dynamics of the phase division boundary in the gap seal is studied. A breakthrough of gas from the compressor section through the gap seal into the pump section is considered. The basic numerical relationships of machine operation parameters are determined. A numerical experiment confirmed the conceptual model of gas breakthrough into the pump section.

**Keywords:** compressor, pump, mathematical model, piston hybrid energy machine, workflow, suction pressure.

Одним из основных путей совершенствования компрессоров и насосов объемного действия является объединение их в единый агрегат, названный поршневой гибридной энергетической машиной [1]. Благодаря такому объединению улучшается охлаждение компрессора, ликвидируются утечки в цилиндропоршневой группе, уменьшается работа сил трения и увеличивается кавитационный запас у насоса [2]. Использование бескрейцкопфной схемы гибридной энергетической машины позволяет упростить конструкцию и улучшить массогабаритные показатели поршневой гибридной энергетической машины (ПГЭМОД) [3].

В большинстве практических случаев насосная секция ПГЭМОД может использоваться для прокачки жидкости через рубашку и теплообменники (межступенчатые и концевые). Учитывая интенсив-

ное охлаждение компрессорной секции, можно значительно увеличивать давление нагнетания в ней. Таким образом, при работе ПГЭМОД мы имеем высокое давление нагнетания в компрессорной секции и низкое — в насосной секции. Принимая во внимание, что номинальные давления всасывания в насосной и компрессорной полостях одинаковы и равны атмосферному давлению, представляется целесообразным рассмотреть процессы сжатия и нагнетания, протекающие одновременно на угле поворота  $\pi \leq \varphi \leq 2\pi$  в рабочих полостях насосной и компрессорной секций ПГЭМОД.

### Математическая модель рабочих процессов

Принципиальная схема бескрейцкопфной поршневой гибридной энергетической машины с указанием объемных и массовых потоков представлена на рис. 1. Перед составлением математической

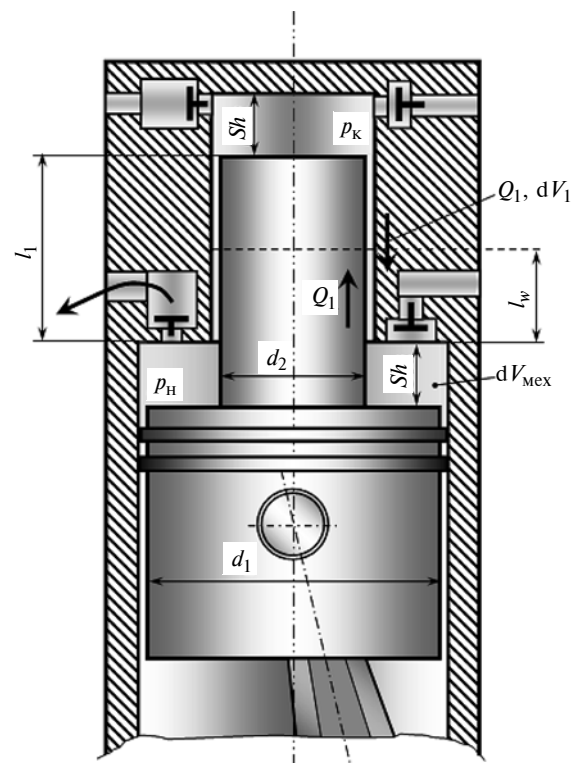


Рис. 1. Принципиальная схема бескрейцкопфной поршневой гибридной энергетической машины

модели рабочих процессов представляется целесообразным рассмотреть физическую модель протекающих процессов. В начальный момент времени поршень находится в нижней мертвой точке (НМТ) и начинает двигаться вверх к верхней мертвой точке (ВМТ). Уровень жидкости в щелевом уплотнении занимает некое начальное положение  $l_{\text{вн}}$ , которое может находиться в пределах  $0 \leq l_{\text{вн}} \leq l_1$ . При движении поршня вверх в компрессорной и насосной секциях происходит процесс сжатия. Вследствие того, что кривая сжатия в насосной секции идет круче, чем в компрессорной, жидкость на длинном этапе начинает поступать из насосной секции в щелевой зазор, и высота  $l_{\text{вн}}$  слоя жидкости в нем начинает увеличиваться. При достижении давления нагнетания в насосной секции нагнетательный клапан открывается и рост давления в нагнетательной секции прекращается, а в компрессорной секции давление продолжает увеличиваться. Это приведет к тому, что жидкость из щелевого зазора начнет поступать в насосную секцию и величина слоя жидкости в нем начнет уменьшаться. На определенном угле поворота величина этого слоя станет равной нулю. В это время в компрессорной секции может идти либо процесс сжатия, либо процесс нагнетания.

Далее газ, поступающий в насосную секцию, будет выдавливать жидкость из насосной секции и между клапанной плитой и жидкостью, находящейся над поршнем, появится прослойка газа. При дальнейшем движении поршня вверх жидкость, находящаяся над поршнем, будет выдавливать слой газа в линию нагнетания насоса, а затем будет подаваться часть жидкости. После этого часть газа, поступающего из щелевого уплотнения, выдавит часть жидкости и описанные процессы будут повторяться. Таким образом, через нагнетательный клапан насоса в линию нагнетания будут подаваться порционно газ и жидкость. Газ, поступающий в нагнетательную линию, необходимо отделять от жидкости. В компрессорной секции после окончания процесса сжатия начнется процесс нагнетания. В момент достижения поршнем ВМТ процессы нагнетания газа и жидкости прекращаются и начинаются процессы обратного расширения.

#### Фаза подъема жидкости в щелевом уплотнении

Рассмотрим фазу подъема жидкости в щелевом уплотнении, которая характеризуется следующими условиями:

$$p_{\text{н}} \leq p_{\text{н.н}}; \quad p_{\text{н}} \geq p_{\text{к}},$$

где  $p_{\text{н}}$ ,  $p_{\text{к}}$  — текущие значения давления в насосной и компрессорной полостях;  $p_{\text{н.н}}$  — номинальное давление нагнетания в насосной секции.

При пренебрежении тепловым взаимодействием и учете только деформационного и массообменного взаимодействий текущее давление в насосной полости определится как [4]

$$p_{\text{н}} = p_{\text{н.в}} + E_{\text{в}} \left( \ln \frac{V_{\text{в.н}}}{V_{\text{н}}} + \ln \frac{M_{\text{н}}}{M_{\text{в.н}}} \right), \quad (1)$$

где  $p_{\text{н.в}}$  — давление жидкости в насосной секции в начале процесса сжатия (практически равно номинальному давлению всасывания);  $E_{\text{в}}$  — модуль упругости жидкости;  $V_{\text{в.н}} = \frac{\pi}{4} Sh(d_2^2 - d_1^2)(1 + a_{\text{м.н}})$  — объем насосной полости в начале процесса сжатия;  $Sh$  — полный ход поршня;  $d_1$ ,  $d_2$  — большой и малый диаметр поршня (цилиндра);  $a_{\text{м.н}}$  — относительный мертвый объем в насосной секции;  $M_{\text{в.н}} = V_{\text{в.н}}\rho_{\text{в}}$  — масса жидкости в насосной секции в начале процесса сжатия;  $\rho_{\text{в}}$  — плотность жидкости.

Текущее значение объема насосной секции может быть определено как

$$V_{\text{н}} = F_{\text{н}} \frac{Sh}{2} \left[ (1 - \cos\varphi) + \frac{\lambda}{4} (1 - \cos 2\varphi) \right] + V_{\text{м.н}},$$

где  $F_{\text{н}} = \frac{\pi}{4} (d_2^2 - d_1^2)$  — площадь поршня в насосной секции;  $V_{\text{м.н}}$  — мертвый объем в насосной секции;  $\lambda$  — отношение хода поршня к удвоенной длине шатуна;  $Sh$  — полный ход поршня.

Изменение массы жидкости в насосной секции при отсутствии утечек жидкости в картер машины составляет

$$dM = dM_1.$$

При определении утечек жидкости через щелевое уплотнение из насосной секции в компрессорную примем следующие основные допущения [5]:

1. Течение жидкости в зазоре ламинарное и квазистационарное.
2. Расположение поршня в цилиндре концентричное.
3. Расход жидкости, обусловленный фрикционным движением, пренебрежимо мал.

С учетом принятых допущений значение элементарной массы  $dM_1$  определится как

$$dM_1 = Q_1 \rho_{\text{в}} dt.$$

Учитывая наличие в щелевом зазоре газа и жидкости, значение величины  $Q_1$ , можно определить как [6]

$$Q_1 = \frac{\pi d_1 \delta^3}{12 \mu_w l_w} (p_{\text{н}} - p_3),$$

$$\text{где } p_3 = \frac{p_H + \frac{\mu_w l_w}{\mu_\Gamma l_\Gamma} p_K}{1 + \frac{l_w \mu_w}{l_\Gamma \mu_\Gamma}} - \text{давление в щелевом уплотнении}$$

в сечении раздела фаз между жидкостью и газом;  $\delta$  — радиальный зазор между поршнем и цилиндром;  $\mu_w$  и  $\mu_\Gamma$  — коэффициенты динамической вязкости жидкости и газа;  $p_K$  — текущее давление в компрессорной секции;  $l_w$ ,  $l_\Gamma$  — длины щелевого уплотнения, занятые жидкостью и газом.

Текущее давление в компрессорной секции с учетом переменной массы определяется как [7]

$$p_K = p_{в.с} \left( \frac{V_{в.с} M_K}{V M_{в.с}} \right)^n,$$

где  $p_{в.с}$ ,  $V_{в.с}$ ,  $M_{в.с}$  — давление, объем и масса газа в начале процесса сжатия;  $M_K$  — значение текущей массы газа в компрессорной секции.

Для процесса сжатия в компрессорной секции с достаточной степенью точности можно принять, что изменение массы газа в рабочей полости компрессорной секции равно утечкам в щелевом уплотнении; изменение высоты жидкостного слоя и, соответственно, газового слоя можно определить как

$$dl_w = -dl_\Gamma = \frac{Q d\tau}{F_{щ}},$$

где  $F_{щ} = \frac{\pi}{4} [(d_1 + 2\delta)^2 - d_1^2]$  — площадь щели между поршнем и цилиндром.

При дальнейшем движении поршня нагнетательный клапан в насосной секции открывается, и следующая фаза характеризуется соотношениями давлений:

$$p_H \geq p_{н.н}; \quad p_H \geq p_K.$$

Уменьшение массы в рабочей полости насосной секции из-за подачи жидкости в линию нагнетания определяется как

$$dM_{2w} = \alpha_{щ} f_{щ} \sqrt{2\rho_w(p_H - p_{н.н})} d\tau, \quad (2)$$

где  $\alpha_{щ}$  и  $f_{щ}$  — коэффициенты расхода и площадь прохода в щели нагнетательного клапана.

Высоту  $h_H$  запорного органа определяют в общем случае из уравнения динамики самодействующего клапана, которое в одномассовой постановке имеет вид [8]:

$$m_{пр} \frac{d^2 h_H}{d\tau^2} = \Sigma Fi, \quad (3)$$

где  $m_{пр}$  — приведенная масса запорного органа;  $\tau$  — время;  $\Sigma Fi$  — сумма сил, действующих на запорный

орган, включая силы давления жидкости, упругости пружины, трения и тяжести.

Площадь прохода в щели нагнетательного клапана определится как

$$f_{щ} = \pi d_{кл} h_H, \quad (4)$$

где  $d_{кл}$  — диаметр нагнетательного клапана.

С учетом подачи жидкости в линию нагнетания изменение массы в насосной полости составит

$$dM_w = dM_{1w} + dM_{2w}.$$

Необходимо отметить, что при малых объемах рабочей полости насоса использование формул (1) и (2) для расчета процесса нагнетания вызывает необходимость уменьшения шага интегрирования  $\Delta t$  и, соответственно, увеличения числа узлов интегрирования. В этом случае представляется целесообразным для расчета процесса нагнетания в насосной секции использовать уравнение сохранения энергии в виде уравнения Бернулли.

Тогда в соответствии с работой [9] имеем:

$$p_H = p_{н.н} + \frac{v_H^2}{2} \rho_w (1 + \zeta_{кл}) - \frac{v_\Pi^2}{2} \rho_w,$$

где  $v_\Pi = \frac{Sh}{2} \omega \left( \sin \varphi + \frac{\lambda}{2} \sin 2\varphi \right)$  — мгновенная скорость поршня,  $\zeta_{кл}$  — коэффициент сопротивления нагнетательного клапана.

Учитывая, что основные потери давления обусловлены процессом расширения, имеем:

$$\zeta_{кл} = \left( \frac{\omega_{н.т}}{f_{щ}} - 1 \right)^2,$$

где  $\omega_{н.т}$  — площадь нагнетательного трубопровода

в насосной секции;  $v_H = \frac{v_\Pi f_\Pi}{\omega_{н.т}}$  — скорость движения жидкости в нагнетательном трубопроводе.

### Фаза опускания жидкости в щелевом уплотнении

Третья фаза движения жидкости в щелевом зазоре характеризуется следующим соотношением давлений:  $p_H > p_{н.н}$ ;  $p_H < p_K$ .

В этом случае уровень жидкости в щелевом уплотнении начинает уменьшаться:

$$dl_w = - \frac{\pi d_1 \delta^3}{12 \mu_w l_w F_{щ}} (p_K - p_3) d\tau.$$

Необходимо отметить, что при рассмотрении этой фазы движения в компрессорной секции может наблюдаться либо процесс сжатия, либо процесс нагнетания.

В случае процесса нагнетания изменение массы в компрессорной полости определится как [10]

$$dM_k = \alpha_k f_k \varepsilon_p \sqrt{2(p_k - p_{к.н})} \rho_{к.н} d\tau,$$

где  $\alpha_k$  и  $f_k$  — коэффициент расхода и площадь прохода в щели нагнетательного клапана компрессорной секции;  $\varepsilon_p$  — коэффициент расширения потока;  $p_{к.н}$  — номинальное давление нагнетания в компрессорной секции;  $\rho_{к.н}$  — плотность нагнетаемого газа.

Значение  $f_k$  и высота подъема запорного органа самодействующего нагнетательного клапана в компрессорной секции определяются по уравнениям, аналогичным уравнениям (4) и (3).

### Фаза прорыва газа в линию нагнетания насосной секции

Четвертая фаза движения жидкости в зазоре начинается в тот момент, когда высота слоя жидкости в щелевом уплотнении под действием перепада давления достигает нулевого значения:  $l_w = 0$  при  $p_n < p_k$ .

В этот момент на жидкость, находящуюся в рабочей полости насоса, будет действовать давление  $p_k$  в компрессорной секции, под действием которого жидкость из рабочей полости начнет поступать в линию нагнетания насосной секции.

Объем  $dV_{2wi}$  жидкости, поступающей в линию нагнетания, составит:

$$dV_{2wi} = \alpha_{щ} f_{щ} \sqrt{\frac{2(p_k - p_{н.н})}{\rho_w}} d\tau.$$

В случае, если объем  $dV_{2wi}$  вытесняемой жидкости превышает изменение  $dV_{kwi}$  объема рабочей полости, обусловленное кинематикой механизма привода, в рабочую полость насосной секции прорывается газ, объем которого определится как

$$dV_{gi} = dV_{2wi} - dV_{kwi}.$$

Здесь  $dV_{kwi} = F_{п} \frac{Sh}{2} \omega \left| \sin \varphi + \frac{\lambda}{2} \sin 2\varphi \right| d\tau$ , где  $\omega$  — угловая скорость коленчатого вала.

### Фаза удаления газа из насосной секции

На следующем временном шаге  $\tau_{i+1} = \tau_i + \Delta\tau$  в случае, если  $dV_{кwi(i+1)}$  меньше значения  $dV_{gi}$ , объем  $dV_{2\Gamma(i+1)}$  выталкиваемого газа в линию нагнетания, будет равен  $dV_{кwi(i+1)}$ , а новое значение величины  $dV_{2\Gamma(i+1)}$  составит:

$$dV_{\Gamma(i+1)} = dV_{gi} - dV_{2\Gamma(i+1)}.$$

В случае, если  $dV_{gi} < dV_{кwi(i+1)}$ , в линию нагнетания насосной секции будет выталкиваться газ в объеме  $dV_{2\Gamma(i+1)} = dV_{gi}$  и часть жидкости объемом  $dV_{2w(i+1)} = dV_{кwi(i+1)} - dV_{gi}$ .

В дальнейшем описанные процессы повторяются. В момент достижения поршнем ВМТ процессы нагнетания в насосной и компрессорной полостях прекращаются.

## Результаты работы

Разработанная математическая модель рабочих процессов бескрейцкопфной поршневой гибридной энергетической машины с высоким отношением номинальных давлений нагнетания в компрессорной и насосной секциях реализована в виде пакета прикладных программ для ЭВМ. Проведен численный эксперимент качественного подтверждения основных положений моделей и установления количественных соотношений. Объектом исследования являлась бескрейцкопфная поршневая гибридная энергетическая машина со следующими основными геометрическими и эксплуатационными параметрами:  $d_2 = 0,06$  м;  $d_1 = 0,05$  м; частота вращения коленчатого вала  $n_{к.в} = 500$  мин<sup>-1</sup>;  $Sh = 0,04$  м;  $S = 50$  мкм;  $l_1 = 0,02$  м — длина щелевого уплотнения в момент нахождения поршня в НМТ;  $n = 1,2$ ;  $p_{н.н} = 0,2$  МПа;  $p_{н.к} = 1$  МПа;  $a_{м.н} = 0,2$ ;  $a_{м.к} = 0,1$ ; начальное положение границы раздела фаз в щелевом уплотнении со стороны компрессорной секции  $l_{г.н} = 0,8l_1$ ; диаметр нагнетательного клапана насосной секции и максимальная высота его подъема —  $d_{кл.н} = 0,015$  м и  $h_n = 0,003$  м; диаметр нагнетательного клапана компрессорной секции и максимальная высота его подъема —  $d_{кл.к} = 0,005$  м и  $h_k = 0,02$  м; сжимаемый газ — воздух; капельная жидкость — вода.

На рис. 2 представлены индикаторные диаграммы в насосной и компрессорной секциях, а на рис. 3 — изменения высоты слоя жидкости в щелевом уплотнении.

Из представленных результатов можно сделать вывод, что при изменении угла поворота коленчатого вала от  $\varphi = \pi$  до  $\varphi = 4,8$  рад высота слоя жидкости увеличивается (при таком  $\varphi$  давление в на-

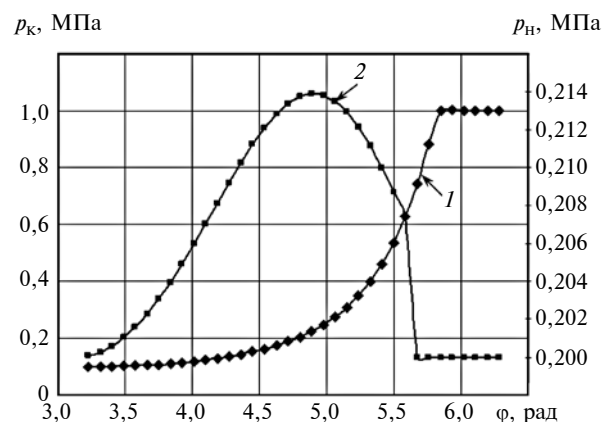


Рис. 2. Индикаторные диаграммы в компрессорной (1) и насосной (2) секциях

сосной секции превышает давление в компрессорной секции). Затем при изменении угла  $\varphi$  от 4,8 до 5,67 рад высота слоя жидкости уменьшается до нулевого значения (в этом случае давление в компрессорной секции увеличивается с 2,044 до 7,42 бар). Затем при изменении угла  $\varphi$  от 5,67 рад до  $2\pi$  происходит прорыв газа из компрессорной секции через щелевое уплотнение в насосную секцию.

Необходимо отметить, что прорыв газа в насосную секцию, как было учтено при разработке математической модели, имеет периодический характер. Представленные на рис. 4 результаты математического моделирования подтверждают это предположение. При  $\varphi = 5,93$  рад жидкость в насосной секции полностью вытесняет газ.

На рис. 4 показано изменение объема газа, появляющегося в насосной секции. Газ начинает появляться в насосной секции при угле поворота  $\varphi = 5,67$  рад, т. е. с момента прорыва его из компрессорной секции в насосную.

На рис. 5 и 6 представлены изменения массы газа и массы жидкости, подаваемой на нагнетание в насосную секцию с момента прорыва газа

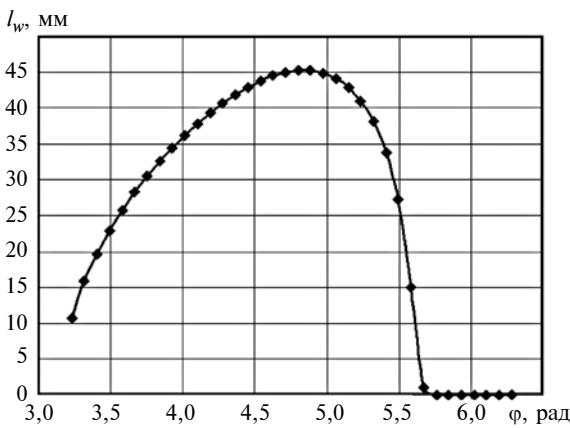


Рис. 3. Зависимость изменения высоты  $l_w$  слоя жидкости в щелевом уплотнении от угла  $\varphi$  поворота коленчатого вала

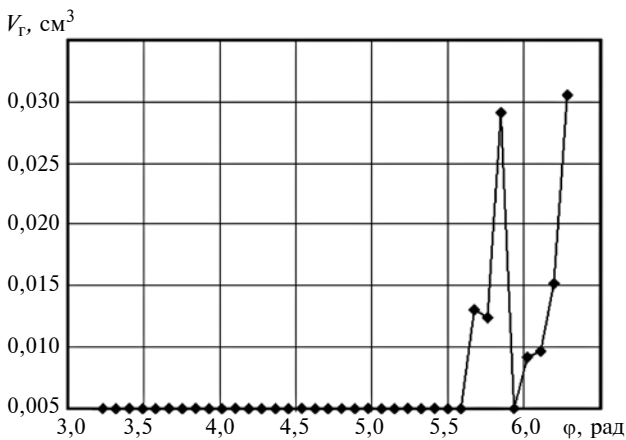


Рис. 4. Зависимость объема  $V_g$  газа, появляющегося в насосной секции, от угла  $\varphi$  поворота коленчатого вала

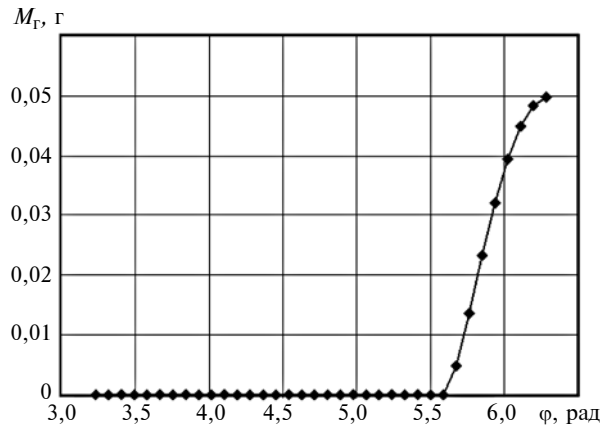


Рис. 5. Зависимость массы  $M_g$  газа, подаваемого в линию нагнетания насосной секции с момента начала его прорыва, от угла  $\varphi$  поворота коленчатого вала

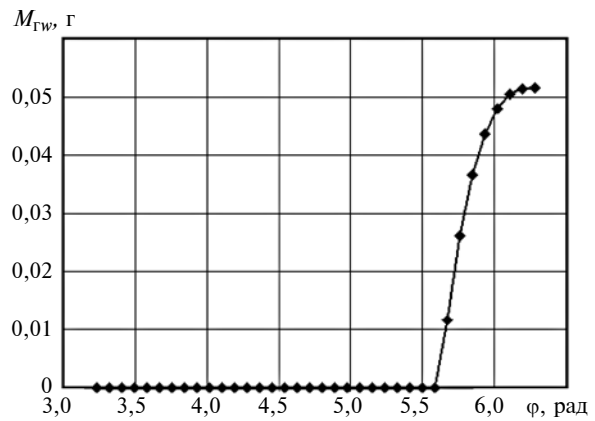


Рис. 6. Зависимость массы  $M_{gw}$  жидкости, подаваемой в линию нагнетания насосной секции с момента прорыва газа в насосную секцию, от угла  $\varphi$  поворота коленчатого вала

( $\varphi = 5,67$  рад) до окончания процесса нагнетания ( $\varphi = 2\pi$ ).

Безусловно, масса подаваемой жидкости в этой фазе работы насосной секции намного превышает массу газа, прорвавшегося в линию нагнетания насосной секции, и соотношение  $M_g/M_{2w}$  к концу процесса нагнетания составляет 4,87 % (где  $M_g$  — масса газа, подаваемого в линию нагнетания насосной секции,  $M_{2w}$  — масса жидкости, подаваемой в линию нагнетания с момента прорыва газа в насосную секцию).

Необходимо отметить, что кривые, представленные на рис. 5 и 6, имеют интегральное значение и определяются как

$$M_g = \int_{\varphi_{пр}}^{2\pi} dM_g \text{ и } M_{2w} = \int_{\varphi_{пр}}^{2\pi} dM_{2w},$$

где  $\varphi_{пр}$  — угол поворота коленчатого вала, соответствующий началу прорыва газа в насосную секцию.

Отметим также, что характер кривых  $M_g$  и  $M_{2w}$  весьма близок.

М. Н. КИРСАНОВ, д-р физ.-мат. наук (НИУ "МЭИ", г. Москва), e-mail: c216@ya.ru

## Кинематический анализ и деформации плоской решетки с произвольным числом панелей

Получены формулы для расчета деформаций статически определимой решетки под действием нагрузок двух типов в ее плоскости, в зависимости от числа панелей, расположенных вдоль одной стороны решетки. Проанализированы два варианта крепления решетки. Найден случаи кинематической изменяемости конструкции. Показано распределение усилий в стержнях решетки. Получены зависимости силового нагружения некоторых стержней от параметров конструкции.

**Ключевые слова:** ферма, решетка, деформация, точное решение, прогиб, индукция, система Maple.

Formulae are obtained for calculating the deformations of a statically determinate lattice under the action of two types of loads in its plane, depending on the number of panels located along one side of the lattice. Two options for fixing the lattice are analyzed. Cases of kinematic variability of the structure are found. The distribution of forces in the rods of the lattice is shown. The dependences of the force loading of some rods on the design parameters are obtained.

**Keywords:** truss, lattice, deformation, exact solution, deflection, induction, Maple system.

### Постановка задачи, математическая модель

Легкие, простые в монтаже и недорогие решетчатые конструкции широко используются в машиностроении и как элементы корпусов, и как ограж-

дающие конструкции [1, 2]. В настоящей работе рассматривается прямоугольная статически определимая упругая решетка (рис. 1) с целью вывести аналитические зависимости для деформаций решетки под действием различных нагрузок в ее плоскости и проанализировать влияние закрепления конструкции на ее жесткость. Сравниваются два случая крепления решетки: четырьмя жесткими стержнями по углам решетки (рис. 1) и закрепление неподвижными шарнирами в нижнем поясе (рис. 2).

Для расчета прогиба в символьной форме по формуле Максвелла — Мора необходимо получить усилия в стержнях также в символьной форме. Пользуясь программой [3, 4], написанной для системы компьютерной математики Maple, найдем эти усилия. Для этого в программу вводятся координаты узлов и структура решетки в виде векторов, координаты которых являются номерами концов стержней. В программе составляется матрица системы уравнений равновесия всех узлов, правая часть которой содержит внешние нагрузки. В систему Maple встроены удобные операторы для решения системы линейных уравнений, отличающиеся от общеизвестных только тем, что скорость их работы крайне небольшая, что связано, безусловно, с затратами времени на символьные преобразования и упрощение результатов. Последнее необходимо,



(Окончание статьи. Начало см. на стр. 10)

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Расчет** течения жидкости в щелевом уплотнении насос-компрессора, выполненном в виде гидродиода / В. Е. Щерба, А. Ю. Кондюрин, В. В. Шалай и др. // Химическое и нефтегазовое машиностроение. 2016. № 4. С. 30—34.
2. **Анализ** основных преимуществ объединения компрессоров и насосов объемного действия в единый агрегат / В. Е. Щерба, А. П. Болштянский, С. Ю. Кайгородов, Д. А. Кузеева // Вестник машиностроения. 2015. № 12. С. 15—19.
3. **Пат. RU № 2644424**. МПК: F04B 19/06. Гибридная машина с тронковым поршнем.
4. **Анализ** деформационного, массообменного и теплового взаимодействия в процессе сжатия в насосах объемного действия / В. Е. Щерба, В. В. Шалай, А. Ю. Кондюрин и др. // Вестник машиностроения. 2018. № 10. С. 16—20.
5. **О соотношении** массовых потоков жидкости и давлений нагнетания между насосной и компрессорной по-

стоями в поршневой гибридной энергетической машине / В. Е. Щерба, А. П. Болштянский, Г. А. Нестеренко и др. // Химическое и нефтегазовое машиностроение. 2016. № 4. С. 35—38.

6. **Насос-компрессоры**. Рабочие процессы и основы проектирования / В. Е. Щерба, А. П. Болштянский, В. В. Шалай и др. М.: Машиностроение, 2013. 368 с.

7. **Исследование** процессов сжатия и расширения в поршневом компрессоре / В. Е. Щерба, А. П. Болштянский // Известия вузов СССР. Энергетика. 1981. № 11. С. 123—125.

8. **Поршневые** компрессоры. Т. 1. М.: Колос, 2006. 397 с.

9. **Equations** of relative pressure losses in processes of suction and injection of piston pump / V. E. Scherba, V. V. Shalay, G. S. Averyanov // Advances in Engineering Research. V. 158. International Conference on Aviamechanical Engineering and Transport. P. 356—359.

10. **Щерба В. Е.** Рабочие процессы компрессоров объемного действия. М.: Наука, 2008. 319 с.

иначе решения могут занимать несколько экран-ных страниц. В такой форме результаты неудобны в использовании и не поддаются анализу. По сравнению с известными аналогичными задачами [5–7] решение поставленной задачи значительно сложнее. Индуктивные обобщения частных решений, полученных для ферм с увеличивающимся числом панелей, здесь требует расчета от 26 до 34 ферм. При этом в ходе решения было замечено, что для некоторых ферм с числом панелей  $n = 3k - 2$ , где  $k = 1, 2, 3, \dots$ , решения нет — определитель системы уравнений равновесия обращается в ноль. Этот факт проявляется только при символьном решении, при численном же решении вырождение определителя можно не заметить. Известно, что обращение определителя в ноль в таких задачах соответствует ки-

нематическому вырождению конструкции, которая превращается в мгновенно изменяемый механизм. В качестве подтверждения была найдена схема возможных скоростей узлов (рис. 3), справедливая для обоих случаев закрепления. Из рассмотрения мгновенных центров скоростей очевидно соотношение:  $u/h = v/a$ . Выявить картину возможных скоростей и установить факт изменяемости решетки помог кинематический критерий И. М. Рабиновича [8], согласно которому наличие замкнутого контура (на рис. 3 выделен) свидетельствует об изменяемости решетки.

Исключим из расчетов недопустимые числа панелей и введем функцию  $n = (6k + 1 - (-1)^k)/4$  и новый параметр  $k$  — счетчик в последовательности индуктивного вывода искомой формулы. Введенная

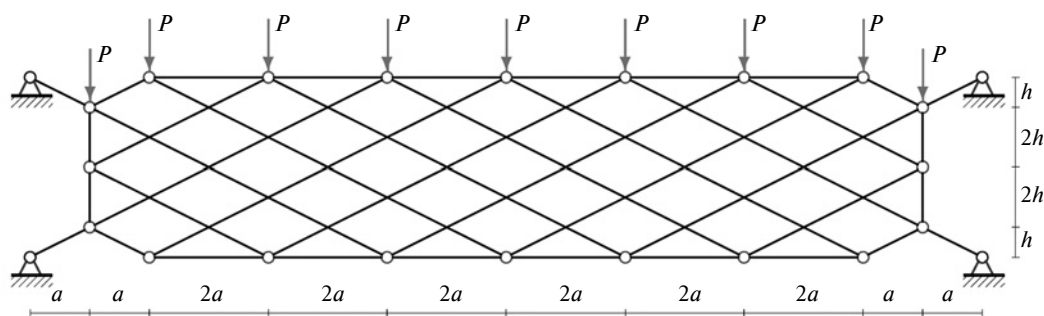


Рис. 1. Закрепление решетки в угловых точках (схема 1),  $n = 3$

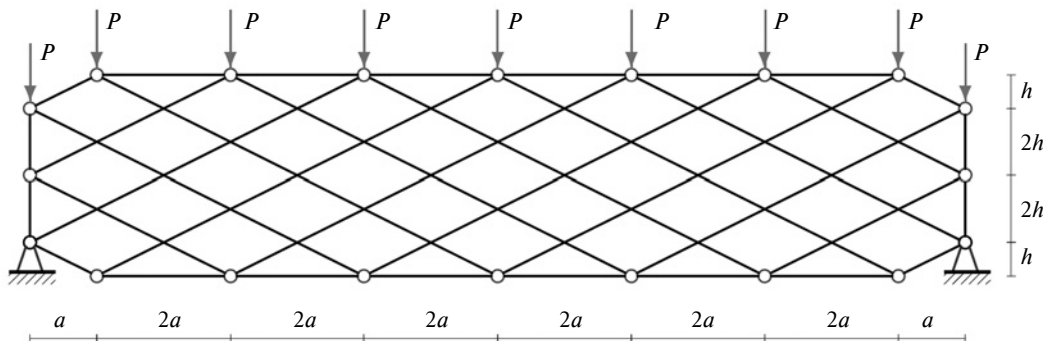


Рис. 2. Закрепление решетки на неподвижных шарнирах (схема 2),  $n = 3$

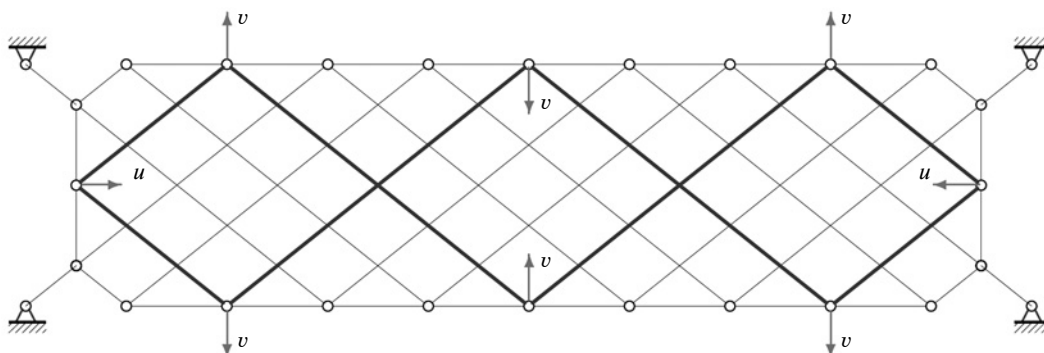


Рис. 3. Схема возможных скоростей узлов изменяемой решетки,  $n = 4$



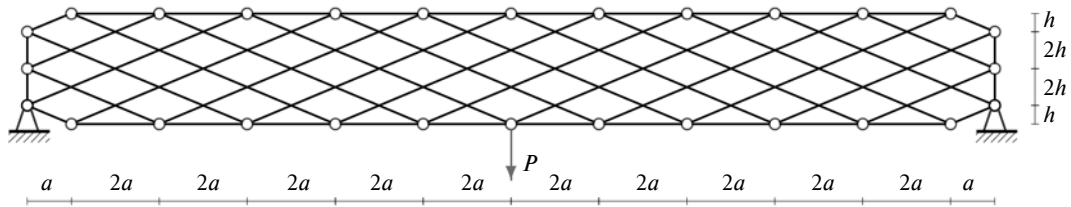


Рис. 4. Схема опор 2. Нагружение сосредоточенной силой  $P$ ,  $n = 5$

функция принимает только допустимые значения числа  $n$ , при которых решетка неизменяема. Прогиб вычисляем по формуле Максвелла — Мора:

$$\Delta = \sum_{i=1}^{m-4} S_i^{(P)} S_i^{(1)} l_i / (EF),$$

где  $S_i^{(P)}$  — усилие в стержне  $i$  от заданной нагрузки;  $S_i^{(1)}$  — усилие в этом же стержне от единичной силы, приложенной к середине нижнего пояса;  $l_i$  — длина стержня;  $EF$  — его жесткость. Принято, что все стержни имеют одинаковую жесткость, а четыре опорных стержня — недеформируемые.

### Решение

#### Распределенная нагрузка

Индукция по 26 фермам дает формулу для прогиба вида:

$$\Delta = P(A_k a^3 + C_k c^3 + H_k h^3) / (2h^2 EF). \quad (1)$$

Для определения зависимости коэффициентов формулы (1) от  $k$ , получены рекуррентные уравнения для членов последовательностей этих коэффициентов, определенных при расчетах ферм с различным числом панелей. Последовательность двадцати шести коэффициентов  $A_k$  имеет вид: 0, 20, 20, 156, 264, ..., 130 380, 148 716, 182 244, 205 280. Оператор `rgf_findrecur` из специализированного пакета `genfun` системы Maple позволяет по этой последовательности получить следующее рекуррентное уравнение:

$$A_k = A_{k-1} + 2A_{k-2} - 2A_{k-3} + A_{k-4} - A_{k-5} - 4A_{k-6} + 4A_{k-7} + A_{k-8} - A_{k-9} + 2A_{k-10} - 2A_{k-11} - A_{k-12} + A_{k-13},$$

решение которого дает оператор `rsolve`:

$$A_k = (30k^4 - 20(\cos 2\varphi + 1)k^3 + 46(3\cos 2\varphi + 1)k^2 + 96(\sin \varphi + 2\cos 2\varphi + \cos \varphi + 2)k - 31\cos 2\varphi + 96\cos \varphi - 65) / 32,$$

где для сокращения записи введено обозначение  $\varphi = \pi k / 2$ .

Последовательность меньшей длины не выявляет закономерность в образовании коэффициентов.

Аналогично, но только из более простых уравнений получаются и другие функции:

$$C_k = (2(36\cos 2\varphi + 39)k^2 + 2(63\cos 2\varphi + 67)k - 8\sin \varphi + 31\cos 2\varphi + 8\cos \varphi + 25) / 8,$$

$$H_k = 2(\cos 2\varphi + 1)k + 2\cos 2\varphi - 8\cos \varphi + 4.$$

Для случая закрепления двумя шарнирами (см. рис. 2) имеем следующие коэффициенты в формуле (1):

$$A_k = (30k^4 + 4(8\sin \varphi + 8\cos \varphi - 5\cos 2\varphi + 15)k^3 + (64\sin \varphi + 32\cos \varphi - 30\cos 2\varphi - 10)k^2 + 8(13\cos 2\varphi - 4\cos \varphi - 5)k - 128\sin \varphi + 96\cos \varphi + 57\cos 2\varphi - 153) / 32;$$

$$C_k = (6k^2 + 2(3 - 28\sin \varphi - 28\cos \varphi + 27\cos 2\varphi)k - 48\sin \varphi - 8\cos \varphi + 27\cos 2\varphi - 19) / 8;$$

$$H_k = 2(\sin \varphi - \cos \varphi + 1)k + 2\sin \varphi - 8\cos \varphi + 3\cos 2\varphi + 5.$$

#### Сосредоточенная нагрузка

Рассмотрим случай нагружения одной силой. Приложим ее в обоих случаях крепления в средней точке нижнего пояса, т. е. в той же точке, где определяется прогиб (рис. 4).

В этом случае длина последовательностей коэффициентов, необходимая для выявления закономерности их образования, меньше. Меньше и степени полиномов по  $k$ :

$$A_k = (2k^3 - (\cos 2\varphi + 1)k^2 + (11\cos 2\varphi + 21)k + 6\cos 2\varphi - 12\cos \varphi - 12\sin \varphi + 6) / 4;$$

$$C_k = (6(2(-1)^k + 3)k + 3(-1)^k + 7) / 2;$$

$$H_k = 4(1 + (-1)^k).$$

Для случая 2 закрепления двумя шарнирами (см. рис. 2) имеем следующие коэффициенты в формуле (1):

$$A_k = (2k^3 + (4\cos \varphi - \cos 2\varphi + 4\sin \varphi + 3)k^2 + (25 - 8\cos \varphi - \cos 2\varphi + 16\sin \varphi)k + 12 - 12\cos \varphi) / 4;$$

$$C_k = (6(3 - 2\cos \varphi + 2\sin \varphi)k - 4\cos \varphi - 3\cos 2\varphi + 8\sin \varphi + 9) / 2;$$

$$H_k = 4(\sin \varphi - \cos \varphi + 1).$$

## Сравнительный анализ прогиба

Рассмотрим некоторые примеры применения полученных формул и сравним влияние схемы крепления на жесткость конструкции. Введем обозначение для относительного прогиба:  $\Delta' = \Delta EF / (P'L)$ , где  $P' = (2n + 3)P$  — суммарная нагрузка на решетку. Зафиксируем длину решетки  $L = 2(2n + 1)a$ . На рис. 5 приведены зависимости относительного прогиба  $\Delta'$  от числа  $k$  панелей для крепления решетки на четырех стержнях (линия 1) и на двух шарнирах (штриховая линия 2) при  $L = 1$  м,  $h = 0,1$  м. Обе линии условны, так как в действительности решение справедливо лишь при целых значениях  $k$ , а отрезки, соединяющие точки решения, даны лишь для наглядности и представления общего хода решения. Заметны характерные для таких задач скачки. Небольшое изменение числа панелей (или параметра  $k$ , монотонно с ним связанного) может существенно увеличить или уменьшить жесткость конструкции. Особенно это касается закрепления на четырех стержнях. Крепление на двух шарнирах любом случае дает большую жесткость решетки, но в некоторых точках ( $k = 7, 11, 15, \dots$ ) жесткость этих креплений с большой точностью совпадает.

Зависимость же прогиба  $\Delta'$  от числа панелей при действии сосредоточенной силы существенно отличается от случая распределенной нагрузки (рис. 6). Во-первых, относительные прогибы заметно больше, если всю нагрузку сразу приложить в одной точке. Во-вторых, два рассмотренных варианта решетки закрепления уже не отличаются принципиально: прогибы с увеличением числа панелей (при фиксированной длине решетки) растут почти синхронно и совпадают уже на целых участках зависи-

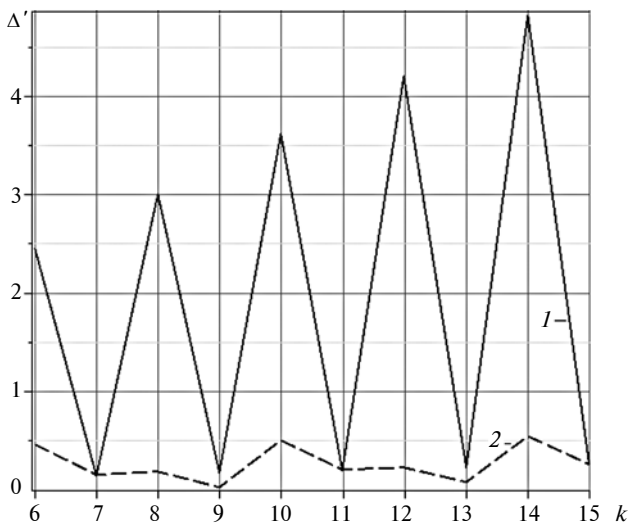


Рис. 5. Зависимость прогиба  $\Delta'$  от числа  $k$  панелей при распределенной нагрузке:

1 — крепление стержнями; 2 — крепление шарнирами

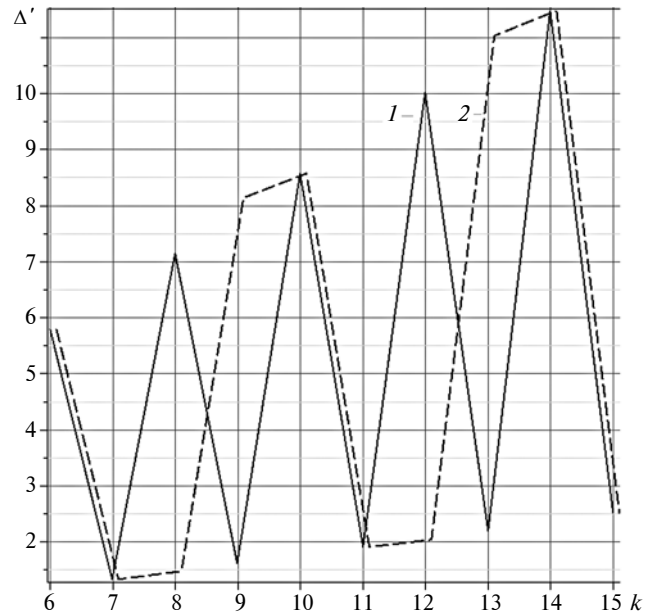


Рис. 6. Зависимость прогиба  $\Delta'$  от числа  $k$  панелей при сосредоточенной нагрузке:

1 — крепление стержнями; 2 — крепление шарнирами

мости 1 и 2 (для наглядности линия 2 на рис. 6 условно немного смещена).

## Распределение усилий

Графические возможности системы Maple в сочетании с аналитическим видом решения позволяют легко отследить полную картину напряженного состояния решетки и сравнить способы ее крепления. На рис. 7 и 8 штриховыми линиями показаны растянутые стержни, сплошные линии соответствуют сжатым стержням; толщина линий пропорциональна модулям усилий, цифры означают относительные величины  $S_i^{(P)} / P$  соответствующих усилий. Несколько неожиданным оказалось то, что при креплении решетки в угловых точках (схема 1, см. рис. 1) усилия казались везде больше, чем при креплении на двух шарнирах, а при схеме 2 больше стержней испытывают сжимающие усилия.

Методом уже описанной индукции можно получить и точные формулы для усилий  $S_V$ ,  $S_O$ ,  $S_U$  в некоторых характерных стержнях конструкции (на рис. 8 обозначение усилия в них). Для схемы 1 имеем формулы:

$$S_V = P((3(-1)^k - 1)k - 4 + 4(-1)^k)/4;$$

$$S_O = -Pa(6k^2 + 2(3 - \cos 2\varphi))k - \cos 2\varphi - 8\sin\varphi + 8\cos\varphi - 7)/(16h);$$

$$S_U = Pa(6k^2 + 2(3 - \cos 2\varphi))k - \cos 2\varphi + 8\sin\varphi - 8\cos\varphi + 9)/(16h).$$

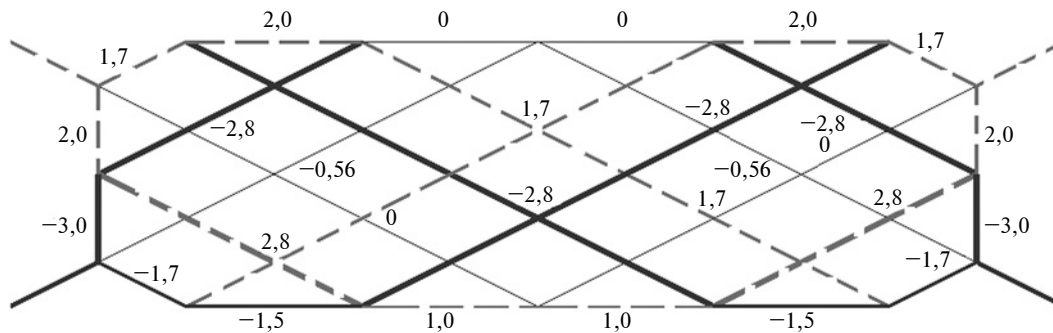


Рис. 7. Распределение усилий в стержнях по схеме 1,  $k = 1$ ,  $n = 2$

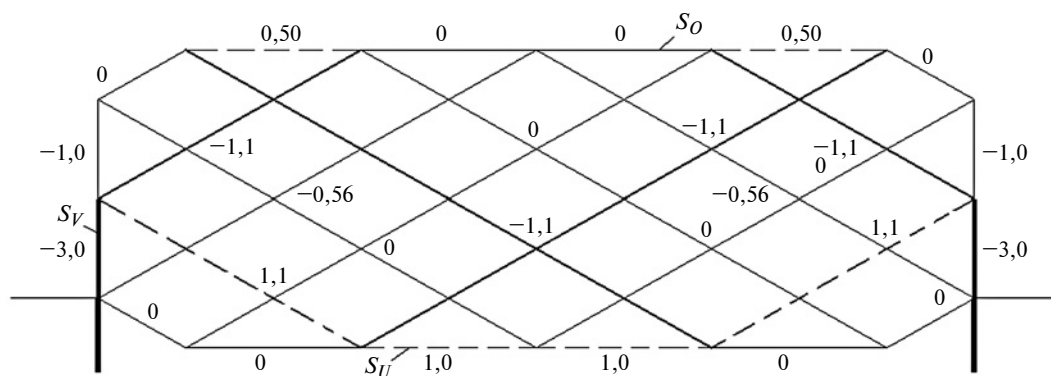


Рис. 8. Распределение усилий в стержнях по схеме 2,  $k = 1$ ,  $n = 2$

Усилия  $S_O$ ,  $S_U$  в стержнях поясов для схемы 2 вычисляются по тем же формулам, а усилия в нижних боковых стойках по формуле

$$S_V = P((-1)^k - 2k - 3)/2.$$

### Заключение

В настоящей работе получены два главных результата: во-первых, рассмотренная схема стержневой решетки допускает точное решение для произвольного числа панелей; во-вторых, схема имеет опасную, не заметную на первый взгляд конструктивную особенность: при определенном числе панелей решетка становится мгновенно изменяемой, что подтверждается найденной картиной распределения возможных скоростей узлов. Сравнение же двух схем закрепления решетки показало преимущества одного и недостатки другого способа закрепления. Тестовые расчеты и графики, полученные по выведенным аналитическим зависимостям, свидетельствуют о скачкообразном характере изменения относительного прогиба при изменении числа панелей. Это дает основание предполагать, что разумный и соответствующий рекомендациям, вытекающим из решения, выбор числа панелей может существенно увеличить жесткость решетки. Для этого в некоторых случаях число панелей достаточно изменить всего на одну панель, следя, конечно, при этом, чтобы это число не было равным

критическому числу, при котором конструкция становится изменяемым механизмом. Все полученные формулы, выводы и алгоритм аналитического решения могут быть использованы при проектировании решетчатых конструкций в машиностроении.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Feng L. J., Wu L. Z., Yu G. C.** An Hourglass truss lattice structure and its mechanical performances // *Materials & Design*. 2016. Т. 99. С. 581–591. <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2016.03.100>
2. **O'Masta M. R.** et al. The fracture toughness of octet-truss lattices // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2017. Т. 98. С. 271–289. <https://doi.org/10.1016/j.jmps.2016.09.009>
3. **Кирсанов М. Н.** Расчет жесткости стержневой решетки // *Вестник машиностроения*. 2015. № 8. С. 49–51.
4. **Kirsanov M. N.** Installation diagram of the lattice truss with an arbitrary number of panels // *Magazine of Civil Engineering*. 2018. 81 (5). P. 174–182. doi: 10.18720/MCE.81.17
5. **Осадченко Н. В.** Аналитические решения задач о прогибе плоских ферм арочного типа // *Строительная механика и конструкции*. 2018. Т. 1. № 16. С. 12–33.
6. **Осадченко Н. В.** Расчет прогиба плоской неразрезной статически определимой фермы с двумя пролетами // *Постулат*. 2017. № 12. С. 1–9.
7. **Широков А. С.** Аналитический расчет смещения опоры балочной фермы с верхними шпренгелями // *Строительная механика и конструкции*. 2017. № 2 (15). С. 11–14.
8. **Рабинович И. М.** Курс строительной механики стержневых систем. 2-е изд. Ч. 1. Статически определенные системы. М.—Л.: Стройиздат, 1950. 388 с.

