ВЕСТНИК машиностроения

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ И ПРОИЗВОДСТВЕННЫЙ ЖУРНАЛ

10
2011

ИЗДАЕТСЯ С НОЯБРЯ 1921 ГОДА

Журнал входит в перечень утвержденных ВАК РФ изданий для публикации трудов соискателей ученых степеней

Журнал переводится на английский язык, переиздается и распространяется во всем мире фирмой "Аллертон Пресс" (США)

ООО «Издательство Машиностроение»
107076, Москва, Стромынский пер., 4

Адрес редакции:
107076, Москва,
Стромынский пер., 4.
Телефон: 8-(499)-748-02-91.
E-mail: vestmash@mashin.ru
www.mashin.ru

Журнал зарегистрирован 19 апреля 2002 г. за № 77-12421 в Комитете Российской Федерации по печати
Учредитель: А.И. Савкин

Индексы: **70120** ("Роспечать"),
27841 ("Пресса России"),
60264 ("Почта России")

Цена свободная

Отпечатано в ООО "Подольская Периодика", 142110, Московская обл., г. Подольск, ул. Кирова, 15

Главный редактор А.И. САВКИН

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Алешин Н.П., д-р техн. наук, акад. РАН, **Братухин А.Г.,** д-р техн. наук, **Воронцов А.Л.,** д-р техн. наук, **Гусейнов А.Г.,** д-р техн. наук, **Дмитриев А.М.,** д-р техн. наук, член-корр. РАН (председатель секции обработки материалов без снятия стружки), **Драгунов Ю.Г.,** д-р техн. наук, член-корр. РАН, **Древаль А.Е.,** д-р техн. наук (председатель секции технологии машиностроения), **Дроздов Ю.Н.,** д-р техн. наук, акад. РИА и РАК (председатель секции конструирования и расчета машин), **Кутин А.А.,** д-р техн. наук, **Омельченко И.Н.,** д-р техн. и экон. наук (председатель секции организации и экономики производства), **Пименов А.Ф.,** д-р техн. наук, **Попов Д.Н.,** д-р техн. наук, **Попов А.В.,** д-р техн. наук, **Рыбин В.В.,** д-р техн. наук, член-корр. РАН, **Салтыков М.А.,** д-р техн. наук, **Трегубов Г.П.,** д-р техн. наук, **Скугаревская Н.В.** (ответственный секретарь)

СОДЕРЖАНИЕ

КОНСТРУИРОВАНИЕ, РАСЧЕТ, ИСПЫТАНИЯ И НАДЕЖНОСТЬ МАШИН

Гордеев Б. А., Ковригин Д. А., Леонтьева А. В. — Синхронизация вращения роторов двух двигателей на упругом основании 3

Благонравов А. А. — Расчёт внешней характеристики механического трансформатора с колебательным движением внутренних звеньев 8

Оленев Е. А. — Метод определения температурного режима паровозной топки 13

Медведев Ю. А., Кузнецов В. П. — Анализ результатов ресурсных испытаний многодвигательных электрогидравлических приводов со случайными вариациями параметров 20

Щетникович К. Г. — Влияние профиля кольцевой канавки на формообразование сферической поверхности шариков при доводке 25

Александров И. К., Несговоров Е. В. — Адаптивная электромеханическая трансмиссия 29

Черников А. В., Пенский О. Г. — Математическая модель заглубления в грунт строительного элемента с платформы на воде 32

Юнусов Ф. С., Юнусов Р. Ф. — Теоретическое исследование движений абразивной массы и детали в вибрирующем контейнере 37

Нахатакян Ф. Г. — Контактные напряжения и деформации цилиндров при перекосе 45

Цикл статей «Проблемы трибологии — трения, изнашивания и смазки»

Дроздов Ю. Н., Осипова Е. П., Пучков В. Н., Макаров В. В., Афанасьев А. В., Гришаков А. В. — Экспериментальное обоснование устойчивости к фреттинг-коррозии твэлов ВВЭР-440 в контакте с дистанционирующими решетками 48

Санинский В. А., Сторчак Н. А., Синьков А. В., Платонова Ю. Н. — Систематизация сочетаний различных форм поверхностей контакта в парах трения 53

Суслов А. Г. — Энергетический подход к технологическому обеспечению износостойкости поверхностей трения деталей машин 56

ТЕХНОЛОГИЯ МАШИНОСТРОЕНИЯ

Кузнецов А. П. — Закономерности теплового поведения металлорежущих станков . 59

Меденков С. А. — Новые марки стали — новые возможности 66

Юркевич В. В. — Влияние теплового смещения оси шпинделя токарного станка на точность обрабатываемых деталей 67

Серия статей «Проблемы теории и практики резания материалов»

Гузеев В. И., Пименов Д. Ю. — Математическое моделирование силы резания при торцевом фрезеровании с учетом износа инструмента 70

Кузин В. В., Мяченков В. И. — Математическая модель напряженно-деформированного состояния керамической режущей пластины 75

ОРГАНИЗАЦИЯ И ЭКОНОМИКА ПРОИЗВОДСТВА

Мочулаев В. Е. — Энергетический подход к формированию показателей технологических систем 81

ТЕХНИЧЕСКАЯ ИНФОРМАЦИЯ

Алиев А. А. — Унификация металлических материалов, применяемых для изготовления однотипных деталей автотракторного электрооборудования . . . 87

CONTENTS

DESIGN, CALCULATION, TESTS AND RELIABILITY OF MACHINES

Gordeev B. A., Kovrigin D. A., Leont'eva A. V. — Synchronizing the rotation of rotors of two electric motors on the elastic foundation

Blagonravov A. A. — Calculation of external characteristics of a mechanical transformer with the vibratory motion of internal links

Olenev E. A. — A method for determining of temperature condition of the locomotive fire box

Medvedev Yu. A., Kuznetsov V. P. — Analysis of the endurance test results of the multi-motor electro-hydraulic drives with random variations in parameters

Shchetnikovich K. G. — Influence of annular groove's profile on the shaping of spherical surface of balls under final dressing

Aleksandrov I. K., Nesgovorov E. V. — Adaptive electromechanical transmission

Chernikov A. V., Pensky O. G. — A mathematical model of deepening into the earth of a building element from a platform on the water

Yunusov F. S., Yunusov R. F. — Theoretical study of the abrasive mass and detail movements in a vibrating container

Nakhatakyan F. G. — Contact stresses and deformations of the cylinders at the skewing

A series of articles «Problems of tribology — friction, wearing away and lubrication»

Drozdov Yu. N., Osipova E. P., Puchkov V. N., Makarov V. V., Afanas'ev A. V., Grishakov A. V. — Experimental ground of the fretting-corrosiori resistance of water-moderated reactor WWER-440 fuel rods in the contact with spacer grids

Saninsky V. A., Storchak N. A., Sinkov A. V., Platonova Yu. N. — Systematization of combinations of different contact surface forms in the friction pairs

Suslov A. G. — An energy approach to the technology assurance the friction surfaces durability of the machine parts

MANUFACTURING ENGINEERING

Kuznetsov A. P. — The regularities of thermal behavior of the machine tools

Medenkov S. A. — New steel grades — new opportunities

Yurkievich V. V. — Effect of thermal displacement of the lathe's spindle axis on the precision of machined parts

A series of articles «Problems of theory and practice of materials cutting»

Guzeev V. I., Pimenov D. Yu. — Mathematical modeling of cutting force in the face milling subject to the tool wear

Kuzin V. V., Myachenkov V. I. — A mathematical model of the stress-strain state of the ceramic cutting plate

ORGANIZATION AND ECONOMICS OF PRODUCTION

Mochulaev V. E. — An energy approach to developing of indicators of technological systems

TECHNICAL INFORMATION

Aliev A. A. — Unification of metallic materials used for production of single-type components of auto-tractor electrical equipment

Художественный редактор *Т. Н. Галицына*
Технический редактор *Т. А. Шацкая*
Корректор *Е. В. Комиссарова*

Сдано в набор 02.08.2011. Подписано в печать 16.09.2011.
Формат 60 × 88 1/8. Бумага офсетная. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 10,78. Уч.-изд. л. 11,69. Заказ 682.

Перепечатка материалов из журнала "Вестник машиностроения" возможна при обязательном письменном согласовании с редакцией журнала; ссылка на журнал при перепечатке обязательна.
За содержание рекламных материалов ответственность несет рекламодатель.

© ООО "Издательство Машиностроение", "Вестник машиностроения", 2011

КОНСТРУИРОВАНИЕ, РАСЧЕТ, ИСПЫТАНИЯ И НАДЕЖНОСТЬ МАШИН

УДК. 621.01:62-752

Б. А. ГОРДЕЕВ, Д. А. КОВРИГИН, доктора технических наук, А. В. ЛЕОНТЬЕВА
(Нижегородский филиал ИМАШ РАН): e-mail: vibro@mts-nn.ru

Синхронизация вращения роторов двух двигателей на упругом основании*

Приведены результаты теоретических и экспериментальных исследований по снижению уровня вибраций и шума с использованием гидравлических опор и потребляемой энергии асинхронных электродвигателей.

Ключевые слова: переходный процесс, синхронизация, вибрация ротора, гидравлическая опора.

The results of theoretical and experimental studies to reduce vibration and noise level with the use of hydraulic bearings and the energy input of induction motors are presented.

Keywords: transient, timing, rotor's vibration, hydraulic bearing.

Явление синхронизации, физически обнаруженное еще во времена Гюйгенса, начинает интенсивно изучаться математически только с середины XX века, параллельно с существенными успехами в радиоэлектронике [1—4]. Фундаментальные результаты исследований по синхронизации согласно качественной теории дифференциальных уравнений и теории бифуркаций [5] доказывают резонансную природу этого явления. В настоящее время многие аспекты этой теории широко используются для решения практических задач в различных областях науки и техники — от микроэлектроники до энергообеспечения [6—8]. Интерес исследователей к теории синхронизации резко возрос в связи с развитием новых технологий, основанных на применении сложных систем с хаотической динамикой, дискретных объектов и систем с временны́м запаздыванием. В таких областях промышленности, как например энергетика и транспорт, рост интереса к изучению синхронизации связан с поиском путей эффективного энергосбережения и повышения надежности силовых агрегатов. Изучение данного вопроса способствует и расширению представлений о синхронизации как об устойчивом когерентном динамическом процессе, возникающем, как правило, вследствие весьма малых, почти незаметных связей между отдельными элементами системы, которые качественно меняют динамическое поведение объекта.

Основное уравнение теории фазовой синхронизации пары осцилляторов имеет вид: $\frac{d\psi}{d\tau} = \Delta + q\sin\psi$, где Δ — фазовая расстройка по частоте (или угловым скоростям), q — глубина модуляции фазы.

Данное простое уравнение имеет общее решение:

$$\psi(\tau) = 2\mathrm{arctg}\left(\frac{1}{\Delta}\left(\mathrm{tg}\left(\frac{\tau}{2}\sqrt{\Delta^2 - q^2} + \frac{C}{2}\sqrt{\Delta^2 - q^2}\right) \times \right.\right.$$
$$\left.\left. \times \sqrt{\Delta^2 - q^2} - q\right)\right), \qquad (1)$$

где C — произвольная постоянная интегрирования.

Из уравнения (1) вытекает условие устойчивой фазовой синхронизации: $\Delta^2 - q^2 < 0$, которое указывает на то, что или фазовая расстройка Δ должна быть малой, или параметр q модуляции должен быть достаточно велик, в противном случае система выйдет из режима синхронизации.

При детальном изучении математической модели классической задачи об устойчивости синхронизации двух роторов на упругом основании выяснилось, что приведенная модель неполна: отсутствует какое-либо описание элемента системы, посредством которого и осуществляется взаимодействие роторов.

* Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Гранта РФФИ № 08-08-970557-Р_Поволжье.

Установлено, что уточненная модель имеет вид:

$$\begin{cases} \dfrac{dA}{d\tau} = (q_2 - \eta)A; \\ \dfrac{d\psi}{d\tau} = \Delta + q\sin\psi + q_1 A^2, \end{cases}$$

где A — переменная, определяющая изменение амплитуды колебаний упругого основания.

Дополнительное уравнение появляется вследствие возникновения фазовой модуляции угловых частот роторов из-за колебаний основания, в результате чего роторы, в свою очередь, вызывают резонансные колебания основания. При изучении уточненной математической модели выяснилось, что для устойчивой синхронизации двух роторов помимо выполнения условия $\Delta^2 - q^2 < 0$ необходимо, чтобы коэффициент q_2 резонансного возбуждения колебаний основания не превышал коэффициента η диссипации энергии, т. е. $q_2 < \eta$. Последнее ограничение существенно изменяет область устойчивости режима синхронизации в диапазоне параметров системы, что подтверждают приведенные в конце статьи примеры расчета.

Уравнения движения

При изучении движения двух двигателей, закрепленных на упругой платформе, математическая модель представляется следующей системой дифференциальных уравнений [6—8]:

$$\left.\begin{aligned} & m\ddot{y} + py - m_1 r_1(\ddot{\varphi}_1\sin\varphi_1 + \dot{\varphi}_1^2\cos\varphi_1) - \\ & - m_2 r_2(\ddot{\varphi}_2\sin\varphi_2 + \dot{\varphi}_2^2\cos\varphi_2) = 0; \\ & I_1\ddot{\varphi}_1 + H_1(\varphi_1, \dot{\varphi}_1) - L_1(\varphi_1, \dot{\varphi}_1) - m_1 r_1\ddot{y}\sin\varphi_1 = 0; \\ & I_2\ddot{\varphi}_2 + H_2(\varphi_2, \dot{\varphi}_2) - L_2(\varphi_2, \dot{\varphi}_2) - m_2 r_2\ddot{y}\sin\varphi_2 = 0. \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

Здесь и далее индекс "1" относится к первому двигателю, "2" — ко второму; m — масса платформы — абсолютно твердого тела с одной степенью свободы, характеризуемого линейным горизонтальным смещением y; p — коэффициент упругости платформы, связанной с неподвижным фундаментом (землей); m_i — массы эксцентриков с эксцентриситетами r_1 (радиусы инерции); I_i — моменты инерции роторов при отсутствии дисбаланса; $L_i(\varphi, \dot{\varphi})$ — движущие моменты; $H_i(\varphi, \dot{\varphi})$ — моменты сил сопротивления вращению роторов.

На платформе установлены два асинхронных двигателя, оси которых перпендикулярны направлению колебаний. Углы φ_i поворота роторов отсчитываются от оси Y против хода часовой стрелки. Допустим, что моментная характеристика каждого двигателя и момент сопротивления имеют простейший линеаризованный вид: $L_i(\varphi_i, \dot{\varphi}_i) = M_i - k_i\dot{\varphi}_i$; $H_i(\varphi_i, \dot{\varphi}_i) = k_i\dot{\varphi}_i$, где M_i и k_i — постоянные соответственно пусковой момент и коэффициент сопротивления двигателя. Если принять простейшую линейную модель моментной статической характеристики двигателей, то в безразмерной форме уравнения (2) будут иметь вид:

$$\left.\begin{aligned} & \ddot{x} + x - \mu\kappa_1(\ddot{\varphi}_1\sin\varphi_1 + \dot{\varphi}_1^2\cos\varphi_1) - \\ & - \mu\kappa_2(\ddot{\varphi}_2\sin\varphi_2 + \dot{\varphi}_2^2\cos\varphi_2) = 0; \\ & \ddot{\varphi}_1 + a_1\dot{\varphi}_1 - b_1 - \mu\kappa_1 c_1\ddot{x}\sin\varphi_1 = 0; \\ & \ddot{\varphi}_2 + a_2\dot{\varphi}_2 - b_2 - \mu\kappa_2 c_2\ddot{x}\sin\varphi_2 = 0, \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

где $\mu = (m_1 + m_2)/m$ — малый параметр задачи; $\kappa_i = m_i/(m_1 + m_2)$; $a_i = \dfrac{k_0 + k_i}{I\omega_0}$; $b_i = \dfrac{M_0}{I\omega_0^2}$, $\mu c_i = I_i/I$ $(i = 1, 2)$.

В уравнениях (3) введены обозначения: I_i — момент инерции эксцентриков; $\omega_0 = \sqrt{p/m}$ — частота колебаний платформы без двигателя; $x = 2y/(r_1 + r_2)$ — новая безразмерная линейная координата, измеряемая в долях радиуса инерции эксцентрика. Дифференцирование в уравнениях (3) (в отличие от системы исходных уравнений) осуществляется по безразмерному временному параметру $\tau' = \omega_0 t$.

Задача в виде системы уравнений (3) допускает исследование методом малого параметра. Для этого систему (3) следует привести к стандартному виду из шести уравнений, разрешенных относительно старшей производной. Промежуточные этапы этой процедуры таковы:

вводим новые переменные y, ϖ, ϖ_2, связанные с исходными искомыми переменными дифференциальными соотношениями: $\dfrac{dx}{dt} = y$; $\dfrac{d\varphi_1}{dt} = \varpi_1$; $\dfrac{d\varphi_2}{dt} = \varpi_2$;

отыскиваем порождающее решение новой линеаризованной подсистемы, полагая, что $\mu = 0$. На основании этого осуществляем замену переменных: $\rho(t) = A(t)$; $\varphi(t) = t + \alpha(t)$; $\varpi_1(t) = \nu_1(t)\exp(-a_1 t)$; $\varpi_2(t) = \nu_2(t)\exp(-a_2 t)$; $\varphi_1(t) = \Omega_1 t + B_1(t)$; $\varphi_2(t) = \Omega_2 t + B_2(t)$, где Ω_1 и Ω_2 — парциальные угловые скорости роторов двигателя; $x(t) = A(\tau)\sin(\varphi(\tau))$; $y(t) = A(\tau)\cos(\varphi(\tau))$. Здесь $A(t)$, $\alpha(t)$, $\nu_1(t)$, $\nu_2(t)$, $B_1(t)$, $B_2(t)$ — шесть новых переменных задачи: $A(t)$, $\alpha(t)$ — амплитуда и фаза колебаний основания соответственно; $\nu_1(t)$, $\nu_2(t)$ — угловые ускорения; $B_1(t)$, $B_2(t)$ — угловые скорости роторов двигателей;

систему уравнений (3) с новыми переменными представляем в эквивалентной стандартной форме, пригодной для дальнейшего анализа (из-за больших размеров не приведена).

Далее решение системы уравнений в стандартной форме отыскивается в виде разложений в ряд по малому параметру μ:

$$\left.\begin{aligned}
A(t) &= A(\tau) + \mu A^{(1)}(t) + \mu^2 A^{(2)}(t) + \ldots;\\
\alpha(t) &= \alpha(\tau) + \mu\alpha^{(1)}(t) + \mu^2\alpha^{(2)}(t) + \ldots;\\
\nu_1(t) &= \nu_1(\tau) + \mu\nu_1^{(1)}(t) + \mu^2\nu_1^{(2)}(t) + \ldots;\\
\nu_2(t) &= \nu_2(\tau) + \mu\nu_2^{(1)}(t) + \mu^2\nu_2^{(2)}(t) + \ldots;\\
B_1(t) &= B_1(\tau) + \mu B_1^{(1)}(t) + \mu^2 B_1^{(2)}(t) + \ldots;\\
B_2(t) &= B_2(\tau) + \mu B_2^{(1)}(t) + \mu^2 B_2^{(2)}(t) + \ldots.
\end{aligned}\right\} \quad (4)$$

В уравнениях (4) ядро разложения зависит от параметра $\tau = \mu^2 t$ — так называемого медленного времени, характеризующего протекание медленных резонансных процессов; переменные с верхним индексом означают малые быстро осциллирующие добавки к основному эволюционному решению.

При изучении стандартной формы системы уравнений (3) прежде всего необходимо выявить резонансные условия. В первом приближении теории возмущений резонанс в системе (3) имеет место, если или $\Omega_1 \approx 1$, или $\Omega_2 \approx 1$, или одновременно $\Omega_2 \approx \Omega_1 \approx 1$. Все три случая требуют отдельного изучения. Нас интересует явление фазовой синхронизации в системе уравнений (3). Этот случай реализуется, в частности, когда $\Omega_2 \approx \Omega_1$, но при этом обе парциальные угловые скорости достаточно далеки от единицы. В этом случае в первом порядке теории возмущений резонанс в системе (3) отсутствует, он появится во втором приближении (ниже этот случай исследован подробно).

Синхронизация. Синхронизм $\Omega_2 \approx \Omega_1 \approx 1$

После подстановки уравнений (4) в стандартную форму уравнений и разделения быстрых и медленных движений в первом порядке по малому параметру μ, получим следующее. В первом приближении медленные стационарные движения ($t \to \infty$) — такие же, как и в порождающем решении: $A = \text{const}$; $\alpha = \text{const}$; $\nu_1 = \text{const}$; $\nu_2 = \text{const}$; $B_1 = \text{const}$; $B_2 = \text{const}$. Это означает, что медленно меняющиеся функции A, α, ν_1, ν_2, B_1, B_2 не зависят в первом приближении ни от физического времени t, ни от медленного времени τ.

Решения для малых нерезонансных поправок таковы:

$$\left.\begin{aligned}
\varpi_i^{(1)}(t) &= \frac{\mu c_i \kappa_i A}{2(a_i^2 + (1+\Omega_i)^2)(a_i^2 + (1-\Omega_i)^2)} \times\\
&\times ((\Omega_i - 1)K_1 \sin(\beta_1) + a_i K_1 \cos(\beta_1)) -\\
&- (1+\Omega_1)\sin(\beta_2) + a_i K_2 \cos(\beta_2); \quad i = 1, 2;\\
\alpha^{(1)}(t) &= -\frac{\mu}{2A}\left(-\frac{\kappa_2\Omega_2^2\cos(\beta_{12})}{\Omega_2 - 1} + \frac{\kappa_1\Omega_1^2\cos(\beta_{21})}{\Omega_1 + 1} +\right.\\
&\left. + \frac{\kappa_2\Omega_2^2\cos(\beta_{22})}{\Omega_1 + 1} + \frac{\kappa_1\Omega_1^2\cos(\beta_{11})}{\Omega_2 - 1}\right);\\
A^{(1)}(t) &= -\frac{\mu}{2}\left(\frac{\kappa_2\Omega_2^2\sin(\beta_{12})}{\Omega_2 - 1} + \frac{\kappa_1\Omega_1^2\sin(\beta_{21})}{\Omega_1 + 1} +\right.\\
&\left. + \frac{\kappa_2\Omega_2^2\sin(\beta_{22})}{\Omega_1 + 1} - \frac{\kappa_1\Omega_1^2\sin(\beta_{11})}{\Omega_2 - 1}\right);\\
B_1^{(1)}(t) &= \frac{\mu c_1 \kappa_1}{2a_1}\left(-\frac{\sin(\beta_{11})}{\Omega_1 - 1} + \frac{\sin(\beta_{22})}{\Omega_2 + 1}\right);\\
B_2^{(1)}(t) &= \frac{\mu c_2 \kappa_2}{2a_2}\left(-\frac{\sin(\beta_{12})}{\Omega_2 - 1} + \frac{\sin(\beta_{21})}{\Omega_1 + 1}\right),
\end{aligned}\right\} \quad (5)$$

где $\beta_1 = (\Omega_i - 1)t + \varphi_i - \alpha - \dfrac{\Omega_i}{a_i}$; $\beta_2 = (\Omega_i + 1)t + \varphi_i + \alpha - \dfrac{\Omega_i}{a_i}$; $K_1 = a_i^2 + (1 + \Omega_i)^2$; $K_2 = a_i^2 + (1 - \Omega_i)^2$; $\beta_{12} = \beta_1$ ($i = 2$); $\beta_{21} = \beta_2$ ($i = 1$); $\beta_{22} = \beta_2$ ($i = 2$); $\beta_{11} = \beta_1$ ($i = 1$).

Решение (5) описывает малое возмущенное движение фундамента с теми же частотами вращения, что и у роторов двигателей, что проявляется в появлении комбинационных частот в выражениях для поправок к амплитуде $A^{(1)}(t)$ и фазе $\alpha^{(1)}(t)$. Поправки к угловым ускорениям и скоростям $\varpi_1^{(1)}(t)$, $\varpi_2^{(1)}(t)$, $B_1^{(1)}(t)$, $B_2^{(1)}(t)$ также содержат аналогичные гармоники малой амплитуды на комбинационных разностных и суммарных частотах.

Таким образом, решение первого приближения построено. Оно пока непригодно для описания эффекта синхронизации, поэтому требуется продолжить вывод уравнений методом малого параметра. Используя решение (5) для подстановки в систему (4), можно получить искомые уравнения второго приближения, описывающие явление синхронизации работы двух двигателей на упругом основании.

После вторичной подстановки модифицированного представления (4) в стандартную форму уравнений и разделения движений на медленные и быстрые, получим следующие эволюционные уравнения:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dA}{d\tau} &= (q_2 - \eta)A; \\ \frac{d\psi}{d\tau} &= \Delta + q\sin\psi + q_1 A^2. \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

Здесь $\Psi(\tau) = \Psi_1(\tau) - \Psi_2(\tau) - \mu^2\Delta\tau$ — новая медленная переменная; $\Delta = \dfrac{\Omega_1 - \Omega_2}{\mu^2}$ — малая расстройка парциальных угловых скоростей; q, q_1, q_2 — коэффициенты:

$$q = \frac{c_1^2\kappa_1^2\Omega_1(\Omega_1^2 + a_1^2 + 3)}{4(1-\Omega_1)^2 + K_{21}K_{11}} + \frac{c_2^2\kappa_2^2\Omega_2(\Omega_2^2 + a_2^2 + 3)}{4(1-\Omega_3)^2 + K_{22}K_{12}};$$

$$q_1 = \frac{\kappa_1\kappa_2}{2}\left[\frac{c_1}{a_1}\left(\frac{\Omega_2^2(\Omega_2^2 - 2)}{1-\Omega_2^2}\right) + \frac{c_2}{a_2}\left(\frac{\Omega_1^2(\Omega_1^2 - 2)}{1-\Omega_1^2}\right)\right];$$

$$q_2 = -\frac{a_1c_1\kappa_1^2(3\Omega_1^2 + a_1^2 + 1)}{4(1-\Omega_1)^2K_{21}K_{11}} - \frac{a_2c_2\kappa_2^2(3\Omega_2^2 + a_2^2 + 1)}{4(1-\Omega_3)^2K_{22}K_{12}},$$

где $K_1 = a_i^2 + (1 + \Omega_i)^2$; $K_2 = a_i^2 + (1 - \Omega_i)^2$; $K_{21} = K_2$ $(i = 1)$; $K_{11} = K_1$ $(i = 1)$; $K_{22} = K_2$ $(i = 2)$, $K_{12} = K_1$ $(i = 2)$.

Уравнения (6) представляют собой обобщение стандартного основного уравнения теории фазовой синхронизации [9]:

$$\frac{d\psi}{d\tau} = \Delta + q\sin\psi. \qquad (7)$$

Формально это уравнение вытекает из обобщенной модели [12], если $\rho = 0$. Уравнение (7) имеет общее решение:

$$\psi(\tau) = 2\mathrm{arctg}\left(\frac{1}{\Delta}\left(\mathrm{tg}\left(\frac{\tau}{2}\sqrt{\Delta^2 - q^2} + \frac{C}{2}\sqrt{\Delta^2 - q^2}\right) \times \right.\right.$$
$$\left.\left. \times \sqrt{\Delta^2 - q^2} - q\right)\right),$$

где C — произвольная постоянная интегрирования.

Из этого решения вытекает условие устойчивой фазовой синхронизации

$$\Delta^2 - q^2 < 0, \qquad (8)$$

которое указывает на то, что для возникновения устойчивого режима синхронизации фазовая расстройка Δ должна быть малой, по сравнению с параметром q фазовой модуляции. При нарушении этого условия система выходит из режима синхронизации.

С другой стороны, уточненная математическая модель (6) показывает, что для устойчивой синхронизации недостаточно выполнения условия (8). Необходимо также, чтобы коэффициент q_2 резонансного возбуждения колебаний основания не превышал коэффициента η диссипации энергии, т. е. $q_2 < \eta$. Последнее ограничение существенно изменяет область устойчивости режима синхронизации в диапазоне параметров системы, что подтверждают приведенные ниже примеры расчета.

Примеры устойчивых и неустойчивых режимов синхронизации

В таблице приведены результаты расчета реализаций устойчивых и неустойчивых режимов синхронизации при отсутствии диссипации энергии в упругом основании, т. е. при $\eta = 0$.

Пример 1 — устойчивый режим синхронизации при малой расстройке по угловым скоростям роторов двигателей $\delta = 0{,}1$.

Пример 2 — неустойчивый режим синхронизации (остальное — как в примере 1), достичь устойчивого режима синхронизации в этом случае можно, добавив демпфирующий элемент с коэффициентом диссипации $\eta \geqslant 0{,}008$.

Пример 3 — устойчивый режим синхронизации при малых различиях в эксцентриках ($\kappa_1 - \kappa_2 = 0{,}2$) и равных угловых скоростях роторов двигателей.

Пример 4 — неустойчивый режим синхронизации при $\kappa_1 - \kappa_2 = 0{,}2$ и малой расстройке по угловым скоростям роторов двигателей ($\delta = 0{,}1$); достичь устойчивого режима синхронизации можно, добавив демпфирующий элемент с коэффициентом диссипации $\eta \geqslant 0{,}009$.

Пример 5 — неустойчивый режим синхронизации при малых различиях в эксцентриках; достичь

Параметры устойчивых и неустойчивых режимов синхронизации вращения роторов двигателей

Пример	μ	c_1	c_2	κ_1	κ_2	a_1	a_2	Ω_1	Ω_2	$\Delta^2 - q_{11}^2$	q_{21}
1	0,1	1	1	0,5	0,5	1	1	0,751	0,75	−0,244	−0,204
2	0,1	1	1	0,5	0,5	1	1	0,251	0,25	−0,072	0,008
3	0,1	1	1	0,6	0,4	1	1	0,25	0,25	−0,075	−0,001
4	0,1	1	1	0,6	0,4	1	1	0,251	0,25	−0,075	0,009
5	0,1	1	1	0,6	0,4	1	1	1,25	1,25	0,239	−0,085
6	0,1	1	1	0,5	0,5	1	1	0,26	0,25	0,998	−0,007

устойчивого режима синхронизации невозможно, даже добавив любой демпфирующий элемент.

Пример 6 — неустойчивый режим синхронизации при разных угловых скоростях; достичь устойчивого режима синхронизации также невозможно.

Для экспериментальной проверки изложенной концепции на вибрационном стенде закрепляли асинхронные электродвигатели с номинальной мощностью 250 Вт, измеряли пусковой ток и время установления номинального режима работы двигателей при различных частотах действующей на них вибрации. Частоту вибростенда изменяли от 10 до 60 Гц с шагом 5 Гц.

Стендовые испытания асинхронных электродвигателей показали: при частоте вибрации 40÷45 Гц потребляемый пусковой ток возрастал до 3 А при номинальном токе, равном 0,95 А. Время установления номинального режима возрастало в 5 раз, что свидетельствует о синхронизации частоты при разгоне электродвигателей. В спектре выходного сигнала появлялась низкочастотная составляющая (1÷3 Гц), что указывает на появление биений, которые обусловлены фазовой рассогласованностью электродвигателей и являются наиболее негативными факторами вибрации для окружающей среды. Наиболее заметно это воздействие в системах на мобильных объектах, оснащенных мощным энергетическим оборудованием, — в наземном и подземном электротранспорте. Синхронизация приводит не только к генерации низкочастотных гармоник, она снижает экономичность и повышает энергозатраты электротранспорта.

При закреплении электродвигателей на платформе с гидроопорами при частотах вибростенда 40÷45 Гц их пусковой ток превышал номинальный не более чем на 50 %. Таким образом, пусковой ток при закреплении электродвигателя на гидроопорах снижается в 4 раза. В работе [10] приведены данные о снижении вибрации электрооборудования электровоза ВЛ-80с при использовании гидроопор.

В переходных режимах работы силовых агрегатов (электродвигателей) возникают процессы синхронизации и "захватывания" частоты, суть которых состоит в том, что несколько объектов, совершающих при отсутствии взаимодействия колебательные или вращательные движения с различными частотами (угловыми скоростями), при наличии даже весьма слабых связей начинают двигаться с одинаковыми или близкими частотами, причем устанавливаются определенные фазовые соотношения между колебаниями и вращениями [8]. Это наблюдалось при исследовании вибрационных полей электровоза на переходных режимах работы электродвигателей.

В работе [11] проанализировано применение гидроопор для гашения вибраций, возбуждаемых силовыми агрегатами электровоза. Средняя виброактивность при использовании гидроопор снижалась на 20 дБ, что соответствует снижению потребляемой мощности при пуске на два порядка.

Выводы

После установления стационарного синхронного вращения роторов двигатели работают практически в режиме холостого хода. При этом большой мощности не требуется [12]. Наиболее ответственный режим работы — пуск, т. е. переход из состояния покоя в режим стационарного вращения. Использование гидроопор для мощных электромеханических установок эффективно по двум причинам: с одной стороны, есть инструмент существенного смягчения последствий ударных переходных нагрузок при пуске двигателей, что способствует сохранности электромеханической системы и экономии электроэнергии; с другой стороны, появляется возможность настройки демпфирующих свойств гидроопоры, что позволяет создать устойчивый режим синхронизации, если это выгодно, или избавиться от него — устранить синхронные движения, создав условия для динамической развязки двигателей.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Appleton E. V.** The automatic synchronization of triode oscillator // Proc. Cambridge Phil. Soc. 1922. V. 21. P. 231—248.
2. **Van der Pol B.** Forced oscillations in a circuit with non-linear resistance // Phil. Mag. 1927. V. 3. P. 64—80.
3. **Андронов А. А., Витт А. А.** К математической теории захватывания // Журнал прикладной Физики. 1930. Т. 7. Вып. 4. С. 3—20.
4. **Андронов А. А., Витт А. А.** Собрание трудов. М.: АН СССР, 1930. С. 70—84.
5. **Арнольд В. И.** Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1978. 304 с.
6. **Блехман И. И.** Синхронизация динамических систем. М.: Наука, 1971. 896 с.
7. **Blekhman I. I., Landa P. S., Rosenblum M. G.** Synchronization and chaotization in interacting dynamical systems // Appl. Mech. Rev. 1995. V. 11. N 1. P. 733—752.
8. **Пиковский А., Розенблюм М., Куртс Ю.** Синхронизация: Фундаментальное нелинейное явление. М.: Техносфера, 2003. 496 с.
9. **Хакен Г.** Синергетика. М.: Мир, 1980. 406 с.
10. **Взаимодействие** силового агрегата мотор-компрессора электровоза с вибрационными полями в переходных режимах / Б. А. Гордеев, В. И. Ерофеев, Д. А. Ковригин и др. / Проблемы машиностроения и надежности машин. 2002. № 4. С. 105—111.
11. **Системы** виброзащиты с использованием инерционности и диссипации реологических сред / Б. А. Гордеев, В. И. Ерофеев, А. В. Синев, О. О. Мугин. М.: Физматлит, 2004. 173 с.
12. **Румянцев С. А., Азаров Е. Б.** Исследование нестационарной динамики вибротранспортирующих машин с помощью математической модели// Транспорт Урала. 2005. № 4 (7). С. 45—51.

УДК 621.83.062.1

А. А. БЛАГОНРАВОВ, д-р техн. наук, заслуженный деятель науки и техники РФ (Курганский ГУ),
e-mail: blagoaa@mail.ru

Расчёт внешней характеристики механического трансформатора с колебательным движением внутренних звеньев

Представлен расчет внешней характеристики механического трансформатора, в котором вращение входного вала преобразуется в регулируемые угловые колебания ведущих частей нескольких механических выпрямителей, работающих со сдвигом по фазе и снабженных торсионными валами, соединяющими их ведомые части с суммирующим редуктором выходного вала. Трансформатор обладает малыми внутренними потерями, бесконечно большим кинематическим и достаточно большим силовым диапазонами.

Ключевые слова: трансформатор, выпрямитель, торсион, крутящий момент, суммирующий редуктор.

Calculation of external characteristic of mechanical transformer is presented, in which the rotation of input shaft is converted into adjustable swinging of leading parts of several mechanical rectifiers, operating with a phase shift and fitted with torsion shafts, connecting their slave units with the summing reducer of output shaft. The transformer is characterized by low internal loss and infinitely large kinematic and sufficiently large force ranges.

Keywords: transformer, rectifier, torsion, torque, summing reducer.

В трансмиссиях транспортных машин для устранения ступенчатости механических коробок передач применяют фрикционные вариаторы, гидромеханические, гидрообъемномеханические и электромеханические передачи. Последние находят все более широкое применение в трансмиссиях гибридных автомобилей. В отличие от электромеханических передач, уже давно применяемых в трансмиссиях самосвалов особо большой грузоподъемности и многоприводных машин специального назначения, в новых гибридах используются тяговые электродвигатели не постоянного, а переменного тока. Асинхронный электродвигатель с короткозамкнутым ротором не имеет коллектора, т. е. нет необходимости его технического обслуживания. Преобразование энергии осуществляется следующим образом: механическая энергия, вырабатываемая двигателем внутреннего сгорания (ДВС), с помощью электрогенератора преобразуется в энергию переменного тока; эта энергия преобразуется в энергию постоянного тока и подается на инвертор, который снова преобразует ее в энергию переменного тока, но с регулируемой частотой; с помощью тягового электродвигателя эта энергия преобразуется в механическую энергию привода ведущих колес.

Преобразование энергии, но без изменения ее вида, может осуществляться и в чисто механических системах: вращение вала ДВС с помощью нескольких, например пяти, шарнирно-рычажных четырехзвенников, имеющих общий кривошип и работающих со сдвигом по фазе, преобразуется в угловые колебания их коромысел; эти колебания с помощью механических выпрямителей, обеспечивающих кинематическое условие $\omega_1 \leqslant \omega_2$, где ω_1 и ω_2 — угловые скорости на входе и выходе, преобразуются во вращение одного направления; с помощью торсионов, соединяющих ведомые части выпрямителей с периферийными шестернями суммирующего редуктора, это вращение передается на выходной вал. Торсионы аналогично электроконденсаторам растягивают импульсы момента по времени, обеспечивая их перекрытие и непрерывность момента на ведомом валу. Здесь суммирующий редуктор выполняет роль тягового электродвигателя гибридной схемы, но для управления потоком мощности нужно изменять не частоту, а амплитуду колебаний. Это осуществляется регулированием радиуса общего кривошипа от 0 до максимального значения.

В работе [1] аналитически доказано, что преобразование вращательного движения в колебательное необходимо в бесступенчатой механической передаче для обеспечения голономных связей, исключающих кинематическое скольжение в контакте, обязательное для фрикционных вариаторов, и для передачи крутящего момента нормальными к рабочим поверхностям силами, а не силами трения, как во фрикционных вариаторах, в которых реализуются неголономные связи. Там же была поставлена и в первом приближении решена задача создания надежных механических выпрямителей, заменивших известные механизмы свободного хода (МСХ), например роликовые, которые надежно работают в качестве обгонных муфт, но не способны выполнять функции механического выпрямителя при высокой частоте колебаний и больших нагрузках. Окончательное решение этой задачи представлено в работе [2]. Одним из важных критериев совершенства механической передачи может служить величина, обратная отношению внутренних сил, создающих контактные напряжения, к полезным силам, создающим передаваемый крутящий момент. В выпрямителях осевого исполнения с дополнительными рабочими поверхностями по срав-

нению с роликовыми МСХ это отношение удалось уменьшить в 10 раз. Удачная конструкция такого выпрямителя представлена в работе [3], а результаты экспериментальных исследований — в работах [2, 4, 5].

В работе [2] подробно исследована динамика передачи при наличии на выходе выпрямителя упругого звена — торсионного вала. Наличие колебаний вызывает появление инерционных нагрузок, но эти нагрузки действуют в противофазе к нагрузкам, создающим передаваемый момент, что способствует уменьшению максимальной нагруженности кинематических пар.

В работе [2] рассматривалась передача с преобразователем, самопроизвольно изменяющим амплитуду колебаний под действием центробежных сил на свободно разворачивающиеся массивные эксцентрики. Такое решение оказалось не лучшим. Новое техническое решение, позволяющее принудительно регулировать радиус центрального кривошипа, представлено в работе [6]. Особенности схемы нового преобразователя и нагруженность его звеньев рассмотрены в работе [7]. Там же приведены рекомендуемые относительные параметры звеньев для различных крутящих моментов ДВС.

В работе [2] представлен графоаналитический метод приближенного определения параметров регулирования, позволяющий получить на части кинематического диапазона гиперболическую зависимость момента на ведомом валу от передаточного отношения. Этот метод был использован при определении тяговой [6] и внешней [8] характеристик при оценке топливной экономичности. При этом в области гиперболической зависимости параметры регулирования определяли приближенно, а на остальной части диапазона приближенно определяли и параметры регулирования, и параметры самой характеристики.

Для проектирования трансмиссии большой мощности в конструкторском бюро требуется более точный и однозначный вычислительный способ расчета. Разработка такого способа и является целью настоящей статьи.

По аналогии с характеристикой гидротрансформатора внешней характеристикой механического трансформатора будем считать зависимости коэффициентов k_1 и k_2 моментов на ведущем и ведомом валах трансформатора от передаточного отношения $i = n_2/n_1$, где n_2 и n_1 — частоты вращения ведомого и ведущего валов соответственно. Использование передаточного отношения i вместо передаточного числа $u = n_1/n_2$ позволяет рассматривать изменение аргумента от 0 до 1,0. Кинематическую характеристику постоянного редуктора тоже будем определять передаточным отношением. Для ускоряющего редуктора $i_р > 1$. Искомые характеристики определяются зависимостями: $k_1 = M_i(i)/M_{1N}$; $k_2 = M_2(i)/M_{1N}$, где M_1 и M_2 — крутящие моменты

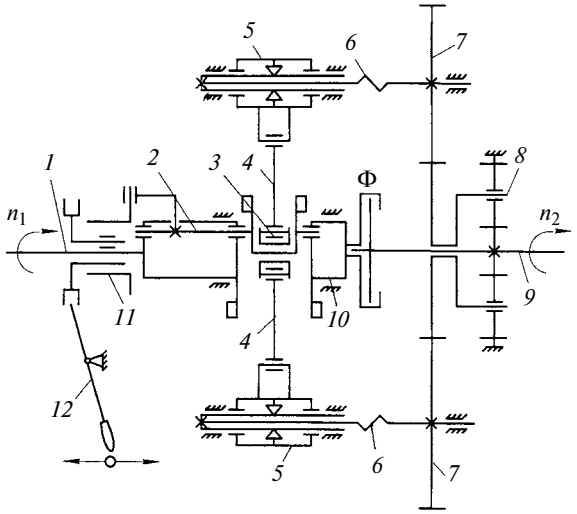


Рис. 1. Кинематическая схема механического трансформатора

на ведущем и ведомом валах трансформатора соответственно, а M_{1N} — момент, подводимый к ведущему валу от ДВС на режиме полной мощности.

Кинематическая схема механического трансформатора представлена на рис. 1. Ведущий вал трансформатора имеет переднюю *1* и хвостовую *10* части. Внутри ведущего вала параллельно его оси с эксцентриситетом *e* установлен с возможностью поворота на 180° кривошипный вал *2*, радиус кривошипа которого равен эксцентриситету. На нем закреплен поворотный рычаг, проходящий через боковую щель в передней части ведущего вала. Ведущий и кривошипный валы снабжены уравновешивающими противовесами. Кривошипная головка *3* соединена прицепными шатунами *4* с коромыслами ведущих элементов выпрямителей *5*. Ведомые элементы последних с помощью торсионных валов *6* соединены с периферийными зубчатыми колесами *7* суммирующего редуктора, центральное зубчатое колесо которого через планетарный механизм *8* соединено с ведомым валом *9*. С помощью дифференциального винтового механизма *11* и рычага управления *12*, имеющего гидро- или электропривод, кривошипный вал *2* имеет возможность поворачиваться на 180° и изменять рабочий радиус *r* кривошипа от 0 до 2*e*. Включение фрикциона Ф обеспечивает прямую передачу. При этом рабочий радиус кривошипа может быть равен 0. Максимальное передаточное отношение четырехзвенника r_{max}/l, где l — размер коромысла, значительно меньше единицы. На основании опытных данных рекомендуется принимать $l = 0{,}3$. Тогда, для того чтобы максимальное передаточное отношение механического трансформатора было равно единице и соответствовало включению прямой передачи подобно блокировке комплексного гидротрансформатора, передаточное отношение $i_р$ редукторной части, включающей суммирующий

редуктор и планетарный механизм, должно составлять $i_р = 1/0,3$. Ведущий и ведомый валы трансформатора так же, как в автомобильных коробках передач вращаются по часовой стрелке.

Расчеты, выполненные при подготовке работы [7], показали, что хотя при $r/l \leqslant 0,3$ кинематика четырехзвенника и дает небольшой сдвиг фазовых углов включения и выключения выпрямителя по сравнению с гармоническим циклом, но максимальные и средние значения углов закрутки торсиона мало отличаются от их значений при гармоническом цикле. Это позволяет использовать при расчете зависимости, представленные в работе [2], для гармонического цикла. Тогда амплитуда гармонических колебаний $\varphi_0 = r/l$, а передаточное отношение трансформатора определяется формулой

$$i = \varphi_0 i_т i_р, \qquad (1)$$

где $i_т$ — внутреннее передаточное отношение, равное отношению постоянной за цикл угловой скорости зубчатого колеса *7* к максимальной за цикл угловой скорости коромысла выпрямителя. При отсутствии нагрузки угол закрутки торсиона $\varphi_т = 0$ в течение всего цикла. Выпрямитель работает в режиме свободного хода, угловая скорость его ведущих частей только в одной точке цикла достигает значения угловой скорости зубчатого колеса *7*; внутреннее передаточное отношение $i_т = 1$. При увеличении нагрузки угловая скорость зубчатого колеса *7* снижается. В цикле появляется фаза включенного состояния выпрямителя, а фаза свободного хода уменьшается. Появляется угол $\varphi_т$ закрутки торсиона, среднее значение которого за цикл соответствует среднему значению нагрузки на зубчатом колесе *7*, передаточное отношение $i_т$ уменьшается. При полной остановке зубчатого колеса *7* (стоповый режим) фаза включенного выпрямителя равна 2π, максимальный угол закрутки $\varphi_{т\,max} = 2\varphi_0$, средний $\varphi_{т.ср} = \varphi_0$. При этом $i_т = 0$.

В работе [2] показано, что средний за цикл угол закрутки торсиона определяется зависимостью

$$\varphi_{т.ср} = \varphi_0(b_1 + b_2 i_т + b_3 i_т^2 + b_4 i_т^3 + b_5 i_т^4), \qquad (2)$$

где $b_1 = 1,0$; $b_2 = -2,657$; $b_3 = 2,921$; $b_4 = -1,929$; $b_5 = 0,665$.

Максимальный в цикле угол закрутки определяется формулой

$$\varphi_{т\,max} = 2\varphi_0 F(i_т), \qquad (3)$$

где

$$F(i_т) = \sqrt{1 - i_т^2} - i_т(90^\circ - \arcsin i_т)/57,3.$$

При проектировании необходимо выбрать максимальный допустимый угол закрутки торсионов. Для того чтобы отношение длины торсиона к его диаметру было конструктивно приемлемым, целесообразно принять $\varphi_{т\,max} = 0,2$ рад. Тогда из формулы (3) получим:

$$\varphi_0 = 0,1/F(i_т). \qquad (4)$$

Таким значением система управления должна ограничивать угол φ_0, изменяя радиус кривошипа. Для того чтобы аргументом этой функции был легко измеряемый параметр i, выполняем следующие расчеты: последовательно задавая различные значения $i_т$, по формуле (4) получим значения $\varphi_0(i_т)$; подставив эти значения в формулу (1), при тех же значениях $i_т$ получим значения $i(i_т)$ при необходимых значениях φ_0; по этим двум зависимостям численным методом определим функцию $\varphi_0(i)$, которая может быть достаточно точно аппроксимирована линейной зависимостью

$$\varphi_0 = 0,1 + 0,4i. \qquad (5)$$

Так как максимальное значение $\varphi_0 = 0,3$, то допускаемое системой управления значение φ_0 при изменении i от 0 до 0,5 изменяется линейно от 0,1 до 0,3 и остается постоянным при $i > 0,5$.

Итак, система управления вводит ограничение функции $k_2(i)$ по условию $\varphi_т \leqslant \varphi_{т\,max}$ при $i < 0,5$, но величина этого ограничения пока остается неизвестной.

Несмотря на то, что при $i \in 0 \div 0,5$ максимальный угол закрутки в цикле остается постоянным, среднее значение угла закрутки, определяющее передаваемый момент, изменяется в соответствии с формулой (2) и при $i = 0$ оно значительно больше, чем при $i = 0,5$.

Идеальной характеристикой трансформатора была бы гипербола $k_2(i) = 1/i$. Но при $i < 0,5$ слева она ограничивается системой управления по условию $\varphi_т \leqslant \varphi_{т\,max}$, а справа — функцией (2), которая при $i_т \to 1$ стремится к нулю. Обозначим передаточное отношение при левом ограничении i_b, при правом — i_c. Величина i_c должна быть достаточно большой для того, чтобы можно было переключиться на прямую передачу. Уменьшение i_b дает увеличение $k_2(i_b) = 1/i_b$. Но чем больше k_2 при одном и том же моменте M_{1N}, тем больше требующийся по условиям прочности диаметр торсионов, больше их длина при том же $\varphi_{т\,max}$ и габаритные размеры трансформатора. Разработки конструкции трансформатора при $M_{1N} = 1000$ Н·м показали, что можно получить достаточно компактную модель, задав значение i, при котором максимальный момент торсиона достигнет заданного значения, равного 0,3. При этом получится не очень большое значение $k_2(i = i_b) = 3,33$, однако следует учитывать, что $k_2(i)$ еще существенно увеличится при уменьшении i от 0,3 до 0.

Выбор i_b определяет угловую жесткость $c_т$ торсионов, так как при пяти торсионах момент на ведомом валу при $i = i_b$ составит:

$$M_2(i = i_b) = M_{1N}k_2(i = i_b) = c_т\varphi_{т.ср}(i = i_b)5/i_р, \quad (6)$$

где $\varphi_{т.ср}(i = i_b)$ определяется формулой (2), в которой φ_0 находим по зависимости (5), а $i_т$ в соответствии с формулой (1) по выражению

$$i_т = i/\varphi_0 i_р. \quad (7)$$

Учитывая, что $k_2(i = i_b) = 1/i_b$, на основании выражения (6) получим:

$$c_т = M_{1N}i_р/[i_b\varphi_{т.ср}(i = i_b)5]. \quad (8)$$

При любом значении i момент на ведомом валу

$$M_2(i) = c_т\varphi_{т.ср}(i)5/i_р = k_2(i)M_{1N}.$$

Тогда с учетом формулы (8) получим:

$$k_2(i) = \varphi_{т.ср}(i)/[i_b\varphi_{т.ср}(i = i_b)]. \quad (9)$$

Для расчета характеристики $k_2(i)$ последовательно задаем $i \in 0 \div 1{,}0$; для каждого значения i_j по формуле (5), но с ограничением $\varphi_0 \leqslant 0{,}3$ определяем φ_{0j}; по формуле (7) определяем $i_{тj}$; по формуле (2) — $\varphi_{т.ср j}$; по формуле (9) — k_{2j}. По полученным значениям строим график $k_2(i)$ (рис. 2). Он имеет ветви: ab' и $b'e'$. При $i < 0{,}5$ (ветвь ab') с увеличением i от 0 до 0,5 увеличивается $i_т$ в соответствии с формулой (7) и уменьшается многочлен в формуле (2), но увеличение φ_0 в соответствии с равенством (5) снижает интенсивность уменьшения $\varphi_{т.ср}$. При $i > 0{,}5$ (ветвь $b'e'$) не происходит увеличения φ_0 и интенсивность снижения $\varphi_{т.ср}$, а следовательно, и $k_2(i)$ резко увеличивается.

Зависимость, проходящая через точки $ab'e'$, определяет возможности трансформатора по передаче момента на ведомый вал. Аналогичные возможности двигателя определяются гиперболой $k_2(i) = 1/i$, соответствующей полной мощности и проходящей через точку e. Эта гипербола пересекает зависимость $ab'e'$ в точках b и c. Для того чтобы не перегружать двигатель на участке $i \in i_b \div i_c$, следует регулировать φ_0 не по зависимости (5), соответствующей прямой *1* на рис. 2, а по зависимости

$$\varphi_0 = 0{,}15 + 0{,}23i,$$

соответствующей прямой *3* на рис. 2.

При $i > i_c$ коэффициент момента $k_2(i)$ интенсивно уменьшается. Поэтому в точке d следует переключиться на режим прямой передачи, используя внешнюю характеристику двигателя (линия de). После переключения на прямую передачу i определяет уже не передаточное отношение трансформатора, которое теперь равно единице, а отношение n/n_N, где n — частота вращения вала ДВС; n_N — частота вращения при максимальной мощности. То, что $k_2(i > i_d) > 1$, определяется не преобразующими свойствами трансформатора, а приспособляемостью двигателя.

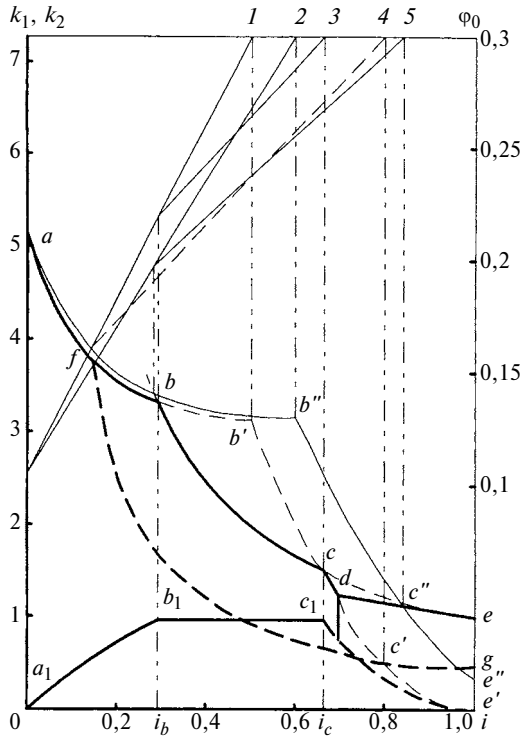


Рис. 2. Внешняя характеристика механического трансформатора

Определим относительный момент на ведущем валу трансформатора, т. е. момент $k_1(i)$, нагружающий двигатель.

Внутренние потери в трансформаторе достаточно малы. Потери в суммирующем редукторе и планетарном механизме могут составить 4 %. В работе [2] было показано, что в механическом выпрямителе с винтовыми рабочими поверхностями благодаря упругой деформации при нагружении и связанным с этим относительным перемещением, возникают гистерезисные потери в цикле нагружение—разгружение. Эти потери могут составить до 2 %. Но в выпрямителях с промежуточными шариками [2, 3] они отсутствуют. Потери в выпрямителях при свободном ходе пропорциональны передаточному отношению и при $i = 1$ составляют менее 2 %. Потери в роликовых игольчатых подшипниках преобразователя не должны превышать 1,5÷2,0 %. Указанные потери могут быть учтены при проектировании трансформатора для конкретной транспортной машины, но в настоящей статье ими можно пренебречь. Тогда

$$k_1(i) = ik_2(i). \quad (10)$$

При ограничении гиперболой характеристики $k_2(i)$ на участке bc (см. рис. 2) характеристика $k_1(i)$ проходит через точки $a_1b_1c_1e'$. На участке b_1c_1 $k_1(i) = 1$ и момент, нагружающий двигатель, равен моменту M_{1N} при максимальной мощности. При

уменьшении i от i_b до $i = 0$ этот момент в соответствии с равенством (10) уменьшается до нуля. Это происходит потому, что работа, затраченная на закрутку каждого торсиона, возвращается на ведущий вал при раскрутке этого торсиона. Поэтому на стоповом режиме ($i = 0$) момент на ведущем валу определяется только механическими потерями в подшипниках нагруженного преобразователя.

