ВЕСТНИК машиностроения

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ И ПРОИЗВОДСТВЕННЫЙ ЖУРНАЛ

4

2012

ИЗДАЕТСЯ С НОЯБРЯ 1921 ГОДА

Журнал входит в перечень утвержденных ВАК РФ изданий для публикации трудов соискателей ученых степеней

Журнал переводится на английский язык, переиздается и распространяется во всем мире фирмой "Аллертон Пресс" (США)

ООО «Издательство Машиностроение»
107076, Москва, Стромынский пер., 4

Адрес редакции:
107076, Москва,
Стромынский пер., 4.
Телефон: 8-(499)-748-02-91.
E-mail: vestmash@mashin.ru
www.mashin.ru

Журнал зарегистрирован 19 апреля 2002 г. за № 77-12421 в Комитете Российской Федерации по печати
Учредитель: А.И. Савкин

Индексы: **70120** ("Роспечать"),
27841 ("Пресса России"),
60264 ("Почта России")

Цена свободная

Отпечатано в ООО "Подольская Периодика", 142110, Московская обл., г. Подольск, ул. Кирова, 15

Главный редактор А.И. САВКИН

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Алешин Н.П., д-р техн. наук, акад. РАН, **Братухин А.Г.,** д-р техн. наук, **Воронцов А.Л.,** д-р техн. наук, **Гусейнов А.Г.,** д-р техн. наук, **Дмитриев А.М.,** д-р техн. наук, член-корр. РАН (председатель секции обработки материалов без снятия стружки), **Драгунов Ю.Г.,** д-р техн. наук, член-корр. РАН, **Древаль А.Е.,** д-р техн. наук (председатель секции технологии машиностроения), **Дроздов Ю.Н.,** д-р техн. наук, акад. РИА и РАК (председатель секции конструирования и расчета машин), **Кутин А.А.,** д-р техн. наук, **Омельченко И.Н.,** д-р техн. и экон. наук (председатель секции организации и экономики производства), **Кузин В.В.,** д-р техн. наук, **Попов Д.Н.,** д-р техн. наук, **Попов А.В.,** д-р техн. наук, **Рыбин В.В.,** д-р техн. наук, член-корр. РАН, **Салтыков М.А.,** д-р техн. наук, **Трегубов Г.П.,** д-р техн. наук, **Скугаревская Н.В.** (ответственный секретарь)

СОДЕРЖАНИЕ

КОНСТРУИРОВАНИЕ, РАСЧЕТ, ИСПЫТАНИЯ И НАДЕЖНОСТЬ МАШИН

Александров И. К., Раков В. А. — Исследование потерь в опорах валов на основе закона Амонтона—Кулона . . . 3

Лобанов И. Е. — Исследования максимального интенсифицированного теплообмена при турбулентном течении в трубах с турбулизаторами очень большой относительной высоты . . . 7

Медведев Ю. А., Угорова С. В. — Новый пневматический позиционный привод для гибких производственных систем . . . 14

Рудаков В. Ю. — Особенности распыления и сгорания топливного шлейфа после отсечки впрыска топлива . . . 17

Галкин М. Г. — Графическое моделирование механической обработки тел вращения . . . 21

Александров В. Ю., Климовский К. К. — О повышении КПД осевых насосов . . . 24

Халилов И. А. — Исследование изменения температуры упругих элементов муфт в результате демпфирования . . . 26

Генералов Л. К. — Модальное управление в приводах подач металлорежущих станков . . . 30

Цикл статей «Проблемы трибологии — трения, изнашивания и смазки»

Сергиенко В. П., Целуев М. Ю., Сычев А. П., Колесников И. В. — Численное исследование тепловой нагруженности маслоохлаждаемой фрикционной пары многодискового тормоза . . . 33

Корнеев А. Ю. — Влияние эффекта турбулентности на статические характеристики конических подшипников скольжения . . . 42

ТЕХНОЛОГИЯ МАШИНОСТРОЕНИЯ

Абрамов Ф. Н. — Точность базирования заготовок типа втулок на конических оправках . . . 47

Винокуров Г. Г., Попов О. Н., Винокурова С. Г. — Распределение и корреляционные характеристики двумерных кластеров в цифровом металлографическом изображении ферритно-перлитной микроструктуры стали . . . 51

Сандуляк А. В., Свистунов Д. И., Сандуляк А. А., Ершова В. А., Сандуляк Д. А. — Магнитоконтроль с ограниченным числом операций ферропримесей в индустриальном и моторных маслах . . . 56

Муминов М. Р., Маматова Д. А., Шин И. Г. — Энергетический подход к оценке шероховатости поверхности деталей при упрочнении дробью . . . 60

Демидов В. В., Гуськова Е. В. — Влияние профиля зубьев червячно-модульных фрез на точность зубьев прямозубых колес . . . 64

Ясний П. В., Марущак П. О., Бищак Р. Т., Панин С. В. — Закономерности разрушения теплостойкой стали после продолжительной эксплуатации . . . 68

Серия статей «Проблемы теории и практики резания материалов»

Нодельман М. О., Суховилов Б. М. — Метод определения угла действия вектора силы резания при точении пластичных металлов . . . 72

Григорьев С. Н., Кузин В. В., Буртон Д., Батако А. Д. — Влияние свойств керамики на напряженно-деформированное состояние режущей пластины в условиях установившейся теплопроводности . . . 76

Обработка материалов без снятия стружки
Цикл статей "Новый метод решения сложных вариационных задач обработки давлением"

Воронцов А. Л. — Исследование увеличения высоты заготовки при прошивке . . . 81

ОРГАНИЗАЦИЯ И ЭКОНОМИКА ПРОИЗВОДСТВА

Захаров М. Н. — Виды организационных структур и их использование на промышленных предприятиях . . . 84

ТЕХНИЧЕСКАЯ ИНФОРМАЦИЯ

Красильников А. Я., Муравьев К. Ю. — Вычисление функции, обратной инволюте . . . 87

CONTENTS

DESIGN, CALCULATION, TESTS AND RELIABILITY OF MACHINES

Aleksandrov I. K., Rakov V. A. — Study of loss in the shaft's bearings based on the Amontons—Coulomb law

Lobanov I. E. — Research of maximal intensified heat exchange at turbulent flow in the pipes with turbulators of very high relative height

Medvedev Yu. A., Ugorova S. V. — A new pneumatic positional drive for flexible manufacturing systems

Rudakov V. Yu. — The features of spray and combustion of the fuel plume after the fuel injection cutoff

Galkin M. G. — Graphic simulation of the solids of revolution machining

Aleksandrov V. Yu., Klimovsky K. K. — On the efficiency enhancement of axial-flow pumps

Khalilov I. A. — Study of temperature changes of the elastic elements of clutches as a result of damping

Generalov L. K. — Modal control in the feed drives of the machine tools

A series of articles «Problems of tribology — friction, wearing away and lubrication»

Sergienko V. P., Tseluer M. Yu., Sychev A. P., Kolesnikov I. V. — Numerical analysis of thermal loading of oil-cooled friction pair of the multi-disc brake mechanism

Korneev A. Yu. — The influence of turbulence effect on the static characteristics of tapered slide bearings

MANUFACTURING ENGINEERING

Abramov F. N. — Basing accuracy of bush type workpieces on the conical mandrels

Vinokurov G. G., Popov O. N., Vinokurov S. G. — The distribution and correlation characteristics of two-dimensional clusters in a digital metallographic image of the ferrite-pearlite steel microstructure

Sandulyak A. V., Svistunov D. I., Sandulyak A. A., Ershova V. A., Sandulyak D. A. — A magnetic checkout with a limited number of operations of ferrite impurities in the industrial and motor oils

Muminov M. R., Mamatova D. A., Shin I. G. — Energetic approach to the detail's surface roughness assessment at shot hardening

Demidov V. V., Gus'kova E. V. — Effect of teeth profile of hub-modular milling cutters on the spurs teeth accuracy

Yasny P. V., Marushchak P. O., Bishchak R. T., Panin S. V. — The destruction regularities of a heat-resistant steel after long-term service

A series of articles «Problems of theory and practice of materials cutting»

Nodelman M. O., Sukhovilov B. M. — A method for determination of the action angle of cutting force vector at turning of ductile metals

Grigor'ev S. N., Kuzin V. V., Burton D., Batako A. D. — The influence of properties of ceramics on te deflected mode of cutting plate in the conditions of steady-state thermal conductivity

Working of the materials without chipping
A series of articles "A new solution method of complicated variation problems of non-cutting shaping"

Vorontsov A. L. — Study of the workpiece height increase at flashing

ORGANIZATION AND ECONOMICS OF PRODUCTION

Zakharov M. N. — Types of organization structures and their use in the industrial plants

TECHNICAL INFORMATION

Krasil'nikov A. Ya., Murav'ev K. Yu. — Calculation of the function, inverse to the involute

Художественный редактор *Т. Н. Галицына*
Технический редактор *Т. А. Шацкая*
Корректор *Е. В. Комиссарова*

Сдано в набор 01.02.2012. Подписано в печать 13.03.2012.
Формат 60 × 88 1/8. Бумага офсетная. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 10,78. Уч.-изд. л. 12,69. Заказ 139.

Перепечатка материалов из журнала "Вестник машиностроения" возможна при обязательном письменном согласовании с редакцией журнала; ссылка на журнал при перепечатке обязательна.
За содержание рекламных материалов ответственность несет рекламодатель.

© ООО "Издательство Машиностроение", "Вестник машиностроения", 2012

КОНСТРУИРОВАНИЕ, РАСЧЕТ, ИСПЫТАНИЯ И НАДЕЖНОСТЬ МАШИН

УДК 62-235:621.85.001.5

И. К. АЛЕКСАНДРОВ, д-р техн. наук, В. А. РАКОВ (Вологодский ГТУ),
e-mail: alex@mh.vstu.edu.ru

Исследование потерь в опорах валов на основе закона Амонтона—Кулона

Получены аналитические зависимости показателей фрикционных потерь в опорах валов (подшипниках) на основе закона Амонтона—Кулона с учетом сил молекулярного сцепления, что повышает точность расчетов.

Ключевые слова: закон Амонтона—Кулона, фрикционные потери, подшипники.

In the paper the analytical dependences of frictional loss indices in the shafts supports (bearings), based on the Amontons—Coulomb law and taking into account the forces of molecular cohesion, which improves the calculations accuracy, have been obtained.

Keywords: the Amontons—Coulomb law, friction loss, bearings.

Определение фрикционных потерь в опорах валов (подшипниках) лежит в основе разработки математической модели механических потерь в кинематических цепях любого вида. Поэтому и теоретические, и экспериментальные исследования в этом направлении должны выполняться особенно тщательно — упрощения, принятые в классических курсах [1], в данном случае недопустимы.

Действия фрикционных сил в опорах валов удобно исследовать на примере блочно-тросовой системы, для которой с высокой достоверностью можно определить и нормальную силу, действующую на подшипник, и механические потери в нем.

На рис. 1 представлена схема сил, действующих в блочно-тросовой системе: $\bar{F}_3 = \bar{F}_1 + \bar{F}_2$.

При сложении векторов $\bar{F}_1$ и $\bar{F}_2$ без учета фрикционных потерь в опоре (статическое положение системы — шкив не вращается) результирующая сила в условиях статического равновесия системы определяется выражением $F_3 = 2F_1\cos\alpha$, где α — угол между результирующей силой и вектором $\bar{F}_2$; $F_3 = -F_н$ — нормальная реакция опоры. Тогда выполняются условия: 1) при $\alpha = 90°$ силы F_1 и F_2 действуют в противоположных направлениях, реакция опоры $F_н = 0$; 2) при $\alpha = 0$ направления сил F_1 и F_2 совпадают, реакция опоры максимальна, $F_н = 2F_1$.

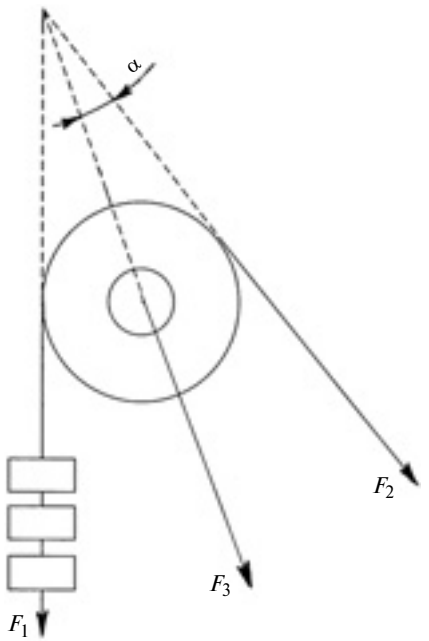


Рис. 1. Схема сил, действующих в блочно-тросовой системе

Последнее наиболее рационально, так как, во-первых, обеспечивается заданное нормальное усилие на опоре при меньшей (в 2 раза) массе тарировочных грузов; во-вторых, упрощается анализ фрикционных сил, действующих в опоре; в-третьих, повышается достоверность расчетных параметров. Поэтому в качестве рабочей схемы для определения фрикционных потерь в подшипниках принимаем схему, представленную на рис. 2.

Сначала представим решение задачи по стандартной методике. Рассмотрим условие динамической нагрузки — груз поднимается. Тогда согласно положениям теоретической механики [2] имеем систему уравнений:

сумма сил по оси Y равна нулю:

$$\Sigma F_Y = -F_1 - F_2 + F_н = \\ = -2F_1 - F_{фр} + F_н = 0;$$

сумма моментов относительно точки O равна нулю:

$$\Sigma M_O = F_1R + F_{фр}r - F_2R = 0,$$

где r — радиус окружности пары трения (плечо приложения фрикционной силы); R — радиус приводного шкива (плечо приложения внешней силы); $F_{фр} = f_{тр}F_н$ — фрикционная сила ($f_{тр}$ — коэффициент трения).

Таким образом, традиционно задача решается на основании упрощенной модели Амонтона,

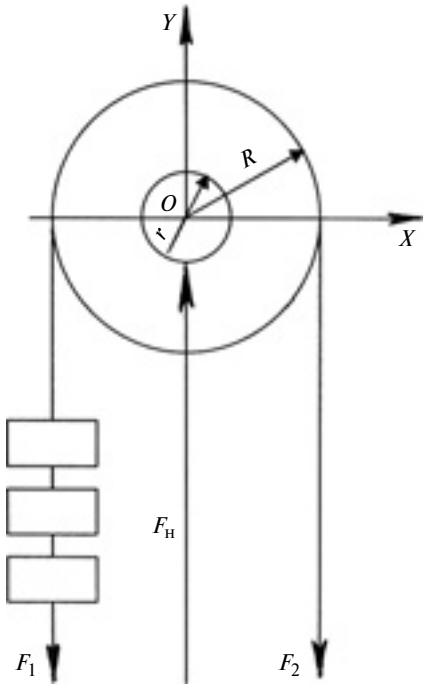


Рис. 2. Схема блочно-тросовой системы

не учитывающей в паре трения наличия силы молекулярного сцепления, что ведет к существенным ошибкам [1, 3]. Откажемся от стандартного решения и определим фрикционные потери в паре трения на основе полной версии закона Амонтона—Кулона, который учитывает силы молекулярного сцепления.

Представим два состояния системы: груз поднимается (прямой ход) и груз опускается (обратный ход).

В первом случае $F_1 = \text{const}$ (при любом состоянии системы), $F_2 = F_1 + F'_{фр}$, где $F'_{фр} = F_{фр}r/R$ — сила трения, приведенная к точке приложения силы F_2.

Введем обозначение $U = R/r$. По закону Амонтона—Кулона (полная форма):

$$F_{фр} = F_н f_{тр} + F_{сц}. \qquad (1)$$

Тогда $F'_{фр} = (F_н f_{тр} + F_{сц})/U$, где $F_{сц}$ — сила молекулярного сцепления в паре трения.

Если принять, что сила реакции опоры остается неизменной и при прямом, и при обратном ходе: $F_н \cong 2F_1 = \text{const}$, то приведенная фрикционная сила определяется выражением:

$$F'_{фр} \cong (2F_1 f_{тр} + F_{сц})/U. \qquad (2)$$

Тяговое усилие на приводной ветви троса при подъеме груза (прямой ход) определяется выражением

$$F_2 \cong [F_1 + (2F_1 f_{тр} + F_{сц})]/U. \qquad (3)$$

Соответственно, при обратном ходе с $F_2 = F_1 - F'_{фр}$, получим выражение

$$F_2 \cong [F_1 - (2F_1 f_{тр} + F_{сц})]/U. \qquad (4)$$

Запишем уравнение моментов относительно точки O при подъеме груза (прямой ход):

$$F_2 R = F_1 R + F_{фр} r = \\ = F_1 R + F'_{фр} R, \qquad (5)$$

т. е. $M_{2п.х} = M_1 + M_{фр}$, где $M_{2п.х}$, M_1, $M_{фр}$ — моменты соответственно крутящий при прямом ходе (от силы F_2), от действия грузов, от фрикционных сил.

Уравнение моментов относительно точки O при опускании груза (обратный ход):

$$F_2 R = F_1 \mathrm{R} - F_{фр} r = \\ = F_1 R - F'_{фр} R, \qquad (6)$$

т. е. $M_{2п.х} = M_1 - M_{фр}$.

Зависимости (1)—(6) получены при условии $F_н \cong 2F_1 = \text{const}$, но фактически эта величина не постоянна: $F_н = 2F_1 \pm F'_{фр} \neq \text{const}$.

При подъеме груза

$$F_н = 2F_1 + F'_{фр}. \qquad (7)$$

Следует учитывать также, что $F'_{фр} = f(F_н) \neq \text{const}$.

Уравнение (2) с учетом выражения (7) имеет вид:

$$F'_{фр} = \frac{(2F_1 + F'_{фр})f_{тр} + F_{сц}}{U}. \qquad (8)$$

Решим уравнение (8) относительно $F'_{фр}$:

$$F'_{фр} = \frac{2F_1 f_{тр} + F_{сц}}{U - f_{тр}}.$$

Тогда из формулы (3) получим:

$$F_2 = F_1 + F'_{фр} = \\ = F_1 + \frac{2F_1 f_{тр} + F_{сц}}{U - f_{тр}}. \qquad (9)$$

При опускании груза имеем выражение $F_н = 2F_1 - F'_{фр}$, подставив которое в выражение (4), получим:

$$F'_{фр} = \frac{2F_1 f_{тр} + F_{сц}}{U + f_{тр}}.$$

Таким образом, уравнение приводного усилия при опускании грузов имеет вид:

$$F_2 = F_1 - F'_{фр} = \\ = F_1 - \frac{2F_1 f_{тр} + F_{сц}}{U + f_{тр}}. \qquad (10)$$

Уточненные уравнения (9) и (10) отличаются от приближенных (3) и (4) наличием коэффициента трения $f_{тр}$ в знаменателе второго слагаемого. Поскольку $U \gg f_{тр}$, уравнения (3) и (4) следует признать адекватными, что упрощает проведение экспериментов на предложенной установке. Однако в случае определения фрикционных потерь в опорах валов с помощью высокоточной измерительной аппаратуры следует использовать уравнения (9) и (10).

Для подтверждения достоверности полученных теоретических зависимостей в данной статье и в работе [1] и возможности их использования для анализа любых элементов механической трансмиссии, в том числе и опор валов, была изготовлена экспериментальная установка (рис. 3) [5].

В работе [1] доказана возможность использования закона Амонтона—Кулона для кинематических пар вращательного движения в виде уравнения:

$$M_с = f_{тр} M_{пол} + M_{х.х}, \qquad (11)$$

$$M_с = \frac{f_{тр}}{1 + f_{тр}} M + \frac{M_{х.х}}{1 + f_{тр}} = \\ = kM + M_0, \qquad (12)$$

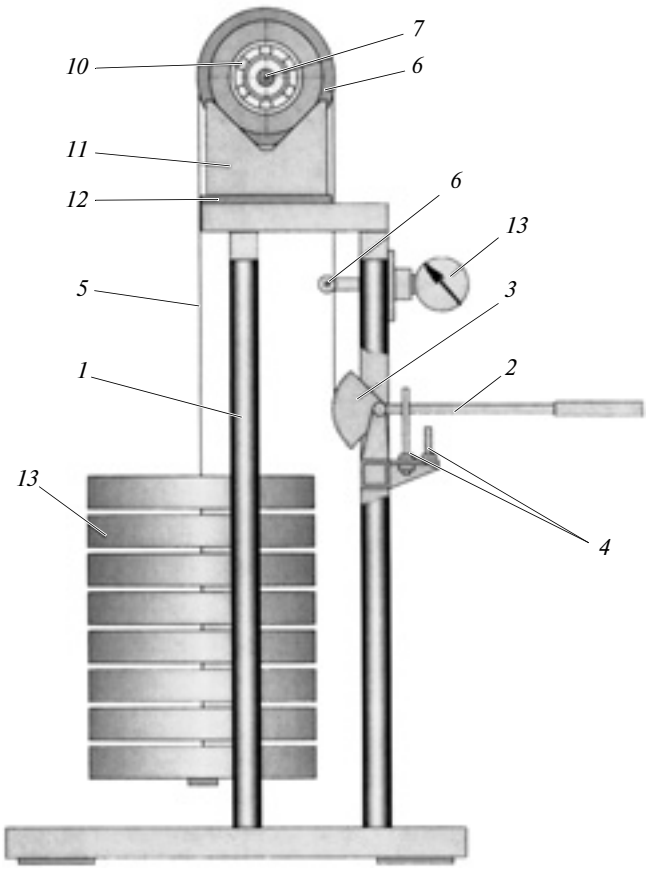


Рис. 3. Экспериментальная установка для определения фрикционных показателей подшипников:
1 — рама; *2* — приводной рычаг; *3* — сектор; *4* — упоры; *5* — трос; *6* — отклоняющий блок; *7* — шкив; *8* — тарировочные грузы; *9* — вал; *10* — испытуемая пара трения (подшипник); *11* — опорная призма; *12* — плита жесткости; *13* — регистрирующий прибор

где $M_с$ — момент сопротивления кинематической пары прокручиванию; $M_{пол}$ — полезный момент, передаваемый трансмиссией; $M_{х.х}$ — момент холостого хода трансмиссии; M — полный момент на приводном валу; $k = \text{const}$ — относительные механические потери в передаче; M_0 — условный начальный момент сопротивления.

Лабораторная установка (см. рис. 3) — результат модернизации устройства, представленного в работе [4]. Основной недостаток прототипа заключается в том, что кроме крутящего момента входной и выходной валы испытывают изгибающий момент, что является дополнительной нагрузкой на опоры и исключает возможность использования формулы (11) и выражений (1)—(10), обусловливающих фрикционные потери только при наличии нормальной силы и отсутствии изгибающего момента, воздействующего на приводной вал, т. е. реализуется схема, приведенная на рис. 2.

Регистрирующий прибор *13* (см. рис. 3) показывает (рис. 4): положение I (нулевое) — состояние системы при отсутствии тарировочных грузов; положение II — при наличии тарировочных грузов и отсутствии движения испытуемой пары трения (приводной рычаг зафиксирован упором), в этом случае фиксируется значение a_1; положение III — при прямом вращении пары трения (груз поднимается), фиксируется значение a_2; положение IV — при обратном вращении пары трения (груз опускается), фиксируется значение a_3.

Положение I — регистрирующий прибор фиксирует нулевое значение крутящего момента. Положение II — регистрируется крутящий момент $M_{пол} = F_н r = 2mgr = F_1 R = \Delta M a_1$, где m — масса тарировочных грузов; g — ускорение свободного падения; r — радиус подшипника; ΔM — цена деления шкалы регистрирующего прибора; a_1 — число делений на шкале регистрирующего прибора. Тогда $\Delta M = F_1 R/a_1$. Положение III — регистрируется крутящий момент при прямом ходе: $M_1 = \Delta M a_2$, где a_2 — число делений. Положение IV — регистрируется крутящий момент при обратном ходе: $M_2 = \Delta M a_3$, где a_3 — число делений.

При заданном полезном крутящем моменте $M_{пол}$ момент сопротивления пары трения вращения $M_с = (M_1 - M_2)/2$. Изменяя массу m груза пошагово, получим зависимость $M_с = f(M_{пол})$ в виде массива отдельных экспериментальных точек, в результате аппроксимации которого методом наименьших квадратов линейной зависимостью (11) находим константы аппроксимирующей функции $f_{тр}$ и $M_{х.х}$ и вычисляем силу $F_{сц}$ молекулярного сцепления.

По полученным экспериментальным данным формируем массив значений для зависимости (12), в которой будем использовать M_1. Выполнив аппроксимацию последнего массива экспериментальных данных зависимостью (12), получим коэффициенты k и M_0. Из выражения $R = 1 - k$ найдем предельный КПД (R), а из формулы $M_{х.х} = M_0/R$ — момент холостого хода.

Данный способ определения фрикционных потерь в парах

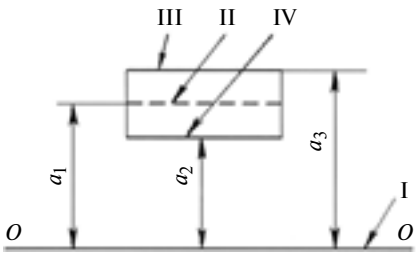


Рис. 4. Показания регистрирующего прибора

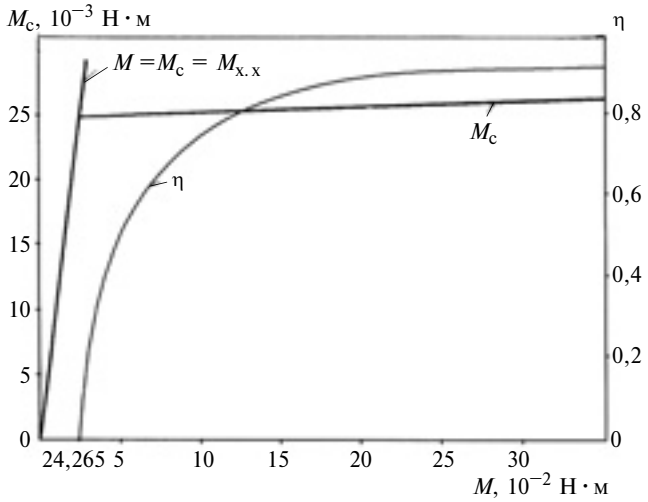


Рис. 5. Зависимости для двух шарикоподшипников 307, установленных на одном валу при минимальных нагрузках

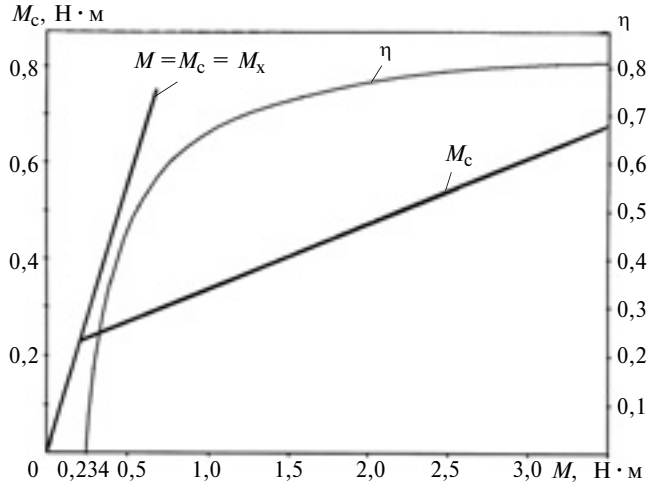


Рис. 6. Зависимости для пары подшипников скольжения, установленных на одном валу при минимальных нагрузках

трения позволяет установить параметры и для пар трения качения — шариковых и роликовых подшипников. Отличие заключается в следующем.

Так как в подшипниках качения две поверхности контактирующих тел (тело качения и внутренняя обойма подшипника, тело качения и внешняя обойма подшипника), то вместо радиуса r (условный радиус действия суммарного окружного усилия от сопротивления в кинематической паре) используем радиус окружности, проходящей через центры тел качения.

Исследование шарикоподшипника качения 307

Параметры подшипника: $D = 80$ мм, $d = 35$ мм; средний радиус качения $r = 28{,}75$ мм.

По формуле (11) получим $M_c = 0{,}00385419 M_{пол} + 0{,}0242653$. Коэффициент трения качения $f_{тр} = 0{,}00385419$. Моменты холостого хода: для двух подшипников — 0,0242653 Н · м; для одного подшипника — 0,0121327 Н · м; силы сцепления: для двух подшипников — $F_{сц} = 0{,}84401$ Н, для одного подшипника — 0,422 Н; относительные механические потери: $k \cong 0{,}0038394$; $R \cong 0{,}996$; условный начальный момент сопротивления $M_0 = 0{,}024172136$ Н · м.

По формуле (12) имеем: $M_c = 0{,}0038394M + 0{,}024172$ Н · м. КПД пары подшипников $\eta = 0{,}996\left(1 - \frac{0{,}0242653}{M}\right)$. Полученные результаты представлены графически на рис. 5.

Исследование подшипника скольжения

Для исследований выбран серийный подшипник скольжения диаметром 48 мм, используемый в ДВС в качестве шатунного подшипника. В качестве смазочного материала использовали полусинтетическое моторное масло 10W40 при температуре +23 °С.

Фрикционные показатели подшипника: $M_c = 0{,}1562329 M_{пол} + 0{,}23996$, Н · м. Коэффициент трения скольжения — 0,1562329; моменты холостого хода: для пары подшипников — 0,23996 Н · м; для одного подшипника — 0,11998 Н · м; силы сцепления: для пары подшипников — 9,99833 Н; для одного подшипника — 4,9992 Н; относительные механические потери: $k = 0{,}1351223$; $R \cong 0{,}8649$; условный начальный момент сопротивления 0,207536 Н · м; для пары подшипников скольжения: $M_c = kM + M_0 = 0{,}1351223M + 0{,}207536$, Н · м; $\eta = 0{,}8649\left(1 - \frac{0{,}23996}{M}\right)$. Результаты представлены на рис. 6.

Представленные теоретические и экспериментальные исследования подтверждают, что фрикционные потери в опорах валов подчиняются закону Амонтона—Кулона и для более точного их определения следует учитывать силы молекулярного сцепления.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Александров И. К.** Определение потерь в кинематических парах и механических трансмиссиях на основе закона Амонтона—Кулона // Вестник машиностроения. 2010. № 5. С. 8—15.
2. **Тарг С. М.** Краткий курс теоретической механики. М.: Высшая школа, 2005. 416 с.
3. **Александров И. К.** Энергетический анализ механизмов и машин. Теоретическое и экспериментальное обоснование принципов исследования и определения энергетических потерь в механизмах и машинах. Вологда: ВоГТУ, 2011. 244 с.
4. **Пат. 2037800С1 Рос. Федерации.** Способ определения технического состояния механических передач.
5. **Пат. 2411496 Рос. Федерации.** Способ экспериментально-теоретического определения фрикционных характеристик пары трения для передачи вращательного движения и устройство для его осуществления.

УДК [532.517.4:536.24].001.572

И. Е. ЛОБАНОВ, д-р техн. наук (МАИ (национальный исследовательский университет), г. Москва),
e-mail: heat204@mai.ru

Исследование максимального интенсифицированного теплообмена при турбулентном течении в трубах с турбулизаторами очень большой относительной высоты

Создана уточненная теоретическая модель для максимального локального и осредненного теплообмена для круглых труб с очень высокими турбулизаторами, позволяющая выявить предельные возможности данного метода интенсификации теплообмена.

Ключевые слова: теплообмен, интенсификация, математическое моделирование, круглая труба, турбулизатор, турбулентное течение.

A refined theoretical model of maximal local and averaged heat exchange for round pipes with very high turbulators, allowing to reveal the limiting possibilities of that method of heat exchange intensification, has been elaborated.

Keywords: heat exchange, intensification, mathematical modeling, round pipe, turbulator, turbulent flow.

В промышленности широко применяются различные трубчатые теплообменные аппараты и устройства. Интенсификацией теплообмена можно снизить их массогабаритные параметры при заданных тепловом потоке, гидравлических потерях, расходах и температурах теплоносителей, а также при необходимости снижения температур поверхности теплообмена при фиксированных режимных и конструктивных характеристиках.

Экспериментальные данные по теплообмену справедливы только для течений определенного вида и исследованных турбулизаторов. Расчетные методы исследования интенсификации теплообмена при турбулентном течении в трубах разработаны недостаточно, поскольку основаны на упрощенных моделях сложных физических процессов, что приводит к существенному расхождению расчетных и экспериментальных результатов и обусловливает необходимость разработки более точных теоретических методов.

В данном исследовании рассмотрена интенсификация теплообмена путем применения искусственных турбулизаторов потока на поверхности, что можно признать наиболее эффективным ее способом [1÷5]. В работе теоретически детерминируются экстремальные (максимальные) возможности и виртуальные резервы интенсифицированного теплообмена в каналах при турбулентном течении. Основная задача — определение предельных возможностей интенсификации теплообмена, сопоставление которых с экспериментальными данными позволит оценить возможные резервы интенсификации теплообмена рассматриваемым методом. В монографиях [5, 6, т. II] подробнее всего рассмотрены решения задачи о предельном теплообмене при турбулентном течении в каналах как при нелимитированном гидравлическом сопротивлении (*предельный теплообмен первого рода*), так и при лимитированном гидравлическом сопротивлении (*предельный теплообмен второго рода*), а также предельный теплообмен при минимизированном гидравлическом сопротивлении (*предельный теплообмен третьего рода*). Решение задачи о предельном теплообмене было получено не только для круглых труб с турбулизаторами, но и для кольцевых каналов с турбулизаторами на внутренней трубе, для плоских каналов с односторонними и симметрично расположенными двусторонними турбулизаторами, а также для теплообмена со скрученной лентой в трубах с турбулизаторами. Рассматривали не только изотермический, но и неизотермический предельный теплообмен.

Во многих публикациях на эту тему [4÷17] предельный теплообмен моделируется в довольно широком диапазоне определяющих параметров, который, однако, не охватывает случая прямых круглых труб с очень высокими турбулизаторами и широким диапазоном расстояний между ними. Таким образом, специфика поставленной задачи — генерация расширенной математической модели, описывающей предельный (максимальный) интенсифицированный теплообмен для круглых труб с очень высокими (относительно диаметра трубы) турбулизаторами с большими или малыми расстояниями между ними, т. е. модели для более широкого диапазона относительных высот турбулизаторов, чем в проведенных ранее исследованиях. Для меньших значений относительных высот турбулизаторов в круглых трубах данная задача решена [4÷6].