А. Г. ПОПОВИЧ, канд. техн. наук (национальный университет "Запорожская политехника", Украина, г. Запорожье),  
e-mail: machinesmechanics@gmail.com

## Применение критерия суммарного износа поверхностного слоя зубьев колес при определении геометрических параметров косозубой передачи

На основе теории эвольвентной зубчатой передачи с учетом закономерностей процесса изнашивания выведены формулы для определения суммы толщин изношенного слоя на сопряженных быстро изнашивающихся участках активных поверхностей зубьев ведущего и ведомого колес косозубой передачи. Составлено уравнение, связывающее такие значения коэффициентов смещения производящей рейки для колес косозубой передачи, которые минимизируют большую из сумм скоростей изнашивания на этих участках. Решение уравнения численным методом для косозубой передачи со стандартным межосевым расстоянием позволяет определить эти значения коэффициентов смещения, при которых продолжительность работы передачи до достижения допустимой суммы толщин изношенного слоя на указанных участках будет максимальной.

**Ключевые слова:** эвольвентная косозубая передача, коэффициент смещения, производящая рейка, удельное скольжение, контактное напряжение, толщина износа.

Formulas for determination of worn-out layer thickness sum on the mating rapidly wearing areas of teeth active surfaces of driving and driven helical gear wheels are deduced on the basis of involute gearing theory considering the laws of wear process. An equation of the linkage between such values of basic rack shift coefficients for the helical gear wheels which minimize the greater sum of wear rates on these areas is derived. Solution of this equation by numerical method for the helical gear having standard distance between axes allows determining these values of shift coefficients with which operating period of this gear until achievement of the permissible worn-out layer thickness sum on the mentioned areas will be maximal.

**Keywords:** involute helical gear, displacement coefficient, producing rack, specific slip, contact stress, wear thickness.

### Постановка проблемы и анализ публикаций

Цилиндрические эвольвентные передачи являются наиболее распространенным видом зубчатых передач, они применяются в разных областях техники, в широком диапазоне вращающих моментов, окружных скоростей и при различных условиях работы. По сравнению с прямозубыми передачами косозубые эвольвентные передачи характеризуются большей плавностью зацепления, что снижает дополнительные динамические нагрузки на зубья

колес и детали привода. Кроме того, при одинаковых габаритных размерах нагрузочная способность косозубой передачи выше, поскольку у нее суммарная длина контактных площадок больше, чем у прямозубой передачи во время однопарного зацепления.

При проектировочном расчете зубчатой передачи необходимо научно обоснованно определить ее геометрические параметры, чтобы при заданных условиях работы эта передача имела высокую долговечность. Закрытые зубчатые передачи машин, работающих в среде, содержащей абразивные частицы, должны соответствовать критериям сопротивления усталостным контактным разрушениям и сопротивлениям изгибным поломкам зубьев колес, а также критерию стойкости зубьев к изнашиванию.

Основными геометрическими параметрами, определяемыми при проектировании цилиндрической косозубой передачи, являются: межосевое расстояние  $a_w$ , ширина  $b_w$  зубчатых венцов, нормальный модуль  $m_n$  зацепления, угол  $\beta$  наклона линии зуба на делительных цилиндрах колес, числа зубьев  $z_1$  и  $z_2$ , коэффициенты  $x_1$  и  $x_2$  смещения производящей рейки для ведущего и ведомого колес.

Для расчета межосевого расстояния закрытой косозубой передачи с внешним зацеплением используется формула, выведенная из условия контактной выносливости зубьев колес, которая в стандартной методике [1] представлена в виде:

$$a_w^{calc} = 430(|i_{12}| + 1) \sqrt[3]{\frac{T_2 K_{H\beta}}{\psi_{ba} i_{12}^2 \sigma_{HP}^2}}, \quad (1)$$

где  $a_w^{calc}$  — расчетное межосевое расстояние, мм;  $T_2$  — длительно действующий постоянный или эквивалентный вращающий момент на валу ведомого зубчатого колеса, Н·м;  $K_{H\beta}$  — коэффициент, учитывающий неравномерность распределения нагрузки по ширине зубчатого венца;  $\psi_{ba}$  — коэффициент ширины зубчатых венцов колес относительно межосевого расстояния;  $\sigma_{HP}$  — допускаемое контактное напряжение при расчете на контактную выносливость, МПа;  $i_{12} = \omega_1/\omega_2$  — передаточное отношение;  $\omega_1$  и  $\omega_2$  — угловые скорости ведущего и ведомого зубчатых колес.

Значение коэффициента  $\psi_{ba}$  принимают в зависимости от расположения зубчатых колес относительно опор валов передачи и твердости рабочих

поверхностей зубьев, тогда ширина зубчатых венцов  $b_w = \psi_{ba} a_w$ .

В стандартной методике [1] также приведена формула для расчета минимально необходимого модуля зацепления, выведенная из условия изгибной выносливости зубьев. Но, как правило, нормальный модуль зацепления рассчитывают как  $m_n = b_w / \psi_{bm}$ , причем коэффициент  $\psi_{bm}$  принимают в зависимости от твердости поверхностного слоя зубьев колес и ориентировочных сведений о жесткости валов и опор зубчатой передачи [2].

Угол  $\beta$  наклона линии зуба на делительных цилиндрах колес целесообразно назначить таким, чтобы коэффициент  $\varepsilon_\beta$  осевого перекрытия был равен или близок к натуральному числу. Для этого угол  $\beta$  рассчитывают [3] по формуле:

$$\beta = \arcsin(\pi m_n \varepsilon_\beta / b_w). \quad (2)$$

Если коэффициент  $\varepsilon_\beta$  равен натуральному числу, то суммарная длина  $L_{cont}$  контактных площадок остается постоянной в процессе зацепления, что способствует снижению динамических нагрузок в косозубой передаче. Длина  $L_{cont}$  определяется [4] по формуле:

$$L_{cont} = \varepsilon_\alpha b_w / \cos \beta_b, \quad (3)$$

где  $\varepsilon_\alpha$  — коэффициент торцевого перекрытия;  $\beta_b$  — угол наклона линии зуба на основных цилиндрах зубчатых колес.

Если же значение  $\varepsilon_\beta$  не является натуральным числом, то суммарная длина контактных площадок плавно меняется в процессе зацепления между ее минимальным  $L_{min}$  и максимальным  $L_{max}$  значениями, разность между которыми тем больше, чем больше  $\varepsilon_\beta$  отличается от ближайшего целого числа.

В работе [5] для расчета толщины  $h_n$  изношенного слоя в произвольной точке активного профиля зуба представлено выражение:

$$h_{n\lambda} = 2k_q I_\lambda s_{cont} \theta_\lambda v_\lambda t, \quad (4)$$

где  $k_q$  — число одинаковых зубчатых колес, находящихся в зацеплении с данным зубчатым колесом;  $I$  — интенсивность линейного изнашивания (средняя по ширине площадки контакта);  $s_{cont}$  — полуширина площадки контакта зубьев колес;  $\theta$  — удельное скольжение в рассматриваемой точке эвольвентного профиля зуба;  $v$  — число оборотов зубчатого колеса за одну секунду;  $t$  — время работы передачи в секундах.

Символ  $\lambda$  в нижнем индексе обозначает зубчатое колесо, к которому относится величина, сопровождаемая этим индексом:  $\lambda = 1$  — ведущее,  $\lambda = 2$  — ведомое. Символ  $n$  в начале нижнего индекса обозначает, что толщина  $h_n$  является расстоянием между поверхностью зуба в начальный момент и в момент времени  $t$  после начала работы косозубой передачи, измеренным вдоль нормали к этой по-

верхности зуба в системе координат, жестко связанной с зубчатым колесом.

Согласно результатам экспериментальных исследований, приведенным в книге [6], средняя по ширине площадки контакта зубьев колес интенсивность изнашивания прямо пропорциональна наибольшему нормальному напряжению  $\sigma_H$  на этой площадке:

$$I_\lambda = k_{Int} \sigma_H / H_{B\lambda}, \quad (5)$$

где  $H_B$  — твердость поверхностного слоя материала, выраженная в тех же единицах, что и напряжение  $\sigma_H$ ;  $k_{Int}$  — коэффициент пропорциональности, учитывающий шероховатость поверхностей зубьев колес, адсорбционные свойства смазочного материала и его вязкость (значение  $k_{Int}$  не зависит от величины  $\sigma_H$ , оно одинаково для обоих колес зубчатой передачи для любого участка активной поверхности зубьев).

Удельные скольжения  $\theta_0$  и  $\theta_2$  определяются [3] как:

$$\theta_\lambda = V^{sl} / V_\lambda^{pr}, \quad (6)$$

где  $V^{sl}$  — скорость скольжения между эвольвентными профилями зубьев ведущего и ведомого колес в рассматриваемый момент зацепления;  $V_\lambda^{pr}$  — скорость, с которой точка соприкосновения профилей зацепляющихся зубьев перемещается вдоль профиля зуба колеса  $\lambda$ .

В работе [7] показано, что у цилиндрической прямозубой передачи наиболее изнашиваемыми участками эвольвентных профилей зубьев могут быть либо участки около нижней или верхней активных точек, либо участки около нижней или верхней точек однопарного зацепления. В работе [7] на основе выражения (4) были выведены формулы, позволяющие рассчитать толщину изношенного слоя на поверхностях зубьев ведущего и ведомого колес прямозубой передачи около указанных характерных точек в зависимости от геометрических параметров этой передачи. Кроме того, была создана методика определения таких значений коэффициентов смещения производящего контура, при которых достигает минимума наибольшее из восьми расчетных значений толщины изношенного слоя около характерных точек профилей зубьев прямозубых колес.

В работе [8] приведена методика расчета долговечности скорректированных цилиндрических прямозубой и косозубой передач, в которой для скоростей перемещения участка площадки контакта вдоль эвольвентных профилей зубьев принимается постоянное значение, соответствующее точкам на делительных цилиндрах зубчатых колес. В действительности эти скорости зависят от угла профиля эвольвенты, т. е. от местоположения рассматриваемого участка площадки контакта на боковой по-

верхности зуба. Кроме того, авторы работы [8] для вычисления суммарной длины контактных площадок умножают ее минимальное значение на число пар зубьев, находящихся в зацеплении, хотя этот подход применим только для прямозубой передачи.

У прямозубой передачи эвольвентные профили зубьев колес соприкасаются точками, определяемыми в любом поперечном сечении одними и теми же углами профиля эвольвент. У косозубой передачи в сечениях разными плоскостями, перпендикулярными к осям зубчатых колес, эвольвентные профили их зубьев соприкасаются точками, определяемыми разными углами профиля эвольвент.

Удельные скольжения  $\theta_0$  и  $\theta_2$ , зависящие от коэффициентов  $x_1$  и  $x_2$ , монотонно возрастают от нуля в точках на начальных цилиндрах до значений  $\theta_{ded1}$  и  $\theta_{add1}$ ,  $\theta_{ded2}$  и  $\theta_{add2}$  в нижних активных точках эвольвентных профилей зубьев и в точках на цилиндрах вершин ведущего и ведомого колес соответственно. Поэтому изнашивание поверхностей винтовых (т. е. косых) зубьев около вершин и у нижних активных точек происходит быстрее, чем на околополюсных участках этих поверхностей. В процессе работы косозубой передачи это будет приводить к возрастанию интенсивности передаваемых усилий, а значит к повышению контактных напряжений  $\sigma_H$  и к ускорению изнашивания медленнее изнашивающихся околополюсных участков поверхностей зубьев. Указанные явления будут проявляться тем сильнее, чем больших величин будут достигать суммы толщин изношенного слоя ( $h_{nded1} + h_{nadd2}$ ) и ( $h_{nded2} + h_{nadd1}$ ) на сопряженных крайних участках активных поверхностей зубьев, где  $h_{nded1}$ ,  $h_{nded2}$  и  $h_{nadd1}$ ,  $h_{nadd2}$  — толщины изношенного слоя в нижних активных точках профилей зубьев и в точках у вершин зубьев ведущего и ведомого колес соответственно.

Изложенное выше приводит к заключению, что критерием наступления предельного состояния косозубой передачи, подверженной изнашиванию, предпочтительно считать достижение допустимого значения  $h_{P\Sigma}$  наибольшей суммой толщин  $h_{n\Sigma}^{\max}$  изношенного слоя на сопряженных участках поверхностей зубьев. Математически критерий суммарного износа выражается неравенством  $h_{n\Sigma}^{\max} \leq h_{P\Sigma}$ . Продолжительность работы косозубой передачи до наступления указанного предельного состояния будет тем большей, чем меньше скорости увеличения во времени сумм толщин ( $h_{nded1} + h_{nadd2}$ ) и ( $h_{nded2} + h_{nadd1}$ ).

*Цель данной работы* — создать методику определения коэффициентов  $x_1$  и  $x_2$  смещения производящей рейки, при которых в процессе работы косозубой передачи будет минимальной сумма скоростей изнашивания на наиболее изнашивающихся сопряженных участках поверхностей зубьев колес.

Активная поверхность зуба косозубого колеса является эвольвентной винтовой поверхностью. Линией пересечения этой поверхности с плоскостью, перпендикулярной к оси зубчатого колеса, является эвольвента его основной окружности. Линией пересечения этой поверхности с цилиндрической поверхностью, соосной зубчатому колесу, является винтовая линия. При этом углы наклона винтовых линий зубьев у зацепляющихся косозубых колес одинаковы на одноименных цилиндрах: основных ( $\beta_{b2} = \beta_{b1} = \beta_b$ ), делительных ( $\beta_2 = \beta_1 = \beta$ ) и начальных ( $\beta_{w2} = \beta_{w1} = \beta_w$ ).

При отсутствии передаваемых усилий эвольвентные винтовые поверхности зацепляющихся зубьев соприкасаются вдоль прямой, которая лежит в плоскости зацепления, являющейся общей касательной плоскостью к основным цилиндрам зубчатых колес. Эта прямая образует угол  $\beta_b$  с прямой, параллельной осям зубчатых колес.

Когда от ведущего зубчатого колеса к ведомому передаются усилия, площадки контакта зацепляющихся зубьев являются прямолинейными полосками, т. е. длина такой площадки многократно больше ее ширины. Из результатов решения задачи о прижатии друг к другу двух упругих тел, когда площадка контакта представляет собой полосу шириной  $2s_{cont}$ , известно, что наибольшее нормальное напряжение имеет место на средней линии площадки контакта и его можно представить [9] в виде:

$$\sigma_H = \frac{2q_n}{\pi s_{cont}}, \quad (7)$$

где  $q_n$  — нормальное к активной поверхности зуба усилие, приходящееся на единицу длины контактной площадки.

Общая нормаль, проведенная к активным поверхностям зацепляющихся зубьев через произвольную точку на прямой их соприкосновения, лежит в плоскости зацепления. Эта нормаль образует с прямой, лежащей в плоскости зацепления и перпендикулярной к образующей основного цилиндра, угол  $\beta_b$ , равный углу наклона винтовой линии зуба на основных цилиндрах.

Система распределенных усилий  $q_n$ , действующих со стороны одного зубчатого колеса на другое и направленных вдоль общей нормали к эвольвентным поверхностям зацепляющихся зубьев, имеет равнодействующую силу  $Q_n$ . У зубчатых передач, работающих со смазкой, момент от распределенных сил трения, касательных к эвольвентным профилям зубьев, относительно оси зубчатого колеса пренебрежимо мал по сравнению с моментом от распределенных нормальных усилий  $q_n$  относительно той же оси. Поэтому силу  $Q_n$  можно выразить [10] через вращающий момент  $T_2$  на валу ведомого

или момент  $T_1$  на валу ведущего зубчатого колеса в виде:

$$Q_n = \frac{T_2}{r_{b2} \cos \beta_b} = \frac{T_1}{r_{b1} \cos \beta_b}, \quad (8)$$

где  $r_{b1}$  и  $r_{b2}$  — радиусы основных цилиндров зубчатых колес.

Тогда для косозубой передачи, у которой коэффициент  $\varepsilon_\beta$  близок к натуральному числу, с учетом формул (8) и (3) запишем среднее по длине контактных площадок значение  $q_n^{aver} = Q_n/L_{cont}$  интенсивности нормальных усилий как:

$$q_n^{aver} = \frac{T_2}{\varepsilon_\alpha b_w r_{b2}}. \quad (9)$$

Любое из колес ступенчатой однопоточной зубчатой передачи зацепляется только с одним сопряженным зубчатым колесом. Поэтому при определении толщины  $h_n$  изношенного слоя для таких зубчатых колес в формулу (4) нужно подставлять  $k_q = 1$ . Поскольку  $v_\lambda = \frac{\omega_\lambda}{2\pi}$ , где  $\omega_\lambda$  — угловая скорость зубчатого колеса  $\lambda$ , рад/с, то с учетом выражения (5) формула (4) примет вид:

$$h_{n\lambda} = \frac{k_{Int} \sigma_H^s \sigma_{cont} \theta_\lambda \omega_\lambda t}{\pi H_{B\lambda}}. \quad (10)$$

Подставив в формулу (7) вместо  $q_n$  правую часть выражения (9), а затем, подставив полученное выражение для  $\sigma_H$  в формулу (10), получим для расчетного значения толщины  $h_{n\lambda}$  изношенного слоя в

произвольной точке активного профиля зуба колеса  $\lambda$  следующую формулу:

$$h_{n\lambda} = \frac{2k_{Int} T_2 \theta_\lambda \omega_\lambda t}{\pi^2 \varepsilon_\alpha b_w r_{b2} H_{B\lambda}}. \quad (11)$$

Из геометрической и кинематической теории цилиндрических эвольвентных зубчатых передач [10] известны формулы для определения скоростей  $V_{y1}^{pr}$ ,  $V_{y2}^{pr}$  и  $V_y^{sl}$ , когда точка соприкосновения профилей зубьев занимает произвольное положение  $Y$  на линии зацепления. Для передачи с внешним зацеплением эти формулы имеют вид:

$$V_{y\lambda}^{pr} = \omega_\lambda r_{b\lambda} \operatorname{tg} \alpha_{ty\lambda}; \quad (12)$$

$$V_y^{sl} = (\omega_1 + \omega_2) r_{b\lambda} |\operatorname{tg} \alpha_{ty\lambda} - \operatorname{tg} \alpha_{tw}|, \quad (13)$$

где  $\alpha_{ty\lambda}$  — угол профиля в точке соприкосновения  $Y$  для эвольвентного профиля зубчатого колеса  $\lambda$ ;  $\alpha_{tw}$  — угол зацепления.

Формула (13) дает одинаковые значения  $V_y^{sl}$  при  $\lambda = 1$  и  $\lambda = 2$ , поэтому обозначение скорости скольжения  $V_y^{sl}$  не имеет нижнего индекса  $\lambda$ .

Символ  $t$  в начале нижнего индекса означает, что сопровождаемая этим индексом величина определяется в торцевом сечении косозубой передачи (рис. 1).

Подставив в формулу (6) выражения для скоростей из (12) и (13), получим следующую формулу для удельных скольжений при соприкосновении эволь-

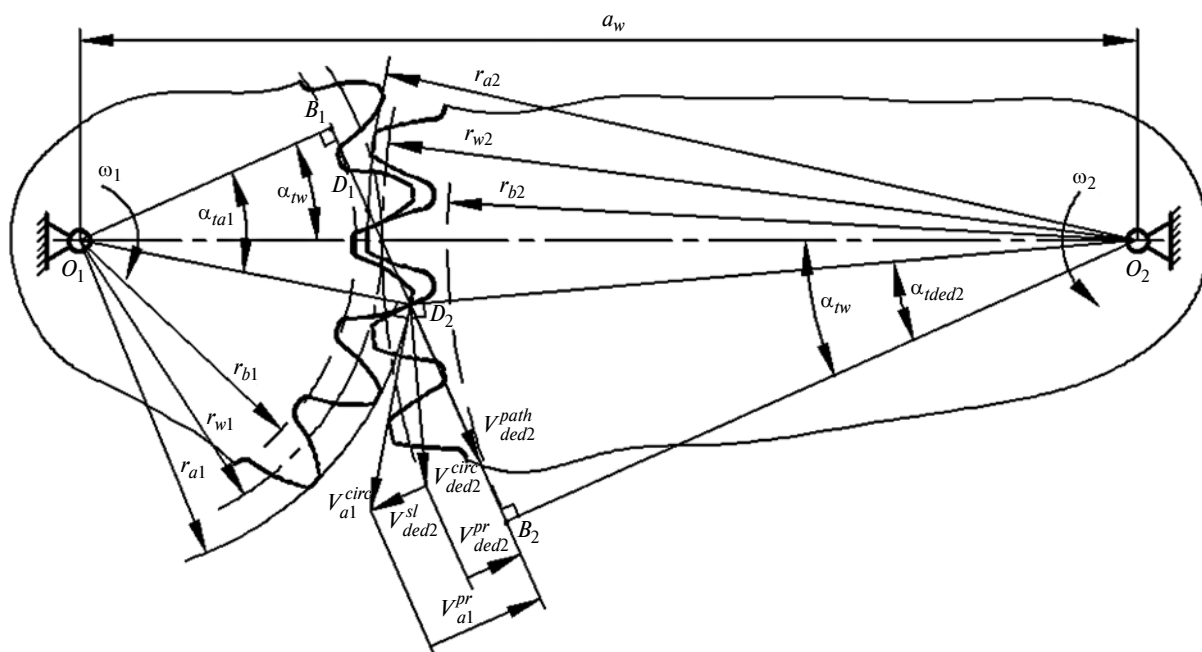


Рис. 1. Торцевое сечение эвольвентной цилиндрической косозубой передачи внешнего зацепления

вентных профилей зубьев колес передачи в произвольной точке  $Y$ :

$$\theta_{y\lambda} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{\omega_\lambda} \left| \frac{\operatorname{tg}\alpha_{tw}}{\operatorname{tg}\alpha_{ty\lambda}} - 1 \right|. \quad (14)$$

Для каждого из колес косозубой передачи можно заменить  $\alpha_{ty\lambda}$  в формуле (14) на обозначения  $\alpha_{ided\lambda}$  и  $\alpha_{ta\lambda}$  углов профиля в торцевом сечении в нижних активных точках эвольвентных профилей и в точках у вершин зубьев. Затем, подставив в правую часть формулы (11) соответствующие выражения для удельных скольжений  $\theta_{ded\lambda}$  и  $\theta_{add\lambda}$ , получим выражения для толщин  $h_{nded\lambda}$  и  $h_{nadd\lambda}$  изношенных слоев на поверхностях зубьев ведущего ( $\lambda = 1$ ) и ведомого ( $\lambda = 2$ ) колес в указанных точках:

$$h_{nded\lambda} = \frac{U_h t H_{B2}}{\varepsilon_\alpha H_{B\lambda}} \left| \frac{\operatorname{tg}\alpha_{tw}}{\operatorname{tg}\alpha_{ided\lambda}} - 1 \right|; \quad (15)$$

$$h_{nadd\lambda} = \frac{U_h t H_{B2}}{\varepsilon_\alpha H_{B\lambda}} \left| \frac{\operatorname{tg}\alpha_{tw}}{\operatorname{tg}\alpha_{iadd\lambda}} - 1 \right|, \quad (16)$$

где  $U_h$  — вспомогательная величина, имеющая размерность скорости:

$$U_h = \frac{2k_{Int} T_2 (\omega_1 + \omega_2)}{\pi^2 b_w r_{b2} H_{B2}}. \quad (17)$$

Тангенсы углов профиля в нижних активных точках эвольвентных профилей ведущего и ведомого колес косозубой передачи с внешним зацеплением определяются [3] так:

$$\operatorname{tg}\alpha_{ided1} = \frac{z_1 + z_2}{z_1} \operatorname{tg}\alpha_{tw} - \frac{z_2}{z_1} \operatorname{tg}\alpha_{ta2}; \quad (18)$$

$$\operatorname{tg}\alpha_{ided2} = \frac{z_1 + z_2}{z_1} \operatorname{tg}\alpha_{tw} - \frac{z_1}{z_2} \operatorname{tg}\alpha_{ta1}. \quad (19)$$

Используя выражения (18) и (19) для  $\operatorname{tg}\alpha_{ided1}$  и  $\operatorname{tg}\alpha_{ided2}$ , на основании выражений (15) и (16) составим расчетные формулы для суммы толщин изношенного слоя на сопряженных крайних участках активных поверхностей зубьев ведущего и ведомого колес. Затем, введя безразмерные величины  $\psi_{D1}$  и  $\psi_{D2}$ , для которых в результате указанных математических действий получены выражения:

$$\psi_{D1} = \frac{|\operatorname{tg}\alpha_{ta2} - \operatorname{tg}\alpha_{tw}|}{\varepsilon_\alpha} \times \left( \frac{H_{B2} z_2}{H_{B1} |z_1 + z_2| \operatorname{tg}\alpha_{tw} - z_2 \operatorname{tg}\alpha_{ta2}} + \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha_{ta2}} \right); \quad (20)$$

$$\psi_{D2} = \frac{|\operatorname{tg}\alpha_{ta1} - \operatorname{tg}\alpha_{tw}|}{\varepsilon_\alpha} \times \left( \frac{z_1}{|(z_1 + z_2) \operatorname{tg}\alpha_{tw} - z_1 \operatorname{tg}\alpha_{ta1}|} + \frac{H_{B2}}{H_{B1} \operatorname{tg}\alpha_{ta1}} \right), \quad (21)$$

представим формулы для суммы толщин изношенного слоя в виде:

$$h_{nded1} + h_{nded2} = \psi_{D1} U_h t; \quad (22)$$

$$h_{nded2} + h_{nadd1} = \psi_{D2} U_h t. \quad (23)$$

Угол  $\alpha_{tw}$  в торцевом сечении косозубой передачи с внешним зацеплением выражается [4] через значения  $x_1, x_2, z_1, z_2$  и  $\beta$  с помощью трансцендентного уравнения

$$\operatorname{tg}\alpha_{tw} - \alpha_{tw} = \operatorname{tg}\alpha_t - \alpha_t + \frac{2(x_1 + x_2)}{z_1 + z_2} \operatorname{tg}\alpha_n, \quad (24)$$

где  $\alpha_t$  — угол профиля в торцевом сечении косозубой передачи для точек поверхности зуба на делительном цилиндре (значения углов  $\alpha_t$  и  $\alpha_{tw}$  измеряются в радианах). Угол  $\alpha_t$  связан зависимостью  $\operatorname{tg}\alpha_t = \operatorname{tg}\alpha_n / \cos\beta$  с углом профиля  $\alpha_n$  производящей рейки в нормальном к ее зубьям сечении; в общем машиностроении стандартное значение  $\alpha_n = 20^\circ = (\pi/9)$  рад.

Углы профиля в торцевом сечении для точек на вершинах зубьев ( $\alpha_{ta1}$  и  $\alpha_{ta2}$ ) определяются [3] как

$$\alpha_{ta\lambda} = \arccos(r_{b\lambda}/r_{a\lambda}). \quad (25)$$

При этом радиусы основных цилиндров ( $r_{b1}$  и  $r_{b2}$ ) и цилиндров вершин ( $r_{a1}$  и  $r_{a2}$ ) ведущего и ведомого колес косозубой передачи определяются по формулам:

$$r_{b\lambda} = \frac{m_n z_\lambda}{2 \cos\beta} \cos\alpha_t; \quad (26)$$

$$r_{a1} = m_n \left( \frac{z_1}{2 \cos\beta} + h_a^* - x_2 + \xi_n \right); \quad (27)$$

$$r_{a2} = m_n \left( \frac{z_2}{2 \cos\beta} + h_a^* - x_1 + \xi_n \right), \quad (28)$$

где  $h_a^*$  — коэффициент высоты головки зуба производящей рейки, его стандартное значение  $h_a^* = 1$ ;  $\xi_n$  — коэффициент, представляющий собой отношение воспринимаемого смещения к нормальному модулю зацепления и определяемый [3] таким образом:

$$\xi_n = \frac{z_1 + z_2}{2 \cos\beta} \left( \frac{\cos\alpha_t}{\cos\alpha_{tw}} - 1 \right). \quad (29)$$

Подставив выражения для радиусов  $r_{b1}, r_{b2}, r_{a1}, r_{a2}$  и коэффициента  $\xi_n$  из формул (26)—(29) в фор-



мулу (25), выразим углы профиля  $\alpha_{ta1}$  и  $\alpha_{ta2}$  через значения  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $z_1$ ,  $z_2$  и  $\beta$ :

$$\alpha_{ta1} = \arccos \left( \frac{z_1 \cos \alpha_t}{z_1 + 2(h_a^* - x_2) \cos \beta + (z_1 + z_2) \left( \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{tw}} - 1 \right)} \right); \quad (30)$$

$$\alpha_{ta2} = \arccos \left( \frac{z_2 \cos \alpha_t}{z_2 + 2(h_a^* - x_1) \cos \beta + (z_1 + z_2) \left( \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{tw}} - 1 \right)} \right). \quad (31)$$

Коэффициент торцевого перекрытия в косозубой передаче с внешним зацеплением определяется [4] формулой:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{z_1}{2\pi} (\operatorname{tg} \alpha_{ta1} - \operatorname{tg} \alpha_{tw}) + \frac{z_2}{2\pi} (\operatorname{tg} \alpha_{ta2} - \operatorname{tg} \alpha_{tw}). \quad (32)$$

Из формул (22) и (23) очевидно, что величины  $\psi_{D1} U_h$  и  $\psi_{D2} U_h$  представляют собой скорости увеличения сумм толщин ( $h_{nded1} + h_{nadd2}$ ) и ( $h_{nded2} + h_{nadd1}$ ) с течением времени  $t$  работы косозубой передачи. Другими словами, величины  $\psi_{D1} U_h$  и  $\psi_{D2} U_h$  — это суммы скоростей изнашивания на сопряженных крайних участках активных поверхностей зубьев ведущего и ведомого колес.

Из формулы (17) с учетом выражения (26) следует, что у косозубой передачи с заданными числами  $z_1$  и  $z_2$  зубьев ведущего и ведомого колес, углом  $\beta$  наклона линии зуба на делительных цилиндрах, нормальным модулем зацепления  $m_n$  и шириной  $b_w$  зубчатых венцов величина  $U_h$  не зависит от коэффициентов  $x_1$  и  $x_2$  смещения производящей рейки.

Анализ формул (24), (30) и (31), (32) позволяет установить, что у косозубой передачи с заданными значениями  $z_1$ ,  $z_2$  и  $\beta$  угол зацепления  $\alpha_{tw}$ , углы профиля  $\alpha_{ta1}$  и  $\alpha_{ta2}$ , а также коэффициент торцевого перекрытия  $\varepsilon_\alpha$  являются функциями аргументов  $x_1$  и  $x_2$ . Тогда становится очевидным, что при заданных значениях  $z_1$ ,  $z_2$  и  $\beta$ , а также твердостях  $H_{B1}$  и  $H_{B2}$  поверхностного слоя зубьев ведущего и ведомого колес безразмерные величины  $\psi_{D1}$  и  $\psi_{D2}$ , определяемые формулами (20) и (21), являются функциями коэффициентов  $x_1$  и  $x_2$  смещения производящей рейки:  $\psi_{D1} = \psi_{D1}(x_1, x_2)$ ,  $\psi_{D2} = \psi_{D2}(x_1, x_2)$ .

Из сказанного следует, что большая из двух сумм скоростей изнашивания  $\psi_{D1} U_h$  или  $\psi_{D2} U_h$  будет минимальной при таких значениях  $x_1$  и  $x_2$ , при которых принимает наименьшее значение величина  $\max(\psi_{D1}, \psi_{D2})$ . Безразмерную величину  $\max(\psi_{D1}, \psi_{D2})$  будем называть коэффициентом наибольшей суммы скоростей изнашивания.

При проектировании зубчатых передач, как правило, требуется округлить расчетное межосевое

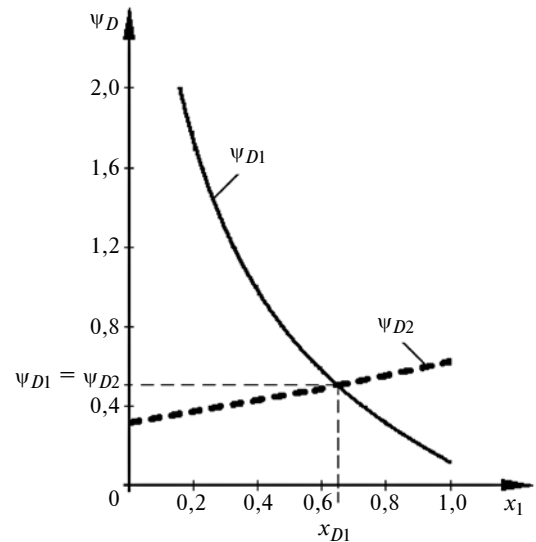


Рис. 2. Зависимости безразмерных величин  $\psi_{D1}$  и  $\psi_{D2}$  от аргумента  $x_1$  при  $x_1 + x_2 = 0,8829$  для рассматриваемой косозубой передачи

расстояние до ближайшего большего значения  $a_w$  из стандартного ряда межосевых расстояний или из ряда нормальных линейных размеров. Чтобы косозубая эвольвентная передача с внешним зацеплением при определенных значениях  $z_1$ ,  $z_2$ ,  $\beta$  и  $m_n$  имела межосевое расстояние  $a_w$ , необходимо рассчитать [3] угол зацепления  $\alpha_{tw}$  в торцевом сечении и коэффициент  $x_\Sigma$  суммы смещений производящей рейки для колес передачи по следующим формулам:

$$\alpha_{tw} = \arccos \left( \frac{m_n(z_1 + z_2)}{2a_w \cos \beta} \cos \alpha_t \right); \quad (33)$$

$$x_\Sigma = \frac{(\operatorname{tg} \alpha_{tw} - \alpha_{tw} - \operatorname{tg} \alpha_t + \alpha_t)(z_1 + z_2)}{2 \operatorname{tg} \alpha_n}. \quad (34)$$

На рис. 2 изображены построенные для примера графики зависимостей безразмерных величин  $\psi_{D1}$  и  $\psi_{D2}$  от коэффициента  $x_1$  смещения производящей рейки ведущего колеса при условии  $x_1 + x_2 = x_\Sigma = 0,8829$  для косозубой передачи, у которой  $z_1 = 16$ ,  $z_2 = 80$ ,  $\beta = 12,5^\circ$  и  $H_{B2} = H_{B1}$ . Эти графики показывают, что для такой передачи с увеличением  $x_1$  от 0 до 1 значения  $\psi_{D1} = \psi_{D1}(x_1, x_\Sigma - x_1)$  убывают, а значения  $\psi_{D2} = \psi_{D2}(x_1, x_\Sigma - x_1)$  возрастают, причем при  $x_1 = x_{D1}$  значения  $\psi_{D1}$  и  $\psi_{D2}$  одинаковы. Значит величина  $\max(\psi_{D1}, \psi_{D2})$ , пропорциональная наибольшей сумме скоростей изнашивания, принимает наименьшее значение в диапазоне  $0 < x_1 < 1$  при  $x_1 = x_{D1}$ .

Решение уравнения  $\psi_{D1}(x_1, x_2) = \psi_{D2}(x_1, x_2)$  при условии  $x_2 = x_\Sigma - x_1$  позволяет определить такие значения коэффициентов смещения производящей рейки  $x_{D1}$  и  $x_{D2}$ , при которых наибольшая сумма

скоростей изнашивания будет минимальной у косозубой передачи с определенным значением  $x_{\Sigma}$ .

Корень  $x_{D1}$  трансцендентного уравнения

$$\psi_{D1}(x_1, x_{\Sigma} - x_1) - \psi_{D2}(x_1, x_{\Sigma} - x_1) = 0 \quad (35)$$

можно определить с требуемой точностью с помощью итерационной формулы метода секущих [11], задавшись двумя начальными приближениями из интервала  $(0; x_{\Sigma})$ .

### Пример применения предложенной методики и анализ результатов

Рассмотрим порядок проекторочного расчета закрытой косозубой передачи. Вал исполнительного механизма приводится в движение от электродвигателя через одноступенчатый зубчатый редуктор с внешним зацеплением, с передаточным отношением  $|i_{12}| = 5$ . Вращающий момент на ведомом валу редуктора — постоянный,  $T_2 = 310 \text{ Н} \cdot \text{м}$ .

Коэффициент ширины зубчатых венцов  $\psi_{ba} = 0,315$ . Ведущее и ведомое колеса зубчатой передачи изготовлены из стали 12ХНЗА; термическая обработка обоих колес — улучшение, цементация и закалка. Твердость зубьев обоих колес на поверхности  $59\text{HRC}$ , что соответствует  $600\text{HB}$  ( $H_{B2} = H_{B1}$ ); допустимое контактное напряжение, определенное согласно рекомендациям справочника [1], составляет  $\sigma_{HP} = 883 \text{ МПа}$ . При указанном значении коэффициента  $\psi_{ba}$  для зубчатой передачи с твердостью поверхностного слоя зубьев колес более  $450\text{HB}$  находим [1] значение коэффициента  $K_{H\beta} = 1,12$ .

По формуле (1) определяем расчетное межосевое расстояние  $a_w^{calc} = 99 \text{ мм}$ ; принимаем значение  $a_w = 100 \text{ мм}$  из стандартного ряда межосевых расстояний. Тогда расчетная ширина зубчатых венцов  $b_w^{calc} = 31,5 \text{ мм}$ ; принимаем значение  $b_w = 32 \text{ мм}$  из ряда нормальных линейных размеров.

Согласно рекомендациям из книги [2] в рассматриваемом нами примере рационально принимать  $\psi_{bm} = 15 \div 20$ , тогда значение модуля зацепления следует выбрать из диапазона  $(1,6 \div 2,13) \text{ мм}$ ; принимаем  $m_n = 2,0 \text{ мм}$  из ряда стандартных значений модулей. Чтобы получить значение коэффициента осевого перекрытия  $\varepsilon_{\beta} = 1,1$ , определяем по формуле (2) соответствующее значение угла наклона линии зуба на делительных цилиндрах колес  $\beta = 12,5^\circ$ .

Расчетное значение [3] числа зубьев ведущего колеса косозубой передачи с внешним зацеплением

$$z_1^{calc} = \frac{2a_w \cos \beta}{(|i_{12}| + 1)m_n} = 16,3; \text{ назначаем } z_1 = 16, \text{ тогда}$$

число зубьев ведомого колеса  $z_2 = z_1|i_{12}| = 80$ . По формулам (33) и (34) определяем  $\alpha_{tw} = 0,39922 \text{ рад}$ ,  $x_{\Sigma} = 0,8829$ . Затем, решая итерационным методом

уравнение (35), находим значение коэффициента  $x_{D1} = 0,6472$ , тогда  $x_{D2} = 0,2357$ .

При  $H_{B2} = H_{B1}$  косозубая передача с геометрическими параметрами  $a_w, b_w, m_n, \beta, z_1, z_2, x_{D1}, x_{D2}$ , определенными в этом примере, характеризуется минимальным значением коэффициента наибольшей суммы скоростей изнашивания, которое составляет  $\psi_{D1}(x_{D1}, x_{D2}) = \psi_{D2}(x_{D1}, x_{D2}) = 0,5$ . Поэтому при  $x_1 = x_{D1}$  и  $x_2 = x_{D2}$  будет максимальной продолжительность работы спроектированной косозубой передачи до того, как наибольшая сумма толщин изношенного слоя на сопряженных участках активных поверхностей зубьев колес достигнет допустимого значения.

Вычисление безразмерных величин  $\psi_{D1}$  и  $\psi_{D2}$  по формулам, выведенным в настоящей работе, и проверочные геометрические расчеты зубчатой передачи позволяют также определить границы диапазона рациональных значений  $x_1$  и соответствующие им границы диапазона значений  $x_2 = x_{\Sigma} - x_1$ . Если значения коэффициентов  $x_1$  и  $x_2$  находятся в этих диапазонах, то значения коэффициента  $\max(\psi_{D1}, \psi_{D2})$  наибольшей суммы скоростей изнашивания превышают его минимальное значение не более, чем на 20 %. Для косозубой передачи с геометрическими параметрами  $z_1 = 16, z_2 = 80, \beta = 12,5^\circ, m_n = 2,0 \text{ мм}$  и  $a_w = 100 \text{ мм}$  при  $H_{B2} = H_{B1}$  такими диапазонами являются  $0,5813 < x_1 < 0,6591, 0,3016 < x_2 < 0,2238$ . Здесь граничные значения коэффициентов  $x_1 = 0,5813$  и  $x_2 = 0,3016$  определены из условия  $\psi_{D1}(0,5813, 0,3016) = 1,2\psi_{D1}(x_{D1}, x_{D2})$ , а граничные значения  $x_1 = 0,6591$  и  $x_2 = 0,2238$  найдены из условия [3], что толщина зубьев на поверхности вершин ведущего колеса в нормальном сечении должна быть больше, чем  $0,4m_n$ . Кроме того, вычисление  $\psi_{D1}$  и  $\psi_{D2}$  также показало, что для рассмотренной косозубой передачи нецелесообразно назначать для ведущего колеса коэффициент  $x_1 < 0,3884$ , поскольку в таком случае наибольшая сумма скоростей изнашивания превышала бы ее значение при  $x_1 = x_{D1}$  в 2 раза и более.

### Выводы

Создана методика определения таких значений коэффициентов  $x_1$  и  $x_2$  смещения производящей рейки для ведущего и ведомого колес косозубой передачи, при которых будет минимальной сумма скоростей изнашивания на наиболее изнашивающихся сопряженных участках поверхностей зубьев этих колес. Если коэффициенты  $x_1$  и  $x_2$  определены по разработанной методике, то продолжительность работы этой передачи по критерию суммарного износа, т. е. до достижения допустимой суммы толщин изношенного слоя на таких участках, будет максимальной. Эта методика позволяет определять рациональные значения коэффициентов смещения производящей рейки для зубчатых колес косозубых

В. Н. ХЛОПОНИН, д-р техн. наук (ЗАО "Исток МЛ", Москва),  
e-mail: irishka2910@yandex.ru

## Использование свойств однополостного гиперboloида в роликотподшипниках с цилиндрическими роликами качения

Обобщены разработки нового подшипника качения с цилиндрическими роликами и дорожками качения роликов в виде поверхности однополостного гиперboloида. Подшипник, рассчитанный на значительные радиальные осевые нагрузки, предназначен для опор валков листопркатных клетей.

**Ключевые слова:** подшипник качения, ролик, дорожка качения, однополостный гиперboloид, опора, поверхность качения, прокатная клеть, цилиндрический ролик.

The development of a new rolling bearing with cylindrical rollers and roller raceways in the form of the surface of a single-cavity hyperboloid is generalized. The bearing, designed for significant radial axial loads, is designed for roll supports of sheet-rolling stands.

**Keywords:** rolling bearing, roller, raceway, single-cavity hyperboloid, bearing, rolling surface, rolling stand, cylindrical roller.

Роликовые подшипники качения являются составной частью машин и механизмов, обеспечивают возможность вращения их валов и восприятия действующих на них нагрузок. В промышленности широко применяют подшипники качения с цилиндри-

ческими, коническими и сферическими роликами [1]. Ниже рассматриваются радиальные роликотподшипники с цилиндрическими роликами. Основное внимание при этом уделено их принципиально новому применению в опорах валков листопркатных

клетей. Новизна состоит в обеспечении восприятия этими подшипниками не только радиальных, но и осевых нагрузок, что позволяет иметь существенно более компактные опоры валков в листопркатных клетях.

В мировой практике производство листового проката в основном осуществляют с использованием четырехвалковых клетей, содержащих валковый узел с двумя рабочими и двумя опорными валками. Рабочие валки приводные и являются инструментом прокатной клетки, опорные — контактируют с рабочими валками, воспринимают от них усилие прокатки и передают его через устройства установки валков на станину клетки. Совокупность этих элементов обеспечивает реализацию процесса пластической деформации металла, качество и количество прокатываемых листов и полос.

В процессе листовой прокатки в клетях возникают значительные радиальные нагрузки (до 120÷160 МН). Существенными при этом (до 2 % и более от радиальных нагрузок) являются осевые



(Окончание статьи. Начало см. на стр. 20)

передач, надежность и долговечность которых определяются контактной выносливостью и стойкостью к изнашиванию поверхностных слоев зубьев.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Анурьев В. И.** Справочник конструктора-машиностроителя / Под ред. И. Н. Жестковой. В 3 т. Т. 2. 9-е изд. М.: Машиностроение, 2006. 960 с.
2. **Иванов М. Н., Финогенов В. А.** Детали машин. 12-е изд., испр. М.: Высшая школа, 2008. 408 с.
3. **Брагин В. В.** Проектирование высоконапряженных цилиндрических зубчатых передач. М.: Машиностроение, 1991. 224 с.
4. **Справочник по геометрическому расчету эвольвентных зубчатых и червячных передач / И. А. Болотовский, В. И. Безруков, О. Ф. Васильева и др.** Под ред. И. А. Болотовского. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Машиностроение, 1986. 448 с.

5. **Крагельский И. В., Добычин М. Н., Комбалов В. С.** Основы расчетов на трение и износ. М.: Машиностроение, 1977. 526 с.

6. **Когаев В. П., Дроздов Ю. Н.** Прочность и износостойкость деталей машин. М.: Высшая школа, 1991. 319 с.

7. **Попович А. Г.** Определение геометрических параметров прямозубой передачи для повышения ее долговечности по критерию износа поверхностного слоя зубьев // Вестник машиностроения. 2017. № 5. С. 24—30.

8. **Чернец М. В., Чернец Ю. М.** Оценка прочности, износа и ресурса скорректированной цилиндрической зубчатой передачи с учетом условий зацепления зубьев // Трение и износ. 2016. Т. 37. № 1. С. 89—97.

9. **Кац А. М.** Теория упругости. 2-е изд. СПб.: Лань, 2002. 208 с.

10. **Курлов Б. А.** Цилиндрические зубчатые передачи. Вопросы анализа и синтеза геометрии, кинематики, статике, динамики, точности и прочности. М.: Спутник плюс, 2009. 543 с.

11. **Амосов А. А., Дубинский Ю. А., Копченова Н. В.** Вычислительные методы. 4-е изд. СПб.: Лань, 2014. 672 с.

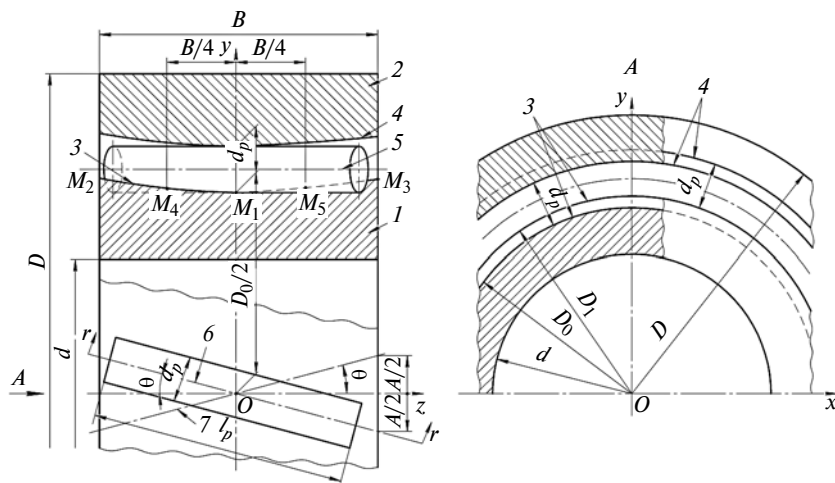


Рис. 1. Основные элементы предложенного роликоподшипника

вые нагрузки. К тому же имеют место значительные амплитуды динамических колебаний возникающих нагрузок. Восприятие этих нагрузок — узловая задача подшипников опорных валков четырехвалковых листопркатных клетей.

Отмеченная картина усугубляется ограничениями, накладываемыми на диаметральные размеры подшипников валков листопркатных клетей. Эти ограничения обусловлены требованиями минимизации "живого сечения" подшипника с целью повышения точности листового проката. Наличие указанных ограничений вынуждает применять подшипники сверхлегких серий диаметров. Необходимую грузоподъемность подшипникового узла при этом обеспечивают установкой четырехрядных подшипников [1].

Четырехрядная роликоподшипниковая опора с цилиндрическими роликами отвечает указанным требованиям к листопркатной клетей в части восприятия существенных радиальных нагрузок, но не решает задачу восприятия возникающих в процессе деформации металла осевых нагрузок.

Для восприятия осевых нагрузок в этой компоновке валкового узла листопркатной клетей принято иметь дополнительную под-

шипниковую опору, монтируемую на концевой части опорного валка, выходящей за пределы станины. Сомневаться в работоспособности этого технического решения нет оснований, однако считать его компактным техническим решением задачи также нет оснований.

В работе [2] учтены изложенные положения и предложено сохранить в прокатных клетях отмеченные достоинства применения подшипников с цилиндрическими роликами, но изменить условия контакта роликов с поверхностями качения внутреннего и наружного колец подшипника, обеспечив за счет этого возможность восприятия этими подшипниками осевых нагрузок.

В роликовом подшипнике предложено дорожку качения внутреннего кольца выполнить в виде поверхности однополостного гиперболоида, дорожку качения наружного кольца сделать эквидистантной указанной поверхности внутреннего кольца, а между дорожками качения расположить цилиндрические ролики, продольные оси которых параллельны прямым образующим указанных поверхностей качения подшипника.

Рис. 1—9 иллюстрируют основные конструктивные особенности предложенного подшипника.

Подшипник имеет внутреннее 1 и наружное 2 кольца с единой осью Z колец (см. рис. 1). Наружная поверхность 3 внутреннего кольца 1 формируется вращением прямых образующих 6 и 7 относительно оси Z. Каждая из прямых 6 и 7 образует угол  $\theta$  с осью Z. Прямые 6 и 7 пересекаются в точке O, которая лежит на оси y и делит каждую прямую пополам. Кривая 3 является гиперболой [3], вершина которой — точка M<sub>1</sub>; M<sub>2</sub>÷M<sub>5</sub> — точки, характеризующие гиперболу; точка O — центр подшипника, оси Z и y — мнимая и действительная оси гиперболы.

Внутренняя поверхность 4 качения наружного кольца 2 эквидистантна поверхности качения 3 внутреннего кольца 1. Диаметральный зазор между поверхностями 3 и 4 при полном совпадении их горизонтальных осей с осью Z равен диаметру d<sub>p</sub> цилиндрических роликов 5 подшипника, которые размещаются между этими поверхностями. Гипербола 3 при вращении относительно оси Z образует однополостный гиперболоид, описываемый уравнением [3]:

$$\frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1, \quad (1)$$

где b — действительная; c — мнимая полуоси однополостного гиперболоида.