При $i > i_c$ $k_1(i) < 1$, но после переключения в точке d на режим прямой передачи $k_1(i) = k_2(i)$ и эти коэффициенты определяются внешней характеристикой двигателя на участке de. При этом коэффициент использования мощности $k_N = ik_1(i) < 1$. Наименьшее значение k_N реализуется при $i = i_d$. Величина i_d соответствует шагу передаточного отношения между высшей и предыдущей передачами в многоступенчатой коробке передач. Для магистральных грузовиков, вероятность движения которых на высшей передаче велика, это отношение больше 0,7. На быстроходных гусеничных машинах высшая передача используется реже и величина i_d может быть такой, как на рис. 2. Но полученное значение $k_{2\max} = 5{,}26$ для гусеничных машин недостаточно, а так как передача заднего хода необходима, то вместе с реверсом можно выполнить и замедленную передачу переднего хода, увеличивающую до нужного значения максимальный коэффициент трансформации трансмиссии. Этого можно достичь, применив вместо простого планетарного ряда двойной дифференциал, как это было показано в работе [10].

Характеристика, представленная на рис. 2 кривой *abcde*, получена при весьма жестких компоновочных ограничениях. Радиус окружности расположения центров выпрямителей составлял 165 мм. Если бы ограничения были менее жесткими, диапазон работы трансформатора на режиме полной мощности можно было бы существенно расширить. Допустим, что момент M_{1N} уменьшен вдвое. Тогда гипербола постоянной мощности определялась бы кривой *fg* (штриховая линия), а масштаб m_k коэффициентов моментов увеличился в 2 раза. При этом регулирование φ_0 при $i > i_f$ следует осуществлять по зависимости, близкой к прямой *4* (см. рис. 2). Тогда максимальный коэффициент момента на ведомом валу будет 10,52. Такой силовой диапазон с учетом бесконечно большого кинематического диапазона достаточен для любой транспортной машины. Новое положение точки c', соответствующей точке c прежней характеристики, дает возможность получить более высокий коэффициент использования мощности при движении на прямой передаче. Для того чтобы не уменьшая момента M_{1N}, получить характеристику $k_2(i)$, соответствующую кривой *afc'g* на рис. 2, но с удвоенным масштабом m_k, при проектировании размеры всех деталей трансформатора необходимо увеличить в $\sqrt[3]{2}$ раз. При этом габаритный объем увеличится в 2 раза. Это объясняется тем, что диаметр торсиона пропорционален корню кубическому из расчетного момента.

По силовому диапазону характеристику, проходящую по точкам *abcde* с масштабом $m_k = 1$, можно считать минимально необходимой, а по точкам *afc'g* при $m_k = 2$ — максимально достаточной. Пропорционально изменяя размеры деталей, можно проектировать конструктивно подобные трансформаторы с масштабом коэффициента моментов $1 < m_k < 2$. При этом угол φ_0 на гиперболическом участке характеристики следует регулировать по зависимости, которую можно представить линией, соединяющей точки, абсциссы которых определяются i_b и i_c, а ординаты — формулой (5) с ограничением $\varphi_0 \leqslant 0{,}3$.

Для транспортных средств с высокой удельной мощностью (легковые автомобили, микроавтобусы) силовой диапазон "минимально необходимой" характеристики может быть вполне достаточным, но i_c — слишком малой. Это можно исправить. Сохраним прежнее значение $k_{2\max} = 5{,}26$, но увеличим в 1,2 раза $i_\text{р}$, задав $i_\text{р} = 4$. Теперь характеристику определяет выбор не значения i_b, а значения $k_{2\max}$. Поэтому знаменатель формулы (9) хотя и сохраняет свое прежнее значение, но определяется как

$$\mu = \varphi_{\text{т.ср}}(i = 0)/k_2(i = 0).$$

Выполняя такие же вычисления, как при определении зависимости (5), но с учетом нового значения $i_\text{р} = 4$, получим зависимость $\varphi_0(i)$, которая может быть аппроксимирована линейной зависимостью $\varphi_0 = 0{,}1 + 0{,}333i$ (прямая *2* на рис. 2). Выполняя расчеты в том же порядке, что изложен выше, получим характеристику $k_2(i)$, определяемую возможностями трансформатора и состоящую из двух ветвей: *ab"* и *b"e"*. Пересечение ветви *b"e"* с гиперболой постоянной мощности (точка *c"*) происходит при $i > 0{,}8$, что и требовалось получить. Величину φ_0 на режиме постоянной мощности следует регулировать по зависимости, близкой к прямой *5* (см. рис. 2).

Следует иметь в виду, что в соответствии с формулой (8) увеличение $i_\text{р}$ в 1,2 раза вызывает такое же увеличение жесткости $c_\text{т}$ и требует увеличения размеров деталей в $\sqrt[3]{1{,}2}$ раза (на 6 %).

Разработанная методика расчета внешней характеристики механического трансформатора пригодна для использования в конструкторских бюро при выполнении плановых опытно-конструкторских работ. Показано, как можно корректировать характеристику в соответствии с требованиями, предъявляемыми к проектируемому транспортному средству. Поэтому такой трансформатор может применяться в трансмиссии любого транспортного средства. Он обладает малыми внутренними поте-

рями, бесконечно большим кинематическим и достаточно большим силовым диапазонами. На основе механического трансформатора может быть выполнен механический аналог гибридной силовой установки, в котором аккумулятором энергии при торможении является маховик. В работе [11] показано, что масса маховика может составлять всего 1 % массы транспортного средства. Это намного меньше относительной массы никель-металлгидридных аккумуляторов в автомобиле с гибридной силовой установкой.

Главным преимуществом гибридного автомобиля считается снижение расхода топлива и связанное с этим уменьшение выбросов вредных веществ в окружающую среду благодаря тому, что при замедлении кинетическая энергия автомобиля направляется в аккумулятор и может быть использована при последующем ускорении. Но на самом деле КПД электрического аккумулятора — отношение энергии, получаемой при разрядке, к энергии, затраченной при зарядке, — около 50 %. И это не должно удивлять, так как связано с двойным преобразованием энергии: электрической в химическую и обратно. Кроме того, следует учитывать и КПД электрических цепей зарядки и разрядки. Поэтому можно рекуперировать не больше четверти той кинетической энергии, которая оказывается лишней при замедлении. Следовательно, уменьшение расхода топлива и токсичных отработавших газов будет незначительным. По-другому обстоит дело при механическом аналоге, где указанные выше потери отсутствуют. Поэтому широкую рекламу гибридных автомобилей можно считать уместной, но только применительно к механическим аналогам.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Благонравов А. А.** Механические бесступенчатые передачи нефрикционного типа. М.: Машиностроение, 1977. 143 с.
2. **Благонравов А. А.** Механические бесступенчатые передачи. Екатеринбург: УрО РАН, 2005. 202 с.
3. **Благонравов А. А., Ревняков Е. Н.** Механизм свободного хода импульсных бесступенчатых передач // Автомобильная промышленность. 2008. № 6. С. 16, 17.
4. **Благонравов А. А., Ревняков Е. Н., Воронцов А. А.** Динамика включения механизмов свободного хода импульсной бесступенчатой передачи // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2006. № 1. С. 10—14.
5. **Ревняков Е. Н., Воронцов А. А., Вязников М. В.** Уточнение расчета внешней характеристики механической импульсной бесступенчатой передачи // Вестник машиностроения. 2007. № 10. С. 9—12.
6. **Благонравов А. А., Ревняков Е. Н.** Механическая бесступенчатая передача для трактора-погрузчика // Тракторы и сельскохозяйственные машины. 2008. № 1. С. 29—32.
7. **Благонравов А. А., Терешин А. В.** Преобразователь для механических бесступенчатых передач транспортных и тяговых машин // Тракторы и сельскохозяйственные машины. 2010. № 2. С. 12—15.
8. **Благонравов А. А., Юркевич А. В.** Оценка топливной экономичности трактора-погрузчика с механической бесступенчатой передачей // Механика машин, механизмов и материалов. 2009. № 1 (6). С. 16—20.
9. **Благонравов А. А., Ревняков Е. Н.** Управление механической бесступенчатой передачей // Тракторы и сельскохозяйственные машины. 2009. № 9. С. 30—32.
10. **Благонравов А. А., Ревняков Е. Н.** Механическая бесступенчатая двухдиапазонная передача // Автомобильная промышленность. 2007. № 11. С. 14—16.
11. **Благонравов А. А., Юркевич А. В.** Сохранение энергии при торможении городского транспортного средства // Механика машин, механизмов и материалов. 2009. № 4 (9). С. 23—27.

УДК [629.422.3:621.18].001.573

Е. А. ОЛЕНЕВ, д-р техн. наук, заслуженный изобретатель РФ (Владимирский ГУ), e-mail: olenevea@mail.ru

Метод определения температурного режима паровозной топки

Предложен аналитический метод определения температур горения и газового потока в любой точке топки, а также других характеристик топочного процесса.

Ключевые слова: твердое топливо, теплота, теплопередача, топка, расчет температурного режима.

An analytical method for determining the temperatures of combustion and gas flow at any point of the furnace, as well as other characteristics of the furnace process is proposed.

Keywords: solid fuel, heat, heat transfer, furnace, calculating of the temperature condition.

В настоящее время актуальны задачи эффективного использования твердого топлива в энергетике и на транспорте. Железнодорожный транспорт работает преимущественно на электроэнергии и дизельном топливе, а такое доступное и относительно дешевое топливо, как каменный уголь, остается невостребованным, если не считать его использования на ТЭЦ, вырабатывающих электроэнергию для электровозов. Замена в конце 1950 — начале 1960 годов паровозов электровозами и тепловозами привела к удорожанию перевозок на железнодорожном транспорте. Стоимость перевозок по железным дорогам будет и далее расти из-за постоянного удорожания электроэнергии и нефтепродуктов, что делает железнодорожный транспорт неэффективным и снижает грузопассажирский оборот. Кроме того, продукты сгорания дизельного топлива загрязняют окружающую среду. Их отработавшие газы содержат до 97 % токсичных веществ.

Применяя новые технологии при сжигании твердого топлива и совершенствуя конструкцию паровоза, можно получить экологически чистый транспорт XXI века [1]. Не рассматривая вопросы повышения КПД паровоза и устранения других его недостатков, исследуем работу наиболее ответственной части паровозного котла — топки.

При эксплуатации старых паровозов локомотивная бригада много сил и времени затрачивала на техническое обслуживание котла. Для совершенствования паровоза необходима система автоматического управления тепловым процессом, позволяющая автоматизировать все операции (в том числе и контроль), связанные с отоплением и получением пара. Для этого в первую очередь необходимо знать температуры, создаваемые в топке, и количество теплоты, уносимой газами в трубную часть котла и передаваемой воде через стенки топки излучением и конвекцией (в результате теплообмена).

В работе [2] дан приближенный (графоаналитический) простой метод определения температурного режима топки паровоза, который имеет ряд недостатков, поскольку содержит элемент субъективности при определении зависимостей и требует, как правило, нескольких вариантов расчета, из которых выбирают наиболее подходящий. Необходимость построения графиков для последующего определения температур в топке затрудняет прогнозирование и автоматическое управление топочным процессом в реальном времени. С целью устранения указанных недостатков был разработан метод, который можно применять при моделировании процессов в паровозной и других топках.

Система уравнений теплового процесса и теплопередачи в топке

Температурный режим топки характеризуется рядом зависимостей (семейством кривых) (рис. 1). Прямая *cd* соответствует теоретической температуре t_0 горения, получаемой из уравнения теплоты при полном сгорании топлива. Кривая t_{1x} (т. е. *ae*) изменения действительной температуры t_1 показывает скорость догорания выделившихся из топлива летучих веществ. Кривой *af* соответствуют температуры t^*, устанавливающиеся в результате отдачи теплоты излучением. Кривая t_{2x} (*ag*) отражает закон изменения действительной температуры t_2 в топке.

Разности ординат точек прямой *cd* и кривой *ae* соответствуют уменьшениям температур, обусловленным потерями при горении; разности ординат точек кривых *ae* и *af* соответствуют уменьшениям температуры в результате теплообмена излучением, а разности ординат точек *af* и *ag* — в результате конвективного теплообмена.

В работе [2] приведены уравнения теплоты и теплопередачи, применяемые при исследованиях температурного режима паровозного котла. Уравнение

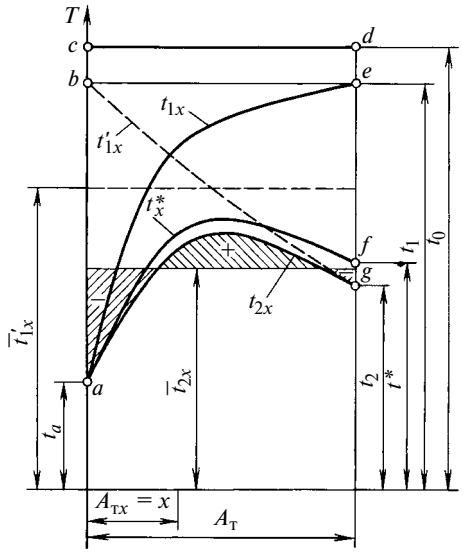


Рис. 1. Кривые, характеризующие температурный режим работы топки

теплоты представляет собой зависимость между температурой газового потока в сечении газохода и количеством теплоты Q, которое проходит через данное сечение:

$$Q = Mt + Nt^2. \qquad (1)$$

Здесь $M = \mu B_h G_b c$, $N = \mu B_h G_b \delta$ — коэффициенты, где

$$G_b c = 0{,}55\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{CO_2 + CO}} + 2{,}1 \cdot 10^{-3}\mathrm{C} + 4{,}06 \cdot 10^{-2}\mathrm{H} + 4{,}5 \cdot 10^{-3}\mathrm{W};$$

$$G_b \delta = 4{,}45 \cdot 10^{-5}\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{CO_2 + CO}} + 1{,}3 \cdot 10^{-6}\mathrm{C} + 4{,}4 \cdot 10^{-6}\mathrm{H} + 5 \cdot 10^{-7}\mathrm{W}$$

(C, H, W — содержание соответственно углерода, водорода и воды в топливе; CO, CO_2 — содержание соответственно оксида углерода и углекислого газа в продуктах сгорания); μ — коэффициент механической полноты сгорания топлива; B_h — количество расходуемого в час топлива.

Уравнение теплопередачи — зависимость между температурой газового потока в сечении газохода и теплотой, полученной омываемой газами поверхностью до этого сечения:

$$(M + 2Nt_{\text{в}})\ln\frac{t_{\text{н}} - t_{\text{в}}}{t_{\text{к}} - t_{\text{в}}} + 2N(t_{\text{н}} - t_{\text{к}}) = kA, \qquad (2)$$

где $t_{\text{н}}$, $t_{\text{к}}$ — температуры газов в начале и конце участка; $t_{\text{в}}$ — температура воды в котле; k — коэффициент теплопередачи нагреваемой поверхности; A — площадь поверхности, омываемой газами.

Если известны начальная и конечная температуры газов и площадь нагреваемой поверхности, то из уравнения (2) можно определить коэффициент

теплопередачи, и следовательно, определить температуру газов в любом промежуточном сечении.

Допустим, что известны: марка угля, состав продуктов сгорания, характеристики топки. Требуется найти в любой точке топки температуру горения t_{1x}, действительную температуру t_{2x} газов, химическую неполноту сгорания Q'_{2x} топлива и количество теплоты, передаваемой газами при конвективном и лучистом теплообменах.

Запишем уравнение теплопередачи для топки паровоза:

$$(M + 2Nt_{\text{в}})\ln\frac{t_1 - t_{\text{в}}}{t'_{1x} - t_{\text{в}}} + 2N(t_1 - t'_{1x}) = \\ = k_{\text{т}}A_{\text{т}x}, \qquad (3)$$

где t'_{1x} — условная действительная температура в сечении x топки; $k_{\text{т}}$ — коэффициент теплопередачи стенок топки; $A_{\text{т}x} = x$ — площадь поверхности топки до сечения x.

Кривая bg (см. рис. 1) соответствует уравнению (3). В начальный момент времени ($A_{\text{т}x} = 0$) температура могла бы быть равной t_1 только в том случае, если бы отсутствовали химические потери горения, обусловленные постепенным вступлением в реакцию горения летучих веществ, выделяющихся из топлива в процессе его распада. Очевидно, что в первоначальный момент эти потери весьма велики (определяются теплосодержанием летучих веществ).

Количество теплоты, отдаваемое газами через поверхность топки, составляет:

$$Q_{\text{т}} = (Mt_1 + Nt_1^2) - (Mt_2 + Nt_2^2) = \\ = M(t_1 - t_2) + N(t_1^2 - t_2^2). \qquad (4)$$

Выразив это количество теплоты через среднюю температуру $\bar{t}'_{1x}$ газов, получим:

$$Q_{\text{т}} = k_{\text{т}}A_{\text{т}}(\bar{t}'_{1x} - t_{\text{в}}), \qquad (5)$$

где $A_{\text{т}}$ — площадь поверхности топки.

Приравняв правые части уравнений (4) и (5), получим среднюю условную действительную температуру газов:

$$\bar{t}'_{1x} = t_{\text{в}} + \frac{M(t_1 - t_2) + N(t_1^2 - t_2^2)}{K_{\text{т}}A_{\text{т}}}. \qquad (6)$$

Принимая во внимание уравнение (3) и учитывая, что в конце топочной поверхности $t'_{1x} = t_2$ (см. рис. 1), уравнение (6) можно переписать в виде:

$$\bar{t}'_{1x} = t_{\text{в}} + \frac{M(t_1 - t_2) + N(t_1^2 - t_2^2)}{(M + 2Nt_{\text{в}})\ln\dfrac{t_1 - t_{\text{в}}}{t_2 - t_{\text{в}}} + 2N(t_1 - t_2)}. \qquad (7)$$

Если использовать более простую зависимость теплоемкости газов от температуры, приняв в выражении (7) $N = 0$, то последнее примет вид:

$$\bar{t}'_{1x} = t_{\text{в}} + \frac{t_1 - t_2}{\ln\dfrac{t_1 - t_{\text{в}}}{t_2 - t_{\text{в}}}}. \qquad (8)$$

Количество теплоты, отдаваемое через нагреваемую поверхность топки, определяется выражением:

$$Q_{\text{т}} = (Q_0 - Q'_2 - Q''_2) - (Mt_2 + Nt_2^2), \qquad (9)$$

где Q_0 — располагаемая теплота; Q'_2 — потери теплоты от химической неполноты сгорания; Q''_2 — потери теплоты от механической неполноты сгорания; t_2 — температура газов на выходе из топки (на входе в трубную часть котла).

Учитывая, что данная теплота передается путем конвективного и лучистого теплообменов, будем иметь:

$$Q_{\text{т}} = k_{\text{т}}A_{\text{т}}(\bar{t}_{2x} - t_{\text{в}}) + \\ + \sigma A_{\text{л}}\left[\left(\frac{\bar{t}_{2x} + 273}{100}\right)^4 - \left(\frac{t_{\text{в}} + 273}{100}\right)^4\right]. \qquad (10)$$

Приравняв правые части уравнений (9) и (10) и пренебрегая последним членом в квадратных скобках ввиду его малости, получим:

$$(Q_0 - Q'_2 - Q''_2) - (Mt_2 + Nt_2^2) = \\ = k_{\text{т}}A_{\text{т}}(\bar{t}_{2x} - t_{\text{в}}) + \sigma A_{\text{л}}\left(\frac{(\bar{t}_2)_x + 273}{100}\right)^4, \qquad (11)$$

где σ — постоянная Стефана—Больцмана; $A_{\text{л}}$ — поверхность излучения.

Из уравнения (11) методом пробных подстановок находим значение $\bar{t}_{2x}$.

В соответствии с уравнением (1)

$$Q_0 - (Q'_2 + Q''_2) = Mt_1 + Nt_1^2. \qquad (12)$$

Из равенства (12) имеем:

$$t_1 = \frac{\sqrt{M^2 + 4N(Q_0 - Q'_2 - Q''_2)} - M}{2N}. \qquad (13)$$

Примем $A_{\text{т}} = 1$ и $t_1 = 1$, тогда площадь под прямой be (см. рис. 1) будет тоже равна единице. Если бы в начальный момент ($A_{\text{т}x} = 0$) температура могла бы достичь t_1, то выделившаяся теплота (площадь под прямой be) была бы израсходована так, что средняя температура газов равнялась бы $\bar{t}'_{1x}$, причем закон изменения температуры t'_{1x} в соответствии с выражением (3) определялся бы кривой bg. Однако из-за потерь теплоты температура t_1 нарастает в соответствии с кривой ae, и в результате выделившейся теплоты (площадь под кривой ae) действительная температура будет меняться по

кривой *ag*, а средняя температура газов будет равна $\bar{t}_{2x}$. Поэтому примем отношение площадей под кривой *ae* и прямой *be* равным отношению температур $\bar{t}_{2x}$ и $\bar{t}_{1x}$ или отношение температур $\bar{t}'_{2x}$ и $\bar{t}'_{1x}$ равным площади под кривой *ae*:

$$\frac{\bar{t}_{2x}}{\bar{t}'_{1x}} = S, \qquad (14)$$

где S — площадь под кривой *ae*.

В газовом потоке над поверхностью топлива (угля) имеет место резкий градиент температур, связанный с термическим разгоном реакции горения. Скорость горения летучих веществ обусловлена скоростью их выделения из твердого топлива и концентрацией веществ, вступивших в реакцию. Результаты работы [3] показали, что закономерности выделения фракций летучих веществ в целом описываются уравнением скорости первого порядка, поэтому для математического описания кривой *ae* используем дробно-линейную функцию:

$$y = a + \frac{b+x}{c+x}. \qquad (15)$$

Проинтегрировав функцию (15), получим выражение для площади S_x под кривой *ae* в общем случае на участке от $x = x_н$ до $x = x_к$:

$$S_x = \int_{x_н}^{x_к} \left(a + \frac{b+x}{c+x}\right) dx = a(x_к - x_н) + x_к + x_н + $$
$$+ (b - c)\ln\left|\frac{c + x_к}{c + x_н}\right|. \qquad (16)$$

При $x_н = 0$ и $x_к = 1$ получим площадь под всей кривой *ae*:

$$S = a + 1 + (b - c)\ln\left|\frac{c+1}{c}\right|. \qquad (17)$$

При $x = 0$ температура в топке равна t_a, что относительно t_1 составит $g = \frac{t_a}{t_1} = y$. При $x = 1$ температура в топке будет соответствовать t_1 или $y = 1$. На основании этого и с учетом уравнений (15), (17) можно составить систему из трех уравнений с неизвестными a, b и c:

$$\left.\begin{aligned} g &= a + \frac{b}{c}; \\ 1 &= a + \frac{b+1}{c+1}; \\ S &= a + 1 + (b - c)\ln\left|\frac{c+1}{c}\right|. \end{aligned}\right\} \qquad (18)$$

Решив систему уравнений (18), получим трансцендентное уравнение

$$S = 1 + (1 - g)c + c(1 + c)(g - 1)\ln\left|\frac{c+1}{c}\right|. \qquad (19)$$

Из уравнения (19) методом пробных подстановок находим параметр c и определяем коэффициенты: $a = (1 - g)\,c$ и $b = (g - a)\,c$.

Подставив полученные коэффициенты в уравнение (15), найдем температуру t_{1x} в любой точке топочного пространства. Зависимость $t_{1x} = f(x)$ изменения температуры горения t_1 характеризует скорость догорания выделившихся из топлива летучих веществ. По этой зависимости подсчитываются потери Q'_{2x} от химической неполноты сгорания топлива в конкретном месте топки. Из уравнения (1) имеем:

$$Q'_{2x} = Q_0 - Q''_2 - [Mt_{1x} - Nt^2_{1x}] \qquad (20)$$

т. е. относительно потери располагаемой теплоты в результате горения топлива составят, %:

$$q'_{2x} = \frac{Q_0 - Q''_2 - Mt_{1x} - Nt^2_{1x}}{Q_0}100. \qquad (21)$$

Перейдем к закону изменения действительной температуры в топочном пространстве, которая при наличии в топке излучения и конвекции значительно ниже t_{1x}. Температуру t_2 в точке *g* кривой *ag* (см. рис. 1) находим опытным путем, измеряя температуру газов. Для вычисления ординат кривой *ag* в других точках выполним следующее.

На бесконечно малом участке Δx температура t_{2x} будет приближаться к средней температуре $\bar{t}_{2\Delta x}$ газов на этом участке. Тоже сделаем относительно температур t'_{1x} и $\bar{t}'_{1\Delta x}$. Тогда с учетом выражения (14) можно записать:

$$\frac{t_{2x}}{t'_{1x}} = \frac{t_{1x}}{t_1} = \frac{t_{1x}}{1}. \qquad (22)$$

Заменив линию *bg* (см. рис. 1), небольшой кривизны на прямую, получим уравнение:

$$t'_{1x} = 1 - x(1 - t_2). \qquad (23)$$

Уравнение (23) значительно проще выражения (3). Теперь соотношение (22) примет вид:

$$\frac{t_{2x}}{1 - x(1 - t_2)} = a + \frac{b+x}{c+x}. \qquad (24)$$

Из формулы (24) получим окончательное выражение:

$$t_{2x} = [1 - x(1 - t_2)]\left(a + \frac{b+x}{c+x}\right). \qquad (25)$$

Таким образом, без субъективных оценок и графических построений найдены показатели топочного процесса — температура горения t_{1x}, действи-

тельная температура t_{2x} газов и химическая неполнота сгорания Q'_{2x} топлива в любой точке топки, что достаточно для управления ее работой.

Распределение теплоты в топке

В работе [2] отмечено, что для большинства топлив температура t_a колеблется в пределах 550÷900 °С и принимается при построении графиков (поскольку точное определение этой температуры затруднено) равной 600÷700 °С, что не оказывает заметного влияния на точность результатов. Для определения температур в топке изменение t_a в указанных переделах практически не сказывается на точности результатов, однако при нахождении количества распределенной в топке теплоты выбор такого значения t_a вносит существенную погрешность, которую можно уменьшить только путем более точного вычисления t_a.

Проинтегрируем уравнение (25):

$$\int[1 - x(1 - t_2)]\left(a + \frac{b + x}{c + x}\right)\mathrm{d}x = \\ = (a + 1)x + (b - c)[1 - c(t_2 - 1)]\ln|c + x| + \\ + (t_2 - 1)(c + x)\left[b + \frac{(c + x)}{2} - 2c + \frac{ax^2}{2(c + x)}\right]. \quad (26)$$

Обозначив через $x_н$ и $x_к$ соответственно начало и конец участка интегрирования, а через S_{2x} — площадь под кривой t_{2x} на этом участке, преобразуем выражение (26):

$$S_{2x} = \int_{x_н}^{x_к}[1 - x(1 - t_2)]\left(a + \frac{b + x}{c + x}\right)\mathrm{d}x = \\ = (a + 1)(x_к - x_н) + (b - c)[1 - c(t_2 - 1)]\ln\left|\frac{c + x_к}{c + x_н}\right| + \\ + (t_2 - 1)\left[(x_к - x_н)(b - 2c) + \right. \\ \left. + \frac{(c + x_к)^2 - (c + x_н)^2}{2} + \frac{a}{2}(x_к^2 - x_н^2)\right]. \quad (27)$$

Выразив через g из системы уравнений (18) переменные a и b, подставив результат в выражение (27) и приняв $x_н = 0$, а $x_к = 1$, получим площадь S_{ag} под кривой ag:

$$S_{ag} = (1 - g)c + 1 + c[g(1 + c) - c - 1] \times \\ \times [1 - c(t_2 - 1)]\ln\left|\frac{c + 1}{c}\right| + \\ + (t_2 - 1)\left\{c[g(1 + c) - c - 1] + \frac{(1 - g)c + 1}{2}\right\}. \quad (28)$$

Из последнего уравнения системы (18) найдем:

$$g = 1 + \frac{S - 1}{(1 + c)c\ln\left|\frac{c + 1}{c}\right| - c}. \quad (29)$$

Подставив значение, найденное по формуле (29), в уравнение (28), получим S_{ag} в функции одной переменной c:

$$S_{ag} = 1 - \frac{(S - 1)c}{(1 + c)c\ln\left|\frac{c + 1}{c}\right| - c} + \\ + c\left[\left(1 + \frac{S - 1}{(1 + c)c\ln\left|\frac{c + 1}{c}\right| - c}\right)(1 + c) - c - 1\right] \times \\ \times [1 - c(t_2 - 1)]\ln\left|\frac{c + 1}{c}\right| + (t_2 - 1) \times \\ \times \left\{c\left[\left(1 + \frac{S - 1}{(1 + c)c\ln\left|\frac{c + 1}{c}\right| - c}\right)(1 + c) - c - 1\right] + \right. \\ \left. + 0{,}5 - \frac{(S - 1)c}{2\left[(1 + c)c\ln\left|\frac{c + 1}{c}\right| - c\right]}\right\}. \quad (30)$$

Количество теплоты, отдаваемой через нагреваемую поверхность топки, определяется уравнением (9), а количество теплоты, уносимой газами в трубную часть котла, равно $Mt_2 + Nt_2^2$. Выразим отношение этих величин через m:

$$m = \frac{Q_0 - Q'_2 - Q''_2}{Mt_2 - Nt_2^2} - 1 \quad (31)$$

или через площади:

$$m = \frac{S - S_{ag}}{S_{ag} - g}. \quad (32)$$

Теперь систему уравнений (18) можно дополнить уравнением (32), решив которое относительно c, найдем значения a, b и g, а также температуру t_a, которая в этом случае определяется уже точно.

В соответствии с уравнениями (4), (5) можно записать

$$Mt^* + N(t^*)^2 = Mt_2 + Nt_2^2 + k_т^с A_т(\bar{t}_{2x} - t_в). \quad (33)$$

Из уравнения (33) получим:

$$t^* = \frac{\sqrt{M^2 + 4N(Mt_2 + Nt_2^2 + k_т^с A_т(\bar{t}_{2x} - t_в))} - M}{2N}. \quad (34)$$

Количество теплоты, передаваемое газами на отдельных участках топки в результате теплопроводности и конвекции, пропорционально средней температуре газов, которая на бесконечно малом участке приближается к действительной температуре t_{2x}. При этом уменьшение температур, обусловленное теплопроводностью в сечении x, равно сумме уменьшений температуры на участках до этого сечения, т. е. пропорционально площади под кривой ag. Зная суммарное уменьшение темпера-

туры для всей топки (разность температур t^* и t_2), можно записать:

$$t_x^* = t_{2x} + \frac{S_{2x}}{S_{ag}}(t^* - t_2), \qquad (35)$$

где t_x^* — температура на участке x в результате теплоотдачи излучением.

Подставив в уравнение (35) выражение (25) и приняв в формуле (27) $x_н = 0$ и $x_к = x$, получим:

$$t_x^* = [1 - x(1 - t_2)]\left(a + \frac{b+x}{c+x}\right) + \frac{t^* - t_2}{S_{ag}}\left\{(b - c)\ln\left|\frac{c+x}{c}\right| + (a + 1)x + (t_2 - 1) \times \left[bx - (b - c)c\ln\left|\frac{c+x}{c}\right| + \frac{x^2(a+1) - 2cx}{2}\right]\right\}. \qquad (36)$$

Зависимость t_x^* (кривая *af* на рис. 1) разграничивает области конвективной и лучистой теплопередач. Площадь между кривыми *ae* и *af* соответствует количеству теплоты, отданной излучением, а между кривыми *af* и *ag* — конвекцией.

Для подсчета теплоты, передаваемой конвекцией, необходимо найти площадь $S_x^к$ между кривыми *af* и *ag*. Площадь под кривой *af* определяется интегрированием выражения (36). Очевидно, что интеграл первого слагаемого правой части указанного уравнения определяет площадь S_{2x}, а интеграл второго — площадь $S_x^к$. Тогда, интегрируя второе слагаемое уравнения (36), получим:

$$S_x^к = \frac{t^* - t_2}{S_{ag}}\left\{(b - c)[c(t_2 - 1) + 1]c\ln\left(\frac{c + x_к}{c + x_н}\right) + (b - c)[1 - c(t_2 - 1)]\, S_x^к = \frac{t^* - t_2}{S_{ag}}[x_к\ln(c + x_к) - x_н\ln(c + x_н) - (x_к - x_н)(1 + \ln c)] + \frac{t_2 - 1}{6}(x_к^3 - x_н^3)(1 - a) + \frac{x_к^2 - x_н^2}{2}[a + 1 + (t_2 - 1)(b - c)]\right\}. \qquad (37)$$

Площадь $S_x^л$ (между кривыми *ae* и *af*), соответствующая количеству теплоты, отдаваемой излучением на данном участке топки, имеет вид:

$$S_x^л = S_x - S_x^к - S_{2x}. \qquad (38)$$

Таким образом, уравнения (16), (37) и (38) позволяют вычислить количество теплоты, передаваемой излучением и конвекцией, а также теплосодержание газов в любом участке топки.

Для более полного сгорания топлива необходимо, чтобы летучие вещества успели выделиться и сгореть до момента входа газов в трубную часть котла. Такой режим характеризуется прекращением роста температуры t_{1x} в топке. Для исследования процесса горения летучих веществ, который определяется соотношением объема топки и количества сжигаемого топлива, возьмем производную функции (15):

$$\left(a + \frac{b+x}{c+x}\right)' = \frac{c - b}{(c + x)^2} \qquad (39)$$

и вычислим ее значение при $x = 1$. Значение меньше 0,105 свидетельствует о небольшом угле наклона касательной к этой кривой, т. е. что летучие вещества в основном вступили в реакцию и температура горения практически не увеличивается. Если данное условие наблюдается при x, значительно меньшем единицы, это свидетельствует о том, что объем топки велик для сжигания данного количества топлива, из-за чего может понизиться температура горения и, как следствие, возникнет обратная реакция с последующим увеличением содержания CO в газах. Малый угол наклона касательной (при $x = 1$) показывает, что температура продолжает увеличиваться, горение еще не закончилось, и для его завершения требуется топка большего размера.

Таким образом, по функции (39) для нескольких точек топочного пространства можно легко определить характер изменения температуры горения и оптимальный размер топки сжигаемого топлива.

Для нахождения мест, где достигается максимальная температура, возьмем производную функции (25):

$$t'_{2x} = \frac{c - b}{(c + x)^2} + (t_2 - 1)\left[\frac{x^2 + c(b + 2x)}{(c + x)^2} + a\right]. \qquad (40)$$

Приравняв производную (40) к нулю, найдем:

$$x = \sqrt{c^2 - \frac{c(ac + b)}{a + 1} - \frac{c - b}{(t_2 - 1)(a + 1)}} - c. \qquad (41)$$

Подставив полученное значение x в выражение (25), определим максимальную температуру $t_{2x\,max}$ топочных газов.

Пример. Пользуясь разработанным методом, исследуем температурный режим топки паровоза ФД, работающего на угле марки Г (C = 72 %; H = 4,9 %; O = 6,4 %; N = 1,3 %; S = 3 %; W = 4,8 %; теплота сгорания 28 780 кДж/кг) с форсированием 313 кг/м^2 · ч (B_h = 2203 кг/ч). Продукты сгорания: CO_2 = 13,7 %, CO = 0,9 %; $k_т$ = 35,2 кДж/ч · м^2 · °C; μ = 0,885; $t_в$ = 200 °C; t_2 = 1200 °C; $A_т$ = 31,2 м^2; $A_л$ = 16,15 м^2.

Из уравнения (1) найдем коэффициенты M и N, определив предварительно входящие в них величины:

$G_b c = 12{,}92$;

$M = 0{,}885 \cdot 2203 \cdot 12{,}92 = 25\ 190$ кДж/ч · °С;

$G_b \delta = 1{,}412 \cdot 10^{-3}$;

$N = 0{,}885 \cdot 2203 \cdot 1{,}412 \cdot 10^{-3} = 2{,}7529$ кДж/ч · (°С)^2.

Далее находим:

$Q_0 = 28\ 780 \cdot 2203 = 63\ 402\ 340$ кДж/ч;

$$Q_2' = 4{,}19\left(56{,}9 \cdot 72 \frac{0{,}9}{13{,}7 + 0{,}9} 0{,}885 \cdot 2203\right) =$$

$= 2\ 063\ 000$ кДж/ч;

$Q_2'' = (1 - 0{,}885)2203 \cdot 28\ 780 = 7\ 291\ 270$ кДж/ч.

Из уравнения (13) имеем: $t_1 = 1794$ °С.

Согласно уравнению (11) получим: $\bar{t}_{2x} = 1271$ °С.

По формуле (34) найдем: $t^* = 1233$ °С.

Из уравнения (8) найдем среднюю условную действительную температуру: $\bar{t}'_{1x} = 1474$ °С.

Теперь есть все данные для нахождения характеристик топочного процесса: $t_1 = 1794$ °С, $t_2 = 1200$ °С, $\bar{t}_{2x} = 1271$ °С, $t^* = 1233$ °С, $\bar{t}'_{1x} = 1474$ °С.

По формуле (14) $S = 0{,}8623$.

Из выражения (31) $m = 0{,}5807$. Подставив это значение в уравнение (32), которое решаем с учетом формулы (30) методом пробных подстановок, получим $c = 0{,}2351$. Тогда в соответствии с формулой (29) $g = 0{,}4416$ и $t_a = 792$ °С. Далее из системы уравнений (18) находим $a = (1 - 0{,}4416)0{,}2351 = 0{,}1313$ и $b = (0{,}4416 - 0{,}131)0{,}2351 = 0{,}073$.

Подставив найденные коэффициенты в уравнение (15), получим функцию изменения температуры горения в топке: $y = 0{,}1313 + \dfrac{0{,}073 + x}{0{,}2351 + x}$.

По выражениям (20), (21) находим потери от химической неполноты сгорания топлива в требуемом месте топки. Если в эти уравнения вместо t_{1x} подставить выражение для y, то получим потери в функции изменения площади топки (рис. 2).

Далее из уравнения (25) находим функцию действительной температуры, которая установилась в топочном пространстве: $t_{2x} = [1 - x(1 - 0{,}6689)] \times \left(0{,}1313 + \dfrac{0{,}073 + x}{0{,}2351 + x}\right)$, по формуле (36) определяем положение кривой t_x^*.

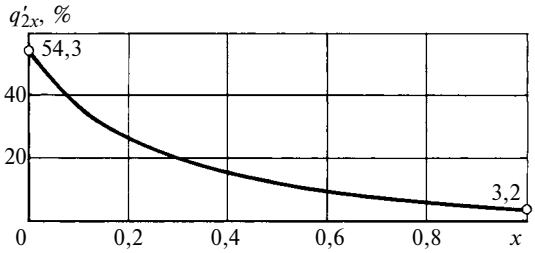


Рис. 2. Потери от химической неполноты сгорания топлива

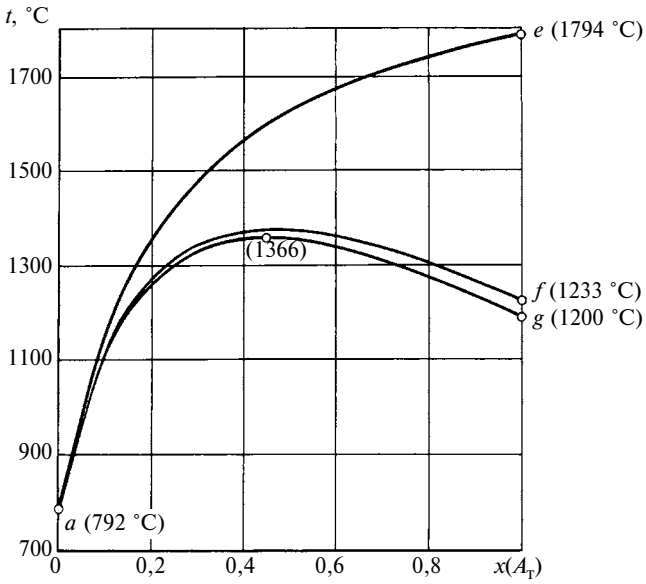


Рис. 3. Семейство кривых температур топочного пространства

По выражению (41) определяем x, при котором действительная температура газов достигает в топке максимального значения: $x = 0{,}448$.

Подставив найденное значение x в уравнение (25), получим:

$$t_{2\max} = [1 - 0{,}448(1 - 0{,}6689)] \times$$

$$\times \left(0{,}1313 + \frac{0{,}073 + 0{,}448}{0{,}2351 + 0{,}448}\right) = 0{,}7614 \text{ или } 1366\ °\text{С}.$$

Изменения температуры в топке представлено на рис. 3.

Далее рассмотрим соответствие объема топки количеству сжигаемого топлива. По уравнению (39) для $x = 0{,}95$ и $x = 1$ имеем:

$$x_{0,95} = \frac{0{,}2351 - 0{,}073}{(0{,}2351 + 0{,}95)^2} = 0{,}115;$$

$$x_1 = \frac{0{,}2351 - 0{,}073}{(0{,}2351 + 1)^2} = 0{,}106.$$

Полученные данные показали, что к концу топки рост температуры горения практически завершается, и объем топки позволяет сжигать в ней 2203 кг/ч угля. Однако при значительном форсировании, видимо, потребуется увеличение объема топки для обеспечения большей полноты сгорания.

Определим теплоту, передаваемую в топке конвекцией, излучением и уносимую с газами в трубную часть котла.

Расчеты по уравнениям (37), (38) и (27) показали, что на участке от $x_н = 0{,}4$ до $x_к = 0{,}5$ приблизительно 2/5 (1 422 505 кДж) теплоты передается излучением и конвекцией, а 3/5 (3 411 014 кДж) — уносится топочными газами.

При $x_н = 0$ и $x_к = 1$ отношение площадей, которые соответствуют излучению, конвекции и теплосодержанию, изменяется. Эти площади в долях соответственно равны 0,3445, 0,0229 и 0,6326, что эквивалентно 18 619 560, 1 237 701 и 34 190 809 кДж. Отсюда следует: 6,6 % теплоты передается конвекцией и 93,4 % — излучением. Всего в топке расходуется 36,7 % теплоты (примерно 1/3), а остальная часть 63,3 % (примерно 2/3) уносится с газами в трубную часть котла.

По уравнениям (15), (25) и (36) можно вычислить температуру t_{1x} горения, действительную температуру t_{2x} в топочном пространстве и температуру t_x^*, обусловленную излучением, в любом месте топочного пространства. По уравнениям (20), (21) рассчитывают потери Q'_{2x}, q'_{2x} от химической неполноты сгорания топлива. По уравнениям (37) и (38) в любом месте топки можно определить теплоту, передаваемую воде в котле конвекцией и излучением, а с помощью формулы (27) вычислить теплосодержание газов ($S_{2x} - g$). Выражения (39), (41) позволяют установить соответствие объема топки количеству сжигаемого топлива и найти сечение топочного пространства, в котором имеет место максимальная температура $t_{2x\,max}$. Аналитическое определение указанных характеристик важно не только для автоматизации топочного процесса, но и для анализа температурных деформаций стенок топки. Изложенный метод позволяет осуществлять расчет на ЭВМ.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Оленев Е. А.** Нетрадиционное использование твердого топлива на железнодорожном транспорте // Наукоемкие технологии. 2007. № 1. С. 61—66.
2. **Сыромятников С. П.** Вопросы тепловой работы котла, динамики и парораспределения паровоза // Труды московского электромеханического института инженеров транспорта. М.: Государственное транспортное железнодорожное издательство, 1940. С. 5—57.
3. **Струнников М. Ф.** О скорости выхода летучих веществ из твердого топлива // Исследование процессов горения натурального топлива. М.: Государственное энергетическое издательство, 1948. С. 110—116.

УДК 62-82/-83

Ю. А. МЕДВЕДЕВ, В. П. КУЗНЕЦОВ, кандидаты технических наук (Владимирский ГУ),
e-mail: medvedev@vladggu.ru

Анализ результатов ресурсных испытаний многодвигательных электрогидравлических приводов со случайными вариациями параметров

Проанализированы результаты ресурсных испытаний электрогидравлического следящего привода с аксиально-поршневыми гидромашинами второй гаммы с объемным регулированием. Построены гистограммы распределений частот появления случайных величин: суммарного износа пары поршень—цилиндр; износов торцов блока цилиндров и распределительного диска; износа вала с поршнями под манжетой; осевого зазора вала с поршнями.

Ключевые слова: электрогидравлические приводы, проектирование.

An analysis of the endurance test results of the electro-hydraulic automatic drive with axial piston hydraulic machines of second range with a volume control has been performed. The histograms of distributions of frequencies of occurrence of such random variables, as the total wear of a pair "piston-cylinder", wear of the ends of the cylinder block and distributor disk, wear of the shaft with the pistons under the cup, and axial clearance of the shaft with the pistons have been plotted.

Keywords: electro-hydraulic drives, design.

Испытания изделий на долговечность называют ресурсными [1]. Испытуемый многодвигательный электрогидравлический привод (МДЭГП) реализован на аксиально-поршневых гидромашинах (рис. 1) второй гаммы с объемным регулированием (выходная мощность 4,5 кВт, рабочая жидкость МГЕ-10А). В соответствии с техническими условиями МДЭГП подвергался приемно-сдаточным, периодическим и ресурсным испытаниям, которые проводили на специальных стендах при нормальной работе и на форсированных режимах [1].

При различных испытаниях привода проверяют:

при приемосдаточных испытаниях:

работоспособность при колебаниях напряжения;

вибропрочность привода;

чистоту фильтров рабочей жидкости;

травление предохранительных клапанов, отсутствие утечек;

жесткость гидропривода;

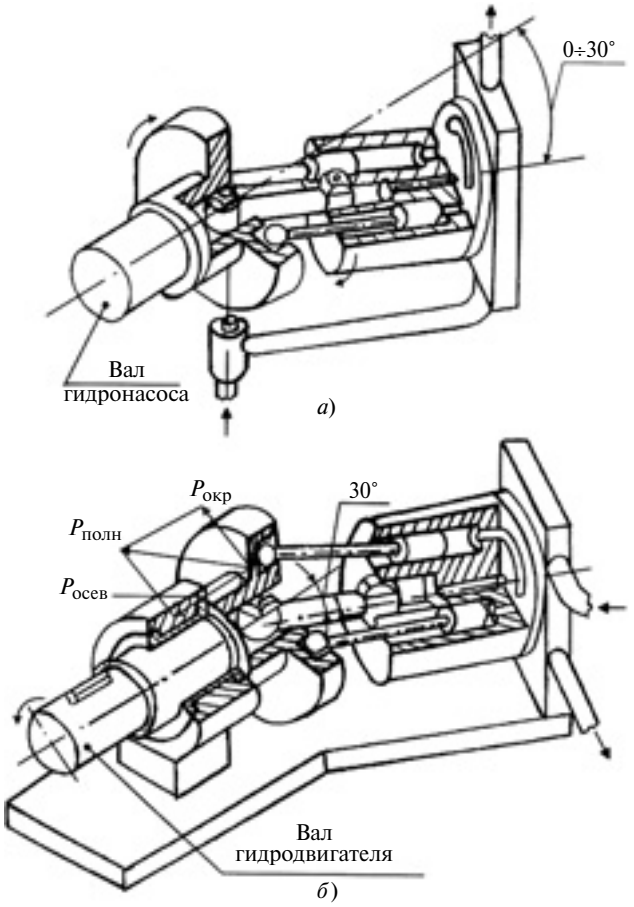


Рис. 1. Испытуемые аксиально-поршневые гидронасос (*а*) и гидродвигатель (*б*)

при периодических испытаниях:

вибропрочность в определенном диапазоне частот с различными ускорениями;

виброустойчивость в определенном диапазоне частот;

теплостойкость, холодоустойчивость, влагоустойчивость;

работоспособность при наличии инея и росы;

взаимозаменяемость однотипных приборов;

при испытаниях на гарантийную наработку (*ресурсные*):

время суммарной наработки при соблюдении условий эксплуатации;

выполнение требований к монтажу гидропривода.

Гарантийным испытаниям (на ресурс), как правило, подвергается один образец в год из числа МДЭГП, прошедших приемосдаточные испытания, с последующей разборкой и анализом износа элементов привода, в частности проверяют:

в гидронасосе:

блок цилиндров (глубину выработки по рабочему торцу);

поршень с шатуном (суммарный осевой зазор во вкладышах и поршнях при соответствующей нагрузке);

диаметр отверстий блока цилиндров (измеряют в трех положениях);

распределительный диск (глубину выработки по рабочему торцу);

втулка, плунжер, сопла, дроссели распределительного золотника электрогидравлического усилителя (ЭГУ) механизма управления;

сливной клапан и др. (всего 32 элемента);

в гидродвигателе:

то же, что и в гидронасосе (всего около 11 элементов).

Гарантийные испытания состоят из трех этапов. При ресурсе привода в 750 ч каждый этап составляет 250 ч. В конце каждого этапа обязательно проводят:

контрольные проверки характеристик МДЭГП в нормальных климатических условиях и при пониженной и повышенной температурах окружающей среды;

замену рабочей жидкости (при этом делают анализ сливаемой жидкости на кислотность, вязкость и наличие примесей: механических частиц и воды).

Задающие и внешние воздействия при испытаниях МДЭГП

В рабочем режиме привод испытывает синусоидальное воздействие от низкочастотного генератора периодических колебаний НГПК-3М с амплитудой $A = 3{,}5$ мА и частотой $f = 0{,}7$ Гц при соответствующей имитационной нагрузке (преимущественно инерционной).

Ошибка регулирования по сигналу рассогласования не должна превышать требуемой величины. Утечки рабочей жидкости не допускаются (допускается наличие масляной пленки по местам разъемов гидравлических приборов без образования капель и подтеков).

Для исследования воздействия повышенной и низкой температур электрогидравлический следящий привод помещают в камеру нагрева (до +50 °С) и камеру охлаждения (−50 °С). Колебания питающих напряжений составляют 5 %.

Основными эксплуатационными факторами, учитываемыми при испытаниях, являются:

для гидронасоса — давление, температура и загрязненность рабочей жидкости;

для регулирующих и распределительных устройств — температура окружающей среды и рабочей жидкости;

для трубопроводов и соединений — факторы, снижающие усталостную прочность (овальность сечения, риски, потертости и т. п.).

Анализ статистических данных ресурсных испытаний

В табл. 1 и 2 приведены соответственно данные, характеризующие износ основных элементов гидронасоса после выработки ресурса, и физико-химические свойства рабочей жидкости в процессе эксплуатации.

В табл. 3 для двух гидродвигателей и двух гидронасосов приведены результаты двухлетних ресурсных испытаний по видам износа: *а* — средний

Таблица 1

Износ силовых элементов гидронасоса при выработке ресурса

Проверяемый узел, элемент, параметр	Значения при нормальных испытаниях
Зазор между цилиндром и поршнем, мкм	6÷21 8÷25 11÷28 11÷27 4÷26 10÷12 7÷26
Максимальный износ рабочих торцов, мкм: блока цилиндров крышки блока цилиндров	 34÷60 13÷34
Суммарный зазор в поршне и вкладыше, 10^{-1}, мм	0,054 + 0,123 0,061 + 0,150 0,027 + 0,143 0,041 + 0,124
Износ люльки гидронасоса, мкм образец 1 образец 2 образец 3 образец 4	 16,937÷16,939 16,930÷16,942 16,917÷16,945 16,924÷16,935

Таблица 2

Физико-химические свойства рабочей жидкости при наработке ресурса гидронасоса

Кинетическая вязкость при температуре 50 °С, сСт	10,0÷10,2
Кислотное число (содержание КОН), мг/г	0,38÷0,40
Температура вспышки в открытом тигле, °С	96÷99
Класс чистоты рабочей жидкости	9÷12

Таблица 3

Износ основных элементов привода после ресурсных испытаний, мм

Вид износа	Гидродвигатели				Гидронасосы			
	1-й год		2-й год		1-й год		2-й год	
а	0,001	0,001	0,001	0,0015	0,003	0,0035	0,002	0,0012
б	0,0025	0,002	0,003	0,002	0,003	0,0055	0,001	0,005
в	Нет		0,003	0,0025	0,020	0,0025	0,005	0,0035
г	Нет		Нет	0,0035	Нет	0,005	0,004	0,004
д	0,063	0,015	0,005	0,004	0,013	0,010	0,013	0,017
е	0,003	0,010	0,005	0,004	0,007	0,009	0,005	0,008
ж	0,004	0,006	0,011	0,015	0,013	0,015	0,015	0,006

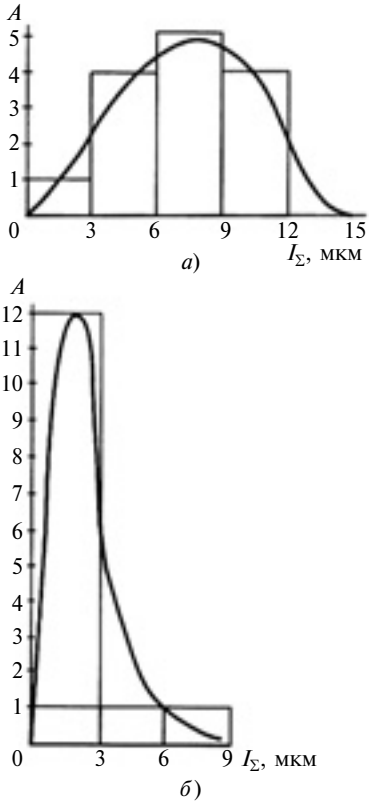


Рис. 2. Гистограммы суммарного износа I_Σ пары поршень—цилиндр гидронасоса (*а*) и гидродвигателя (*б*)

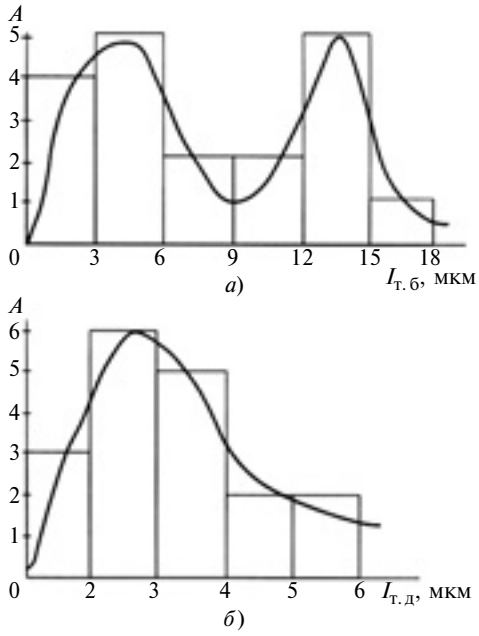


Рис. 3. Гистограммы износа $I_{т.б}$ торца блока цилиндров (*а*) и износа $I_{т.д}$ торца распределительного диска (*б*)

износ отверстия блока; *б* — средний износ диаметра поршня; *в* — увеличение зазора сверх допустимого; *г* — увеличение осевого зазора сверх допустимого; *д* — износ торца блока цилиндров; *е* — износ торца распределителя; *ж* — износ вала под манжетой.