Анализ результатов теоретического исследования интенсифицированного теплообмена [1, 2] показал, что для предельного теплообмена второго и третьего родов оптимальным является режим с относительно невысокими числами Рейнольдса (Re пропорционально 10^4) и с молекулярным числом Прандтля Pr, пропорциональным 1 для газообразных теплоносителей. Эти выводы справедливы для турбулизаторов малых, средних и больших от-

носительных высот [1, 2]. Вероятно, что и для очень высоких турбулизаторов данные режимы будут оптимальными. В статье рассматриваются турбулизаторы с относительной высотой $h/R_0 \in [0{,}1; 0{,}6]$, где h — высота турбулизатора; R_0 — внутренний радиус трубы. Экспериментально [3] установлено, что оптимальный относительный шаг t/h данных турбулизаторов, обеспечивающий максимальный теплообмен, составляет ≈10; максимальный относительный теплообмен наблюдается при газообразных теплоносителях. Аналогичные выводы сделаны и в теоретических работах [5, 6], но для значительно более широкого диапазона определяющих параметров.

Цель данной статьи — теоретически исследовать уточненные параметры максимального теплообмена в трубах с очень высокими турбулизаторами, расширив таким образом экспериментальные возможности определения максимального теплообмена для данных условий.

Эксперименты [1, 2] показали, что при всех исследованных относительных высотах турбулизаторов максимальный теплообмен имеет место при $t = (10 \div 12)h$. Резкое повышение теплообмена (почти в 4 раза) обеспечивается срывом потока с кромок диафрагм и последующим его присоединением к гладкой поверхности трубы. При этом максимальный теплообмен наблюдается именно в точке присоединения турбулентного пограничного слоя (ТПС). Структура нарастающего ТПС за точкой присоединения не идентична обычному ТПС на гладкой плоской пластине. Можно полагать, что развитие ТПС от точки присоединения происходит как вниз, так и вверх по потоку, где внешним потоком будет возвратное течение в вихревой области. Высокие значения локального коэффициента теплоотдачи в трубах с очень высокими турбулизаторами обусловлены положительным влиянием на характеристики пограничного слоя турбулентности: срывной поток характеризуется высокой турбулентностью. Экспериментальные исследования [1, 2] локального теплообмена в трубах с диафрагмами показали, что локальный коэффициент теплоотдачи увеличивается вплоть до точки присоединения, которая располагается на расстоянии $x = (5 \div 6)h$, после чего коэффициент теплоотдачи уменьшается вниз по потоку. Следовательно, в точке присоединения турбулентного пограничного слоя имеет место максимальная теплоотдача. Экспериментальные данные [1, 2] для локального относительного числа Нуссельта на воздухе при $h/R_0 = 0{,}5$ для $\mathrm{Re} = 4 \cdot 10^3 \div 3 \cdot 10^4$ при отнесении теплоотдачи к площади поверхности гладкой трубы можно аппроксимировать зависимостью

$$\frac{\mathrm{Nu}(x)}{\mathrm{Nu}_{\text{гл}}} = \alpha\left(\frac{x}{h}\right)^b \mathrm{e}^{-c\left(\frac{x}{h}\right)^2} + 1,$$

где $\mathrm{Nu}(x)$ — локальное число Нуссельта на расстоянии x от турбулизатора; $\mathrm{Nu}_{\text{гл}}$ — число Нуссельта для гладкой трубы при турбулентном течении; $a = 3{,}12$, $b = 0{,}187$, $c = 0{,}003$ — константы. Осредненное относительное число Нуссельта для трубы с турбулизаторами при $h/R_0 = 0{,}5$ и расстоянии t между турбулизаторами детерминируем следующим образом:

$$\frac{\overline{\mathrm{Nu}}}{\mathrm{Nu}_{\text{гл}}} = \frac{1}{\left(\frac{t}{h}\right)} \int_0^{\frac{t}{h}} \left[a\left(\frac{x}{h}\right)^b \mathrm{e}^{-c\left(\frac{x}{h}\right)^2} + 1 \right] \mathrm{d}\left(\frac{x}{h}\right). \qquad (1)$$

Далее определим максимальные значения локального и осредненного относительных чисел Нуссельта в зависимости от координаты x и расстояния t между турбулизаторами соответственно. Максимальное значение локального относительного числа Нуссельта детерминируем, найдя первые две производные этой функции:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\left(\frac{x}{h}\right)} \left(\frac{\mathrm{Nu}(x)}{\mathrm{Nu}_{\text{гл}}}\right) = a\left(\frac{x}{h}\right)^{b-1} \mathrm{e}^{-c\left(\frac{x}{h}\right)^2} \left[b - 2c\left(\frac{x}{h}\right)^2 \right];$$

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}\left(\frac{x}{h}\right)^2} \left(\frac{\mathrm{Nu}(x)}{\mathrm{Nu}_{\text{гл}}}\right) = a\left(\frac{x}{h}\right)^{b-2} \mathrm{e}^{-c\left(\frac{x}{h}\right)^2} \times$$

$$\times \left[b^2 - b - 4bc\left(\frac{x}{h}\right)^2 - 2c\left(\frac{x}{h}\right)^2 + 4c^2\left(\frac{x}{h}\right)^4 \right].$$

Поскольку в рамках данной задачи $(x/h) \geqslant 0$, то первая производная будет равна нулю при $\left.\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\left(\frac{x}{h}\right)} \left(\frac{\mathrm{Nu}(x)}{\mathrm{Nu}_{\text{гл}}}\right)\right|_{\frac{x}{h} = \sqrt{\frac{b}{2c}}} = 0.$

Вторая производная относительного локального числа Нуссельта при $\left(\frac{x}{h}\right) = \sqrt{\frac{b}{2c}}$ имеет вид:

$$\left.\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}\left(\frac{x}{h}\right)^2} \left(\frac{\mathrm{Nu}(x)}{\mathrm{Nu}_{\text{гл}}}\right)\right|_{\frac{x}{h} = \sqrt{\frac{b}{2c}}} = -4ac\left(\frac{b}{2c\mathrm{e}}\right)^{\left(\frac{b}{2}\right)}.$$

Вторая производная всегда отрицательна; очевидно, что она отрицательна и при $\frac{x}{h} = \sqrt{\frac{b}{2c}}$, по-

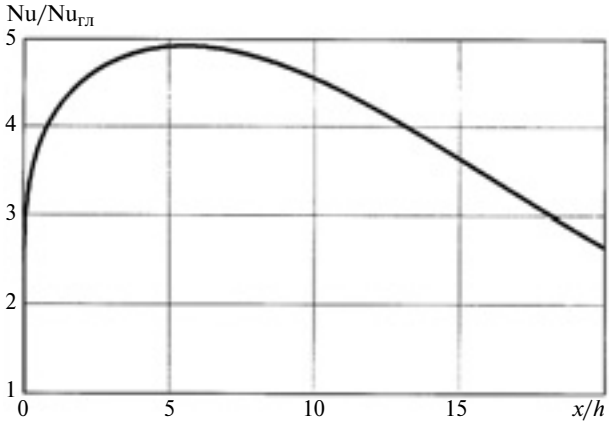


Рис. 1

этому в этой точке имеет место максимум. Следовательно:

$$\left.\frac{\mathrm{Nu}(x)}{\mathrm{Nu}_{гл}}\right|_{\max} = \left.\left(\frac{\mathrm{Nu}(x)}{\mathrm{Nu}_{гл}}\right)\right|_{\left.\frac{x}{h}\right|_{\max} \approx 5{,}583} \approx 4{,}919.$$

Таким образом, на расстоянии $x \approx 5{,}6h$ локальное число Нуссельта почти в 5 раз больше, чем в гладкой трубе при турбулентном течении. По зависимости локального относительного числа Нуссельта от x/h (рис. 1) видно, что оно резко увеличивается вплоть до максимума, а затем снижается значительно медленнее. Такое распределение локального числа Нуссельта по характеру в достаточной степени коррелирует с аналогичными теоретическими данными, полученными в работах [4, 6, т. I], но для меньших относительных высот турбулизаторов. Осредненное относительное число Нуссельта определяют интегрированием, исходя из выражения (1). Точное решение можно выразить, применив одну из вырожденных гипергеометрических функций — функцию Уиттакера, следующим образом:

$$\frac{\overline{\mathrm{Nu}}}{\mathrm{Nu}_{гл}} = 1 + \frac{a\left(\frac{t}{h}\right)^b \mathrm{e}^{-c\left(\frac{t}{h}\right)^2}}{(3+b)(1+b)} \times$$

$$\times\left(2\mathrm{e}^{\frac{c\left(\frac{t}{h}\right)^2}{2}} c\left(\frac{t}{h}\right)^{2-\frac{b}{4}-\frac{1}{4}} M_{\left(\frac{b}{4}+\frac{1}{4}\right),\left(\frac{b}{4}+\frac{3}{4}\right)} c\left(\frac{t}{h}\right)^2 + 3 + b\right),$$

где

$$M_{\kappa\mu}(z) = \mathrm{e}^{-\frac{b}{4}} z^{\frac{1}{2}+\mu} \Phi\left(\mu - \kappa + \frac{1}{2}, 2\mu;\ z\right);$$

$$\Phi(a, c, z) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \prod_{l=0}^{k-1} \frac{(a+l)}{(1+l)(c+1)} z^k$$

— функция Куммера (вырожденная гипергеометрическая функция).

Данный вид точного решения для осредненного относительного числа Нуссельта неудобен для дальнейшего анализа, поэтому получим точное решение в виде бесконечных рядов. Поскольку разложение экспоненциальной функции в ряд имеет вид:

$$\mathrm{e}^{-x} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} x^n,$$

то выражение для осредненного относительного числа Нуссельта для трубы с турбулизаторами будет таким:

$$\frac{\overline{\mathrm{Nu}}}{\mathrm{Nu}_{гл}} = \frac{1}{\frac{t}{h}} \int_0^{\frac{t}{h}} \left(a\left(\frac{x}{h}\right)^b \mathrm{e}^{-c\left(\frac{x}{h}\right)^2} + 1\right) \mathrm{d}\left(\frac{x}{h}\right) =$$

$$= \frac{1}{\frac{t}{h}} \int_0^{\frac{t}{h}} \left[a\left(\frac{x}{h}\right)^b \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} \left(c\left(\frac{x}{h}\right)^2\right)^n\right] \mathrm{d}\left(\frac{x}{h}\right) + 1 =$$

$$= \frac{1}{\frac{t}{h}} \int_0^{\frac{t}{h}} \left[a\left(\frac{x}{h}\right)^b \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} c^n \left(\frac{x}{h}\right)^{2n}\right] \mathrm{d}\left(\frac{x}{h}\right) + 1 =$$

$$= \frac{a}{\frac{t}{h}} \int_0^{\frac{t}{h}} \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} c^n \left(\frac{x}{h}\right)^{2n+b}\right] \mathrm{d}\left(\frac{x}{h}\right) + 1 =$$

$$= \frac{a}{\frac{t}{h}} \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{\frac{t}{h}} \frac{(-1)^n}{n!} c^n \left(\frac{x}{h}\right)^{2n+b} \mathrm{d}\left(\frac{x}{h}\right) + 1 =$$

$$= \frac{a}{\frac{t}{h}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} \frac{c^n}{2n+b+1} \left(\frac{x}{h}\right)^{2n+b+1} \Bigg|_0^{\frac{t}{h}} + 1 =$$

$$= 1 + \frac{a}{\frac{t}{h}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} \frac{c^n}{2n+b+1} \left(\frac{t}{h}\right)^{2n+b+1}.$$

По зависимости осредненного относительного числа Нуссельта от относительного шага t/h (рис. 2) видно, что оно сначала резко увеличивается до максимума, а затем медленно снижается. Максимум осредненного относительного числа Нуссельта наступает при несколько большей абсциссе t/h, чем абсцисса x/h максимума локального относительного числа Нуссельта (см. рис. 1). Изменение $\overline{\mathrm{Nu}}/\mathrm{Nu}_{гл}$ вдоль оси абсцисс значительно меньше, чем изме-

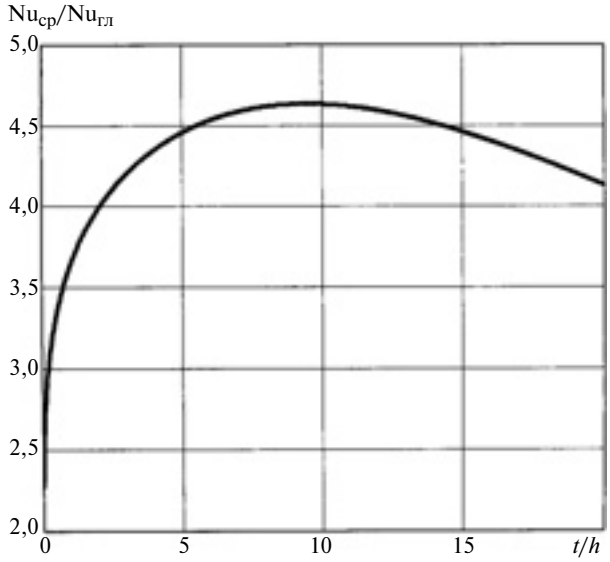


Рис. 2

нение $\mathrm{Nu}/\mathrm{Nu}_{гл}$. Первые две производные этой функции по относительному шагу t/h имеют вид:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\left(\frac{t}{h}\right)}\left(\frac{\overline{\mathrm{Nu}}}{\mathrm{Nu}_{гл}}\right) = a\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n!}\frac{2n+b}{2n+b+1}c^n\left(\frac{t}{h}\right)^{2n+b-1};$$

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}\left(\frac{t}{h}\right)^2}\left(\frac{\overline{\mathrm{Nu}}}{\mathrm{Nu}_{гл}}\right) =$$

$$= a\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n!}\frac{2n+b-1}{2n+b+1}(2n+b)c^n\left(\frac{t}{h}\right)^{2n+b-2}.$$

Приравняв первую производную осредненного относительного числа Нуссельта к нулю, в результате численного решения получим:

$$a\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n!}\frac{2n+b}{2n+b+1}c^n\left(\frac{t}{h}\right)^{2n+b-1}\Bigg|_{t/h\approx 9{,}453} = 0.$$

Вторая производная относительного осредненного числа Нуссельта при $t/h \approx 9{,}453$:

$$a\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n!}\frac{2n+b-1}{2n+b+1}\times$$

$$\times\,(2n+b)c^n\left(\frac{t}{h}\right)^{2n+b-2}\Bigg|_{t/h\approx 9{,}453} = -1689{,}028.$$

Вторая производная отрицательна в точке $t/h \approx 9{,}453$, значит у функции есть максимум. Следовательно,

$$\frac{\overline{\mathrm{Nu}}}{\mathrm{Nu}_{гл}}\Bigg|_{\max} = \left(\frac{\overline{\mathrm{Nu}}}{\mathrm{Nu}_{гл}}\right)\Bigg|_{t/h_{\max}\approx 9{,}453} \approx 4{,}632. \qquad (2)$$

В исследованиях [1, 2] наиболее надежные экспериментальные данные, детерминирующие максимальные значения осредненного теплообмена на воздухе в трубах с очень высокими турбулизаторами в зависимости от $h/R_0 \in [0{,}1;\ 0{,}6]$ и $t/h \in [3;\ 40]$, аппроксимируются в рассматриваемом диапазоне чисел Рейнольдса ($\mathrm{Re} \in [4{,}0\cdot 10^3;\ 3\cdot 10^4]$) выражением

$$\frac{\overline{\mathrm{Nu}}}{\mathrm{Nu}_{гл}} =$$

$$= \left[1+\sum_{i=1}^{4}a_i\left(\frac{h}{R_0}\right)^i\right]\left[1-\mathrm{e}^{-\frac{b_1}{h/R_0}}b_2\left(\frac{t}{h}-b_3\right)^2\mathrm{e}^{-b_4\left(\frac{t}{h}\right)}\right], \qquad (3)$$

где $a_1 = 11{,}41$; $a_2 = -13{,}8$; $a_3 = 24{,}1$; $a_4 = -43{,}1$; $b_1 = 0{,}008$; $b_2 = 0{,}00398$; $b_3 = 12$; $b_4 = 0{,}0603$.

Первые две частные производные первого порядка этой функции по двум переменным имеют вид:

$$\frac{\partial}{\partial\left(\frac{h}{R_0}\right)}\left(\frac{\overline{\mathrm{Nu}}}{\mathrm{Nu}_{гл}}\right) =$$

$$= \left[a_1 + 2a_2\frac{h}{R_0} + 3a_3\left(\frac{h}{R_0}\right)^2 + 4a_4\left(\frac{h}{R_0}\right)^3\right]\times$$

$$\times\left[1-\mathrm{e}^{-\frac{b_1}{h/R_0}}b_2\left(\frac{t}{h}-b_3\right)^2\mathrm{e}^{-b_4 t/h}\right]-$$

$$-\left[1+a_1\frac{h}{R_0}+a_2\left(\frac{h}{R_0}\right)^2+a_3\left(\frac{h}{R_0}\right)^3+a_4\left(\frac{h}{R_0}\right)^4\right]\times$$

$$\times\frac{b_1}{(h/R_0)^2}\mathrm{e}^{-\frac{b_1}{h/R_0}}b_2\left(\frac{t}{h}-b_3\right)^2\mathrm{e}^{-b_4 t/h}; \qquad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial\left(\frac{t}{h}\right)}\left(\frac{\overline{\mathrm{Nu}}}{\mathrm{Nu}_{гл}}\right) = \left[1+a_1\frac{h}{R_0}+a_2\left(\frac{h}{R_0}\right)^2+a_3\left(\frac{h}{R_0}\right)^3+\right.$$

$$\left.+\,a_4\left(\frac{h}{R_0}\right)^4\right]\mathrm{e}^{-\frac{b_1}{h/R_0}}b_2\left(\frac{t}{h}-b_3\right)\mathrm{e}^{-b_4 t/h}\left[b_4\left(\frac{t}{h}-b_3\right)-2\right].$$

Для выполнения достаточного условия экстремума необходимо, чтобы функция $\frac{\overline{\mathrm{Nu}}}{\mathrm{Nu}_{гл}} = f\left(\frac{h}{R_0};\ \frac{t}{h}\right)$ была дважды непрерывно дифференцируема в окрестности экстремальной точки и обе частные производные (3) и (4) в этой точке были равны нулю.

Численное решение системы уравнений

$$\begin{cases} \left[a_1 + 2a_2\frac{h}{R_0} + 3a_3\left(\frac{h}{R_0}\right)^2 + 4a_4\left(\frac{h}{R_0}\right)^3\right]\times \\ \times\left[1 - e^{-\frac{b_1}{h/R_0}}b_2\left(\frac{t}{h} - b_3\right)^2 e^{-b_4 t/h}\right] - \\ -\left[1 + a_1\frac{h}{R_0} + a_2\left(\frac{h}{R_0}\right)^2 + a_3\left(\frac{h}{R_0}\right)^3 + a_4\left(\frac{h}{R_0}\right)^4\right]\frac{b_1}{(h/R_0)^2}\times \\ \times e^{-\frac{b_1}{h/R_0}}b_2\left(\frac{t}{h} - b_3\right)^2 e^{-b_4 t/h} = 0; \\ \left[1 + a_1\frac{h}{R_0} + a_2\left(\frac{h}{R_0}\right)^2 + a_3\left(\frac{h}{R_0}\right)^3 + a_4\left(\frac{h}{R_0}\right)^4\right]\times \\ \times e^{-\frac{b_1}{h/R_0}}b_2\left(\frac{t}{h} - b_3\right)e^{-b_4 t/h}\left[b_4\left(\frac{t}{h} - b_3\right) - 2\right] = 0 \end{cases}$$

дает искомые решения в интересующем нас диапазоне геометрических параметров турбулизаторов: при $\frac{\overline{\mathrm{Nu}}}{\mathrm{Nu}_{\text{гл}}}$ (0,41651; 12,000) и $\frac{\overline{\mathrm{Nu}}}{\mathrm{Nu}_{\text{гл}}}$ (0,41529; 45,167).

Далее следует детерминировать две вторые частные производные функции $\frac{\overline{\mathrm{Nu}}}{\mathrm{Nu}_{\text{гл}}}\left(\frac{h}{R_0};\ \frac{t}{h}\right)$, которые приводятся в развернутом виде:

$$\frac{\partial^2}{\partial\left(\frac{h}{R_0}\right)^2}\left(\frac{\overline{\mathrm{Nu}}}{\mathrm{Nu}_{\text{гл}}}\right) = \left[2a_2 + 6a_3\frac{h}{R_0} + 12a_4\left(\frac{h}{R_0}\right)^2\right]\times$$

$$\times\left[1 - e^{-\frac{b_1}{h/R_0}}b_2\left(\frac{t}{h} - b_3\right)^2 e^{-b_4 t/h}\right] -$$

$$-2\left[a_1 + 2a_2\frac{h}{R_0} + 3a_3\left(\frac{h}{R_0}\right)^2 + 4a_4\left(\frac{h}{R_0}\right)^3\right]\times$$

$$\times\frac{b_1}{\left(\frac{h}{R_0}\right)^2}e^{-\frac{b_1}{h/R_0}}b_2\left(\frac{t}{h} - b_3\right)^2 e^{-b_4\frac{t}{h}} +$$

$$+\left[1 + a_1\frac{h}{R_0} + a_2\left(\frac{h}{R_0}\right)^2 + a_3\left(\frac{h}{R_0}\right)^3 + a_4\left(\frac{h}{R_0}\right)^4\right]\times$$

$$\times\frac{b_1}{(h/R_0)^3}e^{-\frac{b_1}{h/R_0}}b_2\left(\frac{t}{h} - b_3\right)^2 e^{-b_4 t/h}\left(2 - \frac{b_1}{h/R_0}\right);$$

$$\frac{\partial^2}{\partial\left(\frac{t}{h}\right)^2}\left(\frac{\overline{\mathrm{Nu}}}{\mathrm{Nu}_{\text{гл}}}\right) = -\left[1 + a_1\frac{h}{R_0} + a_2\left(\frac{h}{R_0}\right)^2 +\right.$$

$$\left. + a_3\left(\frac{h}{R_0}\right)^3 + a_4\left(\frac{h}{R_0}\right)^4\right]e^{-\frac{b_1 + b_4\frac{h}{R_0}\frac{t}{h}}{h/R_0}}b_2\left[2 - 4b_4\frac{t}{h} +\right.$$

$$\left. + b_3 b_4 + b_4^2\left(\frac{t}{h}\right)^2 - 2b_4^2 b_3\left(\frac{t}{h}\right) + b_3^2 b_4^2\right];$$

$$\frac{\partial^2}{\partial\left(\frac{h}{R_0}\right)\partial\left(\frac{t}{h}\right)}\left(\frac{\overline{\mathrm{Nu}}}{\mathrm{Nu}_{\text{гл}}}\right) = -\frac{b_2}{\left(\frac{h}{R_0}\right)^2}e^{-\frac{b_1 + b_4\frac{h}{R_0}\frac{t}{h}}{h/R_0}}\times$$

$$\times\left(\frac{t}{h} - b_3\right)\left(2 - b_4\frac{t}{h} + b_3 b_4\right)\left[a_1\left(\frac{h}{R_0}\right)^2 + 2a_2\left(\frac{h}{R_0}\right)^3 +\right.$$

$$+ 3a_3\left(\frac{h}{R_0}\right)^4 + 4a_4\left(\frac{h}{R_0}\right)^5 + b_1 + a_1 b_1\frac{h}{R_0} +$$

$$\left. + a_2 b_1\left(\frac{h}{R_0}\right)^2 + a_3 b_1\left(\frac{h}{R_0}\right)^3 + a_4 b_1\left(\frac{h}{R_0}\right)^4\right].$$

Для первой точки (при $h/R_0 = 0{,}41651$; $t/h = 12{,}000$) дискриминант

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial\left(\frac{h}{R_0}\right)^2}\left(\frac{\overline{\mathrm{Nu}}}{\mathrm{Nu}_{\text{гл}}}\right)\frac{\partial^2}{\partial\left(\frac{t}{h}\right)^2}\left(\frac{\overline{\mathrm{Nu}}}{\mathrm{Nu}_{\text{гл}}}\right) -$$

$$-\left[\frac{\partial^2}{\partial\left(\frac{h}{R_0}\right)\partial\left(\frac{t}{h}\right)}\left(\frac{\overline{\mathrm{Nu}}}{\mathrm{Nu}_{\text{гл}}}\right)\right]^2 = 1{,}90123 > 0, \qquad (5)$$

следовательно, в этой точке имеет место экстремум. Так как $\frac{\partial^2}{\partial\left(\frac{h}{R_0}\right)^2}\left(\frac{\overline{\mathrm{Nu}}}{\mathrm{Nu}_{\text{гл}}}(0{,}41651;\ 12{,}000)\right) = -44{,}96671 < 0$, то это — максимум. Максимальное повышение интенсифицированного теплообмена в этой точке составляет $\left.\frac{\overline{\mathrm{Nu}}}{\mathrm{Nu}_{\text{гл}}}\right|_{\max}(0{,}41651;\ 12{,}000) \approx 3{,}803$. В данном случае максимальный конвективный теплосъем отнесен к полной поверхности трубы с турбулизаторами, поэтому это значение несколько ниже полученного ранее по формуле (2) отношения $h/R_0 = 0{,}5$.

При пересчете максимального конвективного теплообмена относительно гладкой поверхности, согласно данным по $F_\Sigma/F_{\text{гл}}$ ($F_{\text{гл}}$ — площадь поверх-

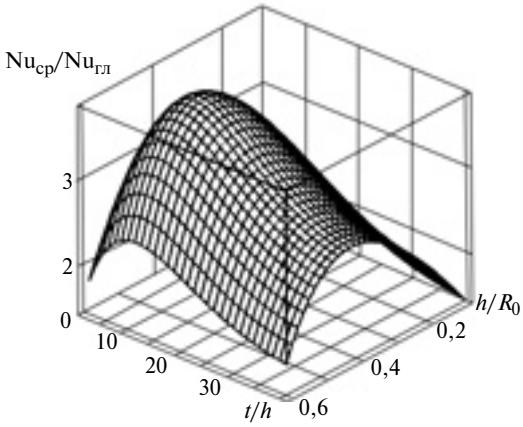


Рис. 3

ности гладкой трубы; F_Σ — полная площадь поверхности трубы с турбулизаторами того же диаметра), приведенным для широкого диапазона геометрических параметров турбулизаторов в работах [1÷3, 15], максимальное осредненное относительное число Нуссельта $\left.\dfrac{\overline{\mathrm{Nu}}}{\mathrm{Nu}_{\text{гл}}}\right|_{\max}^{F_{\text{гл}}}$ (0,41651; 12,000) ≈ 4,754, что больше полученного по формуле (2) значения. Сравним результаты расчета с соответствующими значениями, полученными по другим теориям предельного теплообмена. С этой целью найдем расчетные данные для предельного теплообмена в трубах с турбулизаторами на воздухе для характерного числа Рейнольдса $\mathrm{Re} = 2 \cdot 10^4$. Предельный теплообмен *первого рода*, полученный по теории формального стремления коэффициента гидравлического сопротивления к бесконечности для модифицированной многослойной модели ТПС [4÷6, 9], для вышеуказанных условий: $\mathrm{Nu}/\mathrm{Nu}_{\text{гл}} = 4{,}865$. Предельный теплообмен *второго рода*, полученный по теории баланса кинетической турбулентной пульсационной энергии для турбулизаторов с высотой, равной высоте пристенного слоя [4÷6, 9], для тех же условий: $\mathrm{Nu}/\mathrm{Nu}_{\text{гл}} = 3{,}907$. Предельный теплообмен *третьего рода*, полученный по многослойной схеме ТПС, исходя из максимальной заполненности всех подслоев [4÷6, 9], при тех же условиях: $\mathrm{Nu}/\mathrm{Nu}_{\text{гл}} = 3{,}985$. Учитывая вышеизложенное, полученное в настоящей работе значение максимального осредненного относительного числа Нуссельта немногим меньше предельного значения для теплообмена *первого рода*, но определенно выше аналогичных значений для предельного теплообмена *второго* и *третьего родов*. Следовательно, максимальный теплообмен, рассмотренный в настоящей работе, ближе к предельному теплообмену *первого рода* не только по сходству физических процессов, но и по численному значению.

По зависимости осредненного относительного числа Нуссельта от относительных высоты h/R_0 и шага t/h (рис. 3) видно, что его рост до максимального происходит гораздо быстрее, чем последующее снижение. Из этого можно сделать вывод, что для увеличения уровня интенсификации нерационально применять очень большие относительные расстояния между турбулизаторами. На рис. 4 (см. обложку) показаны линии уровня осредненного относительного числа Нуссельта, из которого можно легко определить необходимые значения относительных высот и шагов при заданной интенсификации теплообмена и наоборот. Для второй точки ($h/R_0 = 0{,}41529$; $t/h = 41{,}167$) выражение (5) равно $-0{,}07358 < 0$, т. е. в ней нет экстремума.

Зависимость (5) справедлива вплоть до $t/h \leqslant 40$. При относительной высоте больше максимальной ($t/h > 12$) значения функции $\overline{\mathrm{Nu}}/\mathrm{Nu}_{\text{гл}}$ постоянно снижаются, что полностью соответствует физическим основам и экспериментальным данным по интенсифицированному теплообмену [1÷3]. Однако после стационарной точки $t/h > 41{,}167$ значения функции $\overline{\mathrm{Nu}}/\mathrm{Nu}_{\text{гл}}$ начинают увеличиваться (рис. 5), что противоречит физическим представлениям о реализуемом процессе интенсифицированного теплообмена [1÷3]. Увеличение теплообмена в этой стационарной точке составляет $\dfrac{\overline{\mathrm{Nu}}}{\mathrm{Nu}_{\text{гл}}}$ (0,41529; 41,167) ≈ 2,731. Максимальная интенсификация теплообмена в трубах с очень высокими турбулизаторами (максимум осредненного относительного числа Нуссельта) при увеличении их относительной высоты объясняется следующим

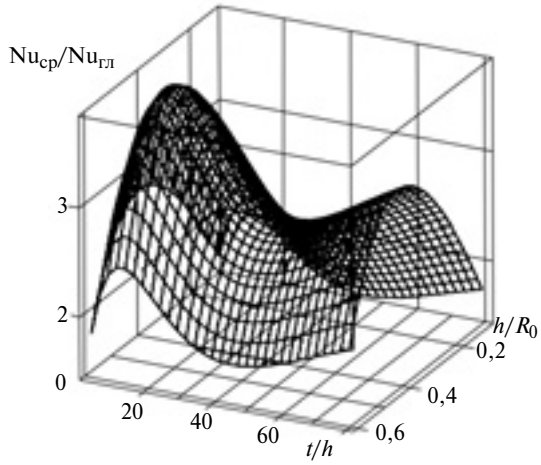


Рис. 5

образом: при увеличении высоты турбулизатора повышается интенсивность генерируемых вихрей и турбулизируются подслои с большим отношением турбулентной вязкости к молекулярной (μ_T/μ), но увеличивается расстояние этих вихрей до поверхности трубы, что приводит к затуханию турбулентности и снижению влияния турбулентности на присоединенный ТПС.

Теоретически детерминированное в данной работе максимальное значение осредненного относительного числа Нуссельта в трубах с турбулизаторами можно считать предельным, т. е. таким, которое можно получить в трубе в результате интенсификации теплообмена, так как в соответствии с экспериментальными данными [1÷3, 15] по сравнению с иными видами и формами шероховатости дискретные поверхностные поперечно расположенные турбулизаторы потока обеспечивают максимальный эффект. Максимальное значение гидравлического сопротивления в трубах с очень высокими турбулизаторами в зависимости от относительного шага турбулизаторов (при прочих равных условиях) сначала увеличивается по мере уменьшения шага, а затем, после достижения относительного шага, приблизительно соответствующего максимальному теплообмену, несколько уменьшается. Снижению гидравлического сопротивления в трубах с очень высокими турбулизаторами вплоть до достижения вышеупомянутого максимума соответствует моделирование процесса гидравлической системой с внезапным сужением с соответствующим коэффициентом входа и внезапным расширением. Дальнейшее снижение гидравлического сопротивления при уменьшении расстояния между турбулизаторами обусловливается тем, что установившаяся система турбулентных вихрей симметризуется, что способствует увеличению заполненности межтурбулизаторного пространства и снижению давления.

Вышеприведенный анализ полностью верифицируется экспериментальным материалом [1÷3, 15]. С точки зрения соотношения между повышением теплообмена в круглых трубах в результате интенсификации теплообмена посредством установки турбулизаторов и соответствующим ростом гидравлического сопротивления оптимальнее всего [3, 15] применение турбулизаторов с более низкими значениями $h/R_0 \in [0{,}05;\ 0{,}10]$, чем рассматриваемые в настоящей работе — $h/R_0 \in [0{,}1;\ 0{,}6]$. Поэтому задача детерминирования максимального теплообмена для труб с очень высокими турбулизаторами важна только для случаев, если необходим максимальный теплообмен, даже при очень высоких потерях. Таким образом, рассматриваемый случай максимального теплообмена в трубах с очень высокими турбулизаторами по качественным и количественным признакам можно классифицировать как случай п*редельного теплообмена первого рода*, который позволяет выявить максимальные резервы интенсификации теплообмена этим методом.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Мигай В. К.** Моделирование теплообменного энергетического оборудования. Л.: Энергоатомиздат, 1987. 263 с.
2. **Мигай В. К.** Повышение эффективности современных теплообменников. Л.: Энергия, 1980. 144 с.
3. **Эффективные** поверхности теплообмена / Э. К. Калинин, Г. А. Дрейцер, И. З. Копп и др. М.: Энергоатомиздат, 1998. 408 с.
4. **Лобанов И. Е.** Математическое моделирование интенсифицированного теплообмена при турбулентном течении в каналах: Дис. ... д-ра техн. наук. М., 2005. 632 с. Машинопись.
5. **Лобанов И. Е., Доценко А. И.** Математическое моделирование предельного теплообмена для турбулизированного потока в каналах. М.: МИКХиС, 2008. 194 с.
6. **Лобанов И. Е., Штейн Л. М.** Перспективные теплообменные аппараты с интенсифицированным теплообменом для металлургического производства. Т. I, Т. II. М.: Ассоциация строительных вузов, Т. I, 2009, 405 с.; Т. II, 2010. 290 с.
7. **Дрейцер Г. А., Лобанов И. Е.** Моделирование неизотермических теплообмена и сопротивления при турбулентном течении в каналах теплоносителей в виде капельной жидкости в условиях интенсификации теплообмена // Изв. РАН. Энергетика. 2005. № 2. С. 88—100.
8. **Дрейцер Г. А., Лобанов И. Е.** Моделирование предельного теплообмена при комбинированной интенсификации теплообмена кольцевыми турбулизаторами и ленточными завихрителями // Изв. РАН. Энергетика. 2005. № 1. С. 87—95.
9. **Дрейцер Г. А., Лобанов И. Е.** Моделирование предельной интенсификации теплообмена в трубах за счет искусственной турбулизации потока для различных теплоносителей с постоянными и переменными теплофизическими свойствами // Междунар. форум по тепломассообмену. Минск, 2004, Т. 1. № 27. С. 1—9.
10. **Дрейцер Г. А., Лобанов И. Е.** Предельная интенсификация теплообмена в трубах за счет искусственной турбулизации потока для газообразных теплоносителей с переменными теплофизическими свойствами // Вестник МАИ. 2005. Т. 12. № 3. С. 18—25.
11. **Дрейцер Г. А., Лобанов И. Е.** Предельная интенсификация теплообмена для теплоносителей в виде капельных жидкостей с переменными теплофизическими свойствами // Теплоэнергетика. 2005. № 3. С. 20—24.
12. **Лобанов И. Е.** Предельный теплообмен при турбулентном течении в каналах за счет турбулизации потока на базе уравнения баланса турбулентной пульсационной энергии // Тр. Четвертой российской национальной конференции по теплообмену. Т. 2. Вынужденная конвекция однофазной жидкости. М., 2006. С. 191—194.