В уравнении (1) для внутреннего кольца 1 подшипника величина  $b = D_0/2$  (см. рис. 1).

Совокупность отмеченных положений более полно представлена на рис. 2 и 3, где не только показаны поверхности дорожек качения внутреннего 1 и наружного 2 колец подшипника, но и отражены их основные особенности. При этом поверхность 5 дорожки качения наружного кольца 2 (см. рис. 2) подшипника эквидистантна поверхности 4 дорожки качения его внутреннего кольца 1 и расположена от нее на расстоянии, равном диаметру d<sub>p</sub> цилиндрических роликов подшипника.

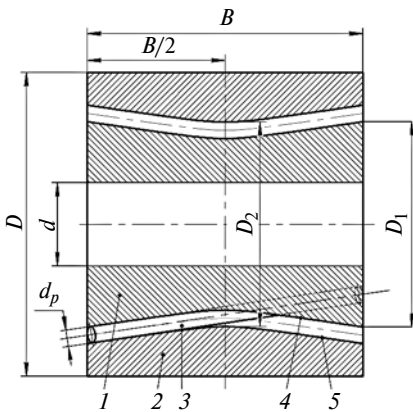


Рис. 2. Взаимное расположение деталей предложенного роликоподшипника

На рис. 2 показано взаимное расположение деталей, образующих рассматриваемый роликовый подшипник (для наглядности представления о расположении деталей подшипника размер  $B$  увеличен). Согласно рис. 2 по условиям сборки подшипника должно быть соблюдено соотношение  $D_1 < D_2$ .

Внутреннее кольцо 1 подшипника имеет цилиндрическое отверстие диаметром  $d$  для установки подшипника на вал и ширину  $B$  (см. рис. 1–3). Центральной осью подшипника является ось  $O_1OO_2$  (см. рис. 3), поверхностью дорожки качения роликов подшипника — поверхность 2. Эта поверхность формируется как результат вращения прямой 3, что согласно работе [3] равнозначно результату вращения прямой 4 относительно оси  $O_1OO_2$ , т. е. прямые 3 и 4 являются прямыми образующими поверхности 2.

Полноценно расположение цилиндрических роликов качения подшипника относительно поверхности его внутреннего кольца, выполненного согласно рис. 2 и 3, иллюстрирует рис. 4. Внутреннее кольцо 1 подшипника контактирует с цилиндрическим роликом 2 по прямой образующей 5. Поверхность качения 3 внутреннего кольца 1 подшипника (см. рис. 1–4) имеет ширину  $B$  и образована вращением гиперболы  $b$  на рис. 4 относительно

оси  $Z$  ( $O_1OO_2$  на рис. 3 и 4). В результате указанного вращения гиперболы ее вершина  $M_1$  описывает окружность 4 диаметром  $D_0$ . Точки гиперболы на ширине  $B$  внутреннего кольца подшипника при указанном вращении гиперболы формируют окружность диаметром  $D_1$ .

Известно свойство однополостного гиперболоида иметь два семейства прямолинейных образующих [3], которые показаны на рис. 3 (прямые 3 и 4) и на рис. 4 (прямые 5). Прямолинейные образующие пересекаются в вершине гиперболы (точка  $M_1$  на рис. 1, 3 и 4). При своем вращении относительно оси  $Z$  прямолинейные образующие формируют поверхность 3 однополостного гиперболоида. Согласно работе [3]

эта же поверхность 3 формируется вращением гиперболы  $b$  (см. рис. 4) относительно оси  $O_1OO_2$  (оси  $Z$ ).

Гипербола является кривой второго порядка, которая согласно работе [3] определяется пятью точками —  $M_1 \div M_5$  (см. рис. 1, 3 и 4). Точка  $M_1$  является вершиной гиперболы  $b$  (см. рис. 4) и расположена на расстоянии  $D_0/2$  от центра гиперболы. Совокупность этих точек образует окружность 4 диаметром  $D_0$ . Точки  $M_2$  и  $M_3$  гиперболы  $b$  расположены на расстоянии  $B/2$  от окружности 4 вершин гиперболы. Совокупность этих точек образует окружность диаметром  $D_1 > D_0$  на величину  $H$  (см. рис. 3 и 4).

Определяющим параметром при назначении величины  $H$  яв-

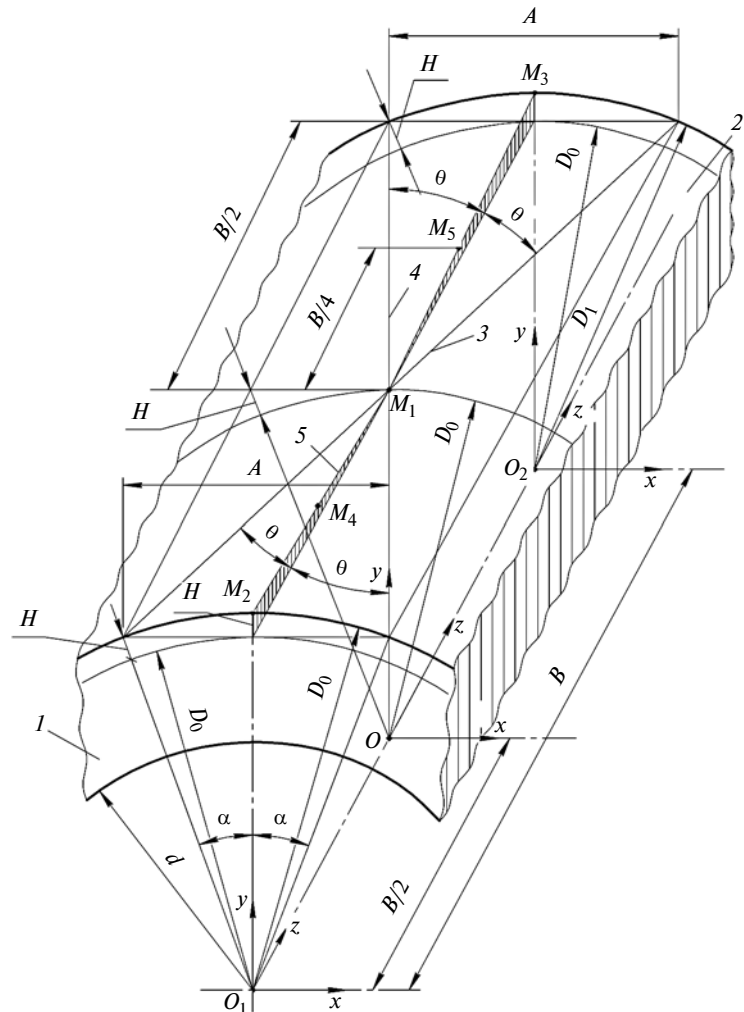


Рис. 3. Основные параметры поверхности качения внутреннего кольца предложенного роликоподшипника

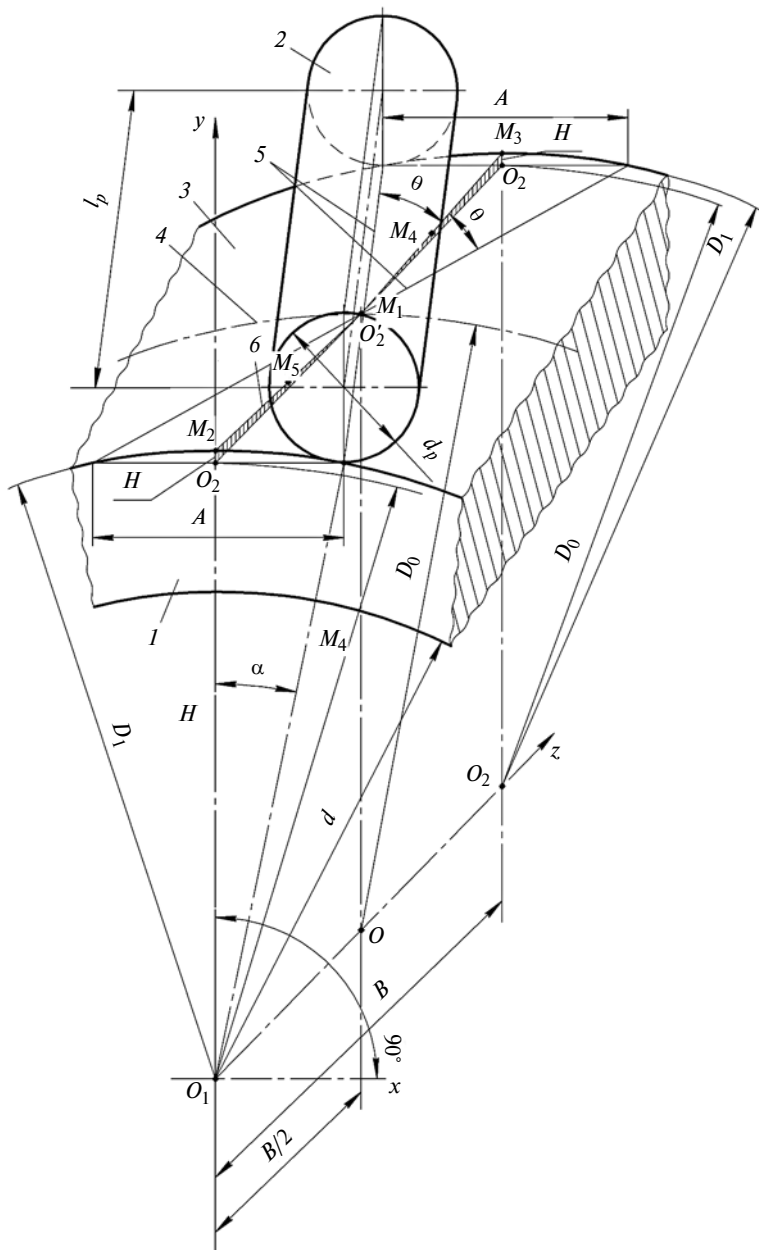


Рис. 4. Расположение ролика качения подшипника относительно системы координат  $x, y, z$

ляется протяженность хорды  $A$  (см. рис. 3), которая, в свою очередь, зависит от угла  $2\theta$  между прямыми 3 и 4. Угол  $\theta$  задают на стадии проектирования подшипника; он определяет осевые усилия, которые должен воспринимать подшипник. Соотношения между  $\theta, D_1, D_0$  и  $A$  приведены в работе [3].

Для понимания особенностей контакта роликов подшипника с поверхностями качения внутреннего и наружного колец подшипника рассмотрим представ-

ленный на рис. 5 разрез подшипника по оси одного из его роликов (по  $\Gamma-\Gamma$  на рис. 1). Ролик 3 (см. рис. 5) на протяжении всей его длины  $l_p$  имеет контакт с наружным 2 и внутренним 1 кольцами подшипника (см. рис. 1 и 5), при этом указанный контакт происходит по прямым линиям, которые являются прямыми образующими 6 или 7 (см. рис. 1) поверхности качения ролика 3 (см. рис. 5) по внутренней кольцу 2 и внешней кольцу 1 поверхностям.

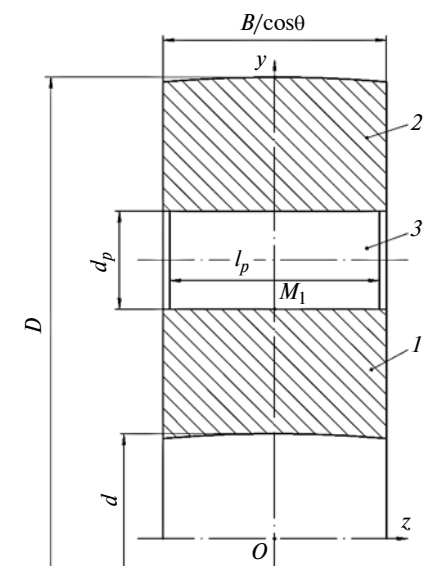


Рис. 5. Сечение подшипника вдоль направления продольной оси одного из его роликов качения

Определяющим параметром разработанного подшипника, отличающим его от традиционных подшипников качения с цилиндрическими роликами, является отклонение оси цилиндрических роликов на угол  $\theta$  от продольной оси  $Z$  подшипника, формирующее параметры поверхностей качения внутреннего и наружного колец подшипника (см. рис. 1–4).

Значения угла  $\theta$  определяют величину осевых усилий, восприятие которых может обеспечить подшипник. Угол  $\theta$  задается на стадии проектирования подшипника.

При задании угла  $\theta$  возможны два предельных его значения: первое — при принятии условия, что все ролики подшипника равномерно воспринимают осевое усилие, возникающее в очаге деформации; второе — при принятии на практике положения [1], что наибольшее радиальное усилие воспринимает ролик подшипника в моменты прохождения положений относительно оси  $Z$ , показанных на рис. 1. Учитывая существенные колебания значений усилия прокатки, оправданно принятие нижнего из указанных положений. В этом случае согласно работе [1] наибольшее радиальное усилие, воспринима-

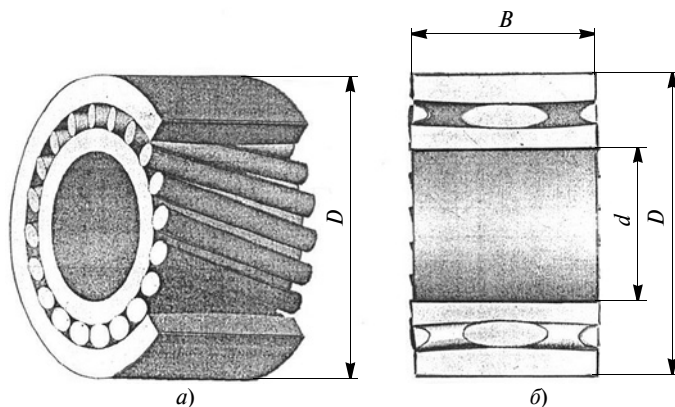


Рис. 6. Подшипник с цилиндрическими роликами и поверхностями качения в виде эквидистантных поверхностей однополостного гиперboloида:

*a* — внешний вид подшипника с вырезом части наружного кольца; *b* — разрез подшипника

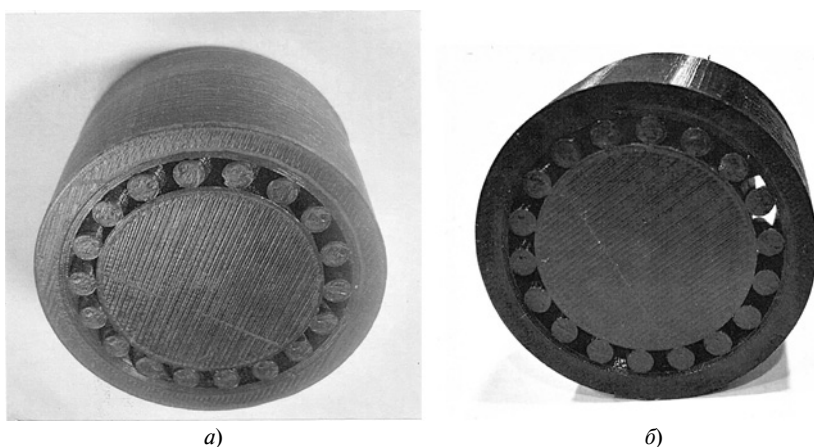


Рис. 7. Фотография макета подшипника (выполнен без осевого отверстия):

*a* — вид с торца; *b* — вид с торца по направлению одного из роликов подшипника

емое роликом подшипника, имеет место в момент прохождения им участка, диаметрально противоположного очагу деформации прокатываемого металла. Это усилие составляет  $q_0 \approx 4,37P/n$ , где  $P$  — усилие, действующее на подшипниковую опору,  $n$  — число роликов в подшипнике.

В нашем случае указанная наибольшая радиальная нагрузка примерно равна приведенному значению  $q_0$ , так как ролики подшипника в процессе контакта с поверхностями 3 и 4 (см. рис. 1) образуют угол  $\theta$  с осью  $Z$ . Полученное значение  $q_0$  можно разложить на осевую  $q_z$  и радиальную  $q_y$ , составляющие.

Принятое значение угла  $\theta$  позволяет вычислить размер  $A$  (см. рис. 3, 4), характеризующий

наклон осей роликов подшипника к его продольной оси:

$$A = B \operatorname{tg} \theta, \quad (2)$$

где  $B$  — ширина подшипника [точнее длина  $l_p$  роликов (см. рис. 5) подшипника].

По формуле

$$D_1 = \sqrt{D_0^2 + A^2}$$

определяем диаметр  $D_1$  точек  $M_2$  и  $M_3$  (см. рис. 1) "выхода" гипербола 3 на торцевые поверхности внутреннего кольца подшипника ( $Z = \pm B/2$ ).

Значения  $Z = \pm \frac{B_1}{2}$  и  $y = \frac{D_1}{2}$  определяют положение точек  $M_2$  и  $M_3$  на рис. 1. Подставив значения  $Z$  и  $y$  в уравнение (1), опре-

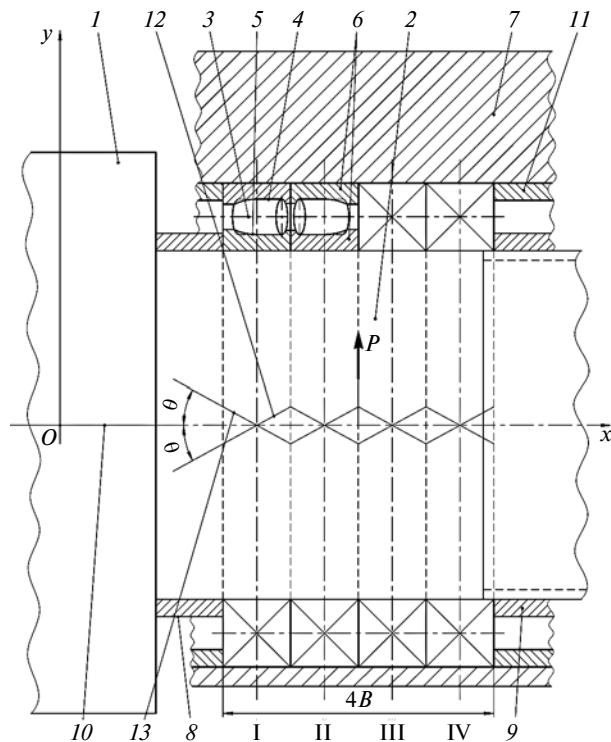
деляем размер  $s$  мнимой полуоси. Для  $Z = \pm B/4$  из уравнения (1) находим величину  $u$  для точек  $M_4$  и  $M_5$  гипербола на рис. 1. Известно [3, с. 213], что через заданные пять точек проходит единственная кривая второго порядка. В нашем случае известны координаты пяти точек  $M_1 \div M_5$  гипербола (см. рис. 1).

Совокупность отмеченных положений использована при назначении размеров и изготовлении макета подшипника. Цель изготовления — оценить сочленения поверхностей деталей подшипника. Макет (см. рис. 6 и 7) подшипника имел размеры:  $\theta = 17^\circ 30'$ ,  $D_0 = 125$  мм,  $D_1 = 130$  мм,  $B = 120$  мм. В результате установлено, что изготовление макета подшипника в соответствии с приведенным описанием обеспечивает полное сочленение цилиндрических роликов подшипника с поверхностями качения внутреннего и наружного его колец, выполненными в виде поверхности однополостного гиперболаида.

В работе [4] предложено усовершенствование конструкции роликовых подшипников качения, базирующихся на изложенных выше положениях.

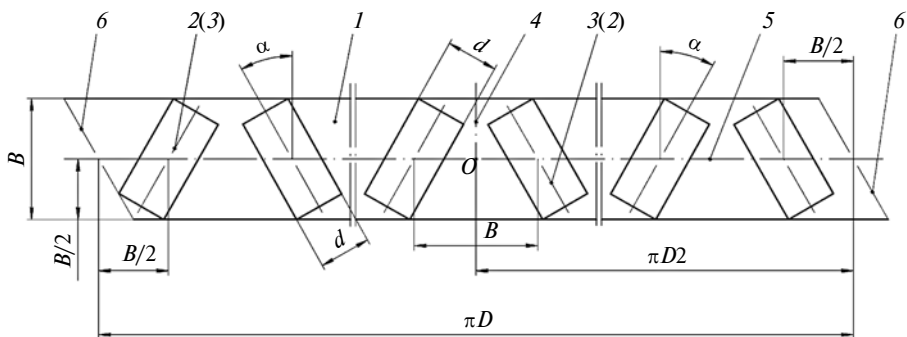
В четырехрядных роликоподшипниковых опорах (например, валков листопркатных клетей) рекомендовано использовать отмеченное свойство однополостного гиперболаида иметь два семейства прямолинейных образующих его поверхности гиперболаида (см. рис. 8 и 9). Использование этого свойства позволяет компоновать четырехрядную опору прокатного вала из одинаковых подшипников, способную воспринимать разнонаправленные осевые нагрузки.

При этом цилиндрические ролики подшипника с осью симметрии I (см. рис. 8) контактируют с одним семейством прямолинейных образующих 13, а в подшипнике с осью симметрии II — с другим семейством прямоли-



**Рис. 8. Опора прокатного вала с четырьмя одинаковыми подшипниками с поверхностями качения цилиндрических роликов в виде однополостного гиперboloида:**

$P$  — усилие прокатки, действующее на подшипниковую опору; 1 и 2 — бочка и шейка вала; 3 — цилиндрический ролик; 4 и 5 — поверхности качения роликов в виде поверхности однополостного гиперboloида 5 и эквидистантной ей поверхности 4; 6 — внутреннее и наружное кольца подшипника; 7 — подушка вала; 8, 9 и 11 — дистанционные кольца; 10 — центральная ось симметрии вала; 12 и 13 — осевые линии цилиндрических роликов качения подшипников



**Рис. 9. Роликовый подшипник качения:**

1 — внутреннее кольцо; 2 и 3 — цилиндрические ролики качения; 4 — продольная ось симметрии подшипника; 5 — ось симметрии поверхности качения подшипника, выполненной в виде поверхности однополостного гиперboloида

нейных образующих 12. Отметим, что расположение рядов I—IV в подшипниковой опоре с отмеченным различием контакта их роликов может быть произвольным, но предпочтительно подшипники с одинаковым расположением роликов располагать в опоре рядом.

Для разработанной опоры валков листопркатных клетей, содержащей четыре ряда подшипников, существенной является возможность применения для подшипниковой опоры (см. рис. 8) полностью одинаковых деталей, так как различие в их восприятии осевой нагрузки обеспечено ис-

пользованием свойства однополостного гиперboloида иметь два семейства прямолинейных образующих.

Отмеченное свойство поверхности однополостного гиперboloида позволяет по-новому подойти к компоновке роликов в однорядном подшипнике с цилиндрическими роликами: располагать в подшипнике оси роликов поочередно параллельными одной из двух прямых образующих (см. рис. 9) внутренней и наружной поверхностей качения колец подшипника [5]. Рис. 9 иллюстрирует отмеченное на примере расположения роликов относительно поверхности качения развертки внутреннего кольца подшипника.

Таким образом, обоснована возможность и показана целесообразность использования свойств однополостного гиперboloида для поверхности качения роликоподшипников с цилиндрическими роликами. Применение указанных подшипников обеспечивает восприятие опорой валов существенных радиальных и определенных осевых нагрузок.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. Перель Л. Я., Филатов А. А. Подшипники качения: Расчет, проектирование и обслуживание опор: Справочник. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Машиностроение, 1992. 608 с.
2. Пат. 2585437. Рос. Федерация. МПК: F16C 19/22. Роликовый подшипник качения.
3. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике. 6-е изд. М.: Госиздат научно-технической литературы, 1956. С. 228—231.
4. Хлопонин В. Н. Подшипник качения с цилиндрическими роликами и дорожками качения в виде эквидистантных поверхностей однополостного гиперboloида (для опор прокатных станков) // Электронный научно-практический журнал "Современные научные исследования и инновации". 2018/04/86276.
5. Пат. 2685632. Рос. Федерация. МПК: F16C 19/22. Роликовый подшипник качения.



И. А. ЗВЕРЕВ, д-р техн. наук (МГТУ "СТАНКИН", МГТУ им. Баумана),  
e-mail: i.a.zverev@stankin.ru

## Расчетно-экспериментальное исследование жесткости высокоскоростных шпинделей

Исследованы показатели жесткости высокоскоростных шпиндельных узлов на радиально-упорных шарикоподшипниках при высоких частотах вращения. Установлено, что частота вращения шпинделя, радиальная нагрузка, температура подшипников, вид и величина предварительного натяга в опорах значительно влияют на жесткость шпиндельного узла.

**Ключевые слова:** высокоскоростной шпиндельный узел, радиально-упорный шариковый подшипник, упруго-деформационная модель.

The stiffness indices of high-speed spindle units on angular contact ball bearings at high rotational speeds are investigated. It is found, that the spindle rotational speed, radial load, bearing temperature, type and magnitude of the preload in the bearings significantly affect the stiffness of the spindle unit.

**Keywords:** high-speed spindle unit, angular contact ball bearing, elastic-deformation model.

Повышенные требования к высокоскоростным шпиндельным узлам (ВШУ) обрабатывающего оборудования обуславливают необходимость численной оценки их показателей качества при проектировании и компромиссных решений по требованиям к точности, жесткости, долговечности, несущей способности и быстроходности [1]. Сегодня большинство ВШУ монтируют на недорогих радиально-упорных шарикоподшипниках (ШП), которые надежны, просты в эксплуатации и техническом обслуживании. При повышении скорости и силы резания значительно увеличивается нагрузка на ШП, что снижает их ресурс и может привести к отказам. Для предотвращения отказов ВШУ при высоких нагрузках необходимы исследования кинематики и механики их опор при высоких частотах вращения ВШУ. С этой целью разработаны упруго-деформационная модель (УДМ) ВШУ и программный модуль в системе MATLAB. Для проверки работоспособности УДМ выполнены расчетно-экспериментальные исследования для ВШУ разных исполнений.

### Упруго-деформационная модель ВШУ на радиально-упорных ШП

Для исследований выбран мотор-шпиндель (рис. 1) с пружинным предварительным натягом в подшипниках HS7009С.Т.Р4S (FAG).

При разработке расчетной схемы шпинделя использовали три типа элементов (см. рис. 1): стержневые конечные элементы 1, моделирующие упругие свойства шпинделя с переменным сечением; линейные осевые и радиальные пружины 2, моделирующие упругие свойства подшипниковых колец, проставочных втулок,

стопорных гаек и фланцев; нелинейные элементы 3 (пружины), моделирующие нелинейные упруго-деформационные показатели (УДП).

### Упруго-деформационная модель радиально-упорных ШП

УДМ позволяет при разных условиях эксплуатации оценить такие показатели ШП, как жесткость, распределение углов контакта и контактных нагрузок по шарикам, которые во многом определяют долговечность опор, тепловыделение при эксплуатации и жесткость [1].

В радиально-упорном ШП радиальное и осевое перемещения внутреннего кольца взаимосвязаны ввиду наличия угла контакта. Поэтому любые относительные перемещения колец, обусловленные температурными деформациями, внешними нагрузками или предварительным натягом, вызывают изменения кинематических и УДП ШП [2–6]. В быстровращающемся ШП эти изменения обусловлены влиянием следующих факторов [7, 8]:

вращающееся внутреннее кольцо имеет более высокую температуру, чем наружное, что приводит к его расширению и уменьшению радиального зазора в подшипнике, а это, в свою очередь, изменяет процесс трения и жесткость подшипника;

значительные центробежные нагрузки на шарик изменяют

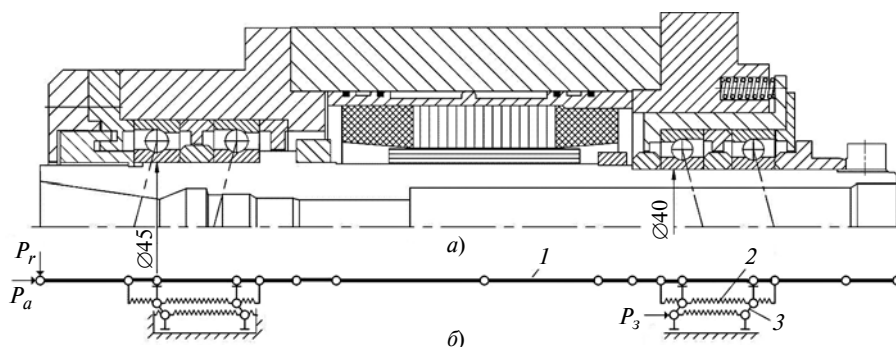


Рис. 1. Чертеж (а) и расчетная схемы (б) мотор-шпинделя

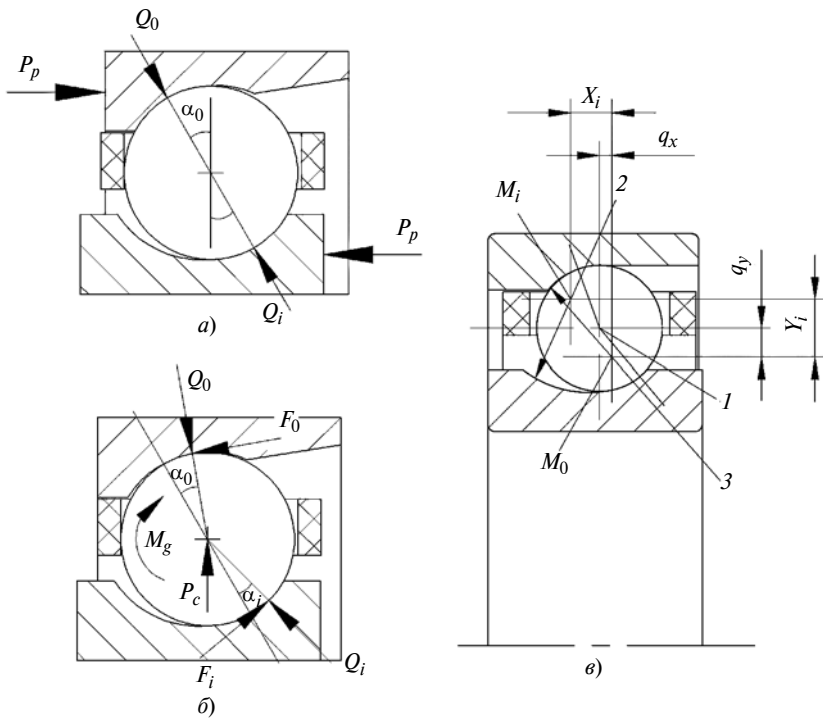


Рис. 2. Нагрузки и углы контакта в подшипнике при медленном (а) и быстром вращении (б), геометрия подшипника (в):

1 — центр шарика; 2 — желоб внутреннего кольца; 3 — желоб внешнего кольца

распределение контактных нагрузок и монтажных углов контакта на дорожках качения так, что углы контактов с наружным кольцом уменьшаются, а с внутренним кольцом увеличиваются (рис. 2, а, б).

Модель вращающегося ШП основана на равенстве силовых факторов с учетом геометрических и кинематических соотношений в подшипнике, ее разрабатывали в два этапа [1, 9]. На первом этапе решали обратную задачу упруго-деформационного равновесия ШП и определяли вектор реакции подшипника, показатели каждой контактной группы и матрицу жесткости при заданном векторе относительного перемещения колец. На втором этапе по заданным нагрузкам на подшипник, включая силу предварительного натяга, определяли составляющие относительного перемещения колец.

Решение обратной задачи заключается в вычислении вектора реакции подшипника  $\mathbf{R} = (R_x; R_y; R_z)^T$  по вектору относитель-

ных перемещений внутреннего кольца  $\delta = (\delta_x; \delta_y; \delta_z)^T$ , т. е. в определении зависимости  $\mathbf{R} = \mathbf{R}(\delta)$ , при этом  $\mathbf{R} = \sum_i \mathbf{r}_i$ , где  $\mathbf{r}_i$  — вектор реакции  $i$ -го шарика на внутреннее кольцо.

Рассмотрим сечение шарика в осевой плоскости  $XY$  (рис. 2, в), в которой на шарик действуют:  $Q_i$  и  $Q_o$  — контактные реакции внутреннего и внешнего колец;  $P_c$  — центробежная сила;  $M_g$  — гироскопический момент;  $F_i$  и  $F_o$  — силы трения на дорожках качения соответственно внутреннего и внешнего колец, препятствующие гироскопическому проскальзыванию шарика.

Система уравнений квазистатического равновесия шарика:

$$\begin{cases} \Sigma F_x = Q_i \sin \alpha_i - F_i \cos \alpha_i - \\ - Q_o \sin \alpha_o + F_o \cos \alpha_o = 0; \\ \Sigma F_y = Q_i \cos \alpha_i - F_i \sin \alpha_i - \\ - Q_o \cos \alpha_o - F_o \sin \alpha_o + P_c = 0; \\ \Sigma M_z = 2M_g = (F_i + F_o)d_b, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\Sigma F_x, \Sigma F_y, \Sigma M_z$  — суммарные составляющие всех сил и моментов по соответствующим осям.

Введем параметр  $\lambda$ , характеризующий распределение сил трения в контакте шарика с кольцом:

$$F_o = 2\lambda M_g / d_b;$$

$$F_i = 2(1 - \lambda) M_g / d_b,$$

здесь  $d_b$  — диаметр шарика.

Теоретические и экспериментальные исследования радиально-упорных ШП при высоких частотах вращения узла показали [3, 5—8], что кинематику ШП для ведущего наружного кольца достаточно точно описывает гипотеза А. Джонса, в соответствии с которой шарик движется так, что отсутствует его верчение на наружном кольце из-за больших контактных нагрузок и сил трения, при этом  $\lambda = 1$ .

Центробежная сила  $P_c$  и гироскопический момент  $M_g$ , действующие на шарик, имеют вид:

$$P_c = \frac{1}{2} M_b d_m \omega_c^2;$$

$$M_g = \mu I_b \omega_b \omega_c \sin \alpha,$$

где  $\alpha$  — номинальный угол контакта в подшипнике;  $d_m$  — средний диаметр подшипника;  $M_b$  и  $I_b$  — масса и момент инерции шарика;  $\omega_c$  и  $\omega_b$  — переносная и относительная угловые скорости шарика соответственно.

Приближенно получим кинематические показатели [6, 7]:

$$\omega_c = \frac{1}{2} \omega \left( 1 - \frac{d_b}{d_m} \cos \alpha \right);$$

$$\omega_b = \frac{1}{2} \omega \frac{d_m}{d_b} \left[ 1 - \left( \frac{d_b}{d_m} \cos \alpha \right)^2 \right],$$

где  $\omega$  — частота вращения подшипника.

Система уравнений (1) содержит четыре неизвестных:  $Q_i, Q_o, \alpha_i, \alpha_o$ . Для решения этой системы дополним ее геометрическими зависимостями. Под действием внешней нагрузки возникают смещения  $X_i$  и  $Y_i$  центра  $M_i$  кри-

визны дорожки качения внутреннего кольца в системе координат  $XYZ$ , связанной с центром  $M_0$  кривизны дорожки качения неподвижного наружного кольца (рис. 2, в). Координаты центра шарика в нагруженном состоянии  $q_x$  и  $q_y$ . После соответствующих преобразований система (1) в векторной форме с двумя неизвестными  $q_x$  и  $q_y$  будет иметь вид:

$$f(q_x, q_y) = 0. \quad (2)$$

Аналитическое решение нелинейной системы (2) возможно при условии  $P_c = M_g = 0$ , поэтому для численного решения применяем итерационный метод Ньютона — Рафсона [1]. Если вектор  $q^n = (q_x^n, q_y^n)^T$  является  $n$ -ым приближением к искомому корню уравнения, то  $(n + 1)$  приближение определяет формула  $q^{n+1} = q^n - \varepsilon^n$ , в которой поправку  $\varepsilon^n$  находим решением линейного уравнения:

$$\frac{\partial f(q_x^n, q_y^n)}{\partial q} \varepsilon^n = f(q_x^n, q_y^n). \quad (3)$$

Решением системы (3) определяем координаты  $q_x$  и  $q_y$  центра шарика. Далее вычисляем значения  $Q_o, Q_i, \alpha_o, \alpha_i$ , по которым вычисляем компоненты вектора  $r_i$  реакции для  $i$ -го шарика.

Просуммировав вектора  $r_i$  реакции по всем шарикам, получим реакцию всего ШП:

$$\sum_i r_i = R(\delta). \quad (4)$$

Выражение (4) определяет УДП ШП при известных  $\delta, P_c, M_g$  и  $\lambda$ .

Заметим, что задание вектора относительного перемещения ко-

лец в виде  $\delta = \delta(\delta + \Delta)$  позволяет учитывать их геометрические погрешности, а также температурные деформации колец и шариков в виде компонентов вектора  $\Delta$ .

Решение прямой упруго-деформационной задачи ШП сводится к определению корня уравнения:

$$r_e(\delta) = P, \quad (5)$$

где  $P = (P_x, P_y, M_z)^T$  — вектор внешней нагрузки на подшипник.

Уравнение (5) также решаем методом Ньютона — Рафсона, при этом поправку  $\varepsilon^n = \delta^n - \delta^{n+1}$  для  $n$ -го приближения определяем из решения уравнения:

$$\frac{\partial r_e(\delta^n)}{\partial \delta} \varepsilon^n = r_e(\delta^n) - P.$$

#### Уравнения равновесия упругой системы ВШУ и их решение

Уравнения равновесия упруго-деформационной системы ВШУ получены из общего уравнения равновесия упругих механических систем. После соответствующих преобразований система нелинейных уравнений квазистатического равновесия ВШУ можно представить в матричной форме:

$$K\Delta + R = P, \quad (6)$$

где  $\Delta$  —  $3n$ -мерный вектор узловых перемещений системы;  $n$  — число узлов в расчетной схеме ШУ;  $P$  —  $3n$ -мерный вектор нагрузки;  $K = \sum_e K_e$  —  $(3n \times 3n)$ -мерная глобальная матрица жесткости линейной части системы ШУ;  $K_e$  —  $(3n \times 3n)$ -мерная локальная матрица жесткости  $e$ -го линейно-

го элемента;  $R$  —  $3n$ -мерный вектор реакции нелинейной части системы, т. е. реакции подшипников.

Решение задачи по определению реакции подшипников  $R = R(\Delta, P_c, M_g, Q_i, Q_o, F_i, F_o, \omega)$  приведено в работе [1].

Систему (6) представим в следующем виде:

$$\Phi(\Delta) = K\Delta + R(\Delta) - P = 0$$

и решим методом Ньютона — Рафсона. Основная цель данного метода — организовать итерационную последовательность  $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_i$  таким образом, чтобы  $\Delta_{i+1}$  приближение к точному решению  $\Delta$  определялось по формуле  $\Delta_{i+1} = \Delta_i - p_i$ , где вектор  $p_i$  коррекции определяется из системы линейных алгебраических уравнений:

$$\frac{\partial \Phi(\Delta_i)}{\partial \Delta} p_i = \Phi(\Delta_i).$$

#### Упругие элементы в конструкции ВШУ

В расчетной схеме ВШУ необходимо учитывать следующие особенности: компоновку, включая схему установки подшипников; посадки подшипников на вал и в корпусе; вид предварительного натяга в опорах (жесткий или пружинный).

Расчетную схему составляют с учетом конструкции ВШУ и схемы установки подшипников (см. рис. 1). Жесткость посадки колец подшипников на шпиндель и в корпус определяют радиальные, угловые и осевые жесткости упругих элементов (пружин). Если кольцо подшипника имеет свободную посадку (рис. 3, а), то

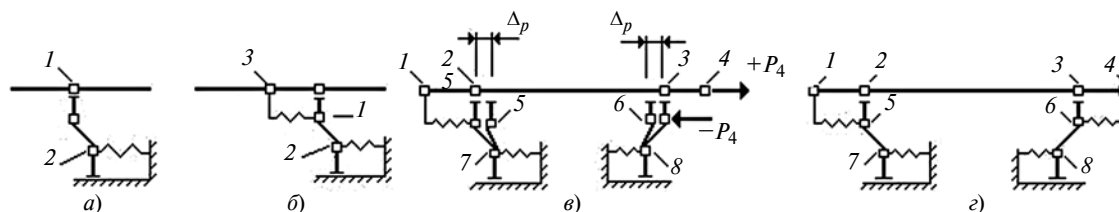


Рис. 3. Осевые упругие элементы (а, б) и схемы жесткого предварительного натяга в подшипниках (в, з)

осевую жесткость упругого элемента принимают равной нулю. При необходимости вводят ограничение на осевое перемещение кольца с помощью дополнительной пружины между узлами 1—3 (рис. 3, б).

Пружинный натяг в опорах (см. рис. 1) обеспечивает постоянное нагружение подшипников осевой силой  $P_p$  и учитывается непосредственно при формировании вектора внешних нагрузок  $P$  на шпиндель. Фиксированный (жесткий) натяг обеспечивает геометрическое замыкание элементов ВШУ с помощью фланцев, стопорных гаек, проставочных втулок и учитывается в два этапа (рис. 3, в, г).

На первом этапе определяют вектор  $\Delta_p$  деформаций ВШУ от осевых нагрузок  $+P$  и  $-P$  предварительного натяга в узлах 4 и 6 из решения системы уравнений:

$$K\Delta_p + R(\Delta_p) = P,$$

где  $P$  — вектор нагрузок с учетом  $+P_4$  и  $-P_6$  в узлах 4 и 6 (см. рис. 3, в).

На втором этапе добавляют дополнительную связь между узлами 4—6 (см. рис. 3, г, осевая пружина), которая моделирует стопорную гайку и изменяет матрицу жесткости  $K^*$  системы:

$$K^* = K + K_{4-6},$$

где  $K_{4-6}$  — расширенная матрица жесткости связи между узлами 4—6.

Уравнение равновесия ВШУ с учетом зазоров-натягов ( $\Delta_p$ ) в подшипниках представляем как

$$K^*\Delta + R(\Delta + \Delta_p) = P,$$

где  $K^*$  — модифицированная матрица жесткости линейно-упругой части системы с учетом дополнительных связей;  $R(\Delta + \Delta_p)$  — вектор реакций подшипников, обусловленный натягами в опорах;  $P$  — вектор узловых нагрузок без учета натягов в опорах;  $\Delta$  — вектор неизвестных узловых перемещений ВШУ.

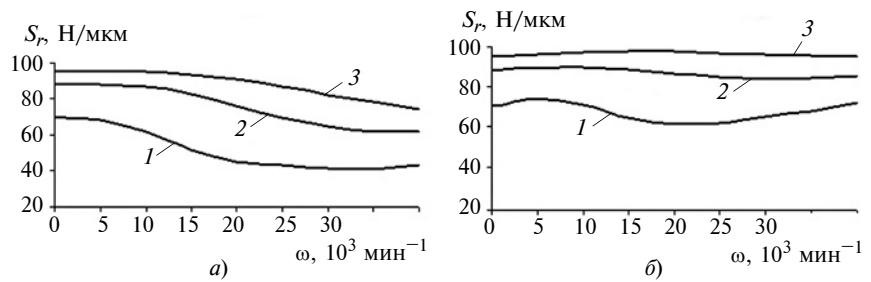


Рис. 4. Зависимости радиальной жесткости  $S_r$  шпинделя с пружинным натягом от частоты  $\omega$  вращения без нагревания (а) и с нагреванием подшипников (б) при легком (1), среднем (2) и тяжелом (3) натягах

Погрешности изготовления и сборки, а также износ и температурные деформации подшипников вызывают относительные перемещения колец, их можно учитывать при моделировании. В этом случае уравнение квазистатического равновесия ШУ представим как

$$K\Delta + R(\Delta + \Delta_p + \Delta_o) = P,$$

где  $\Delta_o$  — вектор относительного перемещения колец подшипников, обусловленный погрешностями изготовления, сборки, износом и температурными деформациями колец.

Таким образом, предложенный подход позволяет учитывать в расчетах практически все особенности конструкций ВШУ, а также кинематические и нелинейные показатели радиально-упорных ШП.

### Результаты исследований

При изучении работы ВШУ для обобщенных условий эксплуатации расчетным анализом в широких диапазонах варьировали частоту вращения, предварительный натяг и радиальную нагрузку на шпиндель. Частоту вращения  $\omega$  изменяли от 0 до  $40 \cdot 10^3 \text{ мин}^{-1}$ . При  $\omega_{\text{max}} = 40 \cdot 10^3 \text{ мин}^{-1}$  заметно изменяется кинематика и УД радиально-упорных ШП. В подшипниках создавали разный осевой предварительный натяг  $P_p = 100$  (легкий), 300 (средний), 600 Н (тяжелый). Инструментальную оправку в расчетных схемах ВШУ (см. рис. 1) не учи-

тывали, чтобы не исказить результаты анализа работы шпинделя в опорах.

Рассчитывали два случая: без учета нагревания подшипников в узле и с учетом разности температур внутреннего и наружного колец  $\Delta T = 20^\circ \text{C}$  в результате их нагревания при увеличении частоты вращения до  $\omega_{\text{max}}$ .

### Жесткость шпиндельного узла при вращении

Известно, что в быстровращающемся радиально-упорном ШП углы контакта шарика на внутренней и наружной дорожках качения разные [5—7], что влияет не только на трение в подшипнике, но и на его радиальную и осевую жесткости [2, 3]. На жесткость также оказывают влияние способ и величина предварительного натяга в опорах, а также неравномерное нагревание подшипников, которое изменяет рабочие зазоры (натяги) в них [10].

Расчетные зависимости радиальной жесткости на торце шпинделя с пружинным натягом от частоты вращения представлены на рис. 4.

В случае легкого пружинного натяга в опорах радиальная жесткость ВШУ может снижаться на  $40 \div 50\%$  при высоких частотах вращения по сравнению со статической без вращения (см. рис. 4, а). При средних и тяжелых натягах снижение радиальной жесткости не превышает  $20 \div 25\%$ . С учетом неравномерного нагревания подшипников снижение жесткости

составляет примерно 20 % при легком натяге, т. е. при частоте вращения до  $20 \cdot 10^3 \text{ мин}^{-1}$ , а при частоте выше  $35 \cdot 10^3 \text{ мин}^{-1}$  жесткость восстанавливается до значения при статике (см. рис. 4, б). При увеличении предварительного натяга с увеличением частоты вращения жесткость изменяется монотонно (рис. 4, б) и не превышает 5 %.

При легком натяге и без учета нагревания подшипников радиальная жесткость шпинделя с жестким натягом в опорах может снижаться на 20÷25 %, а при среднем и тяжелом натягах — на 15÷20 % при высоких частотах вращения (рис. 5, а). При нагревании подшипников с увеличением частоты вращения зависимость радиальной жесткости меняется на противоположное (рис. 5, б), жесткость по сравнению со статическим значением повышается на 15÷25 %.

Характер изменения радиальной жесткости ВШУ с ростом частоты вращения различается для пружинного и жесткого натягов в опорах при нагревании подшипников. Расчеты показали, что увеличение натяга от среднего до тяжелого не приводит к существенному увеличению радиальной жесткости, т. е. происходит ее "насыщение" при некотором критическом натяге. Эффект насыщения радиальной жесткости обнаружен для всех исследованных ВШУ с разными способами предварительного натяга. Поэтому можно сформулировать приближенный критерий для выбора натяга в опорах ВШУ — предварительный натяг в большинстве случаев не должен превышать критическое значение, которое соответствует среднему натягу, представленному в каталогах, или должен быть на 10÷15 % меньше.

С увеличением частоты вращения изменяются начальные углы контакта в подшипниках, а следовательно, и осевая жесткость ВШУ в сравнении со стати-

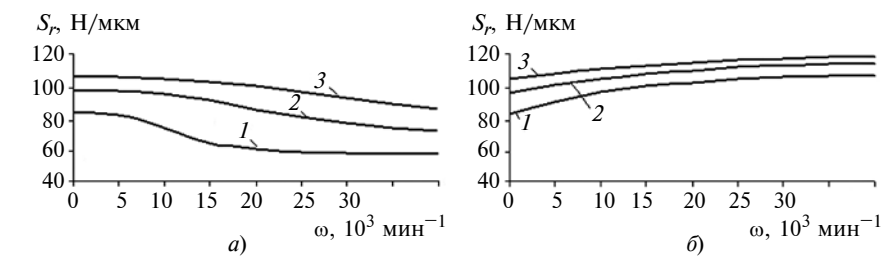


Рис. 5. Зависимости радиальной жесткости  $S_r$  шпинделя с жестким натягом от частоты  $\omega$  вращения без нагревания (а) и с нагреванием подшипников (б) при легком (1), среднем (2) и тяжелом (3) натягах

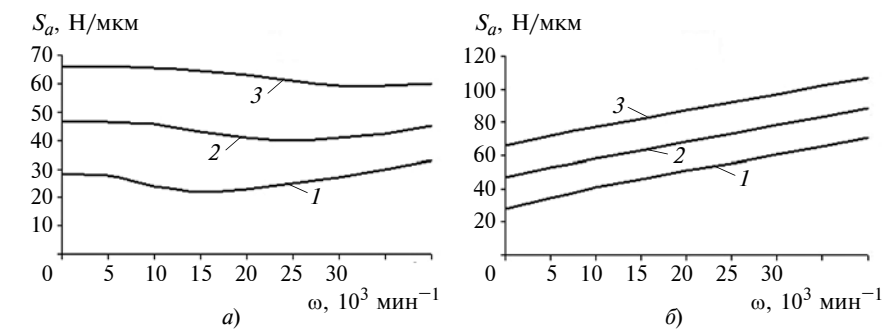


Рис. 6. Зависимости осевой жесткости  $S_a$  шпинделя от частоты  $\omega$  вращения без нагревания (а) и с нагреванием подшипников (б) при легком (1), среднем (2) и тяжелом (3) натягах

кой. В случае легкого пружинного натяга при высоких частотах вращения максимальное снижение осевой жесткости составляет 25÷30 % и только 5÷10 % при тяжелом и среднем натягах. Расчетами установлено, что нагревание подшипников практически не влияет на осевую жесткость ВШУ с пружинным натягом.

При жестком натяге зависимость осевой жесткости от частоты вращения имеет немонотонный характер, претерпевая незначительные изменения относительно значений в статике (рис. 6, а). При нагревании подшипников с ростом частоты вращения зависимость изменяется, осевая жесткость увеличивается в 1,5 раза для тяжелого натяга и в 2,5 раза для легкого натяга (рис. 6, б).