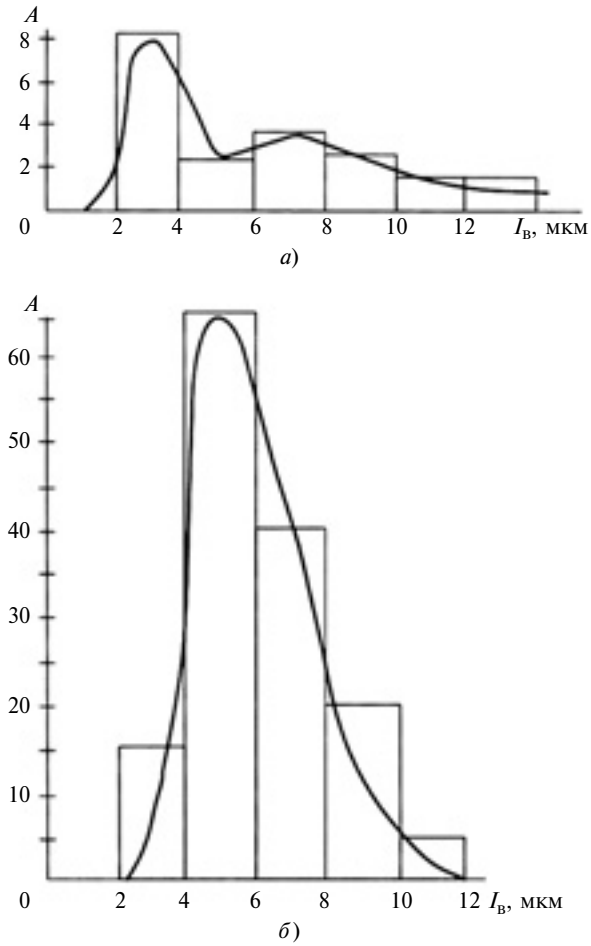


Рис. 4. Гистограммы износа $I_в$ вала с поршнями под манжетой (*а*) и осевого зазора $\delta_в$ вала с поршнями (*б*)

Анализ данных ресурсных испытаний позволил выявить законы распределения износа некоторых элементов привода. По известному распределению частот появления случайной величины (замеры выполнялись до и после испытаний) построены гистограммы [2]:

суммарного износа пары поршень—цилиндр (рис. 2);

износа торца блока цилиндров и торца распределительного диска (рис. 3);

износа вала с поршнями под манжетой и осевого зазора вала с поршнями (рис. 4).

Для обработки статистических данных испытаний использовали программный комплекс [3], который позволяет определить числовые характеристики (математическое ожидание, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации, размах варьирования, центральные моменты 1÷4-го порядков, показатели асимметрии и эксцесса) и построить гистограмму эмпирического распределения, а также оценить гипотезы нормальности распределения по критериям К. Пирсона и А. Колмогорова.

Построение гистограмм осуществлялось следующим образом. Совокупность измеренных величин сгруппировали в статистический ряд. Весь диапазон наблюдаемых величин разделили на 5÷8 интервалов (разрядов) и определяли число значений, попадающих в каждый разряд. Далее определили частоту попаданий в каждый разряд как частное от деления числа значений, попавших в каждый разряд, на число всех измеренных величин. Ниже приведены результаты расчета.

Исходные данные: шифр выборки: D: B2; объем выборки 90

Выборка наблюдений случайной величины

0,100E + 01	0,200E + 01	0,200E + 01	0,300E + 01	0,300E + 01	0,400E + 01	0,500E + 01
0,500E + 01	0,500E + 01	0,600E + 01	0,600E + 01	0,700E + 01	0,700E + 01	0,700E + 01
0,700E + 01	0,800E + 01	0,800E + 01	0,800E + 01	0,800E + 01	0,900E + 01	0,900E + 01
0,900E + 01	0,900E + 01	0,900E + 01	0,900E + 01	0,100E + 02	0,100E + 02	0,100E + 02
0,100E + 02	0,100E + 02	0,100E + 02	0,100E + 02	0,100E + 02	0,100E + 02	0,110E + 02
0,110E + 02	0,110E + 02	0,110E + 02	0,120E + 02	0,120E + 02	0,120E + 02	0,120E + 02
0,130E + 02	0,130E + 02	0,130E + 02	0,130E + 02	0,130E + 02	0,140E + 02	0,140E + 02
0,140E + 02	0,140E + 02	0,140E + 02	0,140E + 02	0,150E + 02	0,150E + 02	0,150E + 02
0,150E + 02	0,150E + 02	0,160E + 02	0,160E + 02	0,160E + 02	0,160E + 02	0,170E + 02
0,170E + 02	0,170E + 02	0,170E + 02	0,170E + 02	0,170E + 02	0,180E + 02	0,180E + 02
0,180E + 02	0,180E + 02	0,180E + 02	0,180E + 02	0,190E + 02	0,190E + 02	0,190E + 02
0,190E + 02	0,190E + 02	0,200E + 02	0,200E + 02	0,210E + 02	0,210E + 02	0,210E + 02
0,220E + 02	0,230E + 02	0,240E + 02	0,250E + 02	0,280E + 02	0,290E + 02	

Результаты расчета

Числовые характеристики распределения:

математическое ожидание M_x = 0,132E + 02;

среднее квадратическое отклонение S_x = 0,587E + 02;

коэффициент вариации V = 0,446E + 02;

центральный момент 1-го порядка M_1 = 0,286E − 05;

центральный момент 2-го порядка M_2 = 0,345E + 02;

центральный момент 3-го порядка M_3 = 0,437E + 02;
центральный момент 4-го порядка M_4 = 0,331E + 04;
показатель асимметрии A = 0,216E + 00;
показатель эксцесса E = 0,211E + 00;
среднее квадратическое отклонение асимметрии SA = 0,254E + 00;
среднее квадратическое отклонение эксцесса SE = 0,503E + 00;
размах варьирования случайной величины R = 0,280E + 02;
минимальное значение случайной величины X_{min} = 0,100E + 01;
максимальное значение случайной величины X_{max} = 0,290E + 02;
число интервалов разбиения до их объединения K = 7.

Границы интервала		Число точек	Гистограмма
нижняя	верхняя		
0,100E + 01	0,500E + 01	9	********
0,500E + 01	0,900E + 01	16	**********
0,900E + 01	0,130E + 02	22	**********
0,130E + 02	0,170E + 02	21	**********
0,170E + 02	0,210E + 02	16	**********
0,210E + 02	0,250E + 02	4	****
0,250E + 02	0,290E + 02	2	**

Значение критерия А. Колмогорова: L = 0,3690E + 00.
Число интервалов разбиения после их объединения K = 4.

Номер	Границы интервала		Эмпирические частоты	Теоретические частоты
	нижняя	верхняя		
1	0,100E + 01	0,900E + 01	0,250E + 02—0,278E + 00	0,198E + 02—0,220E + 00
2	0,900E + 01	0,130E + 02	0,220E + 02—0,244E + 00	0,225E + 02—0,250E + 00
3	0,130E + 02	0,170E + 02	0,210E + 02—0,233E + 00	0,229E + 02—0,254E + 00
4	0,170E + 02	0,290E + 02	0,220E + 02—0,244E + 00	0,228E + 02—0,253E + 00

Значение критерия К. Пирсона: X = 0,1573E + 01.
Число степеней свободы — 1.

По оси абсцисс гистограммы откладывали границы разрядов, а по оси ординат — частное от деления частоты попадания на длину разряда (*A*).

Гистограмма состоит из прямоугольников, основанием которых служит интервал износа, а высотой — частность. Очевидно, что площадь каждого прямоугольника равна частоте попадания случайной величины в разряд. Сумма площадей всех прямоугольников равна единице. Соединяя плавной линией верхние стороны прямоугольников, получили графики статистической плотности распределения (см. рис. 2÷4). Образец распечатки информации по программе OSW [3] представлен на гистограмме в работе [2].

Учитывая, что режимы и условия испытаний гидроприводов в течение ряда лет были одинаковыми, следовало бы ожидать одних и тех же законов распределения случайных величин (например суммарного износа пары поршень—цилиндр). Однако приведенные гистограммы указывают на значительное их разнообразие. Это объясняется тем, что отдельные конструктивные узлы гидромашин на предприятии-изготовителе за это время были усовершенствованы.

Таким образом, проведенный анализ результатов ресурсных испытаний электрогидравлического следящего привода с аксиально-поршневыми гидромашинами и построенные гистограммы по экспериментальному распределению частот появления случайной величины (суммарного износа пары поршень—цилиндр, износа торцов блока цилиндров и распределительного диска, износа вала с поршнями под манжетой и осевого зазора вала с поршнями) упрощают решение задач исследования надежности МДЭГП.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Медведев Ю. А., Кузнецов В. П.** Надежность многодвигательных электрогидравлических приводов со случайными вариациями параметров // Библиографический указатель ВИНИТИ РАН "Депонированные научные работы" (№ 115 — В 2010). 2010. № 4. Б/о 39. 12 с.
2. **Медведев Ю. А., Кузнецов В. П.** Исследование надежностных свойств многодвигательных электрогидравлических приводов // Библиографический указатель ВИНИТИ РАН "Депонированные научные работы" (№ 279 — В 2010). 2010. № 7. Б/о 41. 15 с.
3. **Свидетельство 950357 Рос. Федерации.** Отработка ряда наблюдений случайной величины (OSW). / Офиц. регистрация РосАПО программ для ЭВМ. М., 1995.

УДК 621.822.71.002:621.923.74

К. Г. ЩЕТНИКОВИЧ, канд. техн. наук
(Белорусский национальный технический университет, г. Минск),
e-mail: kazimir.shere@tut.by

Влияние профиля кольцевой канавки на формообразование сферической поверхности шариков при доводке

На основании гармонического анализа формы шарика в диаметральном сечении установлено влияние профиля кольцевой канавки на точность обработки. Показана возможность ускоренного исправления погрешностей формы шарика при доводке кольцевым инструментом по сравнению с обработкой в канавках V-образного профиля. Рассмотрена кинематика шариков в зоне обработки. Приведены точностные параметры шариков из хрупких материалов после доводки кольцевым инструментом.

Ключевые слова: шарики, доводка, кольцевой инструмент, гармонические составляющие, кинематика, хрупкие материалы.

On the basis of harmonic analysis of a ball's shape in the diametrical section the influence of annular groove profile on the machining accuracy has been stated. A possibility of rapid correction of the errors in the ball's shape at final dressing by an annular cutting tool as compared with handling in the grooves of V-shaped profile has been shown. The kinematics of the balls in the processing zone has been considered. The precision parameters of the balls from brittle materials after dressing by the annual tool have been presented.

Keywords: balls, dressing, annular tool, the harmonic components, kinematics, brittle materials.

Доводку шариков выполняют бесцентровой обкаткой между двумя соосными дисками, один из которых имеет кольцевые канавки сферического или V-образного профиля [1]. Более высокая точность обработки достигается при доводке шариков в канавках V-образного профиля, обеспечивающих трехточечный контакт с инструментом. Наиболее часто применяемые канавки симметричного профиля отобраны на основании практических результатов из большого числа возможных вариантов. Некоторое увеличение производительности доводки шариков достигается применением несимметричных канавок, однако необходимость частых переточек дисков для восстановления формы изношенных канавок ограничивает их применение. Быстрое достижение заданной точности при обработке шариков с использованием канавки несимметричного V-образного профиля в работе [2] объясняется дополнительным вращением шариков вокруг вертикальной оси. Однако при увеличении несимметричности канавки угловая скорость шарика вокруг вертикальной оси увеличивается, а точность обработки в какой-то момент начинает снижаться. Сокращение времени доводки, вероятно, связано не столько с изменением кинематики шариков, сколько с более быстрым уменьшением их отклонений от сферической формы при обработке в несимметричных канавках.

При доводке шариков кольцевым инструментом достигается их четырехточечный контакт с инструментом [3, 4]. Помимо увеличения скорости скольжения шариков в зоне обработки изменяется способность инструмента исправлять отклонения от сферической формы. Цель данной статьи — теоретический анализ влияния профиля кольцевой канавки на исправление отклонений формы шариков при доводке дисковым и кольцевым инструментом.

Доводка шариков дисковым инструментом в канавках V-образного профиля

В процессе доводки верхний диск находится в контакте с большим числом шариков одной точности. На начальном этапе обработки максимальное давление инструмента испытывают наиболее крупные шарики в партии. Выравнивание размеров шариков создает условия для исправления отклонений формы, так как участки "сферической" поверхности, наиболее превышающие средний ее диаметр, подвергаются большему абразивному воздействию. Величина натяга и, соответственно, воздействие абразивного инструмента на отдельный шарик зависят не только от нагрузки на прижимной диск, но и от радиуса шарика в точках его контакта с дисками.

При силовом замыкании инструмента шарик *2* (рис. 1) находится в контакте со стенками канавки нижнего вращающегося диска *1* и торцевой поверхностью верхнего диска *3*, поэтому мгновенные условия доводки определяются текущими значениями отклонений формы шарика в этих трех точках контакта. Отклонение формы шарика в точке *A* непосредственно влияет на мгновенный натяг, а отклонения в точках *B* и *D* вызывают смещение центра шарика и их влияние за-

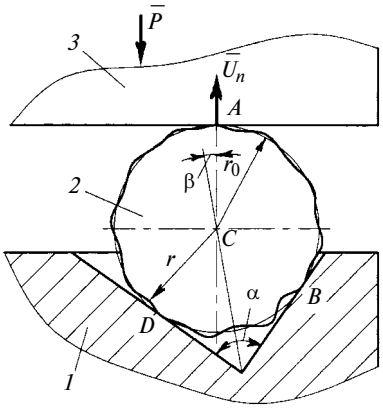


Рис. 1. Схема контакта шарика с дисковым инструментом

висит от угла α при вершине V-образной канавки. Чтобы оценить зависимость мгновенного натяга от указанного угла, воспользуемся гармоническим анализом профиля шарика в диаметральном сечении, т. е. в плоскости точек контакта с дисками. В полярной системе координат с полюсом в центре шарика профиль шарика в диаметральном сечении описывается рядом Фурье

$$r(\varphi) = r_0 + \sum_{n=2}^{\infty} C_n \cos(n\varphi + \varphi_n),$$

где φ — полярный угол; r_0 — средний радиус шарика в диаметральном сечении; n — номер гармонической составляющей отклонения формы шарика в диаметральном сечении; C_n — амплитуда n-й гармоники; φ_n — фаза n-й гармоники.

Амплитуду проявления единичного гармонического отклонения в вертикальном направлении по аналогии с измерением отклонений от крутости цилиндрических деталей в призме можно выразить вектором $\overline{U}_n$, величина которого определяется формулой [5]

$$U_n = 1 + \frac{1}{\sin\alpha} \times \left[\cos\left(\frac{\alpha}{2} - \beta\right)\cos n\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2} + \beta\right) + \cos\left(\frac{\alpha}{2} + \beta\right)\cos n\left(3\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2} + \beta\right)\right], \quad (1)$$

где α — угол при вершине канавки; β — угол между вертикалью и биссектрисой угла α.

Второе слагаемое в формуле (1) определяет вертикальное смещение центра C шарика. Вектор U_n, как и в случае бесцентрового шлифования, назовем коэффициентом исправления исходного отклонения [6, 7]. Он показывает во сколько раз мгновенный натяг, вызванный отклонением на n-й гармонике, больше, чем в случае, когда центр шарика не меняет своего положения по вертикали. Исправление данной гармоники возможно, если U_n положителен, при этом быстрее уменьшаются гармоники, для которых $U_n \geqslant 1$. В общем случае амплитуда гармоники с увеличением ее номера уменьшается, поэтому в первую очередь важно обеспечить исправление гармоник с малым номером.

В таблице представлены значения коэффициента U_n для кольцевых канавок с симметричными и несимметричными ($\alpha = 90°$, $\beta = 10°$) V-образными профилями, а также при двухточечном контакте шарика с инструментом ($\alpha = 180°$). Отрицательное значение коэффициента U_n указывает на то, что смещение центра шарика происходит в направлении к вершине канавки и превышает отклонение на данной гармонике. Наиболее часто применяемый при доводке точных шариков симметричный профиль канавки с углом 90° (см таблицу, третья графа) не исправляет гармоники с номерами 4, 7 и 9, но начиная с угла 90° полностью исправляется ($U_n = 1$) вторая гармоника. Данный профиль имеет преимущество по сравнению с профилем с углом $\alpha = 70°$, который не только не исправляет гармоники 4, 7 и 10, но и медленно исправляет самую низшую гармонику 2.

Значения коэффициента U_n

Гармоника n	Углы профиля канавки							
	α	β	α	β	α	β	α	β
	70°	0	90°	0	90°	10°	180°	0
2	0,40		1,00		1,08		2,00	
3	2,68		2,00		1,77		0,00	
4	−0,34		−0,41		−0,07		2,00	
5	0,85		2,00		1,77		0,00	
6	2,51		1,00		0,79		2,00	
7	−0,58		0,00		0,84		0,00	
8	1,30		2,41		1,24		2,00	
9	2,23		0,00		0,83		0,00	
10	−0,72		1,00		1,91		2,00	

Несимметричный профиль с углами $\alpha = 90°$ и $\beta = 10°$ лучше устраняет низшие гармоники, чем симметричный, так как только гармоника 4 из первых десяти не устраняется. Это подтверждают экспериментальные исследования [2] точности доводки шариков в прямоугольных канавках симметричной и несимметричной форм. Наибольшая точность обработки достигнута в несимметричной канавке с углами $\alpha = 90°$ и $\beta = 10°$. При двухточечном контакте интенсивно устраняются четные гармонические составляющие, но не исправляются нечетные гармоники. Анализ симметричных и несимметричных V-образных профилей кольцевой канавки показал, что для любого из них найдутся гармоники, которые будут устраняться медленно, что, естественно, увеличивает продолжительность обработки.

Приработка рабочих поверхностей дисков перед обработкой расширяет возможный диапазон углов α и β, что позволяет увеличить число исправляемых гармоник. Например, при длине дуги контакта $l = 0{,}2d$ (d — диаметр шарика) возможный диапазон угла α для симметричного профиля с углом 90° может изменяться от 67 до 113°, а угла β от 0 до 11,5° или, если угол α не изменяется и равен 90°, то угол β может изменяться от 0 до 23°. Расчеты показали, что для симметричного профиля с углом $\alpha = 90°$ длина дуги контакта $l = 0{,}2d$ обеспечивает $U_n \geqslant 1$ для всех гармоник. Для несимметричного профиля с $\alpha = 90°$ и $\beta = 10°$ достаточна длина дуги контакта после прикатки $l = 0{,}1d$, при которой достигается

быстрое исправление гармонических составляющих отклонения формы шарика. Приведенные в работе [2] экспериментальные данные показали, что максимальная точность обработки в несимметричной канавке достигается при $l = (0{,}13 \div 0{,}21)d$.

Исправление низших гармонических составляющих отклонения формы шарика при обработке соосным кольцевым инструментом

Доводку шариков соосным кольцевым инструментом можно осуществлять на одной или нескольких кольцевых дорожках [3, 4]. При обработке шариков *1* (рис. 2) на одной кольцевой дорожке кроме нижнего диска *2* с приводом вращения можно связать также и внутреннее кольцо *5*, закрепленное на оправке *4*. Коническая фаска в этом случае выполняется на внутреннем кольце, а кольцевая проточка — на неподвижном кольце *3*, которое устойчиво базируется по двум поверхностям на обрабатываемых шариках. При обработке шарик перемещается по кольцевой дорожке, образованной четырьмя рабочими поверхностями инструмента.

Противоположное вращение нижнего диска и внутреннего кольца значительно увеличивает их относительную скорость. Шарики разделяют с помощью сепаратора, устанавливаемого на нижнем диске. Нагрузка на наружное неподвижное кольцо регулируется сменными грузами или связанными с ним пружинами растяжения (на рисунке не показаны). Изменение осевой нагрузки как на внутреннее кольцо, так и на неподвижное позволяет менять соотношение нагрузок в широких пределах.

Усилие на шарик определяется суммарной нагрузкой на внутреннее приводное кольцо (P_m) и неподвижное кольцо (P_s), т. е. силовое замыкание инструмента обеспечивается по двум незави-

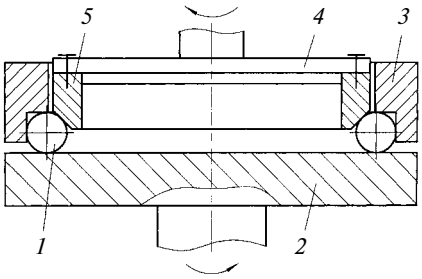


Рис. 2. Конструкция соосного кольцевого инструмента

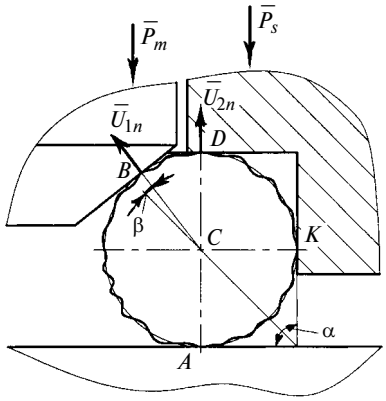


Рис. 3. Схема контакта шарика с кольцевым инструментом

симым направлениям (рис. 3). Коническая поверхность внутреннего кольца прижимает шарик к нижнему диску и цилиндрической поверхности проточки неподвижного кольца — реализуется трехточечный (A, B, K) контакт шарика с инструментом в V-образной канавке с углом $\alpha = 90°$, образованной торцевой и цилиндрической поверхностями соответственно нижнего диска и неподвижного кольца. Гармонические отклонения формы шарика в диаметральном сечении проявляются в направлении вектора $\overline{U}_{1n}$, перпендикулярном к поверхности контакта и составляющем угол β с биссектрисой угла α. Выбирая угол конической фаски на приводном кольце, можно реализовать контакт шарика с несимметричной прямоугольной канавкой с углом $\beta = 10°$, обеспечивающей исправление низших гармоник, кроме гармоники 4.

С помощью торцевой поверхности проточки неподвижного кольца, прижимающей шарики к нижнему диску, одновременно реализуется двухточечный (A, D) контакт шарика с инструментом между параллельными поверхностями ($\alpha = 180°$) и гармонические отклонения формы проявляются в направлении вектора $\overline{U}_{2n}$. Увеличение нагрузки на неподвижное кольцо с проточкой обеспечивает интенсивное исправление четных гармонических составляющих отклонений формы шарика. Суммарное силовое воздействие на шарики неподвижного и приводного колец ускоряет устранения отклонений шариков от сферической формы по сравнению с доводкой в V-образной канавке.

При обработке шарик взаимодействует с инструментом по четырем рабочим поверхностям, несимметрично расположенным относительно центра, поэтому перемещение шарика сопровождается обязательным скольжением по одной из них. Положение мгновенной оси вращения шарика зависит от частоты вращения инструмента и соотношения нагрузок на приводное и неподвижное кольца. При доминирующей осевой нагрузке P_m положение оси вращения шарика можно определить из условия отсутствия проскальзывания шарика во всех точках контакта [3], за исключением точки D контакта с горизонтальной поверхностью проточки (рис. 4). Мгновенная ось абсолютного вращения шарика проходит через точку K контакта с

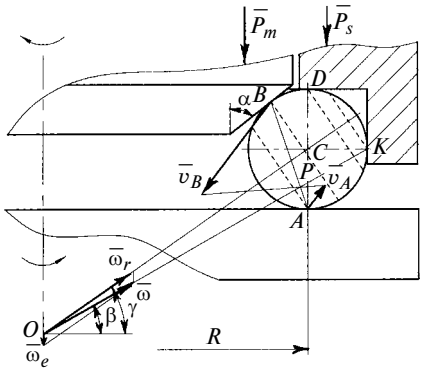


Рис. 4. Кинематика шарика в зоне обработки

неподвижным кольцом и полюс P скоростей v_A и v_B точек A и B контакта шарика с нижним диском и приводным кольцом. Увеличение частоты вращения приводного кольца сопровождается увеличением угла β наклона оси абсолютного вращения $\bar{\omega}$ шарика к горизонтали, так как полюс P смещается вниз. Угловые скорости относительного ($\bar{\omega}_r$) и переносного ($\bar{\omega}_e$) вращений шарика также возрастают.

Повышение нагрузки на неподвижное кольцо вызывает скольжение шарика по конической поверхности фаски и сопровождается уменьшением углов β и γ наклона оси относительного вращения шарика к горизонтали. Следы от контакта с инструментом (на рис. 4 показаны штриховыми линиями) располагаются на сферической поверхности шарика в плоскостях, перпендикулярных вектору $\bar{\omega}_r$, поэтому при повышенной нагрузке занимают другое положение на сферической поверхности. Неизбежные при обработке вибрации в технологической системе вызывают изменение соотношения усилий, действующих на шарики со стороны внутренних приводных и наружных неподвижных колец. Переменное усилие со стороны колец, вызывая постоянное изменение положения собственной оси вращения шарика относительно оси вращения инструмента, обеспечивает смещение сетки следов по сферической поверхности. Данный фактор в сочетании с быстрым исправлением низших гармонических составляющих отклонений формы шарика обеспечивает высокую точность обработки.

Шарики можно обрабатывать на высокой скорости скольжения по рабочим поверхностям инструмента при относительно низкой скорости транспортирования их по кольцевой дорожке. Это обеспечивает интенсивную обработку шариков, изготовленных из различных материалов, в том числе и неметаллических. Обработка шариков из магнитотвердых спеченных материалов, корундовой керамики, оптического стекла и минералов показала высокую эффективность процесса доводки шариков кольцевым инструментом. Отклонения от сферической формы шариков диаметром 2,5÷10 мм составляли менее 0,4 мкм при скорости съема припуска 0,25 мкм/мин для магнитотвердого спеченного материала КС37 и 0,15 мкм/мин для вакуумплотной минералокерамики ВК 94-1.

Таким образом, при доводке шариков соосным инструментом исправление гармонических составляющих отклонений формы шарика зависит от поперечного профиля кольцевой канавки или дорожки, образованной рабочими поверхностями инструмента. Кольцевая конструкция инструмента обеспечивает контакт шарика одновременно по двухточечной и трехточечной схемам, что позволяет ускорить исправление различных гармонических составляющих отклонений формы шариков по сравнению с доводкой шариков в канавках V-образного профиля. Высокая скорость скольжения шариков относительно инструмента и быстрое изменение положения собственной оси вращения обеспечивают высокую точность обработки шариков из хрупких материалов, в том числе и неметаллических.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Олендер Л. А., Добрынин Ю. А.** Совершенствование формообразования сферических поверхностей. Минск: БелНИИНТИ, 1980. 43 с.
2. **Орлов П. Н., Иногамов Т. И., Наумов В. А.** Влияние конструкции инструмента на качество доводки шариков // Станки и инструмент. 1972. № 3. С. 37, 38.
3. **Щетникович К. Г.** Исследование кинематики шариков из хрупких неметаллических материалов при тонком шлифовании соосным кольцевым инструментом из сверхтвердых материалов // Сверхтвердые материалы. 2010. № 1. С. 57—68.
4. **Щетникович К. Г.** Влияние осевой нагрузки на изменение условий скольжения при доводке шариков сборным инструментом // Вестник машиностроения. 2010. № 1. С. 13—17.
5. **Авдулов А. Н.** Контроль и оценка крутости деталей машин. М.: Изд-во стандартов. 1974. 176 с.
6. **Романов В. Л.** Динамическая теория формообразования при бесцентровом шлифовании // Труды института машиноведения. 1965. Вып. 19. С. 80—97.
7. **Захаров О. В., Гаврилов А. Н.** Гармонический анализ при моделировании бесцентрового суперфинишного формообразования // Актуальные проблемы электронного приборостроения и машиностроения: сб. науч. ст. / Отв. ред. Т. В. Конюшков. Саратов: СГТУ, 2002. С. 129—134.

ВНИМАНИЮ АВТОРОВ!

Правила подготовки рукописи опубликованы на 3-й полосе обложки журнала "Вестник машиностроения" № 2 за 2010 г.

УДК 629.113.62-235; 621.85

И. К. АЛЕКСАНДРОВ, д-р техн. наук, Е. В. НЕСГОВОРОВ, канд. техн. наук (Вологодский ГТУ),
e-mail: alex@mh.vstu.edu.ru

Адаптивная электромеханическая трансмиссия

Рассматривается система автоматического регулирования, обеспечивающая адаптивные свойства энергетической силовой установки транспортных средств с электромеханической трансмиссией.

Ключевые слова: адаптивная трансмиссия, гибридная силовая установка, оптимизация работы ДВС.

An automatic control system providing the adaptive properties of the energy power installation of the transport with electromechanical transmission is considered.

Keywords: adaptive transmission, hybrid power installation, work optimization of the internal-combustion engine.

В работах [1—7] рассматриваются вопросы энергетической эффективности применения адаптивной электромеханической трансмиссии (АЭТ) на машинных агрегатах, в первую очередь на транспортных средствах (ТС), основной энергетической установкой которых является двигатель внутреннего сгорания (ДВС). Показано, что энергетическая эффективность применения АЭТ обеспечивается ее способностью корректировать свое передаточное отношение при изменении внешней нагрузки с целью стабилизации и исключения неустановившихся (наиболее неэффективных) режимов работы ДВС. Стабилизация режимов существенно снижает расход углеводородного топлива на единицу полезной работы, пропорционально уменьшается количество вредных выбросов в окружающую среду.

Очевидно, что при традиционном применении ДВС на ТС без внедрения прогрессивных технологий невозможно достичь норм выброса вредных веществ, соответствующих европейским стандартам EBPO-IV и EBPO-V. Одним из наиболее эффективных и достаточно просто реализуемым методом является использование АЭТ.

Электромеханическая трансмиссия получает все большее распространение, в частности, ее достаточно давно применяют на карьерных самосвалах "БелАЗ" [8], а также на железнодорожном транспорте и тракторах промышленного назначения. Развитие трансмиссии получило новый импульс с появлением в последние годы на автомобильном транспорте гибридных энергетических установок ("Ниссан", "Ауди", "Тойота", "Лексус" и др. [9, 10]).

Основное преимущество трансмиссии — стабилизация мощности в электрической цепи "генератор электрической энергии — двигатель мотор-колеса". Кроме того, благодаря высокой приспособляемости электрической энергоустановки к нагрузке многократно упрощается передаточный механизм (он может быть вообще исключен при использовании мотор-колеса прямого действия). Другое существенное преимущество электропривода — возможность рекуперации энергии торможения ТС в накопитель (аккумулятор) для последующего ее использования на выполнение транспортного процесса.

Адаптивные возможности трансмиссии иллюстрирует схема (рис. 1), на которой выделены два блока: дизель-генераторная установка I и преобразовательная установка II, включающая преобразователь частоты и мотор-колесо (движитель).

Благодаря использованию электродвигателя с мягкой механической характеристикой, представляющей собой гиперболическую функцию частоты $\omega_1(t)$ вращения от нагрузочного (внешнего) момента $M_1(t)$, достигается стабилизация электрической мощности в цепи "генератор тока — мотор-колесо", что обеспечивает работу дизель-генераторной установки в заданном мощностном диапазоне практически в стационарных нагрузочном и скоростном режимах.

Однако обычная электромеханическая трансмиссия (см. рис. 1) имеет два существенных недостатка: не обеспечивает максимального использования ДВС на его внешней скоростной характеристике; не обладает возможностью рекуперации механической энергии, возникающей в системе при торможении ТС или при его движении под уклон. Однако экспериментальные исследования троллейбусов [11] показали, что объем рекуперируемой энергии на электрифицированных ТС в реальных условиях эксплуатации может достигать 30÷40 %.

В Вологодском ГТУ разработана и запатентована система управления [12], обеспечивающая оп-

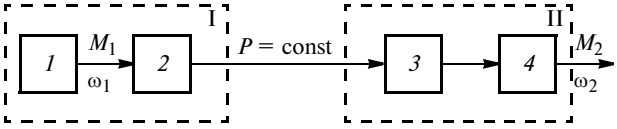


Рис. 1. Принципиальная схема ТС с электромеханической трансмиссией:
I — дизель-генераторная установка; II — мотор-колесо; *1* — дизель; *2* — генератор тока; *3* — тяговый электродвигатель; *4* — движитель; M_1 = var; ω_1 = var; M_2 = const; ω_2 = const; $P = M_2\omega_2$ = = const

тимизацию режима работы ДВС на гибридной силовой установке (ГСУ).

Как известно, ГСУ включает в себя четыре основных компонента: основную энергетическую установку (ДВС); генератор электрической энергии; накопитель электрической энергии; тяговый электрический двигатель, приводящий в действие движитель (колесо) ТС.

Поскольку в данном случае ДВС является единственным источником энергии, то оптимизация его работы определяет энергетическую эффективность ТС в целом. Минимизация расхода топлива достигается при устойчивой работе ДВС на внешней скоростной характеристике [1—7]. Это условие обеспечивается благодаря автоматической системе регулирования (АСР) работы первого блока гибридной установки "ДВС—генератор электрической энергии". Стабилизация минимального расхода топлива обеспечивается автоматическим регулированием режима работы ДВС на основе обратных связей с элементами силовой установки, включающей генератор переменного тока, выпрямитель, управляемый аккумулятор электрической энергии, электродвигатель со своей системой управления.

Принцип действия АСР, управляющей работой ДВС, следующий. Сигнал первой обратной связи, равный разности заданной и действительной частот вращения, усиливают и подают на вход управления током возбуждения генератора переменного тока, изменяют его электромагнитный момент, приводя последний в соответствие с моментом, развиваемым ДВС. Одновременно измеряют второй сигнал — напряжение на выходе накопителя энергии, который сравнивают с двумя предварительно установленными значениями. При отклонении измеренного напряжения от установленного вырабатывается сигнал либо на отключение ДВС, если напряжение превышает верхнее заданное значение, либо на включение ДВС, если напряжение становится меньше нижнего заданного значения.

Таким образом, обеспечивается работа ДВС в повторно-кратковременном режиме при неизменной заданной нагрузке (мощности) и максимальном включении топливоподающего рабочего органа (ТПРО), т. е. в периоды включения ДВС выдерживается его работа только на внешней скоростной характеристике.

Предлагаемый способ реализуется с помощью устройства, структурная схема которого дана на рис. 2. Устройство содержит: задатчик *1* положения ТПРО с выходным сигналом $h1$; преобразователь *2* положения ТПРО в сигнал задания угловой частоты $\omega_{зад}$ вращения вала ДВС; сравнивающее устройство *3* с выходным сигналом $\Delta\omega$, равным разности $\omega_{зад}$ и действительной угловой частоты ω вращения

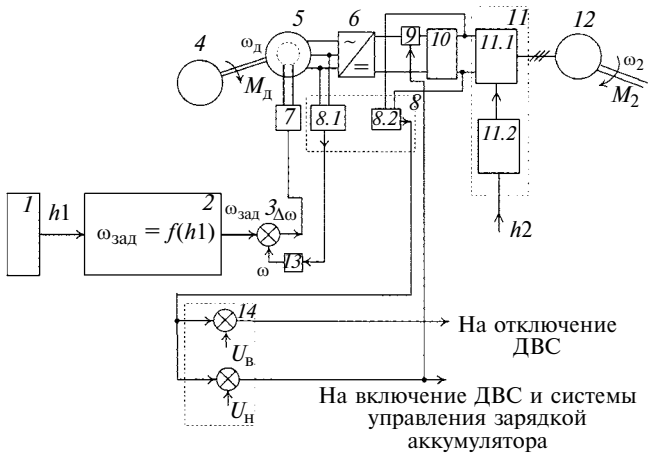


Рис. 2. Структурная схема автоматической системы управления ДВС ГСУ

вала ДВС *4*; генератор *5* переменного тока; выпрямитель *6*; преобразователь *7* разности заданной и действительной угловых частот вращения вала ДВС в соответствующий ток возбуждения генератора переменного тока; датчик *8*, включающий датчик *8.1* частоты напряжения на выходе генератора *5* и датчик *8.2* напряжения на выходе выпрямителя *6*; систему *9* управления током зарядки аккумуляторной батареи *10*; систему *11* управления электрическим двигателем, включающую силовой преобразователь *11.1* со своей системой *11.2* управления, имеющей на входе сигнал $h2$ от водителя; электрический двигатель *12*; преобразователь *13* частоты напряжения на выходе генератора в сигнал угловой частоты ω вращения вала ДВС; двухуровневый компаратор *14*, преобразующий сигнал на его входе в команду на отключение или включение ДВС и системы *9* управления током зарядки аккумуляторной батареи.

Устройство работает следующим образом. Частота вращения $\omega_д$ и крутящий момент $M_д$ ДВС *4*, соответствующие минимальному расходу топлива (можно задавать любые значения этих параметров, определяемые внешней скоростной характеристикой, но наиболее рациональными в отношении топливной экономичности являются режимные параметры, соответствующие максимальному эффективному моменту ДВС), определяются путем задания частоты вращения на входе системы управления генератором *5* переменного тока. При отклонении частоты вращения от заданной изменяется напряжение на выходе генератора, что приводит к регулированию его тока возбуждения благодаря обратной связи по цепи *8.1—13—3—7*. Включение и отключение ДВС *4* и системы *9* управления током в зависимости от уровня заряда батареи *10* осуществляется с использованием второй обратной связи по цепи *8.2—14—9*.

Изменение крутящего момента M_2 на валу электродвигателя *12*, приводящего в движение ведущие колеса (движитель), обусловленное изменением дорожных условий или командой водителя (сигнал *h*2), а также длительное движение с постоянным крутящим моментом вызывают изменение энергии, потребляемой двигателем *12* от батареи *10* и изменение величины напряжения на выходе последнего.

В случае превышения верхнего установленного напряжения, что свидетельствует о полной зарядке батареи, релейный элемент *8.2* выдает сигнал для отключения ДВС. В это время система автоматического управления электрическим двигателем питается только от аккумуляторной батареи, расходуя накопленную ею энергию, что приводит к снижению напряжения в электрической цепи.

Таким образом, рассмотренные способ и устройство способствуют оптимизации работы ДВС при изменяющемся крутящем моменте на валу приводного электрического двигателя при практически неизменном положении топливоподающего органа ДВС, что обеспечивает работу последнего на части регуляторной ветви вблизи внешней скоростной характеристики. В этом случае условия работы ДВС аналогичны условиям при использовании адаптивной гидромеханической трансмиссии. Рабочий интервал регулирования определяется величиной $\Delta\omega$, если удельный расход топлива близок к минимальному, а частота вращения вала и мощность ДВС квазипостоянны. Иными словами, исключается работа ДВС на переходных режимах при непрерывно изменяющемся крутящем моменте на движителе.

Принципиальной особенностью данной АСР по сравнению со способом стабилизации, предложенным в работе [6], является то, что квазипостоянный режим работы ДВС обеспечивается не автоматической поднастройкой параметров трансмиссии, а путем автоматического поддержания постоянной мощности, отбираемой от генератора электрической энергии. Такая система обладает большими надежностью и быстродействием.

Недостатком названных АСР является то, что при способности обеспечивать стабилизацию работы ДВС на внешней скоростной характеристике в них отсутствует система управления рекуперацией энергии торможения в накопитель электрической энергии с последующим ее использованием. Решению этой проблемы посвящена разработка, на которую авторами статьи подана заявка на изобретение.

Опыт эксплуатации АЭТ на большегрузных карьерных самосвалах ("БелАЗ" и др.) показал, что обеспечение работы энергоустановки в режиме постоянной мощности повышает топливную экономичность дизеля на 15÷20 %. С учетом этого перевод ДВС в стационарный режим на внешней скоростной характеристике будет еще более эффективным.

Известно, что в настоящее время при эксплуатации транспортных и тяговых машин максимальная мощность ДВС реализуется лишь на 30÷35 %. При этом двигатель работает на частичных характеристиках с удельным расходом топлива, в несколько раз превышающим минимальный, который реально достигается только во время стендовых испытаний ДВС при его работе на внешней скоростной характеристике. Адаптивные трансмиссии исключают работу ДВС на частичных характеристиках, что позволит снизить расход топлива на транспортных и тяговых средствах в 2÷3 раза.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Александров И. К.** ДВС и адаптивная трансмиссия // Вестник машиностроения. 2007. № 2. С. 8—11.
2. **Александров И. К.** Адаптивные трансмиссии — путь к созданию экономичных АТС // Автомобильная промышленность. 1996. № 2. С. 17—19.
3. **Александров И. К.** Адаптивные трансмиссии — путь к созданию экономичных машинных агрегатов и транспортных средств // Техника в сельском хозяйстве. 1997. № 5. С. 27—30.
4. **Александров И. К.** Совершенствование сельскохозяйственных машин и агрегатов на основе энергетического анализа: Дис. ... д-ра техн. наук. СПб.: 1993.
5. **Александров И. К.** Энергетический анализ и пути снижения энергоемкости машинных агрегатов. Вологда: Сев.-Двинское отдел. Инженер. академии РФ, 1993. 198 с.
6. **Пат. 2070649 С1 Рос. Федерации:** МКИ 6 F 02 D 45/00, B 60 K 41/16. Способ стабилизации минимального удельного расхода топлива двигателем внутреннего сгорания и устройство для его осуществления.
7. **Александров И. К.** Основные положения энергетического анализа машин: Учеб. пос. Вологда: ВоПИ, 1999. 73 с.
8. **Викторов В.** БелАЗ-75502 //Автомобильный транспорт. 1989. № 2.
9. **Златин П. А., Кеменов В. А., Ксеневич И. П.** Электромобили и гибридные автомобили. М.: Агроконсалт, 2004. 416 с.
10. **Гибридные** автомобили и их компоненты (обзор зарубежной печати) // Мобильная техника. 2003. № 1—3.
11. **Александров И. К., Несговоров Е. В., Раков В. А.** Научно-техническое обоснование энергетического баланса в системе генератор-накопитель энергии — двигатель гибридного привода на основании исследований ездового цикла троллейбуса // Научно-исследовательская работа по заказу ОАО "Транс-Альфа". Вологда: 2008. 78 с.
12. **Пат. 2338081 С1 Рос. Федерации:** МПК F 02 D 17/04, F 02 D 41/30: Способ стабилизации минимального удельного расхода топлива двигателем внутреннего сгорания транспортного средства с электромеханической трансмиссией и устройство для его осуществления.

УДК 534.1

А. В. ЧЕРНИКОВ (ООО "Умные Технологии", г. Пермь), О. Г. ПЕНСКИЙ (Пермский ГУ),
e-mail: ogpenskv@mail.ru

Математическая модель заглубления в грунт строительного элемента с платформы на воде

Предложена математическая модель заглубления строительного элемента в грунт из откатной артиллерийской системы с платформы, находящейся на воде.

Ключевые слова: математическая модель, артиллерийское орудие, динамика, водное строительство.

A mathematical model of deepening the building element into the earth from rebound artillery system from a platform located on the water is proposed.

Keywords: mathematical model, artillery gun, dynamics, water building.

В работах [1—3] предложены математические модели динамики артиллерийских орудий, находящихся на твердой поверхности при заглублении строительных элементов в грунт, а также показано практическое использование артиллерийских орудий при возведении легких фундаментов.

При заглублении в грунт строительных элементов из артиллерийских орудий, находящихся на платформе, расположенной на поверхности воды, необходимо знать динамику орудия, строительного элемента, его движения в воде и в грунте. Для этого необходимо построить математическую модель процесса. Моделирование важно в связи с конструированием "водных" строительных артиллерийских орудий.

Модель выстрела

Рассматривая процесс выстрела, можно выделить три периода: предварительный период — от начала горения пороха до начала движения строительного элемента; первый период — от начала движения строительного элемента до окончания горения пороха; второй период — движение строительного элемента во время адиабатического расширения пороховых газов, образовавшихся после сгорания пороха [4].

При выводе основных уравнений внутренней баллистики пушки, расположенной на платформе на воде, сделаем следующие допущения:

ствол орудия направлен вертикально вниз;

орудие расположено на краю платформы;

откатные части орудия жестко прикреплены к платформе;

ствол орудия не имеет нарезов, т. е. орудие — гладкоствольное;

для строительного артиллерийского орудия с платформой не учитывается работа, затрачиваемая на перемещение газов и заряда. Это возможно если принять во внимание, что в рассматриваемом случае вес заряда очень мал по сравнению с весами орудия с платформой и строительного элемента, а следовательно, кинетическая энергия заряда будет пренебрежимо мала по сравнению с кинетической энергией орудия с платформой и строительного элемента;

давление газов на дно канала ствола и строительный элемент равное;

порох имеет постоянную поверхность горения;

скорость горения пороха $u = u_1 p$, где $u_1 = \text{const}$, p — давление пороховых газов в канале ствола;

состав продуктов горения не меняется, сила f пороха и коволюм α пороховых газов постоянны;

показатель адиабаты $\theta + 1$ постоянный, равен некоторому среднему значению;

строительный элемент стоит на месте, пока давление газов не достигнет давления p_0 форсирования;

движение строительного элемента по каналу ствола рассматривается до момента прохождения его днища через дульный срез;

деформация стенок ствола при выстреле и прорыв газов через зазоры между строительным элементом и каналом ствола отсутствуют;

силы сопротивления грунта и воды описываются гладкой функцией от времени, модуль производной имеет небольшое значение;

заглубляемый строительный элемент — недеформируемое тело;

заглубление строительного элемента осуществляется на малой глубине — 3÷5 м. Так как эта глубина соизмерима с длиной строительного элемента, то сопротивлением воды пренебрегаем;

платформа имеет отверстие в центре.

При анализе процесса выстрела из орудия с платформы на воде необходимо учитывать не только часть энергии пороховых газов, которая переходит в кинетическую энергию поступательного движения строительного элемента, но и энергию, затрачиваемую на совершение других видов работ. Это позволит установить баланс энергии при выстреле.

Запишем закон сохранения энергии для порохового заряда. Энергию пороховых газов заснаряд-

ного пространства, необходимую для выполнения любого вида работ, можно определить по формуле

$$E = \frac{f}{\theta}\omega\Psi - \frac{p(W_\Psi + sL)}{\theta}, \qquad (1)$$

где f — сила пороха; θ — коэффициент адиабаты без единицы; ω — масса заряда; Ψ — относительная часть сгоревшего заряда; p — давление в канале ствола; W_Ψ — свободный объем каморы к моменту сгорания в ней части Ψ заряда; s — площадь поперечного сечения канала ствола; L — путь строительного элемента по каналу ствола.

Определим работу по преодолению сил сопротивления воды и грунта при движении в них строительного элемента, выполненную за счет энергии пороховых газов.

Сила сопротивления грунта $F_{11} = F_1(v_a, L_a)$; сила сопротивления воды $F_{21} = F_2(v_a, L_b)$. Тогда энергию импульсного заглубления строительного элемента на глубину L_b в воду и на глубину L_a в грунт определим по формуле

$$Z_1 = F_1 + F_2 = \int_0^{L_a} F_1(v_a, x)\mathrm{d}x + \int_{L_a}^{L_b} F_2(v_a, x)\mathrm{d}x,$$

где $v_a = \mathrm{d}x/\mathrm{d}t$ — абсолютная скорость движения строительного элемента (скорость относительно поверхности земли).

Скорость v_a связана с относительной скоростью v (скоростью относительно канала ствола) и скоростью V движения орудия с платформой (относительно поверхности воды) равенством $v_a = v - V$. Тогда энергию импульсного заглубления можно выразить как

$$Z_1 = \int_0^{L_a} F_1(v - V, x)\mathrm{d}x + \int_{L_a}^{L_b} F_2(v - V, x)\mathrm{d}x,$$

где $v - V = \mathrm{d}x/\mathrm{d}t$.

Очевидно, что кинетическая энергия строительного элемента массой m в момент времени t будет $Z_2 = mv_a^2/2$.

Ствол орудия расположен вертикально и строительный элемент движется вниз, т. е. энергия пороховых газов идет и на перемещение откатных частей орудия с платформой вверх. Тогда работу по перемещению орудия с платформой можно выразить: $Z_3 = QL_\text{п}$, где Q и $L_\text{п}$ — вес платформы с орудием и ее перемещение. Кроме того, энергия пороховых газов сообщает орудию с платформой скорость V, следовательно, кинетическая энергия орудия с платформой будет $Z_4 = MV^2/2$, где M — масса орудия с платформой.

На преодоление силы сопротивления отката расходуется энергия $Z_5 = \int_0^{L_\text{п}} G(V, L_\text{п})\mathrm{d}L_\text{п}$, где $G(V, L_\text{п})$ — сила сопротивления отката.

Так как строительный элемент движется вертикально вниз, то сила тяжести сама выполняет работу, равную $Z_6 = qL_a$, которая не входит в сумму работ, совершаемых за счет энергии пороховых газов. Тогда энергию пороховых газов можно выразить как

$$E = \sum_{i=1}^{5} Z_i - Z_6. \qquad (2)$$

Приравняем уравнения (1) и (2):

$$\frac{f}{\theta}\omega\Psi - \frac{p(W_\Psi + sL)}{\theta} =$$

$$= \int_0^{L_a} F_1(v - V, x)\mathrm{d}x + \int_{L_a}^{L_b} F_2(v - V, x)\mathrm{d}x + \frac{mv_a^2}{2} +$$

$$+ QL_\text{п} + \frac{MV^2}{2} + \int_0^{L_n} G(V, L_\text{п})\mathrm{d}L_\text{п} - qL_a.$$

Решим полученное уравнение и определим давление p в канале ствола:

$$p = \frac{f\omega\Psi - \theta\frac{mv_a^2}{2} - \theta\int_0^{L_a} F_1(v - V, x)\mathrm{d}x -}{s(L_\Psi + L)} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{-\theta\int_{L_a}^{L_b} F_2(v - V, x)\mathrm{d}x + qL_a\theta}{} -$$

$$- \frac{\theta\frac{MV^2}{2} + \theta QL_\text{п} + \theta\int_0^{L_\text{п}} G(V, L_\text{п})\mathrm{d}L_\text{п}}{s(L_\Psi + L)}, \qquad (3)$$

где $L_\Psi = W_\Psi/s$.

Рассмотрим уравнения предварительного, первого и второго периодов процесса выстрела.

Расчет параметров предварительного периода сводится к определению относительной части Ψ_0 сгоревшего пороха до начала движения строительного элемента:

$$\Psi_0 = \frac{\frac{1}{\Delta} - \frac{1}{\delta}}{\frac{f}{p_0} + \alpha - \frac{1}{\delta}}, \qquad (4)$$

где Δ — плотность заряда; δ — плотность пороха; p_0 — давление форсирования строительного элемента.

Для того чтобы строительный элемент начал двигаться поступательно, необходима энергия пороховых газов, освобождающая его от креплений, препятствующих свободному движению строительного элемента в стволе до начала выстрела, которая определяется величиной p_0S. Зная ее, можно определить давление p_0 форсирования.

Для получения дифференциального уравнения, описывающего изменение давления в первом периоде выстрела, продифференцируем уравнение (3) по времени. Учитывая справедливость равенств

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_0^{L_a} F_1(v-V,x)\mathrm{d}x+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{L_a}^{L_b} F_2(v-V,x)\mathrm{d}x = \\
&= \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_0^{t_1} F_1(v-V,L_a)(v-V)\mathrm{d}t + \\
&+ \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{t_1}^{t_2} F_2(v-V,L_b)(v-V)\mathrm{d}t = \\
&= F_1(v_a,L_a)v_a + F_2(v_a,L_b)v_a, \\
&\text{получим} \\
&\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} = \frac{f\omega\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}t} - \theta m v_a\frac{\mathrm{d}v_a}{\mathrm{d}t} - \theta\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_0^{L_a} F_1(v-V,x)\mathrm{d}x -}{s(L_\Psi+L)} \to \\
&\to \frac{-\theta\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{L_a}^{L_b} F_2(v-V,x)\mathrm{d}x + qv_a\theta}{} - \frac{p\left(\frac{\mathrm{d}L_\Psi}{\mathrm{d}t}+\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t}\right)}{L_\Psi+L} - \\
&- \frac{\theta MV\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} + \theta QV + \theta\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_0^{L_n} G(V,L_n)\mathrm{d}L_n}{s(L_\Psi+L)}.
\end{aligned}\right\}(5)$$

Скорость строительного элемента в канале ствола $v = \mathrm{d}L/\mathrm{d}t$.

Для трубчатого пороха справедливы уравнения:

$$\mathrm{d}\Psi/\mathrm{d}t = \chi/I_n = \Gamma p; \tag{6}$$

$$\frac{\mathrm{d}L_\Psi}{\mathrm{d}t} = -\frac{W_0}{s}\left(\alpha-\frac{1}{\delta}\right)\Gamma p, \tag{7}$$

где χ — характеристика формы пороха; I_n — импульс, создаваемый порохом; $\Gamma = \chi/I_n$.

Введем обозначение $a_1 = \frac{W_0}{s}\left(\alpha-\frac{1}{\delta}\right)$. Тогда выражения (6) и (7) для трубчатого пороха примут вид: $\mathrm{d}\Psi/\mathrm{d}t = \Gamma p$ и $\mathrm{d}L_\Psi/\mathrm{d}t = -a_1\Gamma p$.

Подставим эти выражения в уравнение (5) и получим:

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} = \frac{f\omega\Gamma p - \theta m v_a\frac{\mathrm{d}v_a}{\mathrm{d}t} - \theta F_1(v-V,L_a)(v-V) -}{s(L_\Psi+L)} \to$$
$$\to \frac{-\theta F_2(v-V,L_b)(v-V)}{} + \frac{\theta q(v-V)}{s(L_\Psi+L)} -$$
$$- \frac{p(v-a_1\Gamma p)}{L_\Psi+L} - \frac{\theta MV\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} + \theta QV + \theta G(V,L_\text{п})V}{s(L_\Psi+L)}. \tag{8}$$

Выведем уравнения поступательного движения строительного элемента в грунте, воде и канале ствола одновременно. На строительный элемент, двигающийся вертикально вниз, действуют силы: давление пороховых газов $X_1 = ps$; сопротивления воды и грунта $X_2 = -(F_1(v_a, L_a) + F_2(v_a, L_b))$; тяжести, определяемая весом q строительного элемента, $X_3 = q$.

Для полученных уравнений запишем второй закон Ньютона: $m\frac{\mathrm{d}v_a}{\mathrm{d}t} = \sum_{i=1}^{3} X_i$. Заменив в этом уравнении величины X_i величинами X_1—X_3, получим: $m\frac{\mathrm{d}v_a}{\mathrm{d}t} = ps - F_1(v_a, L_a) - F_2(v_a, L_b) + q$.

Преобразуем полученное равенство с учетом, что $v_a = v - V$, к виду $m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = ps - F_1(v - V, L_a) - F_2(v - V, L_b) + q + m\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t}$.

Очевидно, что скорость V движения орудия с платформой удовлетворяет равенству $M\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = ps - Q - G(V, L_\text{п})$. С учетом этого уравнение поступательного движения строительного элемента в канале ствола примет вид:

$$m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = ps - F_1(v - V, L_a) - F_2(v - V, L_b) + q + \frac{m}{M}(ps - Q - G(V, L_\text{п})). \tag{9}$$

Приведем подобные члены уравнения (9) и получим:

$$m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \left(1+\frac{m}{M}\right)ps - F_1(v - V, L_a) - F_2(v - V, L_b) - \frac{m}{M}G(V, L_\text{п}). \tag{10}$$

Перемещение $L_\text{п}$ орудия с платформой вверх находим из уравнения $V = \mathrm{d}L_\text{п}/\mathrm{d}t$.