УДК 621.541

Ю. А. МЕДВЕДЕВ, С. В. УГОРОВА, кандидаты технических наук (Владимирский ГУ), e-mail: medvedev@vladggu.ru

Новый пневматический позиционный привод для гибких производственных систем

Предложен пневматический позиционный привод высокого быстродействия при точности позиционирования, достаточной для гибких производственных систем в качестве средства их автоматизации. Координаты позиционирования задаются программно.

Ключевые слова: гибкие производственные системы, пневматический позиционный привод, точность позиционирования.

A new pneumatic positional high-speed drive, providing the positioning accuracy, sufficient for its use as automation means of flexible manufacturing systems, is proposed. Positioning coordinates are set programmatically.

Keywords: the flexible manufacturing systems, pneumatic positional drive, positioning accuracy.

Одно из основных направлений экономического развития — разработка и внедрение гибких автоматизированных комплексов различного назначения на базе роботов, автоматизированного технологического оборудования, контрольно-измерительных, диагностических средств и др. с общим управлением от ЭВМ [1, 2]. Составной частью этих задач является разработка приводов роботов, манипуляторов, обслуживающих гибкие производственные системы. Возникла необходимость в быстродействующих, точно позиционируемых приводах, выполняющих заданные движения и способных быстро перенастраиваться в производственных условиях.

В области разработки приводов наиболее перспективным направлением является создание электрических, гидравлических, пневматических и комбинированных приводов, управляемых от ЭВМ. Применение системы управления от ЭВМ для пневматического привода позволяет сохранить его преимущества и компенсировать главный недостаток — затруднение точного позиционирования, обусловленное наличием сжимаемой среды.

Последние исследования показали, что пневмопривод в ряде случаев может конкурировать с электроприводом. Расширение сферы использования пневматического привода связано с решением проблемы управления движением, включающей в себя: регулирование скорости по заданному закону движения; осуществление плавного торможения; удержание рабочего органа в заданной позиции при более полном использовании его потенциальных возможностей по быстродействию.

Для управления пневматическим приводом используют два различных способа: регулирование энергии пневматического двигателя и торможение в результате приложения дополнительной силы сопротивления движению. Для управления пневмоприводом вторым способом применяют алгоритм с коррекцией тормозных путей на величину ошибки позиционирования при отработке позиции в предыдущем цикле. Эффективность такого способа подтверждена рядом работ. Однако точность позиционирования во многих случаях уступает точности при электрическом приводе. В связи с этим весьма актуальна разработка привода, который сочетал бы в себе быстродействие пневматического, точность позиционирования электрического и допускал бы гибкое управление.

При разработке пневматического позиционного привода приняты следующие исходные данные: точность позиционирования 0,05÷0,1 мм; возмож-

(Окончание статьи. Начало см. на стр. 7)

13. **Доценко А. И., Максимов Д. А., Лобанов И. Е.** Математическое моделирование предельного изотермического гидравлического сопротивления при турбулентном течении потока в шероховатых трубах малого диаметра // Механизация строительства. 2009. № 7. С. 25—29.

14. **Лобанов И. Е.** Математическое моделирование предельного теплообмена за счет турбулизации потока при турбулентном течении в плоских каналах с турбулизаторами // Актуальные проблемы российской космонавтики: Материалы XXXIV академических чтений по космонавтике. (М., янв. 2010 г.) 2010. РАН. С. 200—202.

15. **Калинин Э. К., Дрейцер Г. А., Ярхо С. А.** Интенсификация теплообмена в каналах. М.: Машиностроение, 1990. 208 с.

16. **Лобанов И. Е., Мякочин А. С., Низовитин А. А.** Моделирование интенсифицированного теплообмена при турбулентном течении в трубах с турбулизаторами на базе уравнения баланса турбулентной пульсационной энергии // Вестник МАИ. 2007. Т. 14. № 4. С. 13—22.

17. **Лобанов И. Е.** Математическое моделирование предельного теплообмена при искусственной турбулизации потока в плоских каналах с турбулизаторами на обеих сторонах // Альманах современной науки и образования. Тамбов: Грамота, 2010. № 7(38). С. 62—71.

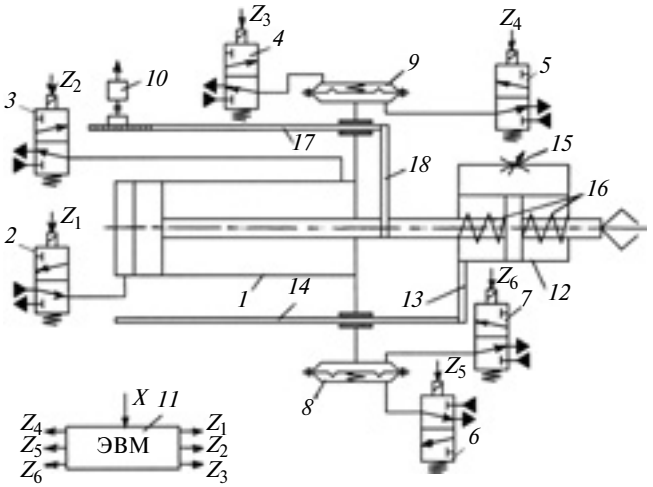


Рис. 1. Схема позиционного пневматического привода

ность позиционирования в любой точке хода рабочего органа. Привод должен также обеспечивать стабильность переходных процессов и минимальное время перенастройки при изменении координат позиционирования.

На рис. 1 представлена схема разработанного авторами [3÷7] нового позиционного пневматического привода, состоящего: из стандартного пневмоцилиндра *1*; двухпозиционных электромагнитных клапанов *2÷7*; фрикционного тормозного устройства (ТУ) *8* для предварительного торможения, обеспечивающего снижение скорости примерно до 0,1 м/с; тормозного устройства *9*, фиксирующего рабочий орган привода в заданной координате позиционирования; датчика обратной связи *10*; управляющей ЭВМ *11*.

Позиционирование привода осуществляется в два этапа: предварительное торможение до "ползучей" скорости и окончательное торможение. Предварительное торможение происходит в результате гидравлического демпфирования привода. Для этого на штоке пневмоцилиндра *1* расположен гидроцилиндр *12*, поршень которого жестко прикреплен к штоку пневмоцилиндра, а гильза совершает перемещения из положения равновесия при срабатывании ТУ *8*.

Для перемещения гильзы гидроцилиндра *12* относительно движущегося штока пневмоцилиндра *1* боковая крышка гидроцилиндра жестко крепится через серьгу *13* к направляющим *14* предварительного ТУ. При работе гидродемпфера жидкость перекачивается из одной полости гидроцилиндра в другую через дроссель *15*, создавая сопротивление движению. Для возвращения гидроцилиндра в положение равновесия при растормаживании имеются пружины *16*. Окончательное торможение осуществляет ТУ, рабочие элементы которого (направляющие *17*) жестко соединены через серьгу *18* со штоком пневмоцилиндра.

Для передачи на ЭВМ информации о движении привода используется датчик положения. Для управления приводом применена цифровая система программного управления с дискретной обработкой информации и релейной характеристикой управляющего сигнала. Данные системы сочетают в себе особенности релейных и цифровых систем управления и обеспечивают получение большого быстродействия и высокой стабильной точности.

Система управления (рис. 2) содержит: контроллер; блок питания; пульт оператора; интерфейсную плату, в которую входят генератор тактовых импульсов, фазоцифровой преобразователь (ФЦП) и блок управления клапанами; бесконтактный датчик БСКТ обратной связи (ОС).

Алгоритм управления приводом разработан для режимов "работа" и "обучение". В режиме "обучение" проводится коррекция тормозного пути второго тормоза ТУ с учетом ошибок позиционирования. В режиме "работа" отрабатываются координаты в заданной последовательности без коррекции.

Разработанная система управления приводом обеспечивает позиционирование рабочего органа с высокой точностью в любой точке хода в заданной последовательности.

Математическая модель привода имеет вид:

уравнение движения поршня пневмоцилиндра:

$$(m + m_1)\frac{d^2x}{dt^2} = p_1F_1 - p_2F_2 + A_1\frac{dx}{dt} - f\left(\frac{dx}{dt}\right) \pm H;$$

уравнение движения гидродемпфера:

$$m_1\frac{d^2y}{dt^2} = [(p_5 - p_6)F_{эф} + c_1(l_{01} - l_1)]K_1n2 +$$
$$+ c_3[l_{03} + (x \mp y)] - c_2[l_{02} + (x \pm y)] + \Delta pF_3 + T_5;$$

уравнение расхода через гидродемпфер:

$$Q = k_1\sqrt{(p_3 - p_4)} + k_{ут}p_3 + \frac{W}{E}\frac{dp_3}{dt};$$

$$k_1 = \mu\omega\sqrt{2g/\gamma};$$

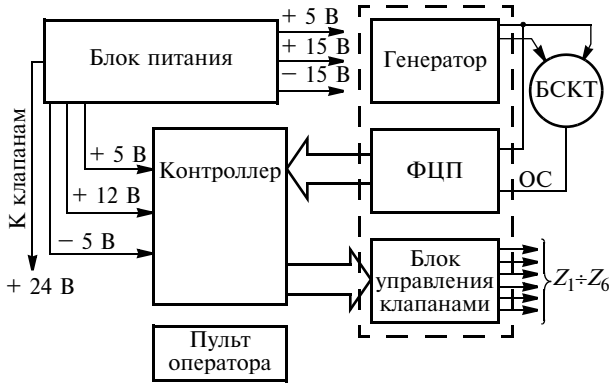


Рис. 2. Структура системы управления позиционным пневматическим приводом

уравнение движения жесткого центра мембраны для первого ТУ:

$$m_2\frac{\mathrm{d}^2 l}{\mathrm{d}t^2} = (p_5 - p_6)F_{\text{эф}} + c(l_0 - l);$$

уравнение движения жесткого центра мембраны для второго ТУ:

$$m_3\frac{\mathrm{d}^2 l_1}{\mathrm{d}t^2} = (p_7 - p_8)F_{\text{эф}1} + c_1(l_{01} - l_1);$$

уравнение для определения давлений в полостях пневмоцилиндра:

$$\frac{\mathrm{d}p_1}{\mathrm{d}t} = \frac{kRT_{\text{м}}G_1}{(x_{01}+x)F_1} - \frac{kp_1\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}}{x+x_{01}};$$

$$G_1 = K\mu F_1 p_{\text{м}}\varphi(\sigma)/\sqrt{RT_{\text{м}}};$$

$$\frac{\mathrm{d}p_2}{\mathrm{d}t} = -\frac{kRT_{\text{м}}G_2}{(S+x_{02}-x)F_2} + \frac{kp_2\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}}{S+x_{02}-x};$$

$$G_2 = \left[K\mu f_2 p_{\text{м}}\sigma_a^{\frac{k+1}{k}}\varphi_1(\sigma)\right]/\sqrt{RT_{\text{м}}};$$

$$\sigma_1 = p_1/p_{\text{м}};\quad \sigma_2 = p_{\text{ат}}/p;\quad K = [2gk/(k-1)]^{1/2};$$

$$\varphi_1(\sigma) = \varphi(\sigma_1)/\sigma^{\frac{k+1}{k}}.$$

Уравнения для определения давлений в полостях мембранных ТУ записаны аналогично уравнениям наполнения и опорожнения для пневмопривода. Моменты включения ТУ определяются из следующих условий:

при $x + \tau_1(\mathrm{d}x/\mathrm{d}t) \geqslant x_{\text{к}1}$ срабатывает первое ТУ, тормозной путь которого определяется выражением:

$$x_{\text{т}1} = \frac{(m+m_1)(\mathrm{d}x/\mathrm{d}t)^2}{2T_4} - \frac{(m+m_1)(\mathrm{d}x_{\text{т}}/\mathrm{d}t)^2}{2T_4};$$

при $x + \tau_2(\mathrm{d}x/\mathrm{d}t) \geqslant x_{\text{к}2}$ срабатывает второе ТУ и его тормозной путь определяется выражением:

$$x = \frac{m_1(\mathrm{d}x_{\text{т}}/\mathrm{d}t)^2}{2T_6}.$$

При разработке математической модели пневматического позиционного привода приняты следующие обозначения: m, m_1 — приведенные к штоку пневмоцилиндра массы штока и поршня соответственно пневмоцилиндра и гидродемпфера; p_1, p_2 — давления в рабочей и выхлопной полостях пневмоцилиндра; p_3, p_4 — давления на входе и выходе дросселя; p_5, p_6 и p_7, p_8 — давления в рабочих и выхлопных полостях соответственно первого и второго ТУ; F_1 и F_2 — площади поршня пневмоцилиндра с бесштоковой стороны и со стороны штока; H — нагрузка; T_2, T_3 — силы торможения, создаваемые соответственно предварительным и вторым ТУ; T_4 — результирующая всех сил, при срабатывании предварительного ТУ; x — текущая координата; $x_{\text{т}1}$, $x_{\text{т}2}$ — тормозные пути рабочего органа при работе первого и второго ТУ; $\mathrm{d}x/\mathrm{d}t$ — скорость рабочего органа; τ_1, τ_2 — времена запаздывания при срабатывании электромагнитных клапанов при включении первого и второго ТУ; c, c_1 — жесткости пружин первого и второго ТУ; l_0, l_{01} — предварительные натяги пружин соответственно первого и второго ТУ; l, l_1 — текущие координаты ТУ; K_1 — коэффициент трения фрикционных шайб и направляющих ТУ; n — число направляющих ТУ; T_5 — сила трения в уплотнениях гидродемпфера; y — координата перемещения гидродемпфера; c_2, c_3 — жесткости пружин гидродемпфера; $\Delta p = |p_3 - p_4|$ — перепад давления в гидродемпфере; F_3 — площадь поршня гидродемпфера; μ — коэффициент расхода; ω — площадь дросселя; γ — удельная масса рабочей среды; W — объем полости, заполненной рабочей средой; E — модуль упругости рабочей среды; S — ход поршня пневмоцилиндра; T_6 — результирующая всех сил после срабатывания второй ступени торможения; G_1, G — массовый расход воздуха соответственно в рабочей и выхлопной полостях пневмоцилиндра; x_{01}, x_{02} — приведенные координаты положения поршня пневмоцилиндра в начале и конце хода; f_1, f_2 — площади сечений отводящей и подводящей магистралей пневмоцилиндра; $\varphi(\sigma)$ — функция расхода; $T_{\text{м}}$ — температура воздуха в подводящей магистрали; $p_{\text{м}}$ — давление воздуха в магистрали; $x_{\text{к}1}$, $x_{\text{к}2}$ — координата срабатывания первого и второго ТУ; k — показатель адиабаты; R — газовая постоянная воздуха.

Результаты математического моделирования показали, что при применении быстродействующих фрикционных ТУ в конце хода привода общий тормозной путь составляет ≈5÷8 % от хода поршня. После срабатывания первой ступени торможения привод выходит на скорость ≈0,1 м/с без колебательного процесса, что увеличивает стабильность отработки координат, быстродействие и точность позиционирования.

Тормозные устройства рассчитывали исходя из условия, что их энергии должно быть достаточно для погашения кинетической энергии массы, движущейся со скоростью $\mathrm{d}x/\mathrm{d}t$, и работы внешней силы. При этом было принято, что при работе второго ТУ привод теряет 10 % энергии, а при работе первого ТУ и гидродемпфера — 90 % энергии.

При экспериментальных исследованиях проверяли работоспособность привода и системы управ-

ления, т. е. определяли возможность позиционирования привода с заданной точностью в любой точке хода рабочего органа по разработанным алгоритмам системы управления. Исследования проводили в двух режимах — "обучение" и "работа".

Для проведения испытаний составляли таблицы перемещений и тормозных путей, в которых были указаны координаты позиционирования и тормозные пути. В режиме "обучение" привод отрабатывал заданную последовательность координат и проводил коррекцию тормозных путей до тех пор, пока точность выхода рабочего органа в заданную координату не сказывалась в пределах допуска.

При проверке пневматического привода в режиме "работа" заданные координаты отрабатывались после того, как в режиме "обучение" были скорректированы тормозные пути.

Анализ результатов экспериментальных исследований подтвердил, что предложенный новый пневматический позиционный привод способен отрабатывать любую координату в пределах заданного хода в любой последовательности, а также обеспечивает позиционирование из любой точки рабочего хода, не возвращая привод в исходное положение. В режиме "обучение" такой привод после второй попытки позиционирования (коррекции тормозного пути один раз) выходит на координату в заданных пределах.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Феофанов А. Н.** Гибкие автоматические линии в машиностроении. М.: Янус-К, 2002. 192 с.
2. **Базров Б. М.** Модульная технология в машиностроении. М.: Машиностроение, 2002. 368 с.
3. **А. с. 1508015 Рос. Федерации:** МКИ^4 F15 B 11/12. Позиционный пневматический привод.
4. **А. с. 1375868 Рос. Федерации:** МКИ^4 F15 B 15/26. Пневмоцилиндр.
5. **Пат. 2041405 Рос. Федерации:** МКИ^6 F15 B 11/12. Пневматический позиционный привод.
6. **Medvedev Yu. A., Ugorova S. V.** New pneumatic positioning actuator flexible production systems // Сб. 17-th International Conference "Hydraulics and Pneumatic-2001". Ostrava. CzVTS, 2001. P. 174—178.
7. **Кузнецов В. П., Медведев Ю. А.** Вероятностный подход к расчету многодвигательного гидропривода // Пневматика и гидравлика. Вып. 9. Приводы и системы управления. М.: Машиностроение, 1982. С. 65—72.

УДК 621.432

В. Ю. РУДАКОВ (КИ (ф) МГОУ), e-mail: kimgoukolomna@mail.ru

Особенности распыления и сгорания топливного шлейфа после отсечки впрыска топлива

Определено влияние отсечки топлива на рабочий процесс дизеля, путем исследования впрыска, воспламенения и сгорания топлива в условиях холодной бомбы и реального дизеля с применением скоростной киносъемки.

Ключевые слова: топливо, впрыск, распыление, остаточный шлейф струи, очаг пламени, сажеобразование, скоростная киносъемка.

The fuel cutoff influence on the diesel workflow is determined by means of study the injection, ignition, and combustion of fuel in the condition of a cold bomb and real diesel with use of high-speed cinematography.

Keywords: fuel, injection, spraying, residual tail of the jet, center of the flame, carbon-black formation, high-speed cinematography.

Повышение требований к составу отработавших газов двигателей обусловливает необходимость исследований организации процесса смесеобразования и протекания рабочего процесса в дизелях, т. е. процессов топливоподачи, смесеобразования, воспламенения и сгорания дизельного топлива. В последнее время активно изучается влияние остаточного шлейфа струи распыленного топлива (СРТ) на рабочий процесс дизеля (под остаточным шлейфом понимают шлейф и корень СРТ после отсечки впрыска топлива).

Большинство исследований СРТ проводится в условиях "холодной статической бомбы" с применением скоростной киносъемки. Однако впрыск и распыление топлива, его воспламенение и сгорание связаны с более широкими температурными и динамическими условиями в камерах сгорания. Поэтому для двигателестроения результаты, полученные в "холодных бомбах" важны, но недостаточны, и их следует дополнять комплексом исследований, включающим весь спектр характерных для дизелей процессов.

В Коломенском филиале ВЗПИ (в настоящее время КИ (ф) МГОУ) с использованием установки "Двигатель с прозрачными окнами" (ДПО) [1, 2] проведено значительное число скоростных киносъемок как в режиме "холодной бомбы", так и в режиме среднеоборотных дизелей с различными рабочими процессами и камерами сгорания. Полученные данные позволяют расширить представления о процессах, протекающих при завершении впрыска и сгорания остаточного шлейфа, зафиксированных на кинограммах.

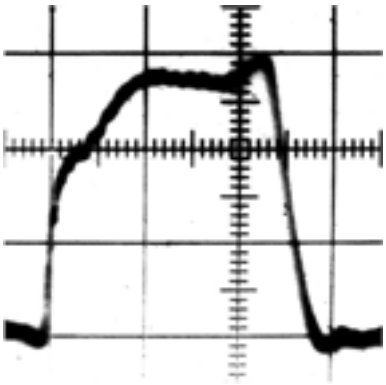


Рис. 1. Фрагмент осциллограммы давления топлива перед распыляющим отверстием

На рис. 1 приведен фрагмент осциллограммы давления впрыска, снятой перед распыляющим отверстием форсунки. Средняя крутизна переднего фронта заметно уступает средней крутизне заднего фронта, локальная крутизна которого приближается к 90°, при этом распыленное топливо имеет разные скорости движения, в соответствии с давлением впрыска, при котором оно истекало. Дисперсность распыления тоже разная: при высоком давлении в начале посадки иглы форсунки преобладает мелкораспыленное топливо, при низком давлении — образуются крупные микроэлементы (капли). На кинограммах, полученных при впрыске в "холодную бомбу" (рис. 2), видно, что после завершения впрыска шлейф распыленного топлива с разными скоростями устремляется в головную часть СРТ. Оставшаяся топливная пыль движется в том же направлении соответственно полученным при истечении скоростям. Шлейф при этом редеет и обнажается стержень струи. При большом увеличении видно, что его структура состоит как из отдельных микроэлементов (капель) разного размера, так и из блоков слипшихся капель, ориентированных по ходу движения струи и имеющих форму, близкую к прямоугольной. Проследить и измерить движение распыленного топлива и блоков довольно сложно, так как от кадра к кадру они дробятся, вследствие чего трудно определить их происхождение. Соответственно меняется картина процесса, продолжительность которого может превышать 20 мс: процесс длится до тех пор, пока распыленное топливо не рассосется в воздушном заряде и не испарится в объеме камеры. На рис. 2 приведены фрагменты кинограммы остаточного шлейфа в разных фазах развития СРТ в "холодной бомбе".

На кинограммах, полученных при динамических режимах работы ДПО с пониженной температурой воздушного заряда без воспламенения топлива, такой детальной картины не наблюдается. Видно лишь, что после отсечки оптически плотный шлейф струи становится вялым и медленно подтягивается к головной части струи. Полностью этот процесс проследить не удается, так как топливо активно испаряется, камера заполняется топливным туманом, не пропускающим свет, и становится непрозрачной.

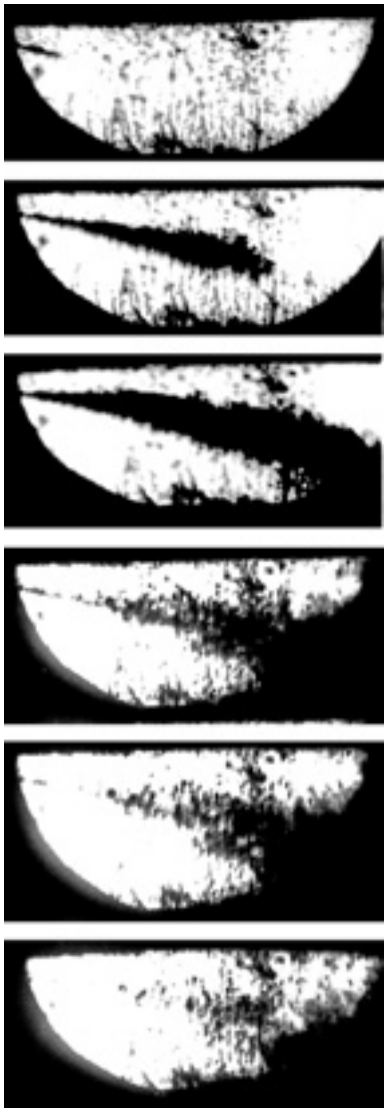


Рис. 2. Фрагменты кинограммы остаточного шлейфа при впрыске в "холодную бомбу"

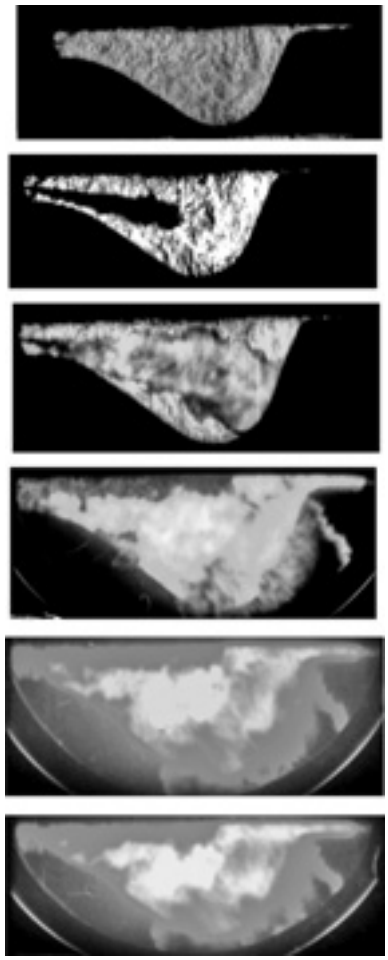


Рис. 3. Фрагменты кинограммы рабочего процесса дизеля из ряда ЧН 26/26

Процессы, происходящие в дизелях, разнообразны. На рис. 3 приведены фрагменты кинограммы струи, полученной при моделировании рабочих процессов в дизелях ряда ЧН 26/26, по которым можно проследить основные моменты развития СРТ и сгорания топлива. На рис. 4 представлены кривые изменения во времени дальнобойности S топливной струи (*1*), угла α конуса СРТ (*2*) и распространения пламени (*3* и *3'*).

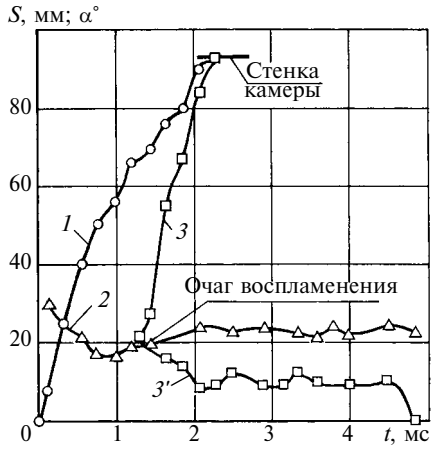


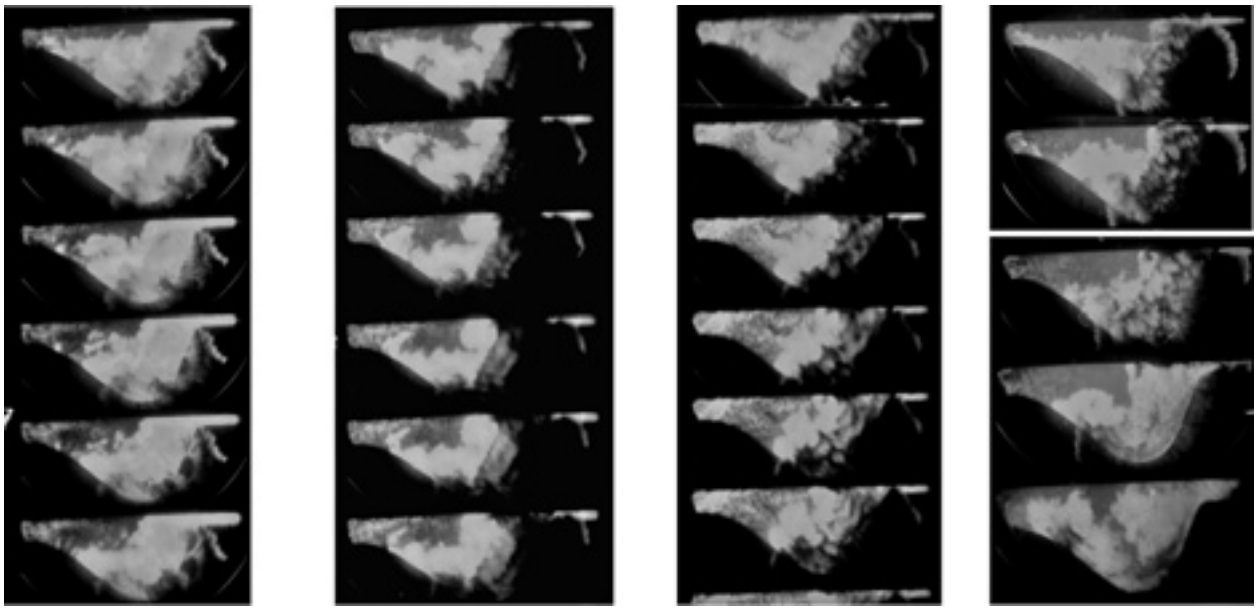
Рис. 4. Изменения во времени дальнобойности *S* топливной струи (*1*); угла α конуса топливной струи (*2*); распространения пламени в прямом (*3*) и обратном направлениях от очага воспламенения (*3′*)

Видно, что в прямом направлении (кривая *3*) скорость пламени значительно выше скорости в обратном направлении (кривая *3′*). Пока происходит истечение топлива, пламя, движущееся в обратном направлении, сносится и не доходит на 5÷10 мм до металла соплового наконечника. После отсечки корень струи, как и в предыдущих режимах, становится вялым и быстро (примерно за 0,20÷0,25 мс) охватывается пламенем вплоть до соплового наконечника.

В начале впрыска (в течение ≈1 мс) угол α конуса СРТ падает, но затем начинает расти, чему способствует температура сжимаемого заряда, и через 1,6÷1,8 мс после начала впрыска появляется первичный очаг воспламенения. Многоочаговое воспламенение отмечается примерно в 10 % случаев. Выделяющаяся при сгорании топлива теплота еще больше увеличивает испарение топлива, растет внутреннее давление в струе, в результате чего угол конуса струи еще более возрастает и через 2÷2,5 мс начинает снижаться из-за выгорания оболочки струи. При этом струя (особенно ее шлейф) "худеет", а корень и прилегающая к нему часть шлейфа быстро (в течение ≈2 мс) выгорает и в большинстве случаев распадается на один или несколько отдельных очагов догорания топлива [3, 4].

Исследования кинограмм и яркости свечения пламени при различных процессах указывают на то, что при охвате струи пламенем и повышении температуры молекулы топлива распадаются на водород и углерод, т. е. происходит крекинг. Во второй фазе горения топлива [5] в реакцию окисления вступает главным образом водород. Основная же масса углерода сгорает в фазе догорания, при этом, как показывают кинограммы, образуется наибольшее количество сажи.

В разных рабочих циклах одного режима работы дизеля процессы сгорания топлива различны. Еще больше отличий отмечено при различных режимах работы дизеля. Кроме того, на этот процесс оказывают значительное влияние форма и размеры камеры сгорания. Варианты завершения процесса впрыска в дизеле приведены на рис. 5. Образовавшиеся на месте шлейфа очаги в одних случаях (см. рис. 5, *а*, *б*) выгорают, не перемещаясь, и на их месте могут остаться очаги сажи, что вызвано недостатком окислителя; в других случаях (см. рис. 5, *в*, *г*) они медленно перемещаются в направлении движения СРТ с различными скоростями. На рис. 6 приведены кривые *1÷4* перемещений таких очагов во времени, определенных по разным кинограммам одного режима работы. Нераспавшийся остаток шлейфа, выгорая, втягивается в головную часть струи, которая в этот период растекает-



а) *б*) *в*) *г*)

Рис. 5. Кинограммы (*а*—*г*) выгорания остаточного шлейфа топливной струи при одинаковом положении поршня

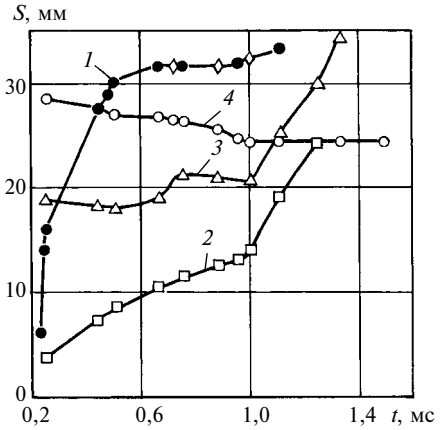


Рис. 6. Перемещение *S* распавшихся очагов сгорания топлива остаточного шлейфа в зависимости от времени *t*

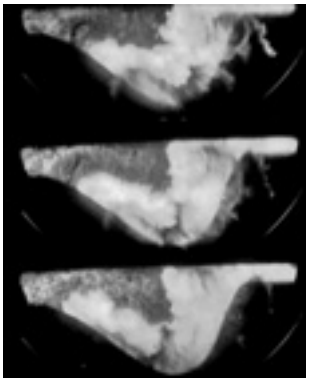


Рис. 7. Кинограммы движения языка пламени по днищу поршня

ся по противолежащей стенке камеры, крышке и днищу поршня. Со стенками контактирует уже не струя распыленного топлива, а деформированный очаг пламени, по-разному обтекающий их в зависимости от режима работы дизеля и далее догорающий почти до открытия выпускного клапана. Одновременно с этим процессом навстречу остаточному шлейфу, обтекая днище поршня, движется отбойный язык пламени, отраженный наклонной стенкой поршня и частично поглощающий остаточный шлейф (рис. 7). В объеме, не охваченном пламенем, между языком пламени и крышкой скапливаются продукты сгорания. Скорость движения языка пламени составляет 3÷10 мм/мс. В результате образуется единый очаг горения, который при переходе к фазе догорания топлива в ряде случаев распадается на два очага, разделенных небольшой вертикальной "пустотой" (рис. 8).