#### Осевое перемещение шпинделя

При расчете ВШУ с пружинным натягом обнаружен эффект осевого перемещения шпинделя при разгоне до высоких частот

вращения, что обусловлено воздействием центробежных сил на шарики, которые изменяют углы контактов на дорожках качения относительно номинальных значений [5, 6]. Изменение углов контакта, в свою очередь, вызывает относительные осевые перемещения колец подшипников и, как следствие, осевое перемещение (выталкивание) шпинделя из корпуса. Для холодного ВШУ расчетные зависимости осевого перемещения шпинделя имеют немонотонный характер (рис. 7, а), что обусловлено немонотонным изменением (при изменении частоты вращения) углов контакта на внутреннем и наружном кольце в подшипниках передней опоры ШУ в сочетании с осевой нагрузкой. Зависимости на рис. 7, а имеют максимумы, особенно выраженные при легких натягах, поскольку осевое перемещение шпинделя ограничено геометрическими параметрами подшипников (размер шариков, углы контакта, развалы дорожек качения), а также осевым натягом в

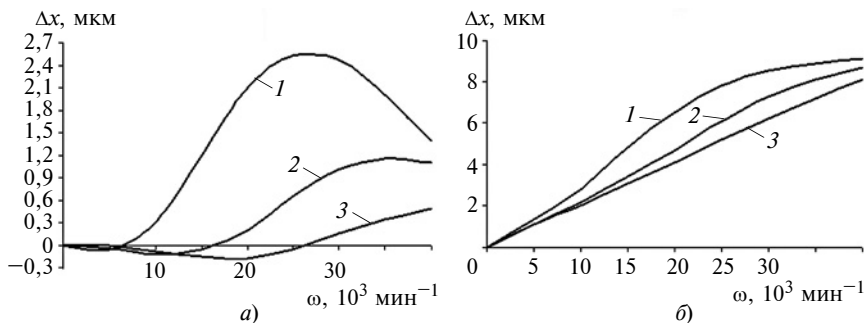


Рис. 7. Зависимости осевого перемещения  $\Delta x$  шпинделя от частоты  $\omega$  вращения без нагрева (а) и с нагреванием подшипников (б) при легком (1), среднем (2) и тяжелом (3) натягах

опорах. С увеличением натяга осевые перемещения шпинделя уменьшаются.

При нагревании подшипников зависимости осевого перемещения шпинделя принимают монотонно возрастающий характер (рис. 7, б), что обусловлено увеличением тепловых деформаций внутренних колец в общем балансе относительных осевых перемещений колец подшипников в ВШУ.

Экспериментальное исследование обнаруженного эффекта выполняли с помощью специализированного стенда для обкатки ВШУ (рис. 8). Шпиндель приводится во вращение от регулируемого двигателя через ременную передачу. Величина натяга в опорах регулируется подачей воздуха под давлением. Осевое перемещение шпинделя опреде-

ляли измерением осевого зазора  $\Delta x$  между бесконтактным токовихревым датчиком TRK/2-5 и торцом измерительной оправки. Сигнал от датчика через усилитель KWS-73 (Hottinger) подается на вход анализатора 2031 (В & К). Точность измерений 0,1 мкм.

Измерения выполняли для двух предварительных натягов 120 и 210 Н. После разгона шпинделя до заданной скорости приводной ремень сбрасывается и шпиндель вращается на выбеге в течение короткого времени. Незначительное нагревание шпинделя за время измерений практически не оказывает влияние на его перемещение.

Зависимости осевого перемещения шпинделя от частоты вращения представлены на рис. 9, анализ которых показывает, что максимальная разница экспери-

ментальных и расчетных данных не превышает 20 %.

### Условия эксплуатации высокоскоростных шпинделей

В каталогах рекомендованы осевые предварительные натяги, обеспечивающие полный контакт шариков с дорожками качения для базовых условий работы подшипника, указываются частота вращения, смазочный материал, температура. Однако эти рекомендации не учитывают радиальную нагрузку на шпиндель, которая передается на подшипники и может разгрузить часть шариков. Расчет с помощью УДМ показал, что необходимо использовать два критерия для выбора радиальной нагрузки на ВШУ и осевого натяга в подшипниках: первый (традиционный) — полный контакт всех шариков с дорожками качения при действующей радиальной нагрузке на шпиндель, что обеспечивает необходимую жесткость и работоспособность подшипников; второй — отсутствие проскальзывания шариков на дорожках в направлении, перпендикулярном к направлению качения под действием гироскопических моментов, так как оно может вызвать их повышенное изнашивание и значительное тепловыделение на высоких частотах вращения. Согласно

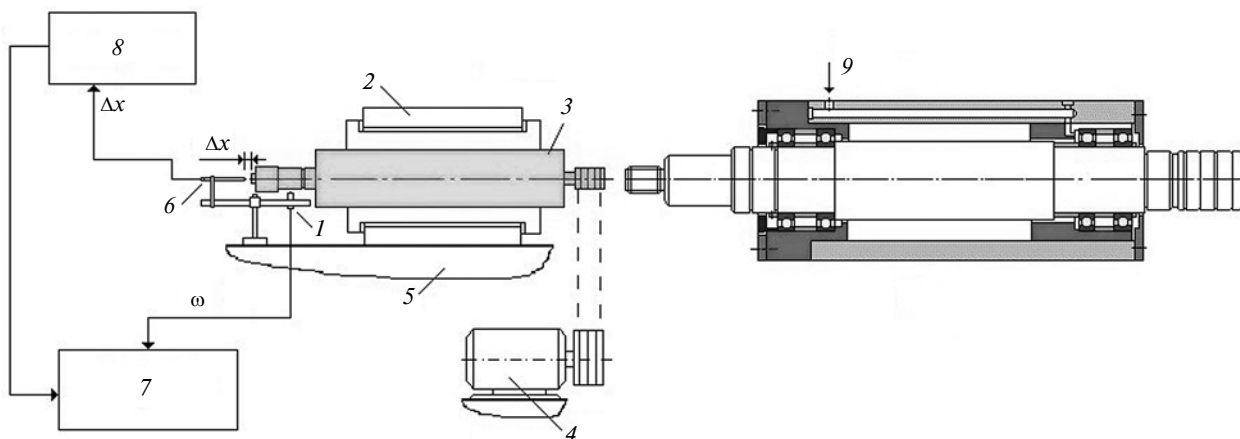


Рис. 8. Схема экспериментального стенда и шпинделя с регулируемым натягом:

1 — датчик оборотов; 2 — воздушная опора; 3 — шпиндель; 4 — двигатель; 5 — станина; 6 — датчик осевых перемещений; 7 — измерительный прибор; 8 — усилитель; 9 — воздух под давлением

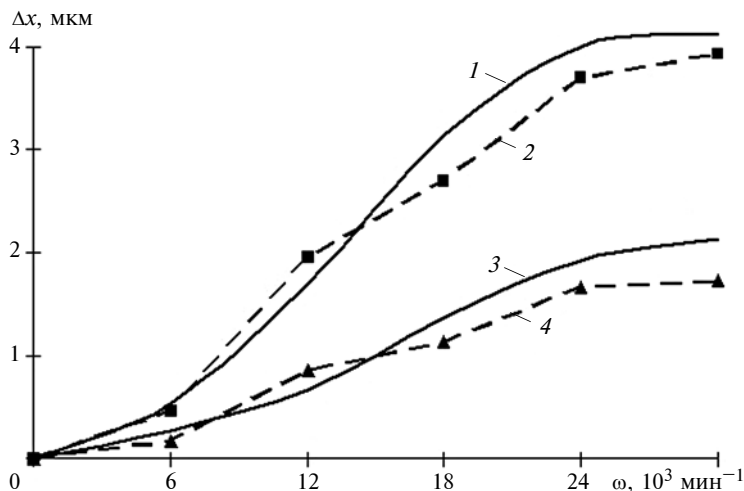


Рис. 9. Экспериментальные (2, 4) и расчетные (1, 3) зависимости осевого перемещения  $\Delta_x$  шпинделя от частоты  $\omega$  вращения при натягах 120 (1, 2); 210 Н (3, 4)

второму критерию, момент трения на дорожках качения должен превышать гироскопический момент  $M_g$  на шарик, т. е. контактные нагрузки на внутренней ( $Q_i$ ) и наружной ( $Q_o$ ) дорожках качения должны удовлетворять условию:

$$\mu(Q_i + Q_o)d_b > M_g,$$

где  $\mu$  — коэффициент трения скольжения.

Результаты моделирования при  $\mu = 0,07$  представлены на рис. 10 — зависимости допустимой радиальной нагрузки на шпиндель от частоты вращения для разных значений осевого натяга при выполнении требуемых двух критериев в опорах ВШУ. На рис. 10 допустимая нагрузка  $P_r$  — максимальная радиальная нагрузка на шпиндель, при которой еще выполняются оба критерия при заданном осевом натяге в подшипниках. Если частота вращения мала, гироскопические моменты на шарики также малы и работает первый критерий. При высоких частотах гироскопические моменты возрастают и начинает работать второй критерий. Для выполнения обоих критериев должны соблюдаться допустимые сочетания радиальной нагрузки на шпиндель, предварительного натяга в подшипниках и частоты вращения. На

рис. 10 зоны показателей работоспособности ВШУ расположены ниже кривых. При значениях, находящихся выше кривых, возможны потери контактов или гироскопическое проскальзывание шариков на дорожках качения, что недопустимо при работе высокоточных шпинделей.

Таким образом, расчетно-экспериментальные исследования жесткости ВШУ на радиально-упорных ШП показали значительное влияние частоты вращения, осевого натяга, радиальной нагрузки и температуры подшипников на УДП ШУ.

Радиальная жесткость ВШУ возрастает с увеличением осевого натяга в опорах, однако по достижению критического значения при дальнейшем увеличении натяга повышение жесткости прекращается.

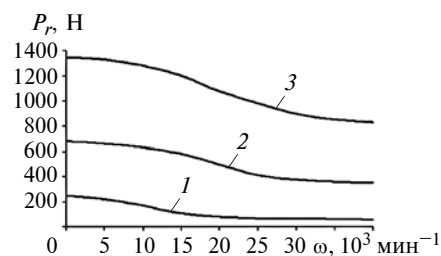


Рис. 10. Зависимости допустимой радиальной нагрузки  $P_r$  на шпиндель от частоты  $\omega$  вращения при легком (1), среднем (2) и тяжелом (3) натягах

В опорах с пружинным натягом повышение частоты вращения приводит к осевому выталкиванию шпинделя из корпуса. При небольшом натяге осевое выталкивание шпинделя может достигать нескольких микрон при высоких частотах вращения.

В комплексе показателей "радиальная нагрузка на шпиндель — осевой натяг в опорах — частота вращения" есть зона неработоспособности ВШУ, обусловленная потерей контактов или гироскопическим проскальзыванием шариков на дорожках качения, что недопустимо при работе высокоточных шпинделей.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. Пуш А. В., Зверев И. А. Шпиндельные узлы: качество и надежность при проектировании. М.: СТАНКИН, 2000. 132 с.
2. Галахов М. А., Бурмистров А. Н. Расчет подшипниковых узлов. М.: Машиностроение, 1988. 272 с.
3. Журавлев В. Ф., Бальмонт В. Б. Механика шарикоподшипников гироскопов. М.: Машиностроение, 1985. 272 с.
4. Черменский О. Н., Федотов Н. Н. Подшипники качения: Справочник-каталог. М.: Машиностроение, 2003. 576 с.
5. Jones A. V. General Theory of Elastically Constrained Ball and Radial Roller Bearings under Arbitrary Load and Speed Conditions // ASME Transactions. Journal of MSE. 1960. Vol. 82 (3). P. 309—320.
6. Harris T. A. Rolling Bearing Analysis. John Wiley & Sons Inc., 2001. 550 p.
7. Kingsbury E. First order ball-bearing kinematics // ASME Transactions. Journal of MSE. 1985. 28 (2). P. 22—27.
8. Weck M., Tullmann U. Kinematics of Spindle Bearings with Rigid and Spring Preload // Transactions of the 2-nd International Conference on High Speed Machining. Darmstadt Technical Univ. 1999. P. 85—92.
9. Зверев И. А., Аверьянова И. О. Комплексная математическая модель высокоскоростных шпиндельных узлов на опорах качения // СТИН. 1995. № 1. С. 7—9.
10. Зверев И. А., Маслов А. Р. Исследование тепловых характеристик шпиндельных узлов на опорах качения // Вестник машиностроения. 2017. № 1. С. 36—39.

Т. А. НОВОЖИЛОВ, канд. техн. наук (Омский ГТУ), А. Н. НОВОЖИЛОВ, д-р техн. наук, Д. М. РАХИМБЕРДИНОВА (Павлодарский ГУ им. С. Торайгырова), e-mail: timokvey@mail.ru

## Моделирование токов в шинном пакете короткой сети

Разработан графоаналитический способ определения сопротивлений короткой сети и математическая модель однофазного печного трансформатора с расщепленной вторичной обмоткой для моделирования токов в трансформаторе и шинном пакете короткой сети при коротком замыкании и обрыве гибких связей. Экспериментами доказана адекватность предложенного способа. Погрешность моделирования не превышает 10 %.

**Ключевые слова:** однофазный трансформатор, расщепленная обмотка, короткая сеть, короткое замыкание, обрыв, сопротивление, математическая модель, моделирование.

A graphoanalytic method for determining the high-current system resistances and a mathematical model of a single-phase furnace transformer with a split secondary winding are developed for modeling currents in a transformer and a high-current system bus package in case of short circuit and opening of flexible connections. Experiments have proved the adequacy of the proposed method. The simulation error does not exceed 10 %.

**Keywords:** single-phase transformer, split winding, short circuit, high-current system, opening, resistance, mathematical model, modeling.

В рудотермической печи самым дорогим элементом является шинный пакет короткой сети, через которую посредством гибких связей от печного трансформатора передается электроэнергия к электродам печи [1, 2]. В мощных рудотермических комплексах печной трансформатор выполняют, как правило, однофазным с расщепленной вторичной обмоткой. Числа пар трубошин короткой

сети равно числу расщеплений вторичной обмотки трансформатора.

Расположение пар трубошин в шинном пакете короткой сети показано на рис. 1, а.

При таком исполнении печного трансформатора и шинного пакета большее число отказов связано с коротким замыканием (КЗ) в пакете трубошин и обрывом гибких связей [3–6].

Схема печного трансформатора с четырьмя расщеплениями и характерными повреждениями в шинном пакете приведена на рис. 1, б, где  $\dot{U}_1$  — комплексное напряжение на первичной обмотке;  $\dot{I}_i$  — комплексные силы токов в обмотках;  $Z_1 = R_1 + jX_1$  — полное сопротивление первичной обмотки ( $R_1$  — активное сопротивление,  $X_1$  — индуктивное сопротивление);  $Z_{iл} = R_{iл} + jX_{iл}$  — полное сопротивления шинного пакета короткой сети;  $Z_{iн} = R_{iн} + jX_{iн}$  — нагрузка на неповрежденные расщепления;  $Z'_{5л} = R'_{5л} + jX'_{5л}$  — полное сопротивление участков шинного пакета от трансформатора до точки КЗ;  $Z''_{5л} = R''_{5л} + jX''_{5л}$  — полное сопротивление участков от точки КЗ до стержней поврежденного расщепления;  $R_d$  — сопротивление дуги. Для неповрежденных расщеплений вторичной обмотки  $i = 2; 3; 4$ .

Обрыв гибких связей имитируем размыканием контакта  $K_1$ , а КЗ в пакете трубошин — замыканием контакта  $K_2$ .

В соответствии с рис. 1 в нормальном режиме работы короткой сети силы токов  $I_2$ – $I_5$  в расщеплениях вторичной обмотки и присоединяемых к ним трубошинах равны между собой и не превышают номинальных значений.

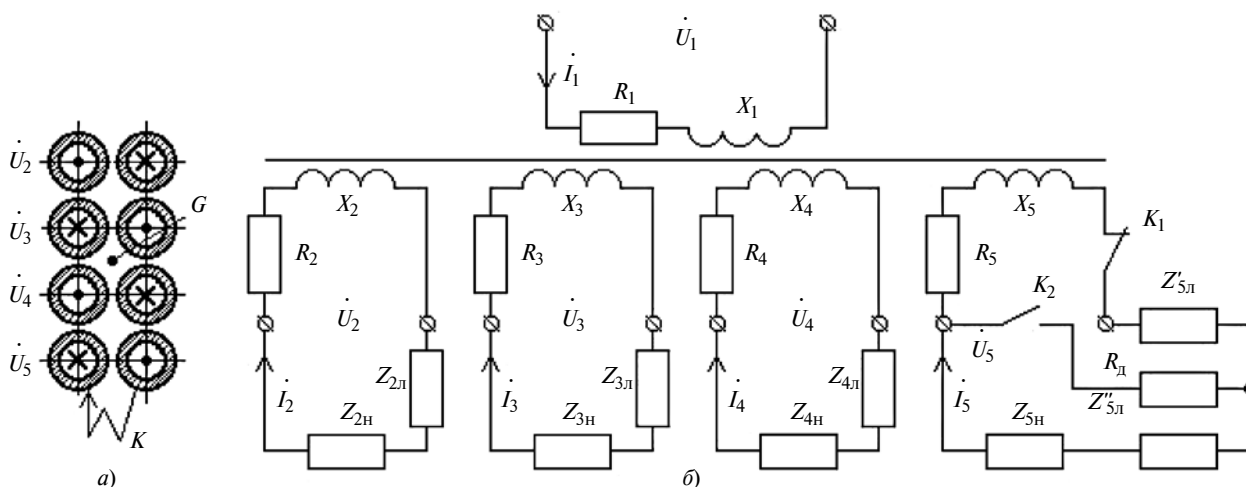


Рис. 1. Расположение пар трубошин в шинном пакете короткой сети (а) и схема однофазного трансформатора при электрических повреждениях в цепи четвертого расщепления (б)



При обрыве цепи токопровода, например, четвертого расщепления, сила тока равна нулю, что на 25 % снижает электроэнергию, передаваемую от печи. Поэтому для компенсации потерь приходится повышать напряжение на вторичной обмотке трансформатора и силу тока в неповрежденных расщеплениях короткой сети с помощью регулятора напряжения. В этом случае сила тока в их цепи возрастает на 1/3, что может привести к перегреву данных расщеплений и выходу их из строя. При этом контроль обрыва гибкой связи и теплового режима короткой сети отсутствует.

В четвертом расщеплении КЗ сопровождается значительным повышением силы тока в поврежденной части расщепления и возникновением дуги в точке замыкания, которое быстро распространяется на остальные трубошины. Это приводит к их расплавлению, короткая сеть выходит из строя. Для защиты от КЗ, как правило, используют изоляцию трубошин в виде воздушных зазоров и стеклоткани пропитанной эпоксидной смолой. Это недорогая защита, которая не может предотвратить развития аварии при возникновении КЗ в одной из пар трубошин.

Поперечное сечение пакета шин короткой сети имеет значительный размер [1–4], поэтому врезка в него обычного или установка проходного трансформатора для релейной защиты не представляется возможным [7]. Больше всего для этих целей подходит максимальная токовая защита [6, 8, 9], в которой в качестве измерительных преобразователей используют магнитные трансформаторы. Однако реализация такой защиты затруднена отсутствием в настоящее время метода моделирования токов в шинном пакете при КЗ в одном из расщеплений.

Решать данную проблему предлагается в два этапа: первый — определение сопротивлений шинного пакета короткой сети в зависимости от места расположения КЗ; второй — моделирование токов в элементах шинного пакета.

### Определение сопротивлений короткой сети

Все известные расчетные и экспериментальные способы определения сопротивлений шинного пакета трудно реализуемы из-за сложной конфигурации короткой сети и больших токов в ней [1–4]. Поэтому для определения сопротивлений  $R''_{5л}$  и  $R''_{5л}$ ,  $X'_{5л}$  и  $X''_{5л}$  шинного пакета предлагается использовать графоаналитический метод с данными, получаемыми экспериментально на работающей печи по схеме, приведенной на рис. 2, из которой следует, что сопротивление пары трубошин шинного пакета, присоединяемой к четвертому расщеплению вторичной обмотки, определяет выражение  $Z_{5л} = U_{56}/I_5$ , где  $Z_{5л}$  и  $I_5$  — полное сопротивление и сила тока пары трубошин шинного пакета.

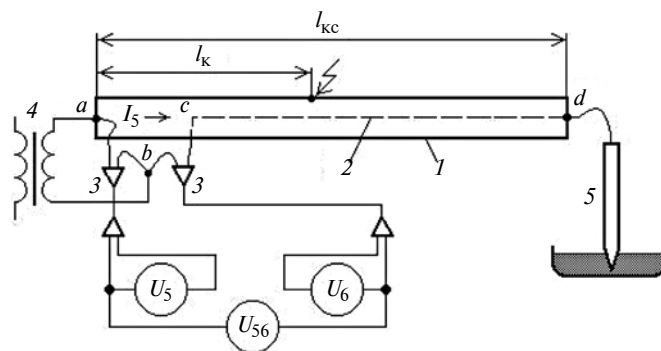


Рис. 2. Схема для измерения параметров короткой сети:

1 — шинный пакет; 2 — обратный измерительный проводник, положение которого определено точкой A (см. рис. 1, a); 3 — кабели; 4 — печной трансформатор; 5 — электроды печи;  $U_5$  и  $U_6$  — напряжение в начале и конце шинного пакета;  $U_{56}$  — падение напряжения на шинном пакете

Измерение падения напряжения  $U_{56}$  в короткой сети трансформатора [1–4] сопряжено со сложностью отстройки от ЭДС, индуцируемой магнитным полем в контуре, который образован соединительными проводами и шинным пакетом. Так как сила тока в короткой сети достигает 30÷40 кА, то погрешность измерения соизмерима с определяемой величиной, а иногда даже значительно ее превышает.

Для измерения падения напряжения  $U_{56}$  в шинном пакете в качестве обратного измерительного проводника используют изолированный провод G, который устанавливают в центре шинного пакета (см. рис. 1, a). Тогда в измерительной цепи ЭДС, индуцируемая токами в трубошинах с рядным расположением, будет равна нулю, т. е. исключается влияние внешнего магнитного поля на  $U_{56}$ .

Для повышения точности измерения расстояния между точками a и b, b и c, a и c должно быть минимальными. Соединительные кабели 3 изготовляют из бифилярных проводников в заземленной экранирующей оплетке.

В экспериментах использовали измерительные приборы класса точности 0,5–1,0.

Результаты измерений для расчета сопротивлений шинного пакета печи № 4 Аксуского завода ферросплавов приведены в табл. 1.

Коэффициент мощности  $\cos\phi$  определяли с помощью стационарного измерительного прибора, а силу тока в короткой сети — амперметром в первичной обмотке с учетом коэффициента  $k_i$  трансформации:  $I_5 = I_1 k_i$ .

Анализ данных табл. 1 показал, что колебания измеряемых величин за время эксперимента были незначительными, поэтому при расчете активного и реактивного сопротивлений использовали значения первого измерения.

Пример графического определения падения напряжения в шинном пакете приведен на рис. 3.

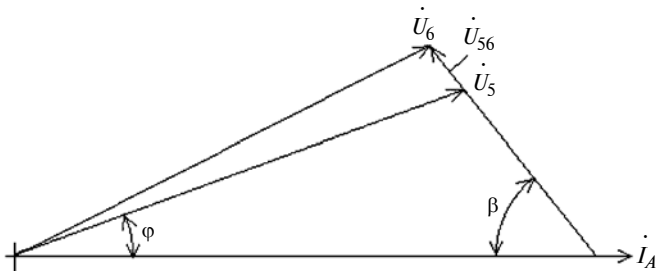


Рис. 3. Графическое определение падения напряжения в шинном пакете

По оси  $x$  откладываем вектор  $\dot{I}_A$ . Далее под углом  $\varphi$  откладываем вектор  $\dot{U}_1$  и совмещением векторов  $U_6$  и  $U_{56}$  определяем их положение на векторной диаграмме,  $\beta$  — угол между векторами  $\dot{I}_A$  и  $U_{56}$ . Тогда активное и индуктивное сопротивления пары трубошин шинного пакета короткой сети, присоединяемой к четвертому расщеплению вторичной обмотки, имеют вид [10]:

$$R_{5л} = Z_{5л} \cos \beta; \quad X_{5л} = Z_{5л} \sin \beta.$$

Если точка КЗ пары трубошин шинного пакета находится на расстоянии  $l_k$  от его начала (см. рис. 2) при его длине  $l_{кк}$ , то сопротивления этих частей данной пары трубошин составят:

$$Z'_{5л} = Z_{5л} l_k / l_{кк}; \quad Z''_{5л} = Z_{5л} - Z'_{5л}.$$

Получим активные и реактивные сопротивления этих частей:

$$R_{5л} = Z_{5л} \cos \beta; \quad X'_{5л} = Z'_{5л} \sin \beta;$$

$$R''_{5л} = Z''_{5л} \cos \beta; \quad X''_{5л} = Z''_{5л} \sin \beta.$$

Рассчитывать сопротивления короткой сети предложенным методом удобно в TurboBasic [11]

Таблица 1

Параметры фаз в печи № 4 для расчета сопротивления шинного пакета

Фаза	$U_5$ , В	$U_6$ , В	$U_{56}$ , В	$\cos \varphi$	$I_5$ , кА
А	108/107	106/103	4,8/4,6	0,84/0,84	38/38
В	107/108	106/107	10,2/10,2	0,53/0,54	42/41
С	96/95	95/94	7,0/7,2	0,84/0,85	43/44

Примечание. В числителе замер 1, в знаменателе замер 2.

Таблица 2

Расчетные сопротивления печи № 4,  $0 \cdot 10^{-4}$  Ом

Сопротивление	Фаза		
	А	В	С
Z	1,65	1,79	1,05
R	1,08	1,07	2,56
X	1,26	1,44	1,01

по разработанной программе LINE1. Результаты расчетов приведены в табл. 2. Они хорошо согласуются с данными, приведенными в работах [1, 2].

### Моделирование токов в шинном пакете короткой сети

При КЗ в четвертом расщеплении вторичной обмотки трансформатора преобразование энергии можно описать системой уравнений [5, 6, 12, 13]:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= R_1 \dot{I}_1 + \dot{\psi}_1; \\ 0 &= (R_2 + R_{2л} + R_{2н} + jX_{2л} + jX_{2н}) \dot{I}_2 + \dot{\psi}_2; \\ 0 &= (R_3 + R_{3л} + R_{3н} + jX_{3л} + jX_{3н}) \dot{I}_3 + \dot{\psi}_3; \\ 0 &= (R_4 + R_{4л} + R_{4н} + jX_{4л} + jX_{4н}) \dot{I}_4 + \dot{\psi}_4; \\ 0 &= (\Sigma R_{5л,к} + j\Sigma X_{5л,к}) \dot{I}_5 + \dot{\psi}_5, \end{aligned} \right\} (1)$$

где

$$\Sigma R_{5л,к} = R_5 + R'_{5л} + \left[ \frac{(R_H + R''_{5л}) R_D}{R_H + R'_{5л} + R_D} \right]; \quad (2)$$

$$\Sigma X_{5л,к} = jX_5 + jX'_{5л} + \left[ \frac{(jX_H + jX''_{5л})}{jX_H + jX'_{5л} + jX_D} \right]. \quad (3)$$

Запишем систему уравнения потокосцепления обмоток:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\psi}_1 &= jX_1 \dot{I}_1 + (n-1)jX_{1,2} \dot{I}_2 + jX_{1,2} \dot{I}_5; \\ \dot{\psi}_2 &= jX_{1,2} \dot{I}_1 + jX_2 \dot{I}_2 + (n-2)jX_{2,3} \dot{I}_2 + jX_{2,3} \dot{I}_5; \\ \dot{\psi}_3 &= jX_{1,2} \dot{I}_1 + (n-2)jX_{2,3} \dot{I}_2 + jX_2 \dot{I}_2 + jX_{2,3} \dot{I}_5; \\ \dot{\psi}_4 &= jX_{1,2} \dot{I}_1 + (n-2)jX_{2,3} \dot{I}_2 + jX_{2,3} \dot{I}_2 + jX_{2,3} \dot{I}_5; \\ \dot{\psi}_5 &= jX_{1,2} \dot{I}_1 + (n-1)jX_{2,3} \dot{I}_2 + jX_2 \dot{I}_5. \end{aligned} \right\} (4)$$

Главное индуктивное сопротивление имеет вид [14]:

$$X_0 = \sqrt{Z_0^2 - R_1^2}.$$

Здесь  $Z_0 = \dot{U}_1 / \dot{I}_{x,x}$ , где  $\dot{U}_1$  — напряжение первичной обмотки;  $\dot{I}_{x,x}$  — сила тока холостого хода трансформатора.

Собственные и взаимные индуктивные сопротивления обмоток трансформатора пропорциональны квадрату их витков [10], следовательно, собственные индуктивные сопротивления обмоток определяют выражения:

$$X_1 = X_0; \quad X_2 = X_3 = X_4 = X_5 = X_0 (w_2/w_1)^2, \quad (5)$$

где  $w_1$  и  $w_2$  — числа витков соответственно в первичной обмотке и в расщеплении вторичной обмотки.

Взаимные индуктивные сопротивления между первичной обмоткой и каждым из расщеплений вторичной обмотки:

$$X_{1,2} = X_{1,3} = X_{1,4} = X_{1,5} = X_0(w_1 w_2 / w_1^2). \quad (6)$$

Взаимные индуктивные сопротивления между расщеплениями вторичной обмотки:

$$X_{2,3} = X_{2,4} = X_{2,5} = X_{3,4} = X_{3,5} = X_{4,5} = X_0(w_2 / w_1)^2. \quad (7)$$

В уравнениях (4)–(7) взаимные индуктивные сопротивления  $X_{m,n} = X_{n,m}$ .

Активные сопротивления первичной обмотки и расщеплений вторичной обмотки можно определить мостом постоянного тока.

При КЗ в проводниках четвертого расщепления параметры расщеплений вторичной обмотки и их нагрузок одинаковы (см. рис. 1). Изменяется только нагрузка четвертого расщепления. Поэтому математическую модель при коротком замыкании в четвертом расщеплении можно существенно упростить [12]. Тогда выражение (1) при числе  $g$  расщеплений можно преобразовать в систему уравнений

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= R_1 \dot{I}_1 + \dot{\psi}_1; \\ 0 &= (R_2 + R_{2л} + R_{2н} + jX_{2л} + jX_{2н}) \dot{I}_2 + \dot{\psi}_2; \\ 0 &= (R_5 + \Sigma R_{5л,к} + jX_{5л} + \Sigma jX_{5л,к}) \dot{I}_5 + \dot{\psi}_5; \end{aligned} \right\}$$

где потокоцепления имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\psi}_1 &= jX_1 \dot{I}_1 + (g-1)jX_{1,2} \dot{I}_2 + jX_{1,2} \dot{I}; \\ \dot{\psi}_2 &= jX_{1,2} \dot{I}_1 + (g-2)jX_{2,3} \dot{I}_2 + jX_2 \dot{I}_2 + jX_{2,3} \dot{I}_5; \\ \dot{\psi}_5 &= jX_{1,2} \dot{I}_1 + (g-1)jX_{2,3} \dot{I}_2 + jX_2 \dot{I}_5. \end{aligned} \right\}$$

Из формул (2) и (3) получим силу тока при КЗ в шинном пакете:

$$\dot{I}_д = \dot{I}_5 (Z_{5н} + Z'_{5л}) / \Sigma Z_{5л,к} \quad \text{и} \quad \dot{I}_д = \dot{I}_5 R_д / \Sigma Z_{5л,к},$$

где  $\Sigma Z_{5л,к} = R_{5л,к} + jX_{5л,к}$ .

Предложенная математическая модель позволяет определять токи в однофазном трансформаторе и шинном пакете с любым числом расщеплений вторичной обмотки трансформатора при КЗ.

### Результаты расчета и эксперимента

Адекватность математической модели, как правило, определяют сопоставлением результатов моделирования и эксперимента. Использовать для этих целей печной трансформатор на Аксуском заводе ферросплавов не удалось. Поэтому проверку осуществляли на экспериментальном однофазном трансформаторе, изготовленном на базе трансфор-

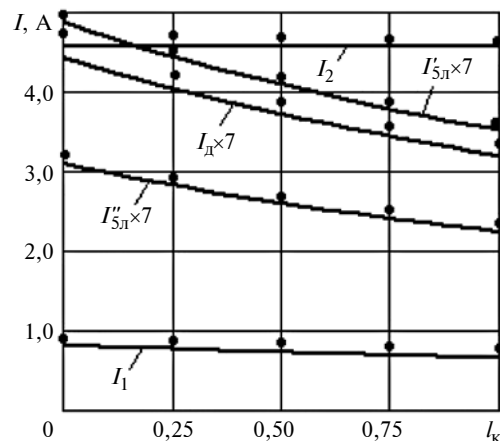


Рис. 4. Экспериментальные (точки) и расчетные (линии) зависимости токов в обмотках печного трансформатора и паре трубошин четвертого расщепления при КЗ в зависимости от его месторасположения (параметр  $l_k$ )

матора ТТ-6, в котором вторичная обмотка выполнена в виде четырех расщеплений.

### Техническая характеристика экспериментального трансформатора, изготовленного на базе ТТ-6

Напряжение питания $U_1$ , В	236
Сила тока холостого хода трансформатора $I_{х,х}$ , А	0,11
Число витков:	
в первичной обмотке $w_1$	292
в расщеплении вторичной обмотки $w_2$	5
Число расщеплений вторичной обмотки $n$	4
Активные сопротивления обмоток, Ом:	
первичной $R_1$	2
расщепления вторичной $R_2$	0,046
Активное сопротивление $R_{2л}$ , Ом	0,0045
Индуктивное сопротивления короткой сети $X_{2л}$ , Ом	0
Активное сопротивление $R_{2н}$ , Ом	0,047
Индуктивное сопротивления нагрузки $X_{2н}$ , Ом	0

На рис. 4 приведены результаты моделирования токов в обмотках печного трансформатора и паре трубошин четвертого расщепления при КЗ в зависимости от его места расположения на трубошинах при сопротивлении дуги  $R_д/10$ .

Анализ полученных результатов показал, что погрешность моделирования токов в шинном пакете короткой сети рудотермической печи не превышает 10 %, что удовлетворяет требованиям релейной защиты.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Короткие сети** и электрические параметры дуговых электропечей / Я. Б. Данцис, Л. С. Кацевич, Г. М. Жилови др. М.: Металлургия, 1987. 320 с.
2. **Данцис Я. Б.** Методы электротехнических расчетов мощных электрических печей. Л.: Энергоиздат, 1982. 232 с.
3. **Смелянский М. Я., Бортничук Н. И.** Короткие сети электрических печей. Л.: Госэнергоиздат, 1962. 96 с.

Е. И. ВОРОБЬЁВ, д-р. техн. наук, Д. И. ХАТУНЦЕВ (ИМАШ им. А. А. Благонравова, Москва),  
e-mail: khatountsev@mail.ru

## Кинематическая точность относительного манипулирования двурукого робота<sup>1</sup>

Получены аналитические выражения для расчета линейной и угловой ошибок относительного манипулирования двурукого робота при определении его кинематической точности.

**Ключевые слова:** двурукий робот, линейная и угловая ошибки, относительное манипулирование, кинематическая точность.

Analytical expressions are obtained for calculating the linear and angular errors of the relative manipulation of a two-handed robot in determining its kinematic accuracy.

**Keywords:** two-handed robot, linear and angular errors, relative manipulation, kinematic accuracy.

Двурукими называют роботы с двумя манипуляторами, работающими в одной рабочей зоне и имеющими одну систему управления. Робот с двумя манипуляторами выполняет более сложные операции по сравнению с роботом с одним манипулятором. Важной характеристикой робота с двумя манипуляторами является точность относительного движения выходных звеньев при выполнении сборочных и других операций. Манипуляторы размещают на одной подвижной платформе или на неподвижном основании (рис. 1). Рассмотрим определение угловых и линейных ошибок в относительном движении схватов роботов.

<sup>1</sup> Работа выполнена при поддержке гранта Российского фонда фундаментальных исследований, исследовательский проект № 19-08-00775.

Для определения линейной ошибки относительного манипулирования найдем радиус-вектор произвольной точки выходного звена каждого манипулятора в виде [1]:

$$\bar{r} = \bar{r}(q_i), \quad i = 1, \dots, n, \quad (1)$$

где  $n$  — число степеней свободы манипулятора;  $q_i$  — обобщенные координаты манипуляторов.

Продифференцируем выражение (1) по времени и получим:

$$d\bar{r} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \bar{r}}{\partial q_i} dq_i. \quad (2)$$

Заменив дифференциалы конечными переменными, найдем вектор линейной ошибки положения точки схвата каждого манипулятора. Такой точкой может быть начало системы координат, связанной со схватом:

$$\overline{\Delta r}_k = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \bar{r}}{\partial q_i} \Delta q_i, \quad (3)$$

где  $\Delta q_i$  — ошибки программных обобщенных координат;  $k = 1, 2$ .

Для характерной точки схвата выражение линейной ошибки без дифференцирования запишем уравнением [1]

$$\bar{v}_k = \sum_j \bar{\omega}_j \times \bar{r}_{jn} + \sum_i \bar{v}_i,$$

где  $j$  и  $i$  — номера соответственно вращательных и поступательных пар;  $\bar{\omega}_j$  — вектор относительной



(Окончание статьи. Начало см. на стр. 40)

4. **Миронова А. Н.** Анализ методов определения сопротивлений токоподводов дугowych сталеплавильных печей // Вестник Чувашского ун-та. Электротехника и энергетика. 2017. № 1. С. 137—144.

5. **Simulation of Three-phase Transformer Operational Conditions** / E. Volgina, A. Novozhilov, E. Kolesnikov et al. // News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Series of Geology and Technology Sciences. 2019. N. 5 (437). P. 26—33

6. **Novozhilov A. N., Goryunov V. N., Novozhilov T. A.** Protection of a Single-phase Transformer from Interwinding Failure in Windings of Integral Magnetic Transformers // Russian Electrical Engineering. 2018. 89 (2). P. 118—121.

7. **Засыпкин А. С.** Релейная защита трансформаторов. М.: Энергоатомиздат, 1989. 240 с.

8. **Kletsel M., Mashrapov B.** Differential Protection of Three and Four Parallel Lines of Idling Current Control // Przegląd Elektrotechniczny. 93 (10). 2017. P. 109—112.

9. **Кудрявцев А. А.** Максимальная токовая защита на магнитных трансформаторах тока. М.: Энергоиздат, 1981. 56 с.

10. **Бессонов Л. А.** Теоретические основы электротехники. М.: Высшая школа, 1967. 775 с.

11. **Ellis W., Lodi Jr. E.** Structured Programming Using Turbo BASIC. London: Academic Press inc. ltd, 1988. 337 p.

12. **Моделирование** работы однофазного печного трансформатора с одинаковыми вторичными обмотками / Т. А. Новожилов, А. Н. Новожилов, Д. М. Рахимбердинова и др. // Вестник Иркутского ГТУ. 2019. № 3. С. 575—581.

13. **Krawczyk A.** Metoda Obliczn Elektromagnetycznych Transformatjrow Uzwojeniami Fjliowymi: Krawczyk Polit. Lodzka: Praga doktorska. 1977. P. 316.

14. **Иванов-Смоленский А. В.** Электрические машины. М.: Энергия, 1980. 909 с.



Рис. 1. Двурукые роботы

угловой скорости в паре  $j$ ;  $\bar{v}_i$  — вектор относительной линейной скорости в паре  $i$ ;  $\bar{r}_{jn}$  — радиус-вектор, соединяющий центр пары  $j$  с характерной точкой схвата.

Заменим в выражении (1) дифференциалы конечными перемещениями и получим:

$$\Delta \bar{r}_k = \sum_j \Delta \varphi_j \bar{e}_j \times \bar{r}_{jn} + \sum_i \Delta S_i \bar{e}_i,$$

где  $\Delta \varphi_j$  — ошибки программных координат во вращательных парах;  $\Delta S_i$  — ошибки координат в поступательных парах;  $\bar{e}_j$ ,  $\bar{e}_i$  — орты кинематических пар.

Выражение (2) показывает, что линейная ошибка каждого манипулятора зависит от ошибок в кинематических парах и положения манипулятора в рабочей зоне.

Для определения относительных скоростей точек схватов манипуляторов используем выражение

$$\bar{v}_1 = \bar{v}_2 + \bar{v}_{12},$$

из которого определим

$$\bar{v}_{12} = \bar{v}_2 - \bar{v}_1,$$

где  $\bar{v}_1$  и  $\bar{v}_2$  — векторы скоростей точек схватов первого и второго манипуляторов;  $\bar{v}_{12}$  — относительная скорость точек.

Переходя к малым линейным перемещениям, на основании равенства (3) запишем:

$$\Delta \bar{r}_{12} = \Delta \bar{r}_1 - \Delta \bar{r}_2,$$

где  $\Delta \bar{r}_{12}$  — линейная ошибка относительного положения манипуляторов;  $\Delta \bar{r}_1$  и  $\Delta \bar{r}_2$  — линейные

ошибки соответственно первого и второго манипуляторов.

Переходя к модулям векторов  $\Delta \bar{r}_{12}$ ,  $\Delta \bar{r}_1$ ,  $\Delta \bar{r}_2$ , запишем:

$$|\Delta \bar{r}_{12}| = |\Delta \bar{r}_1| + |\Delta \bar{r}_2|.$$

В качестве примера рассмотрим определение кинематической ошибки двурукого робота с шестью степенями свободы, содержащего вращательные и поступательные пары (рис. 2).

Положение точки  $C_3$  звена 3 манипулятора  $ABC_3$  в неподвижной системе координат  $OXYZ$  определяется вектором  $\overline{OC_3} = \bar{r}_3$ . Положение точки  $C_4$  звена 4 манипулятора  $EDC_4$  определяется вектором  $\overline{OC_4} = \bar{r}_4$ .

Линейная ошибка двурукого робота определяется погрешностью разности векторов:

$$\Delta \bar{r}_{34} = \bar{r}_4 - \bar{r}_3. \quad (4)$$

Отметим, что каждый из векторов  $\bar{r}_3$  и  $\bar{r}_4$  реализуется с некоторой ошибкой, зависящей от многих факторов, из которых наибольшее влияние оказывают ошибки  $\Delta q_i$  реализации обобщенных координат манипуляторов.

Для каждого из манипуляторов запишем:

$$\Delta \bar{r}_3 = \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \bar{r}_3}{\partial q_i} \Delta q_i, \quad i = 1, 2, 3,$$

$$\Delta \bar{r}_4 = \sum_{i=1}^6 \frac{\partial \bar{r}_4}{\partial q_i} \Delta q_i, \quad i = 4, 5, 6;$$

где  $\Delta \bar{r}_3$  и  $\Delta \bar{r}_4$  — соответственно ошибки векторов  $\bar{r}_3$  и  $\bar{r}_4$ ;  $q_i$  — обобщенные координаты манипуляторов.

По формуле (4) определим модуль линейной ошибки:

$$|\Delta \bar{r}_{34}| = |\Delta \bar{r}_3| + |\Delta \bar{r}_4|.$$

Отметим, что определение линейной ошибки по формуле (3) при дифференцировании приводит к громоздким выражениям, особенно при большом

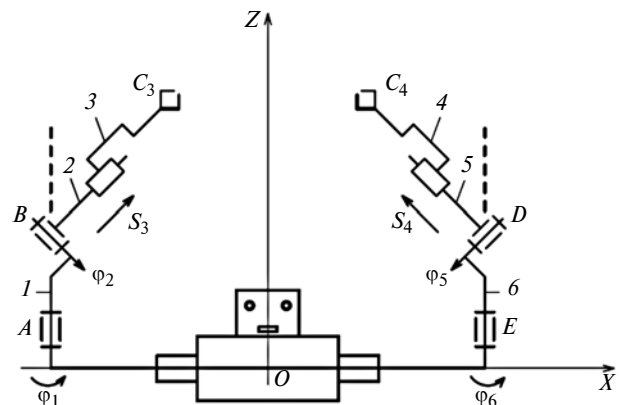


Рис. 2. Схема двурукого манипулятора с шестью степенями свободы

числе степеней свободы манипуляторов. Поэтому для ее определения удобнее использовать формулу (4), по которой получим:

$$|\overline{\Delta r_{34}}| = \left| \sum_{i=1}^3 \Delta q_i \bar{e}_i \times \bar{r}_{i3} \right| + \left| \sum_{j=4}^6 \Delta q_j \bar{e}_j \times \bar{r}_{j4} \right|,$$

где  $i = 1, 2, 3; j = 4, 5, 6$ . Здесь обобщенные координаты следующие:  $q_1 = \varphi_1; q_2 = \varphi_2; q_3 = S_3; q_4 = S_4; q_5 = \varphi_5; q_6 = \varphi_6$ .

В развернутом виде векторы  $\Delta \bar{r}_3$  и  $\Delta \bar{r}_4$  имеют вид:

$$\begin{cases} \Delta \bar{r}_3 = \Delta \varphi_1 \bar{e}_1 \times (\overline{AB} + \overline{BC}_3) + \Delta \varphi_2 \bar{e}_2 \times \overline{BC}_3; \\ \Delta \bar{r}_4 = \Delta \varphi_6 \bar{e}_6 \times (\overline{ED} + \overline{CD}_4) + \Delta \varphi_5 \bar{e}_5 \times \overline{DC}_4. \end{cases} \quad (5)$$

Векторы, входящие в формулы (5), определены в проекциях на декартовы оси  $OXYZ$  при заданном положении манипуляторов.

Для манипулятора  $ABC_3$  имеем:

$$[\overline{AB}] = [l_1, 0, 0]^T, \quad l_1 = AB;$$

$$[\overline{BC}] = [S_3 \cos \varphi_2 \cos \varphi_1, S_3 \cos \varphi_2 \sin \varphi_1, l_1 + S_3 \sin \varphi_2]^T;$$

$$[\bar{e}_1] = [0, 0, 1]^T, \quad [\bar{e}_2] = [\cos \varphi_1, \sin \varphi_1, 0]^T;$$

$$[\bar{e}_3] = [\cos \varphi_2 \cos \varphi_1, \cos \varphi_2 \sin \varphi_1, \sin \varphi_2]^T.$$

Для манипулятора  $EDC_4$  в виду симметрии имеем аналогичные выражения с заменой индексов.

Угловую ошибку относительного положения двух твердых тел можно определить с помощью матрицы ошибок [2], представляющей собой матрицу перехода от системы координат, связанной с одним телом, к системе координат, связанной с другим телом, повернутом на три угла Эйлера, которые считаются малыми. Матрица содержит значения трех углов Эйлера. Однако матрица не выражает угловую ошибку одной величиной.

В работе [3] предложен метод определения угловой ошибки манипулятора на основании теоремы Даламбера — Эйлера о существовании одной оси и угла поворота, позволяющих перевести твердое тело из одного положения в другое одним поворотом. Поэтому для манипуляторов угловой ошибкой будем считать вектор

$$\overline{\Delta \varphi} = \sum_j \overline{\Delta q_j}, \quad j = 1, \dots, k,$$

где  $k$  — число вращательных пар манипулятора;  $\Delta q_j$  — векторы поворота во вращательных парах. Эти векторы складываются по правилу сложения малых поворотов.

Используя матрицы перехода между системами координат, связанных со звеньями, запишем:

$$\overline{\Delta \varphi} = \sum_j L_{ij} \Delta q_j \bar{e}_j,$$

где  $L_{ij} = \prod_{i=1}^n L_{i-1}$  — матрица третьего порядка пе-

рехода от системы  $j$ , связанной со звеном  $j$ , к системе  $i$ , связанной с выходным звеном;  $\Delta q_i$  — ошибка поворота в  $j$ -й вращательной паре;  $\bar{e}_j$  — единичный вектор оси пары  $j$ .

Аналогично линейным ошибкам складываются модули угловых ошибок первого и второго манипуляторов.

Ошибка углового положения звена 3  $ABC_3$  (см. рис. 2) определяется формулой:

$$\overline{\Delta \Psi}_3 = \overline{\Delta \Psi}_1 + \overline{\Delta \Psi}_2,$$

где  $\overline{\Delta \Psi}_1 = \Delta \Psi_1 \bar{e}_1$  и  $\overline{\Delta \Psi}_2 = \Delta \Psi_2 \bar{e}_2$  — векторы угловых ошибок положений звеньев 1 и 2.

Угловые ошибки положений звеньев 2 и 3 одинаковые.

Ошибка углового положения звена 4  $EDC_4$  определяется формулой

$$\overline{\Delta \Psi}_4 = \overline{\Delta \Psi}_5 + \overline{\Delta \Psi}_6,$$

где  $\overline{\Delta \Psi}_5 = \Delta \Psi_5 \bar{e}_5$ ;  $\overline{\Delta \Psi}_6 = \Delta \Psi_6 \bar{e}_6$  — векторы угловых ошибок положений звеньев 5 и 6.

При совпадении положений точек  $C_3$  и  $C_4$  получаем относительную угловую ошибку, которая определяется по формуле

$$|\overline{\Delta \Psi}_{34}| = |\overline{\Delta \Psi}_1| + |\overline{\Delta \Psi}_2| + |\overline{\Delta \Psi}_5| + |\overline{\Delta \Psi}_6|.$$

## Выводы

Получены выражения для линейной и угловой ошибок двурукого робота с шестью степенями свободы.

Линейная ошибка относительного манипулирования двурукого робота зависит от положения схватов манипуляторов в рабочей зоне и от ошибок всех обобщенных координат обоих манипуляторов.

Угловая ошибка относительного манипулирования зависит только от общего числа вращательных пар манипуляторов.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. Воробьев Е. И., Хатунцев Д. И., Двурукие роботы. Особенности построения алгоритмов управления движением // Автоматизация. Современные технологии. 2016. № 3. С. 19—23.
2. Лурье А. И. Аналитическая механика. М.: ГИФМЛ, 1961. 824 с.
3. Воробьев Е. И., Козырев Ю. П., Царенко В. И. Промышленные роботы агрегатно-модульного типа. М.: Машиностроение, 1988. 240 с.
4. <https://versiya.info/tehnika-i-tehnologii/101175>

А. В. ВАНЯГИН (ИПФ РАН), Б. А. ГОРДЕЕВ, д-р техн. наук, С. Н. ОХУЛКОВ, канд. физ.-мат. наук (ИПМ РАН, НГТУ им. Р. Е. Алексеева), Д. Ю. ТИТОВ, канд. техн. наук, А. С. ПЛЕХОВ, канд. техн. наук (НГТУ им. Р. Е. Алексеева), e-mail: gord349@mail.ru, oxulkovs@mail.ru

## Построение амплитудно-частотных характеристик магнитоуправляемой гидроопоры с учетом присоединенной массы, зависящей от температуры<sup>1</sup>

Рассмотрено построение амплитудно-частотной характеристики магнитоуправляемой гидроопоры при воздействии постоянного магнитного поля на магнито-реологическую жидкость (МРЖ) в дроссельных каналах при разных температурах. Определены собственные частоты гидроопоры при разных температурах МРЖ и присоединенных массах в магнито-реологическом трансформаторе.

**Ключевые слова:** гидроопора, магнито-реологическая жидкость, дроссельные каналы, магнито-реологический трансформатор, вязкость, присоединенная масса, амплитудно-частотная характеристика.

The construction of the amplitude-frequency characteristic of a magnetically controlled hydraulic bearing under the influence of a constant magnetic field on a magnetorheological fluid (MRF) in throttle channels at different temperatures is considered. The eigenfrequencies of the hydraulic bearings at different temperatures of the MRF and the connected masses in the magnetorheological transformer are determined.

**Keywords:** hydraulic bearing, magnetorheological fluid, throttle channels, magnetorheological transformer, viscosity, connected mass, amplitude-frequency characteristic.