Из всех полученных ранее уравнений составим систему обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} = \frac{f\omega Гp - \theta m v_a \frac{\mathrm{d}v_a}{\mathrm{d}t} - \theta F_1(v - V, L_a)(v - V) -}{s(L_\Psi + L)} \to \\
&\to \frac{-\theta F_2(v - V, L_b)(v - V) + \theta q(v - V)}{} - \\
&- \frac{p(v - a_1 Гp)}{L_\Psi + L} - \frac{\theta M V \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} + \theta Q V + \theta G(V, L_п) V}{s(L_\Psi + L)}; \\
&m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \left(1 + \frac{m}{M}\right) ps - F_1(v - V, L_a) - \\
&- F_2(v - V, L_b) - \frac{m}{M} G(V, L_п); \\
&M\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = ps - Q - G(V, L_п); \\
&\mathrm{d}L/\mathrm{d}t = v; \quad \mathrm{d}L_п/\mathrm{d}t = V; \quad \mathrm{d}\Psi/\mathrm{d}t = Гp; \\
&L_\Psi = \frac{W_0}{s}\left(1 - \frac{\Delta}{\delta} - \Delta\left(\alpha - \frac{1}{\delta}\right)\Psi\right).
\end{aligned}\right\} \quad (11)$$

Начальные условия для данной системы: $p|_{t=0} = p_0$, $v|_{t=0} = 0$, $\Psi|_{t=0} = \Psi_0$, $L|_{t=0} = 0$, $L_п|_{t=0} = 0$, $V|_{t=0} = 0$.

Решая систему (11), получим зависимости $p(t)$, $v(t)$, $V(t)$, $L(t)$, $L_п(t)$, $\Psi(t)$, определяющие внутреннюю баллистику импульсного заглубления строительного элемента через воду в грунт из артиллерийского орудия на платформе в первом периоде выстрела ($\Psi < 1$).

Во втором периоде выстрела пороховые газы расширяются адиабатически по закону: $p = p_k \frac{(L_1 + L_k)^{1+\theta}}{(L_1 + L)^{1+\theta}}$, где p_k, L_k — давление в канале ствола и путь строительного элемента к концу первого периода выстрела: $L_1 = L_{\Psi|\Psi=1}$.

Полная система дифференциальных уравнений для второго периода выстрела будет иметь вид

$$\left.\begin{aligned}
&p = p_k \frac{(L_1 + L_k)^{1+\theta}}{(L_1 + L)^{1+\theta}}; \\
&m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \left(1 + \frac{m}{M}\right) ps - F_1(v - V, L_a) - \\
&- F_2(v - V, L_b) - \frac{m}{M} G(V, L_п); \\
&M\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = ps - Q - G(V, L_п); \\
&\mathrm{d}L/\mathrm{d}t = v; \quad \mathrm{d}L_п/\mathrm{d}t = V.
\end{aligned}\right\} \quad (12)$$

Начальные условия для системы соответствуют конечным значениям для первого периода выстрела.

Решив систему уравнений (12) с соответствующими начальными условиями, получим зависимости: $p(t)$, $v(t)$, $V(t)$, $L(t)$, $L_п(t)$ [5].

Движение платформы во время выстрела

Модель установки для заглубления в грунт строительного элемента с платформы на поверхности воды приведена в работах [6, 7]. Так как платформа соединена с откатными частями орудия "намертво", то силы сопротивления отката нет и $G(V, L_п) = 0$.

Силы, действующие на орудие с платформой, схематично представлены на рисунке. Рассмотрим систему "качающаяся платформа — артиллерийское орудие", для движения которой по вертикали запишем второй закон Ньютона $M\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = F_A - F_v - Mg$.

Здесь: $F_A = \rho g V = \rho g ab(h_0 - x)$ — сила Архимеда (V — объем погруженной в воду части платформы с орудием, ρ — плотность воды, a, b, h_0 — линейные размеры части платформы, погруженной в воду); $F_v = k\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ — сила сопротивления движению ($k = S_t\rho$ — коэффициент вязкости, зависящий от рода жидкости, $S_t = ab/2$ — площадь погруженной в воду части платформы).

Тогда второй закона Ньютона примет вид:

$$\ddot{x} + \frac{ab\rho}{M}\dot{x} + \frac{\rho g ab}{M}x = 0. \quad (13)$$

Уравнение (13) — уравнение затухающих колебаний. Колебания системы после выстрела будут затухать пропорционально коэффициенту $ab\rho/M$. Начальные условия для уравнения (13): $x(t) = L_п$, $\dot{x}(t) = V$, где t — момент времени конца третьего этапа.

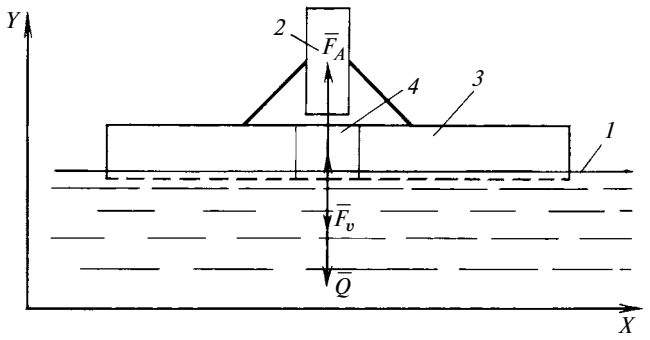


Схема положения платформы с орудием на воде после выстрела:
Q — вес платформы с артиллерийским орудием; F_A — сила Архимеда; F_v — сила сопротивления движению; *1* — поверхность воды; *2* — орудие; *3* — платформа; *4* — отверстие в платформе

Математическая модель заглубления строительного элемента с платформы на поверхности воды

При заглублении строительного элемента в грунт через воду рассмотрим пять этапов: первый — предварительный период выстрела; второй — первый период выстрела и движение платформы с орудием вверх; третий — второй период выстрела и движение платформы с орудием вверх; четвертый — движение строительного элемента в грунте; пятый — колебательное движение платформы с орудием.

Таким образом, движение платформы с орудием при выстреле описывается следующей системой уравнений:

первый этап — уравнение (4);

второй этап — система уравнений (11) с начальными условиями: $p|_{t=0} = p_0$, $v|_{t=0} = 0$, $\Psi|_{t=0} = \Psi_0$, $L|_{t=0} = 0$, $L_п|_{t=0} = 0$, $V|_{t=0} = 0$;

третий этап — система уравнений (12), начальными условиями для которой будут переменные: $p(t)$, $v(t)$, $V(t)$, $L(t)$, $L_п(t)$, полученные при решении системы уравнений (11) для конца второго этапа;

четвертый этап

$$\left.\begin{aligned} & m\frac{dv}{dt} = -F_1(v - V, L - L_n); \\ & dV/dt = -g; \quad dL_п/dt = V; \quad dL/dt = v. \end{aligned}\right\} \qquad (14)$$

Начальными условиями для системы уравнений (14) будут переменные $v(t)$, $V(t)$, $L(t)$, полученные при решении системы уравнений (12) для конца третьего этапа;

пятый этап — после остановки строительного элемента в грунте, платформа продолжает колебательное движение, описываемое задачей Коши — уравнением (13) с начальными условиями: $x(t) = L_п$, $\dot{x}(t) = V$, где t — момент времени конца четвертого этапа.

Численный эксперимент

Для эксперимента использовали модернизированную пушку М-46 (М-47) и понтон в качестве платформы. Исходные параметры: длина канала ствола $L_s = 2{,}345$ м, масса строительного элемента $m = 360$ кг, длина строительного элемента $L_0 = 4$ м, калибр ствола $d = 0{,}170$ м, объем каморы $W_0 = 0{,}001026$ м^3, масса заряда $\omega = 0{,}3$ кг, сила пороха $f = 950\,000$ Дж/кг, характеристика формы пороха $\chi = 1$, плотность пороха $\delta = 1600$ кг/м^3, давление форсирования строительного элемента $p_0 = 200\,000$ кг/м^2, коволюм пороховых газов $\alpha = 0{,}98 \cdot 10^{-3}$ м^3/кг, плотность заряда $\Delta = \frac{\omega}{W_0} = \frac{0{,}3}{0{,}1026}10^2 = 293{,}4$ кг/м^3, полный импульс давления пороховых газов при сгорании пороха $I_п = 367$ кПа · с, коэффициент адиабаты без единицы $\theta = 0{,}2$, вес откатных частей орудия $Q_1 = 3{,}6$ кН, диаметр головной части строительного элемента $D = 0{,}168$ м, вес платформы $Q_п = 25$ кН, размеры платформы: $a = 15$ м, $b = 3$ м, $h = 1$ м. Принимаем длину строительного элемента больше длины канала ствола, расстояние от головной части строительного элемента до поверхности грунта $L_2 = 1$ м. Показатель консистенции глины $I_l = 0{,}3$. Коэффициенты сопротивления глинистого грунта $A_1 = 3422$ Н · с^2/м^4, $B_1 = 2000$ кН/м^2, $C_1 = 35$ кН/м^2.

Для решения поставленной задачи используем численные методы, метод Рунге—Кутта 2-го порядка. Для расчетов воспользуемся пакетом MathCad.

Для первого этапа заглубления строительного элемента, решив уравнение (4), получим $\Psi_0 = 5{,}86 \cdot 10^{-4}$.

Начальные условия для второго этапа: $p|_{t=0} = p_0$; $v|_{t=0} = 0$; $\Psi|_{t=0} = 5{,}86 \cdot 10^{-4}$; $L|_{t=0} = 0$; $L_п|_{t=0} = 0$; $V|_{t=0} = 0$. Для второго этапа решаем систему уравнений (11) и получаем значения в момент времени конца второго этапа: $p\big|_{t=8{,}93\cdot10^{-3}} = 1{,}693 \cdot 10^8$ Па; $v\big|_{t=8{,}93\cdot10^{-3}} = 22{,}773$ м/с; $\Psi\big|_{t=8{,}93\cdot10^{-3}} = 0{,}999$; $L\big|_{t=8{,}93\cdot10^{-3}} = 0{,}035$ м; $L_п\big|_{t=8{,}93\cdot10^{-3}} = 5{,}582 \cdot 10^{-5}$ м; $V\big|_{t=8{,}93\cdot10^{-3}} = 0{,}205$ м/с. Эти значения будут начальными условиями для третьего этапа, за исключением $\Psi = 1$.

Соответственно, решив систему уравнений (12), получим значения в момент времени конца третьего этапа: $p|_{t=0{,}026} = 1{,}415 \cdot 10^6$ Па; $v|_{t=0{,}026} = 43{,}937$ м/с; $L|_{t=0{,}026} = 2{,}345$ м; $L_п|_{t=0{,}026} = 0{,}02$ м; $V|_{t=0{,}026} = 0{,}286$ м/с. Эти значения будут начальными условиями для четвертого этапа.

Для четвертого этапа решим систему уравнений (14) и получим $L|_{t=0{,}103} = 4{,}373$ м, т. е. величина заглубления строительного элемента в грунт $L = 3{,}373$ м.

После остановки снаряда в грунте (пятый этап) платформа продолжает колебательное движение, описываемое уравнениями (13) с начальными условиями: $x(t) = L_п$; $\dot{x}(t) = V$. Расчеты показали, что максимальный подъем платформы $L|_{t=0{,}305} = 0{,}065$ м.

Полученные результаты расчетов динамики системы "пушка—строительный элемент—понтон—вода—грунт" показали возможность заглубления строительных элементов в грунт на глубину до 3,5 м.

УДК 621.923.048.6

Ф. С. ЮНУСОВ, академик РАТН, д-р. техн. наук, Р. Ф. ЮНУСОВ, канд. техн. наук (КГТУ им. А. Н. Туполева, г. Казань), e-mail: ramilbox@mail.ru

Теоретическое исследование движений абразивной массы и детали в вибрирующем контейнере

Рассматриваются движение массы абразивных частиц и ее взаимодействие с деталью в вибрирующем контейнере, а также траектория движения центра тяжести контейнера и центра масс абразивных гранул.

Ключевые слова: контейнер, вибрация, абразивная масса, траектории движения.

We consider the motion of the mass of abrasive particles and its interaction with the detail in a vibrating container and also the motion path of the container's center of gravity and the center of mass of abrasive grains.

Keywords: container, vibration, abrasive mass, motion path.

Абсолютное, относительное и переносное движения массы абразивных гранул в контейнере

Для определения движения массы абразивных гранул в контейнере вибрационной установки необходимо решить систему уравнений [1, 2]:

$$\begin{cases} \ddot{x}_{\dot{c}} = -g; \\ \ddot{y}_{\dot{c}} = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Общее решение системы уравнений (1) для абсолютного движения запишется в виде:

$$\begin{cases} x_{\dot{c}} = -0{,}5gt^2 + c_1 t + c_2; \\ y_{\dot{c}} = c_3 t + c_4, \end{cases} \quad (2)$$

где $\dot{c}$ — центр тяжести массы абразивных гранул; g — ускорение свободного падения; t — время работы контейнера; $c_1 \div c_4$ — произвольные постоянные интегрирования, которые определяются при начальных условиях:

$$x_{\dot{c}|t_0=0} = \dot{x}; \quad y_{\dot{c}|t_0=0} = \dot{y};$$
$$\dot{x}_{\dot{c}|t_0=0} = V_{\dot{c}_0 x}; \quad \dot{y}_{\dot{c}|t_0=0} = V_{\dot{c}_0 y}. \quad (3)$$

Два первых равенства представляют собой координаты точки $\dot{c}_0$, два вторых — проекции начальной скорости $V_{\dot{c}_0}$ на неподвижные координатные оси O_0x и O_0y. Необходимо, чтобы решения (2) удовлетворяли условиям (3), тогда произвольные постоянные примут значения:

$$c_1 = V_{\dot{c}_0 x} + gt_0; \quad c_2 = \dot{x} - V_{\dot{c}_0 x} t_0 - 0{,}5gt_0^2,$$
$$c_3 = V_{\dot{c}_0 x}; \quad c_4 = \dot{y} - V_{\dot{c}_0 y} t_0. \quad (4)$$

Подставив постоянные (4) в уравнения (2), получим функции:

$$\begin{cases} x_{\dot{c}} = -0{,}5g(t-t_0)^2 + V_{\dot{c}_0 x}(t-t_0) + \dot{x}; \\ y_{\dot{c}} = V_{\dot{c}_0 y}(t-t_0) + \dot{y}, \end{cases} \quad (5)$$

устанавливающие закономерность изменения положения центра тяжести загрузки относительно неподвижной системы координат $x\ O_0y$ в любой момент времени.

Зависимости (5) и (37) [1, 2] позволяют определить и относительные координаты точки $\dot{C}_0$. Дей-

(Окончание статьи. Начало см. на стр. 32)

Предлагаемый способ можно использовать при возведении легких причалов, пристаней и небольшого водного строительства.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Пенский О. Г.** Артиллерийский строительный конструктор // Вестник машиностроения. 2005. № 7. С. 31—33.

2. **Пенский О. Г.** Основные задачи конструирования артиллерийских орудий, предназначенных для погружения строительных элементов в грунт // Вестник машиностроения. 2005. № 2. С. 34—37.

3. **Пенский О. Г.** Расчет динамических характеристик сосуда с соплом, предназначенного для заглубления строительных элементов в грунт // Вестник машиностроения. 2005. № 4. С. 81—83.

4. **Серебряков М. Е.** Внутренняя баллистика ствольных систем и пороховых ракет. М.: Оборонгиз, 1962. 703 с.

5. **Маланин В. В., Пенский О. Г.** Сопряженные модели динамики импульсно-тепловых машин и проникания недеформируемых тел в сплошную среду: монография. Пермь: Перм. ун-т, 2007. 199 с.

6. **Установка** для погружения в грунт строительных элементов: Пат. Рос. Федерации на изобретение RU 2 348 757 C1, Кл. E02D 7/00. А. с. 1258105 СССР, МКИ^2 E02D7/12.

7. **А. с. 1258105 СССР:** Установка для погружения строительных элементов: МКИ^2 E 02 D 7/12.

ствительно, подставив равенства (5) в уравнение (37), при $t = t_i$ получим:

$$\begin{cases} \dot{\xi}_i \cos\psi_i + \dot{\eta}_i \sin\psi_i = -0{,}5g(t_i - t_0)^2 + \\ + V_{\dot{c}_0 x}(t_i - t_0) + \dot{x} - x_i; \\ -\dot{\xi}_i \sin\psi_i + \dot{\eta}_i \cos\psi_i = V_{\dot{c}_0 y}(t_i - t_0) + \dot{y} - y_i. \end{cases} \quad (6)$$

Решив систему (6) относительно $\dot{\xi}_i$ и $\dot{\eta}_i$, получим уравнения:

$$\begin{cases} \dot{\xi}_i = -\left[x_i - \dot{x} + 0{,}5g(t_i - t_0)^2 - V_{\dot{c}_0 x}(t_i - t_0)\right]\cos\psi_i + \\ + \left[y_i + \dot{y} - V_{\dot{c}_0 y}(t_i - t_0)\right]\sin\psi_i; \\ \dot{\eta}_i = -\left[x_i - \dot{x} + 0{,}5g(t_i - t_0)^2 - V_{\dot{c}_0 x}(t_i - t_0)\right]\sin\psi_i - \\ - \left[y_i + \dot{y} - V_{\dot{c}_0 y}(t_i - t_0)\right]\cos\psi_i, \end{cases} \quad (7)$$

определяющие положение центра $\dot{c}_i$ массы M_0 загрузки контейнера в момент времени $t = t_i$ относительно подвижной системы координат $\xi O \eta$.

В работах [1, 2] был определен закон переносного движения центра массы всей системы: $x_i = A_x \sin(\omega t_i + \delta_x)$, $y_i = A_y \sin(\omega t_i + \delta_y)$, $\psi_i = A_\psi \sin(\omega t_i + \delta_\psi)$, при $t_i \geqslant \varepsilon$, где A — амплитуда колебаний по осям; δ — отклонение оси; ω, ε — векторы угловой скорости и углового ускорения, ψ — углы поворота (Эйлера). Эти зависимости подставим в систему уравнений (7) и окончательно получим координаты относительного движения центра массы абразивных гранул, выраженные через координаты абсолютного и переносного движений:

$$\begin{cases} \dot{\xi}_i = -[A_x \sin(\omega t_i + \delta_x) + 0{,}5g(t_i - t_0)^2 - \\ - V_{\dot{c}_0 x}(t_i - t_0) - \dot{x}]\cos(A_\psi \sin(\omega t_i + \delta_\psi)) + \\ + [A_y \sin(\omega t_i + \delta_y) - V_{\dot{c}_0 y}(t_i - t_0) - \dot{y}] \times \\ \times \sin(A_\psi \sin(\omega t_i + \delta_\psi)); \\ \dot{\eta}_i = -[A_x \sin(\omega t_i + \delta_x) + 0{,}5g(t_i - t_0)^2 - \\ - V_{\dot{c}_0 x}(t_i - t_0) - \dot{x}]\sin(A_\psi \sin(\omega t_i + \delta_\psi)) - \\ - [A_y \sin(\omega t_i + \delta_y) - V_{\dot{c}_0 y}(t_i - t_0) - \dot{y}] \times \\ \times \cos(A_\psi \sin(\omega t_i + \delta_\psi)). \end{cases} \quad (8)$$

Формулы (7) и (8) справедливы при любом $t = t_i$. Следовательно, параметры $\dot{\xi}$ и $\dot{\eta}$ (если опустить индекс i) являются функциями времени t и позволяют определить относительные скорости и ускорения центра массы абразивных гранул. Выражения (5)—(8) дают лишь схему определения относительных и абсолютных координат центра массы загрузки контейнера. К более детальному изучению этого вопроса можно подойти следующим образом. При исключении из уравнений (5) разности $(t - t_0)$ получаем уравнение параболы

$$x_{\dot{c}} - \dot{x} = -\frac{g(y_{\dot{c}} - \dot{y})^2}{2V_{\dot{c}_0 y}^2} + \frac{V_{\dot{c}_0 x}(y_{\dot{c}} - \dot{y})}{V_{\dot{c}_0 y}}, \quad (9)$$

по которой движется центр $\dot{c}$ тяжести загрузки контейнера. Однако эта точка может двигаться по параболе в течение лишь малого промежутка времени $\tau = t_1 - t_0$, так как, встречая на своем пути препятствия (другие частицы или обрабатываемую деталь), она теряет кинетическую энергию и начинает падать без начальной скорости, подчиняясь условиям:

$$x_{\dot{c}|t = t_1} = x_{\dot{c}_1}; \quad y_{\dot{c}|t = t_1} = y_{\dot{c}_1};$$
$$\dot{x}_{\dot{c}|t = t_1} = 0; \quad \dot{y}_{\dot{c}|t = t_1} = 0, \quad (10)$$

где $x_{\dot{c}_1}$, $y_{\dot{c}_1}$ — величины, характеризующие положение центра $\dot{c}$ массы M_0 загрузки в момент времени $t = t_1$ (в системе координат xO_0y) и определяемые с помощью первого из уравнений (5) — параболы, в виде:

$$\begin{cases} x_{\dot{c}_1} = -0{,}5g\tau^2 + V_{\dot{c}_0 x}\tau + \dot{x}, \\ y_{\dot{c}_1} = V_{\dot{c}_0 y}\tau + \dot{y}. \end{cases} \quad (11)$$

Параметрическое уравнение движения точки $\dot{c}$ — второе звено ломаной траектории, составленное с учетом уравнений (2), (10) и (11), представляется формулами:

$$\begin{cases} x_{\dot{c}_1} = -0{,}5g(t - t_1)^2 + x_{\dot{c}_1} = \\ = -0{,}5g[(t - t_1)^2 + \tau^2] + V_{\dot{c}_0 x}\tau + \dot{x}; \\ y_{\dot{c}_1} = V_{\dot{c}_0 y}\tau + \dot{y}. \end{cases} \quad (12)$$

Первая из формул (12) показывает, что координата $x_{\dot{c}}$ центра массы M_0 в рассматриваемой стадии движения изменяется в зависимости от времени по параболическому закону, а вторая — независимость координаты $y_{\dot{c}}$ этой точки от переменности фактора времени. Следовательно, уравнения (12) характеризуют неограниченную прямую линию, как и парабола (9). Однако это последнее перемещение точки $\dot{c}$, представляющее собой простое падение, также как и движение по параболе, оказывается ограниченным. Оно продолжается лишь до тех пор, пока частицы загрузки в момент времени

$t = t_2$ не достигнут донной части контейнера и не произойдет их уплотнение.

Промежуток времени $\tau = t_1 - t_0$, в течение которого точка $\dot{c}$ движется по параболе [первое из уравнений (5)], определяется с помощью формул (11) с учетом требования

$$0 \leqslant x_{\dot{c}_1} - \dot{x} \leqslant H. \qquad (13)$$

Это неравенство равносильно неравенству

$$0 \leqslant \tau\left(V_{\dot{c}_0 y}^2 - 0{,}5\tau\right) \leqslant H, \qquad (14)$$

где H — расстояние от точки $\dot{c}_0$ до поверхности загрузки контейнера в состоянии покоя; $x_{\dot{c}_1}$ — координата точки $\dot{c}_1$ в момент времени $t = t_1$.

Справедливость неравенства (13) обоснована тем, что загрузка в состоянии покоя более уплотнена по сравнению с ее рабочим состоянием, т. е. $x_{\dot{c}_1} \geqslant \dot{x}$.

Если учесть, что всегда $\tau \geqslant 0$, то левая часть неравенства (14) имеет единственное не связанное с габаритными размерами контейнера решение:

$$0 \leqslant \tau \leqslant 2V_{\dot{c}_0 x}/g. \qquad (15)$$

Правая часть неравенства (14) имеет два решения:

$$\tau \leqslant \frac{1}{g}\left(V_{\dot{c}_0 x} - \sqrt{V_{\dot{c}_0 x}^2 - 2gH}\right); \qquad (16)$$

$$\tau \geqslant \frac{1}{g}\left(V_{\dot{c}_0 x} + \sqrt{V_{\dot{c}_0 x}^2 - 2gH}\right), \qquad (17)$$

если только величина $V_{\dot{c}_0 x}$ удовлетворяет условию $V_{\dot{c}_0 x} \geqslant \sqrt{2gH}$.

Проанализировав решения уравнений (15)—(17), неравенства (14) и приняв $V_{\dot{c}_0 x} \approx \sqrt{2gH}$, устанавливаем:

$$0 \leqslant \tau \leqslant \sqrt{2H/g}. \qquad (18)$$

Заметим, что при составлении неравенства (18) использована величина H, связанная лишь с вертикальными размерами контейнера. При определении τ горизонтальные размеры контейнера также важны, как и вертикальные, поэтому необходимо выполнение условия

$$|y_{\dot{c}_1} - \dot{y}| \leqslant L_0, \qquad (19)$$

где $2L_0$ — средняя ширина сечения контейнера.

Преобразуем условие (19) с помощью второго равенства системы (11) (при $V_{\dot{c}_0 y} \neq 0$) и получим: $0 \leqslant \tau \approx L_0/|V_{\dot{c}_0 y}|$. Очевидно, что меньшая из величин $L_0/|V_{\dot{c}_0 y}|$ и $\sqrt{2H/g}$ может быть принята как время полета центра $\dot{c}$ массы M_0 загрузки по первой параболической траектории (5), т. е.

$$\tau = \min\left\{L_0/\left|V_{\dot{c}_0 y}\right|, \sqrt{2H/g}\right\}. \qquad (20)$$

С практической точки зрения представляет интерес равенство правых частей неравенств (18) и (19). Тогда для промежутка τ времени можно принять любую из них:

$$\tau = L_0/|V_{\dot{c}_0 y}| = \sqrt{2H/g}, \ (V_{\dot{c}_0 x} = \sqrt{2gH}). \qquad (21)$$

Переходя к определению промежутка $t_2 - t_1$ времени спуска центра $\dot{c}$ массы M_0 по отрезку прямой (12), предположим, что величины $x_{\dot{c}_1}$ и $y_{\dot{c}_1}$ в формулах (11) уже известны, так как разность $t_1 - t_0 = \tau$ определена по формуле (20) или (21). Для момента времени $t = t_2$ (т. е. момента, когда центр массы M_0 занимает самое нижнее положение) уравнения координат $x_{\dot{c}_2}$ и $y_{\dot{c}_2}$ центра $\dot{c}_2$ тяжести загрузки контейнера имеют вид:

$$\begin{cases} x_{\dot{c}|t=t_2} = x_{\dot{c}_2} = -0{,}5g(t_2 - t_1)^2 + x_{\dot{c}_1} = \\ \quad = -\dfrac{g}{2}(t_2 - t_1)^2 + V_{\dot{c}_0 x}\tau + \dot{x}; \\ y_{\dot{c}|t=t_2} = y_{\dot{c}_2} = y_{\dot{c}_1} = V_{\dot{c}_0 y}\tau + \dot{y}. \end{cases}$$

Учитывая, что в данном случае $x_{\dot{c}_2} < x_{\dot{c}_1}$, имеем условие $0 < x_{\dot{c}_1} - x_{\dot{c}_2} \leqslant H$, т. е. приходим к неравенству

$$0 < 0{,}5g(t_2 - t_1)^2 \leqslant H, \qquad (22)$$

где $t_2 - t_1 > 0$.

Неравенство (22) имеет решение: $0 < t_2 - t_1 \leqslant \sqrt{2H/g}$.

Тогда время спуска точки $\dot{c}$ от положения $\dot{c}_1$ до положения $\dot{c}_2$

$$t_2 - t_1 = \sqrt{2H/g}. \qquad (23)$$

Сравнив время (21) подъема центра массы загрузки по дуге параболы [первое уравнение (5)] со временем (23) спуска по отрезку прямой (12), видим, что они равны. Дальнейшая проверка показала, что время подъема по дуге второй параболы и время спуска по отрезку второй прямой точки $\dot{c}$ также равны. На этом основании предположим, что при любом импульсе время подъема центра массы загрузки контейнера по дуге параболы и время его спуска по отрезку прямой определяются формулами (21) и (23). Однако отдельные частицы загрузки затрачивают разное время на подъем и спуск, а время движения центра тяжести массы загрузки есть усредненное время движения всех частиц.

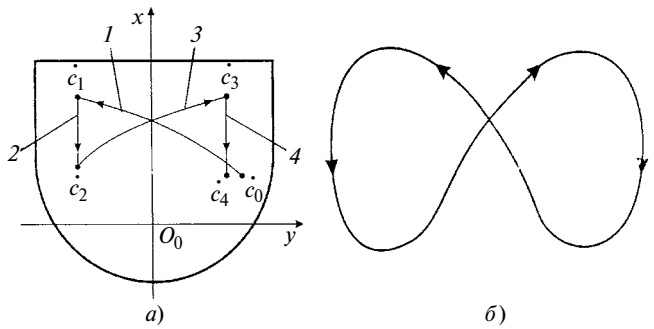


Рис. 1. Траектории движения центра массы загрузки в контейнере:
а — параболы *1* и *3*, прямые *2* и *4*; *б* — фигура Лиссажу в реальном процессе

Движение центра массы загрузки (точки $\dot{c}$) носит циклический характер, причем каждый цикл состоит из четырех этапов. После первого силового импульса точка $\dot{c}$ поднимается по дуге параболы (5) до момента потери кинетической энергии. Затем она спускается по отрезку прямой до момента предельного уплотнения массы. Следующий этап движения центра массы начинается после получения нового силового импульса в направлении противоположной стенки контейнера по дуге второй параболы до новой потери кинетической энергии. Затем центр массы снова спускается без начальной скорости по отрезку прямой до следующего момента предельного уплотнения массы, возвращаясь как бы к начальному положению. Такого типа циклы движения центра массы загрузки повторяются в течение всей работы контейнера (рис. 1, *а*).

Рассмотрим произвольный *i*-й цикл движения, начинающийся в момент t_{2j-2}, когда влияние функции $x_1(t)$ [и аналогичных ей функций $y_1(t)$ и $\psi_1(t)$] на движение центра $\dot{c}$ массы загрузки становится пренебрежимо малым по сравнению с влиянием функции (30) [1, 2]. Точка $\dot{c}$, получая в момент t_{2j-2} силовой импульс, начинает движение по дуге параболы, параметрические уравнения которой имеют вид:

$$\begin{cases} x_{\dot{c}} = -0{,}5g[(t-t_{2j-2})^2 + (t_{2j-2}-t_{2j-3})^3 + \ldots \\ \ldots + (t_2-t_1)^2 + (t_1-t_0)^2] + \\ + |V_{\dot{c}_{2j-2x}}(t-t_{2j-2}) + V_{\dot{c}_{2j-4x}}(t_{2j-3}-t_{2j-4}) + \ldots \\ \ldots + V_{\dot{c}_2x}(t_3-t_2)| + V_{\dot{c}_0x}(t_1-t_0) + \dot{x}; \\ y_{\dot{c}} = V_{\dot{c}_{2j-2y}}(t-t_{2j-2}) + V_{\dot{c}_{2j-4y}}(t_{2j-3}-t_{2j-4}) + \ldots \\ \ldots + V_{\dot{c}_2y}(t_3-t_2) + V_{\dot{c}_0y}(t_1-t_0) + \dot{y}. \end{cases} \quad (24)$$

Зависимости (24) составлены по методу полной математической индукции, исходя из функций (5), и легко проверяются для случаев $j = 1$, $j = 2$, $j = k + 1$ (с учетом, что t принимает значения лишь с положительными индексами t_0, t_1, t_2, ...). Точка $\dot{c}$, двигаясь по траектории (24) и потеряв свою кинетическую энергию в момент t_{2j-1}, начинает свободно падать под действием силы тяжести по отрезку прямой с параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x_{\dot{c}} = -0{,}5g[(t-t_{2j-1})^2 + (t_{2j-1}-t_{2j-2})^2 + \\ + (t_{2j-2}-t_{2j-3})^2 + \ldots + (t_2-t_1)^2 + (t_1-t_0)^2] + \\ + |V_{\dot{c}_{2j-2x}}(t_{2j-1}-t_{2j-2}) + V_{\dot{c}_{2j-4x}}(t_{2j-3}-t_{2j-4}) + \ldots \\ \ldots + V_{\dot{c}_2x}(t_3-t_2)| + V_{\dot{c}_2x}(t_1-t_0) + x; \\ y_{\dot{c}} = V_{\dot{c}_{2j-2y}}(t_{2j-1}-t_{2j-2}) + V_{\dot{c}_{2j-4y}}(t_{2j-3}-t_{2j-4}) + \ldots \\ \ldots + V_{\dot{c}_2y}(t_3-t_2) + V_{\dot{c}_0y}(t_1-t_0) + \dot{y}. \end{cases} \quad (25)$$

Зависимости (25) составлены также по методу полной математической индукции. Получив в момент времени t_{2j} новый силовой импульс от контейнера, точка $\dot{c}$ начинает двигаться в направлении противоположной стенки контейнера по дуге параболы, параметрическое уравнение которой может быть получено из системы (24) заменой индекса $2j\neg2$ на $2j$. В момент t_{2j+1}, снова потеряв свою кинетическую энергию, точка $\dot{c}$ начинает свободно падать по отрезку прямой, уравнение которой может быть получено из системы (25) заменой индекса $2j - 1$ на $2j + 1$.

Следует отметить, что в формулы (24) и (25) входят постоянные величины $V_{(\dot{c}_{2j-2})x}$ и $V_{(\dot{c}_{2j-2})y}$ ($j = 1, 2, 3, \ldots$), которые представляют собой проекции скоростей, сообщаемых контейнеру, и его загрузки в моменты времени $t = t_{2j-2}$ ($j = 1, 2, 3, \ldots$), т. е. когда точка $\dot{c}$ находится в нижних положениях. Однако только в момент времени $t = t_0$ проекции скоростей $V_{\dot{c}_0x}$ и $V_{\dot{c}_0y}$ могут быть определены достоверно. Ими и воспользуемся в дальнейших расчетах. Учтем, что при установившемся режиме работы вибрационной установки имеют место приближенные равенства:

$$V_{\dot{c}_0x} = V_{\dot{c}_2x} = V_{\dot{c}_4x} = \ldots = V_{\dot{c}_{2j-4x}} = V_{\dot{c}_{2j-2x}};$$

$$V_{\dot{c}_0y} = -V_{\dot{c}_2y} = V_{\dot{c}_4y} = \\ = V_{\dot{c}_6y} = \ldots = V_{\dot{c}_{2j-4y}} = V_{\dot{c}_{2j-2y}}. \quad (26)$$

Равенства (26) позволяют перейти к более простым, чем (24) и (25), соотношениям:

$$\begin{cases} x_{\dot{c}} = -0{,}5g[(t-t_{2j-2})^2 + 2(j-1)\tau^2] + \\ + V_{\dot{c}_0x}[(t-t_{2j-2}) + (j-1)\tau] + \dot{x}, \\ y_{\dot{c}} = V_{\dot{c}_0y}(t-t_{2j-2}) + \dot{y}; \end{cases} \quad (27)$$

$$\begin{cases} x_{\dot c} = -0{,}5g[(t-t_{2j-1})^2 + (2j-1)\tau^2] + V_{\dot c_0 x} j\tau + \dot x, \\ y_{\dot c} = V_{\dot c_0 y}(t_{2j-1} - t_{2j-2}) + \dot y; \end{cases} \quad (28)$$

$$\begin{cases} x_{\dot c} = -0{,}5g[(t-t_{2j})^2 + 2j\tau^2] + \\ + V_{\dot c_0 x}[(t-t_{2j}) + j\tau] + \dot x, \\ y_{\dot c} = -V_{\dot c_0 y}[(t-t_{2j}) - \tau] + \dot y; \end{cases} \quad (29)$$

$$\begin{cases} x_{\dot c} = -0{,}5g[(t-t_{2j+1})^2 + (2j+1)\tau^2] + \\ + (j+1) V_{\dot c_0 x}\tau + \dot x, \\ y_{\dot c} = \dot y, \end{cases} \quad (30)$$

где $j = 1, 2, 3, ..., N$.

В формулы (27)—(30) входят только проекции начальных скоростей $V_{\dot c_0 x}$ и $V_{\dot c_0 y}$, которые можно определить из соотношений: $V_{\dot c_i} = A_i \dot c_i \omega$, $A_i \dot c_i \approx A_0 \dot c_0$, $V_{\dot c_i} \approx A_0 \dot c_0 \omega = V_{\dot c_0}$.

Поскольку при установившемся режиме работы вибрационной установки достигается максимальное отклонение ψ_{max} контейнера от вертикальной оси, воспользуемся этим малым углом для определения проекций скоростей: $V_{\dot c_0 x} = V_{\dot c_0} \sin\psi_{max} \approx$ $\approx V_{\dot c_0} \psi_{max}$; $V_{\dot c_0 y} = V_{\dot c_0} \cos\psi_{max} \approx V_{\dot c_0}$.

Таким образом, приведено доказательство и дан метод расчета траектории движения центра массы загрузки в контейнере вибрационной установки. Приблизительная траектория этого движения показана на рис. 1, *а*. В реальном процессе движение массы абразивных частиц несколько видоизменяется. Вследствие неодновременного получения импульса от контейнера и неодновременной потери кинетической энергии абразивными частицами, приведенная на рис. 1, *а* фигура искажается и принимает вид, подобный фигуре Лиссажу (см. рис. 1, *б*). Кроме того, масса загрузки совершает в контейнере общее вращение, закон которого определяется уравнением вида:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 = F(t), \quad (31)$$

где $F(t) = -\dfrac{|\bar r_0| m}{|\bar r_{\dot c}| M_0}\left[\dfrac{d^2\psi}{dt^2} + \left(\dfrac{d\psi}{dt}\right)^2\right]$.

Согласно экспериментальным данным [3] значения углов поворота абразивных гранул $(d\varphi/dt)^2$ и контейнера $(d\psi/dt)^2$ не оказывают существенного влияния на процесс циркуляции массы абразивных гранул, поэтому в дальнейших расчетах ими можно пренебречь. В уравнение (31) входят векторные функции $\bar r_0(t)$ и $\bar r_{\dot c}(t)$, имеющие сложную структуру. Однако наша задача — выяснить лишь общую закономерность изменения функции $\varphi(t)$, поэтому представляется целесообразным использовать в расчетах среднее значение модуля $|\bar r_0|_{ср}$. Поскольку годограф радиус-вектора $\bar r_0$ описывает кривую, заданную уравнением $\dfrac{x^2}{a^2} - 2\dfrac{xy}{ab}\cos\alpha + \dfrac{y^2}{b^2} = \sin^2\alpha$, (где $a = Ax$; $b = Ay$; $\alpha = \delta_x - \delta_y$), то в частном случае при $\alpha = \pi/2$ для определения $|\bar r_0|_{ср}$ будем иметь каноническое уравнение эллипса $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$. Так как малая полуось $b = Ay$, а большая $a = Ax$, то среднее значение $|\bar r_0|_{ср} = \sqrt{A_x A_y}$.

Значение модуля вектора $\bar r_{\dot c}$ при $t = t_0$ известно, поэтому функция $K(t)$ принимается постоянной и вычисляется приближенно: $K = -|\bar r_0| m / |\bar r_{\dot c}| M_0$.

В результате принятых допущений исходное уравнение (31) можно записать в упрощенном виде:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = K\frac{d^2\psi}{dt^2}. \quad (32)$$

Так как $\psi = A_\psi \sin(\omega t + \delta_\psi)$, то $d^2\psi/dt^2 = -A_\psi\omega^2 \times$ $\times \sin(\omega t + \delta_\psi)$ и уравнение $d^2\varphi/dt^2 = \omega^2 K_1 \sin(\omega t + \delta_\psi)$, где $K_1 = A_\psi m|\bar r_0|_{ср}/M_0|\bar r_{\dot c}|$. Общее решение уравнения (32) имеет вид: $\phi(t) = -K_1\sin(\omega t + \delta_\psi) + c_1 t + c_2$. Для нахождения произвольных постоянных c_1 и c_2 воспользуемся начальными условиями: $\varphi(t)|_{t=0} = 0$; $\left.\dfrac{d\varphi}{dt}\right|_{t=0} = 0$. После соответствующих вычислений находим: $c_1 = K_1\omega\cos\delta_\psi$; $c_2 = K_1\sin\delta_\psi$. Следовательно, в окончательном виде получим:

$$\varphi(t) = A_\psi \frac{m|\bar r_0|_{ср}}{M_0|\bar r_{\dot c}|}[\sin\delta_\psi + \omega\cos\delta_\psi t - \sin(\omega t + \delta_\psi)]. \quad (33)$$

В силу того, что $\dfrac{d\varphi}{dt} = A_\psi\omega\dfrac{m|\bar r_0|_{ср}}{M_0|\bar r_{\dot c}|}[\cos\delta_\psi - \cos(\omega t +$ $+ \delta_\psi)]$, угловая скорость радиус-вектора будет периодической функцией.

Таким образом, установлено, что фигура на рис. 1, *б* вращается вокруг общего центра тяжести по закону, заданному уравнением (33), вследствие чего имеет место более сложная картина движения загрузки в контейнере, схематично показанная на рис. 2.

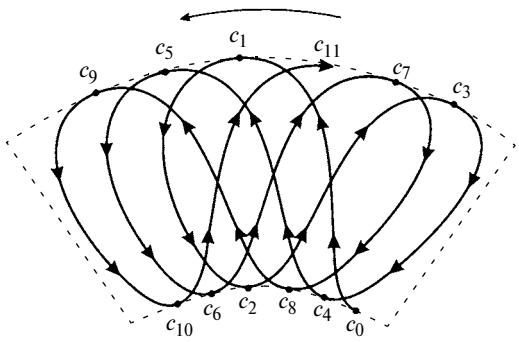


Рис. 2. Общая картина движения центра массы абразивных гранул

Итак, исследованы абсолютное, относительное и переносное движения массы абразивных гранул в контейнере, установлены связи между этими движениями и дана их физико-геометрическая интерпретация.

Траектория движения и ориентация детали в потоке абразивных гранул

При виброшлифовании детали с ее автономным движением в колеблющейся массе абразивных гранул будем рассматривать следующие основные задачи: определение вида траектории колебательного движения детали и определение угла ориентации обрабатываемой поверхности детали относительно направления потока абразивной массы.

Для первой задачи введем следующие допущения:

1. Объемы обрабатываемых деталей существенно малы по сравнению с объемом массы абразивных гранул, заполняющих контейнер. Движение детали — возвратно-поступательное. Это позволяет свести изучение траектории движения детали к исследованию колебательных движений материальных точек с массами m_i.

2. Движение обрабатываемых деталей мало влияет на закон движения массы абразивных гранул. Эффективность процесса шлифования детали зависит от количества движения и кинетической энергии соударения детали с массой абразивных гранул. Отсюда возникает задача определения траектории движения детали, при которой количество движения и кинетическая энергия соударения (при заданных модулях скоростей движения детали и массы абразивных гранул) были бы наибольшими.

Для решения этой задачи введем следующие обозначения: M_1 — усредненная масса абразивных гранул, соударяющихся с обрабатываемой поверхностью детали в момент времени t; M_2 — масса обрабатываемой детали; $\bar{r}_1$ — заданный радиус-вектор траектории l_1^* движения массы абразивных гранул; $\bar{r}_2$ — искомый радиус-вектор траектории l_2^* движения детали (рис. 3).

Будем считать, что до удара эти тела не взаимодействуют друг с другом и движутся свободно по своим траекториям l_1^* и l_2^* со скоростями $\bar{V}_1 = \dot{\bar{r}}_1$ и $\bar{V}_2 = \dot{\bar{r}}_2$ соответственно. Кинетическая энергия и количество движения системы определяются по формулам:

$$L_1 = \frac{M_1\dot{\bar{r}}_1^2}{2} + \frac{M_2\dot{\bar{r}}_2^2}{2}, \tag{34}$$

$$\bar{K} = M_1\dot{\bar{r}}_1 + M_2\dot{\bar{r}}_2. \tag{35}$$

Введем вектор взаимного расстояния

$$\bar{r} = \bar{r}_1 - \bar{r}_2 \tag{36}$$

и поместим начало координат в центре масс системы, что, как показано в работе Л. Д. Ландау [4], дает

$$M_1\bar{r}_1 + M_2\bar{r}_2 = 0. \tag{37}$$

Решив систему уравнений (36) и (37) относительно $\bar{r}_1$ и $\bar{r}_2$, получим: $\bar{r}_1 = \dfrac{M_2}{M_1 + M_2}\bar{r}$; $\bar{r}_2 = -\dfrac{M_1}{M_1 + M_2}\bar{r}$.

Вычислив производные $\dot{\bar{r}}_1$, $\dot{\bar{r}}_2$ и подставив их значения в формулы (34) и (35), получим:

$$L_1 = \frac{M\dot{\bar{r}}^2}{2}; \tag{38}$$

$$\bar{K} = M\dot{\bar{r}}, \tag{39}$$

где $M = M_1M_2/(M_1 + M_2)$ — приведенная масса.

Функции (38) и (39) определяют кинетическую энергию и количество движения некоторой материальной точки массой M. Итак, задача о движении двух материальных тел сводится к решению задачи движения одной материальной точки массой M. Решив эту задачу, можно определить траекторию $\bar{r}_2$ при заданной траектории $\bar{r}_1$. Из равенств (38) и (39) видно, что L_1 и $|\bar{K}|$ будут тем больше, чем больше $\dot{\bar{r}}_2$ и $|\dot{\bar{r}}|$. Но из рис. 3, *а* имеем

$$|\dot{\bar{r}}| = \sqrt{\dot{\bar{r}}_1^2 + \dot{\bar{r}}_2^2 - 2\dot{\bar{r}}_1 \cdot \dot{\bar{r}}_2\cos\alpha}, \tag{40}$$

где α — угол между векторами $\dot{\bar{r}}_1$ и $\dot{\bar{r}}_2$.

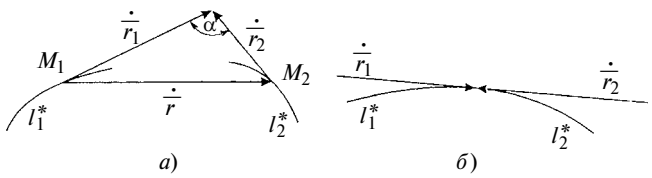


Рис. 3. Расчетные схемы определения траектории

Из уравнения (40) видно, что увеличения $|\dot{\bar{r}}|$ можно достичь двумя способами: увеличением модулей скоростей $|\dot{\bar{r}}_1|$ и $|\dot{\bar{r}}_2|$ и изменением угла α. При ограниченных значениях $|\dot{\bar{r}}_1|$ и $|\dot{\bar{r}}_2|$, что всегда имеет место в технологическом процессе, $\max|\dot{\bar{r}}|$ реализуется лишь вторым способом при $\alpha = \pi$. Следовательно, деталь и масса абразивных гранул должны совершать движение навстречу друг другу со скоростями $|\dot{\bar{r}}_1|$ и $|\dot{\bar{r}}_2|$, направленными по одной прямой (см. рис. 3, *б*). Отсюда следует, что траектории l_1^* и l_2^* должны быть совмещены. Практически это сделать трудно ввиду сложности траектории l_1^*. Поэтому траекторию l_2^* целесообразно подобрать таким образом, чтобы при наиболее простом ее виде достичь поставленной цели. Для построения траектории l_2^* движения детали проанализируем траекторию l_1^*, заданную уравнениями (26), (30), (33) при $i = 1$, $t_1 = 1/2t_2 = 1/3t_3 = \tau$. Поскольку $d\varphi/dt$ мало по сравнению со скоростью колебательного процесса, при построении траектория l_2^* будем учитывать лишь следующие соотношения:

$$\begin{cases} x_{\dot{c}} = -\dfrac{at^2}{2} + V_{\dot{c}_0x}t + \dot{x} \\ y_{\dot{c}} = V_{\dot{c}_0y}t + \dot{y} \end{cases} \text{ при } 0 \leqslant t < \tau;$$

$$\begin{cases} x_{\dot{c}} = -\dfrac{g}{2}[(t-\tau)^2 + \tau^2] + V_{\dot{c}_0x}\tau + \dot{x} \\ y_{\dot{c}} = V_{\dot{c}_0y}\tau + \dot{y} \end{cases} \text{ при } \tau \leqslant t < 2\tau;$$

$$\begin{cases} x_{\dot{c}} = -\dfrac{g}{2}[(t-2\tau)^2 + 2\tau^2] + V_{\dot{c}_0x}(t-\tau) + \dot{x} \\ y_{\dot{c}} = -V_{\dot{c}_0y}(t-\tau) + \dot{y} \end{cases}$$

при $2\tau \leqslant t < 3\tau$;

$$\begin{cases} x_{\dot{c}} = -\dfrac{g}{2}[(t-3\tau)^2 + 3\tau^2] + 2V_{\dot{c}_0x}\tau + \dot{x} \\ y_{\dot{c}} = \dot{y} \end{cases}$$

при $3\tau \leqslant t < 4\tau$.

Здесь мы рассматриваем один цикл. Точка $\dot{c}$ перемещается по дуге параболы

$$x_{\dot{c}} = -\frac{g}{2V_{\dot{c}_0x}^2}[(y_{\dot{c}} - \dot{y})^2 + \tau^2] + \frac{V_{\dot{c}_0x}}{V_{\dot{c}_0y}}(y_{\dot{c}} - \dot{y}) + \dot{x} \qquad (41)$$

от $\dot{c}_0(x_0, y_0)$ до $\dot{c}_1\left(-\dfrac{g}{2}\tau^2 + V_{\dot{c}_0x}\tau + \dot{x};\ V_{\dot{c}_0y}\tau + \dot{y}\right)$.

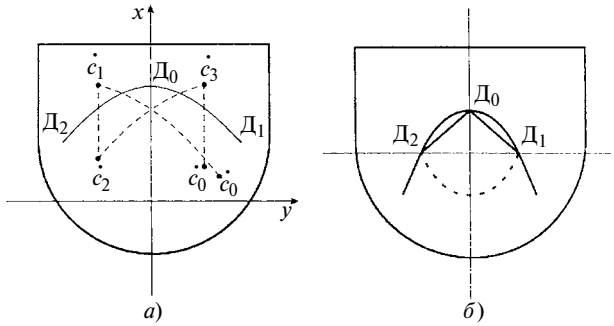


Рис. 4. Расчетные схемы движений детали и массы абразивных гранул навстречу друг другу (*а*) и условие их встречного движения (*б*)

Затем, потеряв кинетическую энергию в момент $t_1 = \tau$, точка c начинает свободно падать под действием силы тяжести по прямой $y = V_{\dot{c}_0y}\tau + \dot{y}$ до момента времени $t_2 = 2\tau$ и достигает положения $\dot{c}_2(-g\tau^2 + V_{\dot{c}_0x}\tau + \dot{x};\ V_{\dot{c}_0y}\tau + \dot{y})$. Получив в момент времени t_2 новый силовой импульс от контейнера, точка $\dot{c}$ начинает двигаться в направлении противоположной стенки контейнера по параболе

$$\dot{x}_c = -\frac{g}{2}\left\{\left[\frac{1}{V_{\dot{c}_0y}}(y_{\dot{c}} - \dot{y}) + \tau\right]^2 + 2\tau^2\right\} - \frac{V_{\dot{c}_0x}}{V_{\dot{c}_0y}}(y_{\dot{c}} - \dot{y}) + \dot{x} \qquad (42)$$

до положения $\dot{c}_3$ (см. рис. 1, *а*). Наконец, снова потеряв свою кинетическую энергию в момент $t_3 = 3\tau$, точка c начинает свободно падать по прямой до точки c_4 (см. рис. 1, *а*).

Поместим деталь в некоторую точку $Д_0$ с координатами $x_{Д_0}$, $y_{Д_0}$ (рис. 4, *а*). Затем параллельным переносом парабол (41) и (42) образуем фигуру $Д_1Д_0Д_2$. Будем двигать деталь по дуге $Д_0Д_1$ в течение времени τ. В это время масса абразивных гранул будет двигаться навстречу детали по дуге $\dot{c}_0\,\dot{c}_1$. При движении детали от точки $Д_1$ до $Д_0$ (в обратном направлении) масса абразивных гранул будет двигаться от точки $\dot{c}_1$ к точке $\dot{c}_2$, т. е. навстречу движению детали. Итак, по истечении времени 2τ деталь снова будет находиться в точке $Д_0$.

При движении детали по дуге $Д_0Д_2$ за время τ совершается встречное движение массы абразивных гранул по дуге $\dot{c}_2\,\dot{c}_3$. Наконец, при движении детали по дуге $Д_2Д_0$ масса абразивных гранул за время τ совершает встречное движение по отрезку $\dot{c}_3\,\dot{c}_0$. В дальнейшем описанный процесс повторяется в циклах,

определяемых временем $4n\tau$ (n = 1, 2, 3, ...), и при этом выполняется условие $\alpha \approx \pi$ в выражении (40).

Таким образом, в первом приближении за траекторию движения детали можно принять кривую $Д_1Д_0Д_2$. Но эта кривая в точке $Д_0$ имеет две производные. Поэтому в этой точке не выполняется условие встречного движения детали с массой абразивных гранул. Чтобы устранить этот недостаток, аппроксимируем кривую $Д_1Д_0Д_2$ (рис. 4, *б*) гладкой параболой вида

$$x = ay^2 + by + c. \qquad (43)$$

Это будет бесконечная кривая. Коэффициенты a, b, c и координаты точек $Д_1$ и $Д_2$ определяются в результате совместного рассмотрения парабол (41) и (42) после их параллельного переноса с условием

$$(x - x_{Д_0})^2 + (y - y_{Д_0})^2 = (V\tau)^2, \qquad (44)$$

где V — средняя скорость колебания детали.

Условию $\alpha \approx \pi$ в соотношении $|\dot{\bar{r}}| = \sqrt{\dot{\bar{r}}_1^2 + \dot{\bar{r}}_2^2 - 2\dot{\bar{r}}_1 \cdot \dot{\bar{r}}_2 \cos\alpha}$ удовлетворяет и другое движение детали, совершаемое по параболе

$$x = -ay^2 + by + c, \qquad (45)$$

если в начальный момент времени деталь поместить в точку $Д_2$. Парабола (45) является зеркальным отображением параболы (43) относительно прямой, проходящей через точки $Д_1$ и $Д_2$ (см. рис. 4, *б*).

Зная траекторию движения детали, рассмотрим вопрос ориентации обрабатываемой поверхности к потоку массы абразивных гранул. Заметим, что при отыскании траекторий (43) и (44) деталь принималась за материальную точку. Но при решении задачи ориентации обрабатываемой поверхности к потоку абразивных гранул будем рассматривать деталь в виде некоторого отрезка N_1N_2 (рис. 5), отражающего ее характерный размер (например ось симметрии). Поскольку траектории (43) и (44) удовлетворяют условию встречного движения детали с массой абразивных гранул, то отрезок N_1N_2 будем ориентировать относительно касательных к этим траекториям. При этом задача сводится к отысканию угла δ = const и определению пределов изменения угла γ так, чтобы в процессе движения отрезка N_1N_2 по траектории (43) или (45) выполнялось неравенство

$$\pi/6 \leqslant \beta \leqslant \pi/3, \qquad (46)$$

где β — угол между отрезком N_1N_2 и касательной к траектории детали $\mathrm{tg}\gamma = \mathrm{d}x/\mathrm{d}y = 2ay + b$.