В разных камерах сгорания и на различных режимах работы этот процесс не одинаков, но при всех различиях можно отметить, что сгорание корня и остатков прилегающей части шлейфа происходит в "застойной" зоне, где нет движения воздушного заряда или оно малозаметно и поэтому происходит повышенное сажевыделение. Но, так как фрагменты шлейфа содержат мало топлива, количество сажи невелико. На рис. 9 (см. обложку) приведена кинограмма рабочего процесса дизеля 6ДМ21/21. Данный процесс имеет и сходство, и отличия от рассмотренного выше. В первый момент после воспламенения, пока сгорание топлива еще не активизировалось в полной мере, сквозь пламя заметен стержень струи. Шлейф после отсечения впрыска топлива тоже становится вялым, "худеет" и распадается на отдельные очаги, которые сгорают в течение ≈0,75 мс. Основная же масса топлива сгорает в объеме камеры. Контакт пламени с противолежащей стенкой поршня в этом процессе уменьшается.

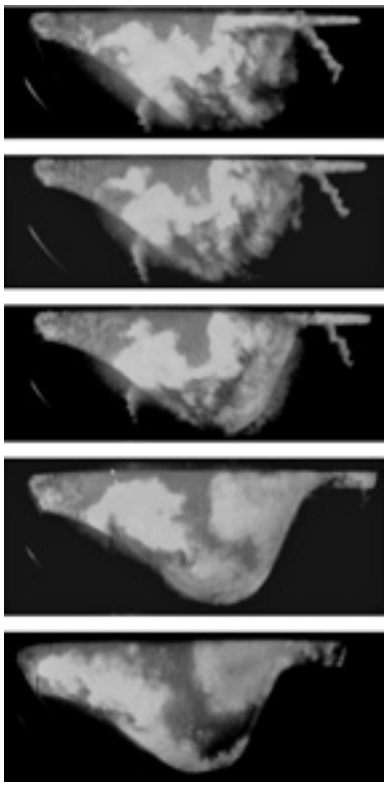


Рис. 8. Кинограммы разделения очага пламени в процессе сгорания топлива

В целом завершение впрыска и сгорания остаточного шлейфа не оказывает значительного влияния на рабочий процесс, так как в него вовлекается небольшое количество топлива. Однако для снижения содержания сажи, вероятно, необходимо создавать умеренное осевое вращение воздушного заряда с небольшими скоростями, которые не разрушали бы оболочку струи и не вызывали ее значительной деформации, но исключали бы появление застойных зон вблизи соплового наконечника форсунки.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Установка** для исследования процессов, протекающих в камере сгорания дизеля / Е. А. Никитина, Г. В. Никонов, М. Г. Крупский, Ю. Ф. Куянов // Двигателестроение. 1988. № 1. С. 8, 9.

2. **Кузин В. Е., Рудаков В. Ю.** Системы и измерительная аппаратура установки "Двигатель с прозрачными окнами" // Улучшение экономических и экологических показателей двигателей внутреннего сгорания. М.: ВЗПИ, 1989. С. 32—37.

3. **Рудаков В. Ю.** Исследование теплового и газодинамического воздействия воздушного заряда на развитие топливной струи // Двигатель. 2004. № 4. С. 7—9; 2005. № 1. С. 46, 47.

4. **Крупский М. Г., Рудаков В. Ю.** Опыт организации объемного смесеобразования по результатам исследований на двигателе с прозрачными окнами // Двигателестроение. 2009. № 2. С. 31—34.

5. **Двигатели** внутреннего сгорания. Теория поршневых и комбинированных двигателей / Под ред. А. С. Орлина, М. Г. Круглова. М.: Машиностроение, 1983. 376 с.

УДК [621.9:62-43].001.57

М. Г. ГАЛКИН, канд. техн. наук (УрФУ им. Б. Н. Ельцина, г. Екатеринбург), e-mail: v_repecki@mail.ru

Графическое моделирование механической обработки тел вращения

Приведены графический метод, позволяющий структурировать операции механической обработки деталей типа тел вращения, и расчет технологических размерных цепей, способствующих рациональному назначению припуска на обработку заготовки.

Ключевые слова: технологический процесс, размерная схема, размерная цепь, исходный граф, производный граф, погрешность обработки.

A graphical method allowing to structure the machining operations of such details as the bodies of revolution, and calculation of the technological dimensional chains, promoting to rational specification of allowance on the workpiece processing, have been presented.

Keywords: manufacturing process, dimensional diagram, dimensional chain, the initial graph, derived graph, error handling.

При механической обработке осесимметричных заготовок различной конфигурации решаются технологические задачи по обеспечению:

1) необходимых точности размеров и шероховатостей торцевых поверхностей;

2) концентричности наружных и внутренних цилиндрических поверхностей;

3) перпендикулярности торцевых поверхностей относительно общей оси детали.

Решение этих задач обеспечивается правильным выбором методов механической обработки поверхностей и их упорядочением, а также назначением технологических баз на основе принципов их постоянства и перемены.

Сформированную по известным технологическим законам стартовую структуру технологического процесса можно представить в виде размерной схемы, что позволяет связь размеров, изменяющихся в процессе получения из исходной заготовки готовой детали, промежуточных припусков и несоосностей рассматривать в виде замкнутой системы, отражающей взаимовлияние всех этих компонентов. Таким образом, размерная схема визуализирует изменение размерных параметров в ходе технологического процесса.

В качестве примера рассмотрим механическую обработку осесимметричной штампованной заготовки на одной операции за два установа (рис. 1). В данном случае размеры основных поверхностей образуются при обработке в направлении двух координатных осей: X — в продольном направлении; Y — в диаметральном. При этом торцевым поверхностям присваивают нечетные номера, диаметральным — четные, возрастающие в направлении соответствующей оси. Для удобства моделирования обработки номера поверхностей готовой детали примем кратными десяти, номера поверхностей в промежуточных состояниях будут либо уменьшаться на единицу относительно номера поверхности готовой детали, либо увеличиваться. В рассматриваемом примере торцевых поверхностей меньше, чем диаметральных, поэтому поверхность с номером *7* отсутствует.

Анализ рис. 1 показал, что все поверхности могут быть подвергнуты однократной обработке, кро-

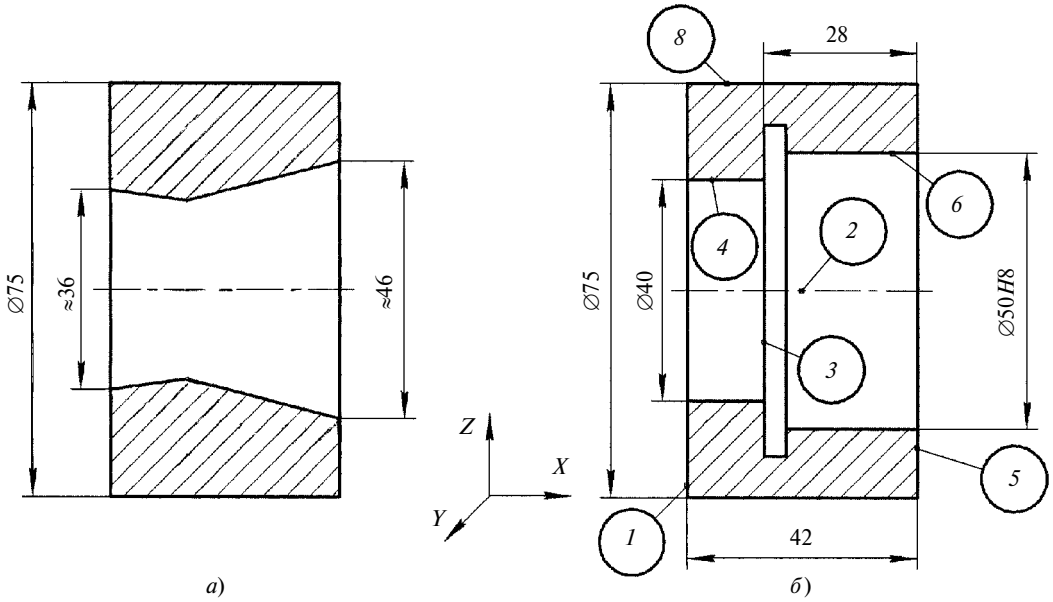


Рис. 1. Эскизы заготовки (*а*) и детали (*б*)

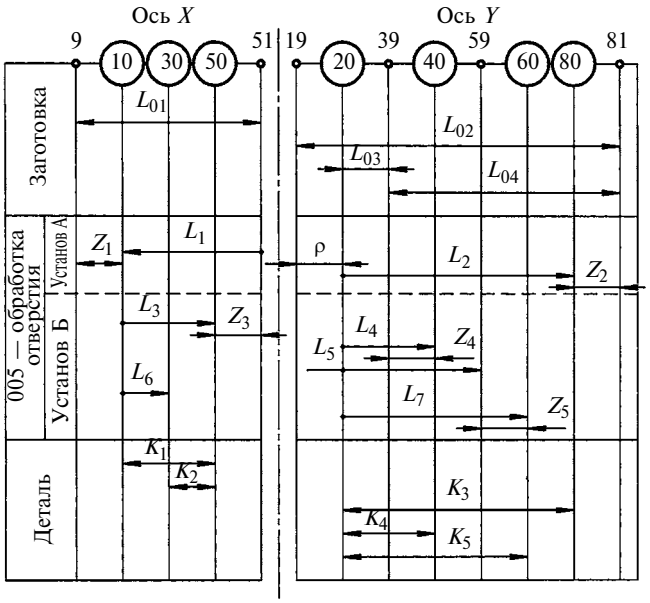


Рис. 2. Размерная схема технологического процесса:
$K_1 \div K_5$ — конструкторские размеры; ρ — несоосность; $Z_1 \div Z_5$ — припуски; $L_1 \div L_7$ — промежуточные размеры; $L_{01} \div L_{04}$ — замыкающие размеры

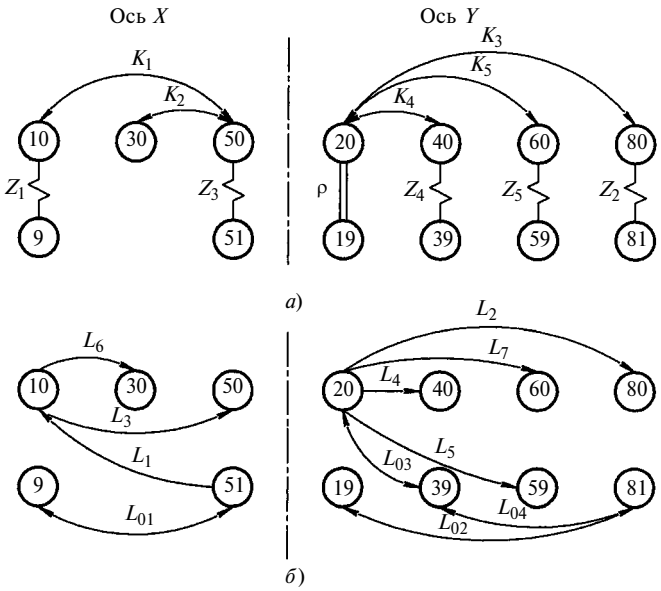


Рис. 3. Исходный (*а*) и производный (*б*) графы размерной схемы осесимметричной заготовки

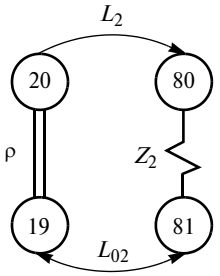


Рис. 4. Частный граф

ме поверхности *б*, которую следует обрабатывать дважды.

Упорядоченную структуру данного технологического процесса, приведенную в табл. 1 в виде последовательности технологических переходов, можно представить в виде размерной схемы технологического процесса (рис. 2), из которой следует, что размеры образуются в направлении двух координатных осей. В этом случае очевидна визуализация алгоритма образования размеров в ходе технологического процесса.

При правильном построении размерной схемы должно соблюдаться следующее: во-первых, число вертикальных линий должно быть на единицу больше числа технологических размеров и размеров исходной заготовки; во-вторых, число замыкающих размеров, которыми могут быть конструкторские размеры, припуски и смещения осей, должно равняться числу технологических размеров.

Для удобства определения всех размерных связей в ходе обработки в соответствии с рис. 2 сформируем модели технологического процесса в виде исходного и производного графов. На исходном графе (рис. 3, *а*) моделируем замыкающие звенья размерных цепей в виде конструкторских размеров, минимальных припусков и смещений осей цилиндрических поверхностей. На производном графе (рис. 3, *б*) отображаем составляющие звенья в виде технологических размеров и размеров исходной заготовки.

Используя исходный и производный графы, составляем канонические уравнения размерных цепей (табл. 2). Уравнение (12) получили, используя частный граф (рис. 4), где замыкающее звено — минимальный припуск Z_2. Несоосность ρ входит в уравнение (12) в качестве составляющего звена и характеризует эксцентриситет прошитого отверстия относительно наружной поверхности исходной заготовки.

Частный граф (см. рис. 4), полученный из совокупности моделей, представленных на рис. 3, позволяет оценить влияние несоосностей базовой и обрабатываемой цилиндрических поверхностей в штампованной заготовке на припуск Z_2, удаляемый при использовании поверхности (см. рис. 1, *б*) в качестве обработки черновой базы *4*.

Таблица 1

Стартовая структура технологического процесса

Позиция на рис. 1, *б*	Переход	Номер перехода
1	Однократное подрезание торца	1
8	Однократное точение	2
5	Однократное подрезание торца	3
4	Однократная расточка	4
6	Предварительная расточка	5
3	Однократное подрезание торца	6
6	Окончательная расточка	7

Таблица 2

Уравнения размерной схемы

Номер уравнения	Каноническое	Замыкающего звена
(1)	$-K_1 + L_3 = 0$	$K_1 = L_3$
(2)	$-K_2 - L_6 + L_3 = 0$	$K_2 = L_3 - L_6$
(3)	$-K_3 + L_2 = 0$	$K_3 = L_2$
(4)	$-K_4 + L_4 = 0$	$K_4 = L_4$
(5)	$-K_5 + L_7 = 0$	$K_5 = L_7$
(6)	$-Z_1 + L_{01} - L_1 = 0$	$Z_1 = L_{01} - L_1$
(7)	$-Z_2 - L_2 + L_{03} + L_{04} = 0$	$Z_2 = L_{03} + L_{04} - L_2$
(8)	$-Z_3 - L_3 + L_1 = 0$	$Z_3 = L_1 - L_3$
(9)	$-Z_4 - L_{03} + L_4 = 0$	$Z_4 = L_4 - L_{03}$
(10)	$-Z_5 - L_5 + L_7 = 0$	$Z_5 = L_7 - L_5$
(11)	$-\rho + L_{02} - L_{04} - L_{03} = 0$	$\rho = L_{02} - L_{04} - L_{03}$
(12)	$-Z_2 - \rho - L_2 + L_{02}$	$Z_2 = -\rho + L_{02} - L_2$

Таблица 3

Допуски технологических размеров, мм

L_{01}	L_{02}	L_{03}	L_{04}	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5	L_6	L_7
2	2,2	1,8	1,6	0,25	0,30	0,25	0,25	0,25	0,18	0,1

Для решения уравнений (1)÷(12) (см. табл. 2) определим сумму параметров Rz, h, $\rho_{кор}$ (или $\rho_{см}$), входящих в формулу для расчета минимального припуска Z_{min} при штамповке, а также допуски на технологические размеры и размеры исходной заготовки. Для этого используем справочные данные для штампованных заготовок и формулу для расчета минимальных припусков расчетно-аналитическим методом [1].

Допуски на технологические размеры (табл. 3) выбраны с учетом точности этапа, на котором получается соответствующий технологический размер, и точности изготовления исходной заготовки.

На первом этапе решения уравнений размерных цепей важно оценить точность конструкторских размеров, получаемых в ходе технологического процесса. Проверке подлежит уравнение (2) (см. табл. 2), в котором замыкающее звено — размер K_2. Необходимо обеспечить допуск $Td_{K_2} = \pm 0{,}25$ мм. Точность выполнения данного размера обеспечивает выполнения неравенства

$$Td_{K_2} \geqslant Td_{L_3} + Td_{L_6}. \qquad (13)$$

Подставив в выражение (13) допуски из табл. 3, получим: $0{,}5 \geqslant 0{,}25 + 0{,}18$, что подтверждает возможность обеспечения точности данного конструкторского размера в ходе обработки.

Далее определим технологические размеры, входящие в размерную схему (см. рис. 2).

Уравнения (1), (3)÷(5) образуют двухзвенные цепи. Следовательно, размеры L_2, L_3, L_4 и L_7 равны соответствующим конструкторским размерам K_3, K_1, K_4 и K_5, т. е. $L_2 = 37{,}5_{-0{,}15}$; $L_3 = 42_{-0{,}25}$; $L_4 = 20^{+0{,}125}$ и $L_7 = 25^{+0{,}05}$ (для диаметральных размеров приведены радиусы и их допуски).

Для решения уравнений с замыкающим конструкторским размером, которые включают в себя более двух звеньев, можно использовать известный метод отклонений [2]. В качестве примера рассмотрим определение размера L_6 из уравнения (2). Предварительно по формуле $L_{6н} = L_{3н} - K_{2н}$ определим номинальный размер $L_{6н} = 42 - 28 = 14$ мм. Далее найдем верхнее и нижнее отклонения размера L_6 по формулам:

$$ES_{K_2} = ES_{L_3} - EI_{L_6}; \qquad (14)$$

$$EI_{K_2} = EI_{L_3} - ES_{L_6}. \qquad (15)$$

Подставив значения в формулы (14) и (15), получим: $EI_{L_6} = -0{,}25$ мм и $ES_{L_6} = 0$. Окончательно для этого размера имеем $L_6 = 14_{-0{,}25}$. Аналогично решаются все уравнения для размерных цепей, в которых замыкающее звено — конструкторский размер.

При определении размеров из уравнений для размерных цепей с замыкающим звеном в виде Z_{min} можно воспользоваться методом предельных значений [2]. В качестве примера рассмотрим уравнение (8), из которого определим технологический размер L_1. Итоговое уравнение в этом случае имеет вид: $Z_{3min} = L_{1min} - L_{3max}$, тогда $L_{1min} = 42 + 1{,}05 = 43{,}05$ мм; $L_{1max} = L_{1min} + Td(L_1) = 43{,}05 + 0{,}25 = 43{,}3$ мм, следовательно, $L_1 = 43{,}3_{-0{,}25}$ мм. Аналогично определяются другие размеры из уравнений для случаев, когда замыкающее звено размерной цепи — минимальный припуск (табл. 4).

Оценить неравномерность припуска Z_2 при обработке наружной цилиндрической поверхности и определить ее размер с учетом имеющейся несоосности можно на основе графа, представленного на рис. 4, и уравнения (12). Предварительно необходимо определить несоосность из уравнения (11) для размерной цепи, в которой несоосность — замыкающее звено. Уравнение будет иметь вид:

$$w\rho = Td(L_{02}) + Td(L_{04}) + Td(L_{03}). \qquad (16)$$

Подставив значения допусков в зависимость (16), получим $w\rho = 2{,}2 + 1{,}8 + 1{,}6 = 5{,}6$ мм. Предположим, что ρ имеет симметричный допуск: $\rho = 0 \pm 2{,}8$ мм.

Таблица 4

Минимальные припуски на сторону, мм

Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5
1,05	0,65	1,05	0,37	0,11

Таблица 5

Результаты расчета размерной цепи

Уравнение замыкающего звена	Определяемое звено	Последовательность расчета	L_{max}, мм	L_{min}, мм	Операционный размер, мм
$K_1 = L_3$	L_3	1	42	41,75	$42_{-0,25}$
$K_2 = -L_6 + L_3$	L_6	5	14	13,75	$14_{-0,25}$
$K_3 = L_2$	L_2	2	$R37,5$	$R37,35$	$R37,5_{-0,15}$
$K_4 = L_4$	L_4	3	$R20,125$	$R20$	$R20^{+0,125}$
$K_5 = L_7$	L_7	4	$R25,05$	$R24,95$	$R25^{+0,05}$
$Z_1 = L_{01} - L_1$	L_{01}	9	46,35	44,35	45,35 ± 1,0
$Z_2 = L_{03} + L_{04} - L_2$	L_{04}	10	21,02	19,42	20,22 ± 0,8
$Z_3 = L_1 - L_3$	L_1	6	43,3	43,05	$43,3_{-0,25}$
$Z_4 = L_4 - L_{03}$	L_{03}	8	$R19,63$	$R18,73$	$R19,18 \pm 0,45$
$Z_5 = L_7 - L_5$	L_5	7	$R24,84$	$R24,715$	$R24,715^{+0,125}$
$\rho = L_{02} - L_{04} - L_{03}$	$w\rho$	11	+2,8	−2,8	0 ± 2,8
$Z_2 = -\rho + L_{02} - L_2$	L_{02}	12	$R42,05$	$R40,95$	$R41,5 \pm 0,55$

Для оценки неравномерности припуска Z_2 необходимо определить допуск из выражения

$$wZ_2 = Td(L_{02}) + w\rho + Td(L_2). \quad (17)$$

Подставив значения в уравнение (17), получим $wZ_2 = 2,2 + 5,6 + 0,3 = 8,1$ мм. Далее определим максимальное значение Z_2:

$$Z_{2max} = Z_{2min} + wZ_2/2. \quad (18)$$

Тогда $Z_{2max} = 0,65 + 4,05 = 4,7$ мм.

Таким образом, максимальный припуск больше минимального (Z_{2max}/Z_{2min}) в 7,2 раза. Основная причина этого — несоосность прошитого отверстия и наружной поверхности *8* (см. рис. 1). Очевидно, что это обстоятельство окажет определенное влияние на точность формы поверхности *8* и производительность обработки в целом. Уменьшить параметр $w\rho$ можно, повысив точность диаметральных размеров исходной заготовки и уменьшив колебания значений толщины ее стенки. Следовательно, размер поверхности *8* целесообразно определять по уравнению (12) с учетом предполагаемой несоосности [3]. В этом случае окончательная зависимость будет иметь вид:

$$L_{02min} = L_{2max} + \rho_{max} + Z_{2min}. \quad (19)$$

Подставив значения в зависимость (19), получим $L_{02min} = 37,5 + 2,8 + 0,65 = 40,95$ мм. Наибольшее предельное значение этого размера определится как $L_{02max} = L_{02min} + Td(L_{02})/2 = 40,95 + 1,1 = 42,05$ мм. Окончательно радиус поверхности *8* составит: $L_{02} = 41,5 \pm 0,55$ мм.

Все остальные уравнения из табл. 2 решаются аналогично. Результаты расчетов всех технологических размеров приведены в табл. 5.

Таким образом, модель (см. рис. 4), учитывающая имеющуюся несоосность, позволяет исключить появление необработанных мест на первых технологических переходах обработки наружных и внутренних цилиндрических поверхностей в результате увеличения припуска с учетом точности заготовки.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ ССЫЛКИ

1. **Справочник** технолога машиностроителя / А. Г. Косилова, А. Г. Суслов, А. М. Дальский и др. Т. 1. М.: Машиностроение, 2001. 912 с.
2. **Галкин М. Г., Ашихмин В. Н.** Технология механической обработки тел вращения. Екатеринбург: УрФУ, 2010. 186 с.
3. **Галкин М. Г., Репецкий В. В.** Особенности выполнения размерного анализа с векторными погрешностями при обработке соосных поверхностей // Справочник. Инженерный журнал. 2011. № 4. С. 14—17.

УДК 621.25:621.22.018.1

В. Ю. АЛЕКСАНДРОВ, К. К. КЛИМОВСКИЙ, кандидаты технических наук (ЦИАМ им. П. И. Баранова),
e-mail: alexsandrov@ciam.ru

О повышении КПД осевых насосов

Рассмотрена возможность повышения КПД осевого насоса путем снижения гидравлических потерь в межлопастных каналах его ступеней перераспределением давления и скоростного напора в межвенцовых зазорах.

Ключевые слова: осевой насос, коэффициент полезного действия, межвенцовые зазоры, гидравлические потери.

The possibility of increasing the efficiency of axial pump by reducing of hydraulic loss in the inter-paddle channels of axial pump stages by means of redistribution of pressure and velocity head in the rim gaps is considered.

Keywords: axial pump, efficiency, rim gapes, hydraulic loss.

В осевом насосе суммарные гидравлические потери зависят главным образом от скорости потока жидкости при входе в лопаточные венцы рабочего колеса и направляющего аппарата. Полное давление в межвенцовых зазорах ступеней насоса определяется выражением:

$$p^* = p + \rho c^2/2. \quad (1)$$

Здесь p — статическое давление; $\rho c^2/2$ — скоростной напор, где c — скорость жидкости в абсолютном движении; $\rho = const$ — плотность жидкости, которая считается несжимаемой.

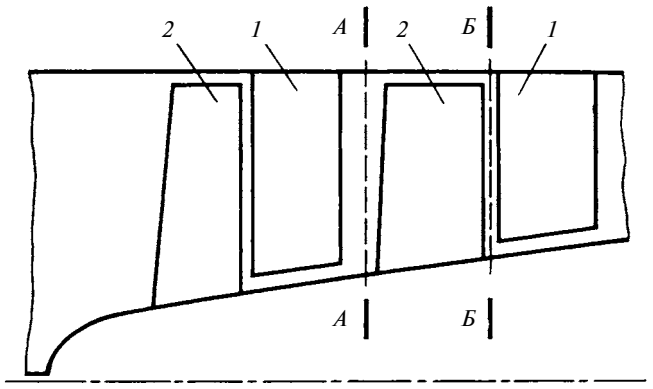


Рис. 1. Схема двух ступеней насоса:
1 — рабочие колеса; *2* — лопастные венцы направляющего аппарата

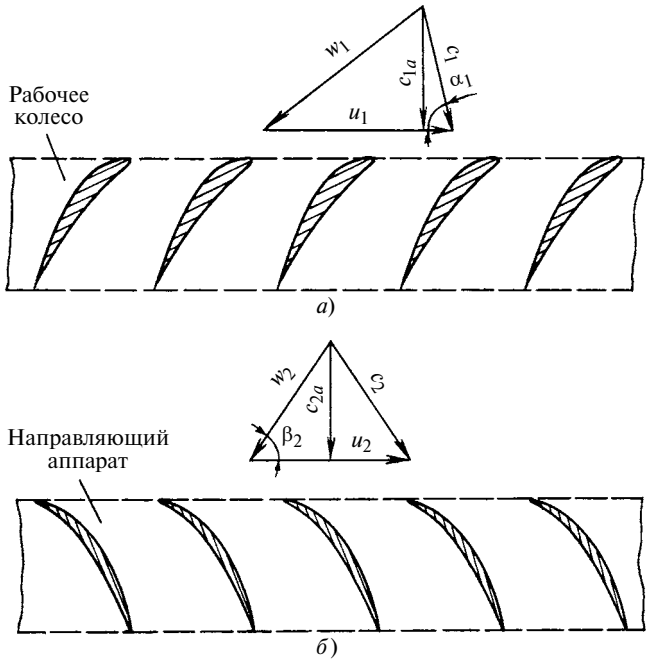


Рис. 2. Решетки лопастных венцов рабочего колеса (*а*) и направляющего аппарата (*б*) на расчетных радиусах и соответствующие им треугольники скоростей в межвенцовых зазорах соответственно на входе (см. рис. 1, плоскость *А—А*) и выходе (плоскость *Б—Б*) относительно рабочего колеса

Из формулы (1) очевидно, что статическое давление p должно быть максимальным, а $\rho c^2/2$ — как можно меньше, т. е. отношение этих слагаемых должно быть максимальным:

$$\bar{p} = \frac{p}{\rho c^2/2} \to \max.$$

На рис. 1 приведена схема двух ступеней насоса. Отношение $\bar{p}$ на входе в лопастной венец рабочего колеса на расчетном радиусе имеет вид:

$$\bar{p}_1 = \frac{p_1^* - \rho c_1^2/2}{\rho w_1^2/2}, \qquad (2)$$

где p_1^* — полное давление на входе в лопастной венец; c_1 — скорость жидкости в абсолютном движении; w_1 — скорость жидкости в относительном движении.

На рис. 2 приведены решетки лопастных венцов рабочего колеса и направляющего аппарата на расчетных радиусах, а также соответствующие им треугольники скоростей в межвенцовых зазорах на входе и выходе относительно рабочего колеса, из которых получим:

$$c_1 = \frac{c_{1a}}{\sin\alpha_1}; \qquad (3)$$

$$w_1^2 = c_1^2 + u_1^2 - 2c_1u_1\cos\alpha_1, \qquad (4)$$

где c_{1a} — осевая скорость жидкости; u_1 — окружная скорость колеса; α — угол потока жидкости в абсолютном движении.

Подставив в выражение (2) формулы (3) и (4), получим:

$$\bar{p} = \frac{p_1^* - \dfrac{\rho c_{1a}^2}{2\sin^2\alpha_1}}{\dfrac{\rho}{2}\left(u_1^2 + \dfrac{c_{1a}^2}{\sin^2\alpha_1} - 2\dfrac{c_{1a}u_1\cos\alpha_1}{\sin\alpha_1}\right)}. \qquad (5)$$

Для перехода к безразмерным величинам разделим числитель и знаменатель на $\rho u_1^2/2$:

$$\bar{p} = \frac{\bar{p}_1^* - \dfrac{\bar{c}_{1a}^2}{\sin^2\alpha_1}}{1 + \dfrac{\bar{c}_{1a}^2}{\sin^2\alpha_1} - 2\dfrac{\bar{c}_{1a}\cos\alpha_1}{\sin\alpha_1}}. \qquad (6)$$

Величину отношения $\bar{p}_1^*$ определим по формуле

$$\bar{p}_{1i}^* = \frac{p_{1i}^*}{\dfrac{\rho u_{1i}^2}{2}} = \frac{p_1^*(i-1) + \rho H_{i-1}}{\dfrac{\rho u_{1i}^2}{2}},$$

где i — номер ступени; $p_1^*(i-1)$ — полное давление на входе в рабочее колесо предыдущей ступени; H_{i-1} — напор в предыдущей ступени.

Расход G жидкости и площадь F сечения лопаточного венца известны, окружная скорость u_1 определена условиями работы турбины, параметр $\bar{c}_{1a}$ — фиксированная величина, поэтому варьировать можно только значение угла α_1. Таким образом, максимальное значение $\bar{p}$ можно определить, приравняв частную производную $\dfrac{\partial\bar{p}}{\partial\sin\alpha}$ к нулю.

УДК 621.825.001.573

И. А. ХАЛИЛОВ, канд. техн. наук (АзТУ, Азербайджан, г. Баку), e-mail: khalilov@aztu.edu.az

Исследование изменения температуры упругих элементов муфт в результате демпфирования

Рассматривается влияние демпфирующей способности упругих муфт на их температуру с учетом физико-механических свойств и размеров эластомера, динамических свойств привода машины.

Ключевые слова: муфта, упругий элемент, демпфирование, температура, эластомер.

The damping ability influence of elastic clutches on their temperature taking into account physical-mechanical properties and dimensions of the elastomer and dynamic properties of the machine's drive are considered.

Keywords: clutch (coupling), elastic element, damping, temperature, elastomer.

На динамические свойства приводов машин большое влияние наряду с многочисленными факторами [1—4] оказывают температурные изменения, связанные с демпфированием и трением. Известно, что приводные упругие муфты в процессе работы нагреваются. В результате несоосности соединяемых валов и колебаний значений крутящего момента упругий элемент муфты при эксплуатации постоянно подвергается деформации. Упругие компенсирующие муфты вследствие высокой демпфирующей способности поглощают механическую энергию колебаний в системе [1, 5]. Внутренние напряжения, вызванные деформациями упругого элемента, преобразуются в тепловую энергию. Нагревание упругого элемента муфты приводит к существенному изменению его жесткости, демпфирующей способности и других физико-механических свойств. При небольшом коэффициенте теплопроводности материала упругого элемента выделяемая теплота может стать причиной его выхода из строя. При повышенной температуре окружающей среды контроль температуры в системе становится особенно актуальным.

Основными факторами, влияющими на температуру упругих муфт при эксплуатации, являются: коэффициент теплопроводности; форма (площадь поверхности) упругого элемента; демпфирующая способность упругого элемента; характер нагружения; отношения инерционных моментов ведущей и ведомой ветвей привода; температура окружающей среды.

Упругие элементы муфт изготовляют из эластомеров или металла. По сравнению с металлическими материалами эластомеры более чувствительны к температурным изменениям [5—7]. Для большинства упругих элементов муфт из эластомера верхний температурный предел 70÷80 °С [6—9], что

(Окончание статьи. Начало см. на стр. 24)

Выполнив аналогичные вычислительные операции относительно направляющего аппарата, получим:

$$\bar{p}_2 = \frac{p_2^* - \frac{\rho c_2^2}{2}}{\frac{\rho c_2^2}{2}} = \frac{p_2^*}{\frac{\rho c_2^2}{2}} - 1 \text{ или } \bar{p}_2 = \frac{p_1^* + \rho H_1}{\frac{\rho c_2^2}{2}} - 1.$$

Согласно уравнению Эйлера $H_1 = c_{2u}u_2 - c_{1u}u_1$. Здесь $u_2 = u_1 r_1/r_2$ (r_1, r_2 — расчетные радиусы соответственно на входе и выходе лопаточного венца); $c_{2u} = u_2 - c_{2a}\text{ctg}\beta_2$ (получено из треугольника скоростей, см. рис. 2, *б*), где β_2 — угол потока жидкости в относительном движении; $c_{1u} = c_1\cos\alpha_1$.

Кроме того, из треугольника скоростей получим:

$$c_2^2 = w_2^2 + u_2^2 - 2w_2u_2\cos\beta_2 =$$

$$= \frac{c_{2a}^2}{\sin^2\beta_2} + u_2^2 - 2\frac{c_{2a}}{\sin\beta_2}u_2\cos\beta_2,$$

где w_2 — скорость жидкости в относительном движении.

По уравнениям, аналогичным выражениям (1)—(6), с учетом потерь в рабочем колесе, т. е. КПД $\eta_к$ рабочего колеса, окончательно получим:

$$\bar{p}_2 = \frac{\bar{p}_1^*\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 + 2\left[1 - \bar{c}_{2a}\text{ctg}\beta_2 - \bar{c}_{1a}\text{ctg}\alpha_1\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2\right]\eta_к}{1 + \frac{\bar{c}_{2a}^2}{\sin^2\beta_2} - 2\frac{\bar{c}_{2a}\cos\beta_2}{\sin\beta_2}} - 1,$$

где $\bar{c}_{2a} = \bar{c}_{1a}\frac{F_1}{F_2}\frac{r_1}{r_2}$.