Работа гидроопоры с магнито-реологическим трансформатором (МРТ) основана на преобразовании движения инерционного элемента — магнито-реологической жидкости (МРЖ) в дроссельных каналах МРТ [1–5]. В качестве рабочей жидкости гидроопоры используют МРЖ MRF-132DG [6]. Преобразование движения МРЖ в дроссельных каналах подчиняется законам механики Лагранжа для динамики связанных механических систем, в которых возможно дополнительное воздействие. Гидроопора — связанная механическая система, в которой возникают инерционные силы, обусловленные относительным ускорением, в результате преобразования движения массы МРЖ в дроссельных каналах [3–5].

Виброизоляцию можно создавать настройкой гидроопор на частоты, соответствующие минимальной динамической жесткости гидроопоры [1, 2],

изменением жидкостного демпфирования под действием сил инерции колеблющейся жидкости в рабочих камерах и изменением скорости протекания рабочей жидкости в дроссельных каналах. В результате этого можно изменять динамическую жесткость гидроопор и осуществлять настройку на заданные вибрации машин и агрегатов при меняющейся нагрузке.

### Механическая модель гидроопоры с МРТ без магнитного поля с разделением воздействий поршня и упругого элемента

Схема гидроопоры МРТ с разделением упругого и поршневого воздействий упругого элемента представлена на рис. 1, а [1, 2, 7].

Рассмотрим работу гидроопоры с МРТ, установленную на основание без инерционной нагрузки (массы  $m$ ), при отсутствии воздействия магнитного поля от возбуждающего электромагнита (ВЭ) и при условии, что масса опорной плиты (ОП) меньше инерционной массы, т. е.  $m_{\text{ОП}} \ll m$ .

Гидроопора состоит из резиновой обечайки, демпфера и дополнительного элемента — инерционного трансформатора (ИТ), который представляет собой присоединенную массу  $m_{\text{ИТ}}$ , превосходящую реальную массу МРЖ в дроссельных каналах при ускорениях (рис. 1, б) [1, 2, 7].

На рис. 1 использованы обозначения:  $c_r$  — жесткость упругого элемента (резиновой обечайки), Н/м;  $S_A$  — рабочая площадь поршня;  $L$  и  $r$  — сопротивления дроссельных каналов соответственно инерционное и гидравлическое, Н·с/м;  $V_E$  — объем дополнительной камеры;  $F_1$  — вес опорной плиты;  $F_2$  — вес гидроопоры.

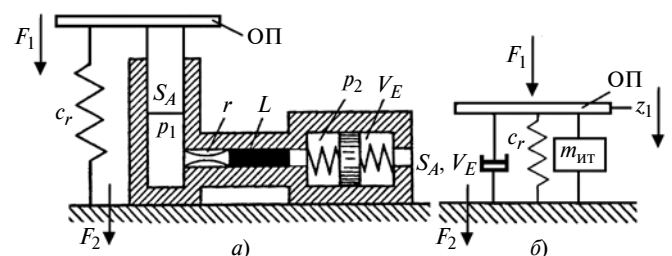


Рис. 1. Модель гидроопоры (а) и обобщенная схема линейной системы виброизоляции с одной степенью свободы без инерционной нагрузки (б)

<sup>1</sup> Исследование выполнено по гранту Российского научного фонда, проект № 20-19-00372.

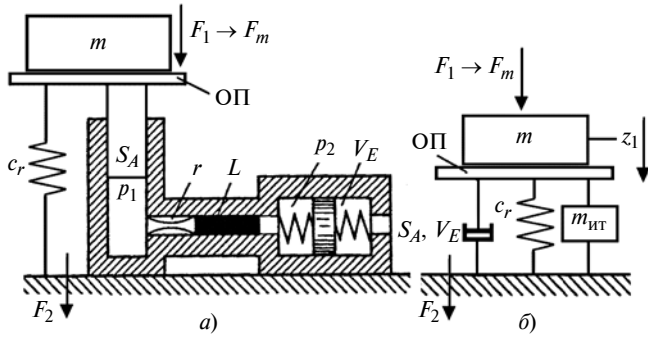


Рис. 2. Модель гидропоры (а) и обобщенная схема линейной системы виброизоляции с одной степенью свободы при инерционной нагрузке (б)

Дополнительная (компенсационная) камера создается упругими элементами (см. рис. 1, а).

Для гидропоры, установленной на основание без массы  $m$  (см. рис. 1, а), действующая на основание через гидропоры сила  $F_1$  определяется через массу  $m_{ОП}$  ОП. Вес гидропоры (сила  $F_2$ ) воздействует на основание [1, 2, 7]. Таким образом, силы  $F_1$  и  $F_2$  определяют входное воздействие и выходное вынужденное перемещение гидропоры без инерционной массы  $m$ .

Запишем систему механических и гидравлических уравнений [1, 2, 7]:

$$F_1 = c_r z_1 + p_1 S_A; \quad Q = S_A z_1 s;$$

$$LQs = p_1 - p_2; \quad Q = V_E p_2 s;$$

$$p_1 = \frac{F_1 - c_r z_1}{S_A}; \quad p_2 s = \frac{Q}{V_E}; \quad p_2 s = \frac{S_A z_1 s}{V_E}; \quad p_2 = \frac{S_A z_1}{V_E},$$

где  $Q$  — количество рабочей МРЖ, протекающей в дроссельных каналах за 1 с;  $s$  — переменная преобразования Лапласа;  $p_1$  и  $p_2$  — давления в рабочих соответственно верхней и нижней камерах;  $p_1 - p_2$  — перепад давлений;  $z_1$  — перемещение ОП.

Выполнив необходимые преобразования, получим:

$$LQs = p_1 - p_2 = LS_A z_1 s^2 = \left( \frac{F_1 - c_r z_1}{S_A} - \frac{S_A z_1}{V_E} \right) \frac{S_A}{z_1};$$

$$LS_A^2 s^2 = \frac{F_1}{z_1} - c_r - \frac{S_A^2}{V_E}; \quad \frac{F_1}{z_1} = LS_A^2 s^2 + c_r - \frac{S_A^2}{V_E};$$

$$D_{11}(s) = LS_A^2 s^2 + c_r + \frac{S_A^2}{V_E}. \quad (1)$$

Здесь  $D_{11}(s)$  — главная динамическая жесткость гидропоры с ИТ без нагрузки при  $m_{ОП} \ll m$ ;  $m_{ИТ} = LS_A^2$  — присоединенная масса, где  $L = \rho l / A_T$  ( $\rho$  — плотность жидкости,  $l$  — длина дроссельных каналов,  $A_T$  — площадь поперечного сечения труб-

ки, образованной этими каналами);  $S_A^2 / V_E$  — эквивалентная жесткость, учитывающая взаимодействие мембраны и дополнительной камеры [1, 2, 7].

Из формулы (1) следует, что система имеет одну частоту резонанса:

$$\omega_p = \sqrt{\frac{c_r + (S_A^2 / V_E)}{LS_A^2}}. \quad (2)$$

Весом ОП пренебрегаем, так как  $m_{ОП} \ll m$ .

Рассмотрим гидропоры с МРТ на основании с инерционной нагрузкой (массой  $m$ ) и без воздействия магнитного поля (рис. 2, а).

Для гидропоры, установленной на основание с массой  $m$  (см. рис. 2, а), сила  $F_1 = F_m$ , действующая на основание при наличии упругой связи (через гидропоры), определяется через массу  $m$  инерционной нагрузки. Вес гидропоры с инерционной массой  $m$  определяет результирующую силу  $F_2$ , воздействующую на основание [1, 2, 7]. Силы  $F_1$  и  $F_2$  определяют входное воздействие и выходное вынужденное перемещение гидропоры с инерционной массой  $m$ .

Добавив инерционную нагрузку (массу  $m$ ) на вход, получим систему уравнений:

$$D_{11}(s) = (m + LS_A^2) s^2 + c_r + (S_A^2 / V_E);$$

$$D_{12}(s) = LS_A^2 s^2 + c_r + (S_A^2 / V_E),$$

где  $D_{11}(s)$  — главная динамическая жесткость гидропоры с ИТ с нагрузкой;  $D_{12}(s)$  — передаточная динамическая жесткость гидропоры.

Так как гидропоры представляют собой систему с сосредоточенными параметрами, то движения ее составных элементов и проводимость дроссельных каналов определяют ее жесткость. Проводимость каналов также определяют преобразование входных воздействий гидропоры в выходные перемещения [1, 2, 7].

Преобразование входных воздействий гидропоры в вынужденные перемещения определяет передаточная функция гидропоры:

$$W(s) = \frac{F_2(s)}{F_1(s)} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{D_{12}}{D_{11}},$$

где  $z_1$  и  $z_2$  — входные и выходные перемещения гидропоры с ИТ с нагрузкой.

Отношение выходной реакцией  $F_2(s)$  и входного воздействия  $F_1(s)$  гидропоры в общем случае задается передаточной функцией — системной функцией  $W(s)$  гидропоры при нулевых значениях всех начальных условий системы. Передаточную функцию  $W(s)$  гидропоры с инерционной нагрузкой можно определить отношением главной динами-



ческой жесткости  $D_{11}(s)$  к передаточной динамической жесткости  $D_{12}(s)$ :

$$W(s) = \frac{LS_A^2 s^2 + c_r + (S_A^2/V_E)}{(m + LS_A^2)s^2 + c_r + (S_A^2/V_E)}.$$

Для гидроопоры с нагрузкой  $m$  получим две характерные частоты: частоту резонанса

$$\omega_p = \sqrt{\frac{c_r + (S_A^2/V_E)}{(m + LS_A^2)}}$$

и частоту  $\omega_0$ , формула которой совпадает с формулой (2).

При этом резонансная частота  $\omega_0$  гидроопоры без нагрузки изменилась на частоту  $\omega_p$  гидроопоры с нагрузкой. Вместо массы  $m$  возможна более сложная нагрузка, но частота  $\omega_0$  гидроопоры без нагрузки не изменится.

Если данную задачу рассматривать с учетом диссипативных характеристик, то динамическую жесткость гидроопоры без нагрузки будет определять выражение

$$D(j\omega) = -\omega^2 m_{ИТ} + j\omega b + c.$$

Здесь  $b = rS_A^2$  — приведенный коэффициент демпфирования или гидравлический коэффициент трения в дроссельных каналах гидроопоры;  $c = 1/\lambda$  и  $\lambda = 1/c$  — динамические соответственно эквивалентная жесткость и податливость, учитывающие взаимодействие мембраны и дополнительной камеры, а также сжимаемость жидкости в рабочей камере;  $j\omega$  комплексная частота;  $j$  — мнимая единица [1, 2, 7].

При установке на гидроопору массы  $m \gg m_{ОП}$  (см. рис. 2) суммарная динамическая жесткость при воздействии на массу  $m$  силы  $F_1 = F_m$  составит:

$$D_c = -m\omega^2 + D(j\omega) = -(m + m_{ИТ})\omega^2 + j\omega b + c.$$

Эффективность виброизоляции гидроопоры с присоединенной массой  $m_{ИТ}$ , создающей силу  $F_{ИТ} = m_{ИТ}(\ddot{z} - \ddot{v})$  ( $z$  — смещение;  $v$  — скорость смещения) на относительных ускорениях, оценивают также передаточной функцией через передаточный коэффициент  $K(j\omega)$ :

$$W(j\omega) = K(j\omega) = F_{ИТ}(j\omega)/F_m(j\omega) = F_2(j\omega)/F_1(j\omega) < 1.$$

Передаточная функция гидроопоры с нагрузкой  $m$  (см. рис. 2, а) имеет вид:

$$W(j\omega) = \frac{F_2(j\omega)}{F_1(j\omega)} = \frac{-m_{ИТ}\omega^2 + bj\omega + c}{-(m - m_{ИТ})\omega^2 + bj\omega + c}.$$

Передаточная функция гидроопоры с МРТ с инерционной нагрузкой с учетом температурного нагружения имеет вид:

$$W_i(s) = \frac{m_{МРТ}^{(t)} s^2 + b_i^{(t)} s + c_i}{(m + m_{МРТ}^{(t)})s^2 + b_i^{(t)} s + c_i}, \quad (3)$$

где  $m$  — масса нагрузки;  $m_{МРТ}^{(t)}$  — присоединенная масса МРТ;  $b_i^{(t)}$  — приведенный  $i$ -й коэффициент демпфирования гидроопоры на  $i$ -й частоте возбуждения (вибрации);  $t$  — температура МРЖ;  $c_i = 1/\lambda_i$  и  $\lambda_i = 1/c_i$  —  $i$ -е динамические соответственно эквивалентная жесткость и податливость гидроопоры.

### Передаточная функция гидроопоры с МРТ — произведение передаточных функций форсирующего и колебательного звеньев второго порядка

Передаточную функцию (3) можно представить как произведение передаточных функций последовательного соединения форсирующего и колебательного звеньев второго порядка [8—12]:

$$W_i(s) = W_{1i}(s)W_{2i}(s) = (m_{МРТ}^{(t)} s^2 + b_i^{(t)} s + c_i) \frac{1}{(m + m_{МРТ}^{(t)})s^2 + b_i^{(t)} s + c_i}, \quad (4)$$

где  $W_{1i}(s)$  и  $W_{2i}(s)$  — передаточные функции форсирующего и колебательного звеньев второго порядка.

Приведем передаточные функции  $W_{1i}(s)$  и  $W_{2i}(s)$  к виду типового динамического звена:

$$W_i(s) = W_{1i}(s)W_{2i}(s) = c_i \left( \frac{m_{МРТ}^{(t)} s^2}{c_i} + \frac{b_i^{(t)} s}{c_i} + 1 \right) \frac{1}{c_i \left( \frac{(m + m_{МРТ}^{(t)})s^2}{c_i} + \frac{b_i^{(t)} s}{c_i} + 1 \right)}.$$

После преобразований получим:

$$W_i(s) = W_{1i}(s)W_{2i}(s) = \left( \frac{m_{МРТ}^{(t)} s^2}{c_i} + \frac{b_i^{(t)} s}{c_i} + 1 \right) \frac{1}{\left( \frac{(m + m_{МРТ}^{(t)})s^2}{c_i} + \frac{b_i^{(t)} s}{c_i} + 1 \right)}.$$

Передаточная функция форсирующего звена второго порядка

$$W_{1i}(s) = \left( \frac{m_{МРТ}^{(t)} s^2}{c_i} + \frac{b_i^{(t)} s}{c_i} + 1 \right). \quad (5)$$

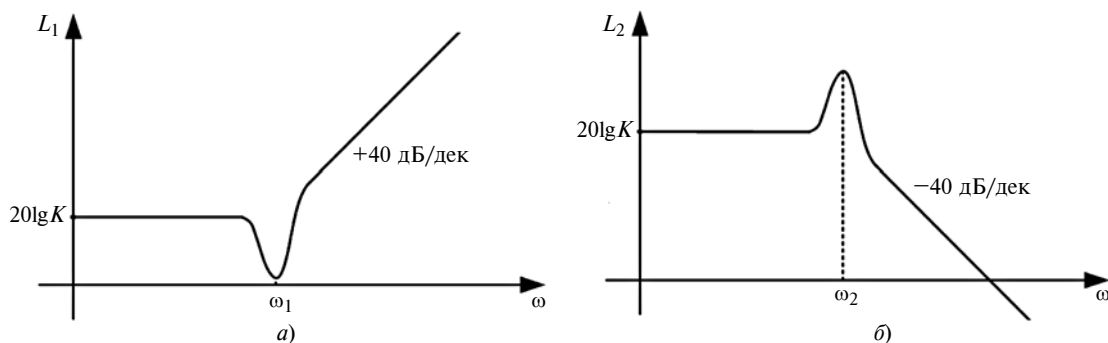


Рис. 3. ЛАЧХ форсирующего (а) и колебательного (б) звеньев второго порядка

Резонансная частота форсирующего звена

$$\omega_{1i} = \sqrt{\frac{c_i}{m_{\text{МРТ}}^{(i)}}}. \quad (6)$$

Передачная функция колебательного звена второго порядка

$$W_{2i}(s) = \frac{1}{\left( \frac{(m + m_{\text{МРТ}}^{(i)})s^2}{c_i} + \frac{b_i^{(i)}s}{c_i} + 1 \right)}. \quad (7)$$

Резонансная частота колебательного звена

$$\omega_{2i} = \sqrt{\frac{c_i}{m + m_{\text{МРТ}}^{(i)}}}. \quad (8)$$

Из выражений (6) и (8) следует, что  $\omega_{1i} > \omega_{2i}$ .

На рис. 3 показаны линейные амплитудно-частотная характеристики (ЛАЧХ) для форсирующего и колебательного звеньев второго порядка [8].

ЛАЧХ данных звеньев — зависимости двадцати десятичных логарифмов модулей  $|W_{1i}(s)|$  и  $|W_{2i}(s)|$ , построенные в логарифмическом масштабе (размерность дБ).

$$L(\omega) = 20\lg|W(s)| = 20\lg K(s),$$

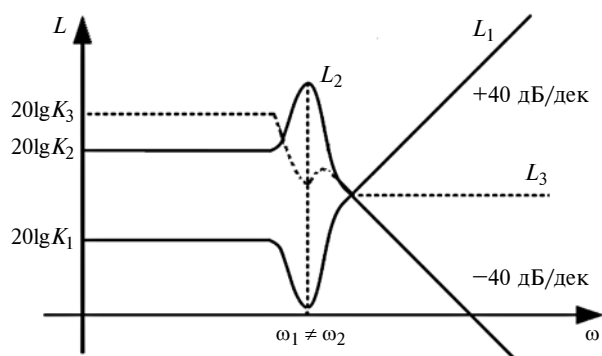


Рис. 4. Построение АЧХ гидроопоры  $L_3$  сложением ЛАЧХ форсирующего ( $L_1$ ) и колебательного ( $L_2$ ) звеньев с передаточными функциями  $W_{1i}(s)$  и  $W_{2i}(s)$

где  $K = K(s)$  — амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) звеньев, определяющая изменение амплитуды гармонического входного сигнала при прохождении его через данные звенья в зависимости от частоты входного воздействия.

При построении ЛАЧХ звеньев принимают более мелкую единицу измерения, в 20 раз меньше одной десятичной логарифмической единицы, т. е.  $20\lg K(s)$ .

ЛАЧХ форсирующего и колебательного звеньев второго порядка (см. рис. 3, а, б) близки к асимптотам. Наибольшие отклонения от асимптот на ЛАЧХ звеньев имеют место в точках сопряжения на частотах сопряжения  $\omega_{1i}$  и  $\omega_{2i}$ .

Так, при изменении частоты от 0 до  $\omega_{1i}$  ЛАЧХ форсирующего звена параллельна оси частот и проходит на уровне  $20\lg K$  (см. рис. 3, а). При частоте  $\omega > \omega_{1i}$  асимптота ЛАЧХ поднимается (+40 дБ/дек).

Для колебательного звена при изменении частоты от 0 до  $\omega_{2i}$  ЛАЧХ параллельна оси частот и проходит на уровне  $20\lg K$  (см. рис. 3, б). При частоте  $\omega > \omega_{2i}$  асимптота ЛАЧХ опускается (-40 дБ/дек).

ЛАЧХ последовательно соединенных звеньев (см. рис. 3, а, б) суммируются относительно исходного уровня и отображаются зеркально (рис. 4), формируя результирующую ЛАЧХ. Следовательно, информация о демпфировании гидропорой с МРТ в области высоких частот теряется. Ценность ЛАЧХ состоит в том, что они позволяют косвенно судить о процессах, происходящих в гидропоре (не решая дифференциальных уравнений для данной гидропоры).

### Моделирование АЧХ магнитоуправляемой гидропоры в среде Simulink программного пакета Matlab

#### Имитационная модель гидропоры с МРТ и входные параметры

При моделировании динамических характеристик гидропор в среде Simulink пакета Matlab гидропоры с МРТ представляем как заграждающий

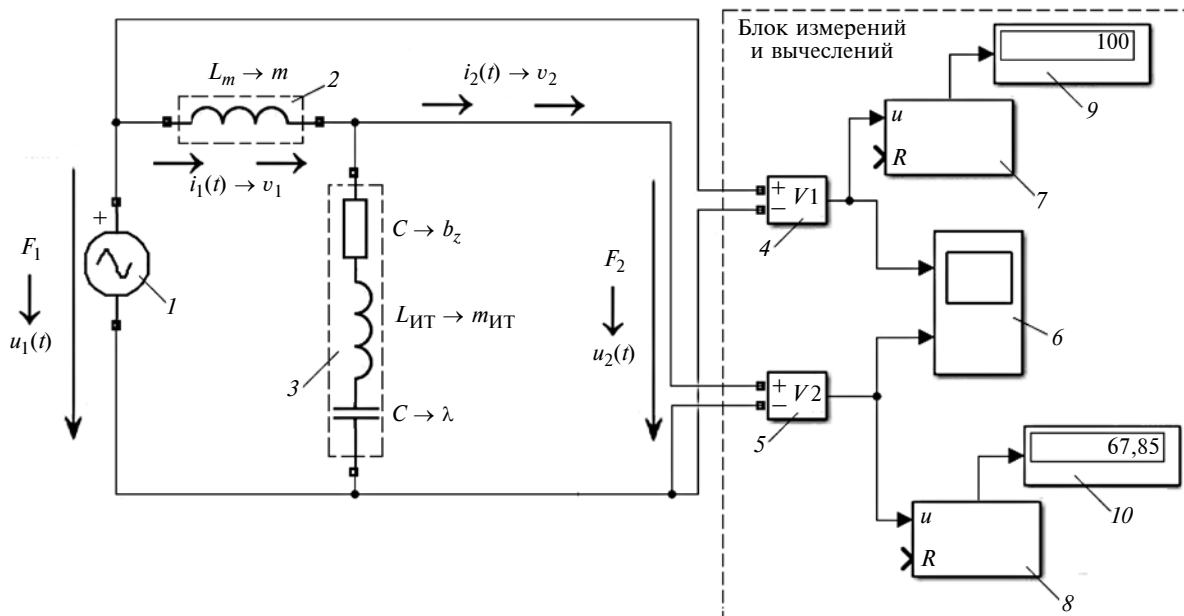


Рис. 5. Модель гидроопоры с МРТ (заграждающий фильтр) в виде электромеханической схемы:

1 — источник вибрации; 2 — масса нагрузки; 3 — гидравлическая виброопора; 4, 5 — вольтметры на входе и выходе; 6 — осциллограф; 7, 8 — вычислители максимальных значений входного и выходного вибросигналов; 9, 10 — блоки индикации

фильтр в виде механической цепи на основе последовательного контура (рис. 5) [9, 10, 12–14].

Имитационная модель представляет собой систему взаимодействующих блоков с определенными функциями.

На рис. 5  $v_1(t)$  и  $v_2(t)$  — виброскорости соответственно на входе и выходе гидроопоры;  $u_1(t)$ ,  $u_2(t)$  и  $i_1(t)$ ,  $i_2(t)$  — электрические напряжения и токи на соответственно входе и выходе электромеханической схемы замещения;  $L_m$  — эквивалентная индуктивность массы  $m$  нагрузки;  $L_{ИТ}$  — эквивалентная индуктивность присоединенной массы ИТ;  $R$  — эквивалентное электрическое сопротивление коэффициенту  $b_z$  демпфирования;  $C$  — эквивалентная емкость податливости  $\lambda = 1/c$  гидроопоры;  $c = 1/\lambda$  — эквивалентная жесткость гидроопоры с ИТ.

При моделировании учитывали изменение динамической жесткости  $c_i = 1/\lambda_i$  гидроопоры ОМГ-50 в зависимости от частоты вибрации (рис. 6, табл. 1) [7].

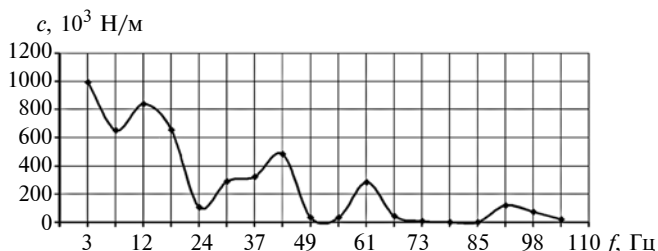


Рис. 6. Зависимости динамической жесткости  $c$  МР-гидроопоры ОМГ-50 от частоты  $f$  вибрации при  $m_{н.п} = 27$  кг и входном СКО 50 м/с<sup>2</sup>

Гидроопоры ОМГ-50 рассчитаны на статическую нагрузку в 50 кг.

Построение АЧХ выполнено при нагрузочной плите массой  $m_{н.п} = 27$  кг для двух режимов работы гидроопоры:

- 1) без учета силового воздействия магнитного поля ( $H = 0$ );
- 2) с учетом силового воздействия внешнего магнитного поля при его напряженности  $H = 252$  кА/м.

#### Значения присоединенных и общих масс МРТ гидроопоры ОМГ-50

Для настройки на рабочую частоту МР-гидроопоры необходимо создать инерционность по отношению к перемещению, которое обеспечивается отношением квадратов радиуса  $R_{об}$  (площадей) поршневого воздействия обечайки и радиуса  $R_{к.к}$  эквивалентного дроссельного канала. Первоначально считаем, что МРЖ в дроссельном канале (масса  $m_{МЖ}$ ) работает как твердый стержень без деформаций. Однако в МРЖ возникают внутренние процессы, которые необходимо учитывать [1–3, 15].

Присоединенную массу, превосходящую реальную массу МРЖ в дроссельных каналах МР-гидроопоры без воздействия внешнего магнитного поля, определяем по формуле [1, 2]

$$m_{МРТ}^{(H0;t)} = m_{ИТ} = \frac{\pi R_{об}^2}{\pi R_{к.к}^2} m_{МЖ}^{(H0;t)}$$

Значения динамической жесткости с одной МР-гидропоры ОГМ-50 при входном СКО 50 м/с<sup>2</sup> для разных частот  $f$ 

$f$ , Гц	3,1	6,1	12,2	18,3	24,4	30,5	36,6	42,7	48,8
$c$ , кН/м	993,86	649,99	836,30	651,95	105,61	290,19	324,11	483,66	33,623
$f$ , Гц	54,9	61,0	67,1	73,2	79,3	85,4	91,6	97,7	103,8
$c$ , кН/м	32,042	281,88	44,336	6,399	0,251	1,399	119,410	70,976	20,759

Здесь  $m_{\text{МРТ}}$  — присоединенная масса, равная массе  $m_{\text{ИТ}}$  без воздействия магнитного поля;  $m_{\text{МЖ}}^{(H0;t)} = \rho_{\text{МЖ}}^{(H0;t)} l \pi R_{\text{к.к}}^2$ , где  $l$  — длина эквивалентного дроссельного канала;  $\rho_{\text{МЖ}}$  — плотность МРЖ.

Если считать МРЖ ньютоновской жидкостью, то при любых температурах в однофазном режиме ее плотность будет всегда постоянной [6, 16].

Заметим, что если для ньютоновских жидкостей вязкость постоянная, то у неньютоновских жидкостей, к которым относятся МРЖ, вязкость зависит от напряжения сдвига и изменяется во времени [6, 16].

Эйнштейн предложил формулу коэффициента диффузии частиц [14]:

$$D = \frac{RT}{3\pi\eta_{\text{МЖ}}dN_A},$$

где  $R$  — универсальная газовая постоянная;  $T$  — абсолютная температура;  $\eta_{\text{МЖ}}$  — динамическая вязкость;  $d$  — диаметр взвешенных ферромагнитных частиц жидкости носителя;  $N_A$  — постоянная Авогадро.

Коэффициент  $D$  диффузии можно найти экспериментально [17].

В работе [19] выведена зависимость плотности неньютоновских жидкостей от температуры:

$$\rho_{\text{МЖ}} = \frac{RT}{3F\pi\lambda_{\text{МЖ}}dN_A},$$

где  $\lambda_{\text{МЖ}}$  — кинематическая вязкость.

Данное выражение показывает зависимость плотности МРЖ от абсолютной температуры  $T$ , коэффициента  $D$  диффузии частиц и размера частиц.

Массу МРЖ можно определить как произведение ее плотности  $\rho_{\text{МЖ}}$  на объем дроссельного канала, поэтому присоединенную массу МРЖ в дроссельном канале МР-гидропоры при воздействии магнитного поля и температуры вычисляем с учетом плотности МРЖ при  $j$ -й температуре.

Масса МРЖ MRF-132DG в эквивалентном дроссельном канале длиной  $l = 15$  мм в зоне полюсов ВЭ МР-гидропоры ОГМ-95 без воздействия внешнего магнитного поля при температуре МРЖ

$t_{\text{МРЖ}} = 20$  °С и плотности  $\rho_{\text{МЖ}} = 2950$  кг/м<sup>3</sup> составит:

$$m_{\text{МЖ}}^{(H0;t20)} = \rho_{\text{МЖ}}^{(H0;t20)} l \pi R_{\text{к.к}}^2 = 2950 \cdot 0,015\pi(2,801 \cdot 10^{-3})^2 = 1,09066 \cdot 10^{-3} \text{ кг.}$$

Присоединенную массу МРТ с учетом температурного коэффициента вязкости МРЖ без воздействия магнитного поля определяем через отношение динамических вязкостей:

$$m_{\text{МРТ}}^{(H0;t)} = k_{i,j}^{(t)} \frac{\pi R_{\text{об}}^2}{\pi R_{\text{к.к}}^2} m_{\text{МЖ}}^{(H0;t)} = \frac{\eta_{i,j}^{(t)}}{\eta_{1,1}^{(20)}} \frac{\pi R_{\text{об}}^2}{\pi R_{\text{к.к}}^2} m_{\text{МЖ}}^{(H0;t)}. \quad (9)$$

Здесь  $\eta_{i,j}^{(t)}$  — динамическая вязкость при  $j$ -й температуре МРЖ:

$$\eta_{i,j}^{(t)} = (\lambda_{i,j}^{(t)}/\lambda_{1,1}^{(t20)}) \eta_{1,1}^{(t20)} = \rho_{\text{МЖ}} \lambda_{i,j}^{(t)}, \quad (10)$$

где  $\lambda_{i,j}^{(t)}$  — кинематическая вязкость при  $j$ -й температуре МРЖ;  $\lambda_{i,j}^{(t)}/\lambda_{1,1}^{(t20)}$  — температурный коэффициент вязкости МРЖ, определяется с учетом реперной точки при  $t_{\text{МРЖ}} = 20$  °С и  $H = 0$ :

$$k_{i,j}^{(t)} = \lambda_{i,j}^{(t)}/\lambda_{1,1}^{(t20)} = \eta_{i,j}^{(t)}/\eta_{1,1}^{(t20)}; \quad k_{i,j}^{(t)} \neq k_{1,1}^{(t20)}; \\ k_{1,1}^{(t20)} = 1,$$

здесь  $\eta_{1,1}^{(t20)}$  — динамическая вязкость при  $t_{\text{МРЖ}} = 20$  °С и  $H = 0$ .

Тогда присоединенная масса МРТ при воздействии магнитного поля и температуры определяем через отношение динамических вязкостей:

$$m_{\text{МРТ}i,j}^{(H;t)} = k_{i,j}^{(t)} \frac{(\pi R_{\text{об}}^2)^2}{(\pi R_{\text{к.к}}^2)^2} m_{\text{МЖ}}^{(H0;t)} = \frac{\eta_{i,j}^{(t)}}{\eta_{1,1}^{(t20)}} \frac{(\pi R_{\text{об}}^2)^2}{(\pi R_{\text{к.к}}^2)^2} m_{\text{МЖ}}^{(H0;t)}. \quad (11)$$

Таблица 2

Присоединенные и общие массы МРТ для  $H = 0$  (числитель) и 252 кА/м (знаменатель) при разных температурах МРЖ

$t_{\text{МРЖ}}, ^\circ\text{C}$	$m_{\text{МРТ}}, \text{кг}$	$m + m_{\text{ИТ}}, \text{кг}$
20	28,0230/54,4480	55,0230/81,4480
40	24,3910/47,3909	51,3910/74,3909
60	20,7600/40,3322	47,7600/67,3322

Таблица 3

Частоты  $f_{\text{н}}$  настроек МР-гидроопоры для  $H = 0$  (числитель) и 252 кА/м (знаменатель) при разных общих массах МРТ и температурах МРЖ

$t_{\text{МРЖ}}, ^\circ\text{C}$	$m + m_{\text{ИТ}}, \text{кг}$	$f_{\text{н}}, \text{Гц}$
20	55,0230/81,4480	18,4570/15,1780
40	51,3910/74,3909	19,0980/15,8740
60	47,7600/67,3322	19,8108/16,6930

Выражение (11) можно представить как

$$m_{\text{МРТ}i,j}^{(H;t)} = k_{i,j}^{(t)} \rho_{\text{МЖ}} \frac{S_{\text{п}}^2}{S_{\text{к.к}}} l = \frac{\eta_{i,j}^{(t)}}{\eta_{1,1}^{(t)}} \rho_{\text{МЖ}} \frac{S_{\text{п}}^2}{S_{\text{к.к}}} l, \quad (12)$$

где  $S_{\text{п}}$  и  $S_{\text{к.к}}$  — площади поршневого действия обечайки и дроссельного канала.

Значения  $m_{\text{МРТ}}$  в эквивалентном дроссельном канале при воздействии магнитного поля и температуры, а также с учетом динамической вязкости определяли по формуле (12) [1]:

В табл. 2 представлены значения вычисленных по формулам (9) и (10) масс  $m_{\text{МРТ}}$  и  $m + m_{\text{МРТ}}$  при  $H = 0$  и 252 кА/м для  $t_{\text{МРЖ}} = 20; 40$  и  $60 ^\circ\text{C}$ .

### Частоты настроек гидроопоры ОМГ-50

Частоту настройки гидроопоры с МРТ без воздействия внешнего магнитного поля ( $H = 0$ ) определяем по формуле [1, 2]

$$f_{\text{н}}^{H=0} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c_{\text{об}}}{(m + m_{\text{МРТ}}^{(H0;t)})}},$$

где  $c_{\text{об}} = 740 \cdot 10^3 \text{ Н/м}$  — заданная статическая жесткость резиновой обечайки — минимальная динамическая жесткость на основной резонансной частоте при входном среднеквадратичном отклонении (СКО)  $50 \text{ м/с}^2$  и нагрузке на МР-гидроопору массой 27 кг при максимальных перемещениях  $\pm 4 \text{ мм}$ .

Частоту  $f_{\text{н}}$  настройки гидроопоры с МРТ при напряженности внешнего магнитного поля  $H = = 252 \text{ кА/м}$  определяем по формуле

$$f_{\text{н}}^{H=252} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c_{\text{об}}}{(m + m_{\text{МРТ}}^{(H252;t)})}}.$$

Частоты настроек гидроопоры с МРТ при  $H = 0; 252 \text{ кА/м}$  и  $t_{\text{МРЖ}} = 20; 40$  и  $60 ^\circ\text{C}$  приведены в табл. 3.

### Амплитудно-частотные характеристики гидроопоры

1 ЛАЧХ гидроопоры с МРТ ОМГ-50 при входном СКО  $50 \text{ м/с}^2$ ,  $H = 252 \text{ кА/м}$  и  $t_{\text{МРЖ}} = 20 ^\circ\text{C}$ , построенная при моделировании динамических характеристик в среде Simulink пакета Matlab [12], приведена на (рис. 7, а).

Передаточная функция гидроопоры имеет вид:

$$W_i(s) = \frac{m_{\text{МРТ}}^{(t20)} s^2 + b_i^{(t20)} s + c_i}{(m + m_{\text{МРТ}}^{(t20)}) s^2 + b_i^{(t20)} s + c_i}. \quad (13)$$

Из ЛАЧХ (см. рис. 7, а) следует, что входной вибросигнал (белый шум) при  $H = 0; 252 \text{ кА/м}$  и  $t_{\text{МРЖ}} = 20 ^\circ\text{C}$  изменяется (демпфируется) соответственно до 10 и 10,5 дБ.

Причем при  $t_{\text{МРЖ}} = 20 ^\circ\text{C}$  и  $H = 252 \text{ кА/м}$  наблюдается уход с резонансной частоты настройки

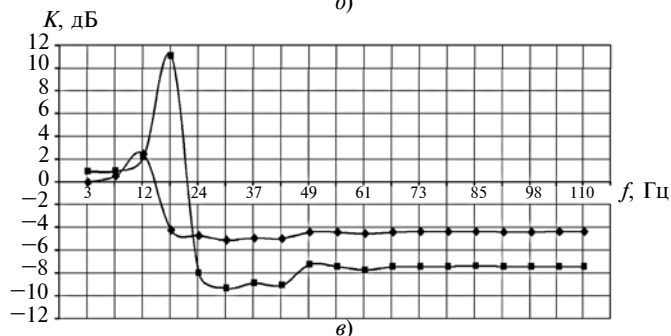
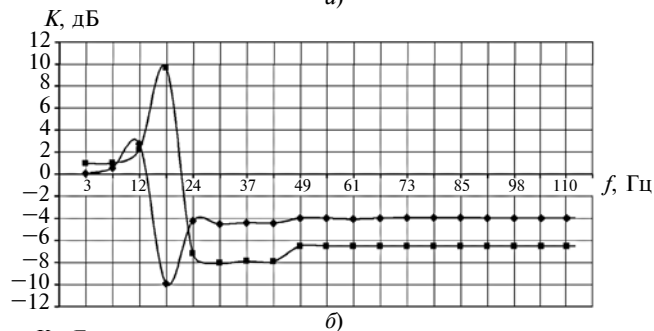
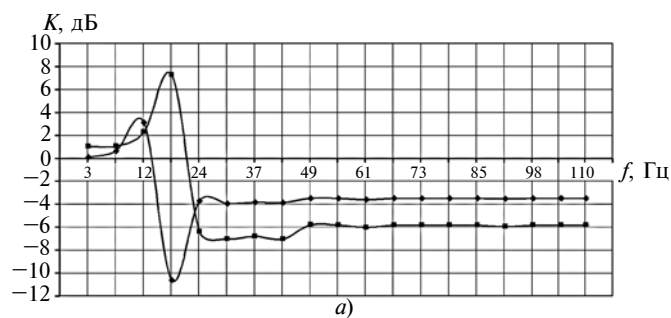


Рис. 7. АЧХ гидроопоры ОМГ-50 при  $H = 0$  (-■-); 252 кА/м (-♦-) и  $t_{\text{МРЖ}} = 20$  (а); 40 (б);  $60 ^\circ\text{C}$  (в)

$f_n^{H=0} = 18,457$  Гц гидропоры при  $H = 0$  на частоту  $f_n^{H=252} = 15,178$  Гц (см. табл. 3). В гидроопоре с МРТ возникает наибольшее демпфирование входного вибросигнала, так как магнитореологический эффект МРЖ наибольший вследствие большой инерционности присоединенной МРТ массой 54,448 кг (см. табл. 2), возникающей в дроссельных каналах при воздействии магнитного поля. При этом общая воздействующая масса в МРТ составляет 81,448 кг. Кроме того, при  $H = 252$  кА/м наблюдается горизонтальный участок с неравномерностью 4 дБ в диапазоне частот от 30,5 до 104 Гц, который можно объяснить только представлением передаточных функций (4) и (13) произведением передаточных функций через последовательное соединение форсирующего и колебательного звеньев второго порядка [8, 11]. У данных последовательно соединенных звеньев (см. рис. 3, а, б) их ЛАЧХ суммируются и отображаются зеркально (см. рис. 4), формируя результирующую ЛАЧХ. Следовательно, информация о демпфировании гидропорой с МРТ входного вибросигнала в области высоких частот теряется. Поэтому наиболее эффективная работа гидропоры с МРТ при  $H = 252$  кА/м и  $t_{\text{МРЖ}} = 20$  °С наблюдается в полосе частот от 14 до 20 Гц (см. рис. 7, а), так как имеет место наибольший магнитореологический эффект МРЖ, обеспечивающий демпфирование гидропорой входного вибросигнала на уровне 10 и 10,5 дБ.

2. ЛАЧХ гидропоры с МРТ ОМГ-50 при входном СКО 50 м/с<sup>2</sup>,  $H = 252$  кА/м и  $t_{\text{МРЖ}} = 40$  °С, построенная при моделировании динамических характеристик [12], приведена на рис. 7, б.

Передаточная функция гидропоры имеет вид:

$$W_i(s) = \frac{m_{\text{МРТ}}^{(t40)} s^2 + b_i^{(t40)} s + c_i}{(m + m_{\text{МРТ}}^{(t40)}) s^2 + b_i^{(t40)} s + c_i}. \quad (14)$$

Из ЛАЧХ (см. рис. 7, б) следует, что входной вибросигнал (белый шум) при  $H = 0$ ; 252 кА/м и  $t_{\text{МРЖ}} = 40$  °С снижается (демпируется) до 10 дБ. Причем при  $t_{\text{МРЖ}} = 40$  °С и  $H = 252$  кА/м наблюдается уход с резонансной частоты настройки  $f_n^{H=0} = 19,098$  Гц при  $H = 0$  на частоту  $f_n^{H=252} = 15,471$  Гц (см. табл. 3). В гидроопоре с МРТ наблюдается еще большее демпфирование входного вибросигнала вследствие большой инерционности МРТ с присоединенной массой 47,391 кг (см. табл. 2), возникающей в дроссельных каналах при воздействии внешнего магнитного поля, но здесь магнитореологический эффект МРЖ уже снизился. При этом общая воздействующая масса в МРТ составляет 74,391 кг. Кроме того, при  $H = 252$  кА/м

на АЧХ гидропоры наблюдается горизонтальный участок с неравномерностью в 4 дБ в диапазоне частот от 30,5 до 104 Гц, который также объясняется представлением передаточных функций (4) и (14) произведением передаточных функций через последовательное соединение форсирующего и колебательного звеньев второго порядка [8, 11]. При сложении ЛАЧХ форсирующего и колебательного звеньев (см. рис. 3, а, б) возникает горизонтальный участок на искомой ЛАЧХ гидропоры в диапазоне высоких частот (см. рис. 4). Поэтому наиболее эффективная работа гидропоры с МРТ при  $H = 252$  кА/м и  $t_{\text{МРЖ}} = 40$  °С также наблюдается в диапазоне частот от 14 до 20 Гц (см. рис. 7, б).

В отличие от ЛАЧХ при  $t_{\text{МРЖ}} = 20$  °С и  $H = 252$  кА/м (см. рис. 7, а), где демпфирование входного сигнала гидропорой на частоте  $f_n^{H=252} = 15,178$  Гц достигает соответственно 10 и 10,5 дБ, при  $t_{\text{МРЖ}} = 40$  °С и  $H = 252$  кА/м (см. рис. 7, б) наблюдается снижение демпфирования входного вибросигнала гидропорой на частоте  $f_n^{H=252} = 15,471$  Гц до 10 дБ. Здесь имеет место ослабление магнитореологического эффекта МРЖ, но он еще достаточно большой и обеспечивает демпфирование гидропорой входного вибросигнала на уровне 10 дБ.

3. ЛАЧХ гидропоры с МРТ ОМГ-50 при входном СКО 50 м/с<sup>2</sup>,  $H = 252$  кА/м и  $t_{\text{МРЖ}} = 60$  °С, построенная при моделировании динамических характеристик, приведена на рис. 7, в.

Передаточная функция гидропоры имеет вид:

$$W_i(s) = \frac{m_{\text{МРТ}}^{(t60)} s^2 + b_i^{(t60)} s + c_i}{(m + m_{\text{МРТ}}^{(t60)}) s^2 + b_i^{(t60)} s + c_i}. \quad (15)$$

Из АЧХ (см. рис. 7, в) следует, что входной вибросигнал (белый шум) при  $H = 0$  и  $t_{\text{МРЖ}} = 20$  °С демпфируется в полосе частот от 25 до 45 Гц в среднем до 9 дБ, а при  $H = 252$  кА/м и  $t_{\text{МРЖ}} = 60$  °С демпфирование входного вибросигнала  $f_n^{H=252} = 16,693$  Гц соответственно снижается до 5 дБ.

Причем при  $H = 252$  кА/м и  $t_{\text{МРЖ}} = 60$  °С наблюдается уход с резонансной частоты настройки  $f_n^{H=0} = 19,811$  Гц при  $H = 0$  на частоту  $f_n^{H=252} = 16,693$  Гц (см. табл. 3). В гидроопоре с МРТ жидкостное демпфирование в МРТ падает до 5 дБ, так как магнитореологический эффект МРЖ пропадает вследствие снижения инерционности присоединенной массы МРТ до 40,332 кг (см. табл. 2), возникающей в дроссельных каналах при воздействии магнитного поля.

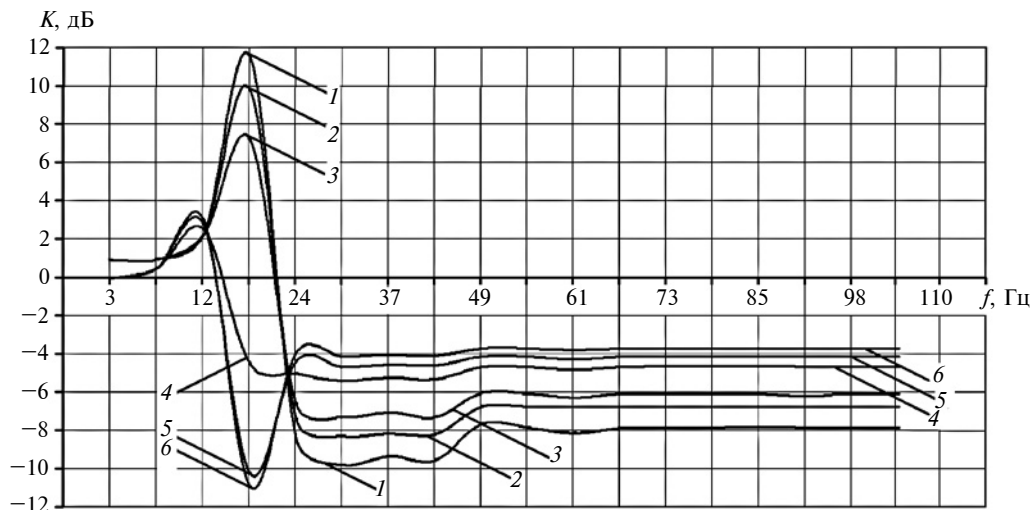


Рис. 8. АЧХ гидропоры ОМГ-50 при  $H = 0$  (1, 2, 3); 252 кА/м (4, 5, 6) и  $t_{\text{МРЖ}} = 20$  (3, 6); 40 (2, 5); 60 °С (1, 4)

Действующая масса в МРТ составляет 67,332 кг. При  $H = 252$  кА/м и  $t_{\text{МРЖ}} = 60$  °С на ЛАЧХ гидропоры наблюдается горизонтальный участок с неравномерностью в 4,5 дБ в диапазоне частот от 16 до 104 Гц, который объясняется также представлением передаточных функций (4) и (15) произведением передаточных функций через последовательное соединение форсирующего и колебательного звеньев второго порядка [8, 11]. При сложении ЛАЧХ форсирующего и колебательного звеньев (см. рис. 3, а, б) возникает горизонтальный участок на искомой АЧХ гидропоры с МРТ в диапазоне высоких частот (см. рис. 4). Поэтому наблюдается менее эффективная работа гидропоры с МРТ при  $H = 252$  кА/м и  $t_{\text{МРЖ}} = 60$  °С в диапазоне частот от 16 до 45 Гц, чем при  $H = 0$  кА/м и  $t_{\text{МРЖ}} = 20$  и 40 °С (см. рис. 7, в). Здесь имеет место потеря магнитореологического эффекта МРЖ в дроссельных каналах МРТ. В результате гидропора не обеспечивает демпфирование входного вибросигнала, виброгашение наблюдается только на уровне до 5 дБ.

4. Сводная АЧХ гидропоры ОМГ-50 при входном СКО 50 м/с<sup>2</sup>,  $H = 252$  кА/м и  $t_{\text{МРЖ}} = 20$ ; 40 и 60 °С приведена на рис. 8.

Сводная АЧХ гидропоры ОМГ-95 при  $t_{\text{МРЖ}} = 20$ ; 40 и 60 °С и  $H = 252$  кА/м иллюстрирует результаты, полученные при имитационном моделировании динамических характеристик гидропор с МРТ.

Объяснить горизонтальные участки ЛАЧХ (см. рис. 7 и 8) при воздействии внешнего магнитного поля можно только взаимодействием форсирующего (см. рис. 3, а) и колебательного (см. рис. 3, б) звеньев с передаточными функциями  $W_{1i}(s)$  и  $W_{2i}(s)$  согласно выражениям (5) и (7) (см. рис. 4). Показанное на рис. 4 построение результирующих АЧХ гидропоры ( $L_3$ ) сложением ЛАЧХ форсирующего ( $L_1$ ) и колебательного ( $L_2$ ) звеньев с пере-

даточными функциями  $W_{1i}(s)$  и  $W_{2i}(s)$  поясняет возникновение горизонтальных участков на ЛАЧХ, на которой информация о демпфировании гидропорой с МРТ в области высоких частот теряется [8, 11, 12].

Таким образом, установлено, что при  $t_{\text{МРЖ}} = 20$  °С,  $H = 252$  кА/м и присоединенной массе в 54,45 кг собственная частота гидропоры составляет 15,178 Гц, а при  $t_{\text{МРЖ}} = 60$  °С с присоединенной массой в 40,33 кг собственная частота 16,693 Гц.

Разработанную модель динамических характеристик гидропор с МРТ можно использовать при разработке магнитоуправляемых гидропор.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Системы** виброзащиты с использованием инерционности и диссипации реологических сред / Б. А. Гордеев, В. И. Ерофеев, А. В. Синев, О. О. Мугин. М.: Физматлит, 2004. 175 с.
2. **Гордеев Б. А., Ерофеев В. И., Плехов А. С.** Математические модели адаптивных виброизоляторов мобильных и стационарных объектов. Н. Новгород: НГТУ, 2017. 124 с.
3. **Моделирование** динамики гидропоры с инерционным гидравлическим преобразователем при ударных воздействиях / А. Е. Шохин, Г. Я. Пановко, А. Н. Брысин, А. Н. Никифоров // Машиностроение и инженерное образование. 2013. № 4 (37). С. 63–69.
4. **Совершенствование** методики испытаний систем виброзащиты с инерционными преобразователями / А. Н. Брысин, А. Е. Шохин, А. В. Синев и др. // Проблемы машиностроения и автоматизации. 2012. № 4. С. 80–83.
5. **Частотные** свойства динамического гасителя с инерционным преобразователем / О. О. Мугин, Т. В. Ерохина, А. В. Синев, Л. А. Степанова // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2011. № 4. С. 37–40.
6. **Технологии** создания и использование магнитореологических жидкостей для управляемых виброизоляторов: монография / Е. С. Беляев, А. И. Ермолаев, Е. Ю. Титов, С. Ф. Тумаков. Н. Новгород: НГТУ, 2017. 120 с.

П. В. ГУБАРЕВ, Д. В. ГЛАЗУНОВ, В. Г. РУБАН, А. С. ШАПШАЛ, кандидаты технических наук (Ростовский ГУ путей сообщения), e-mail: glazunovdm@yandex.ru

## Уточненный тепловой расчет коллектора тягового двигателя локомотива

Предложен тепловой расчет коллектора тягового двигателя локомотива. Получены уравнения теплового баланса его элементов с учетом охлаждающего воздуха. Представлены результаты расчета и экспериментальные данные тепловизионного контроля.