Неравенство (46) выведено с учетом результатов экспериментальных исследований [5—7], в которых показано, что максимальная производительность виброабразивного шлифования достигается именно при выполнении этого условия. Из анализа геометрических построений (см. рис. 5) с учетом

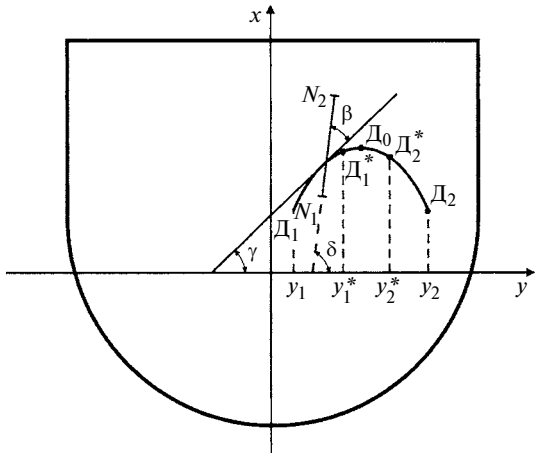


Рис. 5. Ориентация обрабатываемой поверхности к потоку массы абразивных гранул

движения отрезка N_1N_2 по параболе (43) получаем второе неравенство: $\delta - \gamma \leqslant \beta \leqslant \delta + \gamma$.

Следовательно, чтобы удовлетворить условию (46), необходимо совместно решить два неравенства:

$$\begin{cases} \pi/6 \le \delta - \gamma \le \pi/3; \\ \pi/6 \le \delta + \gamma \le \pi/3. \end{cases} \qquad (47)$$

Из неравенств (47) следует:

$$\pi/6 \leqslant \delta \leqslant \pi/3; \quad -\pi/12 \leqslant \gamma \leqslant \pi/12. \qquad (48)$$

Приняв $\delta = \pi/4$ и ограничив пределы изменения угла γ неравенством (48), удовлетворим условие (44). Чтобы всегда выполнялось условие (48), необходимо выполнить неравенство

$$|2ay + b| \leqslant \mathrm{tg}\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}. \qquad (49)$$

Если неравенство (49) не выполняется, то необходимо скорректировать либо траекторию движения детали, либо ее амплитуду колебания.

Коррекция траектории движения детали при заданных y_1 и y_2 приводит к отысканию решения неравенств относительно a^* и b^*:

$$\begin{cases} \left|2a^*y_1 + b^*\right| \le \dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}; \\ \left|2a^*y_2 + b^*\right| \le \dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}. \end{cases} \qquad (50)$$

Найденные значения a^* и b^* подставляем в равенство (43) и получаем новую траекторию $x^* = a^*y^2 + b^*y + c$, движение детали по которой будет удовлетворять условию (46), но при этом не будет удовлетворяться условие $\alpha = \pi$ в соотношении (40). Коррекция амплитуды выполняется с помощью решения неравенства (49) относительно y при заданных значениях a и b. Найденные значения y_1^* и y_2^* (см. рис. 5) удовлетворяют условию (46), но при этом уменьшается амплитуда колебания детали.

Теоретические исследования движения массы и ее взаимодействия с колеблющейся деталью в вибрирующем контейнере позволили установить:

1) траектория движения приведенного центра тяжести контейнера с абразивной массой представляет фигуру Лиссажу, а в частных случаях — обычный эллипс или отрезок прямой;

2) траектория движения центра масс абразивных гранул является ломаной линией, состоящей из чередующихся отрезков парабол и прямых. Движения по отрезкам парабол и прямых происходят в одно и то же время;

3) движение центра тяжести массы абразивных гранул носит циклический характер по траектории типа восьмерки, напоминающей фигуру Лиссажу;

4) установленные взаимосвязи между абсолютными и относительными координатами центра масс абразивных гранул позволяют найти абсолютное, относительное и переносное движения, скорости и ускорения загрузки;

5) оптимальная траектория автономного движения обрабатываемой детали определяется траекторией движения приведенного центра абразивной массы в контейнере по критерию максимальной отдачи кинетической энергии при соударении детали с абразивной массой;

6) условия и угол оптимальной ориентации обрабатываемой поверхности детали к потоку абразивных гранул, при котором достигаются заданная шероховатость и максимальный съем металла, близок к углу, установленному экспериментально в работах Б. Н. Картышева и М. Е. Шаинского.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Братухин А. Г., Халимулин Р. М., Юнусов Ф. С.** Размерное и безразмерное формообразование поверхностей деталей. М.: Машиностроение, 1999. 270 с.
2. **Юнусов Ф. С., Юнусов Р. Ф.** Теоретическое исследование механики абразивной среды в вибрирующем контейнере // Вестник машиностроения. 2011. № 1. С. 24—31.
3. **Коган Э. А.** О критерии эффективности процесса объемной вибрационной обработки // Вопросы механизации и машиностроения. Вып. 3. Рига: РПИ, 1972. С. 24—28.
4. **Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.** Теоретическая физика. Т. 1. Механика. 2-е изд. М.: Наука, 1965 . 204 с.
5. **Карташов И. Н., Шаинский М. Е., Власов В. А.** Взаимодействие шлифовальных тел и обрабатываемых деталей при виброобработке // Упрочняюще-калибрующие и формообразующие методы обработки деталей. Ростов-на-Дону, 1970. С. 169—172.
6. **Картышев Б. Н.** Виброобработка деталей самолетов // Авиационная промышленность. 1969. № 10. С. 17—21.
7. **Картышев Б. Н., Дмитриенко О. В. Родиченко А. Е.** Влияние расположения деталей на показатели процесса виброобработки // Вестник машиностроения. 1970. № 3. С. 55—58.

УДК 620.173.21-231.221

Ф. Г. НАХАТАКЯН, канд. техн. наук (ИМАШ им. А. А. Благонравова РАН, г. Москва), e-mail: filnahat7@mail.ru

Контактные напряжения и деформации цилиндров при перекосе

Предложен метод решения задачи о контакте цилиндров при перекосе с использованием модели упругого основания. Получены аналитические зависимости контактной деформации, максимального контактного напряжения, максимальной полуширины площадки контакта и ее длины.

Ключевые слова: зубчатая передача, цилиндры, перекос, упругое основание, контактные напряжения, деформации.

A method of solving the problem on the contact of cylinders at skewing, using the model of the elastic foundation, is proposed. Analytical dependences for contact deformation, maximal contact stress, maximal half-width of the contact area and its length have been obtained.

Keywords: gear, cylinders, skewing, elastic foundation, contact stresses, deformations.

При расчете нагруженности машин и механизмов, в конструкциях которых есть зубчатые передачи и роликовые опоры, встает вопрос о контакте цилиндров с непараллельными осями, имеющими место в результате погрешностей изготовления и сборки, а также из-за упругих деформаций. Теория упругости не дает аналитических решений данной неклассической контактной задачи. Поэтому предложен метод, использующий Винклеровскую модель упругого основания, согласно которой основание состоит из тесно расположенных линейных пружин, деформируемых независимо друг от друга [1]. В данном случае давление $p(x, y)$, действующее по оси z, и нормальный прогиб $w(x, y)$ поверхности основания связаны зависимостью (рис. 1): $p(x, y) = kw(x, y)$, где k — коэффициент постели упругого основания.

Модель упругого основания дает возможность приближенно решить поставленную задачу — контакт цилиндра с плоскостью при перекосе (угол γ между ними), а также определить параметры контакта: деформацию α; максимальные напряжения σ_{max}; максимальную полуширину b_γ и длину l_K площадки контакта.

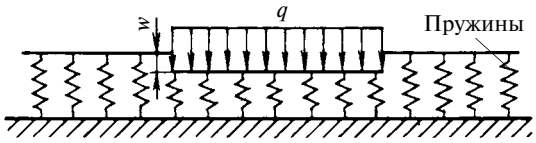


Рис. 1. Винклеровское упругое основание под действием распределенной нагрузки

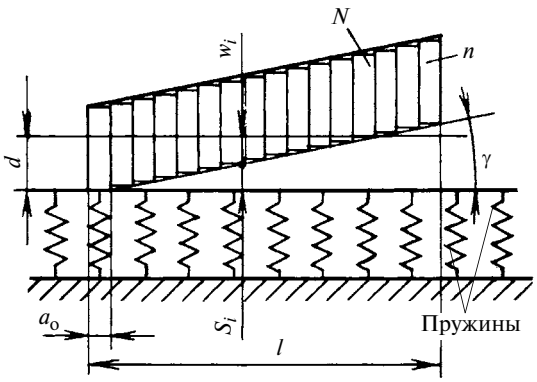


Рис. 2. Модель контакта цилиндра с упругим основанием при перекосе

Представим цилиндр как множество круглых тонких элементарных дисков (сечение цилиндра поперечными плоскостями), смещенных относительно друг друга так, что получился перекос (рис. 2). Длина исходного цилиндра $l = a_o n$, где a_o — толщина элементарного диска; n — число дисков. Таким образом, вместо исходного цилиндра получен "ступенчатый", который при приложении нагрузки позволяет каждому элементарному диску вступать в контакт без перекоса.

Допустим, что при приложении нагрузки в контакт входят N элементарных дисков (N-й диск только вошел в контакт, но нагрузку не воспринимает: $P_N = 0$), тогда длина контактной линии $l_к = a_o N$.

Согласно принятой модели основания уравнение равновесия имеет вид:

$$\sum_{i}^{N} P_i = P. \qquad (1)$$

Уравнение совместности деформаций, перемещений и зазоров имеет вид:

$$\alpha_i = W_i + S_i, \qquad (2)$$

где α_i, W_i, S_i, P_i — соответственно перемещение, контактная деформация, зазор и нагрузка для i-го элемента.

Согласно работе [2] для цилиндров без перекоса контактная деформация определяется уравнением

$$w = \frac{4(1-\nu^2)q}{\pi E}\left(\ln\frac{4R}{b_H} - 0{,}5\right) \text{ или } w = \delta P/l,$$

где $\delta = \frac{4(1-\nu^2)}{\pi E}\left(\ln\frac{4R}{b_H} - 0{,}5\right)$; ν — коэффициент Пуассона материала цилиндра; E — модуль упругости; $q = P/l$ — распределенная нагрузка; R — приведенный радиус кривизны цилиндров; b_H — полуширина площадки контакта по Герцу.

Тогда для i-го элементарного диска упругая деформация имеет вид:

$$w_i = \frac{\delta_i P_i}{l_i}, \qquad (3)$$

где $l_1 = l_2 = ... = l_i = a_o$.

Сначала рассмотрим случай, если площадка контакта не по всей длине цилиндра, т. е. $l_к < l$. Зазоры S_i в формуле (2) определяются выражением:

$$S_i = (i-1)a_o\gamma, \quad i = 1, 2, 3, ..., N. \qquad (4)$$

С учетом выражений (3) и (4) получим:

$$\alpha_i = \frac{\delta_i P_i}{l_к} + (i-1)a_o\gamma, \quad i = 1, 2, 3, ..., N, \qquad (5)$$

где согласно принятой модели основания $\delta_1 = \delta_2 = ... = \delta_i = \delta$.

Просуммируем уравнения (5):

$$\sum_{i=1}^{N}\alpha_i = \frac{\delta}{a_o}\sum_{i=1}^{N}P_i + a_o\gamma\sum_{i=1}^{N}(i-1),$$
$$i = 1, 2, 3, ..., N. \qquad (6)$$

С учетом выражения (1), так как $\alpha_i = \alpha$, из уравнения (6) получим:

$$\alpha N = \frac{\delta}{a_o}P + a_o\gamma\frac{N-1}{2}N. \qquad (7)$$

Преобразуем уравнение (3) для i-го элемента:

$$w_i = \frac{\delta_i}{l_i}P_i = \frac{\delta P_i N}{l_к},$$

следовательно, формулу (7) можно записать как $\alpha = \frac{\delta P}{l_к} + a_o\gamma\frac{N-1}{2}$.

Так как $N \gg 1$, получим:

$$\alpha = \frac{\delta P}{l_к} + l_к\gamma\frac{1}{2}. \qquad (8)$$

С учетом $l_к\gamma = \alpha$ при условии, что $\gamma \neq 0$, из зависимости (8) получим:

$$\alpha = \frac{\delta P\gamma}{\alpha} + \frac{\alpha}{2}.$$

С учетом $w = \frac{\delta P}{l} \equiv \alpha_H$ окончательно получим:

$$\alpha = \sqrt{2\alpha_H l\gamma}, \qquad (9)$$

где α_H — контактная деформация цилиндров без перекоса.

Из формулы (9) находим коэффициент K_γ угла перекоса, т. е. коэффициент концентрации контактных деформаций в безразмерном виде α/α_H:

$$\frac{\alpha}{\alpha_H} = \sqrt{2}\left(\frac{l\gamma}{\alpha_P}\right)^{0,5} = K_\gamma, \qquad (10)$$

или

$$K_\gamma = \sqrt{2}\,\zeta^{0,5}, \qquad (11)$$

где $\zeta = \dfrac{l\gamma}{\alpha_H}$.

Далее определим коэффициент K_σ концентрации контактных напряжений как отношение максимального контактного напряжения σ_{max} к номинальным (при $\gamma = 0$) напряжениям σ_H по Герцу: $K_\sigma = \sigma_{max}/\sigma_H$. Максимальное контактное напряжение имеет место на первом диске:

$$\sigma_{max} = \sigma_1 = 0,418\sqrt{\frac{P_1 E}{l_1 R}}.$$

Однако с учетом того, что $P_N = 0$, справедливо выражение $P = \sum\limits_{i=1}^{N} P_i = \dfrac{P_1 + P_N}{2}N = \dfrac{P_1 N}{2}$, откуда $P_1 = 2P/N$, следовательно, с учетом выражений (10) и (11) можно записать:

$$\sigma_{max} = 0,418\sqrt{\frac{2PE}{l_1 NR}} = \sigma_H\sqrt{K_\gamma}.$$

Тогда получим зависимость коэффициента концентрации контактных напряжений от коэффициента угла перекоса:

$$K_\sigma = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_H} = \sqrt{K_\gamma}.$$

Максимальная полуширина площадки контакта имеет место на первом диске:

$$b_{max} = b_1 = 1,52\sqrt{\frac{P_1 R}{l_1 E}} = b_H\sqrt{\frac{2\gamma l}{\alpha_H K_\gamma}},$$

или

$$b_{max} = b_H\sqrt{K_\gamma}.$$

Длина площадки контакта определяется из условия $l_к\gamma = \alpha = \alpha_H K_\gamma$ или $l_к = \dfrac{\alpha_H}{\gamma}K_\gamma$.

Рассмотрим случай, если площадка контакта распространяется по всей длине цилиндра, т. е. $l_к = l$. Тогда система уравнений (5) имеет вид:

$$\alpha_i = \frac{\delta_i P_i}{l_i} + (i-1)a_o\gamma, \quad i = 1, 2, 3, ..., n.$$

Просуммируем последние уравнения:

$$\sum_{i=1}^{n}\alpha_i = \frac{\delta}{a_o}\sum_{i=1}^{n}P_i + a_o\gamma\sum_{i=1}^{n}(i-1), \quad i = 1, 2, 3, ..., n,$$

или с учетом, что $n \gg 1$, имеем: $\alpha n = \dfrac{\delta P}{a_o} + a_o\gamma\dfrac{n}{2}n$.

Тогда $\alpha = \dfrac{\delta_i P}{l} + \dfrac{a_o n\gamma}{2}$, следовательно, $\alpha = \alpha_H + \dfrac{l\gamma}{2}$.

Коэффициент K_γ угла перекоса при $l_к = l$ примет вид:

$$K_\gamma = \frac{\alpha}{\alpha_H} = 1 + \frac{l\gamma}{2\alpha_H} = 1 + 0,5\zeta. \qquad (12)$$

Заметим, что формула (11) при $l_к < l$, что соответствует $\zeta > 2$, и формула (12) для $\zeta < 2$ (или $l_к = l$) при $\zeta = 2$ для коэффициента K_γ дают одинаковое значение: $K_\gamma = 2$.

С целью верификации полученного решения сравним его с экспериментальными данными. В работе [3] на основании экспериментальных исследований (при $\gamma = 0$) и по данным, полученным методом конечных элементов (МКЭ) при $\gamma \neq 0$, построена эмпирическая зависимость для контактной деформации при малых нагрузочных параметрах ($l\gamma/\alpha_H \leqslant 2$):

$$\delta_\gamma = \frac{P}{LK} + \frac{L\,\mathrm{tg}\gamma}{2}, \qquad (13)$$

где P — сила, сжимающая цилиндры; L — длина цилиндра; γ — угол перекоса; δ_γ — контактная деформация; K — коэффициент пропорциональности, определяемый МКЭ.

Преобразуем зависимость (13). Так как P/LK есть контактная деформация δ_H при $\gamma = 0$ и при небольших значениях γ можно принять $\mathrm{tg}\gamma \approx \gamma$, то формулу (13) можно переписать в безразмерном виде: $\dfrac{\delta_\gamma}{\delta_H} = 1 + \dfrac{L\gamma}{2\delta_H}$ или $K_\gamma = 1 + \dfrac{1}{2}\dfrac{l\gamma}{\delta_H}$, что совпадает с формулой (12), справедливой для случая $l_к = l$ ($\zeta < 2$).

Однако при больших значениях угла γ перекоса ($\zeta > 2$) формула (13) дает погрешность до 30 %.

Напомним, что на основании специально разработанной модели упругого основания в работе [4] получены зависимости для коэффициента угла перекоса:

$$K_\gamma = a\left(\frac{l\gamma}{\alpha_H}\right)^c, \qquad (14)$$

где $a = 1,52$ и $c = 0,4$, если площадка контакта распространяется лишь на часть длины цилиндров, т. е. $l_к < l$ (что соответствует нагрузочному параметру $l\gamma/\alpha_H > 2$), и $a = 1,65$ и $c = 0,28$, если площадка контакта распространяется на всю длину цилиндров, т. е. $l_к = l$ ($l\gamma/\alpha_H \leqslant 2$). Очевидно, что зависимости (14) и (11) дают практически одинаковый результат (расхождение менее 10 %) при больших значениях γ ($l\gamma/\alpha_H > 2$).

В работе [4] показано, что формула (14) в указанном диапазоне нагрузочного параметра хорошо

Цикл статей
"Проблемы трибологии — трения, изнашивания и смазки"
(под общей редакцией академика Российской инженерной академии и академии космонавтики, д-ра техн. наук Ю. Н. Дроздова)

УДК 621.039.524.44

Ю. Н. ДРОЗДОВ, д-р техн. наук, Е. П. ОСИПОВА, В. Н. ПУЧКОВ, кандидаты технических наук (ИМАШ им. А. А. Благонравова РАН),
В. В. МАКАРОВ, А. В. АФАНАСЬЕВ, кандидаты технических наук,
А. В. ГРИШАКОВ (ОАО ОКБ "ГИДРОПРЕСС"),
e-mail: drozdov@imash.ac.ru

Экспериментальное обоснование устойчивости к фреттинг-коррозии твэлов ВВЭР-440 в контакте с дистанционирующими решетками

Представлены методика и результаты исследований износостойкости тепловыделяющих сборок ВВЭР-440 с меньшим номинальным диаметром твэлов. Описаны стенд, модель твэла, условия подобия и возможность переноса результатов эксперимента на штатные твэлы.

Ключевые слова: водо-водяной энергетический реактор, тепловыделяющий элемент, дистанционирующая решетка, испытания, фреттинг-коррозия.

The procedure and investigation results of wear resistance of fuel assemblies of WWER-440 power reactor with reduced nominal diameter of fuel rods are presented. The test stand, a fuel element model, the similarity conditions, and the ability to transfer the experimental results on regular fuel assemblies are described.

Keywords: water-moderated power reactor, fuel element, spacer grid, test, fretting-corrosion.

На определенном этапе эксплуатации тепловыделяющих сборок (ТВС) диаметр тепловыделяющих элементов (твэлов) может уменьшиться на 0,09 мм ввиду ползучести материала оболочек, обусловленной внешним давлением и облучением, в результате чего исходные натяги в сопряжении "твэл—дистанционирующая решетка (ДР)" исчезают и появляются зазоры, которые создают условия для виброударного взаимодействия либо трения скольжения твэла и фиксирующих выступов ячейки ДР при колебаниях твэлов, возбуждаемых пульсациями скорости и давления теплоносителя.

Наиболее часто отказы твэлов зарубежных PWR возникают в результате фреттинг-коррозии оболочек в контакте с ДР, доля отказов по этой причине может превышать 50 % [1]. На российских АЭС с ВВЭР-440 уровни разгерметизации ТВС с 1998 по 2002 гг. оценивались вероятностями $10^6 \div 1{,}3 \cdot 10^{-4}$ [2], причем вероятность отказов твэлов реакторов В-230 первого поколения на два порядка выше ввиду худшей гидродинамики проточного тракта из-за плоского днища ВКУ, неплакированного корпуса и др. Несмотря на высокую надежность российского топлива исследования фреттинг-коррозии остаются актуальными, поскольку непрерывное совершенствование ТВС не должно приводить к недопустимым уровням вибрации твэлов, при которых вероятность

(Окончание статьи. Начало см. на стр. 45)

согласуется с экспериментальными данными. Однако при небольших значениях γ ($l\gamma/\alpha_H < 0{,}167$) формула (14) не работает, $K_\gamma < 1$, а при $\gamma = 0$ имеем $K_\gamma = 0$. Формулы (11) и (12) определяют коэффициент K_γ угла перекоса во всем диапазоне изменения этого угла (или $l\gamma/\alpha_H$), т. е. определены все показатели контакта при перекосе.

Таким образом, решена задача о контакте цилиндров при перекосе во всем диапазоне изменения загрузочного параметра $l\gamma/\alpha_H$, установлена связь между коэффициентами контактных деформаций и контактных напряжений, определены все показатели контакта: контактная деформация α_γ; максимальные контактные напряжения σ_{max}; максимальная полуширина b_γ и длина $l_к$ площадки контакта.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Winkler E.** Die Lehre von der Elasticitaet und Festigkeit. Prag: Dominicus, 1867.
2. **Нахатакян Ф. Г.** Об одном методе точного решения контактной задачи Герца для круговых цилиндров с параллельными осями // Вестник машиностроения. 2011. № 3. С. 3—6.
3. **Орлов А. В.** Упругие деформации и напряжения на линейном контакте // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2006. № 6. С. 31—36.
4. **Айрапетов Э. Л., Айрапетов С. Э., Мельникова Т. Н.** Расчет контактной нагрузки в зубчатых зацеплениях // Вестник машиностроения. 1982. № 10. С. 3—6.

фреттинг-повреждений может увеличиться. Для обоснования износостойкости оболочек твэлов ВВЭР-440 использованы результаты испытаний твэлов ТВС ВВЭР-1000 с циркониевыми ДР на фреттинг-коррозию.

Задачами исследований являлись: экспериментальное определение влияния конструкционных, технологических, эксплуатационных параметров на износостойкость узлов сопряжения "твэл—ДР" ТВС ВВЭР-1000 и обоснование переноса их результатов на ТВС ВВЭР-440.

Методики исследований фреттинг-коррозии оболочек твэлов делятся на дореакторные и послереакторные. Экспериментальные дореакторные исследования проводят на полномасштабных ТВС, моделях отдельных узлов, малоразмерных фрагментах ТВС с проверкой головных образцов ТВС в реакторах и последующими детальной разборкой и исследованием. Дореакторные исследования нацелены на определение причин, кинетики, механизма процесса, контролирующего фреттинг-коррозию оболочек твэлов в контакте с ДР. Определяются характеристики процесса изнашивания материалов, влияние конструкционных факторов, определяющих сопротивление поверхностному разрушению, а также зависимости этих факторов от времени. Отрабатываются конструктивные и технологические способы устранения фреттинг-коррозии, проводятся сравнительные испытания разных конструкций ТВС на фреттинг-коррозию с целью обоснования ее износостойкости.

Считается, что необходимыми условиями возникновения фреттинг-коррозии являются тангенциальные (касательные к площадке контакта) виброперемещения (проскальзывания) твэла относительно фиксирующего выступа ячейки ДР (далее опора) в пределах от нескольких микрометров до нескольких десятков микрометров, нормальная сила в контакте не менее 1 Н, наличие кислорода в теплоносителе.

Для исследований фреттинг-коррозии узла сопряжения "твэл—ДР" необходима его физическая модель, результаты испытаний которой можно было бы перенести на натурное изделие. Модель должна отвечать требованиям по нагрузкам, динамическому подобию, материалам и окружающей среде. Нагрузки в узле трения "твэл—ДР" в реакторе неизвестны. Единственным параметром, характеризующим вибронагруженность в реакторе, является виброускорение середины пролета имитатора твэла, измеряемое на ТВС в процессе пуско-наладки реактора.

Что касается образцов оболочек твэлов и ДР, то для моделирования объемных и поверхностных механических свойств они должны представлять собой фрагменты штатных оболочек твэлов и ДР. Среда должна соответствовать теплоносителю реактора по температуре, давлению, скорости обтекания, химическому составу. Требования к материалам образцов и качеству среды обусловлены особой ролью в механизме фреттинг-коррозии окисной пленки (твердый раствор оксида циркония в цирконии), образующейся с определенной скоростью в теплоносителе со штатными параметрами. Пленка обладает защитными свойствами и от динамики процессов ее образования, истирания и выноса продуктов износа из зоны трения зависит скорость фреттинг-коррозии.

Методика исследований динамических свойств твэлов

Скорость изнашивания оболочки твэла прямо пропорциональна произведению мощности трения твэла в опоре, т. е. мощности потери кинетической энергии колебаний на трение твэла в опоре (работе сил трения за единицу времени) [3] и коэффициента износа, определяемого как коэффициент пропорциональности между объемным износом и произведением силы, нормальной к площадке контакта, на пройденный путь. Системный подход определяет функцию узла трения и четыре класса параметров, описывающих его: свойства конструкции, системные нагрузки, параметры среды и выходные параметры (износ, ресурс, износостойкость). Для обеспечения штатной скорости изнашивания модели при штатных материалах образцов, температуре и качестве теплоносителя необходимо и достаточно обеспечить динамическое подобие модельного образца штатному твэлу. При соблюдении этих требований, задав параметры виброускорения середины пролета твэла, равными измеренным при пуско-наладке на АЭС, можно быть уверенным, что контактные силы, перемещения и мощность трения в сопряжении "твэл—ДР" будут соответствовать штатным.

В упрощенном виде без учета влияния соседних твэлов дифференциальное уравнение равновесия твэла без зазоров в опоре в потоке воды запишется следующим образом [3]:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left[EI\frac{\partial^2\vec{d}(x,t)}{\partial x^2}\right] + c \times \frac{\partial\vec{d}(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial^2\vec{d}(x,t)}{\partial t^2} \times S\rho(x) = \vec{f}_e(x,t) + \vec{f}_s(x,t), \qquad (1)$$

где EI — изгибная жесткость твэла; S — площадь поперечного сечения; $\vec{d}(x, t)$ — вектор поперечного прогиба твэла; c — коэффициент вязкого сопротивления; $\rho(x)$ — погонная масса твэла с учетом присоединенной массы жидкости; $\vec{f}_e(x, t)$ — поперечная возбуждающая нагрузка на твэл; $\vec{f}_s(x, t)$ — сила реакции опор.

Уравнение (1) содержит параметры, характеризующие свойства: конструкции твэла (EI, ρ, S) и опор (их жесткость влияет на величину проскальзывания твэла в опоре); силовые нагрузки со сто-

роны теплоносителя и опор (ДР), свойства теплоносителя (коэффициент вязкого сопротивления).

Требования по динамическому подобию, необходимые для обеспечения идентичности нагрузок и относительных перемещений (соответственно мощности трения) в опорах твэла сформулированы на основе теории частотного (модального) анализа. Воспроизвести в модели 15 штатных пролетов (участок твэла между соседними ДР) довольно сложно, поэтому необходимо было определить минимальное число пролетов образца твэла в модели, достаточное для сохранения подобия модельного и штатного твэлов. Исследования колебаний модели одиночного твэла показали, что ДР являются хорошими виброизоляторами, т. е. колебания твэла в одном пролете возбуждают довольно слабые колебания в соседних пролетах, а в пролете, следующих за соседними, колебания отсутствуют вовсе.

Таким образом, если пренебречь возбуждением от соседних пролетов, то можно считать, что колебания одного пролета твэла, расположенного между соседними ДР, вызваны переменными силами, приложенными в этом же пролете. Поэтому в разработанной модели принят способ возбуждения образца твэла сосредоточенной поперечной силой, прикладываемой в середине пролета твэла. Мерой вибрационного отклика твэлов на гидродинамическое возмущение является динамическая масса (сила на единицу ускорения), измеряемая в середине пролета твэла. Следовательно, требуется обеспечить равенство динамической массы модельного и натурного твэлов для обеспечения идентичности нагрузок и относительных перемещений твэлов в опорах при условии изготовления образца опоры из фрагментов штатных ДР, а образцов твэлов из штатных оболочек твэлов. Один пролет твэла можно представить моделью с одной степенью свободы, которая описывается частотной характеристикой $H(\omega)$ с такими параметрами, как частота собственных колебаний, безразмерный коэффициент ξ затухания и форма колебаний, которые полностью определяют заданную систему. В первом приближении эти три параметра выбраны в качестве критериев динамического подобия модельного и натурного твэла.

Опоры модели твэла должны быть изготовлены из фрагментов штатных ДР, обеспечивающих равенство зазоров—натягов, линейных и угловых жесткостей опор модели и натурного твэла. Если учесть, что изгибная жесткость твэла должна быть смоделирована при подходе к исследуемым образцам опор (фрагментам ДР) как справа, так и слева, то для однопролетной модели с двумя опорами необходимо, как минимум, иметь еще два пролета твэла — по одному слева и справа. Пролеты твэла должны иметь со штатным твэлом одинаковые длину, погонную массу и изгибную жесткость. Погонная масса образца твэла должна быть смоделирована таблетками штатной геометрии, изготовленными из материала с плотностью, близкой к плотности спеченой двуокиси урана.

Если твэл входит в ДР с зазором, то возможен виброударный режим взаимодействия твэла с опорой; уравнение колебаний (1) становится нелинейным и его правая часть усложнится. Колебания твэла будут сопровождаться ударами об ограничители (ДР). Для модели твэла с одним пролетом, к середине которого прикладывается переменная сосредоточенная сила, и двумя опорами — фрагментами ДР по концам, где реализованы сопряжения с зазорами, необходимы также еще два пролета с беззазорными сопряжениями "твэл—ДР". Таким образом, в модели, реализующей сопряжения с зазорами и без зазоров, должно быть, как минимум, три пролета.

Для окончательного выбора числа пролетов модели были исследованы динамические характеристики одно-, трех- и пятипролетных моделей твэлов. Стенд состоял из ТВС, электродинамического вибратора, системы управления вибратором для возбуждения колебаний твэла и системы измерений ускорений и сил. Измеряли: модуль динамической жесткости, определяемый как отношение амплитуды силы к амплитуде перемещения; модуль динамической массы — отношение амплитуд силы к ускорению. Все характеристики являются функциями частоты. В процессе измерения характеристик регистрировали силы сопротивления твэла на середине пролета при перемещении его по синусоидальному закону с постоянной амплитудой (либо ускорения) при медленном изменении частоты перемещения в диапазоне от 20 до 2000 Гц. Измерения проводили на усовершенствованной ТВС реактора ВВЭР-1000. Параметры частотных характеристик твэлов оценивали в среднем пролете ТВС. При измерениях кинематические переменные поддерживали постоянными: амплитуда виброперемещений — $5 \cdot 10^{-6}$ м; амплитуда виброускорения — 5 м/с^2 (выбраны из диапазона измерений натурных ТВС). Частоту собственных колебаний определяли по минимуму записанной характеристики, безразмерный коэффициент ξ затухания — как отношение полуширины резонансного минимума при спаде на 3 дБ к резонансной частоте, статическую жесткость — на начальном участке диаграммы динамической жесткости при 20 Гц, где она почти не зависит от частоты.

Кроме ТВС измеряли динамические характеристики модели фрагмента ТВС, состоящей из жесткого цилиндрического корпуса, предназначенного для закрепления держателей семиячеечных фрагментов ДР; имитатора твэла, акселерометров, вибратора, систем управления и измерений. Испытывали одно-, трех- и пятипролетные образцы твэлов.

Образец твэла состоял из штатной циркониевой оболочки твэла с молибденовыми таблетками внутри, обеспечивающими погонную массу имитатора твэла. Плотность молибдена наиболее близка плотности двуокиси урана (около 11 г/см^3).

Результаты измерений динамических характеристик модельных и штатных твэлов

На рис. 1 показаны диаграммы динамических характеристик (зависимости силы F возбуждения колебаний твэлов от частоты f) штатного твэла ТВС и трехпролетной модели твэла. Как указывалось выше, кинематические параметры поддерживали постоянными. В таблице приведены динамические характеристики твэлов для первой формы колебаний.

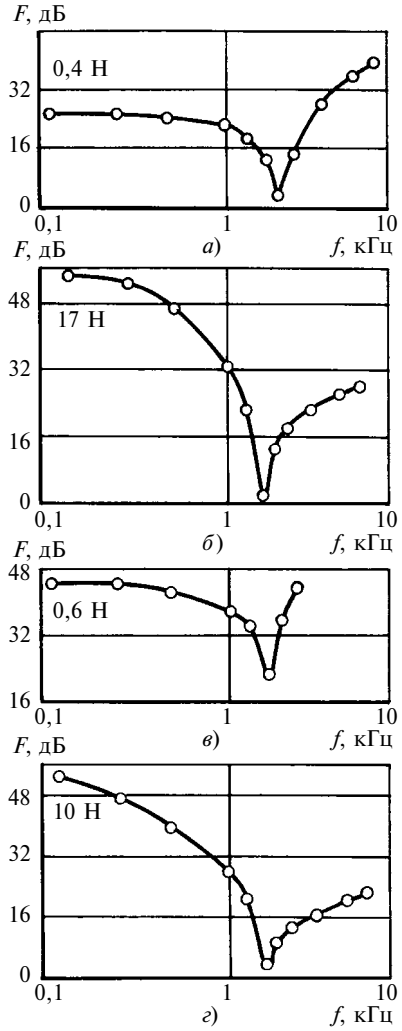


Рис. 1. Диаграммы модулей:
а и *б* — динамической жесткости и массы трехпролетной модели; *в* и *г* — динамической жесткости и массы штатного твэла

Объект исследования	Собственная частота f, Гц	Коэффициент затухания ξ, %	Статическая жесткость, кгс/мм
Штатный твэл	160	5,6	12
Модель твэла	150	5,5	8÷12

Из рис. 1 следует, что динамическая жесткость на резонансной частоте по крайней мере на порядок (20 дБ) меньше статической, определенной на частоте 20 Гц. Измеренные параметры динамических характеристик штатных твэлов и моделей твэлов (таблица) достаточно близки и достаточной степенью динамического подобия обладает трехпролетная модель твэла с молибденовым наполнителем и семиячеечными фрагментами ДР.

Экспериментальные исследования фреттинг-коррозии сопряжения "твэл—ДР" методом физического моделирования

Для испытаний узлов сопряжения "твэл—ДР" были изготовлены 10 моделей твэлов (рис. 2, *а*). Вибрация образца твэла приводит к относительным вибросмещениям и поворотам образца относительно контробразцов — ДР (рис. 2, *б*). Виброускорения середины пролета образца контролируются в двух взаимно перпендикулярных плоскостях акселерометром совместно с вторичной аппаратурой. Управление частотой и амплитудой вибрации осуществляется блоком управления. Модель через входной и выходной патрубки корпуса включается в гидравлический контур стенда. Качество теплоносителя, проходящего через зоны трения, обеспечивается оборудованием стенда. Параметры теплоносителя по температуре (320 °С), химическому составу (концентрации борной кислоты, гидразина гидрата, кислорода в дистиллированной воде), давлению (16 МПа), по ячейковой продольной скорости (7 м/с) близки к штатным.

Управляемые параметры испытаний могут варьироваться в диапазонах: амплитуда виброускорения — 0,5÷50 м/с^2; натяг—зазор — 0,28÷0,3 мм; частота вынуждающей силы — 0÷300 Гц.

Для образцов ДР использовали сплав циркония Э110 и коррозионно-стойкую сталь 08Х18Н10Т. Модель была применена для испытаний оболочек твэлов со стальными и циркониевыми ДР с теплоносителем со штатными параметрами.

Для 10 моделей твэлов были проведены два этапа ресурсных испытаний по 750 ч каждый.

На первом этапе проводили сравнительные испытания циркониевой и стальной решеток. В каждое устройство устанавливали образец стальной ДР серийной ТВС в паре с образцом циркониевой ДР с толщиной стенки ячейки 0,3 мм и длиной линии контакта пуклевок ячеек с твэлом 12 мм усовершенствованной ТВС. При испытании на образцы твэлов воздействовали вынуждающей силой с частотой 32, 64 и 210 Гц. Частоты 32 и 64 Гц — это расчетные собственные частоты колебаний пролета твэла штатной длины 255 мм для сопряжения пролета твэла с зазором в двух ДР

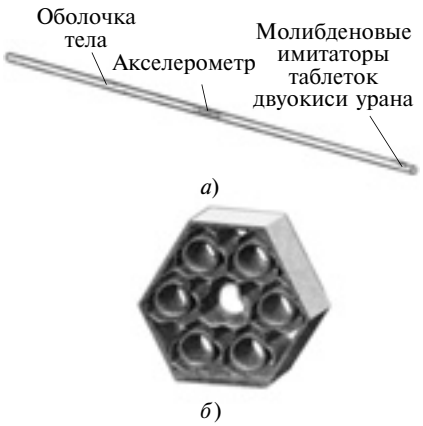


Рис. 2. Образец твэла (*а*) и контробразец ДР (*б*)

и одной ДР по концам пролета. Частота 210 Гц — собственная частота колебаний среднего пролета образца твэла модели при сопряжении с образцами ДР с натягом. Амплитуды виброускорений задавали в диапазоне 5÷30 м/с^2. Амплитуда 5 м/с^2 близка к верхнему пределу (6 м/с^2) диапазона измеренных амплитуд на АЭС в процессе пуско-наладки. Остальные величины превышали измеренные на АЭС, т. е. испытания были ускоренными. Зазоры и натяги в сопряжении "твэл—ДР" выбрали близкими к проектным (для усовершенствованной тепловыделяющей сборки) пределам. В процессе ревизии на девяти образцах твэлов и ДР износа не обнаружено. Фактически полный износ наблюдался у одного образца твэла с параметрами испытаний — ускорение 30 м/с^2, частота — 32 Гц, зазор — + 0,1 мм как со стороны стальной, так и со стороны циркониевой ДР. Образец циркониевой ДР был изношен до разрушения (центральная ячейка), на образце стальной ДР наблюдался также большой износ. Площадки износа на оболочке повторяют геометрию пуклевок. На рис. 3 показаны характерные виды площадок износа на образце твэла со стороны циркониевого и стального образцов ДР.

На втором этапе испытаний в модели были установлены образцы стальных ДР в парах с образцами циркониевых ДР толщиной 0,25 мм с длиной линии контакта пуклевок ячеек с твэлом 12 мм. Комбинации условий, при которых был получен износ на первом этапе, были воспроизведены с уменьшенной в 2 раза амплитудой виброускорений (ускорение 15 м/с^2, частота 32 Гц, зазор + + 0,1 мм) в одном варианте и с отсутствием зазора (ускорение 30 м/с^2, частота 32 Гц, зазор 0 мм) — в другом. После 750 ч ресурсных испытаний на образцах твэлов и образцах стальных ДР площадок износа не обнаружено. Таким образом, технически неприемлемые фреттинг-повреждения образцов оболочек твэлов получены только при уровне виброускорений, превышающем 30 м/с^2 и наличии зазоров в сопряжениях "твэл—ДР". Отсутствие износа в сопряжениях "твэл—ДР" 19 образцов показывает, что даже очень высокие виброускорения (до 30 м/с^2) не привели к фреттинг-повреждениям в условиях беззазорного сопряжения, а в сопряжении с зазором 0,1 мм износа не было при виброускорении 15 м/с^2.

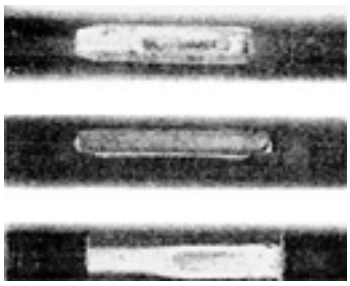


Рис. 3. Площадки износа на образцах оболочек твэла после испытаний

Максимально измеренные амплитуды виброускорений середины пролета твэлов на имитаторах ТВС в процессе пуско-наладки на АЭС с ВВЭР-1000 и при экспериментальных стендовых исследованиях не превышали 6 м/с^2. Очевидно, что испытанные образцы узлов сопряжения с пролетами твэлов 250 мм обладают не менее чем двукратным запасом износостойкости в наиболее консервативном варианте сопряжения — с зазорами между твэлом и ДР. В узлах сопряжения без зазоров запас больше.

В ТВС ВВЭР-440 материал оболочек, длина пролетов твэлов, их погонная масса, геометрия контакта пуклевки с твэлом (у трех нижних решеток) идентичны или близки к испытанной ТВС ВВЭР-1000. Учитывая это, результаты испытаний моделей ТВС ВВЭР-1000 можно распространить на ТВС ВВЭР-440.

На основании приведенных результатов можно сделать вывод, что в соединении "твэл—ДР" ВВЭР-440 износостойкость твэла обеспечивается как при наличии натяга (новая ТВС), так и при наличии зазора (выгоревшая ТВС).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Kennard M. W.** Nuclear Fuel Performance: Trends, Remedies and Challendes. Top Fuel-2006. Salamanca. Spain. 2006.

2. **Анализ** результатов эксплуатации ядерного топлива в реакторах ВВЭР-440 / А. И. Кузнецов, И. В. Асатиани, С. Н. Балабанов, Е. А. Сидорова. Болгаро-российско-украинский науч.-техн. семинар, 27.09-01.10.2004, г. Бургас.

3. **Rubiolo P. R., Paramonov D. V., Young M. Y.** Development Of A Fretting-Wear And Flow-Induced Vibration Model For The Fuel Rods. Paper 3.6. IAEA-TCM. Kadarash. 22.11.04.

ВНИМАНИЮ ПОДПИСЧИКОВ ЖУРНАЛА "ВЕСТНИК МАШИНОСТРОЕНИЯ"

Подписка на журнал принимается по каталогам:

"Роспечать" — индекс **70120**;
"Пресса России" — индекс **27841**;
"Почта России" — индекс **60264**.

УДК 621.822:621.891

В. А. САНИНСКИЙ, д-р техн. наук, Н. А. СТОРЧАК, А. В. СИНЬКОВ, канд. техн. наук, Ю. Н. ПЛАТОНОВА
(Волжский политехнический институт — филиал ВолгГТУ), e-mail: sinkov73@mail.ru

Систематизация сочетаний различных форм поверхностей контакта в парах трения

Предложена систематизация сочетаний отклонений форм контактных поверхностей пар трения коренных подшипников по результатам исследований влияния образованного зазора и объема смазочного масла в нем.

Ключевые слова: пара трения, коренные подшипники, контактные поверхности, зазор, отклонение формы, регулярный макрорельеф.

A systematization of combinations of deviations of shapes of contact surfaces of friction pairs of main bearings, based on the study results of the influence of the formed gap and the volume of lubricating oil within it has been proposed.

Keywords: friction pair, main bearings, contact surfaces, gap, deviation of shape, regular macro-relief.

Традиционно контактные поверхности пары трения "цапфа—подшипник скольжения" имеют цилиндрические формы. Результаты исследований зазоров в соосных парах трения показали возможность сочетания в таких сопряжениях поверхностей других форм и автоматизированного определения параметров реальных контактных поверхностей. Установлена возможность их систематизации в зависимости от сочетания форм поверхностей и их влияния на параметры масляного слоя, что во многом определяет работоспособность пары трения [1—3].

Конструктивно-функциональные исполнения подшипников имеют сотни вариантов. Одним из основных показателей работы подшипника в режиме жидкостного трения является давление в масляном слое по длине опорной поверхности подшипника, которое зависит от площади торцевых зазоров, объема масла в зазоре, макро- и микронеровностей контактных поверхностей пары трения.

Максимальное давление на участке наибольшего сближения вала и подшипника примерно в 2—3 раза превышает среднее давление и может достигать нескольких десятков мегапаскалей. В цилиндрически правильном подшипнике изменение давления по оси имеет параболический характер: к центру подшипника повышается и снижается у торцов, что обусловлено истечением масла из торцевых зазоров. Кроме того, давление в масляном слое зависит от погрешностей изготовления и сборки подшипника.

В продольном направлении контактные поверхности сопряжения цилиндрической пары трения цапфа—подшипник могут иметь следующие отклонения форм: бочкообразность, седлообразность, конусность. В поперечных сечениях могут иметь место отклонения от круглости, овальность, четная или нечетная огранка и др. Оценить отклонения форм можно классом точности (А, В и С), что для цилиндрических пар трения скольжения будет соответствовать 60, 40 и 20 % от поля допуска номинальных размеров рабочего отверстия подшипника (TD) или диаметра цапфы (Td). Соответственно значения радиальных зазоров в 2 раза меньше.

Зазор в подшипнике скольжения будем рассматривать как полость, ограниченную поверхностями подшипника, цапфы и торцевыми плоскостями подшипника. В паре трения цапфа—подшипник данная полость заполняется масляным слоем. При анализе отклонений форм использовали метод координат [2].

Возможны различные сочетания разных поверхностей. И объем масляного слоя в паре трения цапфа—подшипник будет зависеть от реализованного сочетания поверхностей. Компьютерные технологии дают возможность исследовать отклонения форм поверхностей с помощью трехмерного моделирования (рис. 1, *а—д*) [3]. Если нет требований по обеспечению класса точности (А, В или С), то радиальный зазор, определяющий масляный слой в паре трения, можно принять равным $(T_D + T_d)/2$, т. е. допуску на сопрягаемый размер. Автоматизация расчета объема масляного слоя с учетом форм контактных поверхностей пары трения цапфа—подшипник позволяет прогнозировать расход масла из торцевых зазоров.

Выполнено моделирование различных зазоров для сопрягаемого размера $\varnothing 110\ H7/h7$ в системе AutoCAD (см. рис. 1, *а—д*) [2, 3] с целью выявления новых форм контакта пары трения и возможности автоматизированного расчета таких показателей, как площадь торцевого радиального зазора и объем масляного слоя.

На основании результатов исследований получены зависимости объема зазоров от формы сопрягаемых поверхностей и базовой длины вала. С помощью программы AutoCAD вычислены площади торцевых зазоров для вышеуказанных сочетаний сопрягаемых поверхностей. Установлено [2], что при сочетании бочкообразной (цапфа) и гиперболоидной (подшипник) контактных поверхностей (рис. 1, *г*) обеспечивается наименьшее истечение смазочного материала через торцевые зазоры. Неблагоприятными сочетаниями можно считать сопряжения поверхностей, приведенные на рис. 1 и 3, и другие поверхности, рассмотренные в работе [2].

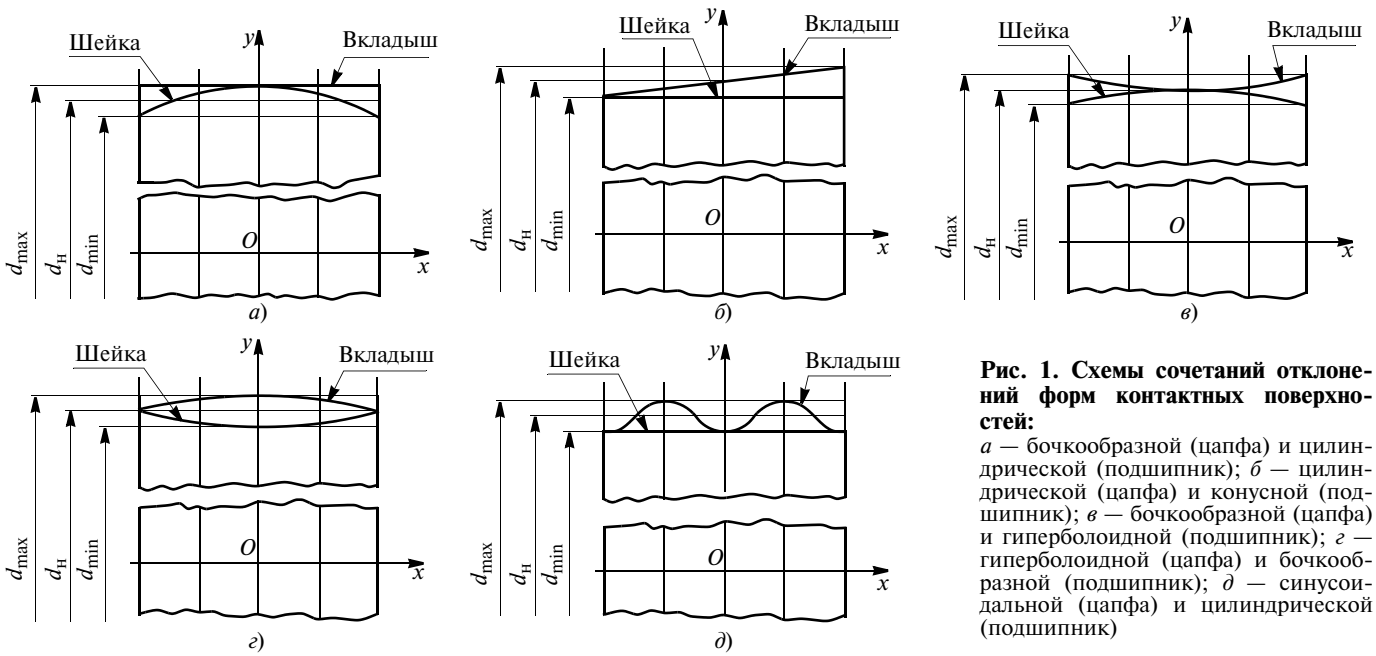


Рис. 1. Схемы сочетаний отклонений форм контактных поверхностей:
а — бочкообразной (цапфа) и цилиндрической (подшипник); *б* — цилиндрической (цапфа) и конусной (подшипник); *в* — бочкообразной (цапфа) и гиперболоидной (подшипник); *г* — гиперболоидной (цапфа) и бочкообразной (подшипник); *д* — синусоидальной (цапфа) и цилиндрической (подшипник)

В работах [1—5] показаны зависимости форм получаемых отверстий от способа механической и физико-термической обработок, а также получение сочетаний форм поверхностей, благоприятных с точки зрения обеспечения требуемого давления в зазорах подшипников скольжения.

Для выявления других форм контактных поверхностей с помощью системы AutoCAD были смоделированы схемы сочетаний отклонений форм контактных поверхностей вкладыша, образующая которого имеет синусоидальную форму в пределах поля допуска ∅110 *H*6 (коренные подшипники дизеля 8ЧВН 15/16), и шейки вала цилиндрической формы, а также аналогичного вкладыша номинального размера ∅110 (коренные подшипники дизеля 8ЧВН 15/16) и шейки вала цилиндрической формы (см. рис. 1, *д*).

Предположим, что по длине шейки вала любое поперечное сечение находится в пределах поля допуска: d_{min} = 109,918 мм — минимальный диаметр шейки вала; $D_н$ = 110 мм — номинальный диаметр подшипника; D_{max} = 110,022 мм — максимальный диаметр подшипника скольжения после сборки и последующей совместной расточки верхнего и нижнего вкладышей в коренной опоре.

Условимся, что поперечные сечения шейки вала — окружности, а в продольном сечении образующая вращения имеет синусоидальную форму.

Проведены исследования зазоров между втулкой и валом, образующие контактных поверхностей которых являлись соответственно синусоидой и гиперболой, синусоидой и прямой и т. д. Было установлено, что сочетание синусоидальной (вкладыши) и гиперболоидной (шейка) поверхностей является благоприятным с точки зрения исключения истечения масла через торцевые зазоры пары трения.

На рис. 2 представлена схема сопряжения, в котором поверхности вала и втулки представляют собой тела вращения с синусоидальными образующими со сдвигом фаз. Такое сочетание также имеет множество вариантов, поэтому мало исследовано. Результаты проведенных исследований показали, что сопряжения с синусоидальными образующими обеспечивают более постоянный объем масла в зазоре.

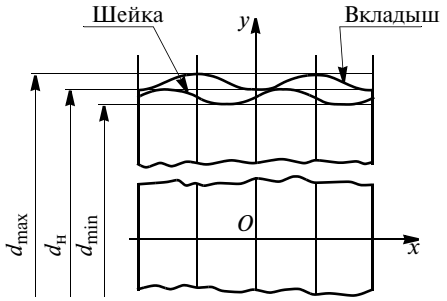


Рис. 2. Схема сочетания отклонений синусоидальных контактных поверхностей цапфы и подшипника со сдвигом фаз

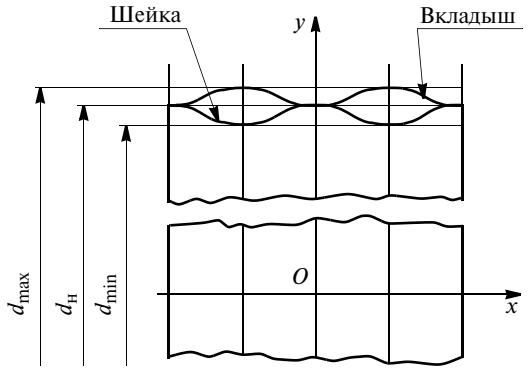


Рис. 3. Схема сочетания отклонений синусоидальных контактных поверхностей цапфы и подшипника с одинаковыми периодами и сдвигом фаз в 1/2 периода

С точки зрения наименьшего торцевого зазора и снижения давления на торцах подшипника наиболее рациональной является сопряжение, в котором с торцов зазор "закрыт" (см. рис. 1, *г* и 3), это обеспечивается схождением синусоидальных образующих в торцах, что достигается подбором амплитуд синусоид. С помощью программы AutoCAD можно определить максимальный объем масла в зазоре.

Результаты исследований

Опытным путем установлено, что наибольший объем масла в зазоре составил 212,8758 мм^3. При этом в сопряжении синусоидальные образующие имели одинаковые периоды, сдвиг фаз составил 1/2 периода (см. рис. 3). Такое сопряжение обеспечивает оптимальные параметры жидкостного трения.

Различные сочетания поверхностей трения можно разделить на следующие типы:

цилиндрические одиночные (ЦО), например шатунный подшипник скольжения;

одиночные подшипники узлов (ОПУ) — ряд соосных подшипников, например коренные подшипники дизеля, рабочие отверстия которых соосны с общей осью [2];

соосно-концентрические многоопорные подшипники скольжения (СКМПС) — ряд одиночных подшипников, рабочие отверстия которых имеют разные диаметры и расположены концентрично относительно общей оси, при этом концентричность нормирована или нормировано отклонение собственной оси относительно общей [6];

составные подшипники скольжения (СПС), поверхности которых состоят из двух, трех и более элементов (вкладышей), например подшипники со вставными сердечниками из износостойких пластмасс.

Таким образом, разнообразные многоопорные узлы можно классифицировать, используя обозначения: соосные протяженные (СП) многоопорные узлы поддержки вала (МУПВ) на подшипниках скольжения (ПС) и МУПВ на подшипниках качения (ПКч); МУПВ соосные концентрические (СК) [7] двух видов: на подшипниках скольжения (МУПВ-СК-ПС) и МУПВ соосно-комбинированные (СК), содержащие и ПС и ПКч, т. е МУПВ-СК-ПС-ПКч [8].