Выполнив дифференцирование, получим максимальное значение $\bar{p}_2$ и соответствующий ему угол $\beta_{2опт}$. Определив оптимальные значения углов α_1 и β_2, получим треугольники скоростей в межвенцовых зазорах ступеней, соответствующие минимальным гидравлическим потерям.

обусловлено максимальным демпфированием [6]. Для некоторых упругих муфт допустимая температура 55÷65 °С. Поэтому при температуре окружающей среды выше 40 °С допустимое увеличение температуры 15÷20 °С. В зависимости от физико-механических свойств эластомеров их демпфирующая способность уменьшается в интервале температур от −40 до 0 °С. Особенно резко возрастает жесткость эластомера и уменьшается его демпфирующая способность при температурах от −25 до −20 °С, что может привести к резонансным явлениям в приводе.

Таким образом, упругие муфты из эластомера следует применять при положительной температуре окружающей среды. При очень низкой или высокой температуре применение упругих муфт из эластомера нецелесообразно. Для системного подбора приводных муфт необходим тепловой расчет с учетом температуры окружающей среды, т. е. одним из условий целевой функции при подборе муфт является температурное изменение.

Исследуем температурные изменения в соединительных упругих муфтах при эксплуатации машины. С увеличением частоты деформации упругого элемента его температура увеличивается. Если поглощаемая энергия за один цикл демпфирования больше энергии, выделяемой в окружающую среду, то температура муфты будет расти. Так как материал упругого элемента имеет температурный предел, то для исследований важны установившийся режим теплообмена и влияние различных факторов на температуру эластомера при равенстве энергий, поглощаемой муфтой и передаваемой в окружающую среду.

Математическая модель. Представим привод машины как двухмассовую колебательную систему с упругой муфтой, демпфирование которой пропорционально угловой скорости (рис. 1) [3, 5].

Закон движущего момента $M_1 = \hat{M}_1 \sin\Omega_1 t$, функция момента сопротивления $M_2(t) = 0$. Тогда система дифференциальных уравнений движения имеет вид:

$$\begin{cases} J_1\ddot{\varphi}_1 = C_м(\varphi_1 - \varphi_2) + d(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) + \hat{M}_1 \sin\Omega_1 t; \\ J_2\ddot{\varphi}_2 = -C_м(\varphi_1 - \varphi_2) - d(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2), \end{cases}$$

где $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ — угол относительного поворота полумуфт; φ_1, φ_2 — углы поворота соответственно

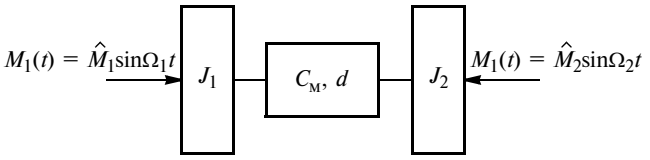


Рис. 1. Двухмассовая колебательная система с упругой муфтой

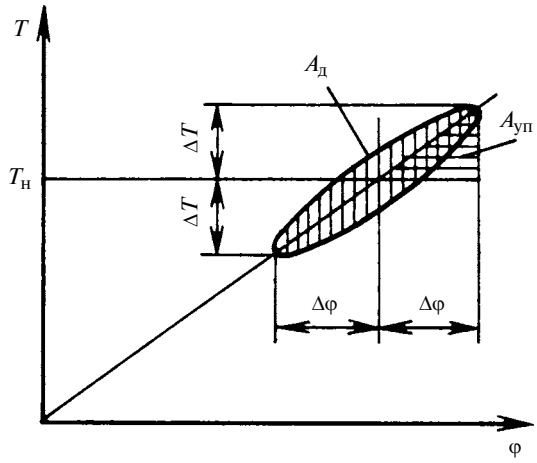


Рис. 2. Зависимость крутящего момента муфты от относительного угла поворота полумуфт: гистерезисная петля колебаний крутящего момента вокруг номинального значения ($T_н$) за один цикл

ведущей и ведомой полумуфт; d — демпфирование, пропорциональное угловой скорости, Н · м · с/рад; Ω_1 — окружная частота гармонической нагрузки на муфту, рад/с; $C_м$ — динамическая жесткость муфты при кручении, Н · м/рад; $\hat{M}_1$ — амплитуда значений момента вращения; J_1 и J_2 — моменты инерции соответственно ведущей и ведомой ветвей привода, кг · м^2.

Коэффициент относительного демпфирования упругих муфт определяется формулой (рис. 2) [1, 5]

$$\psi = A_д/A_{уп},$$

где $A_д$ — энергия, поглощаемая за один цикл демпфирования; $A_{уп}$ — энергия, затрачиваемая на упругую деформацию эластомера.

Значение энергии $A_д$ определяется выражением [5]

$$A_д = \frac{\psi \hat{M}_1^2 J_2}{2(J_1 + J_2)J_1\omega_0^2\left[\left(1 - \frac{\Omega_1^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \frac{\psi^2}{4\pi^2}\right]},$$

где $\omega_0 = \sqrt{\frac{C_м}{J_1} + \frac{C_м}{J_2}}$ — собственная частота колебаний системы, т. е. резонансная без демпфирования.

Тогда потери мощности в результате демпфирования

$$P_д = \frac{\psi \hat{M}_1^2 J_2 \frac{\Omega_1}{2\pi}}{2(J_1 + J_2)J_1\omega_0^2\left[\left(1 - \frac{\Omega_1^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \frac{\psi^2}{4\pi^2}\right]}. \quad (1)$$

При этом согласно основным уравнениям термодинамики количество выделяемой источником теплоты

$$Q = \alpha\Delta\theta St,$$

где α — коэффициент теплопроводности, Вт/(м^2 · К); $\Delta\theta = \theta - \theta_0$ — изменение температуры, К; θ — рабочая температура упругого элемента муфты, К; θ_0 — температура окружающей среды, К; S — площадь охлаждаемой поверхности упругого элемента; t — время.

Следовательно, количество теплоты, выделяемое за единицу времени, т. е. мощность тепловыделения, имеет вид:

$$P_т = \frac{Q}{t} = \alpha\Delta\theta S. \qquad (2)$$

Температура упругого элемента при эксплуатации будет постоянной, если соблюдать баланс теплообмена, т. е. должно выполняться условие $P_д = P_т$. Тогда из уравнений (1) и (2) получим:

$$\frac{\psi \hat{M}_1^2 J_2 \frac{\Omega_1}{2\pi}}{2(J_1 + J_2)J_1\omega_0^2\left[\left(1 - \frac{\Omega_1^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \frac{\psi^2}{4\pi^2}\right]} = \alpha\Delta\theta S. \qquad (3)$$

Введем обозначение отношения моментов инерции $\bar{J} = J_2/J_1$ и решим уравнение (7) относительно $\Delta\theta$, получим:

$$\Delta\theta = \frac{\psi \hat{M}_1^2 \bar{J} \frac{\Omega_1^2}{\omega_0^2}}{4\pi\alpha S\Omega_1 J_1(1 + \bar{J})\left[\left(1 - \frac{\Omega_1^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \frac{\psi^2}{4\pi^2}\right]}. \qquad (4)$$

Численный эксперимент. Уравнение (4) показывает, что температура упругого элемента муфты при эксплуатации зависит от множества факторов. Для дальнейших исследований значения некоторых факторов считаем постоянными: $\hat{M}_1 = 270$ Н · м; $\Omega_1 = 25$ с$^{-1}$; $J_1 = 5{,}4$ кг · м^2 и $C_м = 0{,}033$ Н · м/рад. Остальные параметры варьируем в выбранных пределах:

ψ от 0 до 1 с шагом 0,2; от 1 до 5 с шагом 1;

Ω_1/ω_0 от 0 до 2 с шагом 0,2; от 2 до 10 с шагом 2;

$\bar{J}$ от 0 до 1 с шагом 0,5; от 1 до 2 с шагом 1; от 2 до 10 с шагом 2; от 10 до 20 с шагом 5;

α от 15 до 35 Вт/(м^2 · К) с шагом 5;

S от 0,02 до 0,1 м^2 с шагом 0,02.

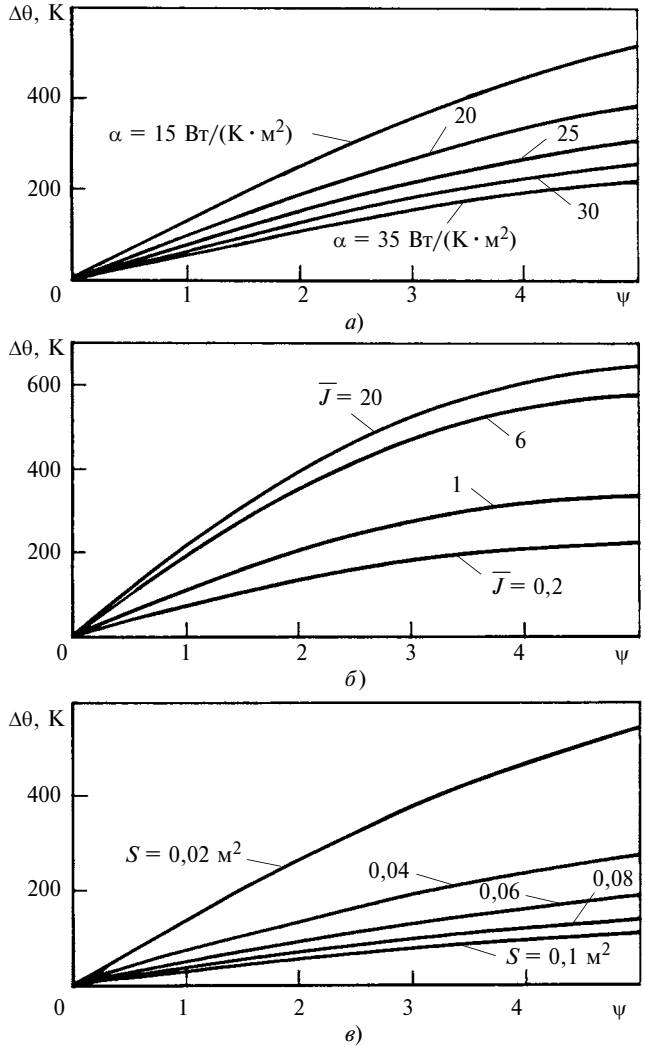


Рис. 3. Зависимости изменения температуры упругого элемента от коэффициента относительного демпфирования при разных значениях:

а) α при $\bar{J} = 6$; $\Omega_1/\omega_0 = 1{,}6$; $S = 0{,}02$ м^2; *б*) $\bar{J}$ при $\Omega_1/\omega_0 = 1{,}4$; $\alpha = 20$ Вт/(К · м^2); $S = 0{,}02$ м^2; *в*) S при $\bar{J} = 10$; $\Omega_1/\omega_0 = 1{,}6$; $\alpha = 15$ Вт/(К · м^2)

По результатам численных экспериментов построены зависимости изменения температуры упругого элемента муфты при эксплуатации с учетом различных факторов. На рис. 3 представлены зависимости изменения температуры упругого элемента от коэффициента относительного демпфирования при разных значениях параметров: коэффициента теплопроводности (рис. 3, *а*); отношения инерционных моментов ведущей и ведомой ветвей привода (рис. 3, *б*); площади поверхности упругого элемента (рис. 3, *в*).

Установлено, что с увеличением демпфирующей способности муфты температура эластомера повышается. Увеличение коэффициента теплопроводности и размеров поверхности эластомера при постоянной демпфирующей способности муфты приводит к снижению изменений температуры.

При этом частоты колебаний момента нагружения приняты близкими собственным частотам колебаний приводной системы (Ω_1/ω_0 = 1,4 и 1,6), так как при частотах Ω_1/ω_0 = 0,7÷1,8 наблюдается рез-

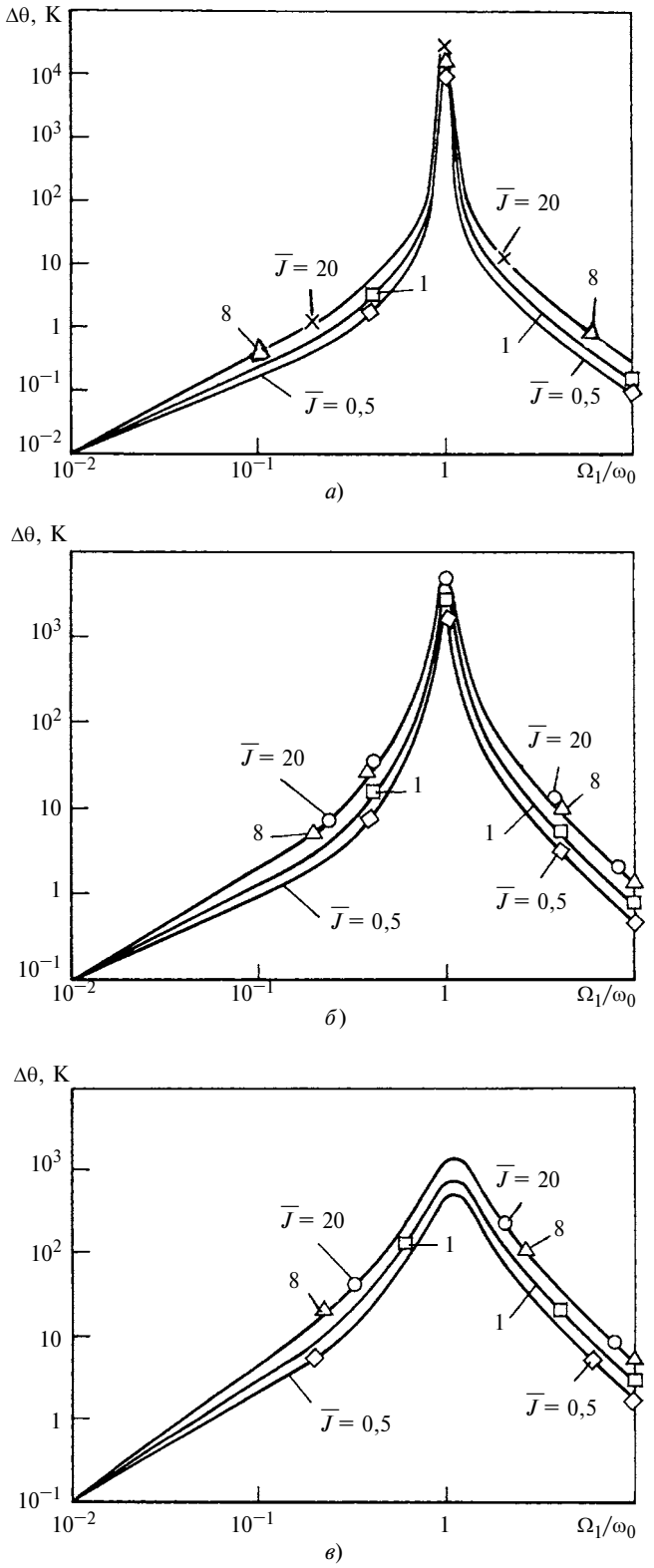


Рис. 4. Зависимости изменения температуры упругого элемента муфты от отношения Ω_1/ω_0 при разных значениях $\bar{J}$ и ψ = 0,2 (*а*), 1 (*б*), 4 (*в*) при α = 15 Вт/(К·м^2), S = 0,02 м^2

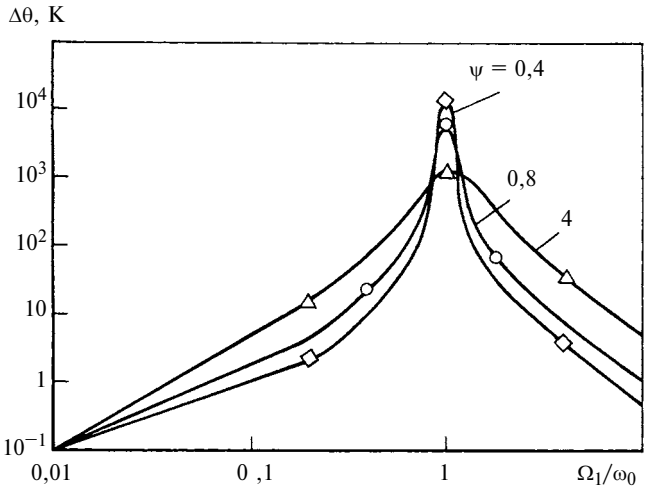


Рис. 5. Зависимости изменения температуры упругого элемента муфты от отношения Ω_1/ω_0 при разных значениях ψ

кое повышение температуры упругого элемента. Исследованиями установлено, что при частотах колебаний момента нагружения, отличных от частот системы (например при $\Omega_1/\omega_0 \in [0 \div 0{,}6] \cup [2 \div 10]$) температура изменяется незначительно.

На рис. 4 представлены зависимости изменений температуры упругого элемента муфты от частоты колебаний момента нагружения при различных значениях $\bar{J}$. Установлено, что в резонансной зоне температура упругого элемента резко возрастает, чем выше коэффициент жесткости муфты, тем резче возрастает температура в узком околорезонансном диапазоне частот колебания момента нагружения (рис. 4, *а*). Это объясняется ударным характером нагрузки в жестких муфтах. С увеличением демпфирующей способности муфты не наблюдается столь резкое возрастание температуры в околорезонансной зоне (рис. 4, *б* и *в*), но повышенные температуры имеют место в более широком диапазоне частот колебаний момента нагружения, что объясняется поглощением энергии в результате демпфирования. Полученные результаты подтверждает опыт эксплуатации упругих муфт.

На рис. 5 представлены зависимости изменения температуры упругого элемента от частоты колебаний момента нагружения при различном коэффициенте относительного демпфирования, подтверждающие закономерности повышения температуры с увеличением демпфирующей способности упругого элемента.

Значительное повышение температуры (до 1000 °С и выше, см. рис. 3—5) соответствует условиям работы муфты, когда частоты колебаний нагружающего момента и собственные частоты системы совпадают или когда их значения очень близки. Теоретически это может возникнуть на установившемся режиме работы муфты на резонансных частотах, однако, как правило, машины работают при

УДК 621.91.001.57

Л. К. ГЕНЕРАЛОВ, канд. техн. наук (Владимирский ГУ им. А. Г. и Н. Г. Столетовых), e-mail: generalov@vlsu.ru

Модальное управление в приводах подач металлорежущих станков

Рассмотрен метод модального управления приводом поперечной подачи токарного станка с ЧПУ, основанный на стабилизации упругих деформаций при изменении толщины срезаемого припуска, обеспечивающий постоянное значение в якорной цепи двигателя.

Ключевые слова: токарная обработка, станок, привод, точность, упреждение, податливость, стабилизация.

Method of modal control of cross feed drive of CNC turning lathe is considered. The method is based on stabilization of elastic deformations at change of a cutting allowance thickness, providing a constant value of current in the motor armature circuit.

Keywords: turning, lathe, drive, precision (accuracy), advance, compliance, stabilization.

Управление точностью формы деталей в процессе изготовления — важное условие при проектировании приводов станков с программным управлением, обусловленное сложностью и спецификой управления резанием, представляющим собой нелинейный и нестационарный процесс с неизвестными параметрами. Отсутствие технической возможности измерения параметров резания и отдельных возмущающих воздействий выдвигает новые задачи, направленные на получение априорной информации, необходимой для управления.

Совершенствование методов точной компенсации некоторых видов возмущающих воздействий и точного отслеживания эталонных сигналов позволяет решить поставленную задачу, используя принцип упреждения [1]. Управление с упреждением — известная концепция практики проектирования систем управления. Однако в резании она не нашла широкого применения несмотря на высокую эффективность. Рассмотрим использование данного метода на примере обработки деталей на токарном станке с ЧПУ, оснащенном адаптивной системой автоматического управления, в частности при обработке валов, жесткость которых недостаточна для обеспечения цилиндрической формы детали в продольном сечении при обработке. Известны приемы устранения погрешности формы детали, например, использование дополнительных опор или смещение инструмента относительно обрабатываемой поверхности в зависимости от вида искажения образующей наружной поверхности. Наиболее приемлемым с точки зрения автоматического управления является второй способ компенсации погрешности. Но он требует уст-

(Окончание статьи. Начало см. на стр. 26)

частотах момента нагружения, далеких от собственных частот приводной системы, а резонансный диапазон преодолевается во время пуска почти мгновенно. Поэтому такие высокие температуры не наблюдаются. Но при высокой демпфирующей способности муфты (см. рис. 5) повышенные температуры имеют место в более широком диапазоне значений $\Omega_1/\omega_0 \in [0{,}2 \div 2]$. Поэтому тепловой расчет упругих муфт следует выполнять при повышенной демпфирующей способности упругого элемента.

Таким образом, разработана математическая модель температурных изменений упругого элемента привода машины. Выполнен численный эксперимент по определению изменения температуры упругого элемента с учетом его демпфирующей способности, физико-механических характеристик и размеров, динамических свойств привода машины. Установлены диапазоны недопустимых значений демпфирующей способности и частот колебаний момента нагружения для упругих элементов муфт.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Ряховский О. А., Иванов С. С.** Справочник по муфтам. Л.: Политехника, 1991. 384 с.
2. **Халилов И. А.** Исследование влияния зазора в муфтах на динамические свойства приводов машин // Вестник машиностроения. 2010. № 3. С. 10—13.
3. **Халилов И. А.** Исследования динамических свойств геометрически замкнутых механических муфт // Техника машиностроения. 2009. № 2. С. 25—31.
4. **Khalilov I. A.** Mekanik kavramlarda ara boşluklarin iletimin dinamik özelliklerine etkisini araştirmak için matematiksel modelin yapılması // Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu — 2009. ODTÜ Kuzey Kıbrıs Kampusu, S. 421—426.
5. **Peeken H., Troeder C.** Elastische Kupplungen: Ausführung, Eigenschaften, Berechnungen. 1986. Springer—Verlag. 211 s.
6. **Eyerer P.** Elastomere // Eigenschaften von Kunststoffen in Bauteilen. 2007. S. 177—209.
7. **Eyerer P., Jürgen M., Schneider K. L.** Thermoplastische Elastomere (TPE) − Eigenschaften, Gegenüberstellung, Anwendungen // Eigenschaften von Kunststoffen in Bauteilen. 2007. S. 167—176.
8. **www.ktr.com:** POLY-NORM — kurzbauende drehelestische Kupplungen. 2009. S. 47—55.
9. **www.ktr.com:** POLY — drehelestische, durchschlagende Kupplungen. 2009. S. 63—67.

ранения отклонений в режиме реального времени.

Известно, что эффект запаздывания при формообразовании поверхности детали обусловлен продолжительностью физических процессов при резании, их регистрацией, обработкой, выработкой корректирующего воздействия и его отработкой [2, 3]. В реальных системах управления все указанные действия можно реализовать только после совершения события.

С учетом того, что реально устранить отставание не представляется возможным, очевидно, что требуется упреждающая подача корректирующего сигнала в систему управления приводом. Возникает вопрос, каким образом определить корректирующий сигнал, если процесс резания не реализован? Решение заключается в предварительной подготовке с использованием математической модели привода, включающей в себя процесс резания. Модель процесса резания разделим на две части, одна из которых подвергается воздействию внешних возмущений. Структурная схема упреждения возмущений представлена на рис. 1. Здесь $W_y(p)$ — передаточная функция системы управления; $W_{м1}(p)$ — передаточная функция модели процесса резания, меняющаяся вследствие воздействия возмущений; $W_{м2}(p)$ — передаточная функция модели, не изменяющаяся от возмущений; $W_f(p)$ — передаточная функция не возмущающего воздействия; $G(p)$ — входное воздействие; $U(p)$ — выходной сигнал системы управления; $Y(p)$ — выход модели.

Данная модель — упрощенный вариант относительно реального процесса, однако она позволяет комбинировать аналитическое представление возмущений с их реальной отработкой, опережая действующие возмущения.

Применительно к обработке резанием формирование упреждения можно связать с необходимостью стабилизации силы резания, от которой во многом зависит точность изготовляемых деталей. Так, упругое отжатие заготовки при обработке можно исключить, если силовое воздействие в зоне резания находится в равновесном состоянии и поддерживается изменением режимов резания и рядом других параметров. Для этого определим дополнительные входные воздействия, которые изменяют частоту вращения заготовки, глубину резания, подачу, силу тока в двигателе, приводящего в действие исполнительный механизм с режущим инструментом.

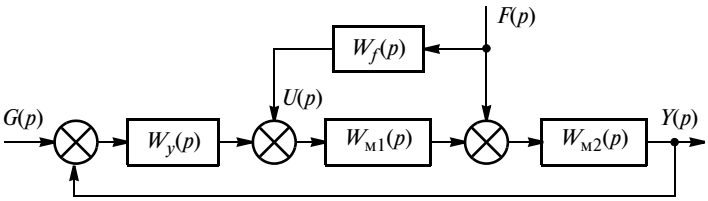


Рис. 1. Структурная схема выработки упреждающих воздействий

Формирование условий решения задачи основано на предположении о постоянстве срезаемого слоя или массы стружки при каждом обороте, т. е. считаем, что и в начале, и в конце одного оборота срезанные стружки имеют одинаковую площадь сечения:

$$a_0(t)b_0(t) = a_1(t)b_1(t), \qquad (1)$$

где $a_0(t)$ и $b_0(t)$, $a_1(t)$ и $b_1(t)$ — толщина и глубина срезаемого слоя соответственно в начале и конце одного оборота.

В действительности эти величины непостоянны, поскольку припуск заготовки неравномерен, неодинаковы свойства материала, имеет место изнашивание инструмента, а также существует ряд факторов, влияющих на процесс резания. Все это вызывает упругие деформации и обусловливает колебания различной частоты и амплитуды.

Для исключения данных факторов необходима стабилизация силы резания. Для этого следует обеспечивать постоянную глубину резания в процессе обработки, изменяя скорость поперечной подачи. В этом случае выражение равновесия (1) имеет вид:

$$b_0(t)v_0(p) = b_1(t)v_1(p), \qquad (2)$$

где $b_0(t)$ и $v_0(p)$, $b_1(t)$ и $v_1(p)$ — глубина резания и скорость поперечной подачи соответственно в начале и конце одного оборота заготовки.

Частота вращения заготовки постоянна и осуществляется приводом главного движения. Следовательно, выражение (2) можно записать в виде приращений:

$$[b_0(t) + \Delta b_0(t)][v_0(p) + \Delta v_0(p)] = \\ = [b_1(t) + \Delta b_1(t)] \times \\ \times [v_1(p) + \Delta v_1(p)], \qquad (3)$$

где b_0, b_1, v_0, v_1 — номинальные значения.

Считаем, что

$$b_0 v_0 = b_1 v_1. \qquad (4)$$

Известно, что в отсутствие колебаний значений силы резания толщина срезаемой стружки связана с координатами вершины резца выражением:

$$\Delta b_0(t) = C_1 \Delta h(t) + C_2 \Delta b_1(t), \qquad (5)$$

где C_1 — жесткость заготовки при изгибе; C_2 — жесткость станка; $\Delta h(t)$ — изменение толщины срезаемой стружки, обусловленное жесткостью заготовки; $\Delta b_1(t)$ — изменение глубины резания, вызванное смещением вершины резца ввиду податливости узлов и деталей станка.

Подставив уравнения (5) и (4) в выражение (3) и пренебрегая

членами второго порядка малости, получим скорость поперечной подачи инструмента:

$$\Delta v_1(p) = \frac{1}{b_1 + \Delta b_1(t)} \times$$
$$\times [v_0 \Delta b_0(t) - v_1 \Delta b_1(t)]$$

или

$$\Delta v_1(p) = \frac{1}{b_1 + \Delta b_1(t)} [v_0 C_1 \Delta h(t) +$$
$$+ v_0 C_2 \Delta b_1(t) - v_1 \Delta b_1(t)]. \quad (6)$$

Анализ физических процессов при резании металла показал, что изменения силы резания происходят в связи с тем, что скорость подачи инструмента не поддерживается должным образом при изменении глубины резания. Это можно устранить, если относительное изменение угловой скорости двигателя поперечной подачи будет равно относительному изменению скорости поперечной подачи:

$$\frac{\Delta v_1(t)}{v_1} = \frac{\Delta \omega_д}{\omega_д}, \quad (7)$$

где $\omega_д$ — угловая скорость двигателя поперечной подачи.

Из равенства (7) получим:

$$\Delta \omega_д = \frac{\Delta \omega_д v_1(t)}{v_1}$$

или

$$\Delta \omega_д = \frac{\omega_д}{(b_1 + \Delta b_1) v_1} \times$$
$$\times [v_0 C_1 \Delta h(t) + v_0 C_2 \Delta b_1(t) -$$
$$- v_1 \Delta b_1(t)]. \quad (8)$$

Тогда упрощенная модель динамики привода поперечной подачи имеет вид:

$$J_д \frac{d\omega_д}{dt} = k_M I_д(t), \quad (9)$$

где $J_д$ — момент инерции ротора двигателя и движущихся частей привода поперечной подачи; $\omega_д$ — угловая скорость вала электродвигателя; k_M — коэффициент крутящего момента; $I_д(t)$ — сила тока электродвигателя.

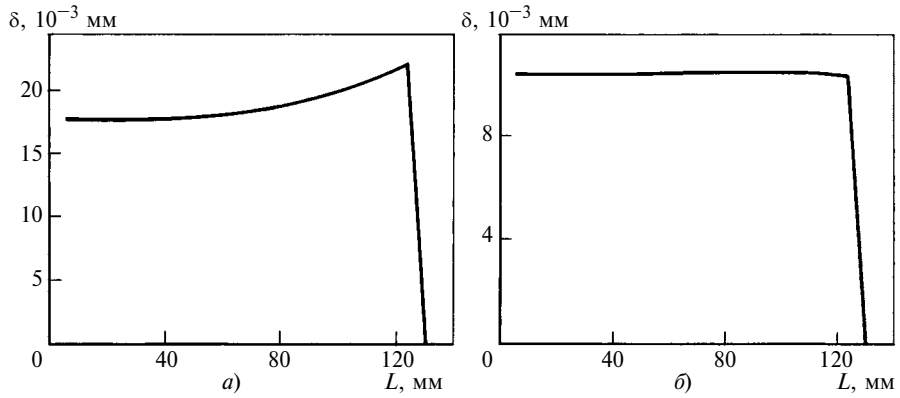


Рис. 2. Зависимости изменения погрешности δ обработки от длины *L* заготовки при резании без упреждения (*а*) и с упреждением (*б*) возмущений

Подставив выражение (8) в равенство (7), получим:

$$I_д(t) = \frac{J_д d\omega_д}{b_1 v_1 k_M} \left(v_0 C_1 \frac{dh(t)}{dt} + \right.$$
$$\left. + v_0 C_2 \frac{db_1(t)}{dt} - v \frac{db_1(t)}{dt} \right). \quad (10)$$

Выражение (10) связывает изменения $\Delta h(t)$ глубины резания, вызванные податливостями заготовки и элементов станка и выходную глубину $b_1(t)$ резания с силой тока двигателя поперечной подачи, т. е. формируются упреждающие действия.

Выполнено моделирование для привода токарного станка при обработке заготовки из стали 40 длиной 130 мм и диаметром 25 мм, закрепленной в патроне без поджатия центром при глубине резания $b(t) = 0{,}1$ мм и скорости поперечной подачи $v(p) = 0{,}2$ мм/об. Полученные результаты в виде погрешности обработки по длине заготовки, приведенные на рис. 2, показали, что упреждающие воздействия улучшают точность обработки и обеспечивают постоянство погрешности по всей длине детали.

Исходными данными для моделирования являются упругие деформации заготовки, возникающие в процессе обработки. Для деталей сложной формы деформации измеряют датчиками. Для деталей правильной геометрической формы упругие перемещения определяют аналитически, что предпочтительнее реальных замеров, так как параллельно решается задача упреждения. Упреждение заключается в отработке модельного сигнала, представляющего собой расчетную величину упругих деформаций заготовки, до появления сигнала, формируемого датчиками. Задержка сигналов обратных связей, поступающих с датчиков, обусловлена их запаздыванием при прохождении по электромеханическим цепям привода и системы управления, что порождает дополнительную погрешность траектории движения инструмента, которая не возникает, если используется моделируемый сигнал без задержки, обусловленной постоянными времени.

Предложенный метод можно использовать для повышения точности обработки резанием деталей путем предварительного расчета поправочных коэффициентов, позволяющих корректировать скорость поперечной подачи инструмента в зависимости от изменения глубины резания, вызванной упругими деформациями заготовки и станка.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Гудвин Г. К., Гребе С. Ф., Сальгадо М. Э.** Проектирование систем управления. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2004. 911 с.
2. **Кудинов В. А.** Динамика станков. М.: Машиностроение, 1976. 192 с.
3. **Ташлицкий Н. И.** Явления запаздывания усилий при прерывистом резании с переменной толщиной среза // Вестник машиностроения. 1969. № 4. С. 67—69.

Цикл статей
"Проблемы трибологии — трения, изнашивания и смазки"
(под общей редакцией академика Российской инженерной академии и академии космонавтики, д-ра техн. наук Ю. Н. Дроздова)

УДК 621.891:62-592.117

В. П. СЕРГИЕНКО, канд. техн. наук, М. Ю. ЦЕЛУЕВ (Институт механики металлополимерных систем им. В. А. Белого НАН Беларуси, г. Гомель), А. П. СЫЧЕВ, канд. физ.-мат. наук (Южный научный центр РАН, г. Ростов-на-Дону), И. В. КОЛЕСНИКОВ, канд. техн. наук (Ростовский государственный университет путей сообщения), e-mail: sergienko_vp@mail.ru

Численное исследование тепловой нагруженности маслоохлаждаемой фрикционной пары многодискового тормоза

Представлены результаты численного исследования тепловой нагруженности маслоохлаждаемой фрикционной пары многодискового тормоза карьерного самосвала, для которой определены закономерности формирования температурного поля на фрикционном контакте и в объеме трущихся тел и исследовано влияние ряда эксплуатационных и конструкционных параметров на ее тепловую нагруженность.

Ключевые слова: многодисковый тормоз, маслоохлаждаемая пара трения, фрикционный нагрев, теплопередача, численное моделирование, метод конечных элементов.

The results of numerical study of thermal loading of oil-cooled friction pair of the rock handler's multi-disc brake are presented. The regularities in the formation of temperature field on the friction contact and in the volume of rubbing bodies are considered, and the influence of several operating and design parameters on its thermal stress loading is investigated.

Keywords: multi-disc brake, oil-cooled friction pair, frictional heating, heat transfer, numerical modeling, finite-element method.