**Ключевые слова:** тяговый электродвигатель, коллектор, тепловой расчет, тепловизионный контроль.

The thermal calculation of the locomotive traction engine collector is proposed. The equations of the heat balance of its elements are obtained taking into account the cooling air. The calculation results and experimental data of thermal imaging control are presented.

**Keywords:** traction electric motor, collector, thermal calculation, thermal imaging control.

Большинство внеплановых ремонтов тягового подвижного состава обусловлено внезапными отказами электрического и механического оборудования [1–3]. Надежность тяговых электрических машин постоянного тока определяет в основном межремонтный пробег локомотивов. Ответственным узлом двигателя является коллектор [4, 5]. Известны аналитические методы теплового расчета коллекторов тяговых машин локомотивов [6–8].

Цель данной работы — разработать уточненный тепловой аналитический расчет коллектора, учитывающий влияние нагретого охлаждающего (вен-

тилируемого) воздуха на теплообмен между элементами узла. На рис. 1 показан расчетный сектор коллектора с изоляционным слоем между коллекторной пластиной и корпусом коллектора.

Для расчета нагрева коллектора предлагается система дифференциальных уравнений теплового баланса медных коллекторных пластин, закрепленных стальными крепежными элементами (на рис. 1 не показаны) на корпусе коллектора и охлаждающего воздуха.

Для установившегося режима работы получили следующие уравнения:

теплового баланса коллекторных пластин круговой арки корпуса коллектора с учетом участвующего в процессе охлаждающего воздуха

$$Q_k = (\theta_1 - \theta_3)\alpha_1 S_1 - C_1 \frac{d\theta_1}{dt} + \frac{(\theta_1 - \theta_2)\lambda_2 S_2}{\delta}; \quad (1)$$

теплового баланса корпуса коллектора

$$\frac{(\theta_1 - \theta_2)\lambda_2 S_2}{\delta} = C_2 \frac{d\theta_2}{dt} + (\theta_2 - \theta_3)\alpha_3 S_3; \quad (2)$$

теплового потока от коллекторных пластин к охлаждающему воздуху

$$C_3 \frac{d\theta_3}{dt} = (\theta_1 - \theta_3)\alpha_1 S_1 + (\theta_2 - \theta_3)\alpha_3 S_3, \quad (3)$$



(Окончание статьи. Начало см. на стр. 47)

7. **Методы** и устройства ослабления вибрации электро-механических комплексов: монография / С. Н. Охулков, А. С. Плехов, Д. Ю. Титов, Ю. В. Шевырев. Н. Новгород: НГТУ, 2016. 254 с.

8. **Попов Д. Н.** Динамика и регулирование гидро- и пневмосистем. М.: Машиностроение, 1976. 424 с.

9. **Дружинский И. А.** Механические цепи. Л.: Машиностроение, 1977. 240 с.

10. **Зарубин В. С., Крищенко А. П.** Математическое моделирование в технике. М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2003. 496 с.

11. **Макаров И. М., Менский Б. М.** Линейные автоматические системы (элементы теории, методы расчета и справочный материал). М.: Машиностроение, 1982. 504 с.

12. **Щербаков В. С., Руппель А. А., Глушец В. А.** Основы моделирования систем автоматического регулирования и электротехнических систем в среде Matlab и Simulink. Омск: СибАДИ, 2003. 160 с.

13. **Этапы** построения математических моделей магнитоуправляемых гидропор методом электромеханических

аналогий / Б. А. Гордеев, С. Н. Охулков, А. Н. Осмехин, К. С. Степанов. Актуальные проблемы электроэнергетики. Н. Новгород: НГТУ, 2018. С. 119–128.

14. **Чикуров Н. Г.** Синтез математических моделей технических систем методом электроаналогий // Вестник УГАТУ. Т. 12. 2009. № 2. С. 156–165.

15. **Казаков Ю. Б., Морозов Н. А., Нестеров С. А.** Взаимосвязанные физические процессы в электромеханическом магнитоиджидкостном демпфере // 17-я Международ. научн. конф. по нанодисперсным магнитным жидкостям. Иваново: ИГЭУ, 2016. С. 66–73.

16. **Яворский Б. М., Детлаф А. А.** Справочник по физике. М.: Наука, 1964. 847 с.

17. **Найгерг К. В., Редников С. Н.** Зависимость внутренней энергии однокомпонентной углеводородной системы от размера частицы при снятии вязкостной характеристики в ротационном вискозиметре высокого давления // Вестник ПНИПУ. Аэрокосмическая техника. 2014. № 36. С. 143–154.



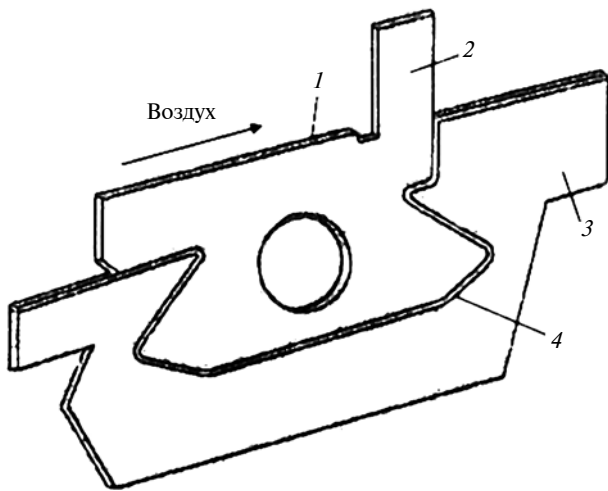


Рис. 1. Расчетный сектор коллектора:

1 — коллекторная пластина; 2 — вывод коллекторной пластины; 3 — корпус коллектора; 4 — изоляционный слой между коллекторной пластиной и корпусом коллектора

где  $Q_k$  — потери мощности на рабочей поверхности коллектора, Вт;  $(\theta_1 - \theta_2)$  — перепад температуры между коллекторными пластинами и корпусом коллектора, приходящийся на толщину  $\delta$ , м, изоляционного слоя;  $(\theta_1 - \theta_3)$  — перепад температуры между коллекторными пластинами и охлаждающим воздухом, °С;  $(\theta_2 - \theta_3)$  — перепад температуры между корпусом и охлаждающим воздухом, °С;  $\alpha_1$  и  $\alpha_3$  — коэффициенты теплоотдачи поверхностей соответственно круговой арки и корпуса, Вт/(м<sup>2</sup>·°С);  $S_1$ ,  $S_2$  и  $S_3$  — площади теплоотдающих поверхностей круговой арки, рабочей части изоляции и корпуса, м<sup>2</sup>;  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  — теплоемкости соответственно круговой арки, стальных крепежных элементов и изоляции и воздуха, Вт·с/°С;  $t$  — время нагрева коллектора, с;  $\lambda_2$  — коэффициент теплопроводности изоляции, Вт/(м<sup>2</sup>·°С).

Уравнение (3) показало, что теплота, поступающая в охлаждающий воздух из круговой арки [ $\lambda_1 S_1(\theta_1 - \theta_3)$ ] и корпуса [ $\alpha_3 S_3(\theta_2 - \theta_3)$ ], повышает его температуру  $(C_3 \frac{d\theta_3}{dt})$ .

Преобразуем уравнения (1)—(3) в систему уравнений теплового баланса:

$$\left. \begin{aligned} \theta_1' &= -\left(\frac{\lambda_2 S_2}{C_1 \delta} + \frac{\alpha_1 S_1}{C_1}\right)\theta_1 + \frac{\lambda_2 S_2}{C_1 \delta}\theta_2 + \frac{\alpha_1 S_1}{C_1}\theta_3 + \frac{Q_k}{C_1}; \\ \theta_2' &= \frac{\lambda_2 S_2}{C_2 \delta}\theta_1 - \left(\frac{\alpha_3 S_3}{C_2} + \frac{\lambda_2 S_2}{\delta C_2}\right)\theta_2 + \frac{\alpha_3 S_3}{C_2}\theta_3; \\ \theta_3' &= \frac{\alpha_1 S_1}{C_3}\theta_1 + \frac{\alpha_3 S_3}{C_3}\theta_2 - \left(\frac{\alpha_1 S_1}{C_3} + \frac{\alpha_3 S_3}{C_3}\right)\theta_3. \end{aligned} \right\} (4)$$

Решение дифференциальных уравнений (1)—(3) для параметров тягового электродвигателя типа НБ-514 показало, что при нагрузочных испытаниях установившийся тепловой режим с точностью до 5 % достигается за 40÷50 мин.

Преобразуем систему уравнений (4) для стационарного режима установившейся температуры нагрева тягового двигателя ( $\theta_1' = \theta_2' = \theta_3' = 0$ ) к виду:

$$\left. \begin{aligned} K_{11}\theta_1 - K_{12}\theta_2 - K_{13}\theta_3 &= h; \\ K_{21}\theta_1 - K_{22}\theta_2 + K_{23}\theta_3 &= 0; \\ K_{31}\theta_1 + K_{32}\theta_2 - K_{33}\theta_3 &= 0, \end{aligned} \right\} (5)$$

где  $K_{ij}$  — коэффициенты линейных уравнений, определяемые отношениями:

$$K_{11} = \frac{\lambda_2 S_2}{C_1 \delta} + \frac{\alpha_1 S_1}{C_1}; \quad K_{12} = \frac{\lambda_2 S_2}{C_1 \delta};$$

$$K_{13} = \frac{\alpha_1 S_1}{C_1} = K_{11} - K_{12};$$

$$K_{21} = \frac{\lambda_2 S_2}{\delta C_1}; \quad K_{22} = \frac{\alpha_3 S_3}{C_2} + \frac{\lambda_2 S_2}{\delta C_2};$$

$$K_{23} = \frac{\alpha_3 S_3}{C_2} = K_{22} - K_{21};$$

$$K_{31} = \frac{\alpha_1 S_1}{C_3}; \quad K_{32} = \frac{\alpha_3 S_3}{C_3};$$

$$K_{33} = \frac{\alpha_1 S_1}{C_3} + \frac{\alpha_3 S_3}{C_3} = K_{31} - K_{32};$$

$$h = \frac{Q_k}{C_1}.$$

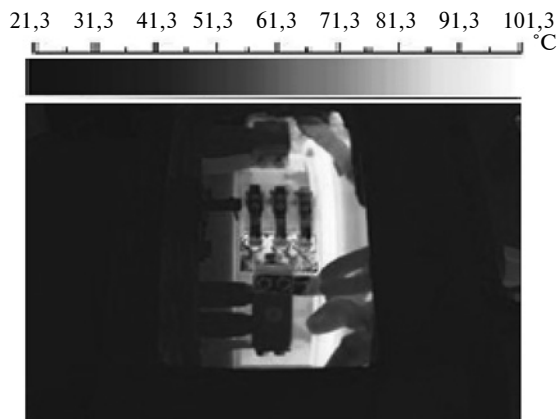
После подстановки численных значений, например, для тягового двигателя НБ-514 и решения системы (5) уравнений методом Гаусса определим температуру коллектора тягового двигателя при установившемся режиме после часа работы —  $\theta_{1ч} = 104$  °С.

Одним из методов диагностики оборудования, работающего под нагрузкой, является тепловой метод неразрушающего контроля с использованием тепловизоров. Тепловизионный контроль позволяет проводить диагностику узлов локомотива без отключения (в реальных условиях эксплуатации) и бесконтактно, что существенно повышает экономическую целесообразность, достоверность измеряемых данных и безопасность персонала [9, 10].

С целью проверки сходимости теоретических и опытных результатов провели тепловые испытания тяговых двигателей [4] с контролем температуры тепловизором NEC TH-9100 (рис. 2). Анализ теп-



а)



б)

Рис. 2. Фото (а) и термограмма (б) исправного тягового двигателя НБ-514 (вид через коллекторный люк)

лограммы показал среднее значение температуры коллектора тягового двигателя  $T_{cp} = 101\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Уточненный тепловой расчет позволяет учесть все источники нагрева коллектора. Сходимость результатов, полученная по уточненной методике расчета и опытным путем, оценивается относительной погрешностью 5 %.

Для повышения информированности при принятии решения о ремонте электрического оборудования необходимо использовать тепловую диагностику как элемент системы анализа состояния локомотива.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. Губарев П. В., Глазунов Д. В., Мищикина Е. С. Анализ системы ремонта и диагностики локомотивов по фактическому состоянию // Тр. междунауч.-практ. конф. "Транспорт—2013". ФГБОУ ВПО РГУПС. 2013. С. 143—144.
2. Kokhanovski V. A., Glazunov D. V., Zoriev I. A. Macrocompositional polymer-powder bearings // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. 2019. V. 48. N. 2. P. 130—135.
3. Kokhanovskii V. A., Glazunov D. V. Selection of lubricant composition for open contact systems in rolling stock // Russian Engineering Research. 2016. V. 36. N. 6. P. 449—451.

4. Губарев П. В., Рубан В. Г., Хачкинаян С. А. Тепловизионный контроль электрического оборудования локомотивов: Монография. Ростов н/Д.: ФГБОУ ВО РГУПС, 2018. 80 с.

5. Оценка безотказности и готовности локомотивов в период нормальной эксплуатации / А. А. Резниченко, Е. А. Чеботарев, Н. Р. Тептиков, Д. В. Глазунов // Вестник Уральского государственного университета путей сообщения. 2018. № 3 (39). С. 15—22.

6. Математические методы принятия решений в системах диагностики и управления на тяговом подвижном составе / Н. Р. Тептиков, А. А. Резниченко, П. В. Губарев, Д. В. Глазунов // Сборка в машиностроении, приборостроении. 2018. № 1. С. 13—15.

7. Дуюн Т. А. Математическое моделирование теплового и напряженно-деформированного состояния коллектора машины постоянного тока: Автореферат дис. ... канд. техн. наук: 05.13.16. Белгород, 2000. 21 с.

8. Грищенко М. А. Математическое моделирование процесса теплопередачи в якоре тягового электродвигателя тепловоза // Известия ПГУПС. 2010. № 1 (22), С. 36—47.

9. Рубан В. Г., Губарев П. В., Хачкинаян С. А. Применение тепловизионного контроля при ремонте электрического оборудования электровозов // Сб. ТРАНСПОРТ—2012. Тр. Всерос. науч.-практ. конф. в 3-х ч. Ростовский ГУ путей сообщения. 2012. С. 371, 372.

10. Хачкинаян С. А., Рубан В. Г., Лященко А. М. Особенности применения тепловизионного контроля электрического оборудования электровозов // Научные труды SWorld. 2013. Т. 3. № 4. С. 17—21.

### ВНИМАНИЮ ПОДПИСЧИКОВ ЖУРНАЛА "ВЕСТНИК МАШИНОСТРОЕНИЯ"

Подписка на журнал принимается по каталогу:

"Пресса России" — индекс **27841**



С. О. НИКИФОРОВ, д-р техн. наук, Б. Е. МАРХАДАЕВ, канд. техн. наук, (ФГБУН ИФМ СО РАН, г. Улан-Удэ), e-mail: endonebair@yandex.ru

## Реализация безреверсных мехатронных манипуляторов в аддитивных технологиях

Рассматриваются особенности структурного и функционального проектирования безреверсных мехатронных манипуляторов в аддитивных технологиях.

**Ключевые слова:** мехатронный манипулятор, безреверсная компоновочная структура, управление, операционная система, быстрое прототипирование, алгоритм проектирования.

The features of the structural and functional design of non-reversible mechatronic manipulators in additive technologies are considered.

**Keywords:** mechatronic manipulator, irreversible layout structure, management, operating system, rapid prototyping, design algorithm.

В монографии [1] подробно рассматривается современный инструментарий методов и средств применения аддитивных технологий (АТ) и соответствующих материалов при оперативном создании разных изделий. Основаны АТ на использовании компьютерного моделирования для синтеза и создания объемных моделей (прототипов) разрабатываемых изделий, что существенно ускоряет их проектирование и реализацию. Развитию АТ способствовало быстрое прототипирование (БП), обусловленное совершенствованием вычислительной техники и 3D-моделирования, которое позволяет дать цифровое описание объекта и преобразовать его в реальную физическую модель с помощью 3D-принтера [2].

Промышленные дизайнеры создают прототипы своих концепций. Инженеры прототипируют конструкцию (устройство) изделий. Разработчики программно-математического обеспечения (ПМО) создают программы-прототипы [3, 4]. При проектировании необходимо учитывать как общие технико-конструктивные и экономические, так и специфические дизайнерские требования [5]. Для успешного решения та-

ких задач необходим разносторонний анализ технических характеристик подобных изделий и рыночной конъюнктуры. Алгоритм машинного дизайнерского прототипирования включает воспроизведения прототипа и маркетинга запуска в производство необходимого числа изделий в случае положительной экспертной оценки [8]. Логику модели машинного конструирования и воспроизведения изделия наглядно представляют понятия "морфология" и "аксиология". Морфология подразумевает целенаправленное формирование структуры изделия, в которой дизайнер раскрывает вещественные, натуральные свойства изделия, особенности его формообразования. Установленная совокупность необходимых свойств, функций и форм разрабатываемого изделия, ценных для него, и есть аксиология [6].

### Особенности безреверсных мехатронных манипуляторов

Технические системы (ТС) с более высокими эксплуатационными показателями можно описать так называемыми S-образными кривыми (рис. 1) [7]. На

этапе I (кривая 1) преобладают затраты на повышение качества ТС (экспериментальная отладка и опытная эксплуатация новой ТС). На этапе II происходит интенсивное развитие ТС с преобладающим ростом качества. Эффективность ТС с выбранными структурой и принципом действия приближается к предельному значению — линия B. Если не существует ТС с новым принципом действия, то система длительно эволюционирует. Как правило, новый принцип действия ТС в перспективе может обеспечить ее более высокое качество (кривая 2). Разработка новой ТС начинается с момента появления потребности в ней. Развитие новой ТС (кривая 2) по показателям качества вначале отстает от предшествующей ТС (кривая 1), но постепенно вытесняет конкурента.

Из разнообразных ТС особый интерес представляют мехатронные устройства [8]. Блок-схема построения мехатронных устройств высокого уровня представлена на рис. 2. Такими устройствами являются безреверсные мехатронные манипуляторы (ММ), принцип эволюции которых описывается S-образными кривыми (см. рис. 1) и заключается в новизне движений звеньев их исполнительного механизма.

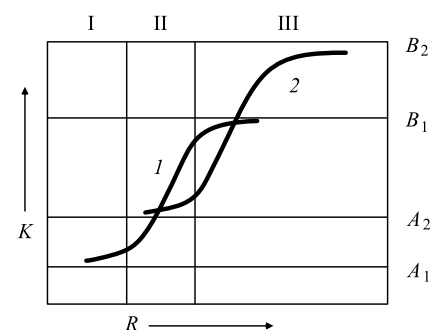


Рис. 1. Кривые, описывающие эволюцию ТС:

$K$  — качество ТС;  $R$  — затраты ресурсов;  $A$  — социально-экономические условия создания ТС;  $B$  — предельные значения качества ТС

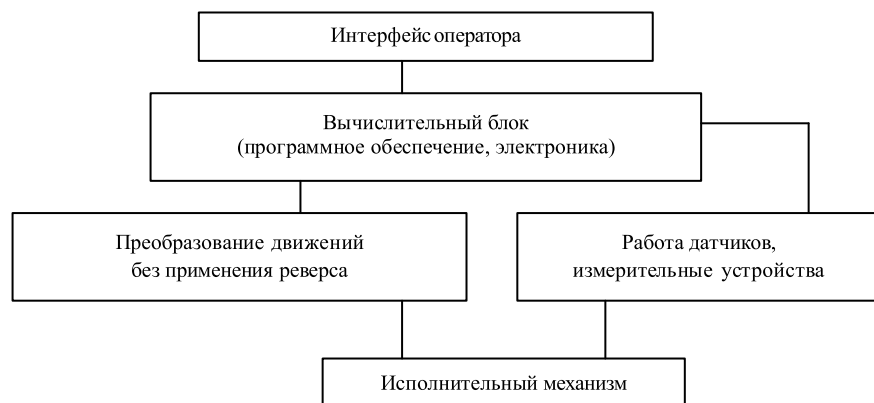


Рис. 2. Блок-схема построения мехатронного устройства высокого уровня

Например, в ММ с антропоморфной кинематической схемой и поворотными двигателями реализуется принцип отсутствия реверса приводных двигателей. При создании безреверсных ММ эффективен системный подход к анализу их функциональных модулей (синергетических свойств изделия) [9].

Отсутствие режима торможения приводных двигателей ММ приводит к существенному повышению быстродействия (в 3—5 раз), упрощению системы управления (СУ) по сравнению с СУ серийных ММ, применению более простых схем электроприводов и более простому ПМО и в конечном итоге существенно меньшей стоимости.

В общем случае методика проектирования ММ включает следующие последовательно или параллельно-последовательно выполняемые этапы:

1) поиск технического решения, отвечающего требованиям задания на проектирование;

2) выполнение предварительной компоновки, включая выбор СУ;

3) выбор (расчет) законов движения и выполнение проектных кинематических, динамических (силовых) и прочностных расчетов ММ;

4) выбор типа и характеристик привода.

Это делается с учетом назначения ММ — технологической

операции; скоростей и ускорений перемещения рабочего органа ММ; потребных технологических усилий; анализа цикла работы ММ по продолжительности и последовательности перемещения его выходного звена, времени выстоя в рабочих позициях обслуживаемого оборудования; анализа мест взаимного расположения ММ и рабочих позиций оборудования, а также требований к их совместному взаимодействию; необходимой погрешности позиционирования и повторяемости во время всего цикла работы ММ.

#### Одноприводные неперенастраиваемые безреверсные механизмы манипуляторов

Достаточно много механизмов, роторы двигателей которых вращаются в одну сторону без останковки (в частности, с примерно постоянными угловыми скоростями), а выходные звенья совершают типичные для манипуляторов движения. Несколько приемов построения таких механизмов приведены в работе [11].

Требования к траектории и закону движения рабочего органа (РО) могут формулироваться совместно или раздельно, поэтому их можно предъявлять как к механизму в целом, так и к его частям. Требования к траектории, как правило, не являются жест-

кими, поэтому нет смысла использовать хорошо разработанные, но сложные методы синтеза механизмов для воспроизведения определенных траекторий, требованиями к которым чаще всего являются их прохождение через небольшое число точек (всего две) и направление касательных в этих точках. Требования к закону движения сводятся преимущественно к времени выстоя в заданных точках. Желательно, чтобы время выстоя было регулируемым, однако для рассматриваемого приема построения механизма манипулятора это невозможно. Реализуемыми представляются два варианта:

1) выбирают такой механизм, точное время выстоя которого не менее заданного;

2) в заданных точках мгновенная скорость РО обращается в нуль. Часто (но необязательно) рассматриваемая точка является точкой возврата.

Второй вариант реализуется проще. Рассмотрим некоторые схемы в порядке увеличения сложности. Самая простая схема — шатунно-кривошипный механизм (рис. 3, а). При вращении кривошипа с постоянной угловой скоростью или по крайней мере в одну сторону ползун А совершает возвратно-поступательные движения с мгновенными остановками (но без выстоя) в крайних положениях. Если захватное устройство установить на ползуне, то механизм способен переносить объекты по прямой из одного крайнего положения в другое. Неизменная ориентация захвата обеспечивается жестким соединением его с ползуном. При вращении в одном направлении захватное устройство нельзя связывать с какой-либо точкой шатуна, поэтому каждая из них движется по траектории, близкой к эллипсу, без остановок.

Перемещение не по прямой, а по кривой можно получить двумя способами: во-первых, заменить прямолинейные направляющие

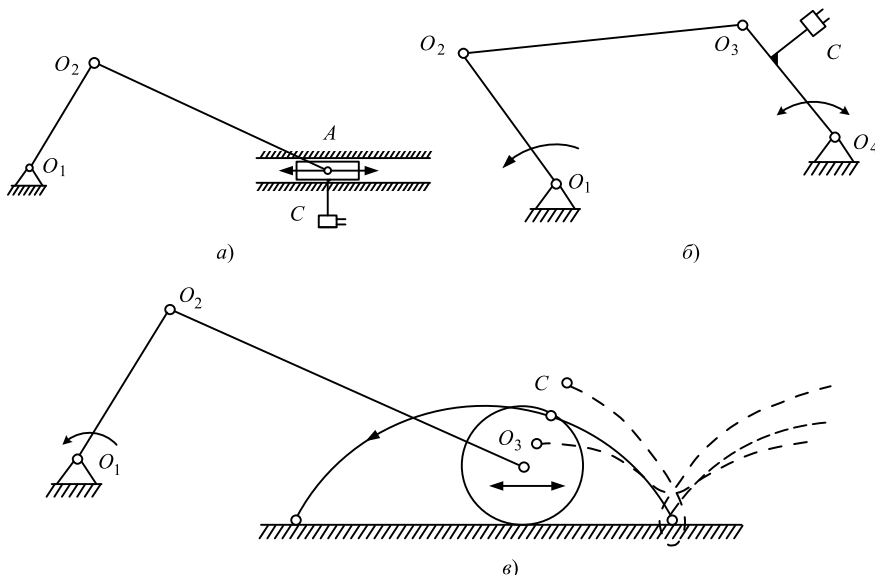


Рис. 3. Варианты неперенастраиваемых одноприводных безреверсных мехатронных устройств:

*а* — кривошипно-шатунный манипулятор; *б* — шарнирный четырехзвенный манипулятор; *в* — зубчато-рычажный циклоидальный манипулятор

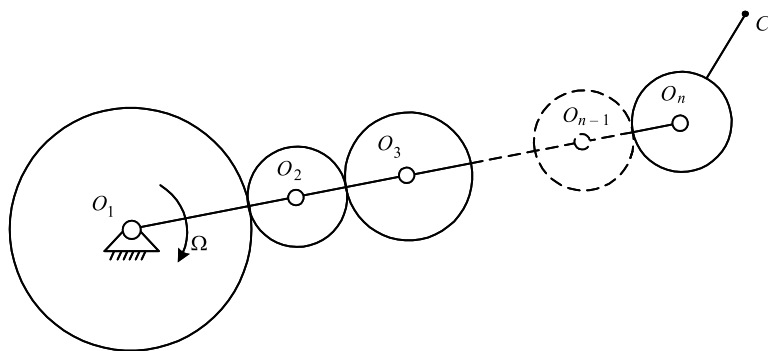


Рис. 4. Реализация безреверсного манипулятора через многократное зубчатое зацепление

шатунно-кривошипного механизма криволинейными; во-вторых, заменить указанный механизм шарнирным четырехзвенником (рис. 3, б) с достаточно длинным выходным звеном, совершающим качательные движения. В обоих случаях задача сохранения ориентации захватного устройства решается с помощью совсем других приемов. Для этих схем существуют ограничения на направления касательных, в частности, невозможно снимать и ставить объект по вертикали.

Если ползун, перемещающийся по направляющей, заменить парой "зубчатое колесо — зубчатая рейка", то получим траекто-

рию в виде циклоиды (рис. 3, в). Начальная и конечные точки могут располагаться на циклоиде произвольно, но целесообразнее их совпадение с точками возврата. Тогда в начальной и конечной точках будет мгновенная остановка. Заметим, что точками возврата на траекториях будут только те, которые лежат на определенном радиусе, для других точек траектории будут или плавные, или петлеобразные (на рис. 3, в показаны штриховыми линиями). Получение траекторий с точками возврата в начальной и конечной точках позиционирования можно рассматривать как общий прием, реализуемый с помощью разных

механизмов, из которых наиболее перспективные — циклоидальные.

Безреверсные ММ можно реализовать, например, посредством многократного зубчатого зацепления (рис. 4): при четном числе промежуточных шестерен получим эпициклоиду, при нечетном — гипоциклоиду, а также посредством зубчато-рычажной цепной передачи. Кроме цепной передачи можно использовать тросовые тяги, при этом реализуемых траекторий РО будет значительно больше.

### Безреверсные ММ с перенастройкой траекторий РО

Другой способ построения безреверсных ММ заключается в возможности перенастройки траектории их РО. Движение РО формируется сложением переносного и относительного движений, каждое из которых осуществляется от одного двигателя. Ротор вращается с постоянной угловой скоростью, а вращение передается с помощью передач. Мгновенная остановка соответствует точкам, в которых скорости переносного и относительного движений равны друг другу по величине и противоположны по направлению. Практически этот принцип сводится к тому, что на одном механизме устанавливается другой механизм: первый задает переносное движение, второй — относительное. Как правило (но не обязательно), оба механизма являются плоскими, причем обе плоскости параллельны или совпадают. Простейшим будет сложение двух вращений с постоянными угловыми скоростями. Можно представить, что на одном роторе вращается второй ротор (рис. 5, а) или с постоянными угловыми скоростями вращаются два шарнирно соединенных рычага (рис. 5, б). Из условия замкнутости траекторий следует, что радиусы  $r_1$  и  $r_2$  долж-

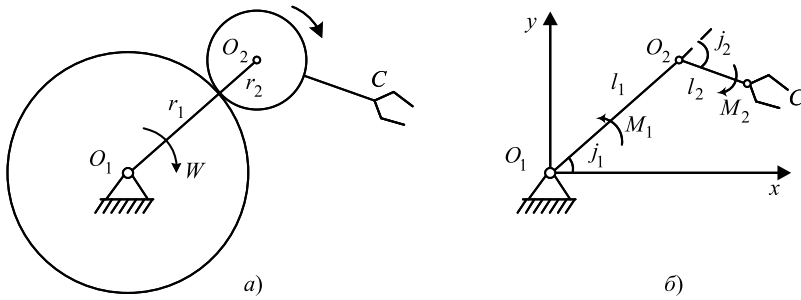


Рис. 5. Безреверсный манипулятор с одним приводом (а) и приводом для каждого звена (б):

$\Omega$  — угловая скорость водила  $O_1O_2$ ;  $M_1$  и  $M_2$  — синхронизированные моменты приводов, расположенных в шарнирах;  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  — углы поворота звеньев;  $l_1$  и  $l_2$  — длины звеньев

ны быть кратными друг другу. Оба вращения могут происходить в одну сторону или в противоположные стороны. При вращении в одну сторону получаются эпициклоиды, в противоположные — гипоциклоиды. В точках возврата выполняются условия мгновенной остановки — линейные скорости переносного и относительного движений равны и противоположно направлены.

Шарнирно-рычажные безреверсные ММ должны иметь синхронизированный режим работы электроприводов и управляться согласно закону. Траектории РО определяются формулами:

$$\begin{cases} x = \cos\varphi_1 + \varepsilon \cos(N+1)\varphi_1; \\ y = \sin\varphi_1 + \varepsilon \sin(N+1)\varphi_1, \end{cases}$$

где  $N = \pm \frac{\varphi_2}{\varphi_1} = \pm \frac{R}{r}$ ;  $x = \frac{x_P}{l_1}$ ;  $y = \frac{y_P}{l_1}$ ;

$$\varepsilon = \frac{l_2}{l_1} = \frac{r}{R \pm r}.$$

Здесь  $\varphi_1, \varphi_2, l_1, l_2, R, r$  — соответственно углы поворота, длины первого и второго звена и радиусы колес;  $x_P, y_P$  — координаты РО;  $x, y$  — безразмерные координаты РО.

Также возможна реализация шарнирно-рычажного безреверсного ММ с одним приводом ведущего звена при действии импульсных моментов в последующих шарнирах, синхронизи-

рованных с управляющим моментом ведущего звена [12].

Во всех случаях упрощается СУ и в несколько раз повышается быстродействие манипулятора в силу отсутствия реверсов привода.

### Классификация компоновочных структур и реализация СУ безреверсных ММ

Безреверсные ММ не являются классическими механизмами, лишь в самых простых вариантах они представляют механизмы с одной степенью свободы и од-

ним нерегулируемым приводом. При этом они сохраняют обязательные и типовые для ММ свойства перенастраиваемости, использование нескольких приводов и самостоятельных систем автоматического управления (САУ) в соответствии с их конкретным назначением и представляют собой автоматические машины, а не программируемые вычислительные устройства. Поэтому главным для таких ММ является формирование требуемых движений их РО чисто кинематическими средствами или импульсно-динамическим способом [12]. При отсутствии требований к перенастройке траекторий РО возможно чисто механическое управление и достаточно одного приводного двигателя ведущего звена. При наличии требований к перенастройке траекторий РО используют шарнирно-рычажные механизмы, каждой степени подвижности соответствует приводное устройство, работа которых синхронизируется управляющим автоматом. На рис. 6 приведена классификация безреверсных ММ.



Рис. 6. Классификация компоновочных структур безреверсных ММ с автоматическим управлением механизмами:

ЗРМ — зубчато-рычажный; ПЗМ — планетарно-зубчатый; ТТМ — с тросовыми тягами; ШРМ — шарнирно-рычажный

Кроме аппаратной САУ возможна программная СУ с использованием операционной системы реального времени (ОСРВ) [13]. Для безреверсных ММ она должна удовлетворять следующим требованиям:

1) открытость — необходимость редактирования исходного кода с целью настройки ОСРВ под кинематическую схему манипулятора и электронные компоненты СУ;

2) иметь архитектуру типа клиент-сервер;

3) обладать возможностью симуляции траектории;

4) иметь простой код программирования сложных траекторий движений РО.

Из широкого спектра существующих ОСРВ большинство имеют закрытый исходный код, т. е. возникает проблема доступа к любому компоненту ОСРВ (исключение составляет LINUX CNC с открытым исходным кодом и архитектурой клиент-сервер). Основными компонентами программного управления LINUX CNC являются: контроллер движения, контроллер ввода/вывода дискретных модулей и графический интерфейс.

Управление ММ настраивается с помощью конфигурационных файлов, в которых указаны число осей и их настройки, процессные модули и связи между сигналами с определенными шинами аппаратного обеспечения. Как и в любой системе ЧПУ, в LINUX CNC задаются траектории движения безреверсного манипулятора в G-кодах, где по осям  $X$  и  $Y$  задаются углы поворота соответственно первого и второго звеньев в градусах, по оси  $Z$  задаются подъем и опускание захвата в мм. Пределы вращения звеньев вокруг своих осей не ограничены, а характеристики вращений звеньев задаются функцией G91 (приращением), что обеспечивает значительную гибкость при программировании траекторий.

## Заключение

Отсутствие режимов торможения приводных двигателей приводит к особой геометрии движений звеньев с циклоидальными траекториями РО и точками выстоя (возврата), которые при их совмещении с рабочими позициями обслуживаемого оборудования можно использовать в качестве быстродействующих роботоперекладчиков. Также можно их использовать в качестве быстродействующих ММ с контурным управлением.

Применение АТ на основе программных прототипов с использованием быстрого прототипирования существенно ускоряет их проектирование и реализацию. Возможны следующие варианты ММ:

одноприводные на основе механического программатора без программной перенастройки траекторий РО;

шарнирно-рычажные с программной перенастройкой путем синхронизации работы приводных двигателей каждого звена или стационарного вращательного движения ведущего звена с синхронизированной подачей импульсов на двигатели последующих звеньев;

с симуляцией траекторий посредством ОСРВ в системе LINUX CNC, которая идентична сгенерированной в среде MathCad. Данная ОСРВ позволяет создавать сложные траектории с минимальным числом кадров управляющей программы.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Материалы** и процессы аддитивных технологий (быстрое прототипирование) / В. А. Дьяченко, И. Б. Челпанов, С. О. Никифоров, Д. Д. Хозонхонова. Улан-Удэ: Изд-во БНЦ СО РАН, 2015. 200 с.
2. **Технология** 2D- и 3D-печати, 3D-принтеры / С. О. Никифоров, Б. Е. Мархадаев, Б. С. Никифоров, Е. С. Шолохов // Вестник БНЦ СО РАН. 2016. № 4 (24). С. 156—163.

3. **Программный** прототип моделирования траекторий рабочего органа безреверсного мехатронного манипулятора (свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ № 20136183228 от 06.09.2013).

4. **Программный** прототип для расчетов фрактальной размерности траекторий (свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ № 201361847 от 10.09.2013).

5. **Никифоров С. О., Никифоров Б. С., Никифорова О. С.** Машинные дизайн-технологии технического и художественного моделирования при прототипировании и производстве изделий // Автоматизация и современные технологии. 2012. № 4. С. 10—15.

6. **Никифоров С. О., Никифорова О. С., Никифоров Б. С.** Об учете морфологии и аксиологических особенностей при машинном дизайнерском проектировании с прототипированием безреверсных мехатронных манипуляционных устройств // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2011. № 9. С. 36—41.

7. **Раков Д. М.** Структурный анализ и синтез новых технических систем на базе морфологического подхода. М.: Книжный дом "ЛИБРОКОМ", 2011. 160 с.

8. **Никифоров С. О., Мархадаев Б. Е.** Безреверсные мехатронные манипуляционные устройства // Вестник машиностроения. 2012. № 2. С. 12—16.

9. **Никифоров С. О., Мархадаев Б. Е.** Синергетические свойства мехатронных манипуляционных систем // Вестник машиностроения. 2009. № 12. С. 8—14.

10. **Ослендер Д. М., Риджли Дж. Р., Риггенберг Дж. Д.** Управляющие программы для механических систем: объектно-ориентированные системы реального времени / Пер. с англ. М.: БИНОМ, 2004. 413 с.

11. **Никифоров С. О., Челпанов И. Б., Слепнев В. В.** Быстродействующие циклоидальные манипуляторы. Улан-Удэ: БИЕН СО РАН, 1996. 111 с.

12. **Мархадаев Б. Е., Никифоров С. О.** Манипуляторы с импульсным заданием движения // Вестник машиностроения. 2004. № 12. С. 3—8.

13. **Операционные** системы реального времени безреверсных манипуляторов / Э. Б. Мандаров, В. В. Бальжинов, Ю. Л. Шурыгин и др. // Тр. VI Междун. конф. "Проблемы механики современных машин". 2015. Т. 3. С. 30—38.

Н. В. КОБЕРНИК, д-р техн. наук, А. С. ПАНКРАТОВ, канд. техн. наук (ФГАУ "НУЦСК при МГТУ им. Н. Э. Баумана", МГТУ им. Н. Э. Баумана), Р. С. МИХЕЕВ, д-р техн. наук (МГТУ им. Н. Э. Баумана), А. Г. ОРЛИК, канд. техн. наук (КФ МГТУ им. Н. Э. Баумана), С. П. СОРОКИН (ФГАУ "НУЦСК при МГТУ им. Н. Э. Баумана"), В. В. ПЕТРОВА (МГТУ им. Н. Э. Баумана), Д. В. СТРОИТЕЛЕВ (ООО "НИИМонтаж"), e-mail: aspankratov@bmstu.ru

## Применение карбидов хрома в наплавочных материалах, предназначенных для получения стойких к абразивному изнашиванию покрытий<sup>1</sup>

Рассмотрено применение карбидов хрома в составе шихты порошковой наплавочной проволоки для нанесения стойких к абразивному изнашиванию покрытий. Показано, что при использовании карбида хрома в шихте электродной проволоки при наплавке армирования наплавленного металла не достигается. Применение карбида хрома вместо феррохрома изменяет структуру проволоки и наплавленного металла, что повышает твердость покрытия.

**Ключевые слова:** наплавка, карбиды хрома, абразивное изнашивание, наплавочный материал, армирование.

The application of chromium carbides in the composition of a powder flux-cored wire mixture for applying abrasion-resistant coatings is considered. It is shown, that when using chromium carbide in the charge of the electrode wire during surfacing, the reinforcement of the weld metal is not achieved. The use of chromium carbide instead of ferrochrome changes the structure of the wire and deposited metal, which increases the hardness of the coating.

**Keywords:** surfacing, chromium carbides, abrasive wear, surfacing material, reinforcement.

Большая часть деталей сельскохозяйственных и дорожно-строительных машин, нефте-, газо- и горнодобывающего оборудования подвергаются абразивному изнашиванию. Для повышения срока службы таких деталей используют химико-термическую обработку и наплавку твердыми сплавами. Наиболее распространенным способом для получения износостойких покрытий является наплавка.

<sup>1</sup> Работа выполнена в рамках Государственного задания № 075-00902-19-01.

Стойкость покрытий к абразивному изнашиванию зависит от выбора наплавочного материала, который должен обеспечить в наплавленном металле при введении легирующих химических элементов углеродистые сплавы на основе железа. Для этих целей, как правило, используют хром, вольфрам, молибден и бор [1]. Первые три образуют в наплавленном металле различные карбиды. Бор повышает износостойкость сплавов в результате растворения в карбидах хрома, железа, вольфрама, тем самым повышая их твердость. При этом бор может образовывать в наплавленном металле бориды, понижающие стойкость сплава к ударным нагрузкам. Широко применяются наплавочные материалы, обеспечивающие формирование наплавленного металла системы Fe—C—Cr—W, структура которого состоит из первичных карбидов, боридов  $M_7C_3$ ,  $Cr_2(B, C)$  в ледебурите и остаточного аустенита [2].

Таким образом, стойкие покрытия, как правило, имеют композиционную структуру, а именно матрицу, в которой распределены карбиды, бориды, интерметаллиды и др.

В последнее время развивается направление по армированию наплавленного металла тугоплавкими частицами [3, 4]. Под армированием понимается использование тугоплавких частиц в готовом виде, которые вводят в расплав сварочной ванны. Данный подход позволяет значительно повысить эксплуатационные показатели наплавленного металла и снизить использование дорогостоящих легирующих химических элементов. Например, добавление частиц карбида вольфрама в наплавленный металл, которые повышают его износостойкость [4, 5]. Также для повышения износостойкости покрытий используют армирование частицами карбида кремния, например, антифрикционные покрытия на основе алюминиевых сплавов [6, 7].



При создании стойких к абразивному изнашиванию покрытий в качестве армирующих частиц, прежде всего, используют частицы карбида вольфрама ( $WC$  и  $W_2C$ ) [8], но есть и другие тугоплавкие частицы, которые можно применять для этих целей, например, частицы карбида хрома (они формируются в наплавленном металле при традиционном подходе), карбиды кремния, карбиды титана, оксиды алюминия и др.

Цель данной работы — исследование возможности использования частиц карбида хрома в качестве армирующих частиц.

Существует несколько стехиометрических составов карбидов хрома:  $Cr_{23}C_6$ ,  $Cr_7C_3$  и  $Cr_3C_2$ .

Карбид хрома  $Cr_{23}C_6$  имеет сложную гранцентрированную кубическую кристаллическую решетку, содержащую 5,68 % углерода, температура плавления  $T = 1790$  К, микротвердость  $9,8 \div 10,8$  ГПа.

Карбид хрома  $Cr_7C_3$  содержит 9 % С и имеет гексагональную кристаллическую структуру, температура плавления  $T = 2050$  К, микротвердость  $10,3 \div 12,3$  ГПа.

Карбид хрома  $Cr_3C_2$  (13,33 % С) при кристаллизации образует ромбическую кристаллическую решетку, температура плавления  $T = 2168$  К, микротвердость 26,5 ГПа.

При армировании наплавленного металла готовыми частицами главной задачей является термодинамическая совместимость. Большая часть исследований посвящена вопросам формирования карбидов хрома в структуре сплавов [9—12], а не поведению готового карбида в расплаве. Однако известно, что карбид  $Cr_{23}C_6$  образуется в системе Fe—Cr—C при температуре 1673 К [9], образование карбида  $Cr_7C_3$  происходит ступенчато, начиная с формирования  $Cr_3C_2$  при температуре 1393 К, а непосредственное образования карбида  $Cr_7C_3$  наблюдается при температуре 1603 К. В системе Fe—Cr—C первичная кристаллизация карбидов хрома невозможна при температурах выше 1723 К [10], что указывает на возможность разрушения карбидов при их вводе в состав капель расплавленного металла, температура которых превышает температуру плавления сплава.

Кроме того, на формирование карбидов хрома оказывает влияние наличие в расплаве других карбидообразующих. В работе [11] указывается, что несмотря на то что хром в сталях в 2 раза превышает Ti и V, образуются карбиды VC и TiC, при этом карбиды хрома не идентифицируются. Следует отметить и на склонность карбидов хрома к окислению. Преимущественно окисляется углерод с образованием хрома и окалины карбида [11].

Для исследования возможности армирования наплавленного металла частицами карбида хрома использовали частицы  $Cr_3C_2$  КХНП-1 (ТУ 14-22-28—90), которые вводили в состав шихты порош-

ковой проволоки. За базовый вариант выбрана порошковая проволока, обеспечивающая формирование наплавленного металла системы Fe—Cr—Nb—В—С. Легирование наплавленного металла осуществляли введением в шихту порошковых проволок: феррохрома (ФХ850А ГОСТ 4757—91), феррониобия (ФН660 ГОСТ 16773—2003), ферробора (Фб-17 ГОСТ 14848—69) и графита (ГИИ-А ТУ 1916-109-071—2009). В дальнейшем феррохром замещали карбидом хрома с разным его содержанием:  $C = 20; 40$  и  $60$  мас. %. Были изготовлены порошковые проволоки четырех составов.

Далее осуществляли наплавку частично механизированной наплавкой в среде защитных газов (80 % Ar + 20 %  $CO_2$ ) на пластины из стали Ст3сп (ГОСТ 380—2005). Наплавку выполняли в два слоя при силе тока дуги  $240 \div 250$  А и напряжении  $25 \div 28$  В.

Полученные образцы исследовали на микроструктуру, твердость и износостойкость. Твердость *HRC* измеряли на разной глубине наплавленного металла и анализировали ее распределение. Испытания проводили на твердомере ТК-2М вдавливанием конуса при нагрузке 1500 Н. Микроструктуру наплавленного металла определяли на вертикальном металлографическом оптическом микроскопе МИМ-7, оснащенного цифровой камерой Levenhuk, с применением программы TourView.

Наплавленный металл испытывали на гидроабразивное изнашивание. Режим испытаний: испытательная среда — вода; давление воды — 14 МПа; расход воды — 10 л/мин; масса абразива, проходящего через распылительную головку — 15 кг; размер абразивных частиц —  $0,6 \div 1,2$  мм; твердость абразивных частиц — 6 по шкале Мосса; время испытаний — 10 мин; в качестве абразива использовали речной песок (ГОСТ 8736—93).

Износостойкость оценивали по потере массы (износу  $\Delta m$ ), определяемой взвешиванием образцов (точность  $\pm 0,5 \cdot 10^{-3}$  г) после испытаний через 10 мин, предварительно промыв образцы в проточной воде. Скорость  $v_{и}$  изнашивания оценивали как отношение износа  $\Delta m$  ко времени  $\Delta t$ , за который он был наработан.

## Результаты исследований

Наплавкой были получены образцы с качественными покрытиями (рис. 1). Однако в некоторых образцах имелись поры, которые преимущественно наблюдались во втором слое. Это указывает на то, что замена в шихте порошковой проволоки феррохрома на карбид хрома не нарушает формирование наплавленного металла.

Твердость наплавленного металла с применением порошковых проволок, в шихту которых добавлен карбид хрома, выше твердости наплавленного

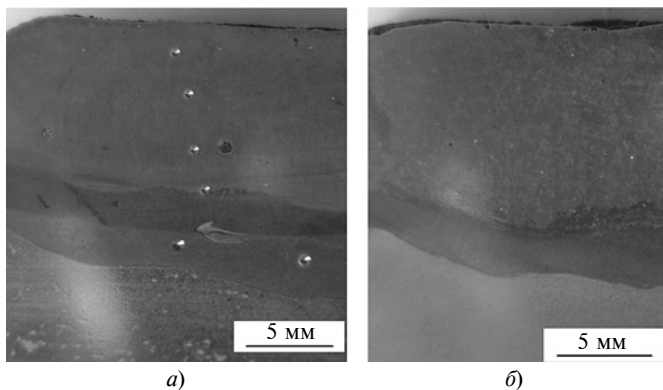


Рис. 1. Макроструктура наплавленного металла, полученного с применением порошковых проволок базового состава (а) и с добавлением карбидов хрома (б)

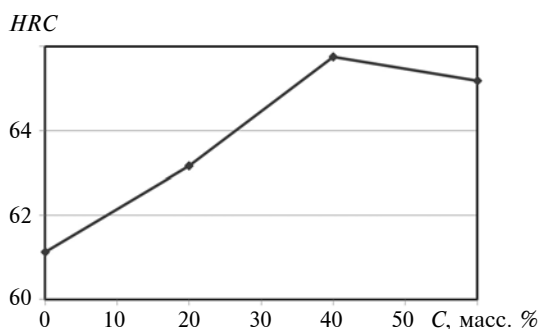


Рис. 2. Зависимость твердости *HRC* наплавленного металла от содержания *C* карбида хрома в шихте порошковой проволоки

металла, полученного с применением порошковой проволоки базового состава.

На рис. 2 показано влияние количество вводимого карбида хрома на твердость наплавленного металла. При добавлении 40 мас. % карбида хрома в шихту порошковой проволоки твердость наплавленного металла повысилась на 8 %.

Анализ распределения твердостей наплавленного металла по глубине *h* показал, что максимальная твердость наблюдается в зоне, близкой к верхней части наплавленного слоя, и постепенно уменьша-

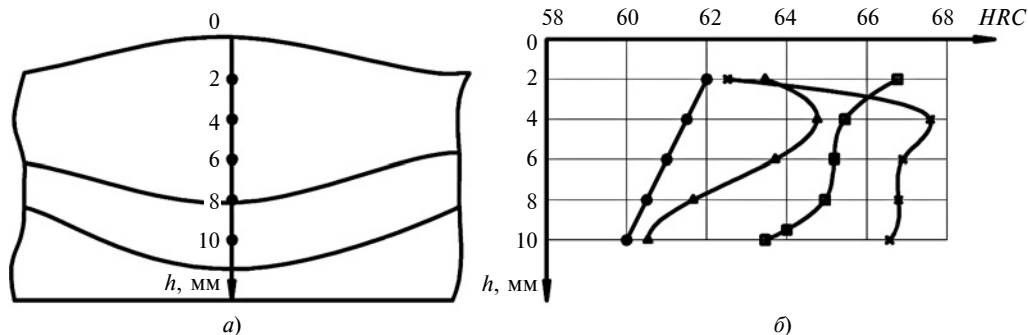


Рис. 3. Точки измерения твердости (а) и зависимости изменения твердости *HRC* по глубине *h* наплавленного металла (б) при использовании проволоки базового состава (●) и с добавлением карбида хрома *C* = 20 (▲); 40 (×); 60 мас. % (■)

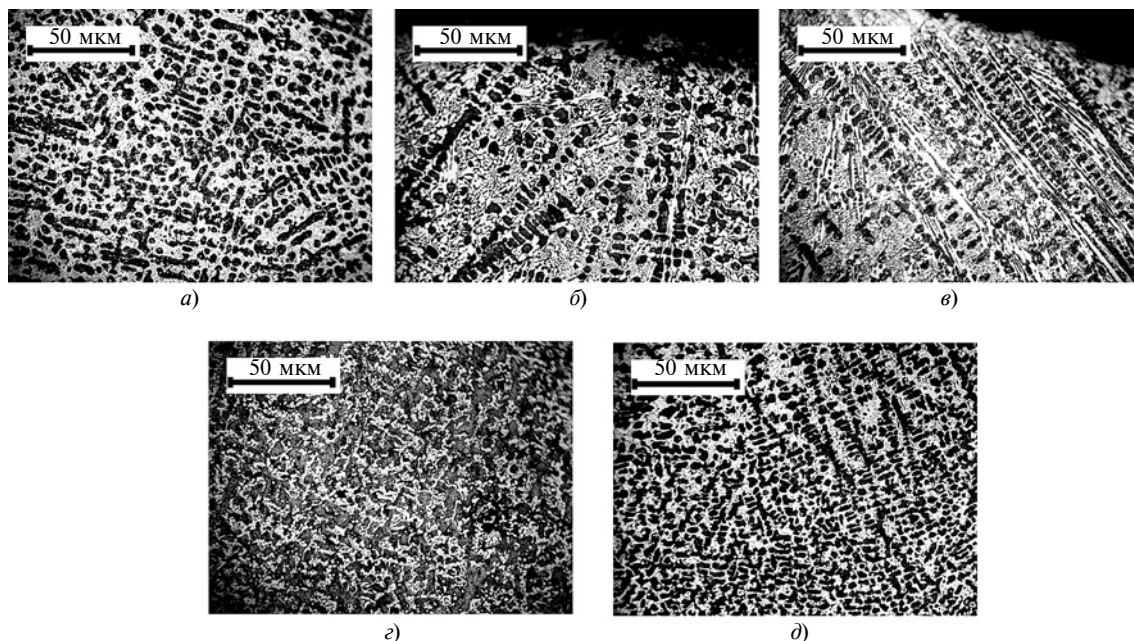
ется к линии сплавления (рис. 3). Прежде всего это связано с меньшим участием основного металла во втором слое. Участие основного металла в образцах было разным: в первом слое 50÷65 %, во втором — 14÷18 %.