Каждый вид подшипников скольжения может иметь различные сочетания форм контактирующих поверхностей в единичном трибологическом сопряжении (ТС) отдельного подшипникового узла (ОПУ) шейка—подшипник.

Все разнообразие сочетаний предлагается классифицировать как плоские (ПЛ), цилиндрические (ЦН) и объемные (ОБ). Примером ПЛ могут служить направляющие фрезерных станков. К ним можно отнести круговые (Кр), например круговые направляющие планшайбы карусельного станка.

Полученные варианты сочетаний форм контактирующих поверхностей в трибологическом сопряжении шейка—подшипник скольжения в зависимости от геометрической формы можно систематизировать, используя следующие обозначения:

Ц—Ц: шейка — цилиндр, подшипник — цилиндр;

Ц—Кп: шейка — цилиндр, подшипник — конус прямой;

Ц—Ко: шейка — цилиндр, подшипник — конус обратный;

Кп—Ц: шейка — конус прямой; подшипник — цилиндр;

Ко—Ц: шейка — конус обратный; подшипник — цилиндр;

Эп—Эш: рабочие поверхности подшипника и коренной шейки — эллипсы;

ГВп—ГВк: образующие рабочих поверхностей подшипника и коренной шейки — гиперболы при отсутствии биения соседних подшипников;

Эп—ГВк: рабочая поверхность подшипника — эллипс; образующая поверхности коренной шейки — гипербола при отсутствии биения соседних подшипников;

ГВп—Эп: образующая рабочей поверхности подшипника — гипербола, коренной шейки — эллипс;

Сп—Ск: образующие рабочих поверхностей подшипника и коренной шейки — синусоиды;

СпС—СкС: образующие рабочих поверхностей подшипника и коренной шейки — синусоиды при совпадении вершин с вершинами, впадин со впадинами;

СпН—СкН: образующие рабочих поверхностей подшипника и коренной шейки — синусоиды при несовпадении вершин с вершинами, впадин со впадинами;

Сп—Скв: рабочая поверхность подшипника — цилиндр, образующие рабочей поверхности коренной шейки — винтовые линии соответственно правого и левого направлений, в результате этого при работе подшипника масло перемещается к середине пары трения от торцов [9].

С помощью программы AutoCAD можно варьировать сочетания форм контактных поверхностей пар трения, автоматически определять их эксплуатационные характеристики и устанавливать оптимальные требования к рабочим поверхностям вала и подшипника скольжения, направленные на повышение работоспособности механизма.

Улучшить работу подшипников скольжения можно путем реализации заданных форм контактных поверхностей, полученных компьютерным моделированием.

УДК 621.9:539.621

А. Г. СУСЛОВ, д-р техн. наук (МГИУ), Д. М. Медведев, канд. техн. наук (Брянский ГТУ),
А. Н. Шоев, канд. техн. наук (Кулябинский филиал технологического университета Таджикистана),
e-mail: mootechmash@mail.ru

Энергетический подход к технологическому обеспечению износостойкости поверхностей трения деталей машин

Приведены математические модели удельной энергии, необходимой для удаления единицы объема поверхностного слоя обрабатываемой детали при различных механических обработках и трении. Получены аналитические зависимости интенсивности изнашивания от режимов обработки наружных цилиндрических поверхностей. Приведена структурная схема одноступенчатого технологического обеспечения допустимого износа поверхности при трении.

Ключевые слова: интенсивность изнашивания, поверхность трения, механическая обработка, точение, шлифование, суперфиниширование.

The mathematical models of the specific energy, necessary to remove the unit volume of the surface layer of the vvorkpiece at various tooling methods and friction is presented. Analytical dependences of the wear rate from the machining conditions of external cylindrical surfaces have been obtained. The algorithm of a single-stage technological ensuring to ensure of permissible surface wear at friction has been presented.

Keywords: wear rate, surface friction, machining, turning, grinding, super-finishing.

Сущность энергетического подхода к технологическому обеспечению износостойкости поверхностей трения деталей машин заключается в следующем. При трении, как и при механической обработке, удаляется поверхностный слой материала детали. На это затрачивается энергия, которую можно перевести в удельную, т. е. определить энергию, затрачиваемую на удаление единицы объема поверхностного слоя.

В результате теоретических исследований получены следующие математические модели удельных энергетических затрат для различных методов механической обработки:

1) точение:

$$W_{\text{т}} = \frac{P_{\text{р.т}}}{tS_{\text{о}}}, \qquad (1)$$

где $P_{\text{р.т}}$ — сила резания при точении, определяется по справочнику [1]; t — глубина резания; $S_{\text{о}}$ — подача на один оборот;

2) круглое шлифование с радиальной подачей (врезное шлифование) без выхаживания:

$$W_{\text{в.ш}} = \frac{P_{\text{в.ш}}}{lS_{\text{р}}}, \qquad (2)$$

где $P_{\text{в.ш}}$ — сила резания при врезном шлифовании, определяется по справочнику [1]; l — длина шлифуемой поверхности; $S_{\text{р}}$ — радиальная подача;

(Окончание статьи. Начало см. на стр. 53)

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Совершенствование** компьютерного определения соотношения объемных погрешностей в соосных парах трения и их взаимосвязь с параметрами зазоров и смазки / В. А. Санинский, Н. А. Сторчак, Н. П. Москвичева и др. // Технология машиностроения. 2010. № 2. С. 47—52.

2. **Санинский В. А.** Методология повышения запаса точности коренных подшипников скольжения дизелей размерной механической обработкой и компьютерной сборкой. Волгоград: Волгоградский ГТУ, 2008. 237 с.

3. **Санинский В. А., Сторчак Н. А., Синьков А. В.** Определение геометрии и параметров зазоров в соосных поверхностях подшипников скольжения и валов // Актуальные проблемы конструкторско-технологического обеспечения машиностроительного производства: Междунар. науч.-практ. конф. Волгоград: ВолгГТУ. 2003. С. 44—46.

4. **Смольников Н. Я., Санинский В. А.** Специальные станки для растачивания глубоких прерывистых отверстий шпинделями на выносных опорах. Волгоград: ВолгГТУ. 2004. 176 с.

5. **Санинский В. А.** Повышение качества механической обработки соосных поверхностей деталей многоопорных подшипниковых узлов: монография. Волгоград: РПК "Политехник". 2003. 186 с.

6. **Сердобинцев Ю. П., Бурлаченко О. В.** Обеспечение эффективности управления эксплуатационными свойствами трибосопряжений технологического оборудования в процессе жизненного цикла. Волгоград: ВолгГТУ, 2003. 353 с.

7. **Панченко А. И.** Статистические и динамические характеристики многоопорного подшипникового узла // Гидродинамической теории смазки — 120 лет: Междунар. науч. симпозиум. Т. 1. Орел: ОрелГТУ. 2006. С. 570—577.

8. **Поляков Р. Н.** Повышение надежности опорных узлов роторов путем совмещения подшипников скольжения и подшипников качения // Гидродинамической теории смазки — 120 лет: Междунар. науч. симпозиум. Т. 1. Орел: ОрелГТУ, 2006. С. 408—414.

9. **Дорохов А. Ф.** Анализ возможностей повышения надежности подшипников скольжения нереверсивных машин и механизмов // Вестник машиностроения. 2004. № 3. С. 21—25.

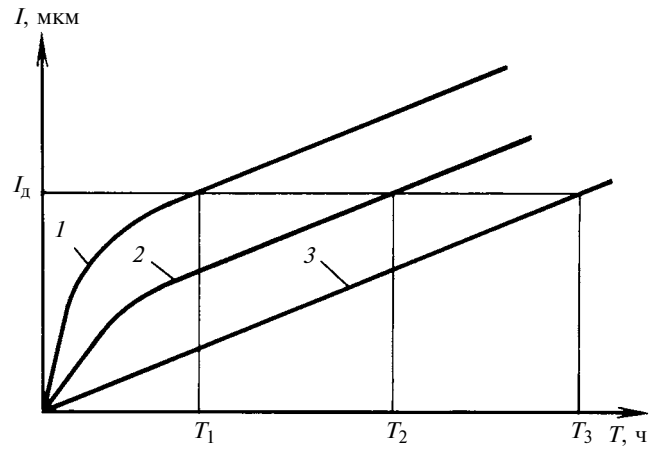


Рис. 1. Кривые изнашивания:
1 — с приработочным износом; *2* — с уменьшенным приработочным износом; *3* — без приработочного износа (T_1, T_2, T_3 — долговечности поверхностей; $I_д$ — допустимый износ)

3) круглое шлифование с радиальной подачей с выхаживанием:

$$W'_{в.ш} = \frac{P_{в.ш} j_{т.с}}{l P_{р.в.ш}}, \quad (3)$$

где $j_{т.с}$ — жесткость технологической системы; $P_{р.в.ш}$ — радиальная сила при врезном шлифовании [1];

4) круглое наружное шлифование с продольной подачей без выхаживания:

$$W_{пр.ш} = \frac{P_{пр.ш}}{S_р S_{пр.об}}, \quad (4)$$

где $P_{пр.ш}$ — сила резания при продольном шлифовании [1]; $S_{пр.об}$ — продольная подача на один оборот заготовки;

5) круглое наружное шлифование с продольной подачей и выхаживанием:

$$W'_{пр.ш} = \frac{P_{пр.ш} j_{т.с}}{P_{р.пр.ш} S_{пр.об}}, \quad (5)$$

где $P_{р.пр.ш}$ — радиальная сила резания при продольном шлифовании [1];

6) суперфиниширование:

$$W_{сф} = \frac{10^6 P_{сф} n_{заг}}{2\pi d A \lambda S_{м.пр}}, \quad (6)$$

где $P_{сф}$ — сила резания при суперфинишировании [1]; $n_{заг}$ — частота вращения заготовки; d — диаметр обрабатываемой поверхности; A и λ — амплитуда и частота колебаний суперфинишной головки; $S_{м.пр}$ — продольная подача суперфинишной головки за 1 мин.

При установившемся трении удельные энергетические затраты рассчитывают по формуле

$$W_{тр} = \frac{Nf}{\pi d l I}, \quad (7)$$

где N — рабочая нагрузка на поверхность трения; f — коэффициент трения [2]; d и l — диаметр и длина поверхности трения; I — интенсивность изнашивания поверхности трения (относительный показатель) [2].

Технологический метод повышения износостойкости рабочих поверхностей трения деталей при механической обработке заключается в уменьшении или полном исключении приработки (рис. 1). Используя энергетический подход, очевидно, что этого можно добиться, если удельные энергетические затраты на окончательную обработку будут равны удельной энергии изнашивания поверхности в условиях установившегося изнашивания.

Приравняв правые части уравнений (1)÷(6) и уравнения (7), получим зависимости интенсивности изнашивания от режимов обработки:

1) точение:

$$I = \frac{NftS_о}{\pi d l P_{рез}}; \quad (8)$$

2) круглое шлифование с радиальной подачей без выхаживания:

$$I = \frac{NfS_р}{\pi d P_ш}; \quad (9)$$

Интенсивность изнашивания поверхностей трения при различных видах механической обработки

Окончательная обработка поверхности трения	Интенсивность изнашивания, 10^{-8}
Чистовое точение	11÷23
Круглое шлифование с радиальной подачей (врезное шлифование) без выхаживания	9,6÷18
Круглое шлифование с радиальной подачей (врезное шлифование) с выхаживанием	4,5÷8,6
Круглое наружное шлифование с продольной подачей без выхаживания	2,9÷5,5
Круглое наружное шлифование с продольной подачей с выхаживанием	1,1÷2,1
Суперфиниширование	0,54÷0,98

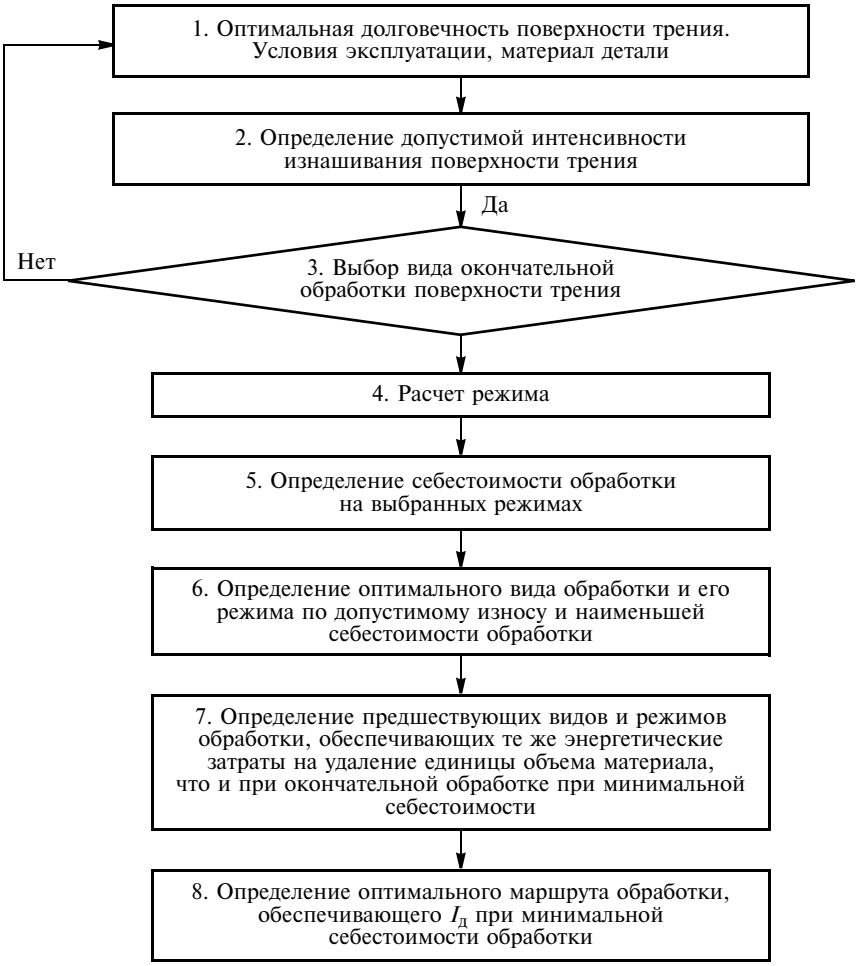


Рис. 2. Алгоритм одноступенчатого технологического обеспечения износостойкости поверхности трения

3) круглое шлифование с радиальной подачей с выхаживанием:

$$I = \frac{NfP_{р.вр.ш}}{\pi d P_{вр.ш} j_{т.с}}; \qquad (10)$$

4) круглое наружное шлифование с продольной подачей без выхаживания:

$$I = \frac{NfS_р S_{пр.об}}{\pi d l P_{пр.ш}}; \qquad (11)$$

5) круглое наружное шлифование с продольной подачей с выхаживанием:

$$I = \frac{NfP_{р.пр.ш} S_{пр.об}}{\pi d l P_{пр.ш} j_{т.с}}; \qquad (12)$$

6) суперфиниширование:

$$I = \frac{2NfA\lambda S_{м.пр}}{10^6 l P_{сф} n_{заг}}. \qquad (13)$$

Результаты расчетов по формулам (8)÷(13) для разных режимов обработки наружных цилиндрических поверхностей опорных шеек валов из стали 40Х, рекомендованным в справочнике [2] для граничных условий трения, приведены в таблице.

По полученным данным на этапе технологической подготовки производства можно выбрать методы обработки. По формулам (8)÷(13) рассчитывают режим для выбранного метода обработки, обеспечивающий заданную интенсивность изнашивания.

Таким образом, мы подошли к одноступенчатому обеспечению износостойкости поверхностей трения на этапе технологической подготовки производства (рис. 2). Начиная с определения допустимой интенсивности изнашивания поверхности трения задача поддается формализации и может быть реализована с использованием ЭВМ. Комплексное решение данной задачи можно получить только при наличии необходимых теоретических и экспериментальных данных по всем видам механической обработки поверхностей трения деталей из различных материалов [3].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Справочник** технолога-машиностроителя / Под ред. А. М. Дальского, А. Г. Суслова, А. Г. Косиловой и др. М.: Т. 2. Машиностроение-1, 2001. 944 с.

2. **Крагельский И. В., Добычин М. Н., Комбалов В. С.** Основы расчетов на трение и износ. М.: Машиностроение, 1977. 526 с.

3. **Энциклопедия.** Технологии России: Машиностроение / А. Г. Суслов, В. В. Бушуев, В. А. Гречишников, В. П. Смоленцев. Т. 1. Технология машиностроения, станки и инструменты / Под общ. ред. А. Г. Суслова. М.: Машиностроение, 2006. 412 с.

УДК 621.9.011:621.9.06.01-539.274

А. П. КУЗНЕЦОВ, канд. техн. наук, (МГТУ "Станкин"),
e-mail: Stankin-Okm@yandex.ru

Закономерности теплового поведения металлорежущих станков

Приведены базовые методологические положения теплового поведения металлорежущих станков. Дано обоснование, определены виды, характер и функции изменения во времени типовых закономерностей относительного смещения формообразующих деталей станков.

Ключевые слова: металлорежущие станки, точность, температурные поля, деформации, тепловое поведение.

The basic methodological principles of the machine tools thermal behavior are presented. The justification, types, character, and time-domain changes of typical regularities of the relative displacement of the shaping machine parts have been given.

Keywords: machine tools, precision, temperature fields, deformations, thermal behavior.

Результатом анализа действия тепловыделяющих источников станка в связи с его конструктивно-компоновочным решением стало построение "*теплового портрета*" и теплофизической структуры станка отражающих взаимодействие основных теплоактивных элементов, узлов и деталей. Возникающие тепловые нагрузки приводят к тепловым возмущениям термоупругих структурных составляющих. Замыкающим звеном термоупругой структуры станка, с точки зрения показателей его выходной точности, является вектор между элементами станка, несущими инструмент и заготовку. Поэтому рассмотрение закономерностей построения термоупругой структуры станка и изменения параметров его замыкающего звена в условиях действующих тепловых нагрузок является предметом **структурного теплофизического анализа**.

Принципиальная схема (рис. 1) тепловой модели станка, его деталей и узлов, построенная с использованием данных о расположении источников теплоты в металлорежущих станках, является основой для реализации ее математической модели. Как известно из теории теплопроводности, для построения математической модели необходимо четко представлять граничные условия, которые и будут определять решение основного уравнения теплопроводности. Следовательно, формирование и рассмотрение "теплового портрета" и соответствующей ему тепловой модели позволяют сформулировать необходимые граничные условия [1]:

условие первого рода — задание распределения температуры по поверхности тела в любой момент времени;

условие второго рода — задание плотности теплового потока для каждой поверхности тела в функции времени;

условие третьего рода — соблюдение закона конвективного теплообмена между поверхностью тела и окружающей средой;

условие четвертого рода — наличие теплообмена между поверхностью твердого тела и окружающей средой (конвективный теплообмен тела с жидкостью) или теплообмена между твердыми телами, когда температура соприкасающихся поверхностей одинакова.

Приведенные граничные условия отличаются большим разнообразием своего проявления при каждом практическом рассмотрении тепловой модели детали и узла станка. Например, температура может или не может быть функцией времени; равномерно или неравномерно распределяется она по поверхности; мощность или тепловой поток может быть постоянным или переменным, подвижным или неподвижным, плоским, объемным и т. п. Очевидно, все это приводит к большому разнообразию решаемых задач и будет зависеть от уровня и степени детализации тепловой модели.

На рис. 2 приведена обобщенная схема формирования теплофизической структуры металлорежущих станков, основанная на положениях о координатных структурах станков [2, 3], структурной модели формирования показателей их точности [4, 5], классификации деталей и узлов металлорежущих станков, их связей и отношений [4, 5]. Совокупная группа подвижных и неподвижных деталей и узлов определяется видами: шпиндели; шпиндельные бабки (головки); траверсы; каретки; ползуны; салазки; столы; колонны (вертикальные станины); станины (горизонтальные); основания. Здесь не приведено более подробное их разделение по степени подвижности. Например, столы могут быть неподвижными, подвижными в линейном направлении, вращающимися вокруг своей оси и т. п.

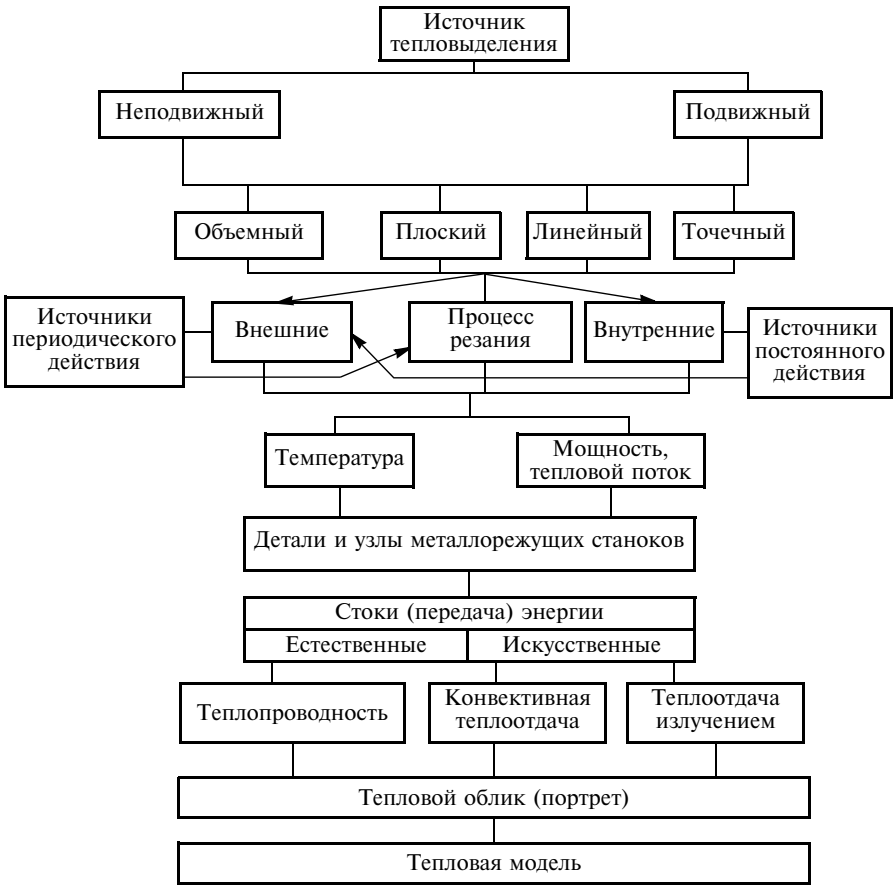


Рис. 1. Принципиальная схема и последовательность формирования и построения тепловой модели металлорежущего станка

Эти особенности необходимо учитывать в каждой конкретно рассматриваемой задаче при оценке теплового поведения металлорежущего станка.

Так, в работе [6] в основу модульного построения металлорежущих станков положены так называемые примитивы девяти видов. Учитывая некоторые повторения (в частности несколько видов салазок или колонн, что оправдано поставленной задачей классификации и их последующим рассмотрением и применением), в результате получим только семь видов примитивов или в нашем случае подвижных и неподвижных деталей и узлов.

Кинематические связи между подвижными и неподвижными деталями и узлами станков [3, 5], отношения между которыми определяют их положение или относительное движение, можно разделить на следующие основные виды:

жесткие, которые ограничивают все степени свободы относительного взаимного перемещения деталей (болтовые и другие жесткие и неразъемные соединения);

упругие, которые позволяют деталям упруго смещаться относительно друг друга и в то же время ограничивают пять степеней свободы их взаимного относительного перемещения (направляющие металлорежущих станков, подшипниковые узлы и т. п.);

кинематические, которые ограничивают все степени свободы, но позволяют осуществлять относительное движение деталей по одной степени свободы (пара "ходовой винт—гайка качения", линейные приводы, актуаторы, червячные и иные передачи прямолинейных и вращательных движений).

Положение связей относительно базовой системы координат можно рассмотреть на примере положения направляющих, которые определяют движения деталей и узлов вдоль или вокруг соответствующих осей координат. На рис. 3 приведены варианты положения направляющих при перемещении детали или узла по направлению оси X.

В табл. 1 приведены матрицы положения координатной системы (связи) направляющей, в которой ось Z всегда перпендику-

Таблица 1

Матрицы положения направляющих

Вращение вокруг оси	Угол поворота вокруг оси				
	0	$\pi/4$	$\pi/2$	π	$3\pi/2$
α_X	$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}7 & -0{,}7 & 0 \\ 0 & 0{,}7 & 0{,}7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$
α_Y	$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0{,}7 & 0 & 0{,}7 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -0{,}7 & 0 & 0{,}7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$
α_Z	$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0{,}7 & -0{,}7 & 0 & 0 \\ 0{,}7 & 0{,}7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

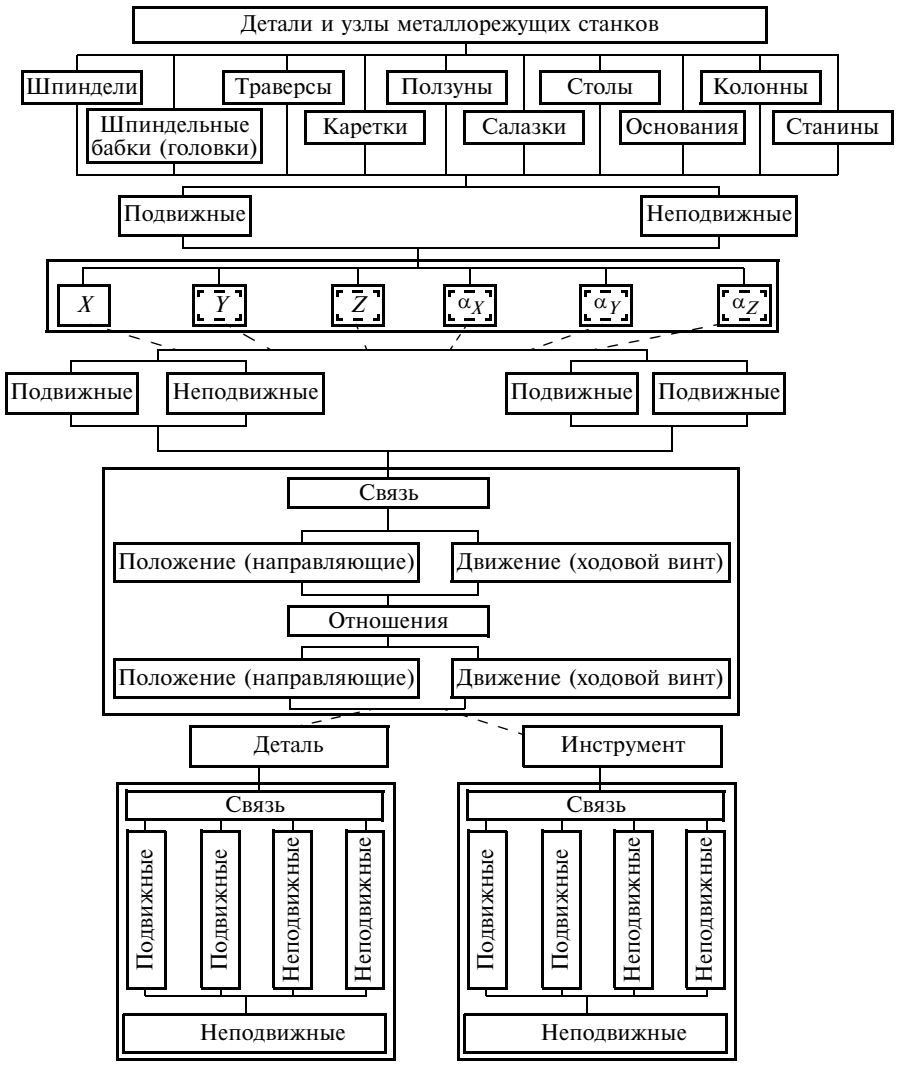


Рис. 2. Обобщенная схема формирования теплофизических структур металлорежущего станка

лярна плоскости направляющей, а ось X — направлена вдоль направляющей, т. е. вдоль перемещения.

Очевидно, что любое координатное перемещение в металлорежущем станке осуществляется только между двумя взаимодействующими деталями, одна из которых может быть подвижной или неподвижной. Как было отмечено, отношения между связями этих деталей определяют их пространственное положение и взаимное относительное движение. Причем как изделие — обрабатываемая деталь (расположена на столе или в шпинделе станка), так и инструмент (расположен в шпинделе или на салазках) через подвижные и неподвижные детали станка и их связи базируются на неподвижном основании, которое, в свою очередь, является связующим элементом деталей и узлов, несущих обрабатываемое изделие и инструмент.

Для построения обобщенной теплофизической структуры конкретного металлорежущего станка каждая из типовых деталей при необходимости может быть детализирована: например, шпиндель — горизонтальный или вертикальный; колонна — одностоечная или портального типа; стол — неподвижный или вращающийся и т. д. Данное качественное описание теплофизической структуры станка позволяет в дальнейшем перейти к ее структурному изображению и последующему математическому описанию.

Рассмотрим схему формирования теплофизической структуры металлорежущего станка: по перемещениям — линейным по осям X, Y, Z и угловым по осям вращения α_X, α_Y, α_Z (см. рис. 2); видам теплоактивных элементов [5]; квазитермостабильным связям [3, 5]; типовым термоупругим координатным структурам [3, 7]; критериям подобия теплового поведения деталей и узлов [8]. Полученные результаты позволяют определить типовые зависимости изменения линейных температурных деформаций (например линейное смещение оси шпинделя) по каждой из осей X, Y, Z. Максимальное число теплоактивных элементов (деталей и узлов станка), которые формируют линейное смещение не превышает четырех (в работе [5] отмечено, что общее число теплоактивных элементов, составляющих теплофизическую структуру станка, $\leqslant 13$). В качестве функции теплового поведения рассмотрим экспоненциальную зависимость [3, 5, 7, 8], которая также соответствует частному случаю, когда действуют постоянные источники тепловыделений. Тогда получим следующие типовые зависимости:

$$U = L_1(1 - e^{-m_1\tau});$$

$$U = L_1(1 - e^{-m_1\tau}) + L_2(1 - e^{-m_2\tau});$$

$$U = L_1(1 - e^{-m_1\tau}) + L_2(1 - e^{-m_2\tau}) + L_3(1 - e^{-m_3\tau});$$

$$U = L_1(1 - e^{-m_1\tau}) + L_2(1 - e^{-m_2\tau}) + L_3(1 - e^{-m_3\tau}) + L_4(1 - e^{-m_4\tau});$$

$$U = L_1(1 - e^{-m_1\tau}) - L_2(1 - e^{-m_2\tau});$$

$$U = L_1(1 - e^{-m_1\tau}) - L_2(1 - e^{-m_2\tau}) + L_3(1 - e^{-m_3\tau});$$

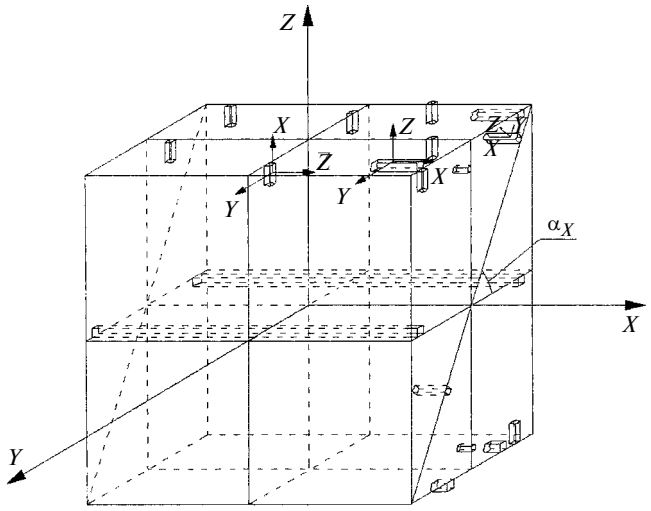


Рис. 3. Варианты относительного положения направляющих при перемещении детали или узла по оси *X*

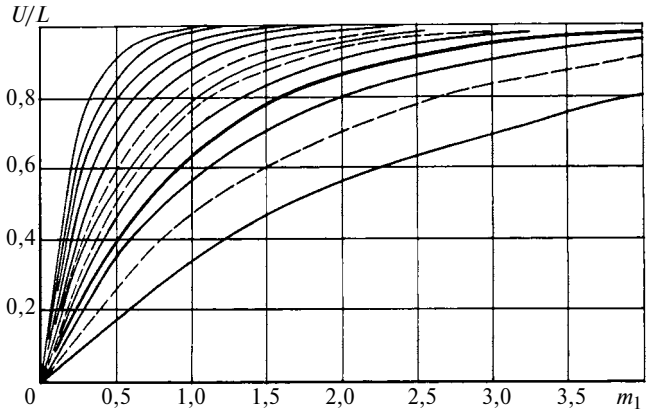


Рис. 4. Нормированные виды экспоненциальной функции

$$U = L_1(1 - e^{-m_1\tau}) - L_2(1 - e^{-m_2\tau}) + L_3(1 - e^{-m_3\tau}) + L_4(1 - e^{-m_4\tau});$$

$$U = [L_1(1 - e^{-m_1\tau}) - L_2(1 - e^{-m_2\tau})] + [L_3(1 - e^{-m_3\tau}) - L_4(1 - e^{-m_4\tau})];$$

$$U = [L_1(1 - e^{-m_1\tau}) - L_2(1 - e^{-m_2\tau})] - [L_3(1 - e^{-m_3\tau}) - L_4(1 - e^{-m_4\tau})];$$

где $L_1 \div L_4$ — смещения теплоактивных элементов 1÷4 в установившемся режиме, мкм; $m_1 \div m_4$ — скорости нагревания теплоактивных элементов 1÷4, ч$^{-1}$.

Другие варианты сочетаний взаимодействия теплоактивных элементов станка могут быть получены комбинацией приведенных выше. Зависимость $U = L_1(1 - e^{-m_1\tau})$ описывает экспоненциальный закон изменения смещения во времени. Судя по результатам многочисленных экспериментальных исследований станков, максимальное время стабилизации наступает в основном через 10÷12 ч. На рис. 4 показаны нормированные зависимости функции $U/L_1 = (1 - e^{-m_1\tau})$ для m_1 от 0,4 до 4; нормированные значения этой функции приведены в табл. 2. Эти данные могут быть полезны для анализа и построения различных функциональных зависимостей на основе экспоненциальных функций.

Определим вид и характер теплового поведения и изменения во времени линейных (или угловых) температурных деформаций как сумму двух экспоненциальных функций $U = L_1(1 - e^{-m_1\tau}) + L_2(1 - e^{-m_2\tau})$, для чего, исходя из предположения, что $m_2 > m_1$, преобразуем их к виду:

$$U = (L_1 + L_2)\left[1 - \left(\frac{L_1}{L_1 + L_2} + \frac{L_2}{L_1 + L_2} e^{-m_1\left(\frac{m_2}{m_1} - 1\right)\tau}\right) e^{-m_1\tau}\right] = (L_1 + L_2)(1 - K_L e^{-m_1\tau}),$$

где $K_L = \left(\frac{L_1}{L_1 + L_2}\right)\left(1 + \frac{L_2}{L_1} \times e^{-m_1 K_m \tau}\right)$; $K_m = \left(\frac{m_2}{m_1} - 1\right)$ — соответственно коэффициенты искажения нормированных смещения и скорости нагревания.

Коэффициент искажения смещения находится в пределах $L_1/(L_1 + L_2) < K_L < 1$, а коэффициент скорости нагревания $0 < K_m < \infty$. Зависимости $K_L = f(K_m)$ (рис. 5) получены из соотношений: $\lim\limits_{\substack{\tau \to \infty \\ K_m \to 0}} K_L = 1$; $\lim\limits_{\substack{\tau \to \infty \\ K_m \to 0}} K_L = L_1/(L_1 + L_2)$; $K_L = 1$ при $\tau = 0$.

При $m_1 = m_2$ имеем $K_m = 0$ и $K_L = 1$, а время достижения установившегося теплового состояния составит $\tau_{y2} = \tau_{y1}(K_m + 1)^{-1}$ (рис. 6).

Определим разность ΔU двух функций: экспоненциальной —

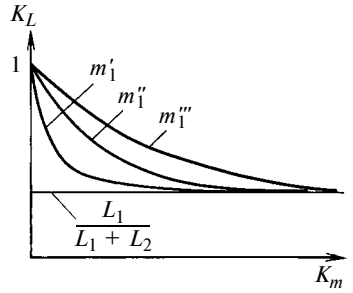


Рис. 5. Зависимости $K_L = f(K_m)$; $m_1' < m_1'' < m_1'''$

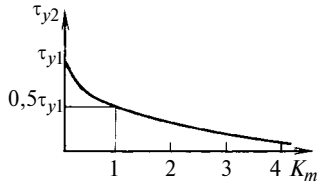


Рис. 6. Зависимость, характеризующая установившееся тепловое состояние

со скоростью роста m_1 и значением $(L_1 + L_2)$ в установившемся режиме, и квазиэкспоненциальной (рис. 7, линии *2*), равной сумме двух экспоненциальных —

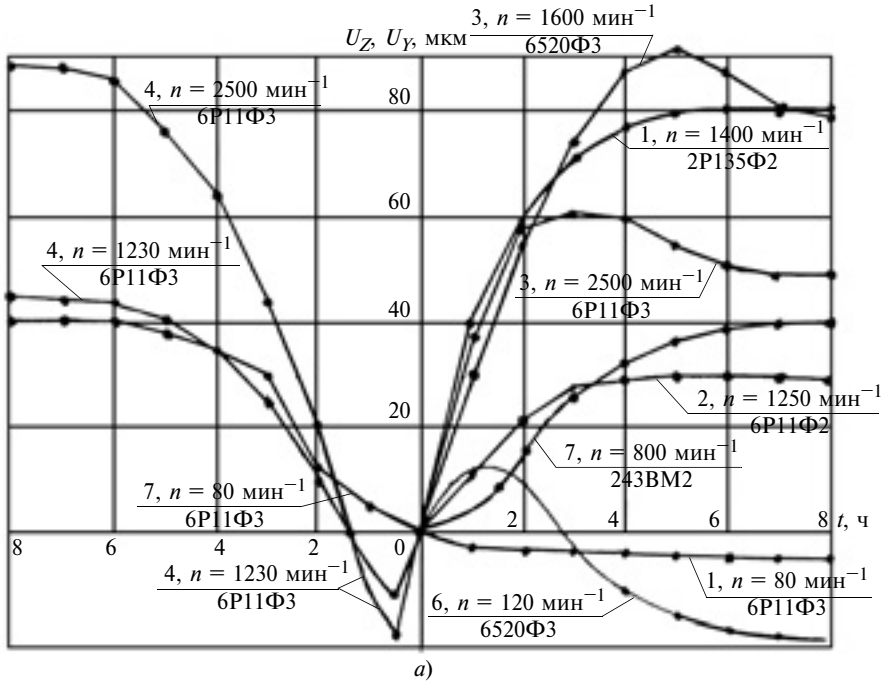
$$U = L_1(1 - e^{-m_1\tau}) + L_2(1 - e^{-m_2\tau});$$

$$\Delta U = (L_1 + L_2)(1 - K_L e^{-m_1\tau}) - (L_1 + L_2)(1 - e^{-m_1\tau}) = (L_1 + L_2)e^{-m_1\tau}(1 - K_L) = L_2 e^{-m_1\tau}(1 - e^{-K_m m_1\tau}). \quad (1)$$

При $\tau = 0$ и $\tau \to \infty$ величина $\Delta U = 0$. Из равенства (1) следует, что разность функций возникает только при $K_m > 0$ $(m_2 > m_1)$ и, следовательно, $\Delta U > 0$.

Время, по истечении которого разность ΔU функций принимает экстремальное значение, определяется равенством ее первой производной нулю: $\partial\Delta U/\partial\tau = L_2 e^{-m_1\tau}(-m_1 + m_1(K_m + 1) \times e^{-K_m m_1\tau}) = 0$. Решив это выражение относительно τ, найдем время достижения экстремальных значений: $\tau_э = \ln(K_m + 1)/K_m m_1$.

С учетом того, что вторая производная $\partial^2\Delta U/\partial\tau^2 = 1 - (K_m + 1)^3 < 0$ — величина отрицательная, максимум разности ΔU



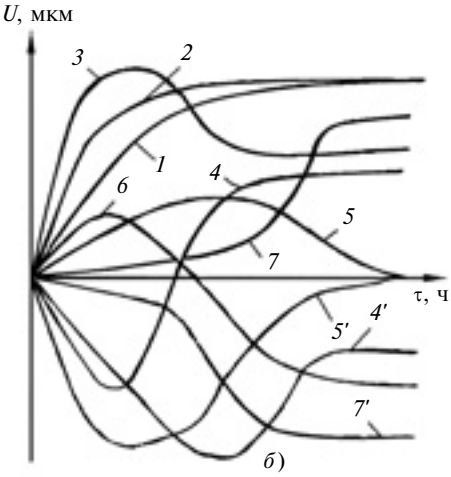


Рис. 7. Типовые закономерности теплового поведения металлорежущих станков:
а — экспериментальные; *б* — расчетные

Таблица 2

Нормированные значения функции $U/L_1 = \left(1 - e^{-m_1\tau}\right)$

Скорость нагрева m_1, ч$^{-1}$	Время τ, ч															
	0,25	0,5	0,75	1,0	1,25	1,5	1,75	2,0	2,25	2,5	2,75	3,0	3,25	3,5	3,75	4,0
0,4	0,08	0,18	0,26	0,35	0,39	0,46	0,49	0,54	0,60	0,63	0,65	0,68	0,71	0,75	0,78	0,8
0,6	0,13	0,26	0,38	0,46	0,54	0,60	0,63	0,68	0,73	0,78	0,81	0,83	0,85	0,87	0,89	0,91
0,8	0,18	0,35	0,46	0,56	0,63	0,68	0,76	0,80	0,82	0,86	0,88	0,90	0,91	0,94	0,95	0,96
1,0	0,22	0,39	0,54	0,63	0,71	0,78	0,83	0,86	0,89	0,91	0,94	0,95	0,96	0,965	0,972	0,98
1,2	0,26	0,46	0,60	0,68	0,78	0,83	0,87	0,91	0,93	0,95	0,96	0,97	0,98			
1,4	0,29	0,52	0,65	0,76	0,83	0,87	0,90	0,94	0,96	0,97	0,975	0,98				
1,6	0,35	0,54	0,68	0,80	0,86	0,90	0,94	0,95	0,97	0,98						
1,8	0,37	0,60	0,71	0,83	0,89	0,93	0,95	0,965	0,98							
2,0	0,39	0,63	0,78	0,86	0,91	0,95	0,965	0,98	0,99							
2,2	0,41	0,67	0,81	0,875	0,94	0,96	0,975	0,98	0,99							
2,4	0,46	0,68	0,83	0,91	0,95	0,97	0,98	0,99								
2,6	0,48	0,73	0,85	0,93	0,96	0,98	0,99									
2,8	0,52	0,76	0,87	0,94	0,965	0,98	0,99									
3,0	0,54	0,78	0,89	0,95	0,97	0,99										
3,2	0,56	0,80	0,91	0,96	0,98	0,99										
3,4	0,58	0,81	0,92	0,965	0,99											
3,6	0,60	0,83	0,935	0,97	0,99											
3,8	0,62	0,845	0,945	0,975	0,99											
4,0	0,63	0,86	0,95	0,98	0,99											
5,0	0,71	0,91	0,97	0,99												

достигается через период времени $\tau_э$. Тогда функция $\Delta U_э = L_2 K_m (K_m + 1)^{-\frac{(K_m+1)}{K_m}}$ принимает следующие значения: $\Delta U_э = 0$ при $K_m = 0$; $\Delta U_э = L_2$ при $K_m \to \infty$; $\Delta U_э = L_2/4$ при $K_m = 1$.

Изменения экстремальных значений $\Delta U_э$ и времени $\tau_э$ их достижения приведены в табл. 3.

Рассмотрим изменение и вид функции U теплового поведения во времени как *разности двух экспоненциальных функций* (см. рис. 7):

$$U = L_1(1 - e^{-m_1\tau}) - L_2(1 - e^{-m_2\tau}).$$

Определим первую и вторую производные по времени:

$$\left.\begin{aligned} &\partial U/\partial\tau = L_1 m_1 e^{-m_1\tau} - \\ &- L_2 m_2 e^{-m_2\tau}; \\ &\partial^2 U/\partial\tau^2 = -L_1 m_1^2 e^{-m_1\tau} + \\ &+ L_2 m_2^2 e^{-m_2\tau}. \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

Определим последовательно параметры функции U и ее производных:

1. При $m_1 = m_2$, $L_1 = L_2$ всегда $U = 0$, а вид функции — прямая линия. С учетом случайных составляющих параметров формирования функций U получим полосу, параллельную оси времени, ширина которой равна значению дисперсии.

2. При $m_1 = m_2$ и $L_1 > L_2$ функция U во времени изменяется по экспоненциальному закону, а ее величина всегда положительна (см. рис. 7, линия *1*).

3. При $m_1 = m_2$ и $L_1 < L_2$ значение функции U во времени изменяется по экспоненциальному закону, а ее величина всегда отрицательная (см. рис. 7 линия *1'*).

4. При $m_1 > m_2$, $L_1 = L_2$ значение $U = L_1 - L_2 = 0$ в установившемся режиме при $\tau \to \infty$.

Первая производная (2) через период времени $\tau_э$ становится равной нулю и функция U принимает экстремальное значение:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial U}{\partial\tau} = L_1 m_1 e^{-m_1\tau} - \\ &- L_2 m_2 e^{-m_2\tau} = 0; \\ &\tau_э = (m_2 - m_1)^{-1} \ln\frac{L_2 m_2}{L_1 m_1} = \\ &= \frac{(\ln L_2 - \ln L_1) +}{m_2 - m_1} \to \\ &\to \frac{+(\ln m_2 - \ln m_1)}{}. \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

Вторая производная через период времени $\tau_э$ принимает вид:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial\tau^2} = \left(\frac{L_2 m_2}{L_1 m_1}\right)^{-\frac{m_1}{m_2 - m_1}} \times$$
$$\times L_1 m_1 (m_2 - m_1).$$

Значение функции U через период времени $\tau_э$ определяется выражением:

$$U = (L_1 - L_2) +$$
$$+ L_1\left(\frac{L_2 m_2}{L_1 m_1}\right)^{-\frac{m_1}{m_2 - m_1}}\left(\frac{m_1}{m_2} - 1\right). \quad (4)$$

Вторая производная принимает отрицательные ($\partial^2 U/\partial\tau^2 < 0$) значения и ей будет соответствовать линия *5* на рис. 7.

5. При $m_1 < m_2$ и $L_1 = L_2$ значение функции $U = L_1 - L_2 = 0$ в режиме $\tau \to \infty$. Вторая производная ($\partial^2 U/\partial\tau^2 > 0$) принимает положительные значения (функция — линия *5'* на рис. 7).

6. При $m_1 > m_2$ и $L_1 > L_2$ значение функции через период времени, определяемый уравнением (3), достигает максимума, величина которого определяется уравнением (4). Вторая производная $\partial^2 U/\partial\tau^2 < 0$ (вид функции — линия *3* на рис. 7).

7. При $m_1 > m_2$ и $L_1 < L_2$ значение функции $\partial^2 U/\partial\tau^2 < 0$ достигает максимума через период времени $\tau_э$ (3), затем в установившемся режиме значения функции становятся отрицательными:

$$U = (L_1 - L_2) + L_1\left(\frac{L_2 m_2}{L_1 m_1}\right)^{-\frac{m_1}{m_2 - m_1}} \times$$
$$\times \left(\frac{m_1}{m_2} - 1\right) > 0$$

и будут положительными при $L_2 < 0$, $m_1 > m_2$, $L_1/L_2 < m_2/m_1$, т. е. функция имеет знакопеременный характер (линия *6* на рис. 7).

При $\partial^2 U/\partial\tau^2 = 0$ и $\partial U/\partial\tau < 0$ функция имеет точку перегиба, и ее значение всегда отрицательное (линия *7'* на рис. 7) при выполнении условия $m_2^2/m_1^2 < L_1/L_2$. Время, через которое функция достигнет точки перегиба, $\tau_п = (m_2 - m_1)^{-1} \ln\frac{L_2 m_2^2}{L_1 m_1^2}$.

8. При $m_1 < m_2$ и $L_1 > L_2$ значение функции *4* (см. рис. 7) достигает минимума ($\partial^2 U/\partial\tau^2 > 0$) через период времени $\tau_э$, затем в установившемся режиме значения функции становятся положительными ($L_1 - L_2 > 0$): $U = (L_1 - L_2) + L_1\left(\frac{L_2 m_2}{L_1 m_1}\right)^{-\frac{m_1}{m_2 - m_1}} \times \left(\frac{m_1}{m_2} - 1\right) < 0$ при $L_2 > 0$, $m_1 < m_2$ и $L_1/L_2 > m_2/m_1$, т.е функция имеет знакопеременный характер (см. рис. 7, линия *4*). При $\partial^2 U/\partial\tau^2 = 0$ и $\partial U/\partial\tau > 0$ функция имеет точку перегиба и ее значе-

Таблица 3

Значения $\Delta U_э$ и времени $\tau_э$

K_m	0,1	0,5	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10	40
$\Delta U_э = L_2$	0,007	0,04	0,25	0,38	0,48	0,51	0,57	0,61	0,65	0,68	0,70	0,72	0,91
$\tau_э = 1/m_1$	0,99	0,8	0,7	0,55	0,46	0,40	0,36	0,33	0,30	0,28	0,26	0,24	0,09

ние всегда положительное (см. рис. 7, линия *7*) при условии $m_2^2/m_1^2 > L_1/L_2$.

9. При $m_1 < m_2$ и $L_1 < L_2$ функция достигает минимума ($\partial^2 U/\partial\tau^2 > 0$) (см. рис. 7, линия *3'*).

Различные варианты построения и определения вида функций теплового поведения могут быть принципиально приведены к разности двух экспоненциальных зависимостей:

$$U = [L_1(1 - e^{-m_1\tau}) - L_2(1 - e^{-m_2\tau})] + [L_3(1 - e^{-m_3\tau}) - L_4(1 - e^{-m_4\tau})] = [L_1(1 - e^{-m_1\tau}) + L_3(1 - e^{-m_3\tau})] - [L_2(1 - e^{-m_2\tau}) + L_4(1 - e^{-m_4\tau})];$$

$$U = [L_1(1 - e^{-m_1\tau}) - L_2(1 - e^{-m_2\tau})] - [L_3(1 - e^{-m_3\tau}) - L_4(1 - e^{-m_4\tau})] = [L_1(1 - e^{-m_1\tau}) + L_4(1 - e^{-m_4\tau})] - [L_2(1 - e^{-m_2\tau}) + L_3(1 - e^{-m_3\tau})].$$

Таким образом, общая совокупность функций теплового по-

Таблица 4

Схема построения функций теплового поведения

Вид функции	Вид функции						
	1	2	3	4	5	6	7
+1 −1	±1 ±1	±1 ±2	±1 ±3	±1 ±4	±1 ±5	±1 ±6	±1 ±7
2 −2	0	±2 ±2	±2 ±3	±2 ±4	±2 ±5	±2 ±6	±2 ±7
3 −3	0	0	±3 ±3	±3 ±4	±3 ±5	±3 ±6	±3 ±7
4 −4	0	0	0	±4 ±4	±4 ±5	±4 ±6	±4 ±7
5 −5	0	0	0	0	±5 ±5	±5 ±6	±5 ±7
6 −6	0	0	0	0	0	±6 ±6	±6 ±7
7 −7	0	0	0	0	0	0	±7 ±7

ведения линейных смещений металлорежущих станков, определяется семью видами функций, графики которых приведены на рис. 7 (представлены функции для станков только вертикальной компоновки).

В каждом конкретном случае реальный вид функции теплового поведения, как показано выше, будет определяться соотношением величин в конечных точках и точках, в которых составляющие результирующей функции имеют значения $\tau_э$ и $\tau_п$.

В более общем виде число вариантов функций теплового поведения (изменения деформаций во времени) может быть получено при их подробном рассмотрении (на основе изложенного методического подхода) аналогично приведенному построению и анализу матрицы вариантов сочетаний (табл. 4), в которой номера 1÷7 соответствуют линиям на рис. 7, а способ построения функций определяется сочетанием (сложением или вычитанием) их исходных видов. Тогда общее число сочетаний искомых функций теплового поведения будет равно 112, а их виды будут повторять, в основном, уже полученные семь типовых видов функций теплового поведения металлорежущих станков.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Лыков А. В.** Теория теплопроводности. М.: Высшая школа, 1967. 600 с.

2. **Кузнецов А. П., Косов М. Г.** Структурный теплофизический анализ металлорежущих станков // СТИН. 2011. № 3. С. 13—21.

3. **Кузнецов А. П., Иванов М. Г.** Методы воздействия на теплостойкость металлорежущих станков. М.: ВНИИТЭМР, 1986. 60 с.

4. **Кузнецов А. П.** Тепловое поведение металлорежущих станков различных компоновок // Вестник МГТУ "Станкин". 2010. № 2 (10). С. 62—65.

5. **Кузнецов А. П.** Тепловое поведение и точность металлорежущих станков. М.: Янус-К, 2011. 256 с.

6. **Yoshimi Ito, C. Eng.** Modular design for machine tools. McGraw-Hill Companies, Inc, 2008. 504 p.

7. **Кузнецов А. П.** Методы оценки тепловых деформаций металлорежущих станков и пути их снижения. М.: НИИмаш, 1983. 68 с.

8. **Кузнецов А. П.** Критерии подобия теплового поведения деталей и узлов металлорежущих станков // Вестник машиностроения. 2011. № 4. С. 57—62.

УДК 669.14(088.7)

С. А. МЕДЕНКОВ, канд. техн. наук (ОАО "Ашасветотехника", г. Аша Челябинской обл.), e-mail: ileko-nord@mail.ru

Новые марки стали — новые возможности

Рассмотрены преимущества стали новой марки, выпускаемой по зарубежному стандарту DIN17350, в сравнении со сталями, традиционно используемыми российскими машиностроителями. Представлены первые результаты получения этой стали на отечественных предприятиях.

Ключевые слова: технологическая оснастка, сталь, марка.

The advantages of a new grade of steel, produced by a DIN17350 foreign standard, are considered in comparison with the steels, which traditionally are used by Russian machine-builders. The first production results of that steel on domestic enterprises are presented.

Keywords: production accessories, steel, grade.

Качество готовой продукции в большой степени зависит от используемой при ее изготовлении технологической оснастки. Российские машиностроители для производства различных элементов технологической оснастки традиционно применяют стали определенных марок. В последнее время при выборе материала элементов оснастки важным критерием становится соотношение его цены и качества. Сегодня в российском машиностроении в области производства оснастки при закупках металла и заготовок производители начали ориентироваться на качество выпускаемых изделий, т. е. использовать более качественный материал. Высокое качество материала технологической оснастки не только является гарантией конкурентоспособности изделий, но и обеспечивает снижение издержек в основном и инструментальном производстве, увеличивая срок службы оснастки.