Поиск конструкторских решений, позволяющих снизить тепловую нагруженность, повысить эффективность и надежность работы тормозных систем энергонасыщенных транспортных средств привел к созданию и применению многодисковых маслоохлаждаемых тормозов (ММОТ) [1, 2]. В частности, ММОТ применяют для поддержания заданной скорости движения карьерных самосвалов при спуске в карьер. В этом режиме эксплуатации карьерных самосвалов пары трения ММОТ работают в условиях длительного фрикционного взаимодействия, что приводит к генерации значительного количества тепловой энергии.

Идея ММОТ состоит в том, что снижение тепловой нагруженности пар трения осуществляется в результате уменьшения удельной силы трения путем реализации на фрикционном контакте граничного режима трения, при этом требуемый момент сил трения в узле обеспечивается увеличением числа фрикционных пар. Использование пакета из нескольких фрикционных и промежуточных дисков, взаимодействующих в среде масла, позволяет реализовать эту идею на практике. Совершенствование конструкции ММОТ неразрывно связано с решением проблемы повышения эффективности подачи смазочного материала в зону трения и отвода теплоты от поверхностей трения маслом. Для этого во фрикционном диске имеются специальные канавки, через которые осуществляется принудительная прокачка охлаждающего масла.

Преимущества взаимодействия пар трения ММОТ в среде жидкого смазочного материала проявляются только при наличии граничного смазочного слоя на фрикционном контакте трущихся твердых тел, стойкость которого в значительной степени определяется температурным режимом работы пар трения [3, 4]. Высокие температуры, развиваемые на фрикционном контакте, являются причиной разрушения граничного смазочного слоя и перехода от граничного трения к трению без смазочного материала, характеризующегося интенсификацией процессов, приводящих к изнашиванию элементов фрикционных пар [5, 6]. Кроме того, высокие значения температуры и температурных градиентов в объеме трущихся твердых тел могут привести к недопустимой тепловой деформации элементов пар трения, вызывающей заклинивание ММОТ [7, 8]. Поэтому прогнозирование тепловых режимов работы ММОТ на этапе проектирования и постановки карьерных самосвалов на производство является актуальной научно-технической задачей.

Цель работы — исследование влияния эксплуатационных и конструкционных параметров на тепловую нагруженность маслоохлаждаемой фрикционной пары ММОТ карьерного самосвала.

Постановка задачи

Типовая схема ММОТ карьерных самосвалов представлена на рис. 1. Пакет *2*, состоящий из фрикционных и промежуточных дисков, расположен между жестко закрепленным в корпусе *3* тормоза упорным диском *1* и поршнем *5* гидроцилиндра управления. С помощью шлицев промежуточные диски зафиксированы в корпусе тормоза, а фрикционные диски, состоящие из стальной основы с адгезионно закрепленной фрикционной накладкой, установлены на валу тормоза. В момент включения ММОТ под действием усилия, передаваемого от поршня, происходит осевое сжатие пакета, в результате чего возникает трение между вращающимися фрикционными и неподвижными промежуточными дисками. Диссипация механической энергии в зоне фрикционного контакта промежуточных и фрикционных дисков сопровождается нагреванием элементов пар трения ММОТ. Характер нагревания, определяющийся температурным полем в пакете дисков, зависит от мощности источника фрикционного тепловыделения, геометрических параметров и теплофизических свойств материалов пар трения, интенсивности их теплообмена с охлаждающим маслом, корпусом и валом тормоза, а также других факторов [5, 9].

Рассмотрим задачу о фрикционном нагревании пар трения ММОТ при движении карьерного самосвала в режиме притормаживания на спуске. Расчетная схема тепловой задачи (рис. 2) составлена для сектора одной пары трения в предположении, что температурное поле $T_i = T_i(r, \varphi, z, t)$ в i-м элементе пары трения имеет циклическую симметрию и зависит от текущего времени t и координат

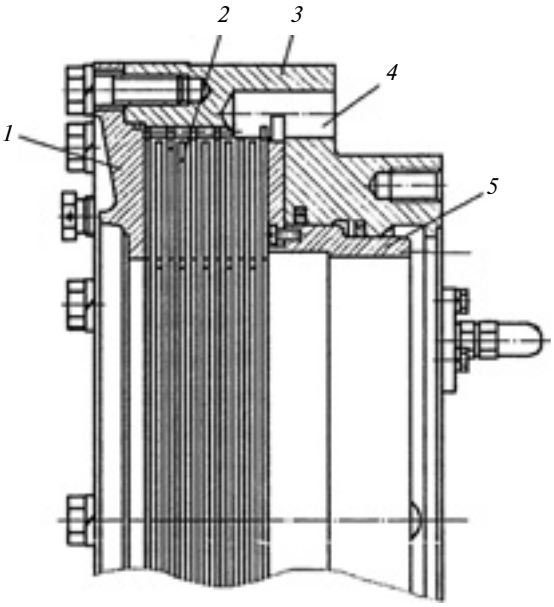


Рис. 1. Схема многодискового маслоохлаждаемого тормоза: *1* — упорный диск; *2* — пакет промежуточных и фрикционных дисков; *3* — корпус; *4* — отверстие для отвода масла; *5* — поршень

r, φ и z цилиндрической координатной системы, жестко связанной и вращающейся вместе с фрикционным диском.

Возможность определения теплового режима работы ММОТ путем анализа фрикционного нагревания только одной пары трения, находящейся в середине пакета дисков, показана в работах [10÷14]. Применение расчетной схемы только для одного сектора пары трения корректно ввиду циклической симметрии фрикционного диска при радиальном расположении масляных канавок. Наличие циклической симметрии температурного поля в паре трения с радиальным расположением масляных канавок подтверждено результатами работы [10].

Согласно расчетной схеме (см. рис. 2) температурное поле для i-го элемента пары трения определим в области V_i:

$$V_1 = \left\{ (r, \varphi, z)\big|_{r \in (r_1, R_1),\, \varphi \in (-\alpha, \alpha),\, z \in (0, h_1)} \right\};$$

$$V_2 = V_2' \backslash V_4;$$

$$V_2' = \left\{ (r, \varphi, z)\Big|_{r \in (r_2, R_2),\, \varphi \in (-\alpha, \alpha),\, z \in \left(h_1, \sum\limits_{i=1}^{2} h_i\right)} \right\};$$

$$V_3 = \left\{ (r, \varphi, z)\Big|_{r \in (r_3, R_3),\, \varphi \in (-\alpha, \alpha),\, z \in \left(\sum\limits_{i=1}^{2} h_i, \sum\limits_{i=1}^{3} h_i\right)} \right\};$$

$$V_4 = \left\{ (r, \varphi, z)\Bigg|_{\substack{r \in (r_2, R_2),\, \varphi \in \left(-\arcsin\left(\frac{b}{r}\right), \arcsin\left(\frac{b}{r}\right)\right), \\ z \in \left(\sum\limits_{i=1}^{2} h_i - h_4, \sum\limits_{i=1}^{2} h_i\right)}} \right\},$$

где $2h_1$, $2h_3$ — толщина основы соответственно фрикционного и промежуточного дисков; h_2 — толщина фрикционной накладки; h_4 — глубина масляной канавки; R_i, r_i — наружный и внутренний радиусы i-го элемента пары трения; 2α — шаг расположения масляных канавок по окружности фрикционного диска; $2b$ — ширина масляной канавки.

С учетом температурной зависимости теплофизических свойств материалов пары трения и сделанных выше предположений нестационарное температурное поле в расчетном секторе для элементов фрикционного и промежуточного дисков описывается следующими нелинейными уравнениями теплопередачи [15, 16]:

$$c_i \rho_i \frac{\partial T_i}{\partial t} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r \lambda_i \frac{\partial T_i}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial \varphi}\left(\lambda_i \frac{\partial T_i}{\partial \varphi}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda_i \frac{\partial T_i}{\partial z}\right), \quad (1)$$

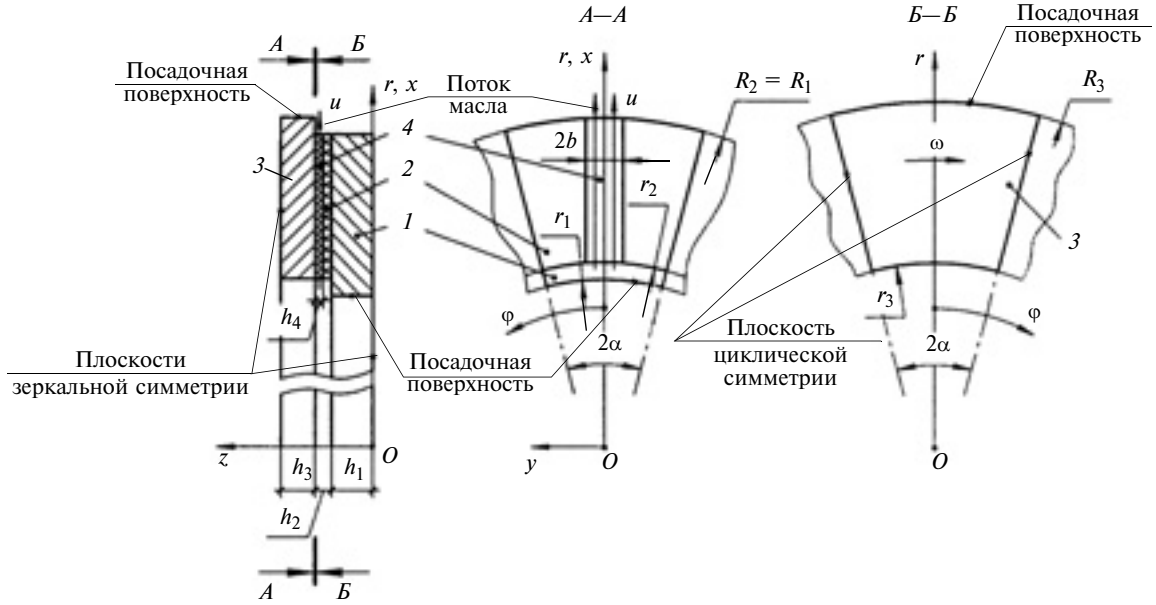


Рис. 2. Расчетная схема тепловой задачи:
1 — основа фрикционного диска; *2* — фрикционная накладка; *3* — промежуточный диск; *4* — канавка с маслом

где $(r, \varphi, z) \in V_i$, $t > 0$, $i = 1, 2$;

$$c_3\rho_3\left(\frac{\partial T_3}{\partial t} + \omega\frac{\partial T_3}{\partial \varphi}\right) = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\lambda_3\frac{\partial T_3}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial \varphi}\left(\lambda_3\frac{\partial T_3}{\partial \varphi}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda_3\frac{\partial T_3}{\partial z}\right), \quad (2)$$

где $(r, \varphi, z) \in V_3$, $t > 0$.

Здесь ρ_i, c_i, λ_i — плотность, удельная теплоемкость и теплопроводность материала i-го элемента пары трения соответственно; ω — угловая скорость фрикционного диска.

Низкие значения числа Рейнольдса ($\mathrm{Re} \approx 10 \div 20$) и относительно большая длина канавки $[(R_2 - r_2)/h_4 \approx \approx 100]$ позволяют предположить, что движение масла по канавке с прямоугольным поперечным сечением осуществляется в установившемся ламинарном режиме [17]. Тогда компоненты вектора скорости u движения масла по канавке с прямоугольным поперечным сечением в прямоугольной системе координат xyz (см. рис. 2) можно описать следующими выражениями [18]:

$$u_x = \frac{1}{2\mu}\frac{\partial p}{\partial x}(y^2 - b^2) + \sum_{i=1}^{\infty}\sin\left(\frac{i\pi(y+b)}{2b}\right) \times \left[A_i\mathrm{ch}\left(\frac{i\pi}{2b}\left(z - \sum_{j=1}^{2}h_j + h_4\right)\right) + B_i\mathrm{sh}\left(\frac{i\pi}{2b}\left(z - \sum_{j=1}^{2}h_j + h_4\right)\right)\right], \quad (3)$$

где $u_y = 0$; $u_z = 0$; $A_i = -\dfrac{8b^2}{\mu i^3\pi^3}\dfrac{\partial p}{\partial x}(\cos(i\pi) - 1)$; $B_i = -A_i\left(\dfrac{\mathrm{ch}(is\pi) - 1}{\mathrm{sh}(is\pi)}\right)$; $s = h_4/(2b)$; p — давление масла.

Связав заданный расход масла, прокачиваемого через полость тормоза, с компонентом u_x скорости движения и поперечным сечением канавки, можно определить неизвестный перепад давлений $\partial p/\partial x$, значение которого необходимо для практического использования выражения (3).

Перейдем от прямоугольной системы координат xyz к цилиндрической системе $\rho\varphi z$ (см. рис. 2):

$$x = r\cos\varphi; \quad y = r\sin\varphi, \quad z = z,$$

и от компонентов u_x, u_y и u_z скорости движения в прямоугольной системе координат к компонентам u_r, u_φ и u_z в цилиндрической системе:

$$\left.\begin{aligned} u_r &= u_x\cos\varphi + u_y\sin(\varphi); \\ u_\varphi &= -u_x\sin(\varphi) + u_y\cos(\varphi); \quad u_z = u_z. \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

С учетом поля скоростей (4) температурное поле в масле, движущемся по масляной канавке, описывается следующим уравнением теплопередачи [15, 16]:

$$c_4\rho_4\left(\frac{\partial T_4}{\partial t} + u_r\frac{\partial T_4}{\partial r} + \frac{u_\varphi}{r}\frac{\partial T_4}{\partial \varphi}\right) = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\lambda_4\frac{\partial T_4}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial \varphi}\left(\lambda_4\frac{\partial T_4}{\partial \varphi}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda_4\frac{\partial T_4}{\partial z}\right) + \mu\Phi,$$
$$(r, \varphi, z) \in V_4, \ t > 0, \quad (5)$$

где μ — коэффициент динамической вязкости масла; Φ — диссипативная функция.

В рассматриваемом случае диссипативная функция имеет вид [16]:

$$\Phi = 2\left[\left(\frac{\partial u_r}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{1}{r}\frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{u_r}{r}\right)^2\right] + \left[r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{u_\varphi}{r}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial u_r}{\partial \varphi}\right]^2 + \\ + \left(\frac{\partial u_\varphi}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial u_r}{\partial z}\right)^2 - \frac{2}{3}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(ru_r) + \frac{1}{r}\frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi}\right)^2.$$

Поскольку работа тормоза осуществляется в условиях непрерывной прокачки охлаждающего масла, то его температуру во внутренней полости ($r < r_1$) можно считать постоянной и равной начальной температуре T_0 масла в месте подачи в полость тормоза. Температура T_5 масла во внешней полости ($r > R_1$) тормоза определяется процессами нагревания от источников диссипативного тепловыделения и обновления масла в полости тормоза. Если предположить, что масло интенсивно перемешивается таким образом, что распределение температуры во внешней полости однородно, то температуру T_5 масла во внешней полости тормоза можно описать дифференциальным уравнением [15]:

$$\frac{\rho_5 c_5 V_5}{nd}\frac{\mathrm{d}T_5}{\mathrm{d}t} = \frac{M\omega}{nd} + \iint\limits_{V_4}\int \mu\Phi \mathrm{d}V_4 - \\ - \sum_{i=1}^{4}\iint\limits_{V_i}\int \rho_i c_i \frac{\partial T_i}{\partial t}\mathrm{d}V_i - \frac{\rho_2 c_5 W(T_5 - T_0)}{nd}, \qquad (6)$$

где M — момент сил трения, развиваемый тормозом; n — число пар трения в тормозе; d — число масляных канавок, приходящихся на одну пару трения; W — расход масла, прокачиваемого через полость тормоза; V_5 — объем внешней полости тормоза.

При формулировке начальных условий рассматриваемой тепловой задачи примем предположение об однородности температурного поля в элементах пары трения в начальный момент времени. При этом будем считать, что температура в произвольном элементе пары трения в начальный момент времени равна температуре T_0 охлаждающего масла в месте его подачи в полость тормоза:

$$T_i = T_0,\ (r, \varphi, z) \in V_i;\quad t = 0;\quad i = 1, 2, ..., 5. \qquad (7)$$

На основании результатов работы [19] можно принять, что процессы: диссипативное тепловыделение у поверхностей трения и в объеме масла; теплопередача в дисках тормоза; теплообмен с охлаждающим маслом, корпусом и валом тормоза — приводят к формированию температурного поля, симметричного относительно плоскостей геометрической симметрии дисков рассматриваемой пары трения. Подобное предположение также принято в работах [10÷14]. Тогда граничные условия на плоскостях геометрической симметрии дисков запишем в виде:

$$\lambda_1\frac{\partial T_1}{\partial z} = 0;\quad z = 0;\quad (r, \varphi) \in V_1;\quad t > 0; \qquad (8)$$

$$\lambda_3\frac{\partial T_3}{\partial z} = 0;\quad z = \sum_{i=1}^{3} h_i;\quad (r, \varphi) \in V_3;\quad t > 0. \qquad (9)$$

Будем считать, что теплообмен свободных поверхностей элементов пары трения с охлаждающим маслом осуществляется по закону Ньютона [15] с коэффициентом теплообмена α_1. Использование данной упрощенной схемы теплообмена элементов пары трения с окружающим маслом связано со сложностью определения поля скоростей движения масла во внешней и внутренней полости тормоза. Применение закона Ньютона многократно продемонстрировано на конкретных примерах исследований тепловых полей при трении твердых тел с учетом конвективной теплоотдачи в окружающую среду [10÷14, 19]. С учетом принятого предположения граничные условия на свободных поверхностях элементов пары трения примут вид:

$$-\lambda_i\frac{\partial T_i}{\partial r} = \alpha_1(T_i - T_5);\quad r = R_i,\ (\varphi, z) \in V_i;\\ t > 0,\ i = 1, 2; \qquad (10)$$

$$-\lambda_1\frac{\partial T_1}{\partial z} = \alpha_1(T_1 - T_0);\ z = h_1;\ (r, \varphi) \in V_1;\ t > 0; \qquad (11)$$

$$\lambda_i\frac{\partial T_i}{\partial r} = \alpha_1(T_i - T_0);\quad r = r_i,\ (\varphi, z) \in V_i;\\ t > 0;\quad i = 2, 3; \qquad (12)$$

$$\lambda_3\frac{\partial T_3}{\partial z} = \alpha_1(T_3 - T_5);\quad z = \sum_{i=1}^{2} h_i,\ r \in (R_2, R_3);\\ \varphi \in V_3;\quad t > 0. \qquad (13)$$

Допустим, что теплообмен посадочных поверхностей фрикционного и промежуточного дисков с валом и корпусом тормоза соответственно осуществляется по закону Ньютона с коэффициентом теплообмена α_2. Примем температуру посадочной поверхности вала равной начальной температуре T_0 охлаждающего масла, а температуру поверхности корпуса равной температуре T_5 масла во внешней полости тормоза. Тогда граничные условия на посадочных поверхностях фрикционного и промежуточного дисков имеют вид:

$$\lambda_1\frac{\partial T_1}{\partial r} = \alpha_2(T_1 - T_0);\ r = r_1;\ (\varphi, z) \in V_1;\ t > 0; \qquad (14)$$

$$-\lambda_3\frac{\partial T_3}{\partial r} = \alpha_2(T_3 - T_5);\quad r = R_3;\\ (\varphi, z) \in V_3;\quad t > 0. \qquad (15)$$

Температуру масла на входе в масляную канавку примем равной температуре T_0 масла во внутренней полости тормоза:

$$T_4 = T_0; \quad r = r_2; \quad (\varphi, z) \in V_4; \quad t > 0. \qquad (16)$$

Будем считать, что на выходе масла из масляной канавки кондуктивный теплоперенос бесконечно мал по сравнению с конвективным тепломассопереносом:

$$\lambda_4 \frac{\partial T_4}{\partial r} = 0; \quad r = R_2; \quad (\varphi, z) \in V_4; \quad t > 0. \qquad (17)$$

Предположим, что на поверхности адгезионного контакта основы фрикционного диска и фрикционной накладки выполняются условия идеального теплового контакта [15], т. е. при переходе через границу адгезионного контакта отсутствуют скачки температуры и теплового потока. Тогда условия сопряжения на границе раздела между основой и накладкой фрикционного диска имеют вид:

$$T_1 = T_2; \quad (r, \varphi, z) \in V_1 \cap V_2; \quad t > 0; \qquad (18)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial z} = \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial z}; \quad (r, \varphi, z) \in V_1 \cap V_2; \quad t > 0. \qquad (19)$$

Допустим, что тепловой контакт поверхностей промежуточного диска и масляной канавки, выполненной во фрикционной накладке, с маслом, находящимся в масляной канавке, термически идеален. Тогда граничные условия на поверхности раздела масла, находящегося в канавке, с промежуточным диском и фрикционной накладкой имеют вид:

$$T_2 = T_4; \quad (r, \varphi, z) \in V_2 \cap V_4; \quad t > 0; \qquad (20)$$

$$\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial z} = \lambda_4 \frac{\partial T_4}{\partial z}; \quad z = \sum_{i=1}^{2} h_i - h_4;$$
$$(r, \varphi) \in V_2 \cap V_4; \quad t > 0; \qquad (21)$$

$$\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial r} = \lambda_4 \frac{\partial T_4}{\partial r}; \quad \varphi = \pm \arcsin\left(\frac{b}{r}\right);$$
$$(r, z) \in V_2 \cap V_4; \quad t > 0; \qquad (22)$$

$$\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial \varphi} = \lambda_4 \frac{\partial T_4}{\partial \varphi}; \quad \varphi = \pm \arcsin\left(\frac{b}{r}\right);$$
$$(r, z) \in V_2 \cap V_4; \quad t > 0; \qquad (23)$$

$$T_3 = T_4; \quad (r, \varphi, z) \in V_3 \cap V_4; \quad t > 0; \qquad (24)$$

$$\lambda_3 \frac{\partial T_3}{\partial z} = \lambda_4 \frac{\partial T_4}{\partial z}; \quad (r, \varphi, z) \in V_3 \cap V_4; \quad t > 0. \qquad (25)$$

На границах циклической симметрии имеет место равенство температур и тепловых потоков:

$$T_{i(\varphi = -\alpha)} = T_{i(\varphi = \alpha)}; \quad (r, z) \in V_i;$$
$$t > 0; \quad i = 1, 2, 3; \qquad (26)$$

$$\lambda_i \frac{\partial T_{i(\varphi = -\alpha)}}{\partial \varphi} = \lambda_i \frac{\partial T_{i(\varphi = \alpha)}}{\partial \varphi}; \quad (r, z) \in V_i;$$
$$t > 0; \quad i = 1, 2; \qquad (27)$$

$$-\frac{\lambda_3}{r} \frac{\partial T_{3(\varphi = -\alpha)}}{\partial \varphi} + c_3 \rho_3 \omega r T_{3(\varphi = -\alpha)} =$$
$$= -\frac{\lambda_3}{r} \frac{\partial T_{3(\varphi = \alpha)}}{\partial \varphi} + c_3 \rho_3 \omega r T_{3(\varphi = \alpha)};$$
$$(r, z) \in V_3; \quad t > 0. \qquad (28)$$

Примем, что фрикционная накладка взаимодействует с промежуточным диском по номинальной поверхности фрикционного контакта и при переходе через поверхность контакта отсутствует скачок температуры. Предположим, что источником фрикционного тепловыделения является система, образованная поверхностными слоями нулевой толщины соприкасающихся твердых тел. С учетом принятых предположений условия сопряжения на поверхности фрикционного контакта пары трения имеют вид:

$$T_2 = T_3; \quad (r, \varphi, z) \in V_2 \cap V_3; \quad t > 0; \qquad (29)$$

$$\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial z} - \lambda_3 \frac{\partial T_3}{\partial z} = q; \ (r, \varphi, z) \in V_2 \cap V_3; \ t > 0, \qquad (30)$$

где q — плотность мощности источника фрикционного тепловыделения.

Мощность источника фрикционного тепловыделения, действующего на поверхности фрикционного контакта между фрикционной накладкой и промежуточным диском, зависит от коэффициента f трения скольжения, давления p в контакте трущихся твердых тел, угловой скорости ω фрикционных дисков и других факторов [5, 9]. Плотность мощности источника фрикционного тепловыделения определяется выражением

$$q = fp\omega r. \qquad (31)$$

Разделение плотности q мощности источника фрикционного тепловыделения между фрикционной накладкой и промежуточным диском определяется согласно условиям сопряжения (29), (30) в процессе численного решения тепловой задачи [10÷14].

При движении карьерного самосвала с постоянной скоростью в режиме притормаживания на спуске мощность сил трения, развиваемых работающими тормозами, равна мощности внешних сил, стремящихся увеличить скорость движения карьерного самосвала. Пренебрегая силами аэродинамического сопротивления и потерями мощности в трансмиссии карьерного самосвала, можно записать:

$$kM = \frac{mgR}{\psi}(\sin\theta - \eta\cos\theta), \qquad (32)$$

где M — момент сил трения; k — число одновременно работающих тормозов; m — масса карьерного самосвала; g — ускорение свободного падения; R — динамический радиус качения ведущего колеса; ψ — передаточное отношение; θ — угол наклона спуска к горизонтальной плоскости; η — коэффициент сопротивления качению.

Отметим, что угол θ связан с уклоном j спуска отношением:

$$\theta = \mathrm{arctg}\left(\frac{j}{100}\right).$$

Момент M сил трения в предположении равномерного распределения удельной силы трения по номинальной поверхности фрикционного контакта для ММОТ с парой трения рассматриваемой конструкции имеет вид [20, 21]:

$$M = \frac{2}{3} fpnd\left\{(\alpha - \beta)(R_2^3 - r_2^3) + (\beta - \gamma) R_2^3 + \right.$$

$$\left. + \frac{b^3}{2}\left[\frac{\cos\beta}{\sin\beta^2} - \frac{\cos\gamma}{\sin\gamma^2} - \ln\left(\left|\mathrm{tg}\frac{\beta}{2}\right|\right) + \ln\left(\left|\mathrm{tg}\frac{\gamma}{2}\right|\right)\right]\right\}, \quad (33)$$

где $\gamma = \arcsin(b/R_2)$; $\beta = \arcsin(b/r_2)$; $\alpha = \pi/d$.

Предположение о равномерном распределении удельной силы трения по поверхности фрикционного контакта пары трения вызвано недостаточностью экспериментальных данных о характере распределения коэффициента трения и нормального давления по поверхности трения в связи с их зависимостью от тепловой деформации трущихся твердых тел и других факторов.

Отметим, что коэффициент перекрытия поверхностей трущихся дисков для рассматриваемой пары трения определяется выражением [21]:

$$\sigma = \frac{d}{\pi}\left\{\alpha - \beta + \frac{(\beta - \gamma) R_2^2 + b^2(\mathrm{ctg}\beta - \mathrm{ctg}\gamma)}{R_2^2 - r_2^2}\right\}.$$

Подставив в равенство (32) зависимость (33), найдем удельную силу трения, подстановка которой в выражение (31) дает следующую оценку плотности мощности источника фрикционного тепловыделения при движении карьерного самосвала с постоянной скоростью v в режиме притормаживания на спуске:

$$q = \frac{3mgvr(\sin\theta - \eta\cos\theta)}{2knd}\left\{(\alpha - \beta)(R_2^3 - r_2^3) + \right.$$

$$+ (\beta - \gamma) R_2^3 + \frac{b^3}{2}\left[\frac{\cos\beta}{\sin\beta^2} - \frac{\cos\gamma}{\sin\gamma^2} - \right.$$

$$\left.\left. - \ln\left(\left|\mathrm{tg}\frac{\beta}{2}\right|\right) + \ln\left(\left|\mathrm{tg}\frac{\gamma}{2}\right|\right)\right]\right\}^{-1}. \quad (34)$$

Согласно зависимости (34) плотность мощности источника фрикционного тепловыделения линейно увеличивается с возрастанием текущего радиуса трения и постоянна во времени.

Система дифференциальных уравнений (1), (2), (5) и (6) совместно с начальными (7) и граничными (8)÷(30) условиями описывает температурное поле в паре трения ММОТ с учетом конструктивных особенностей ее элементов, температурной зависимости коэффициентов теплопереноса внутри твердых тел и теплообмена пары трения с окружающей средой, зависимости плотности мощности источника фрикционного тепловыделения от положения в пространстве, а также других факторов.

Методы исследований

Математическая формулировка рассматриваемой тепловой задачи содержит 38 нелинейных уравнений теплопередачи, начальных и граничных условий, что делает практически невозможным ее решение аналитическими методами математической физики. Поэтому для решения тепловой задачи использовали метод конечных элементов [23, 24].

При расчете температурного поля использовали параметры ММОТ карьерного самосвала мощностью 515 кВт с парами трения из высокоуглеродистой стали 65Г (ГОСТ 14959—79) и фрикционного материала с полимерной матрицей ВОМ-55 (ТУ РБ 400084698.111—01), взаимодействующими в среде трансмиссионного масла марки А (ТУ 38 10179—81). Фрикционный материал изготовлен на основе термореактивных связующих (резольной фенольной смолы и бутадиен-нитрильного каучука), дисперсных и армирующих минеральных наполнителей, а также модифицирующих добавок. Основные конструктивные характеристики ММОТ представлены ниже.

Конструкционные параметры ММОТ	Значение
Число k ММОТ	2
Число n пар трения	20
Наружные диаметры, мм:	
$2R_1$ — основы фрикционного диска	585
$2R_2$ — фрикционной накладки	585
Внутренний диаметр $2r_1$ основы фрикционного диска, мм	397
Наружный диаметр $2R_3$ промежуточного диска, мм	605
Внутренние диаметры, мм:	
$2r_2$ — фрикционной накладки	420
$2r_3$ — промежуточного диска	420
Толщина $2h_1$ основы фрикционного диска, мм	3
Толщина h_2 фрикционной накладки, мм	1
Толщина $2h_3$ промежуточного диска, мм	3
Глубина h_4 масляной канавки, мм	0,6

Плотности материалов пары трения определяли на приборе XS-204 (Mettler Toledo). Плотность ρ материала основы фрикционного диска и промежуточного диска составила 7850 кг/м^3, фрикционного материала — 1840 кг/м^3. Температурные зависимости теплопроводности и теплоемкости материалов пары трения определяли на приборах ИТ-λ-400 и ИТ-с-400 соответственно. По экспериментальным данным методом регрессионного анализа [24] установлены функциональные зависимости удель-

ной теплоемкости c, Дж/(кг · °С), и теплопроводности λ, Вт/(м · °С), от температуры T, °С:

для стали

$$c_{1,3} = 485{,}596 + 0{,}224T;$$

$$\lambda_{1,3} = 37{,}331 - 0{,}012T$$

и для фрикционного материала

$$c_2 = 850{,}123 + 4{,}973T - 0{,}015T^2;$$

$$\lambda_2 = 0{,}42 + 0{,}0003T.$$

Теплофизические и вязкостные параметры трансмиссионного масла, применяемого для смазывания и охлаждения пар трения ММОТ: $\rho = 840$ кг/м^3, $\lambda = 0{,}137$ Вт/(м · °С), $c = 2219$ Дж/(кг · °С), $\mu = 0{,}017$ Па · с.

Коэффициент теплообмена посадочных поверхностей дисков с корпусом и валом тормоза [15, 25] $\alpha_1 = \lambda_4/\delta$, где δ — зазор между посадочными поверхностями диска и корпуса (вала) тормоза.

Диапазон значений коэффициента α_2 теплообмена свободных поверхностей дисков с охлаждающим маслом, полученных на основании данных о теплообмене тел вращения с окружающей жидкостью [25], в зависимости от угловой скорости вала тормоза составил 266,8÷412,9 Вт/(м^2 · °С).

Расчет температурного поля в паре трения выполняли для условий движения карьерного самосвала на спуске с постоянной скоростью в режиме продолжительной работы ММОТ. Протяженность спуска в соответствии с рекомендациями Директив Совета 71/320/ЕЭК составляла 6000 м. Начальная температура масла, определенная методом искусственной термопары в процессе ходовых испытаний карьерного самосвала, $T_0 = 90$ °С. Численный эксперимент по исследованию влияния на температурное поле фрикционной пары момента трения ($M = 500 \div 1500$ Н · м), угловой скорости скольжения дисков ($\omega = 5 \div 11$ с$^{-1}$), ширины масляных канавок ($2b = 3 \div 7$ мм), коэффициента перекрытия дисков ($\sigma = 0{,}5 \div 0{,}8$) и расхода охлаждающего масла ($Q = 50 \div 600$ см^3/с) проводили по полному факторному плану эксперимента второго порядка [20].

Результаты исследований

Численными исследованиями установлено наличие двух тепловых стадий работы фрикционной пары. В течение первой стадии неустановившегося теплового режима с увеличением времени трения скорость роста температуры на фрикционном контакте и в объеме элементов фрикционной пары непрерывно уменьшается, что связано с интенсификацией теплообмена трущихся тел с охлаждающим маслом и конструктивными элементами тормоза при увеличении поверхностной температуры элементов трибосопряжения. С момента равенства мощности фрикционного тепловыделения и мощности теплоотвода от пары трения в масло и конструктивные элементы тормоза наблюдается установившийся тепловой режим работы со стационарным температурным полем в элементах пары трения. Для рассмотренных условий работы установившийся тепловой режим в паре трения наступает через 190÷260 с после начала работы тормоза.

Расчет показал, что теплоотвод в охлаждающее масло, корпус и вал тормоза с поверхностей, расположенных у внешнего и внутреннего радиусов трения, способствует формированию неоднородного температурного поля с более высокой температурой в срединной области и менее нагретыми периферийными участками в радиальном сечении фрикционной пары. На стадии неустановившегося теплового режима с увеличением времени работы пары трения наблюдаются повышение достигаемых на фрикционном контакте температур и рост неравномерности распределения температуры по ширине поверхности трения, максимум температуры смещается по поверхности фрикционного контакта от внешнего радиуса R трения в интервал $(0{,}93 \div 0{,}95)R$. На этапе установившегося теплового режима распределение температуры по ширине поверхности трения не зависит от продолжительности трения.

Наибольшая неравномерность в распределении температур по толщине элементов пары трения наблюдается на фрикционной накладке, что объясняется низкой теплопроводностью фрикционного материала. Градиент температуры по толщине фрикционной накладки при неустановившемся тепловом режиме растет с увеличением продолжительности трения и к этапу установившегося теплового режима для рассмотренных условий работы составляет 20÷70 °С/мм. Неравномерность распределения температуры по толщине промежуточного диска и основы фрикционного диска для всего периода работы значительно меньше и для исследованных режимов не превышает 0,5 °С/мм, что связано с относительно высокой теплопроводностью стали.