На рис. 4 представлены микроструктуры наплавленного металла с использованием порошковой проволоки базового состава и с добавлением в шихту 40 и 60 % карбида хрома.

Микроструктура первого слоя наплавленного металла, полученного с применением порошковой проволоки базового состава, представляет собой перлитно-ферритную структуру с преобладанием перлита (см. рис. 4, а). Во втором слое наблюдается доэвтектическая структура с дендритообразными зернам, по границам которых находится карбидная эвтектика (см. рис. 4, з). Формирование структуры в первом слое связано с существенным разбавлением наплавленного металла основным. Во втором слое участие основного металла существенно снижается, а состав порошковой проволоки не обеспечивает необходимые условия для формирования первичной карбидной фазы.

Микроструктура первого слоя металла с применением порошковой проволоки, в состав которой ввели карбид хрома, отличается от базового варианта. При введении карбида хрома повышается количество углерода, что приводит к формированию карбидной эвтектики по границам дендритных зерен, а это повышает твердость наплавленного металла в первом слое (см. рис. 3). Во втором слое при использовании карбида хрома начинают выпадать первичные карбиды. Если в шихту введено 40 % карбида хрома, формируются единичные (дисперсные) карбиды (11÷12 мкм) в верхней части наплавленного металла. При добавлении 60 % карбида хрома в верхней части наплавленного металла формируются игловидные карбиды шириной 4,5÷5 мкм.

Выпадение первичных карбидов в верхней части второго слоя повышает твердость наплавленного металла (см. рис. 3).



**Рис. 4. Микроструктура наплавленного металла с использованием порошковой проволоки базового состава (а, в) и с добавлением в шихту 40 (б, д) и 60 масс. % (г, е) карбида хрома:**

а, б, в — верхняя зона наплавленного металла; г, д, е — зона у линии сплавления

Анализ микроструктуры показал, что карбид хрома, введенный в состав шихты порошковой проволоки, полностью разрушается в процессе наплавки в результате теплового воздействия. При этом повышается количество хрома и углерода, переходящего в наплавленный металл, что в свою очередь приводит к выпадению первичных карбидов во втором слое.

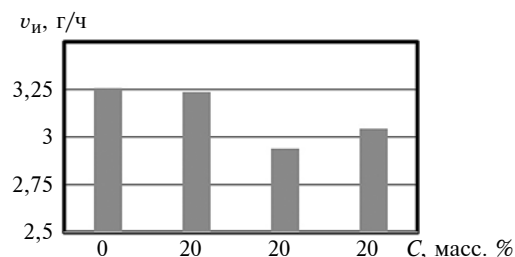
Испытание на гидроабразивное изнашивание показало (рис. 5), что введение частиц карбида хрома повышает износостойкость наплавленного металла. Максимальная износостойкость наблюдается при введении 40 % карбида хрома в шихту порошковой проволоки, при этом скорость изнашивания снижается почти на 10 % (с 3,26 до 2,94 г/ч). Повышение износостойкости связано, прежде всего, с формированием карбидной фазы, что происходит из-за повышения коэффициента перехода хрома и углерода в наплавленный металл. Появление карбидов повышает твердость наплавленного металла.

Таким образом, армирование наплавленного металла частицами карбида хрома рассмотренным способом наплавки не представляется возможным, но положительный эффект от применения карбида хрома в шихте порошковой проволоки есть, так как повышается коэффициент перехода углерода и хрома в наплавленный металл, что приводит к формированию карбидной фазы. Износостойкость полученного металла не значительно уступает износостойкости покрытий, полученных с использованием порошковых проволок импортных аналогов,

в структуре которых сформированы иглообразные карбиды хрома. В статье [13] показано, что скорость изнашивания такого наплавленного металла, полученная при аналогичных испытаниях, варьируется от 2,48 до 2,98 г/ч при средней твердости наплавленного металла 67,6 HRC. При использовании в качестве защитного газа смеси 80 % Ar + 20 % CO<sub>2</sub> скорость изнашивания наплавленного металла из импортной порошковой проволоки составила 3,06 г/ч, что выше скорости изнашивания лучшего образца в нашем исследовании.

Наплавленный металл, полученный порошковой проволокой с добавлением в шихту порошковой проволоки 40 % карбида хрома и имеющий в структуре дисперсные карбиды, не уступает импортным аналогам.

Дальнейшие исследования в этом направлении должны быть направлены на сохранение карбидов



**Рис. 5. Зависимость скорости  $v_n$  изнашивания наплавленного металла от содержания C карбида хрома в шихте порошковой проволоки**

С. Н. ПОЛЯНСКИЙ, канд. техн. наук (Компания "Инновационные технологии", г. Екатеринбург),  
С. В. БУТАКОВ, канд. техн. наук, И. С. ОЛЬКОВ (УрФУ имени первого Президента России Б. Н. Ельцина,  
г. Екатеринбург), В. А. АЛЕКСАНДРОВ, канд. техн. наук (Уральский ГАУ, г. Екатеринбург), e-mail: psn50@mail.ru

## Обработка поверхностей деталей в авиастроении

Показана эффективность применения струйно-абразивной обработки деталей авиационных двигателей. Приведены результаты данной обработки с целью подготовки поверхностей к нанесению и ремонту покрытий.

**Ключевые слова:** поверхность, струйно-абразивная обработка, абразив, шероховатость, лопатка двигателя, покрытие.

The effectiveness of using jet-abrasive machining of aircraft engine parts is shown. The results of this treatment are shown in order to prepare surfaces for coating application and repair.

**Keywords:** surface, jet-abrasive machining, abrasive, roughness, motor blade, coating.

Подготовка поверхности перед нанесением покрытий является наиболее актуальной во всех отраслях промышленности и особенно в авиастроении. Доля затрат в себестоимости на подготовку составляет 40÷55 %.

При производстве компонентов авиадвигателя возникают задачи подготовки поверхностей к нанесению покрытий, ремонта дефектных покрытий (уменьшение шероховатости), удаления технологических загрязнений с минимальными повреждениями, частиц диффузионной смеси и дефектных покрытий без повреждения основы. На предприятиях часто используют ручную подготовку поверхностей. Так, на крупнейшем производителе двигателей АО "МОТОР СИЧ" (Украина) для обеспечения требуемой шероховатости финишную обработку поверхностей рабочих лопаток турбин и вентилятора выполняют ручным полированием, что достаточно трудоемко [1], при этом наиболее важным является обработка поверхностей и кромок.

По существующей технологии полирование рабочей лопатки вентилятора длиной 480 мм, шириной до 170 мм, массой 1,5÷3 кг после чистового фрезерования занимает 4÷5 ч. Припуск под финишную обработку составляет 0,06÷0,10 мм на сторону.



(Окончание статьи. Начало см. на стр. 64)

хрома в наплавленном металле, что, вероятно, можно достичь другим способом доставки карбидов в наплавленный металл.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. Воробьев Ю. П. Карбиды в сталях // Физическая химия и технология неорганических материалов. Изв. Челябинского научного центра. 2004. Вып. 2 (23). С. 34—60.
2. Лившиц А. С., Гринберг Н. А., Куркумелли Э. Г. Основы легирования наплавленного металла. М.: Машиностроение, 1969. 188 с.
3. Влияние структуры наплавленных покрытий на стойкость к абразивному износу / Г. Г. Чернышев, Н. В. Коберник, А. Г. Орлик и др. // Физика и химия обработки материалов. 2011. № 5. С. 44—50.
4. Жудра А. П. Наплавочные материалы на основе карбидов вольфрама // Автоматическая сварка. 2014. № 6, 7. С. 69—74.
5. Формирование композиционных покрытий при дуговой наплавке с использованием гибкого шнурового материала / Н. В. Коберник, Р. С. Михеев, Г. В. Орлик и др. // Сварка и диагностика. 2014. № 5. С. 23—28.
6. Коберник Н. В. Разработка элементов теории и технологических приемов экзогенного модифицирова-

ния и армирования наплавленного металла: дис. ... д-ра техн. наук. Москва, 2018.

7. Михеев Р. С. Перспективные покрытия с повышенными триботехническими свойствами из композиционных материалов на основе цветных металлов: дис. ... д-ра техн. наук. Москва, 2018.

8. Крылов А. С., Гусев А. И. Фазовые равновесия в системе W—C и карбиды вольфрама // Успехи химии. 2006. № 75 (7). С. 687—708.

9. Леонович Б. И. Термодинамический анализ и фазовые равновесия в системе железо—хром—углерод // Вестник ЮУрГУ. 2009. № 36. С. 4—12.

10. Овчаренко П. Г., Чекмышев К. Э. Термодинамическая оценка возможности выделения карбидов хрома из расплавов системы Fe—Cr—C // Химическая физика и мезоскопия. 2017. № 1. С. 89—96.

11. Войтович Р. Ф. Окисление карбидов и нитридов. Киев: Наука думка, 1981. 192 с.

12. Ким Т. Б., Халтанова В. М., Смирнягина Н. Н. Термодинамическое моделирование образования боридов и карбидов переходных металлов в вакууме // Вестник Бурятского ГУ. 2011. № 3. С. 189—195.

13. Влияние защитного газа на структуру и свойства стойких против абразивного износа покрытий / С. П. Сорокин, Г. В. Орлик, А. Г. Орлик и др. // Уточняющие технологии и покрытия. 2018. Т. 14. № 11 (167). С. 500—504.

При чистовом фрезеровании на поверхности детали обрабатывающий инструмент формирует микронеровности ("гребешки") высотой до 0,10 мм. Материал деталей: сплавы титана BT3-1 и BT5, жаропрочные стали марки ЖС.

На предприятиях стран СНГ актуальным стал подбор оборудования для замены ручного полирования рабочих лопаток на финишных операциях.

Технологии струйно-абразивной обработки (CAO), в частности, Wet Blasting (WB) [2] или гидроабразивная обработка (ГАО) [3, 4], все шире применяются в авиастроении при подготовке поверхностей компонентов авиадвигателей к нанесению покрытий. Основная задача подготовки — достижение оптимальной чистоты поверхности и возможность визуального выявления дефектов поверхности. Технология ГАО (WB) является важным способом подготовки поверхности к нанесению разных покрытий и предполагает создание таких новых свойств, как повышение сопротивления коррозии, изнашиванию и др.

Технология ГАО обеспечивает тщательное удаление инородных веществ с поверхности детали, вымывание загрязнений из микропор и микротрещин. В ходе операции устанавливают параметры обработки, которые регламентируют величину уноса (съем) основного металла, шероховатость поверхности, степень упрочнения. Технологии реализуют в соответствии с установленными нормами потребителя в широком диапазоне размеров указанных величин. Одновременно проводят очистку, обезжиривание и подготовку поверхности.

Положительный эффект технологии — дефектоскопия поверхности обработанных изделий визуальная и с помощью приборов неразрушающего контроля. От степени чистоты поверхности (ГОСТ 9401—2018, ГОСТ Р ИСО 8501—2014) компонентов зависит качество дефектоскопии и, как следствие, эксплуатационные характеристики двигателя.

Технология ГАО обеспечивает межоперационную консервацию поверхностей компонентов, создание конверсионного слоя с высокой адгезией к поверхности. Технологию можно использовать при обработке тонкостенных, ажурных конструкций, в том числе из хрупких и мягких материалов.

Лидером отрасли в авиакосмическом секторе более 50 лет является компания Varormatt (Великобритания) [2], которая в 2016 г. представила на авиасалоне в Фарнборо систему гидроабразивной обработки марки Puma. Разработана технология обработки поверхностей лопаток из сплавов титана. Система предназначена для гидроабразивной обработки авиационных литых компонентов после механической обработки и конструкций из композитов. Модель Puma идеальна для очистки поверхностей крупногабаритных деталей.

Технологии струйно-абразивной очистки поверхностей от окалины, окисных пленок, прижогов, грата, заусенцев, технологических загрязнений и др. в сегменте металлообработки в 2017 г. составляли пятую часть мирового рынка [6]. Подробный анализ методов и устройств очистки компонентов в авиастроении приведен в работе [7]: текущее состояние и прогноз развития рынка; механические, физические и химические характеристики. Отмечены перспективы использования гибридных методов.

Широкая вариативность технологий и знание известных технологий для удаления покрытий и подготовки поверхностей деталей самолетов позволяют выбрать правильный процесс для специфического применения. Критерий выбора процесса включает, как правило, начальные и операционные требования, экономичность, характеристики, соответствующие требованиям конечного пользователя.

Часть исследований [7] получена из частных источников. Каждый метод был изучен по данным научных публикаций, из практической демонстрации процесса или интервью с поставщиками и пользователями. По результатам анализа полученных сведений выполнили оценку каждого процесса в соответствии со специфическими критериями выбора покупателя [7].

Процессы ГАО сертифицировали ведущие авиастроительные фирмы [7—10]. В качестве основного материала для черновой и чистовой обработки компании используют электрокорунд нормальный и циркониевый с содержанием не менее 98 % диоксида алюминия плотностью  $3,9 \div 4,15 \text{ т/м}^3$  и твердостью 9 Mosh (Моос). Стандарт RPS 386 (Abrasive Blasting. Струйно-абразивная обработка поверхности) фирмы Rolls-Royce ограничивает содержание: свободного кварца менее 1 %; свободного железа менее 1 %; свинца и его компонентов менее 5 и 20 ppm соответственно; хлоридов — менее 50 ppm.

Стандарт также устанавливает параметры и материалы для сухой и гидроабразивной обработки поверхностей компонентов. В стандарте приведены перечень применяемых материалов и требования к ним. Окись алюминия поставляют по стандарту CSS12, который ограничивает содержание свинца и его компонентов (менее 5 и 20 ppm соответственно) и содержание железа (менее 1 %). Размер зерен для очистки от окалины составляет  $0,42 \div 0,55 \text{ мм}$ ; для финишной обработки —  $0,037 \div 0,044 \text{ мм}$ . При гидроабразивной очистке содержание абразива составляет 20 об. %, для зернистости  $28 \div 160 \text{ мкм}$  радиус округления вершин зерен  $4,83 \div 0,13 \text{ мкм}$ ; для зернистости  $14 \div 63 \text{ мкм}$  — радиус  $0,42 \div 0,13 \text{ мкм}$ .

Поставщики автоматизированного оборудования ГАО (Leistritz, Германия; Doncaster, Великобритания и др.) предлагают в качестве технологической среды (ТС) использовать стеклосферы, ко-

рунд и их смесь. Уникальность технологии ГАО — возможность рециркуляции состава ТС, а также использования современных абразивных материалов, включая кремний и керамику. Оператор контролирует параметры процесса и может оптимизировать показатели качества при удалении различных загрязнений без повреждения поверхностей. Технологическая среда обеспечивает однородность матрицы для суспензии абразивных частиц. Постоянство показателя "качество шлифования" контролировали по комбинации давления, скорости течения и расхода. Система обеспечивает постоянство и однородность ТС, подаваемой к обрабатываемой поверхности.

Поверхности компонентов турбин обрабатывали на ЗАО "ИнТеК" и на авиапредприятиях [11, 12] на мобильной установке МБ 80 в ручном режиме без применения дополнительной технологической оснастки. Качество обработки поверхности оценивали визуально по образцам сравнения. Концентрацию пульпы определяли методом седиментации. Энергоносителем рабочего потока служил сжатый воздух от винтового компрессора при давлении 7,5 бар и расходе 300 м<sup>3</sup>/ч. Абразивную суспензию подавали вибрационным насосом при давлении 5 бар и производительности 200 л/ч. Для формирования струи использовали инструмент, диаметр проходного сечения ускорительной трубки которого составлял 12 мм, а трубки подачи пульпы — 4 мм. Рабочее давление сжатого воздуха 5,5 бар, суспензии — 3,5 бар.

Съем металла контролировали электронным микрометром TESA Mikromaster AP-54 с точностью 0,001 мм, а шероховатость поверхности профилометром Perthometer S4P марки Mahr.

Таблица 1

Стоимость материала ТС при САО

Материал	Размер фракции, мкм	Относительная стоимость, %	Примечание
Электрокорунд	125÷100	1,0	ТУ 3088-004-00221899—2011
		2,38	ГОСТ 28818—90
Гранат GMA Garnet	0,150÷0,315	2,63	gma.garnet.com
	Шлам после ГАР без регенерации	1,0	www.jetkit.ru
Электрокорунд	80÷63 (№ 6)	1,06	ТУ 3088-004-00221899—2011
	40÷28 (M40)	3,38	
	20÷14 (M20)	4,13	ТУ 3088-004-00221899—2011

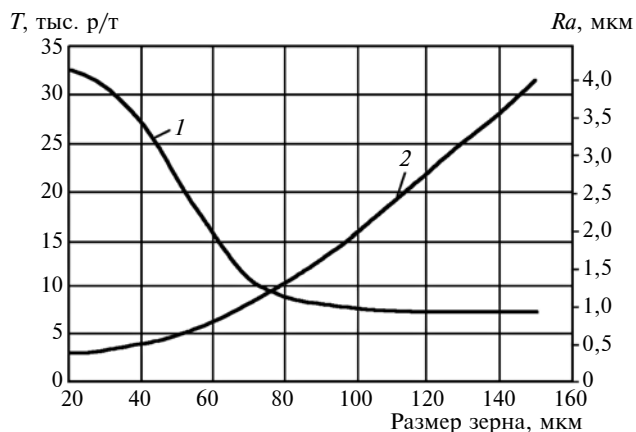


Рис. 1. Зависимости стоимости  $T$  абразива (1) и шероховатости  $Ra$  поверхности (2) от размера фракции абразива

В качестве абразива использовали электрокорунд легированный и регенерированный с концентрацией абразива в суспензии 19÷22 %. Влияние скорости относительного перемещения сопла и заготовки определяли с помощью приспособления, обеспечивающего бесступенчатое регулирование скорости. В статическом режиме заготовку обрабатывали при фиксированном положении сопла в течение заданного времени. В динамическом режиме определяли величину удаляемого слоя металла, в зависимости от скорости перемещения сопла оценивали площадь обработки в единицу времени.

Сначала выполнили сравнительный анализ стоимости абразива в зависимости от размера и исходного состояния (первичный и вторичный). В качестве базовых материалов ТС приняли электрокорунд и гранат (табл. 1). Стоимость граната фракции 0,150÷0,315 мм в 2,6 раза выше стоимости продукта после регенерации. Стоимость электрокорунда (ГОСТ 28817—90) с размером фракции 100÷125 мкм в 2,4 раза выше стоимости регенерированного электрокорунда (ТУ 3988-004-00221899—2011).

Затем провели сравнительные испытания влияния фракционного состава электрокорунда и граната (первичного и вторичного) на шероховатость обрабатываемой поверхности. В качестве мишени (образца) использовали сталь 13X11H2B2MФ с исходной шероховатостью поверхности  $Ra = 0,8$  мкм.

При испытаниях использовали следующие абразивные материалы: смесь электрокорунда белого и хромистого зернистостью M20 (20÷14 мкм); электрокорунд легированный 90AP зернистостью M40 (40÷28 мкм); электрокорунд регенерированный 12APK зернистостью № 6 (80÷63 мкм) (все по ТУ 3988-004-00221899—2011) и гранатовый концентрат регенерированный зернистостью 150÷80 мкм (GMA Garnet). На рис. 1 приведены зависимости стоимости  $T$  и шероховатости  $Ra$  абразива от размера фракции. Размер фракции абразива в диапа-

зоне  $60 \div 80$  мкм является критичным для рассматриваемых зависимостей. Отметим, что в этом диапазоне стоимость ГАО снижается в 2–3 раза и в дальнейшем практически не изменяется.

С увеличением зернистости абразива шероховатость увеличивается по параболической траектории. При обработке поверхности абразивом с размером фракции  $14 (M20) \div 40 (M40)$  мкм шероховатость увеличивается незначительно — до  $Ra = 0,6 \div 0,7$  мкм. Шероховатость резко увеличивается при использовании абразива с размером более  $60 \div 80$  мкм. При использовании электрокорунда с максимальным размером  $125 \div 100$  мкм шероховатость составила  $Ra = 4,8$  мкм.

При проведении опытов по удалению частиц диффузионной смеси  $FeAlSi$  и катализатора  $Na_2SiFe$  поставили задачу: сохранить алюмосилицированное покрытие и получить шероховатость  $Ra = 0,8 \div 1,24$  мкм и толщину покрытия менее  $3 \div 5$  мкм. Для определения толщины покрытия вырезали темплеты по высоте лопатки в пяти плоскостях с



Рис. 2. Лопатки двигателя ТВ3-117 после гидроабразивной очистки

Таблица 2  
Толщина алюмосилицированного покрытия до и после обработки

Номер темплет	Толщина покрытия, мкм		
	Исходная	после ГАО профиля	
		наружного	внутреннего
1	38÷48/43÷60	20÷34/34÷43	34÷48
2	38÷43/34÷40	30÷38/34	34÷38
3	38÷43/43÷48	14÷24/34÷38	34
4	38÷48/34÷48	19÷24/34	38
5	38÷43/39÷43	24÷34/34	Без обработки

Примечание. В числителе приведены данные для входной кромки, в знаменателе — для выходной.

Таблица 3  
Изменение толщины алюмосилицированного покрытия пера лопатки турбины после ГАО

Номер темплет	Исходная толщина, мкм	Толщина, мкм, удаляемого слоя покрытия на профиле	
		наружном	внутреннем
1	43/51	16/13	10,5
2	40,5/37	6,5/3	1,0
3	40,5/45,5	21,5/9,5	11,5

Примечание. В числителе приведены данные для входной кромки, в знаменателе — для выходной.

шагом 25 мм. Измерения провели в трех зонах каждого темплет на наружном и внутреннем профилях детали. Результаты измерений приведены в табл. 2 как средние значения толщины покрытия по каждому из участков и разность между исходной толщиной покрытия и после очистки. Абсолютное уменьшение толщины покрытия на поверхности лопатки после обработки методом ГАО приведено в табл. 3. Видно, что наибольшее уменьшение толщины покрытия имеет место на входной кромке наружного профиля, на которой наблюдались наибольшие отложения окислов (особенно со свободного конца лопатки), а следовательно, и наибольшая продолжительность обработки. Средние участки также подверглись длительному интенсивному воздействию струи (см. табл. 3).

Компания "ИнТеК" совместно с крупнейшими моторостроительными предприятиями УМПО, ПМПО, Авиадвигатель и завод им. В. В. Чернышева провела экспериментальные работы по ремонту компонентов двигателей ТВ3-117 и ТВ2-117А/АГ. Исследовали подготовку поверхности к операции алитирования. Установлено повышение качества очистки поверхности по сравнению с существующей технологией, а соответственно и снижение процента дефектных покрытий (рис. 2). Шероховатость поверхности соответствовала существующим

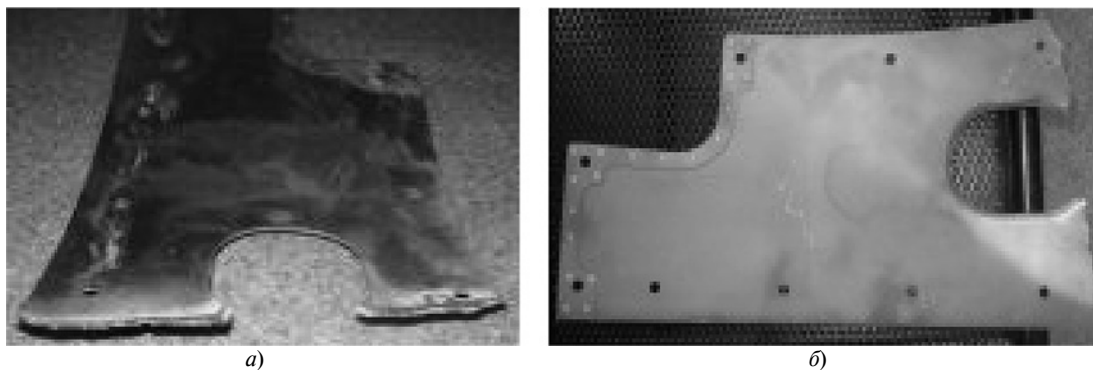


Рис. 3. Элемент кожуха двигателя в исходном состоянии (а) и после очистки (б)

требованиям. Ремонт дефектных покрытий выполнен с получением требуемых показателей.

При нанесении покрытий АНБ, ВКПН-5, ПГС-100/1, ЦрОИ-7 на детали и узлы двигателя наблюдался эффект перенапыления. Исследовали применение технологии ГАО для восстановления дефектных покрытий. Разработали режимы обработки с удалением 3÷5 мкм материала покрытия, что достаточно для устранения дефекта при ремонте.

Провели также следующие работы:

удаление нагара и покрытий из порошковой смеси при ремонте лопаток из жаростойких сталей ЖС-26ВИ, ЖС26, ЖС6УВИ, ЧС 70ВИ с повышением чистоты обрабатываемых поверхностей;

обработку поверхностей конструкций самолета с полной очисткой от всех видов загрязнений. С обрабатываемой поверхности удаляли цвета побежалости, следы огневого реза, масляные минерализованные загрязнения швов и др. (рис. 3);

обработку поверхностей лопаток направляющего аппарата. Изменений микроструктуры при увеличении  $\times 500$  не выявлено. Глубина микропрофиля менее 0,006 мм;

очистку поверхности ленты из сплава ЭП648 толщиной 0,6 мм без остаточных деформаций, а также очистку поверхности корпуса подшипника с покрытием TiN без изменения толщины, прочности и целостности покрытия.

Таким образом, на примерах подготовки поверхностей к нанесению покрытий, ремонта покрытий, удаления различных технологических загрязнений показана актуальность применения струйно-абразивной обработки в авиастроительной отрасли на всех стадиях изготовления компонентов.

Исследовано влияние размера частиц абразива на шероховатость обрабатываемой поверхности. Показано изменение стоимости абразива и производительности обработки в зависимости от размера частиц. Отмечена универсальность технологии гидроабразивной обработки.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Веб-сайт** компании АО МОТОР СИЧ. URL: <http://www.motorsich.com/rus> (дата обращения: 15.01.2020).
2. **Vapormatt:** Wet Blasting and Surface Treatments. URL: <https://www.vapormatt.com> (дата обращения: 15.01.2020).
3. **Методы** удаления окалина и газонасыщенного слоя с поверхности полуфабрикатов из сплавов титана / С. Н. Полянский, С. В. Бутаков, И. С. Ольков и др. // Заготовительные производства в машиностроении. 2018. Т. 16. № 7. С. 328—334.
4. **Treatment** of Surface of Semifinished Products and Articles from Nonferrous Metal Alloys / М. О. Leder, М. А. Popov, S. N. Polyanski, et. al. // CHEMICAL AND PETROLEUM ENGINEERING. November. 2018. V. 54. Issue 7—8. P. 507—512.
5. **Sandblasting** Machines Market Size by Blasting Type. URL: <https://www.gminsights.com> (дата обращения: 15.01.2020).
6. **Sandblasting** Media Market Size by Product. Global Market Insights. URL: <https://www.gminsights.com> (дата обращения: 15.01.2020).
7. **Daniel W. De Kruijff.** Industry Survey and Research of Depaint Methods // Aerospace Coatings Removal and Coatings Conference. 2003. P. 1—32. URL: <https://p2infohouse.org/ref/51/50104.pdf> (дата обращения: 15.01.2020).
8. **Deardorff J.** Abrasive blasting system restores grounded U. S. fighter jet to original glory // Metal Finishing. 2010. V. 108. N. 5. P. 12, 13.
9. **L. Slătineanu, etc.** Surface roughness at aluminium parts sand blasting Proceedings in Manufacturing Systems. 2011. V. 6. Issue 2. P. 37—42.
10. **us.rosler.com**
11. **Полянский С. Н., Бутаков С. В., Александров В. А.** Применение метода гидроабразивной обработки при ремонтах деталей турбин // Мат. 12-й Междунар. науч.-практ. конф. "Ресурсосберегающие технологии ремонта, восстановления и упрочнения деталей машин, механизмов, оборудования, инструмента и технологической оснастки от нано- до макроуровня". Ч. 2. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2010. С. 342—344.
12. **Ремонт** деталей турбин с использованием струйных методов / С. Н. Полянский, С. В. Бутаков, В. А. Александров, И. С. Ольков // Матер. Всерос. науч.-практ. конф. "Ремонт. Восстановление. Реновация". Уфа: Башкирский ГАУ, 2011. С. 64—66.



Б. М. БАЗРОВ, д-р техн. наук (ФГБУН ИМАШ им. А. А. Благонравова РАН), Т. М. ГАЙНУТДИНОВ (МГТУ им. Н. Э. Баумана),  
e-mail: modul\_lab@mail.ru

## Определение минимального числа технологических баз детали

Рассматривается выбор технологических баз до выбора вида заготовки и разработки маршрута технологического процесса. Предложена методика выбора минимального числа комплектов технологических баз по критерию равенства себестоимостей изготовления детали по принципу единства и совмещения баз на данном этапе.

**Ключевые слова:** деталь, поверхность, координирующий размер, точность, конструкторская и технологическая базы, трудоемкость, себестоимость.

The selection of technological bases is considered before the choice of the type of billet and the development of the route of the technological process. A technique is proposed for selecting the minimum number of sets of technological bases according to the criterion of equality in the cost price of manufacturing the part according to the principle of unity and combination of bases at this stage.

**Keywords:** part, surface, coordinating size, accuracy, design and technological base, labor input, cost price.

В современном производстве наблюдается быстрая смена выпускаемых изделий при одновременном повышении требований к их качеству, что значительно увеличивает трудоемкость технологической подготовки производства (ТПП) в единицу времени. В этих условиях выполнение ТПП в заданные сроки требует ее полной автоматизации, одной из главных задач которой является разработка системы автоматического проектирования технологических процессов (САПР ТП) изготовления деталей.

Анализ известных САПР ТП [1–4] показал, что задача полной автоматизации проектирования единичных ТП изготовления деталей до сих пор не решена из-за отсутствия строгой формализации процесса его проектирования. Основная причина этого — отсутствие научно обоснованного метода выбора технологических баз (ТБ). Выбор ТБ рассматривается во многих работах, например [5–7 и др.], однако приведенные

методики имеют в основном рекомендательный характер, поэтому трудно поддаются формализации и автоматизации.

Отсутствие научно обоснованного метода выбора ТБ приводит к избыточной вариантности маршрутов ТП, значительно отличающихся трудоемкостью и себестоимостью изготовления детали, которые далеки от оптимальных значений. Поэтому проектирование ТП — задача творческая и зависит от квалификации и опыта технолога, что существенно снижает качество разработанных ТП.

Изложенное говорит об актуальности разработки метода выбора ТБ. Отметим, что выбор ТБ неразрывно связан и с последовательностью изготовления поверхностей детали относительно их ТБ. Это во многом предопределяет маршрут ТП изготовления детали. Выбор ТБ включает два этапа. На первом этапе на основании анализа размерных связей между поверхностями детали и их конструкторских баз (КБ) выби-

рают поверхности, которые и будут ТБ. На втором этапе, когда есть чертеж заготовки детали, в качестве ТБ выбирают поверхности и заготовки, и детали, изготавливаемые по ходу ТП.

В статье рассматривается первый этап выбора ТБ, во многом определяющий маршрут изготовления детали. Сначала сформулируем постановку задачи выбора ТБ, т. е. к чему следует стремиться при выборе ТБ.

Выбор ТБ должен базироваться на двух принципах: единства баз, когда стремятся от одного комплекта технологических баз (КТБ) изготовить как можно больше поверхностей детали, и совмещения баз, когда ТБ совпадает с конструкторскими базами (КБ) поверхностей детали, где под КБ понимается база, относительно которой на чертеже детали задано(ы) положение(ия) другой(их) поверхности(ей) детали в соответствие с ее(их) служебным назначением.

Преимущества принципа единства баз — уменьшение числа и разнообразия станочных приспособлений, уменьшение времени установки и снятия заготовки, повышение повторяемости одних и тех же процессов установки и снятия заготовки на операциях ТП. Все это снижает себестоимость изготовления детали. Недостатки принципа — уменьшение примерно в 2 раза допусков на координирующие размеры тех поверхностей детали, ТБ которых не совпадают с их КБ.

Принцип совмещения баз применяют в тех случаях, когда уменьшенные допуски на координирующие размеры в результате применения принципа единства баз становятся или недостижимыми в заданных условиях, или повышение себестоимости обработки, связанное с их достижением, становится выше снижения себестоимости обработки от

применения принципа единства баз. К недостаткам относятся также увеличение числа и разнообразия станочных приспособлений, увеличение времени на установку, снятие и обработку заготовки.

Задача выбора ТБ — определить минимальные число и разнообразие КТБ, при которых достигается минимальная себестоимость изготовления детали при прочих равных условиях. Поэтому при выборе ТБ должны применяться оба принципа. Выбор ТБ должен начинаться с применения принципа единства баз с целью сведения к минимуму числа и разнообразия КТБ, необходимых для полного изготовления детали.

Принципы выбора баз влияют на себестоимость изготовления детали в виде себестоимостей станочных приспособлений ( $C_{сп}$ ), установки и снятия заготовки ( $C_{ус}$ ), обработки заготовки ( $C_0$ ).

Себестоимость при применении принципа единства баз определяется по формуле

$$C_{п1} = C_{сп1} + C_{ус1} + C_{01},$$

себестоимость при применении принципа совмещения баз определяется по формуле

$$C_{п2} = C_{сп2} + C_{ус2} + C_{02},$$

где  $C_{сп1}$  и  $C_{сп2}$  — себестоимости станочных приспособлений при применении соответственно принципов единства баз (индекс 1) и совмещения баз (индекс 2);  $C_{ус1}$  и  $C_{ус2}$  — себестоимости установки и снятия заготовки;  $C_{01}$  и  $C_{02}$  — себестоимости обработки заготовки.

Итак, выбирая ТБ с использованием принципа единства баз, у поверхностей, ТБ которых не совпадают с их КБ, допуски на координирующие размеры увеличиваются примерно в 2 раза, что приводит к повышению себестоимости обработки заготовки. Если уменьшение суммы се-



**Зависимость трудоемкости  $T$  обработки заготовки от качества  $J$  точности координирующих размеров**

бестоимостей  $C_{сп1}$  и  $C_{ус1}$  в результате применения принципа единства баз окажется меньше увеличения себестоимости обработки заготовки ( $C_{01}$ ) из-за ужесточения допусков на координирующие размеры, то следует перейти на применение принципа совмещения баз. Однако при этом увеличится число и разнообразие КТБ, а следовательно, увеличится и сумма  $C_{сп2} + C_{ус2}$  при уменьшении  $C_{02}$ .

В обоих случаях фактором, влияющим на изменение себестоимости изготовления детали при применении принципов выбора баз, является точность координирующих размеров поверхностей детали. При повышении точности размеров в результате применения принципа единства баз детали доля  $C_{01}$  начнет увеличиваться и при некотором значении качества  $J$  точности размеров получим  $C_{п1} = C_{п2}$ . С этого момента следует переходить на применение принципа совмещения баз. Это обусловлено зависимостью  $T = f(J)$ , где  $T$  — трудоемкость обработки заготовки, которая является функцией. Для координирующих размеров приведенная зависимость  $T = f(J)$  нелинейная. Как показывает зависимость, приведенная на рисунке, с повышением точности размеров трудоемкость резко увеличивается, и при некотором значении  $J$  заготовку следует обрабатывать на прецизионном оборудовании, что существенно увеличивает  $C_0$ . Отсюда следует,

что минимальное число КТБ будет определяться равенством  $C_{п1} = C_{п2}$ .

На основании изложенного можно предложить следующую методику определения минимального числа КТБ для полного изготовления детали.

Сначала выбирается один КТБ, относительно которого изготавливаются все поверхности детали. Далее рассчитываются допуски на координирующие размеры тех поверхностей, у которых ТБ не совпадают с их КБ. Затем рассчитываются себестоимость изготовления всех поверхностей детали от выбранного КТБ и себестоимость, когда каждая поверхность детали изготавливается от своей КБ.

Если  $C_{п1} < C_{п2}$ , то все поверхности детали изготавливаются от выбранного КТБ. Если  $C_{п1} > C_{п2}$ , то следует увеличивать число КТБ, применяя принцип совмещения баз. С этой целью сначала выстраивают ряд поверхностей с понижением точности их координирующих размеров. Выбор ТБ с применением принципа совмещения баз начинают с поверхности с наибольшей точностью ее координирующих размеров. Принимая КБ первой поверхности ряда за ТБ, рассчитывают новые значения  $C_{п1}$  и  $C_{п2}$ . При сохранении неравенства  $C_{п1} > C_{п2}$  таким же образом в качестве ТБ принимают КБ второй поверхности ряда, рассчитывают и сравнивают значения  $C_{п1}$  и  $C_{п2}$ . Процедуру продолжают до тех пор, пока не получат  $C_{п1} = C_{п2}$ . В результате будет установлено минимальное число КТБ, необходимых для полного изготовления детали.

На практике на выбор ТБ влияет большое число факторов [8], например, доступность к изготавливаемым поверхностям детали; размерные связи поверхностей; геометрические характеристики поверхностей, принимаемых в качестве ТБ; расположение поверх-

В. М. УТЕНКОВ, д-р техн. наук, С. И. ДОСЬКО, канд. техн. наук, А. А. МОЛЧАНОВ, В. А. КУЦЬ (МГТУ им. Н. Э. Баумана), e-mail: alexandrmolchanov@inbox.ru

## Сравнительный анализ методов оценки динамических свойств инструмента как парциальной системы

Рассматриваются результаты исследований динамических свойств токарного резца, полученные с помощью экспериментального модального анализа, в арсенале которого имеются несколько методов идентификации. Для сравнения приведены результаты четырех методов.

**Ключевые слова:** обработка резанием, вибрации, инструмент, динамические свойства, державка, экспериментальный модальный анализ.

The results of studies of the dynamic properties of a turning tool cutter are considered, obtained using experimental modal analysis, in the arsenal of which there are several identification methods. For comparison, the results of four methods are given.

**Keywords:** cutting processing, vibration, tool, dynamic properties, tool holder, experimental modal analysis.

Несмотря на множество публикаций по динамике процесса резания, вопросы, связанные с виброустойчивостью инструмента, остаются актуальными, поскольку именно инструмент часто явля-

ется наиболее слабым элементом технологической системы (ТС) и его недостаточная виброустойчивость приводит к потере точности обработки, неполному использованию мощности оборудования и снижению срока службы инструмента [1].

В соответствии со структурным подходом к анализу конструкции станка как динамической системы, предложенному и обоснованному В. А. Кудиновым [2], динамическая система (ДС) станка образуется совокупностью упругой системы (УС) и взаимодействия рабочих процессов. Упругая система включает в себя систему "станок — приспособление — инструмент — деталь" (СПИД). Рабочие процессы включают: резание, трение, электромагнитные процессы в двигателях, аэро- или гидродинамические процессы и др. Для решения практических задач ввели понятие эквивалентной упругой системы (ЭУС), которая при исследовании взаимодействия с процессом резания представляет собой ДС станка при вспомогательных и установочных перемещениях (рис. 1). В этом случае прямая связь выражается силой  $P$  резания, которая деформирует



(Окончание статьи. Начало см. на стр. 73)

ностей относительно действующих сил. Поэтому с учетом перечисленных факторов предложенную методику определения числа КТБ можно использовать для выбора КТБ.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. Схиртладзе А. Г., Федотов А. В., Хомченко В. Г. Автоматизация технологических процессов и производств [Электронный ресурс]: Учебник. Электрон. текстовые данные. Саратов: Вузовское образование, 2015. 459 с.

2. Кондаков А. И. САПР технологических процессов: Учебник для студ. высш. учеб. заведений; 3-е изд. стер. М.: Издательский центр "Академия", 2010. 272 с.

3. Аверченков В. И., Казаков Ю. М. Автоматизация проектирования технологических процессов [Электронный ресурс]: Учебное пособие для вузов. Электрон. текстовые данные. Брянск: Брянский ГТУ, 2012. 228 с.

4. Соломенцев Ю. М. Проектирование технологии в автоматизированном производстве. М.: Машиностроение, 1990. 416 с.

5. Балакшин Б. С. Теория и практика технологии машиностроения: В 2 кн. Кн. 2. Основы технологии

машиностроения. М.: Машиностроение, 1982. 367 с.

6. Беляков Н. В., Махаринский Е. И., Махаринский Ю. Е. Формализация проектирования технологических процессов механической обработки корпусных деталей машин. Витебск: УО "ВГТУ", 2006. 147 с.

7. Базров Б. М. Основы технологии машиностроения: Учебник для вузов. М.: Машиностроение, 2005. 736 с.

8. Базров Б. М., Гайнутдинов Т. М. Факторы, влияющие на выбор технологических баз при изготовлении детали // Вестник машиностроения. 2020. № 1. С. 48—51.

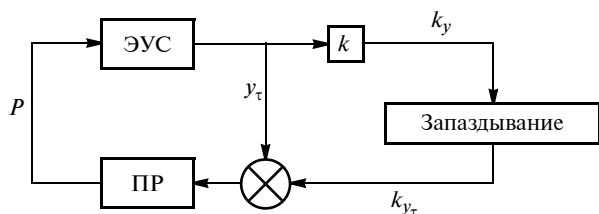


Рис. 1. Блок-схема УС:

$y_{\tau}$  — изменение толщины срезаемого слоя, равное смещению реза и заготовки при предыдущем рабочем ходе;  $k$  — коэффициент перекрытия следа по ширине срезаемого слоя

ЭУС, обратная связь реализуется изменением толщины  $y_{\tau}$  срезаемого слоя при деформации. Обратная связь представляет собой сумму двух составляющих: первая ( $y$ ) совпадает по времени с деформированием, вторая (регенеративная) проявляется с некоторым запаздыванием во времени.

Анализ ДС станка включает в себя анализ ДС как ее отдельных элементов, так и станка в целом. Анализ ДС элементов можно определить как анализ парциальных систем (понятие, широко используемое в механике). Парциальная система — это система с одной степенью свободы, выделяемая из большой системы "замораживанием" остальной ее части [3]. В нашем случае под парциальной системой понимается один из элементов системы СПИД, например, подсистема "резец — резцедержатель", "заготовка — приспособление" и др. Даже в отрыве от ДС станка в целом парциальные системы имеют право на самостоятельность, например, при:

сравнительном анализе динамических свойств конструктивных исполнений элементов системы СПИД;

диагностике состояния ТС станка как совокупности его ДС и системы формообразования;

динамическом моделировании УС станка по частям, исходя из динамических характеристик парциальных систем.

Парциальная система как механическая может быть однозначно представлена совокупностью ее собственных характеристик, так называемых модальных параметров: собственных частот, модальных коэффициентов демпфирования и собственных форм колебаний, причем в локальном частотном диапазоне этот комплект ограничен [4]. От достоверности оценок модальных параметров системы во многом зависит эффективность ее динамических исследований, поэтому сравнительный анализ методов оценки является актуальной задачей.

Для исследований выбрали проходной прямой резец  $24 \times 20$  мм прямоугольной формы с припаянной пластиной. Материал державки резца сталь 65 с модулем упругости Юнга  $E = 205$  ГПа, удельным весом  $7,81$  г/см<sup>3</sup>, коэффициентом Пуассона  $\mu = 0,3$ .

Отметим, что собственные частоты и модальные коэффициенты демпфирования называют еще глобальными характеристиками конструкции, так как теоретически они не зависят от условий эксперимента — мест приложения воздействия и установки датчика. Для оценки глобальных характеристик наиболее эффективен метод свободных колебаний при ударном нагружении и соблюдении некоторых правил, являющихся следствием общих закономерностей, регистрация самого ударного воздействия не обязательна [1, 3]. В связи с изложенным при исследовании ставились две задачи:

проверка применимости гипотезы о глобальных свойствах собственных частот и модальных коэффициентов демпфирования для такой парциальной системы, как резец;

оценка влияния аппаратной части и методического обеспечения на результат.

Единой схемой эксперимента выбрали схему свободного подвеса (рис. 2) согласно методике определения демпфирующих свойств материалов на свободно подвешенных образцах [5]. Возбуждение державки резца 1 осуществляли ударом молотка 2. Отклик фиксировался акселерометром 3 модели AC102-1A (общего назначения) с частотным диапазоном  $2 \div 10\,000$  Гц и передавался в виброанализатор 4 модели "ОНИКС" (фирма Диамех 2000), который в данном случае использовали как накопитель информации (для методов SSI и кривой резонанса отклик поступал на АЦП 5 National Instruments).

Провели две независимые серии экспериментов с использованием виброанализаторов "Оникс" и National Instruments. В первом случае результаты обработки получали методом Прони и IMS (Identification Mechanical Systems), во втором — методом кривой резонанса и SSI (Stochastic Subspace Identification). Независимость серий состояла в произвольном выборе средства и места подвеса, мест возбуждения и установки датчика. Направление удара тоже выбирали независимо и не контролировали.

Все методы идентификации собственных характеристик конструкций можно грубо разделить по

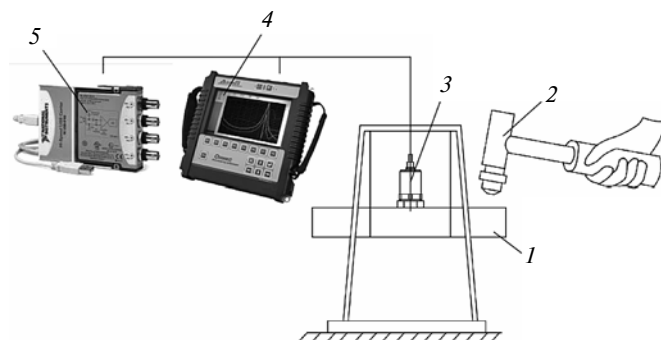


Рис. 2. Схема эксперимента

области представления исходного сигнала (временная и частотная) и по возможности учета влияния нескольких мод на отдельный пик частотной характеристики (унимодальный и полимодальный подходы) [10]. При унимодальном подходе предполагается, что пик частотной характеристики формируется практически одной модой, при полимодальном подходе учитывается влияние всех значимых мод.

Метод кривой резонанса — один из самых известных унимодальных методов в частотной области [5, 6], заключается в определении собственной частоты, как соответствующей максимуму амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) по перемещению и ширине резонансного пика в точках, в которых она составляет некоторую долю от резонансных динамических перемещений системы, например точки 1 и 2 на рис. 3. Принято считать, что точки 1 и 2 соответствуют частотам  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , при которых амплитуда динамических перемещений в  $1/\sqrt{2}$  раза меньше максимальной амплитуды. Ширина частотной полосы  $\Delta\omega = |\omega_2 - \omega_1|$  определяется, как соответствующая половине рассеиваемой мощности [3], а коэффициент  $1/\sqrt{2}$  характеризует уменьшение амплитуды:

$$20 \lg \frac{1}{\sqrt{2}} = -3,01 \text{ дБ.}$$

Эту характеристику часто называются трехдцатидесятипроцентной шириной полосы.

При демпфировании до 0,5 вполне справедлива зависимость модального коэффициента демпфирования от ширины пика, определяемая по формуле

$$\xi = \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta\omega}{\omega_{\text{рез}}} \right).$$

Для удобства часто используют величину  $\xi \% = 100\xi$ , опуская при этом индекс %.

Метод SSI позволяет оценить собственные характеристики механической системы по временно-модальному отклику на импульсное (ударное) воздействие, не прибегая к преобразованию Фурье, т. е. не переходя в частотную область. Подробно метод описан в работах [7–9]. Так как одновременно оцениваются все собственные характеристики, то метод SSI является полимодальным.

Метод SSI сводится к определению матриц  $A$  и  $C$  модели, описывающей динамику механической системы в пространстве состояний:

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + w_k; \\ y_k = Cx_k + v_k, \end{cases}$$

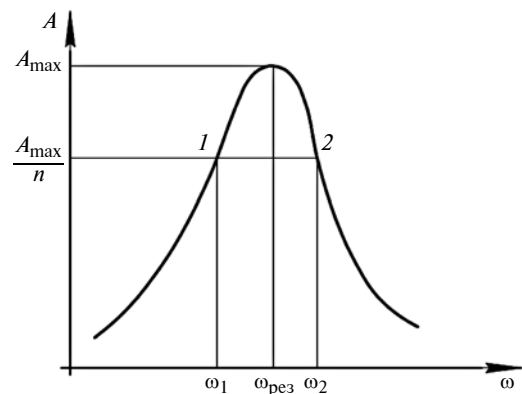


Рис. 3. Частоты, определяющие ширину полосы резонансной амплитуды (метод кривой резонанса)

где  $x_k \in R^{n \cdot 1}$  — вектор состояния;  $n$  — порядок системы;  $y_k \in R^{l \cdot 1}$  — экспериментальный отклик системы;  $l$  — число датчиков измерения;  $w_k \in R^{n \cdot 1}$  — шум процесса;  $v_k \in R^{l \cdot 1}$  — шум измерений.

Матрицы  $A$  и  $C$  определяются на основании сингулярного разложения "условной" ковариационной матрицы откликов, геометрический смысл которого — поиск базиса векторов, в котором дисперсия экспериментальных откликов максимальная (метод главных компонент) [7]. Из решения задачи на собственные значения  $\lambda_k$  динамической матрицы  $A$  определяются собственные частоты  $\omega_k$ , коэффициенты  $\xi_k$  модального демпфирования и собственные формы  $\Phi$  колебаний системы:

$$A = \Psi \Lambda \Psi^{-1};$$

$$\lambda_k^c, \lambda_k^{c*} = -\xi_k \omega_k \pm i \omega_k \sqrt{1 - \xi_k^2};$$

$$\Phi = C \Psi,$$

где  $\Psi$  — матрица собственных векторов.