На российских машиностроительных предприятиях для изготовления плоских элементов пресс-форм традиционно используют стали 45 и 40Х, что вызвано простотой их получения и приемлемой ценой. При этом плиты из стали 40Х используют и в качестве формообразующих элементов оснастки. Основными марками стали для формообразующих плит пресс-форм и штампов являются 4Х5МФС, 40Х13, 5ХНМ, ХВГ, Х12МФ. Причем потребность в сталях двух первых марок связана с использованием шлакового переплава и объясняется не только специфическими свойствами сталей данных марок, но и повышенными требованиями к качеству металла для гарантированного получения точных размеров с высокими требованиями по допускам формообразующих элементов пресс-форм и штампов. Однако эти стали значительно дороже сталей 45 и 40Х, особенно в шлаковом исполнении. Но именно цена нередко является решающим фактором выбора сталей дешевых марок даже для изготовления ответственных элементов технологической оснастки, что приводит к снижению качества не только самой оснастки, но и изготовляемых изделий.

На европейском рынке представлены инструментальные стали, химический состав которых аналогичен составу сталей указанных выше марок (некоторые из них представлены в таблице). Исключением является сталь 40CrMnMoS 8—6, выпускаемая в соответствии с DIN 17350 (ее обозначение — 1.2312). Ближайшей к ней маркой можно считать сталь 40ХГМА, выпускаемую по согласо-

Химический состав некоторых конструкционных и инструментальных сталей по российским и зарубежным стандартам

Марка стали	C	Si	Mn	Cr	Mo	Ni	P	S	N
40ХГМА* 1.2312**	0,37÷0,43 0,35÷0,45	0,17÷0,37 0,30÷0,50	0,50÷0,80 1,4÷1,6	0,60÷0,90 1,8÷2,0	0,15÷0,25 0,15÷0,25	0,03 —	0,035 0,030	0,035 0,05÷0,10	0,008 —
Ст.3* 1.0038**	0,14÷0,22 ⩽0,20	0,15÷0,30 –	0,40÷0,65 ⩽1,4	⩽0,3	— —	0,3 —	0,040 0,045	0,050 0,045	0,010 0,009
45 1.1730	0,42÷0,50	0,17÷0,37 ⩽0,40	0,50÷0,80	⩽0,25 ⩽0,40	— —	0,3 0,4	0,035 0,035	0,040 0,035	0,008 —
40Х 1.7035	0,36÷0,44 0,38÷0,45	0,17÷0,37 ⩽0,40	0,5÷0,8 0,6÷0,9	0,8÷1,1 0,9÷1,2	⩽0,3 —	— —	0,035 0,035	0,035 0,035	— —

* Марка стали по ГОСТу.
** Марка стали по DIN.

ванным техническим условиям (ТУ) на основе ГОСТ 4543—71, но весьма условно, поскольку на данную марку нет ГОСТа. В настоящее время сталь 40ХГМА выпускается по ТУ только в виде кругов и данных о ее использовании инструментальщиками в плитах для технологической оснастки не имеется. Таким образом, инструментальная сталь марки 1.2312, широко используемая на европейском рынке для плоских элементов технологической оснастки, аналогов среди сталей, выпускаемых по российским стандартам не имеет.

При детальном изучении химического состава марки 1.2312 установлено, что кроме повышенного содержания марганца имеется более высокое по сравнению с другими инструментальными сталями содержание серы, т. е. металл легирован серой, что по-видимому и придает ей более равномерные механические свойства и обеспечивает кристаллическую структуру, которая выгодно отличает ее от сталей, традиционно используемых в России.

Действительно, по результатам первых поставок потребителям стандартизованных элементов технологической оснастки из инструментальных сталей 45 и 40Х можно сделать неутешительный вывод о качестве самого металла, произведенного и в листах, и в поковках российскими металлургическими компаниями. В первую очередь это касается таких характеристик, как твердость после термической обработки, равномерность макроструктуры и предел прочности. Наибольшее число несоответствий желаемым результатам и требованиям выявлено при получении заданной твердости металла после термической обработки. Причем неудовлетворительные результаты получены не только по границам значений твердости одной плиты (в пределах 10 единиц по Роквеллу), но и по заданным значениям. Прежде всего это относится к стали 45. Несколько лучше проявляет себя сталь 40Х, но стабильности свойств и тем более равномерности значений в узких границах не наблюдается. В отличие от сталей указанных марок сталь 1.2312, произведенная российскими предприятиями по согласованным с потребителем ТУ и соответствующая по химическому составу требованиям DIN17350, имеет разброс значений твердости по Роквеллу в пределах 3 единиц на одной поковке. Безусловно, по первым опытным партиям трудно сделать серьезные заключения, но уже первые полученные результаты являются весьма обнадеживающими.

Кроме повышения качества изделий отчетливо просматриваются экономическая и технологическая эффективности производства и применения стали новой марки, что требует отдельного рассмотрения. Специфические свойства стали 1.2312, связанные с повышенным содержанием серы, открывают большие перспективы ее использования.

УДК 621.9.06-529

В. В. ЮРКЕВИЧ, канд. техн. наук (МГТУ "Станкин"), e-mail: yurkevich1935@mail.ru

Влияние теплового смещения оси шпинделя токарного станка на точность обрабатываемых деталей

С помощью системы T-FLEX CAD 3D построены модель шпиндельной бабки токарного станка МК-3002 в формате 3D, модель теплового воздействия при вращении шпинделя, четыре варианта закрепления корпуса шпиндельной бабки, установлен оптимальный вариант закрепления.

Ключевые слова: система T-FLEX CAD 3D, тепловое воздействие, шпиндель, смещение оси.

Using the T-FLEX CAD 3D system, the model of the spindle carrier for lathe MK-3002 in the 3D format, the model of thermal action at the spindle rotation, and four options for fixing of the spindle carrier housing have been built, and also the best fixing option has been stated.

Keywords: T-FLEX CAD 3D system, thermal action, spindle, axis offset.

Работа токарных станков сопровождается теплообразованием, обусловливающим потери в электродвигателях, гидроприводах и механизмах. Кроме того, температура окружающей среды, т. е. в цехе, непостоянна. Это связано с теплоотводом через стены, окна, двери, пол, кровлю и подводом теплоты от отопительной системы, а также с природными колебаниями температуры (годичное, суточное), изменениями силы и направления ветра, воздействием прямых солнечных лучей, изменениями условий эксплуатации (открывание—закрывание ворот, включение—выключение оборудования и т. д).

Изменения температур деталей станков, инструмента и заготовок приводят к следующим неблагоприятным факторам: снижению точности обработки (вследствие обратимых температурных деформаций элементов системы) и измерений; ухудшению условий работы трущихся пар в связи с изменением несущей способности масляных слоев; изменению зазоров, коэффициента трения; структурному изменению трущихся поверхностей во фрикционных парах и снижению стойкости инструмента.

Влияние температурных деформаций на точность обработки обусловлено [1] разностью коэффициентов линейного расширения материалов деталей; непостоянством температурного поля станка; разностью скоростей нагревания деталей разной массы. Температурные деформации обрабатываемых деталей в наибольшей мере зависят от теплообразования при резании. На крупные детали значительно влияет температура в цехе. Температурные деформации станка в первую очередь связаны с внутренними источниками теплоты и изменениями температурного поля в цехе.

Большую часть времени станки работают в условиях нестационарного теплового состояния. Имеют место тепловые циклы, обусловленные временем обработки детали, сменой суток, временем года и т. д. Для оценки наибольших температурных деформаций в большинстве случаев следует учитывать стационарное тепловое состояние, исключая период разогрева и учитывая перерывы в работе станка или изменение теплообразования по среднему значению. Тепловые деформации станков — процесс сравнительно медленный, его элементы нагреваются до невысоких температур. В основном нагревается передняя бабка токарного станка. Причиной нагревания является теплота трения в подшипниках и зубчатых передачах. Станина, суппорт, задняя бабка нагреваются незначительно, поэтому их температурными деформациями можно пренебречь.

Тепловые деформации корпуса шпиндельной бабки приводят к смещению его опоры в пространстве, что вызывает смещение оси шпинделя. В результате смещается и ось заготовки. Смещения оси шпинделя по осям X и Y неоднозначны. В работе [2] приведена формула для расчета поперечного сечения обработанной поверхности:

$$R_{\text{дет}} = \sqrt{\left(\frac{D_{\text{д}}}{2} - X_{\text{д}i} + X_{\text{д}i}\right)^2 + (Y_{\text{д}i} - Y_{\text{д}i})^2}. \qquad (1)$$

Многочисленные экспериментальные исследования показали, что у токарных станков смещения $X_{\text{д}i}$ и $Y_{\text{д}i}$ заготовки и смещение $X_{\text{р}i}$ и $Y_{\text{р}i}$ резца при обработке детали составляют десятки микрометров, но не превышают 100 мкм. В то же время настроечный диаметр $D_{\text{д}}$ для наиболее распространенных деталей составляет десятки и более миллиметров. Следовательно, в уравнении (1) первый член на 3—4 порядка больше второго, т. е. смещение оси шпинделя по оси Y не оказывает влияния на точность обработки.

Таким образом, на установившемся тепловом режиме смещение оси шпинделя по оси Y не влияет на показатели точности и только смещение по оси X приводит к погрешностям размеров, формы и взаимного расположения обрабатываемых поверхностей. Поэтому при конструировании следует принимать решения, направленные на ограничение перемещения оси шпинделя только по оси X.

Система параметрического твердотельного и поверхностного моделирования T-FLEX CAD 3D оснащена современными средствами для создания моделей различной сложности. Использование общепринятых форматов позволяет обмениваться данными со многими приложениями САПР. T-FLEX CAD 3D включает в себя полный набор инструментов для трехмерного проектирования и выполнения чертежей по отечественным и международным стандартам.

Для проведения анализа используется пакет "Анализ T-FLEX CAD". T-FLEX Анализ — интегрированная с T-FLEX CAD среда конечно-элементных расчетов, используя которую пользователь системы T-FLEX CAD может выполнять математическое моделирование, решая практические задачи проектирования. Все расчеты ведутся с применением метода конечных элементов. При этом между трехмерной моделью и расчетной конечно-элементной моделью поддерживается ассоциативная связь. Параметрические изменения исходной твердотельной модели автоматически переносятся на сеточную конечно-элементную модель.

Статический анализ позволяет учесть напряжения, возникающие вследствие температурного расширения или сжатия материала или деформации конструкции на величину известных перемещений. С помощью модуля "Статический анализ" пользователь может оценить наиболее слабые места конструкции и внести необходимые изменения, оптимизировать конструкцию.

T-FLEX Анализ не требует от пользователя глубоких знаний в области математического модели-

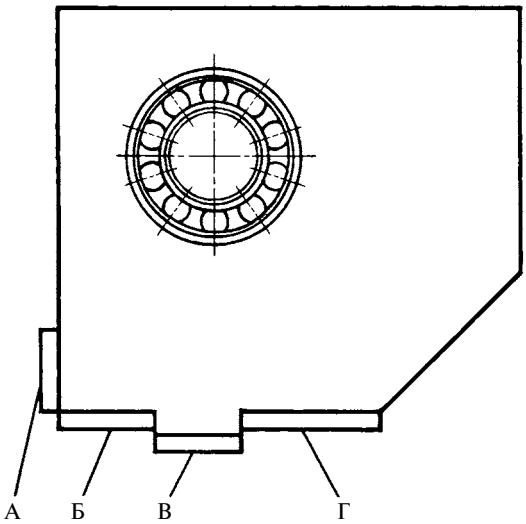


Рис. 1. Варианты закрепления корпуса шпиндельной бабки на станине токарного станка ТВ-7

рования. Однако корректность получаемых результатов и их оценка в значительной степени определяются квалификацией пользователя в области формулирования решаемых с помощью T-FLEX Анализа задач. Суть метода конечных элементов заключается в замене исходной пространственной конструкции сложной формы дискретной математической моделью, должным образом отражающей физическую суть и свойства исходного изделия.

T-FLEX Анализ ориентирован на решение физических задач в пространственной постановке. Для математической аппроксимации используется ее эквивалентная замена сеткой из тетраэдральных элементов. Тетраэдральный конечный элемент удобен для автоматической генерации расчетной сетки, так как с помощью тетраэдра можно с очень большой точностью аппроксимировать изделие сколь угодно сложной формы.

Было выполнено моделирование четырех вариантов закрепления корпуса шпиндельной бабки на станине токарного станка (рис. 1). Закрепление предусматривает отсутствие смещения корпуса шпиндельной бабки в поперечном сечении станка. Крепление выполняли по всей длине корпуса шпиндельной бабки. Моделирование позволило получить пространственное изображение деформации корпуса шпиндельной бабки для рассматриваемых вариантов закрепления. Интерфейс для закрепления по варианту Б представлен на рис. 2 (см. обложку).

В нижней части корпуса деформации невелики (синий цвет), наибольшие смещения наблюдаются в верхней части наружного кольца подшипника качения (красный цвет). Это смещение происходит практически в вертикальной плоскости (ось *Y*). Выше уже отмечалось, что такое смещение не оказывает влияния на форму и точность обрабатываемой поверхности.

Результаты расчетов для всех рассмотренных вариантов крепления корпуса шпиндельной бабки к станине станка приведены в таблице. Минимальное смещение по оси *X* имеет место при варианте закрепления Б.

Результаты моделирования позволяют построить перемещения оси шпинделя для разных вариантов закрепления корпуса шпиндельной бабки (рис. 3). На первый взгляд кажется, что минимальное смещение оси шпинделя должно быть при варианте закрепления В, так как данное закрепление совпадает с осью *Y*. Детальное рассмотрение показало, что на деформацию корпуса оказывает влияние ребро, в котором устанавливается подшипник качения промежуточного вала и которое является одновременно ребром жесткости правой части кор-

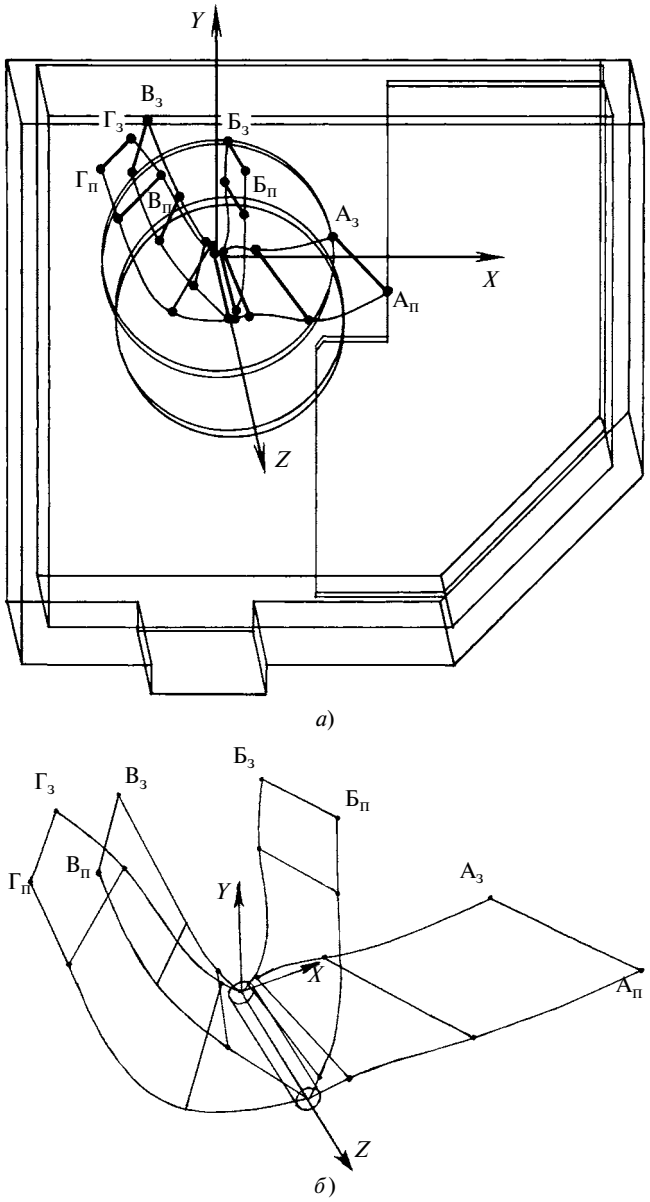


Рис. 3. Перемещения оси шпинделя для разных вариантов закрепления корпуса шпиндельной бабки на станине станка (*а*) и их увеличенное изображение (*б*)

УДК [621.9.029 + 621.914.025.7 + 621.91.01].001.573

В. И. ГУЗЕЕВ, д-р техн. наук, Д. Ю. ПИМЕНОВ (Южно-Уральский ГУ, г. Челябинск), e-mail: danil_u@rambler.ru

Математическое моделирование силы резания при торцевом фрезеровании с учетом износа инструмента

Предложена математическая модель, включающая составляющие силы резания, обусловленные процессами в зоне сдвига, и составляющую силы, возникающую в результате процессов на задней поверхности инструмента. Модель учитывает различную конфигурацию сменных многогранных пластин и силы на радиусном и прямолинейном участках зуба фрезы.

Ключевые слова: фреза, торцевое фрезерование, математическая модель, сила резания, задняя поверхность зуба, износ.

A mathematical model that includes the cutting forces components, conditioned by the processes in the shear zone, and a component of force, arising from the processes on the tool's clearance face, is proposed. The model allows for different configuration of changeable multi-faceted plates and also the forces on radius and straight sections of the milling cutter's tooth.

Keywords: milling cutter, face milling, mathematical model, cutting force, clearance face of the tooth, wear.

Износ по задней поверхности зуба торцевой фрезы оказывает значительное влияние на силу резания, которая, в свою очередь, влияет на точность обработки. Это необходимо учитывать на стадии проектирования технологического процесса.

Рассмотрим модели силы резания при фрезеровании: Н. Ю. Орловой [1] для торцевого фрезерования и В. И. Гузеева [2] для концевого фрезерования. Модель Н. Ю. Орловой — более точная: толщина срезаемого слоя учитывает дугу трахоиды, однако при этом усложняются силовые зависимости и их расчет. К тому же дуга трахоиды мало отличается от синусоиды, по которой рассчитывают толщину срезаемого слоя, как, например, в работе В. И. Гузеева. Кроме того, модели [1, 2] учитывают составляющую силы по задней поверхности, полученную проф. М. Ф. Палетика [3] анализом температурных полей напряжений для точения. Дополнительные исследования напряжений на задней поверхности зуба торцевой фрезы провел Д. Ю. Пименов [4—6]. Дополнив модель В. И. Гузеева [2] силами, определенными в работе [5], можно получить силы резания на фрезе в целом.

Цель данной статьи — разработка математической модели определения силы резания при торцевом фрезеровании.

В работах [2] для фрезерования и [7] для шлифования получены математические модели состав-

(Окончание статьи. Начало см. на стр. 67)

пуса. Оно отличается более низкой жесткостью, что и приводит к смещению оси шпинделя в сторону.

Таким образом, имеется возможность повысить точность обработки заготовок путем правильного выбора закрепления корпуса шпиндельной бабки на станине станка. Из рассмотренных вариантов наиболее удачным является вариант Б, при котором закрепление корпуса осуществляется за левую часть днища корпуса шпиндельной бабки. В этом случае смещение оси шпинделя по оси X составляет 0,51 мкм, в то время как при других вариантах закрепления смещения составляют несколько мкм.

Смещения оси шпинделя для разных вариантов закрепления шпиндельной бабки

Вариант закрепления	Координата	
	X	Y
А	5,40	0,98
Б	0,51	5,09
В	−3,41	5,10
Г	−4,51	5,19

ГОСТ 180971—93 устанавливает, что радиальное биение упорного центра, вставленного в отверстие шпинделя, не должно превышать для станков нормальной точности 15 мкм, повышенной точности — 10 мкм, высокой точности — 8 мкм.

Таким образом, при правильном выборе крепления корпуса шпиндельной бабки к станине можно станок из класса нормальной точности перевести в класс повышенной точности или из класса повышенной точности в класс высокой точности.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Юркевич В. В.** Испытания, контроль и диагностика технологических систем: М.: МГТУ "Станкин", 2005. 360 с.
2. **Юркевич В. В., Схиртладзе А. Г.** Испытания, контроль и диагностика металлообрабатывающих станков: Монография. Старый Оскол: ООО "ТНТ", 2006. 552 с.

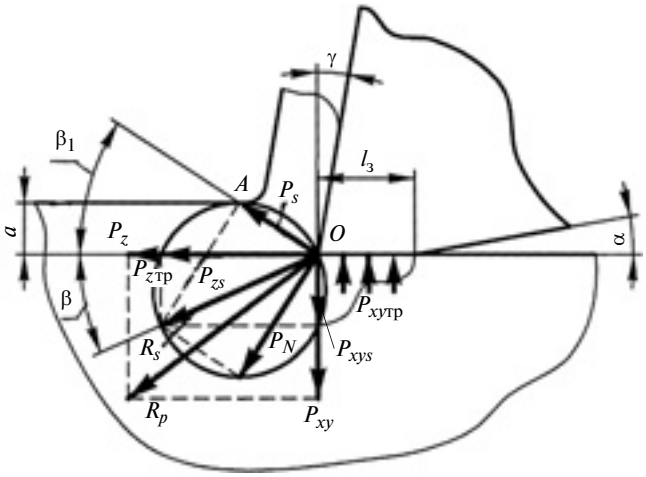


Рис. 1. Схема действия сил и напряжений на передней и задней поверхностях инструмента в нормальном сечении режущей кромки [2, 7]:
α и γ — задний и передний углы режущего клина; $l_з$ — длина площадки износа; R_s — сила резания; P_{xys}, P_{zs} — составляющие силы резания, обусловленные деформациями в зоне сдвига; $P_{xy тр}$, $P_{z тр}$ — составляющие силы резания, обусловленные трением по задней поверхности; P_{xy}, P_z — суммарные главная и нормальная составляющие силы резания в нормальном сечении главной режущей кромки; АО — плоскость сдвига; P_s — проекция силы резания на плоскость сдвига АО; P_N — проекция силы резания на нормаль к плоскости сдвига

ляющих силы резания, обусловленных деформациями в зоне сдвига, в нормальном сечении главной режущей кромки (рис. 1):

$$P_{xys} = \frac{\sqrt{3{,}25}\sigma_i \sin\beta}{\sqrt{3}\sin\beta_1} a = \frac{1{,}08\sigma_i \sin\beta}{\sin\beta_1} a; \qquad (1)$$

$$P_{zs} = \frac{\sqrt{3{,}25}\sigma_i \cos\beta}{\sqrt{3}\sin\beta_1} a = \frac{1{,}08\sigma_i \cos\beta}{\sin\beta_1} a, \qquad (2)$$

где σ_i — интенсивность напряжений (интенсивность сопротивления материала деформации [7]); β — угол действия; β_1 — угол сдвига; a — толщина срезаемого слоя.

Дополним выражения (1), (2) составляющими силы резания, обусловленными процессами на задней поверхности зуба торцевой фрезы [5, 6], в сечении, перпендикулярном режущей кромке:

$$P_{xy тр} = \sigma_i\left[0{,}41 l_з + 0{,}59\frac{S_z}{2}\left(1 - e^{-2l_з/S_z}\right)\right]; \qquad (3)$$

$$P_{z тр} = \sigma_i f\left[0{,}41 l_з + 0{,}59\frac{S_z}{2}\left(1 - e^{-2l_з/S_z}\right)\right], \qquad (4)$$

где S_z — подача на зуб; f — коэффициент трения.

Тогда суммарные главная и нормальная составляющие силы резания в нормальном сечении главной режущей кромки для торцевого фрезерования имеют вид:

$$P_{xy} = P_{xys} + P_{xy тр} =$$
$$= \frac{1{,}08\sigma_i \sin\beta}{\sin\beta_1} a + \sigma_i\left[0{,}41 l_з + 0{,}59\frac{S_z}{2}\left(1 - e^{-2l_з/S_z}\right)\right];$$

$$P_z = P_{zs} + P_{z тр} =$$
$$= \frac{1{,}08\sigma_i \cos\beta}{\sin\beta_1} a + \sigma_i f\left[0{,}41 l_з + 0{,}59\frac{S_z}{2}\left(1 - e^{-2l_з/S_z}\right)\right].$$

Суммирование составляющих силы резания в сечениях, перпендикулярных режущей кромке, по всей ее длине позволяет определить силу, действующую на весь инструмент:

$$P_i = \int_L P_i(a_i)\mathrm{d}l,$$

где $i = x, y, z$ — оси системы координат инструмента.

Рассмотрим расчетную схему (рис. 2) определения толщины срезаемого слоя, учитывающую прямолинейный и радиусный участки зуба торцевой фрезы.

На рис. 2 видны четыре зоны, в каждой из которых закономерности образования сечения среза различны: зона I — образована отрезками $AA' \cap AD \cap DB' \cap A''B'$ (прямолинейный участок главной режущей кромки в настоящий момент времени и его положение на предыдущем обороте фрезы), для нее характерна постоянная толщина a_{max} срезаемого слоя; зона II — образована отрезками $BD \cap DB' \cap B''B$ и дугой $B''B'$ радиусом $r_в$; зона III — образована отрезком $B''B'$ и дугами

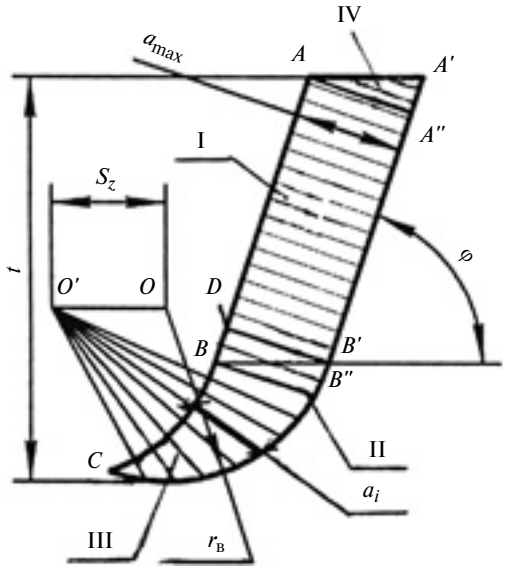


Рис. 2. Расчетная схема определения толщины срезаемого слоя [2]:
φ — угол в плане; t — глубина резания; $r_в$ — радиус при вершине зуба фрезы; a_i — толщина срезаемого слоя на радиусном участке зуба; I и IV — зоны прямолинейного участка зуба; II и III — зоны радиусного участка зуба.

$CB'' \cap CB$ (толщина срезаемого слоя в зонах II и III переменная); зона IV — образована тремя отрезками: $AA' \cap A'A'' \cap AA''$ (толщина срезаемого слоя меняется от 0 до $a_{\max}$).

Расчет составляющих силы резания на прямолинейном участке зуба торцевой фрезы

Воспользуемся зависимостями для составляющих силы резания модели [2], действующих на прямолинейном участке зуба фрезы. Дополнив их силами резания (3), (4), обусловленными процессами на задней поверхности зуба торцевой фрезы получим:

$$P_x^{\text{Ц}} = 1{,}08 S_z r_{\text{ф}} \operatorname{tg}\varphi \times \sum_{i=1}^{Z_p} \int_{r_{\text{в}}(1-\cos\varphi)}^{t} \frac{\sigma_i}{\sin\beta_1} \sin\beta \sin\psi_i \cos\varphi \, dl + \frac{r_{\text{ф}}\sigma_i}{\cos\varphi} \times \sum_{i=1}^{Z_p} \int_{r_{\text{в}}(1-\cos\varphi)}^{t} \left(0{,}41 l_{\text{з}} + 0{,}59 \frac{S_z}{2}\left(1 - e^{-2l_{\text{з}}/S_z}\right)\right) dl; \quad (5)$$

$$P_y^{\text{Ц}} = 1{,}08 S_z r_{\text{ф}} \operatorname{tg}\varphi \times \sum_{i=1}^{Z_p} \int_{r_{\text{в}}(1-\cos\varphi)}^{t} \frac{\sigma_i}{\sin\beta_1} \cos\beta \sin\psi_i \cos\varphi \, dl + \frac{r_{\text{ф}}\sigma_i}{\cos\varphi} \times \sum_{i=1}^{Z_p} \int_{r_{\text{в}}(1-\cos\varphi)}^{t} \left(0{,}41 l_{\text{з}} + 0{,}59 \frac{S_z}{2}\left(1 - e^{-2l_{\text{з}}/S_z}\right)\right) dl; \quad (6)$$

$$P_z^{\text{Ц}} = 1{,}08 S_z r_{\text{ф}} \operatorname{tg}\varphi \times \sum_{i=1}^{Z_p} \int_{r_{\text{в}}(1-\cos\varphi)}^{t} \frac{\sigma_i}{\sin\beta_1} \cos\beta \sin\psi_i \cos\varphi \, dl + \frac{r_{\text{ф}} f \sigma_i}{\cos\varphi} \times \sum_{i=1}^{Z_p} \int_{r_{\text{в}}(1-\cos\varphi)}^{t} \left(0{,}41 l_{\text{з}} + 0{,}59 \frac{S_z}{2}\left(1 - e^{-2l_{\text{з}}/S_z}\right)\right) dl, \quad (7)$$

где $r_{\text{ф}}$ — радиус фрезы.

Совокупность уравнений (5)—(7) представляет собой математические зависимости составляющих силы резания, действующих на прямолинейной части зуба фрезы.

Расчет составляющих силы резания на радиусном участке зуба торцевой фрезы

Воспользуемся зависимостями для составляющих силы резания модели [2], действующих на радиусном участке зуба торцевой фрезы. Примем угол наклона зуба фрезы $\omega_{\text{ф}} = 0$ и угол между вектором движения подачи и горизонтальной плоскостью $\omega = 0$. Дополним их силами резания, обусловленными процессами на задней поверхности зуба торцевой фрезы (3), (4) получим:

$$P_x^r = 1{,}08 S_z r_{\text{в}} \sum_{i=1}^{Z_p} \int_{\arcsin(S_z/2r_{\text{в}})}^{\varphi} \frac{\sigma_i \sqrt{1-\cos^2\varphi}}{\sin\beta_1} \times \cos\beta \cos\varphi \, d\varphi + r_{\text{в}}\sigma_i \sum_{i=1}^{Z_p} \int_{\arcsin(S_z/2r_{\text{в}})}^{\varphi} \left(0{,}41 l_{\text{з}} + 0{,}59 \frac{S_z}{2}\left(1 - e^{-2l_{\text{з}}/S_z}\right)\right) \times \cos\varphi \, d\varphi; \quad (8)$$

$$P_y^r = 1{,}08 S_z r_{\text{в}} \sum_{i=1}^{Z_p} \int_{\arcsin(S_z/2r_{\text{в}})}^{\varphi} \frac{\sigma_i \sqrt{1-\cos^2\varphi}}{\sin\beta_1} \times \sin\beta \sin\varphi \, d\varphi + r_{\text{в}}\sigma_i \sum_{i=1}^{Z_p} \int_{\arcsin(S_z/2r_{\text{в}})}^{\varphi} \left(0{,}41 l_{\text{з}} + 0{,}59 \frac{S_z}{2}\left(1 - e^{-2l_{\text{з}}/S_z}\right)\right) \times \sin\varphi \, d\varphi; \quad (9)$$

$$P_z^r = 1{,}08 S_z r_{\text{в}} \sum_{i=1}^{Z_p} \int_{\arcsin(S_z/2r_{\text{в}})}^{\varphi} \frac{\sigma_i \sqrt{1-\cos^2\varphi}}{\sin\beta_1} \cos\beta \, d\varphi + r_{\text{в}} f \sigma_i \sum_{i=1}^{Z_p} \int_{\arcsin(S_z/2r_{\text{в}})}^{\varphi} \left(0{,}41 l_{\text{з}} + 0{,}59 \frac{S_z}{2}\left(1 - e^{-2l_{\text{з}}/S_z}\right)\right) d\varphi. \quad (10)$$

Совокупность уравнений (8)—(10) представляет собой математические зависимости составляющих силы резания, действующих на радиусной части зуба фрезы. Схема взаимодействия торцевой фрезы с обрабатываемой заготовкой показана на рис. 3.

Для прямозубой торцевой фрезы число зубьев z_p, одновременно находящихся в контакте с обрабатываемой деталью, определяется по формуле [8, 9]:

$$z_p = \operatorname{int}\left[\frac{\psi_{\text{вых}} - \psi_{\text{вх}}}{2\pi} z\right] + 1, \quad (11)$$

где $\operatorname{int}(x)$ — целая часть x; $2\pi/z = \theta$ — угол между соседними зубьями.

Для схем асимметричного фрезерования (рис. 4) углы контакта фрезы с заготовкой определяются из тригонометрических соотношений, приведенных в работах [8, 9]:

$$\psi_{\text{вх}} = \arccos[(2e + B)/D_{\text{ф}}]; \quad \psi_{\text{вых}} = \arccos[(2e - B)/D_{\text{ф}}], \quad (12)$$

где $e = D_{\text{ф}}/2 - c - B/2$ — смещение центра фрезы относительно оси симметрии заготовки; c — смещение фрезы относительно торца заготовки.

Углы $\psi_{\text{вх}}$, $\psi_{\text{вых}}$ могут принимать значения от 0 до π, при этом удовлетворяется неравенство $\psi_{\text{вых}} > \psi_{\text{вх}}$.

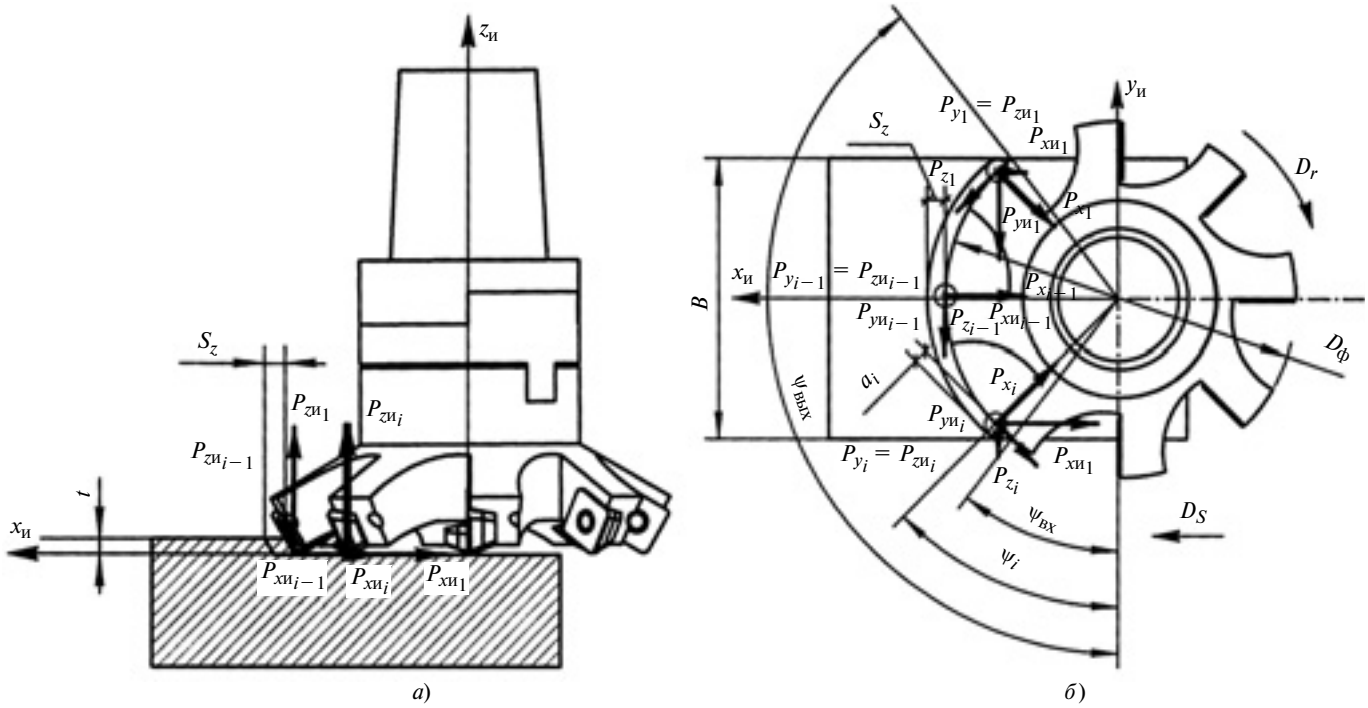


Рис. 3. Схема взаимодействия торцевой фрезы с обрабатываемой заготовкой:
а — вид сбоку; *б* — вид сверху; B и t — ширина и глубина фрезерования; $x_и$, $y_и$, $z_и$ — оси системы координат инструмента; $P_{xиi}$, $P_{yиi}$, $P_{zиi}$ — составляющие силы резания в системе координат инструмента; D_r — направление главного движения; D_s — движение подачи; ψ_i — угловая координата i-го зуба; $\psi_{вх}$, $\psi_{вых}$ — углы входа и выхода

Угол контакта ψ торцевой фрезы с заготовкой в общем случае определяется с учетом выражения (12) зависимостью:

$$\psi = \psi_{вых} - \psi_{вх} = \arccos[(2e - B)/D_ф] - \\ - \arccos[(2e + B)/D_ф]. \quad (13)$$

Для симметричного фрезерования в формулах (11)—(13) e = 0.

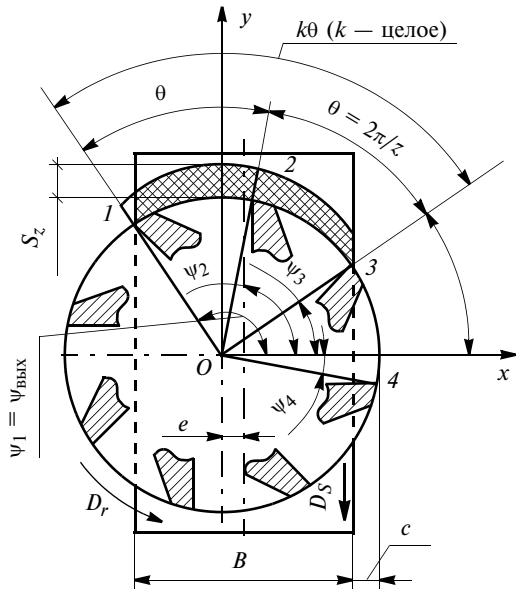


Рис. 4. Схема взаимодействия торцевой фрезы с заготовкой (ψ_i — угол i-го зуба)

Совокупность уравнений (5)—(10) представляет собой математические зависимости составляющих силы резания, действующих на фрезу в целом.

Оценка адекватности силовых зависимостей торцевого фрезерования для разных значений износа фрезы

Адекватность силовых зависимостей торцевого фрезерования для разных значений износа по задней поверхности инструмента оценивали по результатам экспериментальных исследований. Обработку проводили на станке ГФ2171С5 со стойкой FMS-3000 без охлаждения, инструментом с материалом режущей части ТТ10К8-Б, имеющим параметры: $D_ф$ = 100 мм; $\varphi = 60°$; $\gamma = -5°$; $\alpha = 8°$; $\varphi_1 = 12°$; $z = 1$; $\lambda = 5°$.

Режимы резания для стадии обработки:

получистовой — глубина резания t = 1,5 мм; подача S_z = 0,25 мм/зуб; скорость резания v = = 163 мм/мин; частота вращения фрезы n = = 510 мин$^{-1}$;

чистовой — t = 1 мм; S_z = 0,16 мм/зуб; v = = 210 мм/мин; n = 670 мин$^{-1}$;

отделочной — t = 0,5 мм; S_z = 0,11 мм/зуб; v = 250 мм/мин; n = 800 мин$^{-1}$.

Силы резания измеряли универсальным динамометром УДМ-600. Сигнал, снимаемый с динамометра, усиливался тензометрическим усилителем ТА-5.

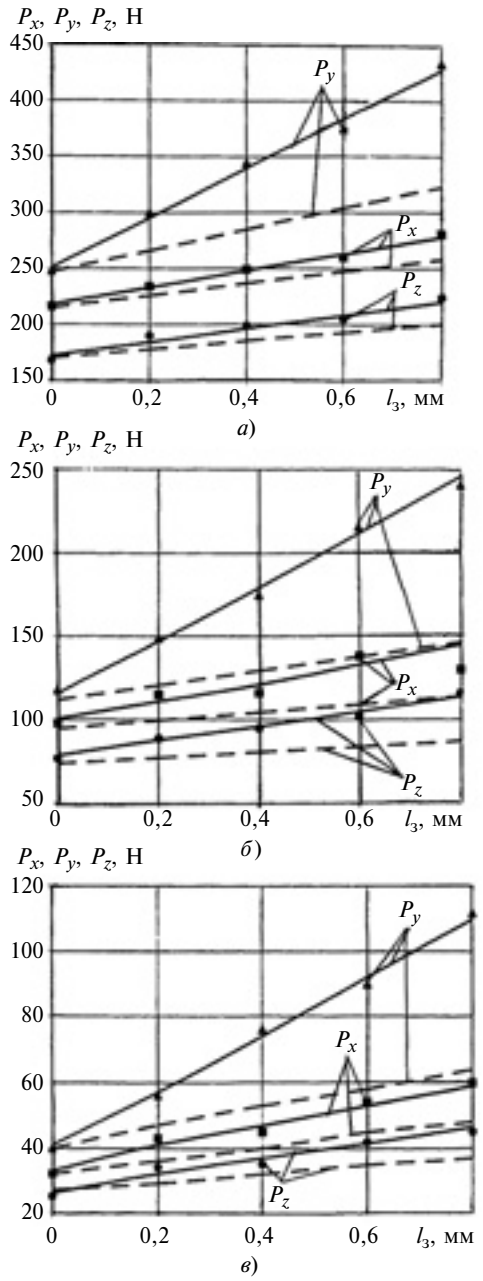


Рис. 5. Изменение составляющих силы резания с увеличением длины $l_з$ износа на получистовой (*а*), чистовой (*б*) и отделочной (*в*) стадиях обработки

Три составляющих силы резания последовательно регистрировали с помощью одноканального самописца. Для расшифровки осциллограмм динамометрическую установку тарировали по каждой составляющей силы резания. Задавали три значения эталонной нагрузки 200, 500, 1500 Н. Каждый опыт повторяли 5 раз. Адекватность математической модели сил торцевого фрезерования оценивали по критерию Фишера.

На рис. 5 приведены зависимости для трех составляющих силы резания, полученные экспериментально и рассчитанные по формулам (5)—(10) и математической модели Н. Ю. Орловой [1] для разных длин $l_з$ площадок износа по задней поверхности режущей части фрезы. Режимы резания для соответствующих стадий обработки приведены выше.

Расчетные значения по модели силы резания Н. Ю. Орловой [1] (штриховые линии) с увеличением износа по задней поверхности зубьев фрезы от 0 до 0,8 мм расходятся с экспериментальными значениями (точки) на 30—100 %, т. е. с ростом износа модель Н. Ю. Орловой не дает адекватных значений сил торцевого фрезерования.

Заключение

Разработаны математические модели составляющих силы торцевого фрезерования на фрезе в целом, которые включают: элементы режима резания (S_z, t, ψ); геометрические параметры инструмента ($D_ф$, $r_в$, z, φ); длину $l_з$ площадки износа инструмента; физико-механические свойства обрабатываемого материала, отражающие механику процесса резания (σ_i, β, β_1).

Составляющие силы резания с увеличением износа от 0 до 0,8 мм возрастают: радиальная P_x — на 40—100 %, касательная P_y — на 80—150 %, осевая P_z — на 80—150 %.

С использованием критерия Фишера для уровня значимости 0,05 установлена адекватность созданной математической модели (5)—(10) сил торцевого фрезерования.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Орлова Н. Ю.** Повышение производительности торцевого фрезерования на стадии проектирования управляющих программ обработки деталей на станках с ЧПУ: Дис. ... канд. техн. наук. Челябинск: 1999. 205 с.
2. **Гузеев В. И.** Теория и методика производительности контурной обработки деталей разной точности на токарных и фрезерных станках с ЧПУ: Дис. ... д-ра техн. наук. Челябинск: 1994. 517 с.
3. **Палетика М. Ф.** Контактные нагрузки на режущих поверхностях инструмента. М.: Машиностроение, 1969. 150 с.
4. **Пименов Д. Ю., Гузеев В. И., Кошин А. А.** Анализ напряжений на задней поверхности зуба торцевой фрезы в зависимости от режимов резания // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. 2011. № 1 (285). С. 51—58.
5. **Пименов Д. Ю., Гузеев В. П., Кошин А. А.** Определение сил, действующих на задней поверхности режущей части инструмента // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. 2011. № 2/2 (286). С. 80—90.
6. **Пименов Д. Ю.** Разработка модели эпюры напряжений на задней поверхности зуба фрезы // Технология машиностроения. 2010. № 1. С. 48—52.
7. **Корчак С. Н.** Теоретические основы влияния технологических факторов на повышение производительности шлифования стальных деталей: Дис. ... д-ра техн. наук. Челябинск. 1971. 372 с.
8. **Розенберг А. М., Розенберг О. А.** Механика пластического деформирования в процессах резания и деформирующего протягивания. Киев: Наукова думка, 1990. 320 с
9. **Пименов Д. Ю., Гузеев В. И., Кошин А. А.** Расчет величины смещения фрезы относительно заготовки, при которой обеспечивается постоянное число зубьев фрезы, участвующих в работе // Справочник. Инженерный журнал. 2011. № 4. С. 6—10.

УДК 621.922

В. В. КУЗИН, В. И. МЯЧЕНКОВ, доктора технических наук (МГТУ "Станкин"),
e-mail: kyzena@post.ru

Математическая модель напряженно-деформированного состояния керамической режущей пластины

Теоретически построена математическая модель керамических режущих пластин, основанная на решении двумерных задач теорий теплопроводности и упругости с использованием метода конечных элементов.

Ключевые слова: керамические режущие пластины, изнашивание, разрушение, математическая модель, напряженно-деформированное состояние, метод конечных элементов.

In theory, a mathematical model of the ceramic cutting plates, based on the solution of two-dimensional problems of the heat conduction and elasticity theories, with use of the finite element method has been developed.

Keywords: ceramic cutting plates, wear, fracture, mathematical model, the stress-strain state (deflected mode), the finite element method.

Инструменты, оснащенные керамическими режущими пластинами, позволяют значительно интенсифицировать производственные процессы, повысить точность и качество деталей [1]. Однако эти инструменты имеют весьма ограниченное применение в современных обрабатывающих системах из-за их низкой надежности. Одним из наиболее эффективных подходов к созданию керамических режущих пластин нового поколения является управление их напряженно-деформированным состоянием (НДС), реализуемое на этапах их проектирования, изготовления и эксплуатации [2]. Практическая реализация этого подхода предполагает построение математической модели НДС керамической режущей пластины и на ее основе разработку механизмов управления.

Наиболее эффективным методом исследования напряженного состояния разных конструкций является метод конечных элементов, хорошо приспособленный для машинной реализации. Его преимуществом являются получение полной картины НДС сложных конструкций, высокая точность и рациональное представление результатов расчетов, в том числе графическое изображение состояния конструкции. На основе этого метода разработаны универсальные программные средства, предполагающие подготовку значительного массива исходных данных. Однако по мнению авторов работы [3], наиболее целесообразно создавать специализированные, ориентированные на решение узких задач программные комплексы, обеспечивающие контроль подготовки данных, численную машинную реализацию алгоритмов расчета и выдачу результатов в форме, удобной для практического использования.

Цель данной работы — построить математическую модель НДС керамической режущей пластины на основе решения двумерных задач теорий теплопроводности и упругости с использованием метода конечных элементов.

При построении модели приняты следующие допущения:

1) рассматривается плоская задача;

2) отсутствуют пластические деформации керамических режущих пластин и обрабатываемого материала;

3) режущие пластины выполнены из бездефектной керамики (поры и трещины не являются элементами ее структуры);

4) в местах соединения структурных элементов керамики имеет место идеальный механический контакт;

5) ударные нагрузки, действующие на режущие пластины, заменяются сосредоточенными силами;

6) трение на участке упругого контакта режущих пластин заменяется действием комплекса сосредоточенных сил.

При построении математической модели НДС керамической режущей пластины использовали расчетную схему (рис. 1) [4], характеризующую конструкцию, в которой единичное зерно эллипсоидальной формы с полудиаметрами a и b заделано в матрицу через межзеренную фазу толщиной δ_f. На свободных поверхностях зерна, матрицы и межзеренной фазы расположены N слоев толщиной d_j ($j = 1, 2, ..., N$). На внешний контур N-го слоя в произвольных точках действуют зависящие от времени сосредоточенные силовые нагрузки F_i, направленные под углами β_i к оси y, распределенные силовые нагрузки P_1 и P_2, а также тепловые потоки Q_1 и Q_2. В расчетах учитываются конвективные потери теплоты с коэффициентами теплообмена h_j ($j = 1, 2, ..., N$) на свободных от теплового потока частях контура слоев.

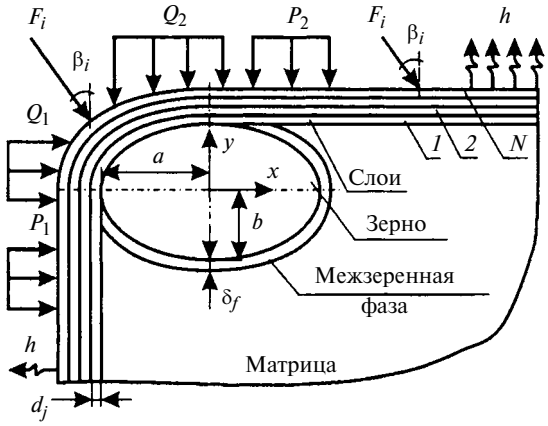


Рис. 1. Расчетная схема

Размеры зерна и толщина покрытия определяются на основании результатов металлографических исследований. Элементы расчетной схемы характеризуются плотностью, модулем упругости, коэффициентами теплопроводности, теплоемкости, линейного расширения и Пуассона.

Постановка задачи теплопроводности и конвективного теплообмена

Рассмотрим изотропную пластину толщиной Δ в системе прямоугольных координат $\{x, y\}$. Уравнение нестационарной теплопроводности для этих условий имеет вид:

$$\lambda(T)\left(\frac{\partial^2 T(t)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T(t)}{\partial y^2}\right) - \rho c(T)\frac{\partial T(t)}{\partial t} = 0, \qquad (1)$$

где $T(t)$ — температура; $\lambda(T)$ — коэффициент теплопроводности; ρ — плотность; $c(T)$ — удельная теплоемкость; t — время.

Если пренебречь вторым слагаемым в уравнении (1), то получим уравнение стационарной теплопроводности, которое должно подчиняться четырем типам граничных условий на контуре пластины:

1. Если температура известна на некоторой границе пластины, то граничное условие имеет вид: $T(t) = T_s(s)$, где s — координаты точек границы.

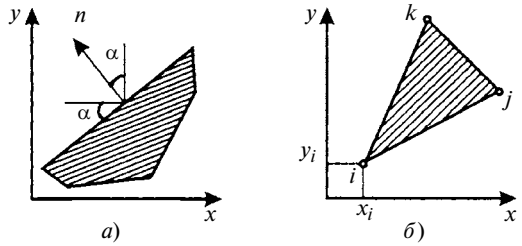


Рис. 2. Схемы направляющих косинусов (*а*) и треугольного конечного элемента (*б*)

2. Если на границе происходит конвективный теплообмен, характеризуемый коэффициентом h теплообмена, то граничное условие имеет вид:

$$\lambda\left(\frac{\partial T(t)}{\partial x}l_x+\frac{\partial T(t)}{\partial y}l_y\right) + h[T(t) - T_\infty] = 0,$$

где T_∞ — температура окружающей среды; $l_x = \sin\alpha$; $l_y = \cos\alpha$ — направляющие косинусы (рис. 2, *а*).

3. Если на границе задан поток теплоты Q, то граничное условие имеет вид:

$$\lambda(T)\left(\frac{\partial T(t)}{\partial x}l_x+\frac{\partial T(t)}{\partial y}l_y\right) + Q = 0.$$

4. Если граница представляет собой теплоизолированный участок, то граничное условие

$$\frac{\partial T(t)}{\partial x}l_x + \frac{\partial T(t)}{\partial y}l_y = 0.$$

Конечно-элементная формулировка задачи теплопроводности и конвективного теплообмена

Рассмотрим треугольный конечный элемент (рис. 2, *б*), функции формы которого имеют вид [6, 8]:

$$N_i = \frac{1}{2A}(a_i + b_i x + c_i y);$$

$$N_j = \frac{1}{2A}(a_j + b_j x + c_j y);$$

$$N_k = \frac{1}{2A}(a_k + b_k x + c_k y).$$

Здесь

$$\left.\begin{aligned} a_i &= x_j y_k - x_k y_j; \quad b_i = y_j - y_k; \quad c_i = x_k - x_j;\\ a_j &= x_k y_i - x_i y_k; \quad b_j = y_k - y_i; \quad c_j = x_i - x_k;\\ a_k &= x_i y_j - x_j y_i; \quad b_k = y_i - y_j; \quad c_k = x_j - x_i; \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

$$A = \frac{1}{2}(a_i + a_j + a_k), \qquad (3)$$

где A — площадь треугольника.

В этом случае температура внутри элемента вычисляется по формуле

$$T = \frac{1}{2A}[(a_i + b_i x + c_i y)T_i + (a_j + b_j x + c_j y)T_j + (a_k + b_k x + c_k y)T_k], \qquad (4)$$

где T_i, T_j, T_k — температуры в узлах.

Температуру в центре элемента находим по формуле

$$T_c = \frac{1}{3}(T_i + T_j + T_k).$$

Матрица теплопроводности $[K_\lambda] = \lambda(T)[K_{\lambda 0}]$,

где $[K_{\lambda 0}] = \dfrac{\Delta}{4A}\begin{bmatrix} b_ib_i + c_ic_i & b_ib_j + c_ic_j & b_ib_k + c_ic_k \\ b_jb_i + c_jc_i & b_jb_j + c_jc_j & b_jb_k + c_jc_k \\ b_kb_i + c_kc_i & b_kb_j + c_kc_j & b_kb_k + c_kc_k \end{bmatrix}$.

Пусть конвективный теплообмен имеет место на грани элемента между узлами i и j. Тогда матрица конвективного теплообмена на грани элемента между этими узлами вычисляется по формуле

$$[K_{h,\,ij}] = \frac{hL_{ij}\Delta}{6}\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \qquad (5)$$

где $L_{ij} = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}$. (6)

Аналогичные формулы имеют место для двух других граней, которые получим из формул (5) и (6) круговой перестановкой индексов.

Пусть тепловой поток Q имеет место на грани элемента между узлами i и j. Тогда вектор теплового потока на грани элемента между этими узлами имеет вид:

$$\{q_{ij}\} = \frac{QL_{ij}\Delta}{2}\begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix}. \qquad (7)$$

Аналогичные формулы имеют место для двух других граней, которые получим из формулы (7) круговой перестановкой индексов.

Вектор конвективного теплообмена на границе между узлами i и j находим из выражения

$$\{h_{\infty,\,ij}\} = \frac{hT_\infty L_{ij}\Delta}{2}\begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix}. \qquad (8)$$

Аналогичные формулы имеют место для двух других граней, которые получим из формулы (8) круговой перестановкой индексов.