Результаты численного исследования (рис. 3 и табл. 1; рис. 4 и табл. 2) свидетельствуют о том, что тепловая нагруженность трущихся элементов при прочих равных условиях линейно увеличивается с ростом момента M трения фрикционной пары (см. рис. 3, *а*), угловой скорости ω скольжения дисков (см. рис. 3, *б*) и ширины $2b$ масляных канавок на поверхности фрикционного диска (см. рис. 3, *в*).

Максимальная температура, развиваемая на поверхности трения фрикционной пары, нелинейно снижается с увеличением расхода Q охлаждающего масла, приходящегося на пару трения, до 600 см^3/с

(см. рис. 4, *а*). При дальнейшем увеличении расхода масла тепловая нагруженность фрикционной пары практически не изменяется. Снижение коэффициента σ взаимного перекрытия поверхностей трения дисков в интервале 0,8÷0,5 приводит к нелинейному снижению развиваемой на поверхности трения фрикционной пары температуры (см. рис. 4, *б*). Дальнейшее снижение σ практически не влияет на тепловую нагруженность фрикционной пары, о чем свидетельствуют значения $dT/d\sigma$ при $\sigma \leqslant 0{,}5$, близкие к нулю в эксплуатационные и конструкционные параметры в исследованных диапазонах по снижению их влияния на тепловую нагруженность фрикционной пары располагаются в последовательности: момент трения фрикционной пары; угловая скорость скольжения дисков; коэффициент взаимного перекрытия поверхностей трения дисков; расход охлаждающего масла; ширина масляной канавки. Обработав результаты численного эксперимента методом наименьших квадратов, установили функциональную зависимость температуры на поверхности трения фрикционной пары от исследованных факторов.

Таким образом, предложен метод моделирования тепловых режимов работы ММОТ, основан-

Таблица 1

Линия на рис. 3	M, Н · м	ω, $с^{-1}$	$2b$, мм	σ	Q, $см^3/с$
1	1÷1400	5	5	0,65	457
2		11	5	0,65	457
3		8	5	0,65	330
4		8	5	0,65	538
5		8	3	0,65	457
6		8	7	0,65	457
7		8	5	0,50	457
8		8	5	0,80	457
9	500	5÷11	5	0,65	457
10	1500		5	0,65	457
11	1000		5	0,65	330
12	1000		5	0,65	583
13	1000		3	0,65	457
14	1000		7	0,65	457
15	1000		5	0,50	457
16	1000		5	0,80	457
17	500	8	3÷6,9	0,65	421
18	1500	8		0,65	412
19	1000	5		0,65	412
20	1000	11		0,65	412
21	1000	8		0,50	412
22	1000	8		0,80	412
23	1000	8		0,65	240
24	1000	8		0,65	583

Таблица 2

Линия на рис. 4	Q, $см^3/с$	σ	M, Н · м	ω, $с^{-1}$	$2b$, мм
1	240÷575	0,65	500	8	5
2		0,65	1500	8	5
3		0,65	1000	5	5
4		0,65	1000	11	5
5		0,65	1000	8	3
6		0,65	1000	8	7
7		0,50	1000	8	5
8		0,80	1000	8	5
9	412	0,5÷0,8	500	8	5
10	412		1500	8	5
11	412		1000	5	5
12	412		1000	11	5
13	412		1000	8	3
14	412		1000	8	7
15	240		1000	8	5
16	583		1000	8	5

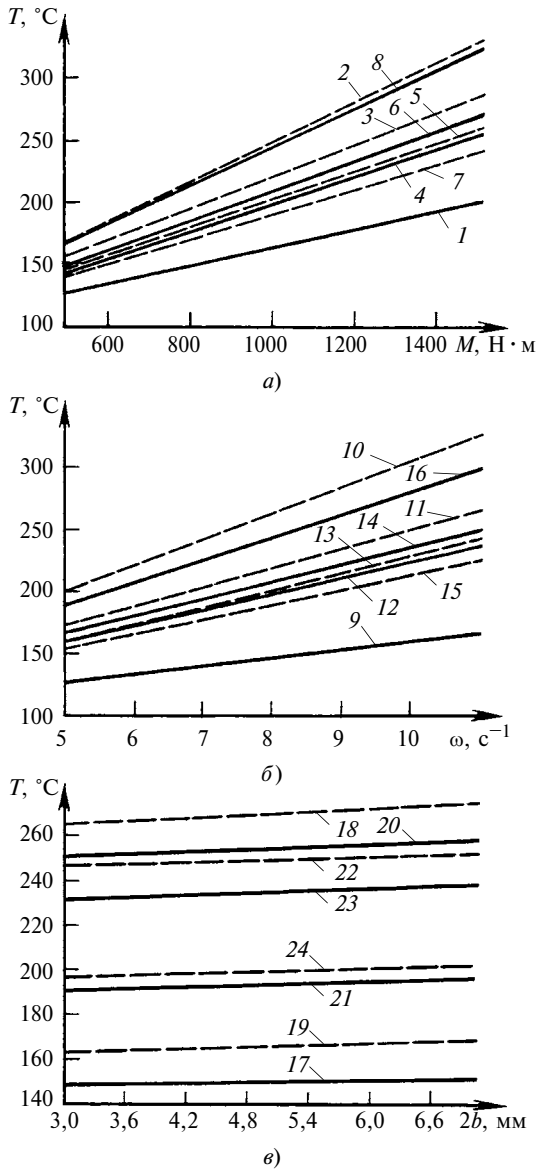


Рис. 3. Зависимости максимальной температуры *T* на поверхности фрикционного контакта пары трения от развиваемого момента *M* трения (*а*), угловой скорости ω скольжения дисков (*б*) и ширины 2*b* масляной канавки (*в*) (поз. *1÷24* — см. табл. 1)

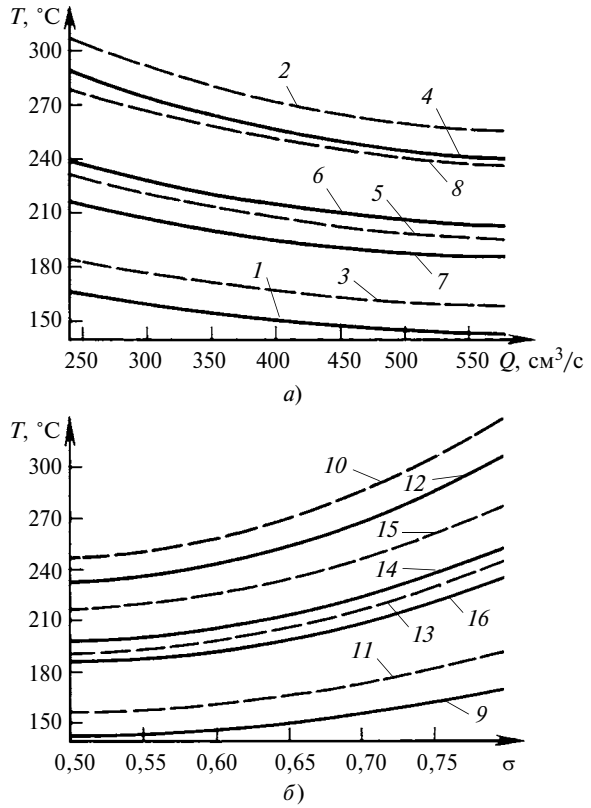


Рис. 4. Зависимости максимальной температуры *T* на поверхности фрикционного контакта пары трения от расхода *Q* охлаждающего масла (*а*) и коэффициента σ перекрытия поверхностей трения дисков (*б*) (поз. *1÷16* — см. табл. 2)

ный на численном решении системы трехмерных нелинейных уравнений нестационарной теплопередачи, описывающих тепловые процессы в маслоохлаждаемой фрикционной паре с учетом ее физических, конструкционных и эксплуатационных параметров. На примере ММОТ карьерного самосвала показано применение разработанного метода для исследования тепловой нагруженности маслоохлаждаемой фрикционной пары с радиальным расположением маслосъемных канавок.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Заболоцкий М. М., Лось Г. И.** Применение многодисковых маслоохлаждаемых тормозов на карьерных самосвалах БелАЗ // Горный журнал. 2008. № 9. С. 41, 42.

2. **Городецкий К. И., Евтушик О. В., Шарипов В. М.** Принудительное жидкостное охлаждение дисковых фрикционных сцеплений и тормозов // Тракторы и сельхозмашины. 2000. № 2. С. 21—24.

3. **Transition** Temperatures and Tribochemistry of the Surface Under Boundary Lubrication / R. M. Matveevsky, I. A. Buyanovsky, A. K. Karaulov and al. // Wear. 1990. 136. P. 135—149.

4. **К вопросу** о механизме разрушения смазочного слоя на фрикционном контакте / Р. М. Матвеевский, А. В. Чичинадзе, И. А. Буяновский и др. // Трение и износ. 1980. Т. 1. № 3. С. 548—553.

5. **Колесников В. И.** Теплофизические процессы в металлополимерных трибосистемах. М.: Наука, 2003. 279 с.

6. **Информациологические** аспекты тепловой динамики и моделирования трения и изнашивания фрикционных пар при оценке рабочих характеристик нагруженных тормозных устройств на стадии проектирования / А. В. Чичинадзе, Э. Д. Браун, Ф. Р. Геккер и др. // Трение и износ. 2000. Т. 21. № 4. С. 393—400.

7. **Флидлидер Г. М.** О термических напряжениях и устойчивости "тонких" фрикционных дисков в режимах нестационарного трения // Трение и износ. 1981. Т. 2. № 6. С. 1050—1060.

8. **Годжаев З. А., Мельников А. И., Юденко В. Я.** Расчет термической устойчивости фрикционных дисков // Тракторы и сельхозмашины. 2004. № 1. С. 25—28.

9. **Балакин В. А., Сергиенко В. П.** Тепловые расчеты тормозов и узлов трения. Гомель: ИММС НАНБ, 1999. 220 с.

10. **Thermal** Influence on Torque Transfer of Wet Clutches in Limited Slip Differential Applications / P. Marklund, R. Maki, R. Larsson and al. // Tribology International. 2007. 40. P. 876—884.

11. **Numerical** Simulation of Temperature and Torque Curve of Multidisk Wet Clutch with Radial and Circumferential Grooves / M. Miyagawa, M. Ogawa, Y. Okano and al. // Tribology Online. 2009. 4. N 1. P. 17—21.

12. **Transient** Analysis of Frictionally Excited Thermoelastic Instability in Multidisk Clutches and Brakes / L. Afferrante, M. Ciavarella, P. Decuzzi, G. Demelio // Wear. 2003. 254. P. 136—146.

13. **Zagrodzki P., Truncone S. A.** Generation of Hot Spots in a Wet Multidisk Clutch During Short-Term Engagement // Wear. 2003. 254. P. 474—491.

14. **Zagrodzki P.** Numerical Analysis of Temperature Fields and Thermal Stresses in the Friction Discs of a Multidisc Wet Clutch // Wear. 1985. 101. N 3. P. 255—271.

15. **Carslaw H. S., Jaeger J. C.** Conduction of Heat in Solids // Oxford: Clarendon Press, 1959. 510 p.

16. **Berd R. B., Stewart W. E., Lightfoot E. N.** Transport Phenomena. New York: John Wiley & Sons, 2002. 895 p.

17. **Shlichting H.** Boundary-Layer Theory. New York: McGraw-Hill, 1979. 817 p.

18. **Rouse H.** Advanced Mechanics of Fluid. London: John Wiley & Sons, 1965. 444 p.

19. **Тепловой** режим работы многодискового маслоохлаждаемого тормоза / В. П. Сергиенко, М. Ю. Целуев, А. В. Купреев и др. // Механика машин, механизмов и материалов. 2009. № 4(9). С. 39—46.

20. **Sergienko V., Tseluev M., Bukharov S.** Prediction of Thermal Conditions for Multidisc Oil-Cooled Brake of a Mining Truck // SAE Technical Paper. N 2010-01-1713 [Electronic Resource]. SAE International, 2010.

21. **Сергиенко В. П., Целуев М. Ю.** Численное исследование тепловой нагруженности маслоохлаждаемой фрикционной пары с радиальным расположением маслосъемных канавок многодискового тормоза // Трение и износ. 2011. Т. 32. № 4. С. 381—393.

22. **Bathe K.-J.** Finite Element Procedures. New Jersey: Prentice-Hall 1996. 1037 p.

23. **Bergheau J.-M., Fortunier R.** Finite Element Simulation of Heat Transfer. London: John Willey & Sons, 2008. 279 p.

24. **Rawlings J. O., Pantula S. G., Dickey D. A.** Applied Regression Analysis: A Research Tool. New York: Springer, 1998. 658 p.

25. **Wong H. Y.** Handbook of Essential Formulae and Data on Heat Transfer for Engineers. London, New York: Longman, 1977. 212 p.

УДК 621.822.001.5

А. Ю. КОРНЕЕВ, канд. техн. наук (Госуниверситет — УНПК, г. Орел), e-mail: korneev_andrey@mail.ru

Влияние эффекта турбулентности на статические характеристики конических подшипников скольжения

Приведены аналитические зависимости статических характеристик конических гидродинамических и гидростатических опор в условиях переменных теплофизических свойств и двухфазного состояния смазочного материала с учетом и без учета влияния турбулентности.

Ключевые слова: конические гидродинамические и гидростатические подшипники, смазочный материал, несущая способность, расход, потери мощности, трение, прокачка, эффект турбулентности.

The analytical dependences of static characteristics of conical hydrodynamic and hydrostatic bearings in the conditions of variable thermophysical properties and two-phase state of the lubricant with and without the influence of turbulence have been presented.

Keywords: conical hydrodynamic and hydrostatic bearings, lubricant, load-carrying ability, consumption, power loss, friction, pumping, the effect of turbulence.

В турбомашиностроении тенденция роста угловых скоростей роторов [1] является причиной появления в зазорах подшипников скольжения пульсаций скоростей и давлений, приводящих к турбулентным режимам в смазочном слое. Была поставлена задача — исследовать влияния эффекта турбулентности на статические характеристики конических гидродинамических (ГДП) и гидростатических (ГСП) подшипников скольжения, смазываемых водой. С этой целью проведен вычислительный эксперимент и сформулированы рекомендации по учету турбулентности при расчете опор скольжения.

Рассматривали три вида конических подшипников: гладкий ГДП (рис. 1, *а*), ГСП с точечными камерами (рис. 1, *б*) и ГСП с прямоугольными камерами (рис. 1, *в*). Преимущества гладких ГДП скольжения подробно рассмотрены в работах [2—4]. Преимущество ГСП — достаточная несущая способность при низкой частоте вращения ротора, что исключает касание трущихся деталей, соответственно, увеличиваются надежность и долговечность роторно-опорного узла. Работоспособность опорного узла обеспечивается подачей смазочного материала в питающие камеры различных форм: точечные, прямоугольные, круглые, шевронные и т. д. Исследовали гидростатические подшипники двух видов: ГСП с точечными и прямоугольными камерами [2—4].

Увеличение скорости вращения приводит к тому, что в зазоре подшипника возникают не только ламинарные течения смазочного материала, но и турбулентные. Переход от ламинарного режима течения к турбулентному характеризуется критическим значением числа Рейнольдса Re* [5]:

$$\mathrm{Re} > \mathrm{Re}^*; \quad \mathrm{Re} = \frac{\rho v_{\text{т}} L}{\mu}; \quad \mathrm{Re}^* \approx (1{,}3 \div 2) \cdot 10^3,$$

где $v_{\text{т}}$ — средняя скорость течения смазочного материала; L — характерный размер.

Течение смазочного материала в условиях турбулентности характеризуется перемешиванием элементарных объемов фаз, наличием хаотических пульсаций скоростей и давлений во всех направлениях и турбулентной (вихревой) вязкости, влияние которой при определении поля давлений в смазочном слое можно учесть коэффициентами K_r и K_φ турбулентности в соответствующих направлениях.

При однофазном течении смазочного материала коэффициенты турбулентности определяются выражениями [6, 7]:

$$\left.\begin{aligned} K_\varphi &= 1 + 0{,}044(k^{*2}\mathrm{Re})^{0{,}725}; \\ K_r &= 1 + 0{,}0247(k^{*2}\mathrm{Re})^{0{,}65}, \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

где k^* — коэффициент Кармана, определяющий смешение и зависящий от радиального зазора.

Коэффициент k^* может принимать значения: $k^* \approx 0{,}2 \div 0{,}4$; причем малые значения k^* соответствуют радиальным зазорам от 10 до 100 мкм. Как правило, коэффициент Кармана рассчитывают по эмпирической зависимости $k^* = 0{,}125\mathrm{Re}^{0{,}07}$.

Для двухфазного турбулентного течения смазочного материала коэффициенты K_r и K_φ рассчитывают по методике, приведенной в работах [2, 7] и основанной на аддитивности параметров среды:

$$\left.\begin{aligned} K_r &= K_r'(1-\chi) + K_r''\chi; \\ K_\varphi &= K_\varphi'(1-\chi) + K_\varphi''\chi. \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

При этом коэффициенты турбулентности каждой фазы определяются по зависимостям (один штрих — жидкая фаза, два штриха — газовая):

$$\left.\begin{aligned} K_\varphi' &= 1 + 0{,}044\mathrm{Re}'^{0{,}725}; \\ K_\varphi'' &= 1 + 0{,}044\mathrm{Re}''^{0{,}725}; \\ K_r' &= 1 + 0{,}0247\mathrm{Re}'^{0{,}65}; \\ K_r'' &= 1 + 0{,}0247\mathrm{Re}''^{0{,}65}, \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

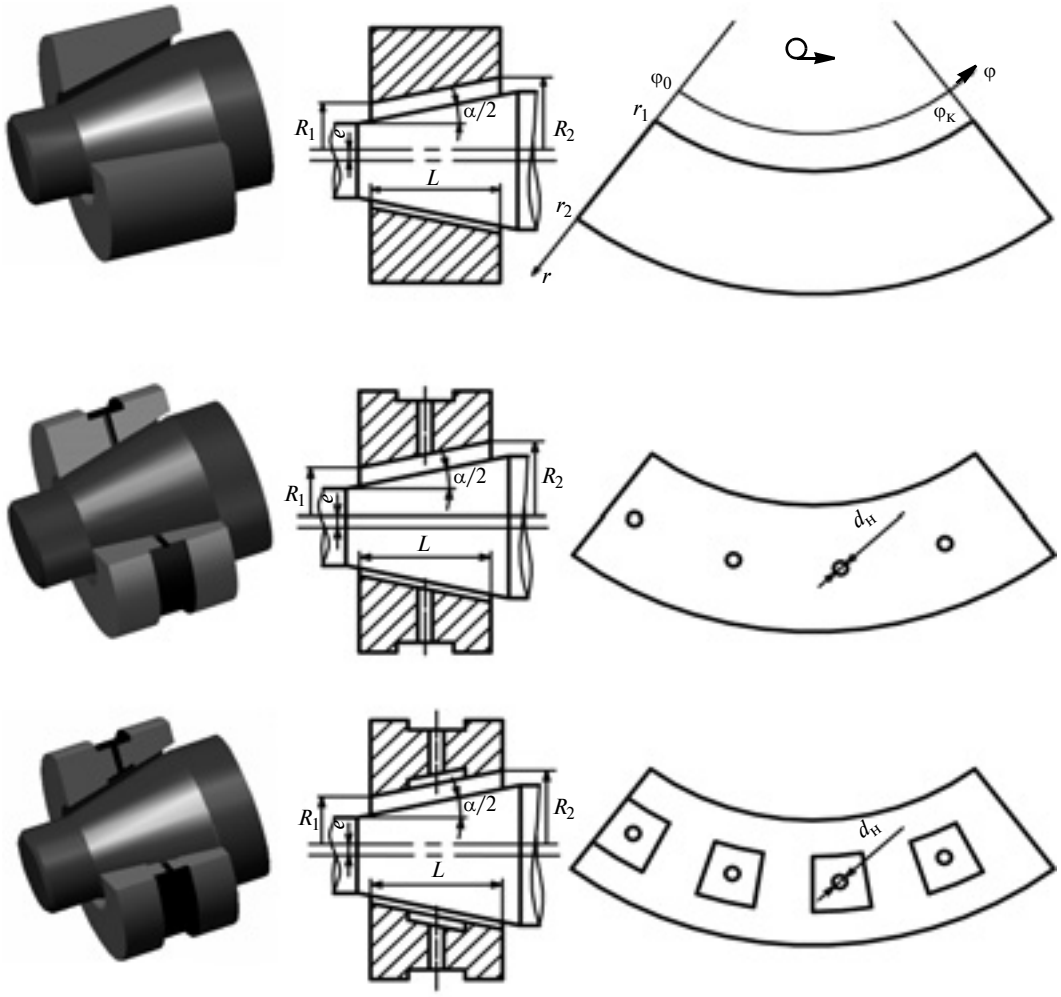


Рис. 1. Конические подшипники скольжения:
а — гладкий ГДП; *б* — ГСП с точечными камерами; *в* — ГСП с прямоугольными камерами

где числа Рейнольдса для фаз определяются выражениями:

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{Re}' &= (k^*)^2 \frac{\omega R^*_{\text{ц}} \rho' h}{\mu'}; \\ \mathrm{Re}'' &= (k^*)^2 \frac{\omega R^*_{\text{ц}} \rho'' h}{\mu''}. \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

Математическая модель расчета конических опор скольжения включает в себя уравнения Рейнольдса, баланса энергий, баланса расходов (для ГСП), функцию зазора, аналитические зависимости теплофизических свойств воды и дополнительные выражения, замыкающие систему, решение которой позволяет определить функцию поля давлений и рассчитать статические характеристики подшипников: несущую способность (грузоподъемность), потери мощности на трение и прокачку смазочного материала, его объемный и массовый расходы [2—4]. Интегрирование найденного поля давлений, полученного методом конечных разностей [8], позволяет определить основные статические характеристики конических опор [2, 4]:

1) несущую способность:

$$\left.\begin{aligned} &\text{полную: } W = \sqrt{R_X^2 + R_Y^2 + R_Z^2}; \\ &\text{радиальную: } W_R = \sqrt{R_X^2 + R_Y^2}; \\ &\text{осевую: } W_A = R_Z, \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

где проекции гидродинамических сил, действующих на цапфу, на соответствующие оси координат имеют вид:

$$\left.\begin{aligned} R_X &= \int_{r_1}^{r_2}\int_0^{\varphi_{\text{к}}} p \sin\beta \cos(\alpha/2) r \mathrm{d}\varphi \mathrm{d}r; \\ R_Y &= \int_{r_1}^{r_2}\int_0^{\varphi_{\text{к}}} p \cos\beta \cos(\alpha/2) r \mathrm{d}\varphi \mathrm{d}r; \\ R_Z &= \int_{r_1}^{r_2}\int_0^{\varphi_{\text{к}}} p \sin(\alpha/2) r \mathrm{d}\varphi \mathrm{d}r; \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

2) объемный (Q_V) и массовый (Q_m) расходы:
для гладкого ГДП:

$$Q_V^r = \int_0^{\varphi_к} \left(-\frac{h^3}{12\mu K_r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{v_r h}{2} \right) r d\varphi; \qquad (7)$$

для ГСП:

$$Q_m = \frac{\pi d_н^4}{128 l_н} \sum_{n=1}^{Np N_к} \left(\frac{(p_0 - p_н)(\rho_н + \rho_0)}{K_н(\mu_н + \mu_0)} \right);$$

$$Q_V = \frac{Q_m}{\rho_0}; \qquad (8)$$

3) потери мощности на трение:

$$N_{тр} = M_{тр}\omega_0, \qquad (9)$$

где $M_{тр} = \int_{r_1}^{r_2} \int_0^{\varphi_к} R^* \tau r d\varphi dr \left(R^* = r\sin(\alpha/2); \ \tau = \right.$
$\left. = \left[\frac{h}{2} \frac{\partial p}{r \partial \varphi} + \frac{\mu K_\varphi v_\varphi}{h} \right] \right)$;

4) потери мощности на прокачку смазочного материала

$$N_{пр} = Q_V p_0. \qquad (10)$$

В выражениях (5)—(10) приняты обозначения: p — давление; ρ — плотность; μ — вязкость; R^* — текущий радиус подшипника; α — угол конусности; β — угловая координата в окружном направлении; r, φ, y — осевая, окружная и радиальная координаты по опорной поверхности подшипника; $K_н$ — коэффициент, зависящий от интенсивности течения; v_r, v_φ — скорости точки на поверхности цапфы; h — функция полного зазора; ω_0 — угловая скорость ротора; $M_{тр}$ — момент сопротивления вращению цапфы; τ — касательные напряжения; индекс "0" — вход в подшипник.

Представим выражения (5)—(10) в виде разностей. Алгоритм расчета численным методом приведен в работах [2, 8]. На его основе разработано программное обеспечение "Подшипник—Криоген" [9], позволяющее рассчитать необходимые статические характеристики конических опор скольжения с учетом и без учета турбулентности в смазочном слое и сравнить полученные результаты.

Для оценки влияния турбулентности в смазочном материале на статические характеристики конических подшипников скольжения, смазываемых водой, проведен вычислительный эксперимент, результаты которого представлены на рис. 2—4 (штриховые линии — характеристики с учетом турбулентности). Параметры подшипников: длина L = 53 мм; радиус R_2 = 24 мм; угол конусности

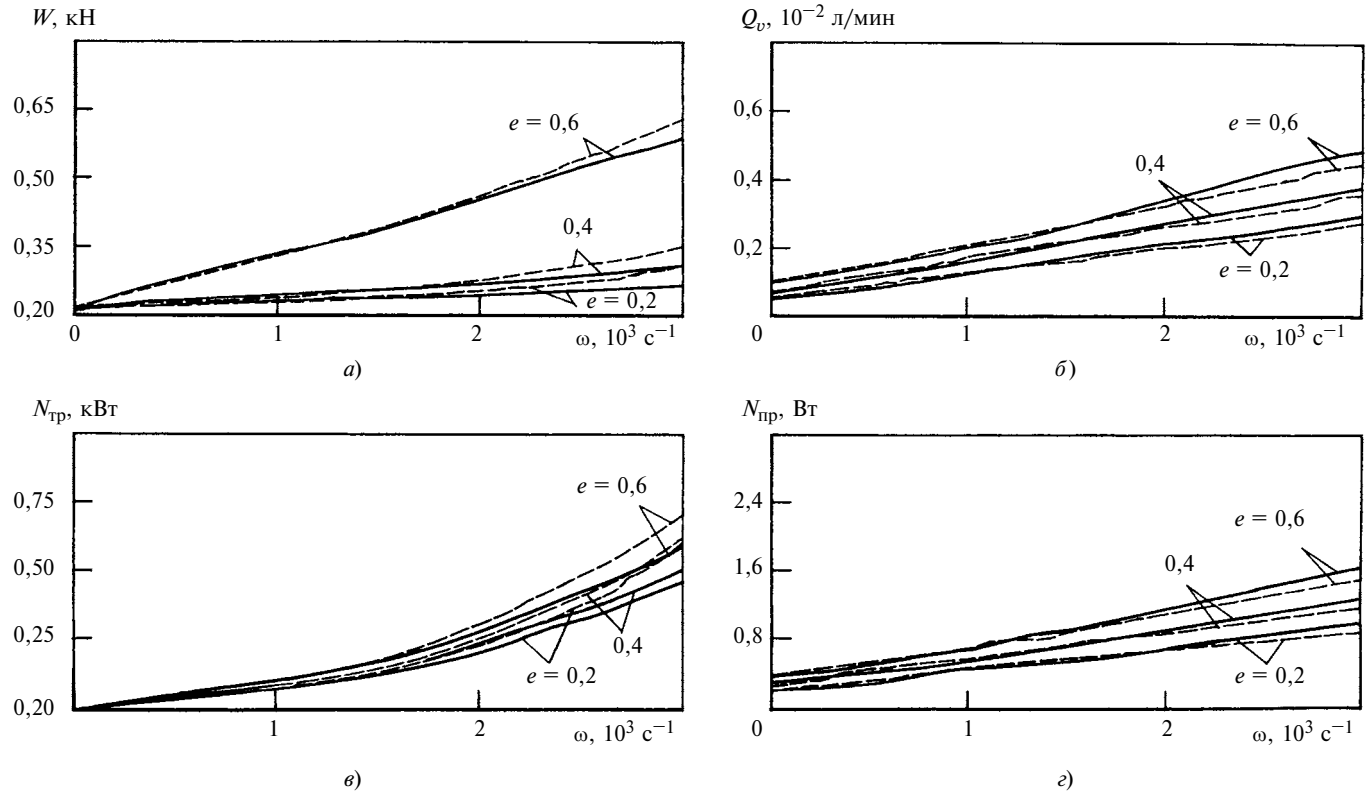


Рис. 2. Влияние турбулентности на несущую способность (*а*), объемный расход смазочного материала (*б*), потери мощности на трение (*в*) и прокачку (*г*) для конических ГДП

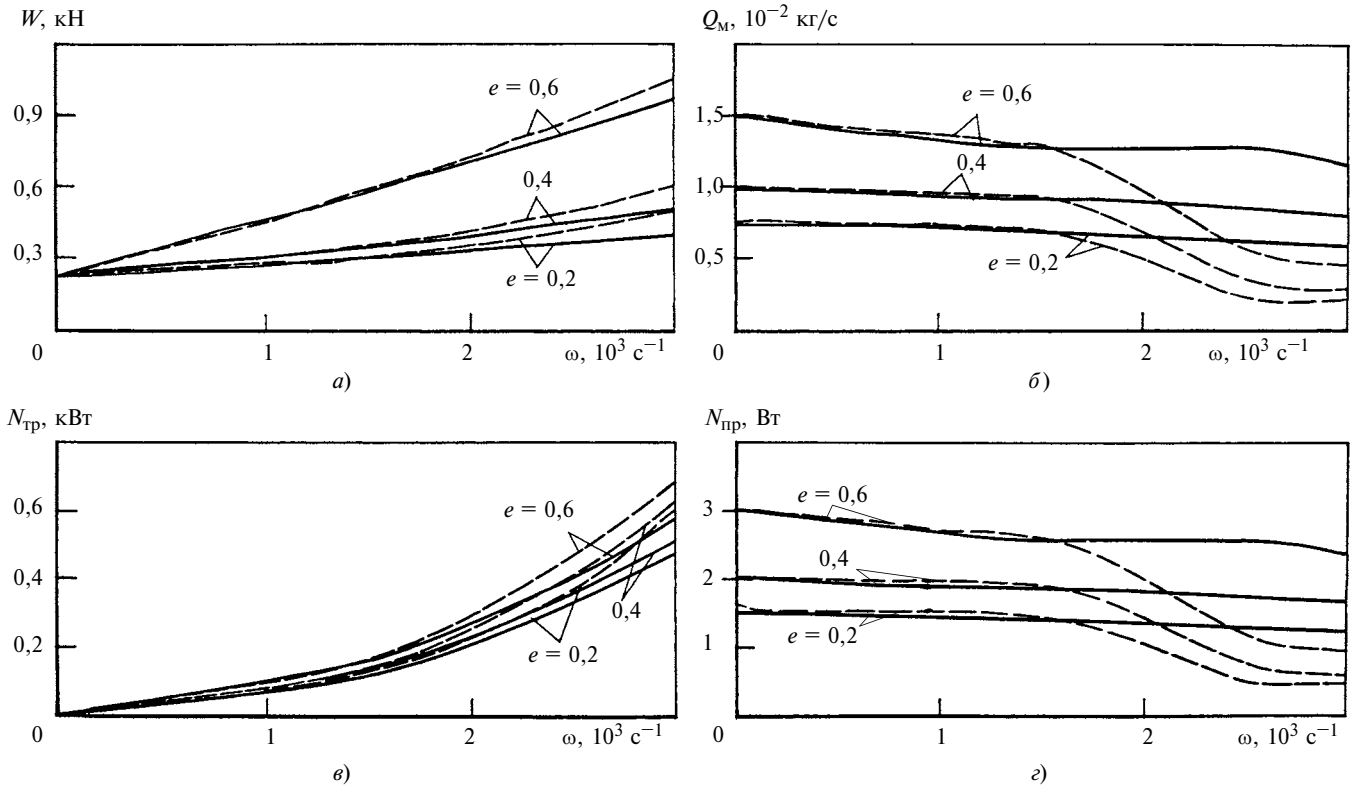


Рис. 3. Влияние турбулентности на несущую способность (*а*), объемный расход смазочного материала (*б*), потери мощности на трение (*в*) и прокачку (*г*) для конических ГСП с точечными камерами

$\alpha = 30°$; средний радиальный зазор $h_0 = 50$ мкм; давление подачи $p_0 = 0{,}2$ МПа; температура смазочного материала $T_0 = 293$ К. Для ГСП с прямоугольными камерами: число питающих прямоугольных камер $N_к = 4$; длина камеры по образующей $L_к = 41$ мм, ширина камеры $B_к = 8$ мм; число жиклеров, питающих одну камеру $N_н = 1$. Для ГСП обоих типов: длина жиклера $L_н = 4$ мм; диаметр жиклера $D_н = 1$ мм.

Установлено, что несущая способность конических ГДП с учетом турбулентности в смазочном слое при угловой скорости $\omega = 3000$ рад/с и смазывании водой возрастает в среднем на 13÷14 % при радиальном эксцентриситете $e = 0{,}2 \div 0{,}4$ и на 6 % при $e = 0{,}6$ (рис. 2, *а*). Объемный расход смазочного материала при турбулентности снижается в среднем на 6÷8 % при всех рассматриваемых эксцентриситетах (рис. 2, *б*), что объясняется возникновением запирающего эффекта. Потери мощности на трение при учете турбулентности в смазочном слое возрастают в среднем на 19÷28 % при всех эксцентриситетах (рис. 2, *в*). Потери мощности на прокачку, пропорциональные объемному расходу, также снижаются в среднем на 6÷8 % (рис. 2, *г*).

Для гидростатических подшипников установлены следующие закономерности — несущая способность ГСП с точечными камерами с учетом турбулентности в смазочном слое при угловой скорости 3000 рад/с и смазывании водой возрастает на 24, 20 и 9 % при эксцентриситетах соответственно $e = 0{,}2$; 0,4 и 0,6 (рис. 3, *а*). Массовый расход смазочного материала с учетом турбулентности резко снижается в среднем на 60÷65 % при всех эксцентриситетах, что объясняется запирающим эффектом — пульсации скоростей и давлений в смазочном слое препятствуют поступлению смазочного материала в зазор через камеры, что особенно характерно для точечных камер вследствие малого проходного сечения (рис. 3, *б*). Потери мощности на трение зависят от турбулентности в смазочном слое, которые составляют в среднем 18÷24 % при всех эксцентриситетах (рис. 3, *в*). Потери мощности на прокачку аналогичны массовому расходу (рис. 3, *г*).