Метод Прони позволяет аппроксимировать последовательность комплексных данных  $y_i$  моделью, состоящей из  $m$  затухающих комплексных экспонент  $\tilde{y}_i$ :

$$\tilde{y}_i = \sum_{k=1}^m [A_k \exp(j2\pi f_k \Delta t n + j\phi_k) \exp(-\delta_k \Delta t n)],$$

$$n = \overline{1, N}, \quad (1)$$

где  $A_k$  — амплитуда;  $f_k$  — частота;  $\phi_k$  — начальная фаза;  $\delta_k$  — коэффициент затухания;  $\Delta t$  — период дискретизации сигнала;  $n$  — номер отсчета;  $N$  — число отсчетов сигнала.

Для работы с реальными сигналами использовали метод наименьших квадратов (МНК) Прони, который по сравнению с исходным методом [10–12] имеет следующие преимущества:

число  $m$  комплексных экспонент (модальная глубина модели) в выражении (1) меньше или равно половине отсчетов в сигнале ( $m \leq N/2$ );

ошибки аппроксимации минимальны при соответствующем выборе  $m = m_{\text{opt}}$ .

Алгоритм, соответствующий МНК Прони, который вложен в оптимизационный цикл по модальной глубине модели ( $m$ ), где в качестве целевой функции использована величина относительной погрешности аппроксимации (невязки) временного ряда, реализован в программе SAProny. В программе предусмотрено использование нескольких аппроксимационных моделей: полная модель колебаний по Булгакову [13], сумма затухающих синусоид, сумма экспонент и сумма синусоид. Минимизируется относительная невязка по числу мод, а внутри цикла определяются оценки модальных параметров по несколько модифицированному алгоритму Прони. Реализована интерактивная технология спектрального Прони-анализа сигнала с использованием аналитического спектра Фурье.

Метод IMS — эвристический метод идентификации частотных характеристик ТС, основанный на сочетании автоматической и итерационной процедур аппроксимации, причем итерационная процедура может осуществляться с разной степенью автоматизации и ее алгоритм близок в основном алгоритму автоматической процедуры. Автоматическая процедура использует итерационный метод идентификации частотных характеристик (ЧХ), основанный на их частотной сегментации и аппроксимации с учетом влияния всех мод на выбранный сегмент. Сегмент ЧХ представляет собой подмножество ее значений в пределах частотного диапазона, на котором проявляется одна или несколько мод, образующих соответствующие пики [14]. Метод имеет следующие существенные особенности: используется действительная аппроксимационная модель для ЧХ; универсальный комплект управляемых параметров; возможность одновременной аппроксимации двух ЧХ.

В зависимости от реального или предполагаемого числа мод, образующих пики ЧХ, сегмент может быть унимодальным (одна мода) или полимодальным (две и более моды).

Аппроксимационную модель представляют выражениями:

для ЧХ по перемещению

$$V(j\omega) = \frac{\alpha_0}{-\omega^2} + \sum_{k=1}^m \frac{\alpha_k}{1 - (\omega/\omega_{0k})^2 + 2j\xi_k\omega/\omega_{0k}} + \frac{\alpha_{m+1}}{1 - (\omega/\omega_{0m+1})^2 + 2j\xi_{m+1}\omega/\omega_{0m+1}},$$

для ЧХ по ускорению

$$D(j\omega) = (j\omega)^2 V(j\omega),$$

где  $\alpha_k$  — модальные коэффициенты влияния, которые в зависимости от типа ЧХ имеют смысл модальных податливостей, восприимчивостей и т. д.

В автоматическом режиме аппроксимацию проводят с помощью ядра модели:

$$V(j\omega) = \sum_{k=1}^m \frac{\alpha_k}{1 - (\omega/\omega_{0k})^2 + 2j\xi_k\omega/\omega_{0k}},$$

а уже в интерактивном режиме модель дополняют членами, учитывающими:

$\alpha_0/-\omega^2$  — суммарное влияние низших мод или мод, соответствующих формам колебаний конструкции как твердого тела;

$$\frac{\alpha_{m+1}}{1 - (\omega/\omega_{0m+1})^2 + 2j\xi_{m+1}\omega/\omega_{0m+1}} \text{ — суммарное}$$

влияние мод с собственными частотами, выше максимальной экспериментальной частоты или ближайшей к верхней границе.

В некоторых случаях дополнительные члены позволяют оценить модальные параметры мод, не видимых на экспериментальной ЧХ, т. е. осуществить модальную экстраполяцию (вправо и влево).

Классификация рассмотренных методов в соответствии с предложенными признаками приведена в таблице.

Для всех методов использовали одни и те же исходные экспериментальные данные в виде реакций на ударное воздействие по осям (временные сигналы). Все оценки модальных параметров, полученные по двум сериям экспериментов (за исключением явных выбросов), приведены на рис. 4. Группы (I—VII) оценок демпфирования, полученные разными методами на одной из собственных частот, соответствуют: I, III — первой изгибной форме колебаний в плоскости удара при разных положениях резца; I, IV — большой погрешности метода на слабой моде; V — первой крутильной форме колеба-

Метод	Область представления сигнала		Модальность	
	Временная	Частотная	Унимодальный	Полимодальный
SSI	+			+
Ширина пика		+	+	
SAProny	+	+		+
IMS		+		+

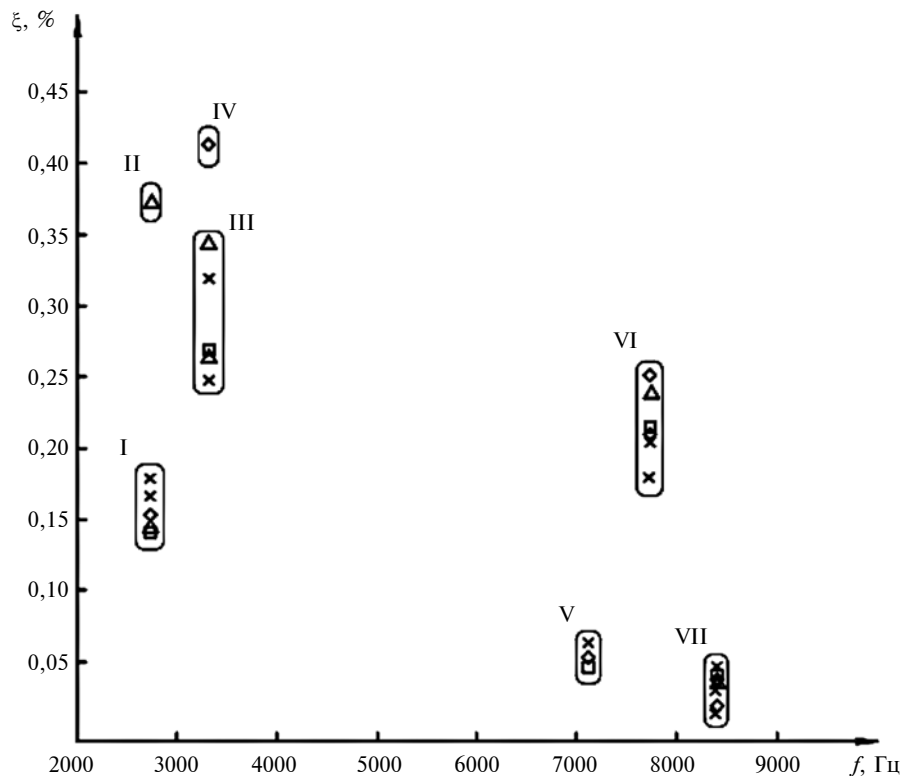


Рис. 4. Итоговая диаграмма "частота—демпфирование":  
 □ — SSI; Δ — Прони; × — IMS; ◇ — кривая резонанса

ний; VI, VII — второй изгибной форме колебаний при разных положениях резца.

Таким образом, установлено:

собственные частоты и коэффициенты демпфирования носят глобальный характер, так как мало зависят от условий эксперимента;

на разброс оценок мало влияют аппаратные средства и определяющее влияние оказывают степень проявления моды и метод обработки данных.

Результаты модальных испытаний подсистем системы СПИД как парциальных систем позволят повысить эффективность диагностики системы в целом.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Васин С. А.** Прогнозирование виброустойчивости инструмента при точении и фрезеровании. М.: Машиностроение, 2006. 384 с.
2. **Кудинов В. А.** Динамика станков. М.: Машиностроение, 1967. 359 с.
3. **Тимошенко С. П.** Колебания в инженерном деле. М.: Изд-во Наука, 1967. 444 с.
4. **Банах Л. Я., Перминов М. Д.** Исследование сложных динамических систем с использованием слабых связей между подсистемами // Машиноведение. 1972. № 4. С. 3—8.
5. **Писаренко Г. С., Яковлев А. П., Матвеев В. В.** Вибропоглощающие свойства конструкционных материалов: Справочник. Киев: Наукова думка, 1971. 375 с.
6. **Нашиф А., Джоунс Д., Хендерсон Дж.** Демпфирование колебаний: Пер. с англ. М.: Мир, 1988. 448 с.
7. **Overschee P. Van and Moor B. De.** Subspace Identification for Linear Systems: Theory, Implementation, Applications. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. 1996. 248 p.
8. **Goursat M., Mevel L.** Algorithms for Covariance Subspace Identification: a Choice of Effective Implementations. Proc. IMAC XXVII Florida. USA, 2009. P. 135—147.
9. **Allemang R. and Brown D.** A correlation coefficient for modal vector analysis. Proceedings of the 1st International Modal Analysis. Conference. Orlando, 1982. P. 110—116.
10. **Марпл-мл. С. Л.** Цифровой спектральный анализ и его применения / Пер. с англ. М.: Мир, 1990. 584 с.
11. **Кухаренко Б. Г.** Технология спектрального анализа на основе быстрого преобразования Прони // Информационные технологии. 2008. № 4. С. 38—42.
12. **Метод** диагностирования состояния механических систем на основе модального анализа во временной области / В. В. Киренков, С. В. Гусаров, С. И. Досько, Н. В. Волков // Вестник МГТУ "Станкин". 2012. № 1 (19). С. 90—94.
13. **Булгаков Б. В.** Колебания. М.: Госиздат техн.-теор. литературы, 1954. 892 с.
14. **Guillaume P., Verboven P., Vanlanduit S.** Frequency-domain maximum likelihood identification of modal parameters with confidence intervals // PROCEEDINGS OF THE INTERNATIONAL SEMINAR ON MODAL ANALYSIS. Katholieke Universiteit Leuven. 1998. V. 1. P. 359—366.

Д. Ю. ТОПОЛОВ (Южно-Уральский государственный университет, Челябинск), e-mail: dtopolov.74@mail.ru

## Обеспечение устойчивого резания при фрезеровании

Исследованы способы демпфирования вибраций, возникающих при фрезеровании. Разработана математическая модель, отражающая связь амплитуды вынужденных колебаний с параметрами возмущающего импульса. Установлены диапазоны параметров импульсного нагружения, обеспечивающие устойчивое фрезерование. Определены параметры цилиндрических фрез, обеспечивающие минимальную амплитуду вибраций.

**Ключевые слова:** обработка, резание, фрезерование, вибрации, вынужденные колебания, демпфирование.

The methods of damping vibrations arising during milling are investigated. A mathematical model is developed that reflects the relation between the amplitude of the forced vibrations and the parameters of the actuating impulse. The ranges of pulsed loading parameters are established, which ensure stable milling. The parameters of cylindrical mills that provide the minimum amplitude of vibration are determined.

**Keywords:** processing, cutting, milling, vibrations, forced vibrations, damping.

Обработка плоских поверхностей фрезерованием является наиболее распространенной технологической операцией. В зависимости от оборудования и размеров заготовок используют торцевые, цилиндрические или концевые фрезы. Использование высокопроизводительных режимов обработки при фрезеровании часто ограничивается возникновением повышенной вибрации. Кроме того, вибрации при фрезеровании снижают качество обработки, увеличивают изнашиваемости инструмента и оборудования. Поэтому исследования по уменьшению вибраций при фрезеровании остаются весьма актуальными.

Возникновение вибраций при фрезеровании обусловлено рядом факторов. Вынужденные колебания возникают вследствие периодических сил резания. Изменение силы резания, вызванные изменением скорости резания, и запаздывание изменения силы резания при изменении толщины среза являются причинами возникновения автоколебаний. При этом разные причины возникновения колебаний требуют разных способов демпфирования. Большое число исследовательских работ посвящено автоколебаниям, возникающим при высокоско-

ростной обработке, которую сегодня широко применяют в обрабатывающей отрасли.

Вынужденные колебания элементов технологической системы чаще всего имеют место при пониженных режимах обработки, которые назначают, например, при фрезеровании труднообрабатываемых материалов, заготовок малой жесткости, при использовании инструмента низкой жесткости, а также при ограниченных возможностях оборудования. Для снижения данных вибраций предлагаются пассивный и активный методы демпфирования.

В работах [1, 2] предложено для снижения вибраций тонкостенной заготовки погружать фрезерную систему в вязкую среду, что существенно повышает демпфирование и снижает собственные частоты системы ввиду добавленной массы.

В работе [3] предложено улучшение структурного демпфирования концевых фрез малого диаметра. В конструкции инструмента предусматривается полость, которую заполняют демпфирующим элементом.

Для снижения амплитуды колебаний при фрезеровании также предлагается использовать пассивные линейные амортизаторы, внедренные в шпиндель станка [4], настраиваемые вибропоглотители, которые устанавливают на консольную пластину [5, 6], а также используют дополнительные массы, улучшающие динамические свойства заготовки [7]. Предлагаемые способы демпфирования вибраций относятся к пассивным способам. Они направлены на изменение сил сопротивления системы и основываются на изменении конструкции инструмента и оборудования, а также на использовании специальных материалов.

Активные способы снижения вибраций воздействуют на их источник, изменяя величину или характер силового нагружения элементов технологической системы. Для этих целей на винтовых зубьях фрезы выполняют стружкоразделительные канавки различных форм [8, 9], используют переменные углы наклона спирали зубьев [10, 11].

В работе [12] в целях улучшения демпфирования предложено для изменения характера силового возмущения изменить конструктивные параметры инструмента. Данный способ, как наиболее эффективный и экономичный, используется в настоящем исследовании.

Назначение конструктивных параметров цилиндрических фрез при заданных размерах обрабатываемой заготовки является многовариантной



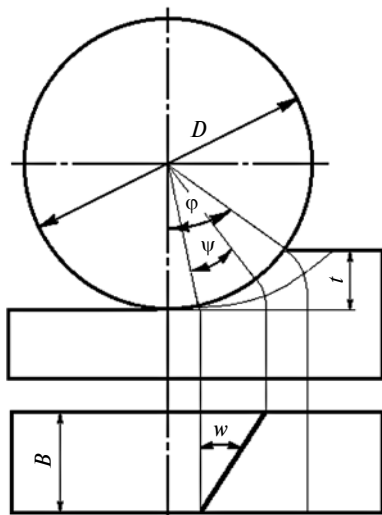


Рис. 1. Схема цилиндрического фрезерования

задачей. Первоначальный выбор рекомендуется осуществлять из условия равномерного фрезерования, которое характеризуется постоянным сечением срезаемого слоя и постоянными составляющими силы резания в любой момент времени [13].

Для равномерного цилиндрического фрезерования (рис. 1) справедливо выражение

$$\operatorname{tg} w = \frac{\pi DK}{zB}, \quad (1)$$

где  $w$  — угол наклона винтового зуба фрезы;  $D$  — наружный диаметр фрезы;  $B$  — ширина фрезерования;  $z$  — число зубьев;  $K$  — коэффициент кратности ширины фрезерования осевому шагу фрезы ( $K$  — целое число).

Несоблюдение равенства (1) является причиной возникновения переменной силы резания, которая вследствие периодической работы зубьев инструмента приобретает характер периодически повторяющихся импульсов. Форма импульсного силового возмущения зависит от закона изменения площади срезаемого слоя, режимов обработки, геометрии инструмента, свойств обрабатываемого материала. При цилиндрическом фрезеровании форма импульсов и характер их следования определяются соотношениями угла  $\varphi$  контакта фрезы, угла  $\psi$  зуба фрезы с заготовкой и углового шага  $\varepsilon$ , которые можно определить из схемы цилиндрического фрезерования (см. рис. 1):

$$\varphi = \arccos\left(1 - \frac{2t}{D}\right), \quad \psi = \frac{2B}{D} \operatorname{tg} w, \quad \varepsilon = \frac{2\pi}{z}, \quad (2)$$

где  $t$  — глубина резания.

Одиночные импульсы силы резания могут иметь трапецеидальную (при  $\varphi < \psi$ ) и треугольную (при

$\varphi \geq \psi$ ) формы (рис. 2). Импульсы силы резания могут накладываться друг на друга (непрерывное резание) или иметь разрывы (прерывистое резание).

Прерывистое или непрерывное резание фрезами с винтовой стружечной канавкой зависит от числа  $m$  зубьев, одновременно находящихся в работе, которое находим по формуле

$$m = \frac{\varphi z}{2\pi} + \frac{Bz}{\pi D} \operatorname{tg} w. \quad (3)$$

Подставив в выражение (3) формулы (2), получим:

$$m = \frac{\varphi + \psi}{\varepsilon}. \quad (4)$$

Практические исследования показали, что при фрезеровании большинство колебаний полигармонические (рис. 3). Эту форму периодической вибрации рассматривают как комбинацию ряда гармонических колебаний с кратными частотами. Гармонические колебания в линейных системах могут

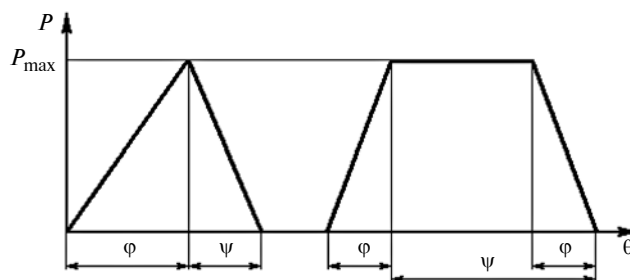


Рис. 2. Формы импульсов силы резания при цилиндрическом фрезеровании

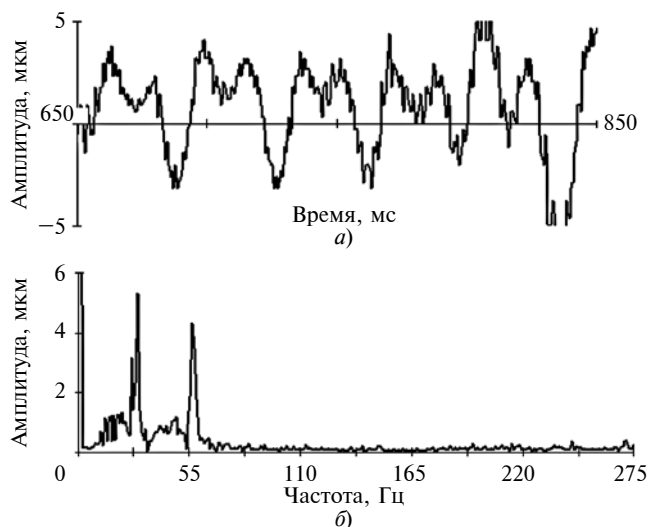


Рис. 3. График амплитуд вибраций (а) и амплитудно-частотная характеристика (б) при фрезеровании

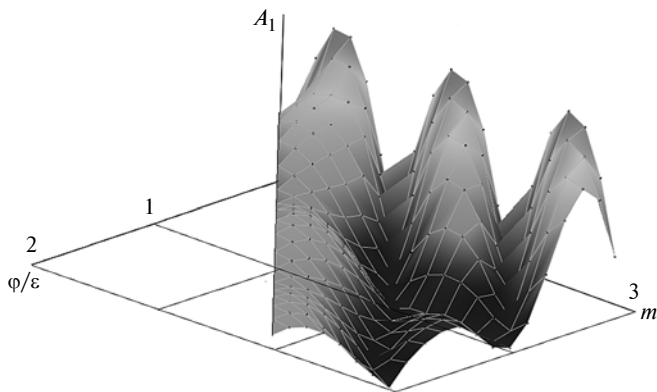


Рис. 4. Распределение амплитуд первой гармоники возмущения

вызываются гармонической возмущающей силой. Поэтому для оценки периодического импульсного возмущения, имеющего негармонический характер (см. рис. 3), удобно использовать метод гармонического анализа.

В работе [14] представлена обобщенная математическая модель амплитуды вынужденных колебаний линейных систем при цилиндрическом фрезеровании для случаев прерывистого и непрерывного импульсных возбуждений:

$$\begin{aligned}
 y(t) = & A_0 + \frac{1}{c} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{P_{\max}}{2\pi^2 i^2 \varphi/\varepsilon} \times \\
 & \times \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega_i}{\omega_0}\right)^2\right)^2 + \left(\frac{2n}{\omega_0}\right)^2 \left(\frac{\omega_i}{\omega_0}\right)^2}} \times \\
 & \times \left\{ \left[ k_1 + k_2 \cos\left(2\pi i \frac{\varphi}{\varepsilon}\right) + k_3 \cos(2\pi im) + \right. \right. \\
 & \left. \left. + k_4 \cos\left(2\pi i \left(m - \frac{\varphi}{\varepsilon}\right)\right) \right] \cos(\omega_i t) + \right. \\
 & \left. + \left[ k_5 \sin\left(2\pi i \frac{\varphi}{\varepsilon}\right) + k_6 \sin(2\pi im) + \right. \right. \\
 & \left. \left. + k_7 \sin\left(2\pi i \left(m - \frac{\varphi}{\varepsilon}\right)\right) \right] \sin(\omega_i t) \right\}. \quad (5)
 \end{aligned}$$

где  $A_0$  — статическое смещение;  $c$  — жесткость системы;  $n$  — приведенный коэффициент сопротивления;  $P_{\max}$  — максимальный импульс силы резания;  $i$  — номер гармоники возмущения;  $\omega_i$  — частота  $i$ -й гармоники возбуждения;  $\omega_0$  — частота собственных колебаний системы;  $k_1, k_2, \dots, k_7$  — амплитудные коэффициенты.

Физический смысл математической модели амплитуды вынужденных колебаний при цилиндрическом фрезеровании является сумма гармонических колебаний с разными амплитудами на частотах,

кратных частоте основной (первой) гармоники, т. е. выражение (5) можно представить как

$$y(t) = A_0 + \sum_{i=1}^{\infty} A_i k_{ди} \cos(\omega_i t + \varphi_i), \quad (6)$$

где  $A_i$  — амплитуда  $i$ -й гармоники возбуждения;  $k_{ди}$  — коэффициент динамичности;  $\varphi_i$  — фаза  $i$ -й гармоники возбуждения.

При фрезеровании такое представление результирующей амплитуды вибраций может привести к возникновению резонансных явлений [15]. При резонансе  $i$ -го порядка, как правило, наибольшее влияние на результирующее колебание оказывает гармоника возмущения соответствующего порядка. Таким образом, необходимо выявить параметры импульса, обеспечивающие минимальную амплитуду  $i$ -й гармоники возмущения.

На рис. 4 показано распределение амплитуды  $A_1$  первой ( $i = 1$ ) гармоники возмущающего силового импульса в зависимости от параметров  $m$  и  $\varphi/\varepsilon$ , которое показывает, что при определенных их значениях возможны минимальные амплитуд, они подчиняются условиям:

$$\begin{cases} 2 < m \leq 3; \\ \frac{\varphi}{\varepsilon} = 1. \end{cases} \quad (7)$$

Полученный диапазон значений также справедлив для амплитуд высших гармоник возбуждения.

Параметры импульса определяются конструктивными параметрами инструмента и режимными параметрами для заготовки. Требуемое сочетание параметров импульса можно реализовать выбором параметров инструмента с учетом размеров заготовки. Таким образом, расширяется область применения цилиндрических фрез при обеспечении устойчивости процесса обработки.

На рис. 5 показаны три амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) при фрезеровании листовкой заготовки цилиндрическими фрезами с разными параметрами. Параметры режима фрезерования:  $B = 8$  мм,  $t = 3$  мм,  $n = 75$  мин<sup>-1</sup>, подача  $S_m = 75$  мм/мин. Эксперименты показали, что фреза с параметрами  $D = 63$  мм,  $z = 14$ ,  $w = 30^\circ$  наиболее точно соответствует условиям (7), она обеспечивает меньшую амплитуду колебаний в сравнении с другими фрезами, поэтому ее целесообразнее применять для данной обработки.

Таким образом, проведенные исследования показали, что назначение конструктивных параметров цилиндрических фрез из условия равномерного фрезерования не всегда возможно. Изменением конструктивных параметров цилиндрических фрез

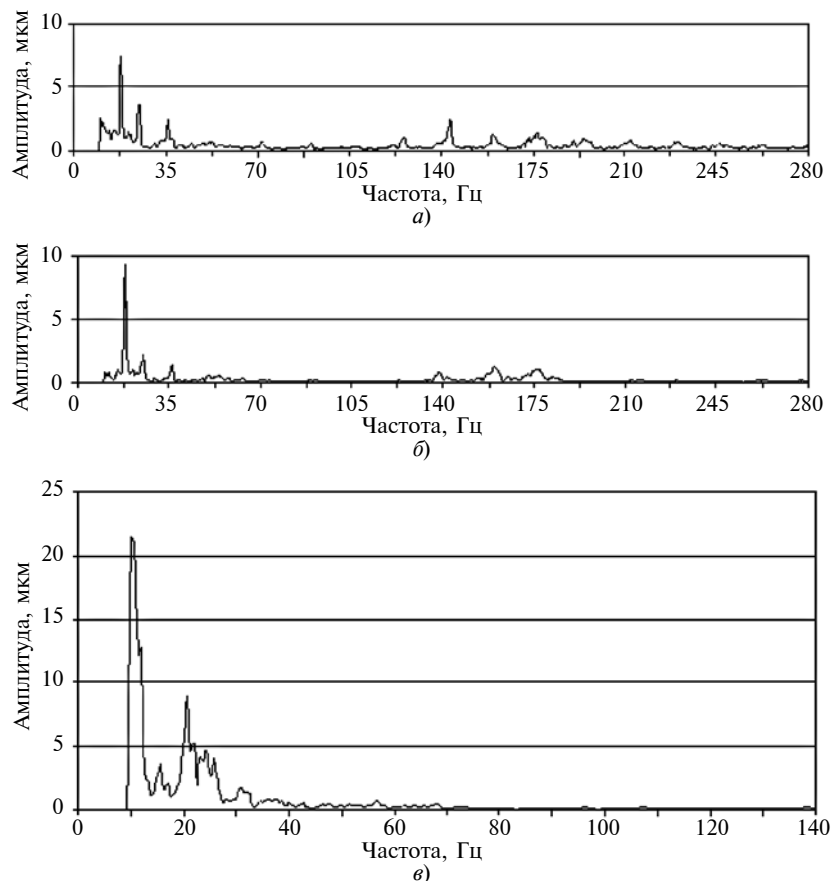


Рис. 5. АЧХ системы заготовки при фрезеровании на одинаковом режиме разными цилиндрическими фрезами:  $a - D = 63$  мм,  $z = 14$ ,  $w = 30^\circ$ ;  $b - D = 63$  мм,  $z = 14$ ,  $w = 15^\circ$ ;  $c - D = 63$  мм,  $z = 8$ ,  $w = 40^\circ$

можно управлять динамическими возмущениями технологической системы.

Предложенная математическая модель амплитуды вынужденных колебаний определяет взаимосвязь амплитуды виброперемещения и параметров импульсного воздействия.

Установлен диапазон импульсного нагружения, снижающие гармонические составляющие и амплитуду колебаний.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Chatter** mitigation for the milling of thin-walled work-piece / Z. Zhang, H. G. Li, X. Liu. an. ot. // International Journal of Mechanical Sciences. 2018. Vol. 138. P. 262–71.
2. **Milling** chatter suppression in viscous fluid: A feasibility study / Z. Zhang, H. G. Li, G. Meng, S. Ren // International Journal of Machine Tools and Manufacture. 2017. Vol. 120. P. 20–26.
3. **Madoliat R., Hayati S., Ghalebahman A. G.** Investigation of chatter suppression in slender endmill via a frictional damper // Scientia Iranica. 2011. Vol. 18 (5). P. 1069–77.
4. **Modeling** of a passive absorber in milling tool machine / W. Gafsi, R. Chaari, N. Masmoudi // Applied Acoustics. 2017. Vol. 128. P. 94–110.
5. **Vibration** absorber design to suppress regenerative chatter in nonlinear milling process. Application for machining of cantilever plates / H. Moradi, G. Vossoughi, M. Behzad, M. R. Movahhedy // Applied Mathematical Modelling. 2015. Vol. 39 (2). P. 600–20.

6. **Moradi H., Movahhedy M. R., Vossoughi G.** Tunable vibration absorber for improving milling stability with tool wear and process damping effects // Mechanism and Machine Theory. 2012. Vol. 52. P. 59–77.

7. **Yuan H., Wan M., Yang Y.** Design of a tunable mass damper for mitigating vibrations in milling of cylindrical parts // Chinese Journal of Aeronautics. 2019. Vol. 32 (3). P. 748–58.

8. **Tehranizadeh F., Budak E.** Design of serrated end mills for improved productivity // Procedia CIRP. 2017. Vol. 58. P. 493–98.

9. **Васин Л. А., Ушаков М. В., Городничев С. В.** Особенности концевых фрез со стружкоразделительными канавками // СТИН. 2000. № 10. С. 24–27.

10. **Cylindrical** milling tools: Comparative real case study for process stability / G. Stepan, J. Munoa, T. Insperger an. ot. // CIRP Ann Manuf Technol. 2014. Vol. 63. P. 385–88.

11. **Urena L., Ozturk E., Sims N.** Stability of variable helix milling: model validation using scaled experiments // Procedia CIRP. 2018. Vol. 77. P. 449–52.

12. **Шаламов В. Г.** Выбор конструктивных параметров цилиндрических фрез // Изв. вузов. Машиностроение. 1981. № 4. С. 152–156.

13. **Грановский Г. И.** Резание металлов. М.: Высшая школа, 1985. 304 с.

14. **Шаламов В. Г., Тополов Д. Ю.** Определение областей устойчивого фрезерования // Мат. 70-й науч. конф. Челябинск: Наука ЮУрГУ, 2018. С. 212–216.

15. **Васин С. А.** Прогнозирование виброустойчивости инструмента при точении и фрезеровании. Сер. Библиотека инструментальщика. М.: Машиностроение, 2006. 384 с.

Ю. П. КАЛМЫКОВ, канд. экон. наук (Институт промышленной политики и институционального развития Финансового университета при Правительстве РФ), mail: jkalmykov@rambler.ru

## Перспективы развития отечественной автомобильной промышленности

Проанализированы состояние отечественной автомобильной промышленности и возможности ее дальнейшего развития. Рассмотрены перспективы повышения производительности, поиска новых технических решений, в также вопросы государственной поддержки отрасли.

**Ключевые слова:** автомобильная промышленность, инновации, субсидии, экономический рост, автокомпоненты.

The state of the domestic automobile industry and the possibilities of its further development are analyzed. The prospects of productivity increase, searching for new technical solutions, as well as issues of state support for the industry are considered.

**Keywords:** automobile industry, innovations, subsidies, economic growth, automotive components.

Автомобильная промышленность — одна из ключевых отраслей российской экономики, которая во многом определяет социально-экономическое развитие страны. Развитие отечественной автоиндустрии отражено в Основных направлениях деятельности Правительства РФ на период до 2024 г. и в "Стратегии развития автомобильной промышленности Российской Федерации на период до 2025 года", утвержденной распоряжением Правительства РФ от 28 апреля 2018 г. № 831-р. (далее — Стратегия 2025).

Предприятия отрасли выпускают промышленную продукцию как для широкого коммерческого использования, так и для бытового использования. Особое внимание уделяется выпуску колесных транспортных средств: легковых и грузовых автомобилей, автобусов и специальных автомобилей (табл. 1). Приведенные данные показывают неравномерность выпуска автомобилей, что вызвано рядом причин. Прежде всего, не готовностью предприятий отрасли к переходу на рыночные условия хозяйствования: низким техническим уровнем выпускаемой продукции, изношенностью производственной инфраструктуры, высокими операцион-

ными издержками и содержанием на балансе многочисленных объектов социальной сферы — жилого фонда, детских и медицинских учреждений, домов культуры, спортивных сооружений и др. К этому следует добавить отсутствие должного таможенного регулирования и инструментов государственной финансовой поддержки автомобилестроения, включая льготное инвестиционное кредитование и налогообложение.

Перечисленные и другие факторы в совокупности привели к утрате конкурентоспособности отечественных автомобилей, тяжелому финансовому положению автопроизводителей и даже банкротству ряда крупных предприятий, как, например, АО "Москвич", ООО "ИЖ Авто", АМО "ЗИЛ". В результате производство автомобилей в 1995 г. сократилось по сравнению с 1985 г. почти в 2 раза, в том числе легковых автомобилей в 1,4 раза.

Для удовлетворения растущего спроса населения на легковые автомобили в Россию ежегодно стали ввозить сотни тысяч легковых автомобилей, более 1/3 из которых — подержанные. Если в 2001 г. иномарки составляли 42 % от произведенных в стране автомобилей, то в 2004 г. — уже 61 %. По существу, страна — одна из крупнейших производителей автомобильной техники в мире превратилась в страну — импортера подержанных автомобилей.

Для предотвращения риска самого существования отечественного автомобилестроения Пра-

Таблица 1

Год выпуска	Выпуск автотранспортных средств по годам, тыс.			
	легковых	грузовых	автобусов	всего
1985	1165	688	59,9	1912,9
1995	835	142	39,8	1016,8
2012	1964	212	58,6	2234,6
2016	1100	137	43,2	1280,2
2018	1565	157	45,8	1767,8
2019	1575	157	45,0	1777,0

Примечание. Данные ОАО "АСМ-Холдинг".

вительство РФ приняло два важных решения: Постановление от 29.03.2005 № 166 "О введении на территории страны локализации производства зарубежных автомобилей" и Постановление от 15.04.2014 № 328 "Об утверждении государственной программы Российской Федерации "Развитие промышленности и повышение ее конкурентоспособности", рассчитанной на период с 2012 по 2020 г. (далее — Постановление № 328).

Введение на территории России режима "промышленной сборки" зарубежных автомобилей привело к соперничеству автомобильных концернов за места на российском рынке, потенциал которого оценивался до 4 млн автомашин в год. Заинтересованность автоконцернов связана с их освобождением от таможенных пошлин на ввоз в страну моторов, коробок перемены передач, узлов трансмиссий, электрооборудования и других автокомпонентов. Это позволило заключить с автоконцернами 29 соглашений, получить 185 млрд руб. инвестиций и создать 25 тыс. рабочих мест.

Постановлением № 328 был утвержден Паспорт государственной программы Российской Федерации, содержащий 21 подпрограмму развития приоритетных отраслей промышленности, в том числе Паспорт подпрограммы 1 "Автомобильная промышленность", в котором приведены перечень актуальных задач развития отрасли на период до 2020 г. и ежегодное предоставление предприятиям субсидий из федерального бюджета.

За период с 2012 по 2017 г. для поддержки автомобильной промышленности из федерального бюджета выделили ассигнования в сумме 354 922 463,5 тыс. руб. Эти средства, как показал анализ, были направлены на субсидирование: инвестиционной активности по модернизации производственной инфраструктуры; операционных (временных) и постоянных затрат для обеспечения конкурентоспособности отечественных автомобилей; НИОКР новых видов автомобильной техники и автокомпонентов; обновления текущего автомобильного парка России и стимулирование спроса физических и юридических лиц на новые автомобили.

Введение на территории России режима "промышленной сборки" зарубежных автомобилей и предоставление на развитие автомобильной индустрии

субсидий из федерального бюджета позволили переломить отрицательный тренд по производству автомобилей. Их выпуск в 2012 г. превысил выпуск 1995 г. (см. табл. 1) в 2,2 раза, в том числе по легковым автомобилям в 2,4 раза. Важно отметить, что локализация производства иностранных автомобилей позволила существенно поднять технологию производства на предприятиях и качество продукции: более 60 % выпускаемых сегодня в стране моделей автомобилей спроектированы на базе глобальных платформ. Это позволило многократно уменьшить импорт новых машин.

Однако дальнейшему развитию автомобильного производства помешало введение западными странами жестких экономических санкций, которые привели к девальвации рубля и крайне отрицательно повлияли на покупательную способность населения. Резко упали спрос на легковые автомобили и объемы их производства (табл. 2).

Обращает на себя внимание значительное недоиспользование производственных мощностей на предприятиях отрасли, что не нашло решения и в "Стратегии развития автомобильной промышленности на период до 2025 года". Вместе с тем увеличение загрузки вновь созданных производств наряду с сохранением высокопроизводительных рабочих мест и улучшением финансового положения предприятий позволило бы существенно повысить обеспеченность населения России автомобилями. Так, по данным Автопрома на 1 июля 2019 г. в России на 1000 человек приходилось 306 автомобилей, а в ряде субъектов РФ даже значительно меньше, например, в Республике Ингушетия — 162, а в Чеченской Республике — 150. Для сравнения, в США на 1000 человек приходилось 838 автомобилей, в Германии — 605, в Евросоюзе — 602. Таким образом, России предстоит многое сделать для увеличения выпуска колесных транспортных средств.

Решение проблемы повышения покупательной способности населения и соответственно увеличения выпуска легковых автомобилей ряд экономистов видит в предоставлении льготных потребительских кредитов. Отметим, что государство уже использует эту меру. Так, из выделенных 354,9 млрд руб. на развитие автомобильной отрасли в период с 2012 по 2017 г. на стимулирование спроса на автомобили на внутреннем рынке было

Таблица 2

Показатель	Значения показателя по годам, тыс./%, относительно 2012 г.					
	2012	2016	2017	2018	2019	2025
Продажа	2740/100	1310/47,8	1356/49,5	1565/57,1	1543/56,3	2210/80,7
Выпуск	1964/100	1100/56	1349/68,7	1654/84,2	1575/80,2	2120/107,9
Выпуск в % к производственной мощности (3,2 млн ед. в год)	61,3	34,4	42,1	51,7	49,2	66,3
Примечание. Данные ОАО "АСМ-Холдинг", Распоряжение Правительства РФ от 28 апреля 2018 г. № 831-р.						

направлено более 75 %. Да, это помогло, особенно в 2016 и 2017 гг., когда из-за ухудшения внешне-экономической и внешнеполитической конъюнктуры продажи легковых автомобилей снизились почти в 2 раза (см. табл. 2).

Однако этот путь возможен лишь при увеличении реальных располагаемых доходов населения. В противном случае это ведет к перекредитованию заемщиков и даже к банкротству, для кредитных учреждений — к утрате ликвидности из-за массовых нарушений сроков возврата ссуд. Поэтому этот инструмент следует использовать весьма избирательно, взвешивая финансовые последствия. По оценке Минэкономразвития России прирост задолженности по потребительским кредитам (за исключением жилищных) в 2019 г. составил 22÷24 %. Рост потребительских кредитов существенно превысил рост доходов населения, и в 2019 г. задолженность по кредитам составила 1,7 трлн руб.

Опыт ведущих экономик показывает, что наиболее перспективным направлением для повышения спроса является повышение благосостояния народа на основе стабильного экономического роста при сохранении инфляции на низком уровне. Задачи ускорения развития промышленного производства в России и ответственность за их решение достаточно подробно изложены в "Основных направлениях деятельности Правительства РФ на период до 2024 года" (далее — ОНДП). Значительное внимание следует также уделять стимулированию трудовой деятельности работников и защите их от рисков утраты трудового дохода, используя мировой опыт развития институтов социального страхования.

Важно отметить, что повышение покупательной способности населения — ключ не только к сохранению отечественной автоиндустрии, но и к дальнейшему поступательному развитию смежных с ней отраслей экономики. Выпуск автомобилей генерирует потребность в высокотехнологичной продукции металлургической, химической, электротехнической и других стратегических отраслей промышленности, обеспечивая занятость более 3,5 млн человек. Большое влияние развитие автомобильной промышленности оказывает и на малый

бизнес: торговля автомобилями; их техническое обслуживание; добровольное и обязательное страхование. В настоящее время создано более 1 млн рабочих мест, что в 2 раза больше производственного персонала в самой отрасли.

Как указывалось выше, автомобильная отрасль имеет значительные резервы производственных мощностей. При падении спроса на автомобили внутри страны одним из важнейших и перспективных направлений увеличения производства и продаж автомобилей становится их продвижение на зарубежные рынки, но этому направлению в отрасли пока не уделяется должного внимания. Об этом свидетельствуют и данные ОАО "АСМ-Холдинг", и Росстата (табл. 3). Видно, что поставка автомобилей на экспорт имеет отрицательную динамику. Так, поставки в 2019 г. по сравнению с 1995 г. сократились с 238,8 до 127,5 тыс., т. е. почти в 2 раза. Существенно сократилась и доля экспорта к выпуску автомобилей: с 23,5 до 7,2 %, или в 3,3 раза. Стратегией развития предусматривается увеличение поставок автомобилей на экспорт, однако их доля по отношению к выпуску остается значительно ниже уровня 1995 г.: было 23,5 %, планируется 13,6 %. Один из важных резервов увеличения экспорта автомобилей — поставки в страны дальнего зарубежья. Так, в 1995 г. доля экспорта в Азию, на Ближний Восток и Южную Америку в общем объеме поставок составила 86 %.

Для существенного оживления экспорта автомобильной продукции необходимо, на наш взгляд, широкое взаимодействие бюджетных стимулов и регулятивных инструментов, в том числе субсидирование создания совместных предприятий и дочерних структур российских компаний за рубежом с упрощенным открытием счетов этих организаций; заключение соглашений о свободной торговле со странами-импортерами и др.

Наряду с продвижением отечественных автомобилей на зарубежные рынки увеличить выпуск и продажу автомобильной техники можно обновлением парка автомобилей, насчитывающего в своем составе 49 730 тыс., в котором на долю автомобилей по всем сегментам с пробегом старше 10 лет приходится 22 %. При этом средний возраст легковых машин всех марок составляет ≈ 13 лет, грузовых — 19 лет, автобусов — 15 лет, а легковых машин российского производства ≈ 16,4 года. Возрастная структура автомобильного парка — хороший потенциал его обновления и, как следствие, развития рынка новых транспортных средств. Однако, несмотря на принятие ряда регулятивных инструментов в виде постановлений Правительства Российской Федерации от 12.10.2005 № 609 и от 10.09.2009 № 720, существенных изменений в утилизации автомобилей, утративших потребительские свойства, за прошедшие годы не произошло.

Таблица 3

Год	Экспорт машин, тыс., по годам			
	легковых	грузовых	автобусов	всего
1995	211,8/25,4	24,1/17,0	2,9/7,3	238,8/23,5
2012	112,7/5,6	18,8/9,8	4,3/7,3	135,8/6,1
2019	109,4/6,9	14,6/9,3	3,5/7,7	127,5/7,2
2025	287,7/13,4	22,2/20,1	1,3/0,6	311,2/13,6

Примечание. В числителе приведены количественные данные по экспорту машин, в знаменателе — % экспорта от производства. Данные ОАО "АСМ-Холдинг", Росстат.

Анализ показал, что к числу основных причин вывода изношенных транспортных средств из эксплуатации можно отнести отсутствие эффективной структуры рециклинга и механизма дифференциации стоимости владения автотранспортным средством по экологичности. Европейская и мировая практики показывают, что при дифференциации стоимости владения автотранспортным средством и создании структуры рециклинга вывод составляет  $7 \div 8$  % в год. При количестве автомобилей старше 10 лет в России это позволит ежегодно обновлять парк на 765 тыс. за счет использования имеющихся производственных мощностей.

В ОНДП поставлена задача освоить в период до 2024 г. выпуск колесных транспортных средств с новыми техническими решениями, в том числе по кардинальному снижению уровня загрязнения атмосферы за счет замены существующих двигателей внутреннего сгорания (ДВС) на электротягу. По прогнозам доля электромобилей в мировом объеме продаж автомобилей составит в 2020 г. порядка 17 %.

Продажи электромобилей в России измеряются пока лишь сотнями единиц в год. Основные препятствия для развития рынка электромобилей: высокая стоимость аккумуляторных батарей; отсутствие современной инфраструктуры для подзарядки и обслуживания электромобилей; цена нового электромобиля на порядок выше цены автомобиля с ДВС.

Подчеркнем, что отечественные автопроизводители совместно с научными организациями, например, с ФГУП "НАМИ", проводят работу по устранению барьеров и ускорению выпуска электромобилей, соответствующих мировым требованиям. Так, Минэкономразвития и Минпромторг России и ФГУП "НАМИ" разработали разные сценарии увеличения доли продаж электромобилей на российском рынке. Согласно одному из них (оптимистичному) планируется до 2025 г. обеспечить продажи электромобилей на уровне  $4 \div 5$  % от общего объема путем снижения средней стоимости батарей. После 2025 г. массовый вывод электромобилей на рынок будет во многом зависеть от развития инфраструктуры зарядки в регионах России.

Важное место в Стратегии 2025 г. наряду с электромобилями отводится внедрению систем автономного вождения автомобилей и транспортной телематики, использование которых направлено на снижение дорожно-транспортных происшествий, повышение безопасности водителей и создание комфортных условий для управления транспортными средствами людьми с ограниченными возможностями. По прогнозам в 2030 г. до 15 % всех продаваемых новых автомобилей в мире могут быть полностью автономными. Это предполагает разработку безопасных и надежных технических решений; повышение платежеспособного спроса со сто-

роны потребителей; обеспечение кибербезопасности, в том числе от хакерских и террористических атак.

Мировой опыт показывает, что для осуществления пилотных проектов по производству и эксплуатации автомобилей с технологиями автономного вождения и применения телематики необходимо использовать все доступные меры государственной финансовой поддержки, включая прямое бюджетное финансирование, косвенное финансирование и регулятивные меры. Особое место отводится так называемому "умному страхованию": полная и достоверная информация о поведении АТС до и во время ДТП с целью установления виновника; информация о стиле вождения водителя за истекший период страхования; совершенствование практики страхования имущественных интересов при использовании транспортных средств.

Перспективным направлением повышения конкурентоспособности автомобилей является использование газомоторной техники, производство которой в мире постоянно растет. Выпуск газобаллонных автомобилей (ГБА) с 850 тыс. в 1998 г. увеличился до 18,9 млн в 2014 г., т. е. более чем в 23 раза. Большие перспективы перевода на газовое топливо всех видов транспорта связывают с криогенными технологиями производства, транспортировки и хранения сжиженного природного газа. Использованию газа в качестве автомобильного топлива в Российской Федерации способствуют его большие запасы, составляющие до 32 % от мировых. Важен также накопленный в России значительный опыт производства как автомобилей с газовыми двигателями, так и широкой номенклатуры высокоэффективного газобаллонного оборудования. Однако по производству и продажам газобаллонных автомобилей Россия значительно отстает от мирового тренда. Так, в 2014 г. число использованных ГБА в России составило в 0,1 млн, тогда как в странах-лидерах: Иране — 4,0 млн; Пакистане — 3,7 млн; Индии — 1,8 млн; Бразилии — 1,8 млн; Аргентине — 2,5 млн; Италии — 0,9 млн.

Для расширения производства и продажи автомобилей с газовыми двигателями в мировой практике широко применяют наряду с регуляторными инструментами финансовое стимулирование автопроизводителей и потребителей, которые можно использовать и в России, в том числе право ускоренной амортизации газобаллонных автомобилей (Япония, Германия), обязательное приобретение газобаллонных автомобилей бюджетными организациями при обновлении их подвижного состава (США) и др.

Таким образом, можно отметить, что развитие Автопрома не только рыбок в освоении современных технологий, но и мощный рычаг для улучшения транспортной инфраструктуры в нашей стране.

# ПРАВИЛА ПОДГОТОВКИ СТАТЬИ

## 1. На первой странице:

УДК (Индекс статьи по Универсальной десятичной классификации, <http://teacode.com/online/udc/>);  
авторы (инициалы, фамилия, ученая степень, место работы, страна, город);  
e-mail или телефон для контактов (обязательное требование ВАК);  
название статьи;  
гранты (указываются ссылкой внизу страницы).

## 2. Содержание статьи должно быть структурированным:

начало — реферативное изложение постановки задачи и возможное применение полученных результатов;

основная часть — формализованная постановка задачи, предлагаемый метод ее решения, отличие и преимущество от уже известных, примеры, подтверждающие работоспособность и эффективность предложенного решения;

завершение — обсуждение полученных результатов.

## 3. Обозначения и формулы.

Размерность всех характеристик приводится в системе СИ. Все аббревиатуры, сокращения и обозначения расшифровываются в тексте при первом упоминании.

Латинские буквы набираются курсивом, исключение составляют стандартные математические обозначения, набираемые прямо (обозначения дифференциалов, матриц, тригонометрических функций,  $\max$ ,  $\min$ ,  $\log$ ,  $\sin$  и т. п.), русские и греческие — прямым шрифтом. Формулы (только те, на которые есть ссылки в тексте) нумеруются (порядковый номер в круглых скобках). Надстрочные и подстрочные индексы следует поднимать вверх или опускать вниз (не набирать в строку). Простые формулы и символы с надстрочными и подстрочными индексами выполняются в редакторе Word. Сложные формулы выполняются в программе MathType. Следует избегать многострочных и «многоэтажных» формул, исключать промежуточные расчеты, заменять сложные формулы более простыми, используя условные обозначения.

## 4. Библиографические ссылки.

Список библиографических ссылок набирается в конце статьи в порядке их размещения в тексте, где они указываются в квадратных скобках. При ссылках на книги и сборники указывают фамилию и инициалы авторов, полное название книги (сборника), город, издательство, год, общее число страниц; при ссылке на журнал — фамилию и инициалы авторов, полное название статьи, название журнала, год, номер журнала, страницы статьи (по ГОСТ Р 7.0.5—2008 и ГОСТ 7.1—2003). Если число авторов более четырех, то указывают первых трех со словами «и др.» (после названия за косой чертой). Ссылки на иностранную литературу следует писать на языке оригинала без сокращений. Электронные ресурсы оформляются по ГОСТ 7.0.5—2008.

## 5. Таблицы оформляются на отдельных страницах.

6. *Подписуточные подписи* оформляются на отдельной странице, они должны быть краткими и соответствовать содержанию рисунков.

## 7. Иллюстрации.

Рисунки оформляются отдельно от текста. Принимаются только качественные, хорошо скомпонованные и окончательно выполненные рисунки (редакция не переделывает иллюстрации). Рисунки представляются отдельными файлами в форматах TIFF или JPEG (без сжатия) с разрешением 1200 dpi размером не больше 186 мм. Размер шрифтов надписей в рисунках должен быть соизмерим с размерами шрифта текста (так как рисунок при верстке будет, как правило, уменьшаться по площади, слишком мелкий текст на рисунке не будет читаться).

Чертежи, схемы, графики, алгоритмы должны выполняться с учетом требований ЕСКД. Обязательно соблюдение соотношений толщин линий по ГОСТ 2.303—68. Толщина тонких линий должна учитывать предполагаемое уменьшение рисунка в журнале.

Материалы, не соответствующие данным требованиям, к публикации не принимаются, рукописи не рецензируются и авторам не возвращаются.