Матрица теплоемкости имеет вид:

$$[K_c] = \rho c(T)\frac{\Delta A}{12}\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Постановка задачи установившейся теплопроводности сводится к формированию ансамбля алгебраических уравнений для всей конструкции. При этом вклад каждого конечного элемента имеет вид:

$$\lambda(T_c)[K_{\lambda 0}]T_{ijk} + [K_h]T_{ijk} = \{q\} + \{h_\infty\}, \qquad (9)$$

где

$$\{T_{ijk}\} = \begin{Bmatrix} T_i \\ T_j \\ T_k \end{Bmatrix};$$

$$\{q\} = \{q_{ij}\} + \{q_{jk}\} + \{q_{ki}\};$$

$$\{h_\infty\} = \{h_{\infty,\,ij}\} + \{h_{\infty,\,jk}\} + \{h_{\infty,\,ki}\}.$$

Ансамбль, образованный конечными элементами (9), является нелинейным относительно узловых температур, так как коэффициент теплопроводности зависит от температуры. Выражения (9) являются нелинейными относительно температуры. Для их линеаризации воспользуемся методом простой итерации, для этого представим их в виде:

$$\lambda(T_c^{(s-1)})[K_{\lambda 0}]T_{ijk}^{(s)} + [K_h]T_{ijk}^{(s)} = \{q\} + \{h_\infty\}. \qquad (10)$$

В этом случае ансамбль, образованный конечными элементами вида (10), становится линейным относительно узловых температур на каждом шаге итерационного процесса. Система линейных алгебраических уравнений, представляющая этот ансамбль, имеет вид:

$$P\{T_c^{(s-1)}\}\{\bar{\bar{T}}^{(s)}\} = \{b\}, \qquad (11)$$

где $\{\bar{\bar{T}}^{(s)}\}$ — вектор температур в узлах конструкции; $\{b\}$ — вектор правых частей.

Решение выражения (11) позволяет определить температуры в узлах конструкции на s-х шагах итерационного процесса, причем на первом шаге ($s = 1$) принимаем $T_c^{(0)} = 0$. После определения значений температур в узлах конструкции температура в центрах конечных элементов $T_c^{(s-1)}$ вычисляется по формуле

$$T_c = \frac{1}{3}(T_i + T_j + T_k).$$

Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока максимальное относительное расхождение результатов двух последующих приближений [$(s - 1)$ и (s)] по всем компонентам вектора решения ($I = 1, 2, ..., N_r$; N_r — число глобальных узлов в конструкции) окажется меньше заданной величины ε_n, т. е. пока не выполнится условие

$$\left|\frac{\max\left|T_I^{(s)}\right| - \max\left|T_I^{(s-1)}\right|}{\max\left|T_I^{(s-1)}\right|}\right| < \varepsilon_n. \qquad (12)$$

Как показали результаты расчетов, данный итерационный процесс сходится достаточно быстро.

Постановка задачи нестационарной теплопроводности для каждого конечного элемента на s-м шаге простой итерации сводится к решению следующей системы дифференциальных уравнений:

$$c(T_c^{(s-1)})[K_c]\frac{\mathrm{d}\{T_{ijk}^{(s)}\}}{\mathrm{d}t} + \lambda(T_c^{(s-1)})[K_{\lambda 0}]\{T_{ijk}^{(s)}\} + \\ + [K_h]\{T_{ijk}^{(s)}\} = \{q\} + \{h_\infty\}, \quad (13)$$

где первое слагаемое — теплоемкость, второе — теплопроводность, третье — теплообмен.

Систему линейных дифференциальных уравнений (13), представляющую собой ансамбль конечных элементов, запишем как

$$P_c[T_c^{(s-1)}]\frac{\mathrm{d}\{\bar{\bar{T}}^{(s)}\}}{\mathrm{d}t} + P_\lambda[T_c^{(s-1)}]\{\bar{\bar{T}}^{(s)}\} = \{b\}. \quad (14)$$

Начальные условия при интегрировании системы линейных дифференциальных уравнений (14) имеют вид:

$$\{\bar{\bar{T}}^{(s)}\}^{(0)} = 0. \quad (15)$$

Интегрирование системы линейных дифференциальных уравнений выполним методом конечных разностей второго порядка точности.

На первом шаге ($k = 1$) интегрирования первую производную по времени представим как

$$\frac{\mathrm{d}\{\bar{\bar{T}}^{(s)}\}^{(1)}}{\mathrm{d}t} = \frac{\{\bar{\bar{T}}^{(s)}\}^{(1)} - \{\bar{\bar{T}}^{(s)}\}^{(0)}}{\Delta_t},$$

где Δ_t — шаг интегрирования по времени.

Очевидно, что из начального условия (15) имеем $\{\bar{\bar{T}}^{(s)}\}^{(0)} = 0$.

Таким образом, на первом шаге интегрирования задача сводится к решению методом простой итерации системы линейных алгебраических уравнений

$$\{P_c[T_c^{(s-1)}] + P_\lambda[T_c^{(s-1)}]\}\{\bar{\bar{T}}^{(s)}\} = \{b\}. \quad (16)$$

На k-м шаге ($k > 1$) интегрирования первую производную по времени представим как

$$\frac{\mathrm{d}\{\bar{\bar{T}}^{(s)}\}^{(k)}}{\mathrm{d}t} = \frac{3\{\bar{\bar{T}}^{(s)}\}^{(k)} - 4\{\bar{\bar{T}}^{(s)}\}^{(k-1)} + \{\bar{\bar{T}}^{(s)}\}^{(k-2)}}{2\Delta_t},$$

где $\{\bar{\bar{T}}^{(s)}\}^{(k-1)}$ и $\{\bar{\bar{T}}^{(s)}\}^{(k-2)}$ известны.

Таким образом, на k-м шаге интегрирования задача сводится к решению методом простой итерации системы линейных алгебраических уравнений

$$\left\{\frac{3}{2\Delta_t}P_c[T_c^{(s-1)}] + P_\lambda[T_c^{(s-1)}]\right\}\{\bar{\bar{T}}^{(s)}\}^{(k)} = \\ = \{b\} + \{Q^{*(s)}\}, \quad (17)$$

где

$$\{Q^{*(s)}\} = \frac{1}{2\Delta_t}P_c[T_c^{(s-1)}] \times \\ \times \{4\{\bar{\bar{T}}^{(s)}\}^{(k-1)} - \{\bar{\bar{T}}^{(s)}\}^{(k-2)}\}.$$

Итерационный процесс по формулам (16) и (17) продолжается до тех пор, пока максимальное относительное расхождение результатов двух последующих приближений [($s - 1$) и (s)] по всем компонентам вектора решения ($I = 1, 2, ..., N_r$, где N_r — число глобальных узлов в конструкции) окажется меньше ε_n. Для этого необходимо выполнение условия (12).

Постановка задачи термоупругости

Рассмотрим изотропную пластину толщиной Δ в системе прямоугольных координат $\{x, y\}$. Плоская задача теории упругости имеет вид: $\varepsilon_{11} = \frac{\partial u}{\partial x}$; $\varepsilon_{22} = \frac{\partial v}{\partial y}$; $\varepsilon_{12} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}$, где ε_{11}, ε_{22}, ε_{12} — линейные и угловая деформации; u, v — перемещения соответственно по осям x и y.

Зависимости плоского напряженного состояния имеют вид:

$$\sigma_{11} = E(T)/(1 - \mu^2)[\varepsilon_{11} + \mu\varepsilon_{22} - (1 + \mu)\alpha T] \ (1 \Leftrightarrow 2);$$
$$\sigma_{12} = [E(T)/2(1 + \mu)]\varepsilon_{12},$$

где σ_{11}, σ_{22} и σ_{12} — нормальные и касательные напряжения; E — модуль упругости; μ — коэффициент Пуассона; α — температурный коэффициент линейного расширения (ТКЛР).

Уравнения равновесия имеют вид:

$$\frac{\partial\sigma_{11}}{\partial x} + \frac{\partial\sigma_{12}}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial\sigma_{12}}{\partial x} + \frac{\partial\sigma_{22}}{\partial y} = 0.$$

Конечно-элементная формулировка задачи термоупругости

Рассмотрим треугольный конечный элемент (см. рис. 2, *б*), функции формы которого соответствуют выражениям (2)—(4). Перемещения u и v внутри элемента задаются зависимостью

$$\begin{Bmatrix} u \\ \nu \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_i & 0 & N_j & 0 & N_k & 0 \\ 0 & N_i & 0 & N_j & 0 & N_k \end{bmatrix}\{U\},$$

где $\{U\} = [u_i\ \nu_i\ u_j\ \nu_j\ u_k\ \nu_k]^{\mathrm{T}}$.

Деформации внутри треугольника связаны с узловыми перемещениями выражениями $\{\varepsilon\} = [B]\{U\}$, где $\{\varepsilon\} = [\varepsilon_{11}\ \varepsilon_{22}\ \varepsilon_{12}]$;

$$[B] = \frac{1}{2A}\begin{bmatrix} b_i & 0 & b_j & 0 & b_k & 0 \\ 0 & c_i & 0 & c_j & 0 & c_k \\ c_i & b_i & c_j & b_j & c_k & b_k \end{bmatrix}.$$

Напряжения внутри треугольника связаны с узловыми перемещениями выражением:

$$\{\sigma\} = [D][B]\{U\}, \qquad (18)$$

где

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix}; \quad [D] = \frac{E}{1-\nu^2}\begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}. \qquad (19)$$

Матрица жесткости треугольного элемента вычисляется по формуле

$$[K] = [B]^{\mathrm{T}}[D][B]A\Delta.$$

Для вычисления вектора температурных нагрузок перепишем выражение (4) для температуры внутри элемента в виде:

$$T(x, y) = \frac{1}{2A}(a_0 + b_x x + c_y y),$$

где

$$\left.\begin{aligned} a_0 &= a_i T_i + a_j T_j + a_k T_k; \\ b_x &= b_i T_i + b_j T_j + b_k T_k; \\ c_y &= c_i T_i + c_j T_j + c_k T_k. \end{aligned}\right\} \qquad (20)$$

Выражение для вектора температурных нагрузок имеет вид:

$$\{Q_T\} = -\frac{\alpha_T E \Delta a_0}{2(1-\nu)}[b_i\ a_i\ b_j\ a_j\ b_k\ a_k]^{\mathrm{T}}. \qquad (21)$$

Система линейных алгебраических уравнений, представляющая ансамбль конечных элементов (19) и (20), имеет вид:

$$[P]\{\overline{\overline{U}}\} = \{b\}, \qquad (22)$$

где $\{\overline{\overline{U}}\}$ — вектор узловых перемещений конструкции; $\{b\}$ — вектор правых частей.

Решение системы (22) позволяет определить узловые перемещения конструкции. При известных узловых перемещениях конечного элемента нормальные σ_{11}, σ_{22} и касательное σ_{12} напряжения вычисляют по формуле (18), а интенсивность $\sigma_{\text{и}}$ (или эквивалентное напряжение $\sigma_{\text{экв}}$ по теории энергии формоизменения) этих напряжений — по формуле

$$\sigma_{\text{и}} = \sqrt{\sigma_{11}^2 - \sigma_{11}\sigma_{22} + \sigma_{22}^2 + 4\sigma_{12}^2}.$$

Алгоритмы решения поставленных задач

Алгоритм решения задачи стационарной термоупругости состоит из двух этапов (рис. 3): первый — решается задача теплопроводности и определяется температурное поле режущей пластины для текущего значения теплового потока $Q_{\text{т}}$; второй — определяется напряженное состояние режущей пластины под действием сосредоточенных сил, распределенной силовой нагрузки и установившейся

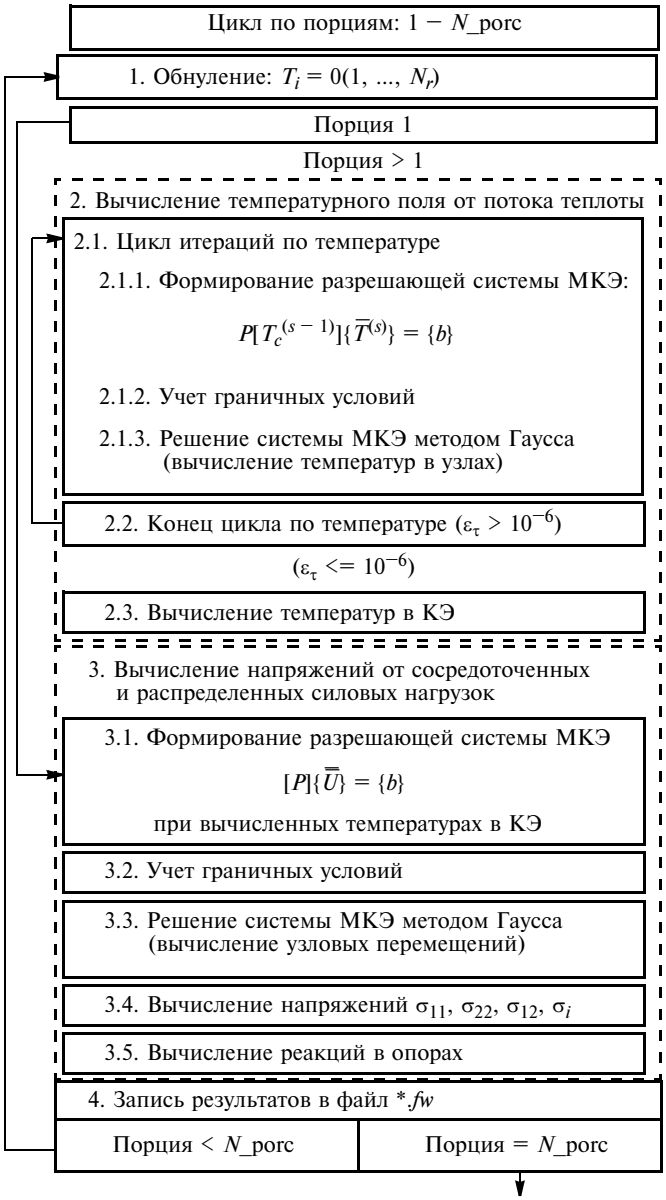


Рис. 3. Алгоритм решения задачи стационарной термоупругости

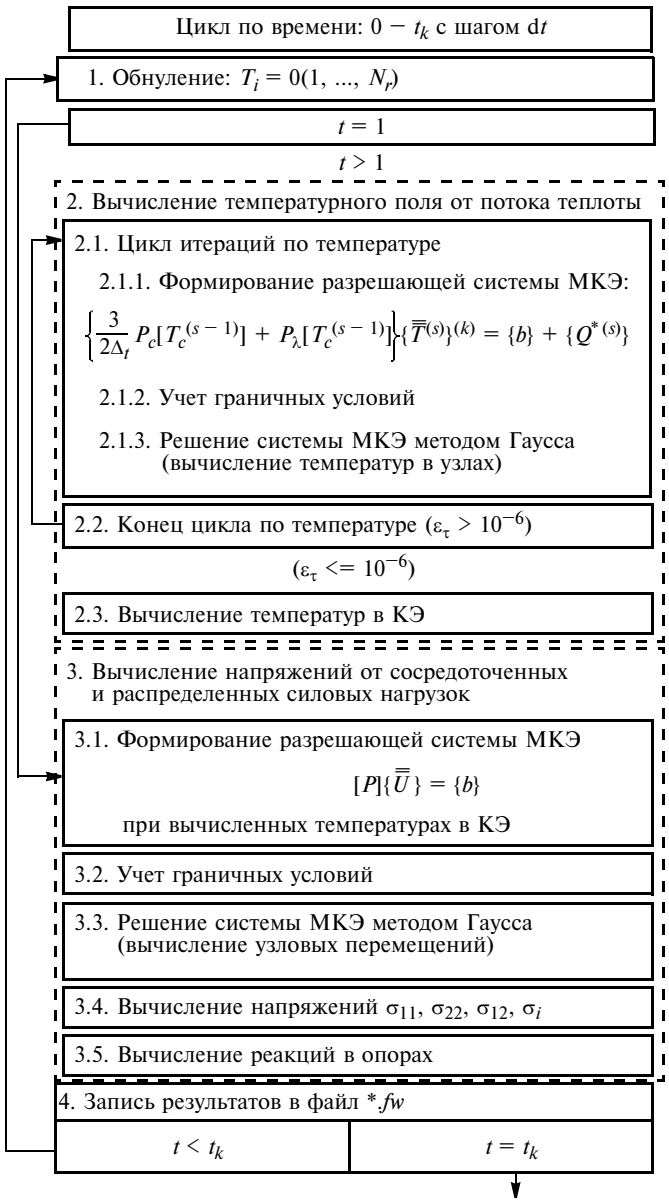


Рис. 4. Алгоритм решения задачи неустановившейся термоупругости

температуры $T_т(x, y)$ при текущем тепловом потоке $Q_т$. Эта задача сводится к формированию и решению методом простой итерации системы линейных алгебраических уравнений

$$P[\,T_c^{(s-1)}\,]\{\,\bar{\bar{T}}^{(s)}\,\} = \{b\},$$

где глобальная матрица $[P]$ зависит от коэффициентов теплопроводности, в свою очередь зависящих от температуры, а вектор $\{b\}$ зависит от теплового потока $Q_т$.

На первом шаге ($s = 1$) итерационного процесса принимаем $T_c^{(0)}$.

Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока не выполнится условие:

$$\left|\frac{\max\left|T_I^{(s)}\right| - \max\left|T_I^{(s-1)}\right|}{\max\left|T_I^{(s-1)}\right|}\right| < \varepsilon_T = 10^{-6}.$$

Рассмотрим алгоритм второго этапа решения задачи стационарной термоупругости. Система линейных алгебраических уравнений, представляющая ансамбль конечных элементов, имеет вид:

$$[P]\{\,\bar{\bar{U}}\,\} = \{b\}. \qquad (22)$$

Решение данной системы позволяет определить узловые перемещения конструкции.

Алгоритм решения задачи нестационарной термоупругости также состоит из двух этапов (рис. 4): первый — решается задача теплопроводности для текущего времени $t_т$ и определяется температурное поле режущей пластины; второй — решается задача определения напряженного состояния режущей пластины под действием сосредоточенных сил, распределенных давлений и установившейся температуры $T_т(x, y, t_т)$ при заданном тепловом потоке Q.

При описании алгоритма первого этапа решения задачи неустановившейся термоупругости используют обозначения: $[P_c]$ — глобальная матрица, зависящая от коэффициентов теплоемкости, в свою очередь зависящих от температуры; $[P_\lambda]$ — глобальная матрица, зависящая от коэффициентов теплопроводности, на значения которых влияет температура. На втором этапе разработанного алгоритма решения задачи неустановившейся термоупругости решается система (22).

Таким образом, теоретически построена математическая модель керамических режущих пластин, основанная на решении двумерных задач теорий теплопроводности и упругости с использованием метода конечных элементов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Григорьев С. Н., Волосова М. А., Боровский В. Г.** Технологическое обеспечение качества поверхностного слоя керамического инструмента для повышения его работоспособности при обработке закаленных сталей // Станки и инструмент. 2005. № 9. С. 14—19.
2. **Кузин В. В.** Методологический подход к повышению работоспособности керамических инструментов // Вестник машиностроения. 2006. № 9. С. 87—88.
3. **Расчеты** машиностроительных конструкций методом конечных элементов: Справочник / В. И. Мяченков, В. П. Мальцев, В. П. Майборода и др. Под общ. ред. В. И. Мяченкова. М.: Машиностроение, 1989. 520 с.
4. **Кузин В. В.** Микроструктурная модель керамической режущей пластины // Вестник машиностроения. 2011. № 5. С. 72—76.

ОРГАНИЗАЦИЯ И ЭКОНОМИКА ПРОИЗВОДСТВА

УДК 658.511

В. Е. МОЧУЛАЕВ, канд. экон. наук (ИПК "Конверсия" — ВШБ, г. Ярославль), e-mail: VEMochulaev@mail.ru

Энергетический подход к формированию показателей технологических систем

Рассматривается энергетический подход при определении и расчете основных показателей технологических систем, в частности, систем для сборки шин.

Ключевые слова: энергетический подход, показатели, человек, машина, предмет труда, источник энергии, технологическая система, модель.

The energy approach in the definition and calculating of the key indicators of technological systems, particularly, the systems for the assembly of pneumatic tires, is considered.

Keywords: energy approach, indicators, machine, object of labor, energy source, technological system, model.

В модернизации российской экономики важная роль отводится машиностроению. При этом главной задачей является создание наукоемкой и эффективной техники, применение которой позволит многократно увеличить производительность труда, снизить трудоемкость, энергоемкость и материалоемкость выпускаемых изделий, повысить их конкурентоспособность. Создание современной техники должно основываться на базе последних научных открытий и изобретений, новейших технологий, современных методологий исследований.

Проектирование машины начинается с разработки технического задания, в котором отражаются технико-экономические показатели с учетом требований потребителей и эффективности ее применения. Однако на практике не всегда данные показатели соответствуют эксплуатационным нормативам, что снижает производительность и эффективность оборудования. Это обусловлено тем, что при проектировании машины не применялся системный подход, т. е. не учитывались все составляющие производства: исполнитель (человек), предмет труда, источники энергии и т. д.

Для подъема машиностроительной отрасли требуется системный подход к проектированию, т. е. необходим переход от проектирования машины к проектированию технологической системы (ТС) "человек — машина — предмет труда — источник энергии". Создание подобных ТС требует не только технических и экономических знаний, но и использования последних достижений таких наук, как организация труда, эргономика, инженерная психология, бионика, кибернетика и др. Применение данных наук в комплексе — сложная задача, так как каждая из них имеет свои термины, цели и методологию анализа. Важно, используя достижения разных наук, выработать единый подход к определению и расчету показателей создаваемых ТС.

Одним из путей объединения различных наук в сфере производства является использование общих свойств и показателей любой материи: движения, пространства, времени. Сегодня экономическая наука в качестве единицы измерения труда любого вида использует только один из них — время. При этом не учитываются такие важные характеристики, как напряженность и интенсивность, являющиеся составляющими общего показателя — движения, который может стать более универсальной мерой, чем время.

В настоящее время значение движения, как показателя, возрастает, так как развитие производства в первую очередь обусловливает повышение интенсивности основных производительных сил: трудовых ресурсов, орудий труда, предметов труда, источников энергии. Последнее имеет особое значение, так как преобразование энергии лежит в основе материальных преобразований, которые являются сутью любого технологического процесса (ТП).

Если при проектировании машины ее энергетические показатели не будут в полной мере согласованы с энергетическими ресурсами человека (как исполнителя), средств труда и ресурсами источников энергии, то энергетические показатели ТС не будут иметь оптимальных значений, что приведет к снижению объемов производства в единицу времени, т. е. к снижению производительности системы.

Следовательно, общим при формировании технико-экономических показателей ТС является энергетический подход, который широко применяется в исследованиях различных явлений и процессов в

разных направлениях науки и техники. Это обусловлено универсальностью энергетического подхода, функциональностью энергетического закона природы, большими достижениями в его познании.

Цель настоящей работы — исследование возможности применения энергетического подхода к формированию и расчету показателей ТС, в частности процессов механической обработки.

К механическим процессам относятся: обработка, переработка, формообразование и сборка. Для большинства из них характерны незначительная продолжительность, ярко выраженная прерывистость и повторяемость, т. е. свойства прерывистых циклических процессов.

Сегодня элементы энергетического подхода используют применительно к подсистемам ТС, в технико-экономическом анализе машин и оборудования, эргономике, физиологии труда, инженерной психологии, организации труда и производства. Советские ученые-экономисты Л. Б. Барташев [1], К. М. Великанов [2], Г. Б. Кац [3], А. С. Некрасов [4], Е. К. Смирницкий [5], Л. Я. Шухгальтер [6] и др., учитывая необходимость в энергосберегающей и энергоэффективной технике, для технико-экономического анализа машин и оборудования предложили использование таких показателей, как мощность, расход энергии, энергоемкость, коэффициент полезного действия (КПД), энергетический уровень механизации (автоматизации) труда, а также производительность, грузоподъемность, рабочая поверхность, рабочий объем, давление, температура, которые входят в состав эксплуатационных показателей, т. е. технических характеристик, определяющих потребительские свойства техники. Однако какой бы совершенной ни была машина, ее эффективность зависит от эксплуатационных свойств других составляющих ТС — человека, предмета труда и источника энергии.

Всестороннее изучение взаимодействия системы "человек — машина" — важная задача, на решение которой направлены такие науки, как физиология, психология, кибернетика, эргономика, инженерная психология, бионика и др.

Фундаментальным является понятие "трудовая деятельность", составляющие которого можно условно разделить на три группы: энергетические, управляющие, эвристические. В реальных условиях все они взаимосвязаны и трансформируются один в другой, поэтому при классификации трудового процесса исходят из того, какие из них преобладают.

Деятельность человека определяется его дееспособностью и работоспособностью. Дееспособность — способность индивида своими действиями приобретать и создавать гражданские права, создавая юридические обязанности и нести ответственность. Работоспособность — способность индивида выполнять целесообразную деятельность на заданном уровне в течение определенного времени, т. е. совершать действия, которые могут выражаться в переходе энергии одного вида в другой вид, в преобразовании объекта (изменение его состояния) и т. п.

Наряду с общими понятиями, характеризующими трудовую деятельность человека, в науках о труде, в частности в инженерной психологии, используются следующие критерии деятельности человека-оператора: быстродействие, надежность, точность, напряженность. Специфической характеристикой, не имеющей аналога при оценке работы машин, является напряженность, которая при выполнении производственной задачи может иметь энергетический и информационный характер. Во всех видах трудовой деятельности присутствует и то, и другое, но в зависимости от того, какой вид преобладает, деятельность человека относят к физическому или умственному труду. Функциональное напряжение человека при физическом труде определяет тяжесть труда, при умственном — напряженность труда.

Энергетическая природа физической деятельности человека рассмотрена в работах таких известных физиологов, как Г. Лемана [7], С. А. Косилова [8], Е. Ф. Полежаева [9], И. И. Лихницкой [10] и др. Так, в работе И. И. Лихницкой указывается на то, что всякая физическая деятельность человека связана с расходом его энергетического потенциала, поэтому физическое напряжение — понятие энергетическое [10]. Е. Ф. Полежаев показал, что работоспособность человека на различных уровнях (нейрофизиологическом, внутриклеточном) имеет энергетическую основу [9]. Критериями оценки человека как источника энергии является функциональный расход (обмен) и энергетический КПД, аналогичный по своей сути механическому КПД. Однако данный критерий относительно работы человека не имеет такого определяющего и универсального значения, как при оценке машин. С. А. Косилов установил, что КПД человека довольно низок и при подъеме тяжестей составляет 8,4 %, при работе напильником — 10,2 %, при вращении рукоятки — 20 %. Максимальный КПД человека может достигать 30 % [11], следовательно, значительная часть энергии затрачивается не на труд, а на работу организма.

В результате трудовой деятельности человека его внутренняя энергия преобразуется в работу. Интенсивность работы во времени характеризует мощность. Следовательно, полезной работе и всей выполненной работе соответствуют полезная и потребляемая мощности.

Наука о психофизиологии труда позволяет определить часовую потребляемую мощность при физическом труде. В соответствии с действующим государственным стандартом конструкция производственного оборудования должна обеспечивать такие физические нагрузки на человека, при которых его энергетические затраты в течение смены не

превышали бы 1046,7 кДж/ч (250 ккал/ч) [12]. Однако механизм реализации этого требования не описан.

Анализ вышеприведенных критериев и показателей деятельности человека и работы машины показал, что и человека, и машину характеризуют такие энергетические показатели, как мощность, КПД, расход энергии. Кроме того, этими же показателями характеризуются и источники энергии.

Относительно энергетических показателей предмета труда следует отметить, что любой предмет труда является объектом, обладающим внутренней энергией и массой. Поэтому его энергия определяется из закономерности, связывающей массу и энергию. Наличие внутренней энергии подтверждается физическими свойствами объекта. В публикациях приведены многочисленные показатели, косвенно характеризующие энергетические свойства твердых тел, а именно: твердость, прочность, жесткость, износостойкость.

Анализ применения энергетического подхода показал, что отдельные его элементы применяются в технико-экономическом анализе машин и оборудования. Можно использовать его и для описания энергетических характеристик предмета труда и источника энергии. Кроме того, в нормативных документах, разработанных на основе различных наук о труде, прослеживается применение элементов энергетического подхода, например в системе научной организации труда и производства, в стандартах по безопасности труда — аттестация рабочих мест по условиям труда, в частности по напряженности труда [13]; в санитарно-гигиенических требованиях по окружающей среде рабочей зоны, в которой установлено деление работ по тяжести на основе энергетических затрат человека [14].

Технологическая система и технологический процесс (ТП) взаимосвязанные понятия: ТС есть ТП в статике, ТП — ТС в динамике. Это вытекает из определения технологической системы — совокупности функционально взаимосвязанных средств технологического оснащения, предметов производства и исполнителей для выполнения в регламентированных условиях производства заданных технологических процессов или операций [15].

Энергетический подход как универсальный инструмент познания окружающего мира обусловлен открытиями общих законов природы — закона сохранения энергии, закона сохранения момента импульса, закона сохранения массы, первого и второго законов термодинамики, а также взаимосвязи массы и энергии. Однако для их использования необходимо выработать представления об энергетике ТП, т. е. об источниках, преобразователях, передатчиках и потребителях энергии. И на основе вышеперечисленных законов разработать концептуальные модели для описания энергетики данных процессов.

Любой ТП требует затрат и преобразований энергии. Цепь энергетических преобразований в ТП начинается с изменения энергетического состояния источника энергии. Далее последует изменение состояния энергетической цепи, связывающей источник энергии с предметом труда, а заканчивается изменением энергетического состояния предмета труда [16].

Таким образом, все ТП — процессы энергетические. Поэтому все материальные изменения, составляющие суть любого ТП, следует рассматривать как вторичные, т. е. как следствие энергетических преобразований [17].

Необходимыми условиями для совершения ТП являются: 1) наличие основных факторов производства (производительных сил): человека, предмета труда, средства труда и источника энергии; 2) достаточного энергетического потенциала источника энергии, обеспечивающего передачу энергии в направлении предмета труда по энергетической цепи, связывающей предмет труда с источником энергии.

В ТП используются различные источники энергии. Для человека источником энергии является пища, которая в результате химических реакций преобразуется в механическую и другие виды энергии. Для средств труда используют различные виды энергии: механическую, электрическую, гидравлическую и т. д. Известные американские ученые Г. Одум и Э. Одум утверждают: "Любое вещество, необходимое для осуществления энергетического процесса, содержит в себе компонент энергии" [18].

В термодинамике полный запас энергии в твердом, жидком или газообразном теле называется внутренней энергией, в которую могут входить тепловая, механическая, электрическая, магнитная, химическая энергии, а также внутриатомная. Однако составляющие ТП не могут высвободить внутреннюю энергию без взаимодействия с другими составляющими, т. е. только при их взаимодействии происходит высвобождение внутренней энергии. Так, при горении топлива (взаимодействие топлива с кислородом) внутренняя химическая энергия преобразуется в тепловую энергию. Потеря (накопление) внутренней энергии приводит к разрушению (изменению) формы тела, его строения, структуры и других свойств.

В ТП человек является преобразователем одной энергии в энергию другого вида и передатчиком, например механической энергии предмету труда.

Средства производства (оборудование) также могут являться источниками энергии, вырабатывая при работе теплоту, излучение, механическую энергию, создавая вибрации и т. п. Таким образом, и человек, и средства производства в ТП выполняют функции преобразователей и передатчиков энергии. Как правило, потребителем энергии является предмет труда, который тоже может быть источни-

ком энергии, например уран в термоядерных процессах при производстве электрической энергии.

Для передачи энергии по цепочке от источника к предмету труда необходима разность потенциалов, в результате которой энергия от наибольшего потенциала будет передаваться к объекту с меньшим потенциалом с преодолением сопротивлений, на которых будет теряться часть энергии.

Таким образом, в энергетике ТП энергетический потенциал характеризует ту часть внутренней энергии производительной силы, которая используется в ТП. В технической термодинамике абсолютную внутреннюю энергию объекта не определяют. Здесь важны лишь изменения внутренней энергии.

Для описания энергетики технологического процесса выделим основные аспекты: 1) любая производительная сила ТП обладает внутренней энергией; 2) внутренняя энергия каждой производительной силы ТП может изменяться при определенных условиях; 3) передаваемая часть внутренней энергии составляет ее энергетический потенциал; 4) ТП осуществляется при наличии производительных сил, составляющих энергетическую цепочку, по которой передается энергия от источника к предмету труда; 5) передача энергии происходит в результате разности энергетических потенциалов.

Принимаем следующие допущения: 1) разрушение (изменение) предмета труда от воздействия энергии не рассматривается; 2) учитываются только затраты энергии человека в результате его трудовой деятельности; 3) потери энергии внутри источников энергии не рассматриваются; 5) воздействие внешних факторов на ТС не рассматривается.

При энергетическом подходе к технологическим процессам предлагаются три модели, соответствующие ручному, машинно-ручному и автоматизированному процессам, анализ которых показал последовательность замещения человека машиной в энергетическом аспекте. Термины, соответствующие этим видам ТП широко используются в публикациях, несмотря на то, что считаются устаревшими с введением в действие ГОСТ 27003—78 [19], в котором вместо них установлены термины: кооперативно-ручной, механизированно-ручной и автоматизированный технологические процессы.

Кооперативно-ручной ТП — процесс, в котором средства технологического оснащения функционируют, используя энергию людей и животных. Механизированно-ручной ТП — процесс, в котором одновременно используется энергия людей и энергия неживой природы, при этом управление процессом выполняется человеком. Автоматизированный ТП — процесс, в котором используется энергия неживой природы, при этом управление частично осуществляется без участия человека.

Рассмотрим энергетическую схему кооперативно-ручного ТП, состоящего из предмета труда, ручного средства производства (инструмента) и человека (исполнителя). Человек посредством средства производства воздействует на предмет труда с целью его целесообразного изменения — обработки. На это затрачивается энергия человека, поступающая от него в зоны контактов составляющих ТП, т. е. человека и инструмента, инструмента и предмета труда. В данном случае предмет и средство труда не являются источниками энергии, их физическое изменение происходит в результате передаваемой от человека энергии, часть которой затрачивается на изменение (обработку) предмета труда, а другая часть — непроизводительная, переходит в зоны взаимодействия составляющих ТС. Эта часть энергии распределяется внутри каждой зоны пропорционально сопротивлению составляющих разрушения. Так, некоторая часть энергии затрачивается на разрушение средства труда. В зоне взаимодействия средств и предмета труда часть энергии растрачивается на разрушение предмета труда, а другая часть — на разрушение средства труда, т. е. в зонах взаимодействия составляющих ТП происходит потеря энергии. Энергия, затрачиваемая непосредственно на обработку предмета труда, является полезной энергией.

Уравнение энергетического баланса ручного ТП имеет вид:

$$\Delta E_{ч} = \Delta E_1 + \Delta E_2 + \Delta E_{об},$$

где $\Delta E_{ч}$ — энергия человека, затрачиваемая на выполнение ТП; ΔE_1 — энергия человека, затрачиваемая на разрушение составляющих ТС в зоне взаимодействия человека и средства труда; ΔE_2 — энергия человека, затрачиваемая на разрушение составляющих ТС в зоне взаимодействия средства труда и предмета труда; $\Delta E_{об}$ — энергия человека, затрачиваемая непосредственно на обработку предмета труда.

Минимальное значение $\Delta E_{об}$ может являться показателем обрабатываемости предмета труда и зависит от вида обработки и свойств предмета труда, а также является полезной энергией.

Изменение составляющих ТС вследствие воздействия сил, приложенных в зонах их взаимодействия, вызванных изменением энергетического потенциала, т. е. переходом энергии в работу, определяется выражением

$$\Delta E_{ч} = A_{ч} = A_1 + A_2 + \Delta A_{об}, \qquad (1)$$

где $A_{ч}$ — работа, выполняемая человеком, при осуществлении данного ТП; A_1 — работа, связанная с разрушением составляющих ТС в зоне взаимодействия человека и средства труда; A_2 — работа, связанная с разрушением составляющих ТС в зоне взаимодействия средства труда и предмета труда; $\Delta A_{об}$ — полезная работа, выполняемая при изменении предмета труда.

При разных взаимодействиях составляющих ТС работа будет различной. Если обе части уравнения

(1) разделить на время, затрачиваемое на выполнение работы человеком, получим баланс мощностей кооперативно-ручного ТП, т. е. по существу закон сохранения мощности любого ТП, который является основой при проектировании ТС.

Цель совершенствования ТП — полное освобождение человека от физического труда, т. е. передача выполнения всех функций машине. Процесс, в котором человек осуществляет только контроль выполнения операций, называется автоматизированным ТП. Составляющие данного процесса: человек, машина-автомат, предмет труда, источник энергии. Энергия человека, затрачиваемая на контроль выполнения автоматизированного ТП, в данном случае не учитывается.

Уравнение энергетического баланса автоматизированного ТП имеет вид:

$$\Delta E_{\text{н.п}} = \Delta E_3 + \Delta E_{\text{м}} + \Delta E_4 + \Delta E_{\text{н.п.об}},$$

где $\Delta E_{\text{н.п}}$ — энергия неживой природы, затрачиваемая на выполнение ТП, т. е. изменение энергетического потенциала источника энергии неживой природы; ΔE_3 — энергия неживой природы, затрачиваемая на разрушение составляющих ТС в зоне взаимодействия источника энергии и машины-автомата; ΔE_4 — энергия неживой природы, затрачиваемая на разрушение составляющих ТС в зоне взаимодействия машины-автомата и предмета труда; $\Delta E_{\text{м}}$ — энергетические потери в машине; $\Delta E_{\text{н.п.об}}$ — энергия неживой природы, затрачиваемая непосредственно на изменение предмета труда (полезная энергия).

Уравнение перехода энергии в работу имеет вид:

$$\Delta E_{\text{н.п}} = A_{\text{н.п}} = A_3 + A_{\text{м}} + A_4 + \Delta A_{\text{об}}, \qquad (2)$$

где $A_{\text{н.п}}$ — полная работа при выполнении данного ТП; A_3 — работа, связанная с разрушением составляющих ТС в зоне взаимодействия источника энергии неживой природы и машины-автомата; A_4 — работа, затрачиваемая на разрушение составляющих ТС в зоне взаимодействия машины-автомата и предмета труда; $A_{\text{м}}$ — работа, связанная с разрушением (изнашиванием) машины при выполнении ТП; $\Delta A_{\text{н.п.об}}$ — работа, связанная с изменением предмета труда, т. е. полезная работа неживой природы.

Разделив обе части уравнения (2) на время, затрачиваемое на выполнение ТП, получим баланс мощностей автоматизированного ТП.

Одновременное использование энергии неживой природы и человека в ТП представляет собой механизированно-ручной ТП. Уравнение энергетического баланса механизированно-ручного ТП имеет вид:

$$\Delta E_{\text{ч}} + \Delta E_{\text{н.п}} = \Delta E_1 + \Delta E_2 + \Delta E_3 + \Delta E_{\text{м}} + \Delta E_4 + \\ + \Delta E_{\text{ч.об}} + \Delta E_{\text{н.п.об}}.$$

Баланс работ и мощностей механизированно-ручного технологического процесса основывается на уравнениях (1) и (2).

Определение показателей механизированно-ручных ТС при проектировании — наиболее сложная задача, так как функционирование ТС во многом зависит от потенциала (возможностей) человека и коэффициента его использования в ТП.

Все технологические процессы делятся на ряд операций по месту их выполнения. Поэтому все ТС называются технологической системой операций [15], объектами определения и расчета показателей которых могут быть: ТС процессов, ТС производственных подразделений, ТС предприятий.

На основе предложенного энергетического подхода к технологическим процессам разработана методика определения и расчета основных показателей для предприятий по сборке шин: штучная производительность, мощность, расход энергии, КПД ТС и ее кинематических цепей, а также социально-экономические показатели: предельные и оптимальные энергетические затраты работника, энергетический уровень механизации (автоматизации), экономическая производительность машины, ее предельная стоимость [16].

Рассмотрим фрагмент методики определения и расчета основных показателей машинно-ручной ТС операций по сборке шин. Выполнение каждой технологической операции имеет энергетическую и материальную характеристики. В энергетическом аспекте полезная энергия источников энергии ТС затрачивается на обработку предмета труда, в материальном — результатом является обработанный предмет труда, т. е. получение продукта труда. Очевидно, что для осуществления ТП необходима энергия. Следовательно, периодическое повторение технологических операций означает повторение полезных энергетических затрат. Выпуск продукции находится в прямой зависимости от полезных энергетических затрат ТС. Если их отнести к времени технологической операции, получим среднюю полезную мощность технологической операции:

$$P_{\text{с}} = \Delta E_{\text{ц}}/T_{\text{ц}}, \qquad (3)$$

где $P_{\text{с}}$ — средняя полезная мощность технологической операции; $\Delta E_{\text{ц}}$ — полезные энергетические затраты ТС за время технологической операции; $T_{\text{ч}}$ — время технологической операции.

В формуле (3) энергетическую характеристику (числитель) заменим на материальную характеристику результата ТС, получим штучную производительность технологической операции: $B_{\text{ш.т.о}} = N_{\text{ц}}/T_{\text{ц}}$, где $N_{\text{ц}}$ — число одновременно обрабатываемых изделий за операцию.

Показатель $B_{\text{ш.т.о}}$ широко используется в публикациях применительно к продукции машиностроения, в частности при определении произво-

дительности строительных и дорожных машин, полиграфического, металлорежущего и других видов оборудования циклического действия. Однако этот термин используется неправильно, так как продукция производится в результате технологического процесса, а не машиной.

Суть термина "производительность машины" в экономическом аспекте заключается в высвобождении человека из трудового процесса путем замещения энергии человека энергией машины. Назовем этот показатель "экономической производительностью машины", не смешивая его с понятием "производительность машины". Тогда под экономической производительностью машины следует понимать число высвобождаемых работников вследствие замещения их машиной.

Экономическая производительность машины (ЭПМ) определяется отношением полезных энергетических затрат неживой природы (в данном случае машины) при выполнении ТП к нормативному значению полезных энергетических затрат высвобождаемых работников в результате использования машины:

$$\text{ЭПМ} = B_{\text{ш.п.о.е}}\Delta E_{\text{н.п.е.п}}/\Delta E_{\text{ч.н}}$$

где $B_{\text{ш.п.о.е}}$ — штучная производительность операции в единицу времени; $\Delta E_{\text{н.п.е.п}}$ — полезные энергетические затраты неживой природы на изготовление единицы продукции; $\Delta E_{\text{ч.н}}$ — нормативное значение полезных энергетических затрат человека за единицу времени.

Для определения экономической производительности необходимо знать нормативные значения полезных энергетических затрат человека при выполнении им данных работ. Стандарт устанавливает, что эти значения должны составлять 1046,7 кДж/ч при тяжелом физическом труде [12, 13]. Это предельно допустимые нагрузки на человека.

В соответствии с рекомендациями физиологов человеку необходимо затрачивать на мышечную деятельность в среднем не менее 1200÷1300 ккал/сутки [20]. Тогда часовые энергетические затраты при восьмичасовом рабочем дне составят 150 ккал/ч (628 кДж/ч), что соответствует легкому физическому труду. Это значение будем принимать за нормативное значение при определении экономической производительности машин.

Показатель ЭПМ можно принять за экономическую константу, т. е. как единицу измерения при сопоставлении машин различного вида и назначения. По нормативным значениям энергетических затрат человека в единицу времени и полезным энергетическим затратам на единицу продукции можно установить штучную производительность кооперативно-ручного и механизированно-ручного ТП: $B_{\text{ш.т.о}} = \Delta E_{\text{ч.н}}/\Delta E_{\text{н.п.е.п}}$. При этом следует учитывать условия труда.

Предложенный энергетический подход к определению и расчету показателей ТС можно использовать на машиностроительных предприятиях на этапах НИР, ОКР и освоения.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Барташев Л. В.** Технико-экономические расчеты при проектировании и производстве машин. М.: Наука, 1993. 280 с.
2. **Великанов К. М.** Определение экономической эффективности вариантов механической обработки деталей. Л.: Машиностроение, 1970. 240 с.
3. **Кац Г. Б., Ковалев А. П.** Технико-экономический анализ и оптимизация конструкций машин. М.: Машиностроение, 1981. 214 с.
4. **Некрасов А. С., Сивяк Ю. В., Ямпольский В. А.** Построение и анализ энергетического баланса (Вопросы методологии и методики). М.: Наука, 1974. 179 с.
5. **Смирницкий Е. К.** Экономика и машина. М.: Экономика, 1970. 391 с.
6. **Шухгальтер Л. Я.** Управление качеством машин. М.: Машиностроение, 1977. 96 с.
7. **Леман Г.** Практическая физиология труда / Пер. с нем. М.: Медицина, 1967. 336 с.
8. **Косилов С. А.** Физиологическое обоснование методов повышения производительности труда. М.: Экономика, 1967. 159 с.
9. **Полежаев Е. Ф.** Физиологические основы работоспособности // Психофизиологические основы НОТ. М.: Экономика, 1971. С. 64—81.
10. **Лихницкая И. И.** Методика определения степени физического напряжения при производительной деятельности и возможности ее использования в мероприятиях по научной организации труда. Л.: ЛДНТП, 1973. 30 с.
11. **Косилов С. А.** Физиологические основы НОТ. М.: Экономика, 1969. 302 с.
12. **ГОСТ 12.2.049—80 ССБТ.** Оборудование производственное. Общие эргономические требования. М.: Изд-во стандартов, 1980. 15 с.
13. **Р 2.2.2006—05.** Руководство по гигиенической оценке факторов рабочей среды и трудового процесса. Критерии и классификация условий труда // Бюлл. норматив. и метод. документов Госсанэпиднадзора. М.: 2005. № 3. С. 26—37.
14. **ГОСТ 12.1.005—88 ССБТ.** Общие санитарно-гигиенические требования к воздуху рабочей среды. М.: Изд-во стандартов, 1988. 47 с.
15. **ГОСТ 27.004—85.** Системы технологические. Термины и определения. М.: Изд-во стандартов, 1985. 13 с.
16. **Мочулаев В. Е.** Методология и практика применения энергетического подхода в машиностроении. Ярославль: Яросл. ин-т повышения квалификации руководящих работников и специалистов химич. и нефтехимич. пром. 2003. 133 с.
17. **Степанов В. С.** Химическая энергия и эксергия веществ. Новосибирск: Наука, 1985. 101 с.
18. **Одум Г., Одум Э.** Энергетический базис человека и природы / Пер. с англ.; под ред. А. П. Огурцова. М.: Прогресс, 1978. 379 с.
19. **ГОСТ 27003—78.** Механизация и автоматизация технологических процессов в машиностроении и приборостроении. М.: Изд-во стандартов, 1978. 25 с.
20. **Физиология** человека / Под ред. А. Н. Крестникова. М.: Медгиз, 1954. 319 с.

ТЕХНИЧЕСКАЯ ИНФОРМАЦИЯ

УДК 669.018.2/.8:629.1.066.001.33

А. А. АЛИЕВ, канд. техн. наук (ФГУП НИИАЭ, г. Москва), e-mail: ottoshultz@yandex.ru

Унификация металлических материалов, применяемых для изготовления однотипных деталей автотракторного электрооборудования

Рассматривается целесообразность унификации металлических материалов для изготовления однотипных металлоемких деталей автотракторного электрооборудования на разных заводах.

Ключевые слова: унификация, однотипные детали, преемственность, конструктивность, технологичность, трудоемкость.

The unification advisability of metal materials for production of single-type components of auto-tractor electrical equipment on different plants is considered.

Keywords: unification, single-type details, succession, constructiveness, technological effectiveness, labor expenditures.

Значение унификации трудно переоценить при разработке новых изделий автотракторного электрооборудования (АТЭ). Унификация предусматривает широкое использование в создаваемых изделиях накопленного опыта и более совершенных методов изготовления по сравнению с уже освоенными производством деталями и приборами, что позволяет увеличить их выпуск.

Унификация металлических материалов позволяет обеспечить требуемые функциональные характеристики и эксплуатационные свойства однотипных деталей, изготовляемых на разных заводах, на основе разработки и внедрения новых и усовершенствованных материалов с заданными структурой и свойствами. Унификация означает также, что в новых изделиях АТЭ можно использовать и стандартные материалы, по своим структуре и свойствам отвечающие требованиям разработчика. Унификация материалов позволяет значительно уменьшить объем конструкторских и технологических работ, сократить сроки проектирования и освоения новых образцов изделий АТЭ, повысить уровень механизации и автоматизации производства, снизить трудоемкость изготовления, сократить номенклатуру запасных частей и затраты на эксплуатацию. Использование унифицированных материалов для изготовления однотипных деталей повышает степень конструкторско-технологической преемственности вновь разрабатываемых изделий АТЭ.

Наличие минимума наименований материалов позволяет полностью обеспечить потребности в них заводов АТЭ. Отметим, что на заводах АТЭ для изготовления основных однотипных деталей в среднем используют четыре—пять наименований материалов: например, валы стартеров СТ212 и СТ222 (ОАО "ЗиТ"), стартеров СТ230 и 42.3708 (и его модификации) (ОАО "БАТЭ") изготовляют из проката стали 50 В; валы стартеров 42.3708 и его модификации (ОАО "ЭЛТРА"), стартеров СТ362-СТ368 (АО "ХЭМЗ") — из калиброванного проката стали 45; валы стартеров СТ26, СТ103 и 25.3708 (ОАО "ЭЛТРА") дизельных двигателей — из калиброванного проката легированных сталей 40ХГР и 40ХГТР.

Унифицированные материалы можно применять также при изготовлении, например, корпусов, деталей привода, крышек, магнитопроводов и других изделий АТЭ. Так, для деталей магнитопроводов, генераторов (ротора и статора) и стартеров (корпуса и якоря) материал должен быть магнитомягким с пониженным содержанием углерода и серы, что позволяет уменьшить магнитные потоки. Аналогично была осуществлена унификация материалов для изготовления таких деталей стартеров как шестерни, валы, втулки направляющих, крышки и другие, но уже с целью повышения их прочности и долговечности.

Научным подходом к унификации материалов является повышение степени преемственности новыми материалами и технологическими процессами результатов ранее проводимых научно-исследовательских разработок с целью повышения выходных характеристик вновь разрабатываемых изделий АТЭ и, следовательно, их конкурентоспособности.

Унификацию материалов проводили следующим образом:

исходя из функции конкретных деталей разрабатывали технические требования к материалам для их изготовления;

проводили анализ параметров (химический состав, структура, физико-механические свойства) применяемых материалов;

выбирали материалы, наиболее полно удовлетворяющие предъявляемым требованиям;

проводили испытания изделий из новых материалов.

Детали	Применяемые материалы	
	до унификации	после унификации
Корпуса стартеров и электродвигателей	Полосы из сталей Ст2, Ст2кп, 10 и 08кп (холодная штамповка)	Полоса из стали 08кп (холодная штамповка)
Шестерни приводов стартеров	Калиброванные прутки из сталей 20ХН2М, 20ХН2М, 15ХР и 15ХФ (механическая обработка, цементация в твердом карбюризаторе, закалка с отдельного нагрева, низкий отпуск)	Круг калиброванный из стали 15ХР (холодное выдавливание, цементация в кипящем слое с подстуживанием, закалка и низкий отпуск)
Втулки и обоймы направляющих в сборе приводов стартеров, промежуточные шайбы	Калиброванные прутки из сталей 20ХН2М, 20ХНМ, 15ХР и 15 (цементация в твердом карбюризаторе, закалка с отдельного нагрева, низкий отпуск)	Калиброванный прокат из стали 15ХР для стартеров карбюраторных и дизельных двигателей (цементация в кипящем слое с подстуживанием, закалка, низкий отпуск)
Валы стартеров карбюраторных двигателей	Калиброванные круги зи сталей 45, 50 и АС30ХМ (закалка ТВЧ, отпуск)	Калиброванный прокат из стали 25Х (закалка ТВЧ с самоотпуском) (малоотходная технология на автоматической линии)
Валы стартеров дизельных двигателей	Калиброванный прокат из сталей 40Х, 40ХГР, 40ХГТР и др.	Калиброванный прокат из стали 40ХГТР (закалка ТВЧ с самоотпуском)
Полюсные наконечники и втулки роторов генераторов	Полосы из сталей 10 и 08кп (холодная штамповка с тремя промежуточными отжигами), 15Л — втулки с механической обработкой (литье, отжиг)	Круг из стали 08кп (полугорячая штамповка полувтулки с двумя рекристаллизационными отжигами)
Статоры генераторов	Полосы из сталей 10 и 08кп (механический пресс с автоподачей)	Свертной на ребро холоднокатаной ленты 08Ю автоматическая линия "Ракетто"
Шкивы	Одно- и двухручьевые из чугуна СЧ12-28, СЧ15-32 (литье), одноручьевые, штампованные из стали 08кп	Поликлиновые из холоднокатаной ленты из стали 08Ю (один рекристаллизационный отжиг и холодная раскатка на установке "ЛЯЙФЕЛЬД")
Крышка стартеров и генераторов	Сплавы АЛ2, АЛ4, АЛ9В, АК12М2	Сплав АК12М2 (литье под давлением)
Светотехнические приборы	Холоднокатаная лента из сталей 08кп, 08пс и 08сп (величина зерна феррита 6÷10 баллов)	Холоднокатаная лента из стали 08Ю-ВОСВ (величина зерна феррита 7÷8 баллов)

Задачи унификации:

повышение степени конструкторской и технологической преемственности при разработке новых изделий АТЭ на разных заводах;

минимизация номенклатуры материалов для производства однотипных деталей на разных заводах АТЭ;

повышение качества деталей и изделий АТЭ в целом;

снижение трудоемкости;

экономия материалов и энергоресурсов;

повышение стойкости инструмента, уровня механизации и автоматизации технологических процессов при изготовлении однотипных деталей.

Для реализации вышеуказанных задач были проведены НИОКР и внедрены материалы, свойства которых отвечают современным требованиям, для изготовления конкретных деталей АТЭ. Результаты приведены в таблице. При рекомендации материалов для конкретных деталей исходили из того, что выбранный материал должен быть конструктивным, технологичным, легкодоступным и желательно недорогим:

конструктивность подразумевает, что механические, электрические и магнитные свойства рекомендуемого материала должны быть лучше, чем ранее используемого;

технологичность подразумевает, что рекомендуемые материалы должны обладать высокими литейными свойствами, хорошо свариваться, легко обрабатываться, обеспечивать повышение производительности технологического оборудования;

доступность подразумевает, что материалы не должны быть дефицитными;

стоимость подразумевает, что материалы должны быть дешевле ранее используемых, лишь в некоторых случаях с целью повышения качества деталей и функциональных характеристик изделий АТЭ допускается использование более дорогих материалов.

Внедрение унифицированных материалов при изготовлении деталей холодной штамповкой показало, что при замене листовых материалов лентой из той же марки стали производительность оборудования и уровень механизации повышаются в среднем на 10÷15 %, в итоге повышается качество деталей. Например, внедрение на ОАО "АВТОСВЕТ" (г. Киржач) холоднокатаной ленты из стали 08Ю-ВОСВ с размерами 0,6 × 220; 0,7 × 230 и 0,7 × 340 мм и величиной ферритного зерна 7÷8 баллов взамен сталей 08кп, 08пс и 08Ю с величиной ферритного зерна 6÷10 баллов для изготовления отражателей рефлекторов фар исключило появление такого брака как "апельсиновая корка" на их поверхности.

Унификация металлических материалов на таких заводах АТЭ, как ОАО "БАТЭ", ОАО "ЗиТ", ОАО "КЗАМЭ" (г. Калуга), ОАО "Автоприбор" (г. Владимир), ОАО "АВТОСВЕТ", позволила уменьшить с четырех до двух номенклатуру материалов, применяемых для изготовления однотипных деталей на разных заводах, увеличить выпуск деталей, повысить уровень механизации и автоматизации до 15 %, сэкономить ~100 т металла и высвободить двух рабочих. Примеры унификации металлических материалов для изготовления изделий АТЭ приведены в таблице.