Несущая способность ГСП с прямоугольными камерами при турбулентности в смазочном слое и угловой скорости 3000 рад/с при смазывании водой возрастает на 11; 9 и 6 % соответственно при радиальных эксцентриситетах $e = 0{,}2$; 0,4 и 0,6 (рис. 4, *а*). Массовый расход смазочного материала в отличие от ГДП при небольших и средних эксцентриситетах практически не зависит от турбулентности, при больших эксцентриситетах ($e = 0{,}6$) снижается на 9 % (рис. 4, *б*). Потери мощности на

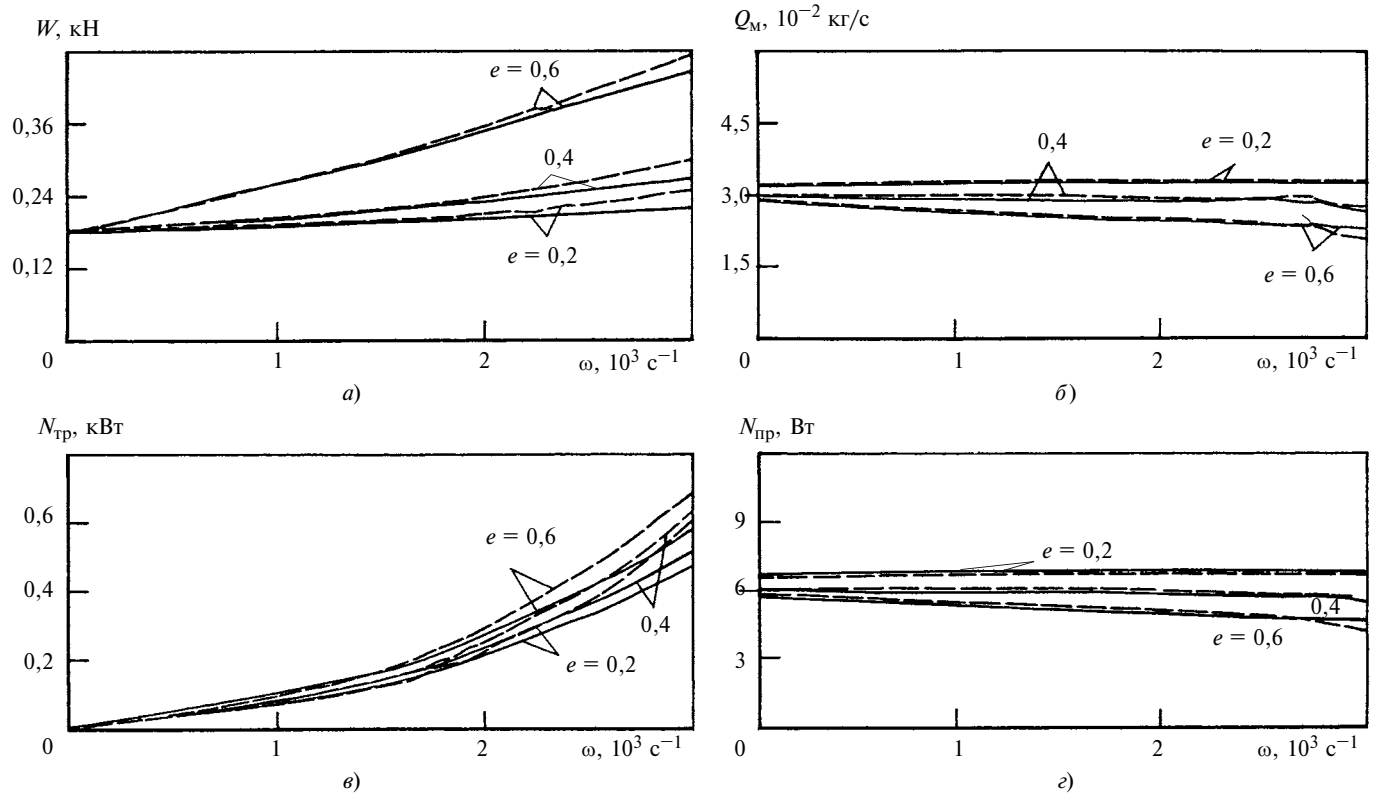


Рис. 4. Влияние турбулентности на несущую способность (*а*), объемный расход смазочного материала (*б*), потери мощности на трение (*в*) и прокачку (*г*) для конических ГСП с прямоугольными камерами

трение, как и для ГСП с точечными камерами, возрастают в среднем на 18÷25 % при всех эксцентриситетах (рис. 4, *в*). Потери мощности на прокачку аналогичны массовому расходу (рис. 4, *г*).

Анализ полученных результатов показал, что турбулентность смазочного материала (воды) приводит к росту таких показателей, как несущая способность и потери мощности на трение, снижает расход и потери мощности на прокачку (особенно значительно для ГСП с точечными камерами) в результате запирающего эффекта. Необходимость учета турбулентности подтверждена теоретическими исследованиями, которые показали, что расхождения расчетов с учетом и без учета данного эффекта составляют до 30 %, а при расчетах расхода и потери мощности на прокачку при применении ГСП с точечными камерами могут составлять до 65 %.

Разработанное программное обеспечение [9] позволяет рассчитывать статические характеристики конических подшипников скольжения, используемых в качестве опор роторов высокоскоростных турбомашин, и разрабатывать рекомендации по целесообразности учета турбулентных режимов в математической модели.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Токарь И. Я.** Проектирование и расчет опор трения. М.: Машиностроение, 1971. 168 с.

2. **Корнеев А. Ю., Савин Л. А., Соломин О. В.** Конические подшипники жидкостного трения. М.: Машиностроение-1, 2008. 172 с.

3. **Корнеев А. Ю., Савин Л. А., Соломин О. В.** Математическая модель неизотермического турбулентного течения смазочного материала в конических опорах жидкостного трения // Вестник машиностроения. 2005. № 7. С. 37—42.

4. **Корнеев А. Ю., Савин Л. А., Соломин О. В.** Расчет статических характеристик конических опор жидкостного трения // Вестник машиностроения. 2006. № 12. С. 37—41.

5. **Лойцянский Л. Г.** Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1978. 736 с.

6. **Типей Н.** Подшипники скольжения: расчет, проектирование, смазка / Н. Типей, В. Н. Константинеску и др. Бухарест: Изд-во АН РНР, 1964. 458 с.

7. **Савин Л. А., Соломин О. В.** Моделирование роторных систем с опорами жидкостного трения: монография. М.: Машиностроение-1, 2006. 444 с.

8. **Соломин О. В., Корнеев А. Ю.** Численное определение поля давлений в конических опорах жидкостного трения // Вестник машиностроения, 2005. № 8. С. 46—50.

9. **Свидетельство на полезную мод. 2000610593:** Подшипник—Криоген.

УДК 621.7.9

Ф. Н. АБРАМОВ, канд. техн. наук (г. Великие Луки, Россия), e-mail: nikoina@mail.ru

Точность базирования заготовок типа втулок на конических оправках

Даны аналитические зависимости для определения погрешностей базирования заготовок типа втулок на конических оправках с неподвижным и подвижным конусами и рекомендации по повышению точности базирования.

Ключевые слова: конические оправки, заготовки типа втулок, базирование, погрешности.

The analytical expressions for determination of basing errors of the bush type pieces on the conical mandrels with fixed and moving cones and the recommendations for improvement of te basing accuracy are presented.

Keywords: conical mandrels, the bush type pieces, basing, errors.

В работе [1] рассмотрены базы и теоретические схемы базирования заготовок на конических оправках двух типов, установлены основные факторы, влияющие на точность их базирования. В данной статье рассматриваются погрешности базирования, возникающие от действия каждого фактора в отдельности и их совместного действия. При расчетах использованы термины и понятия, приведенные в работах [2—4].

Расчет погрешностей базирования заготовок на оправках с неподвижным центрирующим конусом

Для расчетов используем теоретическую (рис. 1, *а*) и реальные (рис. 2 и 3) схемы базирования заготовок.

В рассматриваемом случае погрешность базирования размера $A_в$ (рис. 2) обусловлена двумя факторами: 1) использованием переменно-координатной опорной технологической базы II (см. рис. 1, *а*); 2) погрешностью взаимного расположения (отклонение от перпендикулярности) плоскости $E_п$, прилегающей к реальному базовому торцу, и оси $C_п$ прилегающей конической поверхности заготовки (см. рис. 2, *б*).

Погрешность базирования размера $B_в$ обусловлена действием трех факторов: два указаны выше (см. рис. 3, *а* и *б*), третий — несовмещенность технологической и отсчетной баз (см. рис. 3, *в*).

Отсчетной базой для размера $A_в$ является плоскость $E_п$, а ее нормируемым участком — круг диаметром *d*. Предельное поле рассеяния линейных отклонений базы $E_п$ относительно плоскости *YOZ* (см. рис. 2, *а*), возникающих в результате использования переменно-координатной опорной технологической базы, определяем по формуле

$$\Delta_{E_п}^{п.к} = \frac{D_{\max\ пр} - D_{\min\ пр}}{2\mathrm{tg}\frac{\varphi}{2}} = \frac{IT_D}{2\mathrm{tg}\frac{\varphi}{2}}, \qquad (1)$$

где $D_{\max\ пр}$ и $D_{\min\ пр}$ — соответственно максимальный и минимальный предельные размеры меньшего диаметра *D* конической поверхности; IT_D — допуск диаметра *D*; φ — угол при вершине конической поверхности.

Принимая поле $\Delta_{E_п}^{п.к}$ за искомую погрешность базирования $\varepsilon_{б E_в}^{п.к}$ для размера $A_в$, получим:

$$\varepsilon_{б E_в}^{п.к} = \Delta_{E_п}^{п.к} = \frac{IT_D}{2\mathrm{tg}\frac{\varphi}{2}}. \qquad (2)$$

Предельное поле рассеяния угловых отклонений базы $E_п$ относительно плоскости *YOZ* (см. рис. 2, *б*), возникающих в результате погрешностей взаимного расположения плоскости $E_п$ и оси $C_п$, определяем по формуле

$$\Delta_{E_п}^{в.р} = IT_{E_п \perp C_п}, \qquad (3)$$

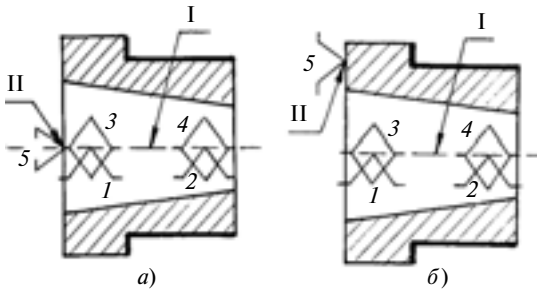


Рис. 1. Теоретические схемы базирования втулок на конических оправках с неподвижным (*а*) и подвижным (*б*) конусами:
I и II — технологические базы; *1÷5* — координатные точки

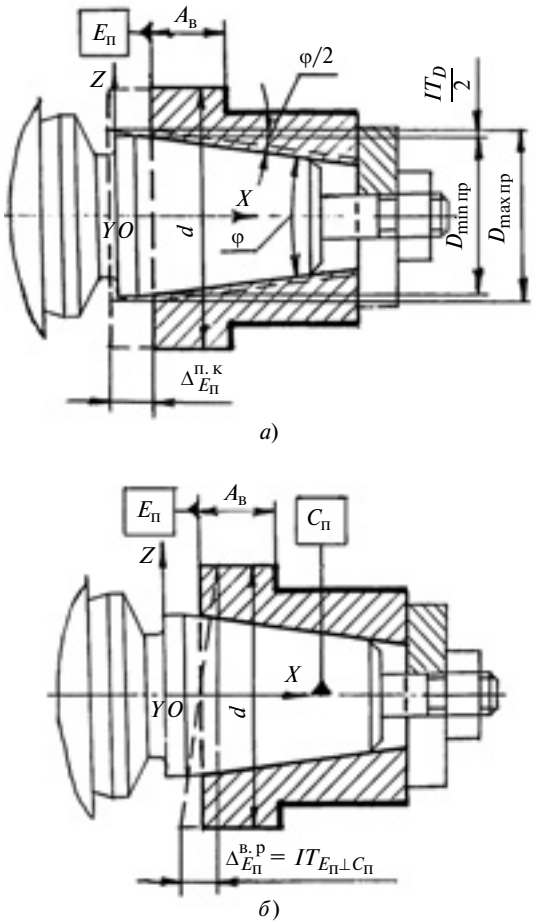


Рис. 2. Реальная схема базирования втулки на конической оправке с неподвижным конусом для расчета погрешности базирования размера $A_в$

где $IT_{E_п \perp C_п}$ — допуск перпендикулярности плоскости $E_п$ к оси $C_п$. (Здесь и далее угловые отклонения отсчетных баз даны в линейных единицах). Формула для расчета погрешности базирования примет вид:

$$\varepsilon^{в.р}_{б A_п} = \Delta^{в.р}_{E_п} = IT_{E_п \perp C_п}. \qquad (4)$$

Отсчетной базой для размера $B_в$ является плоскость $F_п$, прилегающая к реальному плоскому торцу заготовки, а ее нормируемым участком — круг диаметра d_1. Предельное поле рассеяния линейных отклонений базы $F_п$ относительно плоскости YOZ (см. рис. 3, *б*), возникающих в результате использования переменно-координатной опорной технологической базы II (см. рис. 1, *а*), может быть определено по формуле

$$\Delta^{п.к}_{F_п} = \Delta^{п.к}_{E_п} = \frac{IT_D}{2\mathrm{tg}\frac{\varphi}{2}}, \qquad (5)$$

где $\Delta^{п.к}_{E_п}$ определяем по формуле (1).

Погрешность базирования для размера $B_в$ определяем по формуле

$$\varepsilon^{п.к}_{б B_в} = \Delta^{п.к}_{F_п} = \frac{IT_D}{2\mathrm{tg}\frac{\varphi}{2}}. \qquad (6)$$

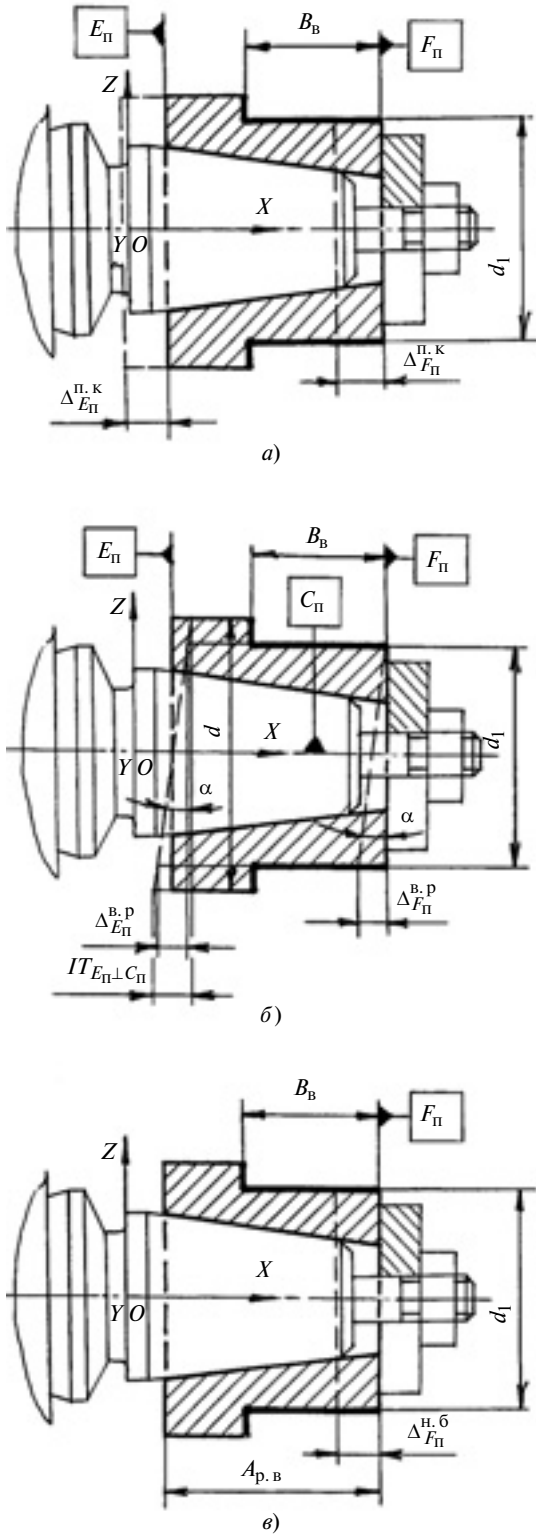


Рис. 3. Реальная схема базирования втулки на конической оправке с неподвижным конусом для расчета погрешности базирования размера $B_в$

Предельное поле рассеяния угловых отклонений относительно плоскости YOZ (см. рис. 3, *б*), возникающих в результате погрешности взаимного расположения базы $E_п$ и оси $C_п$, следует рассчитывать в пределах нормируемого участка (диаметр d_1) по формуле

$$\Delta_{F_п}^{в.р} = d_1 \mathrm{tg}\alpha = \frac{d_1}{d} IT_{E_п \perp C_п}, \qquad (7)$$

где α — максимальный угол наклона базы $F_п$ относительно плоскости YOZ (равен максимальному углу наклона плоскости $E_п$ относительно этой же плоскости).

Следовательно, рассматриваемая погрешность базирования

$$\varepsilon_{б B_в}^{в.р} = \Delta_{F_п}^{в.р} = \frac{d_1}{d} IT_{E_п \perp C_п}. \qquad (8)$$

Предельное поле рассеяния линейных отклонений базы $F_п$ относительно плоскости YOZ (см. рис. 3, *в*), появляющихся в результате несовмещения баз, определяем по формуле

$$\Delta_{F_п}^{н.б} = IT_{A_{р.в}}, \qquad (9)$$

где $IT_{A_{р.в}}$ — допуск ранее выполненного размера $A_{р.в}$.

Погрешность базирования определяем по формуле

$$\varepsilon_{б B_в}^{н.б} = \Delta_{F_п}^{н.б} = IT_{A_{р.в}}. \qquad (10)$$

С учетом зависимостей (2) и (4) запишем формулу для определения суммарной погрешности базирования для размера $A_в$:

$$\varepsilon_{б A_в}^{сум} = \varepsilon_{б A_в}^{п.к} + \varepsilon_{б A_в}^{в.р} = \frac{IT_D}{2\mathrm{tg}\frac{\varphi}{2}} + IT_{E_п \perp C_п}.$$

Аналогично, исходя из формул (6), (8) и (10), определяем суммарную погрешность базирования для размера $B_в$:

$$\varepsilon_{б B_в}^{сум} = \varepsilon_{б B_в}^{п.к} + \varepsilon_{б B_в}^{в.р} + \varepsilon_{б B_в}^{н.б} = \frac{IT_D}{2\mathrm{tg}\frac{\varphi}{2}} + \frac{d_1}{d} IT_{E_п \perp C_п} + IT_{A_{р.в}}.$$

Расчет погрешностей базирования заготовок на оправках с утопающим конусом

Для расчета искомых погрешностей используем теоретическую (см. рис. 1, *б*) и реальные (рис. 4 и 5) схемы базирования.

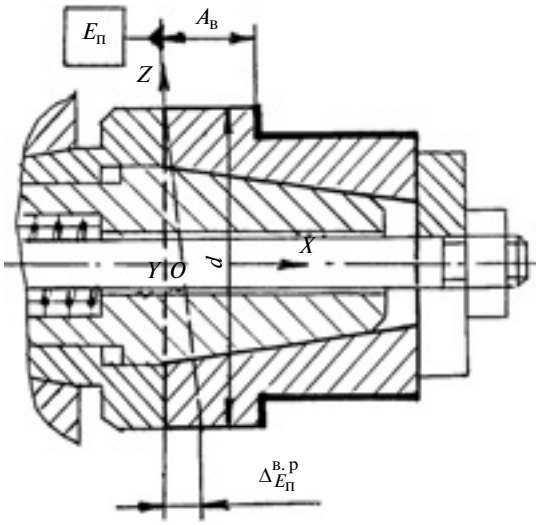


Рис. 4. Реальная схема базирования втулки на конической оправке с подвижным конусом для расчета погрешности базирования размера $A_в$

При применении оправок второго типа используется постоянно-координатная опорная технологическая база II (см. рис. 1, *б*) и поэтому для выполняемых размеров исключается погрешность базирования, связанная с ее использованием. Таким образом, при выполнении размера $A_в$ будет действовать один фактор — погрешность взаимного расположения плоскости $E_п$ и оси $C_п$, а размера $B_в$ — два фактора: указанный выше и несовмещенность технологической и отсчетной баз.

Поскольку указанные факторы при использовании обеих оправок действуют идентично, то предельные поля рассеяния отклонений $\Delta_{E_п}^{в.р}$ (см. рис. 4), $\Delta_{F_п}^{в.р}$ (см. рис. 5, *а*) и $\Delta_{F_п}^{н.б}$ (см. рис. 5, *в*), возникающие при использовании второй оправки, можно рассчитать по формулам (3), (7) и (9). Следовательно, искомые погрешности базирования $\varepsilon_{б A_в}^{в.р}$, $\varepsilon_{б B_в}^{в.р}$ и $\varepsilon_{б B_в}^{н.б}$ соответственно для размеров $A_в$ и $B_в$ могут быть рассчитаны по формулам (4), (8) и (10). Суммарную погрешность базирования для размера $B_в$ определяем по формуле $\varepsilon_{б B_в}^{сум} = \varepsilon_{б B_в}^{в.р} + \varepsilon_{б B_в}^{н.б} = \frac{d_1}{d} IT_{E_п \perp C_п} + IT_{A_{р.в}}$, где $\varepsilon_{б B_в}^{в.р}$ и $\varepsilon_{б B_в}^{н.б}$ определяются по зависимостям (8) и (10).

Анализ точности базирования заготовок типа втулок на указанных оправках показал, что при применении любой из них будет возникать погрешность базирования для размеров $A_в$ и $B_в$. Меньшей (при прочих равных условиях) она будет для

оправок второго типа. К сожалению, и в этом случае погрешность базирования для размера $B_в$ может быть достаточно большой, нередко превышающей допуск на размер, и ее необходимо уменьшить. Наиболее приемлемым, по мнению автора, следует считать применение оправок второго типа с совмещением опорной технологической и отсчетной баз для размера $B_в$. Реальная схема дана на рис. 6. Подвижный конус *2* перемещают вправо с помощью гайки *1* до тех пор, пока заготовка *3* не коснется торца быстросъемной шайбы *4* (последняя обеспечивает реализацию постоянно-координатной опорной технологической базы II на плоскости $F_п$). При дальнейшем перемещении гайки вправо достигается необходимый зажим заготовки. Погрешность базирования для размера $B_в$ в этом случае определяем по формуле $\varepsilon_{б B_в}^{в.р} = \Delta_{F_п}^{в.р} = \frac{d_1}{d} IT_{E_п \perp C_п}$, где $\Delta_{F_п}^{в.р}$ — предельное поле рассеяния угловых отклонений базы $F_п$ для размера $B_в$ относительно плоскости *YOZ*, возникающих в результате погрешности взаимного расположения плоскости $F_п$ и оси $C_п$; $IT_{E_п \perp C_п}$ — допуск перпендикулярности плоскости $F_п$ к оси $C_п$.

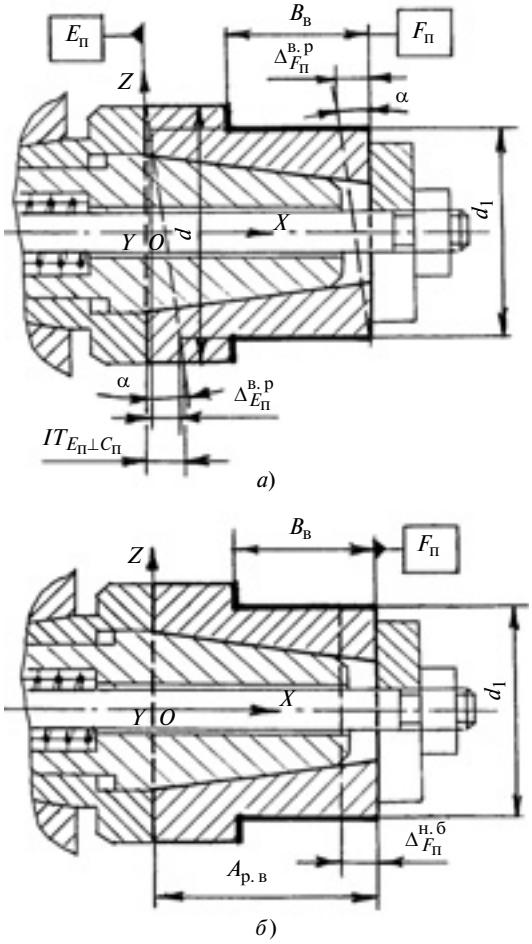


Рис. 5. Реальная схема базирования втулки на конической оправке с подвижным конусом для расчета погрешности базирования размера $B_в$

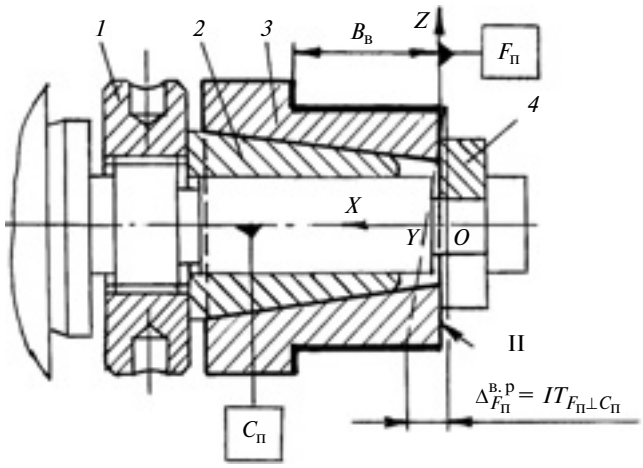


Рис. 6. Реальная схема базирования втулки на конической оправке с подвижным конусом, обеспечивающая совмещение технологической и отсчетной баз для выполняемого размера

Выводы

1. При базировании заготовок типа втулок на конических оправках всегда возможна погрешность базирования для выполняемых продольных размеров, которая может быть достаточно большой, особенно для размеров, выполняемых при базировании без совмещения баз.

2. Оправки с подвижным конусом обеспечивают меньшую погрешность базирования, чем оправки с жестко закрепленным конусом.

3. Погрешность базирования для размера, заданного от торца заготовки со стороны заднего центра, может быть уменьшена при использовании оправки с подвижным конусом, обеспечивающей совмещение опорной технологической базы II с отсчетной базой $F_п$ для этого размера.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Абрамов Ф. Н.** К вопросу о базах и теоретических схемах базирования заготовок в центрах и на конических оправках // Вестник машиностроения. 2010. № 12. С. 53—58.
2. **Абрамов Ф. Н.** О разработке терминологии базирования в машиностроении // Вестник машиностроения. 2006. № 2. С. 67—72.
3. **Абрамов Ф. Н.** О классификации терминов базирования в машиностроении // Вестник машиностроения. 2006. № 3. С. 56—61.
4. **Абрамов Ф. Н.** О сущности базирования в машиностроении // Вестник машиностроения. 2007. № 6. С. 74—77.

УДК 620.186.12

Г. Г. ВИНОКУРОВ, канд. техн. наук (ИФТПС им. В. П. Ларионова СО РАН, г. Якутск),
О. Н. ПОПОВ, канд. техн. наук (СВФУ им. М. К. Аммосова, г. Якутск), С. Г. ВИНОКУРОВА (СПбГЭТУ "ЛЭТИ", г. Санкт-Петербург), e-mail: ponpon1@mail.ru

Распределение и корреляционные характеристики двумерных кластеров в цифровом металлографическом изображении ферритно-перлитной микроструктуры стали

Показана перспективность использования теории кластеров при обработке цифрового металлографического изображения ферритно-перлитной микроструктуры стали, в частности, распределения и корреляционных характеристик кластеров перлита на металлографическом изображении, для линейного и планиметрического методов анализа.

Ключевые слова: металлографическое изображение, ферритно-перлитная микроструктура, распределение кластеров, корреляционная функция микроструктуры.

The perspective of use the theory of clusters in the processing of digital metallographic image of ferrite-pearlite steel microstructure, particularly, the distribution and correlation characteristics of pearlite clusters on the metallographic image, for linear and planimetric methods of analysis has been shown.

Keywords: metallographic image, ferrite-pearlite microstructure, distribution of clusters, correlation function of a microstructure.

При металлографическом анализе строение шлифов металлов и сплавов позволяет выделять образования, являющиеся связанными двумерными геометрическими объектами — кластерами. Наиболее широко используются характеристики микроструктуры, предложенные С. А. Салтыковым и И. Андервудом, представляющие собой геометрические параметры кластеров пространственного микроскопического строения металлов и сплавов [1÷3].

В настоящее время с интенсивным развитием информационных технологий стало возможным подробное выявление разнообразных характеристик микроструктуры металлов и сплавов на основе обработки цифровых металлографических изображений, которые позволяют полнее описать особенности строения кластеров. Матричный формат цифрового металлографического изображения при обработке требует теоретического обоснования определяемых характеристик микроструктуры металлов и сплавов на основе математического формализма теории двумерных кластеров [4].

Как известно, ферритно-перлитные стали широко используются в промышленности и строительстве как основной конструкционный материал общего назначения. Актуальность изучения кластеров двухфазной ферритно-перлитной микроструктуры (ФПМ) обусловлена также ее сравнительной простотой — возможностью получения аналитических выражений для некоторых характеристик и сопоставления с теорией двумерных кластеров, которая фактически рассматривает формирование двухфазной структуры на плоскости.

При обработке металлографического изображения ФПМ сталей исследуемые объекты целесообразно интерпретировать как двумерные кластеры на квадратной решетке, которая обусловлена форматом цифрового изображения. Поэтому в статье все размеры указаны в пикселях цифровых изображений, которые с учетом текущего увеличения металлографического микроскопа всегда можно перевести в единицу длины.

В качестве характеристик ФПМ сталей можно рассматривать такие важные параметры двумерных кластеров, как распределение кластеров по размерам, корреляционная длина, корреляционная функция и др. Поскольку теория кластеров на квадратной решетке описывает равновесное формирование структуры (когда вероятность возникновения узла является постоянной по всему образцу), ее также можно использовать для оценки равновесных условий формирования ФПМ сталей.

Цель данной работы — установить способы обработки цифрового металлографического изображения для выявления распределения и корреляционных характеристик кластеров ФПМ сталей.

Материал и обработка металлографического изображения

В качестве объектов исследования были выбраны образцы из стали для контртела машины трения в виде колодок, изготовленных по ГОСТ 17.367—71. Металлографическое исследование проводилось с помощью микроскопа "Neophot-32" с цифровой фотокамерой (×100÷×1000) методом сравнительного анализа характеристик кластеров ФПМ образцов стали до и после термообработки с целью получения однородной микроструктуры.

В качестве исследуемых кластеров выбраны области перлита; для их анализа черно-белые металлографические изображения ФПМ с помощью программы Matcad были переведены в двоичный матричный формат (рис. 1).

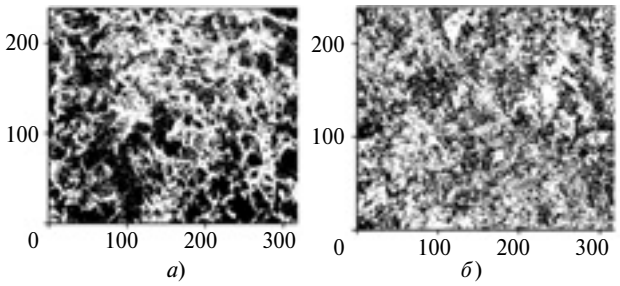


Рис. 1. Ферритно-перлитная микроструктура стали:
а — исходное состояние; *б* — после термообработки (×500)

Для проведения термообработки сначала определяли химический состав материала образцов и изучали исходную микроструктуру стали. Марка стали по химическому составу пробы соответствует стали ШХ15 (ГОСТ 801—78). Исходная структура стали (см. рис. 1, *а*) — неоднородна, представляет собой ФПМ; наблюдается выделение пластинчатого и зернового перлита (темные области). Для обеспечения однородности микроструктуры и высокой твердости стали образцы подвергли следующей термообработке:

	Закалка	**Отпуск**
Температура печи, °С	830	160
Время операции, мин	≈30	60÷120
Среда	Машинное масло	Воздух

После термообработки ФПМ материала стала более равномерной (см. рис. 1, *б*).

Для выделения и маркировки двумерных кластеров цифрового металлографического изображения (см. рис. 1) использовался алгоритм, аналогичный методу многократной маркировки Хошена—Копельмана [5], для данного алгоритма была разработана программа Visual Basic.

Линейный метод анализа ферритно-перлитной микроструктуры

Для определения геометрических характеристик элементов микроструктуры металлов и сплавов широкое применение получил метод случайных секущих в виде линейного метода Розиваля и точечного метода Глаголева—Салтыкова, основанных на принципе Кавальери—Акера [3]. Его преимущества перед планиметрическим методом заключаются в большей простоте и точности измерения длин отрезков по сравнению с определением площадей, а также в возможности автоматизации суммирования длин отрезков, приходящихся на каждую из фаз микроструктуры. Использование линейного метода особенно возросло в связи с появлением методов автоматического микроанализа на основе сканирования микроструктуры.

Для линейного метода анализа ФПМ наиболее целесообразна модель одномерной цепи кластеров [4, 6], используемая для рассмотрения равновесного формирования одномерной цепи, в которой каждый узел занят случайным образом с вероятностью p. Кластеры представляют собой группы соседних занятых узлов; узлы, соседствующие с крайним левым и крайним правым узлами, должны быть пустыми. Поскольку бесконечный кластер может возникнуть, только если все узлы в цепи заняты, то критическая вероятность $p_c = 1$; поэтому характеристики можно вычислить только ниже критической вероятности.

В работе для линейного метода анализа в качестве количественных характеристик одномерной цепи кластеров выбраны: число N_s кластеров фиксированного размера; среднее координационное число n; корреляционная функция $g(r)$ — среднее число занятых узлов в кластере на фиксированном расстоянии r; квадрат ξ^2 корреляционной длины, представляющий среднее расстояние между двумя узлами кластера и средний размер S одномерного кластера.

Матричные изображения ФПМ обрабатывали линейным методом через каждые 10 интервалов (пикселей). Учитывая формат изображения, для выявления анизотропии микроструктуры целесообразно проводить секущие в двух взаимно пер-

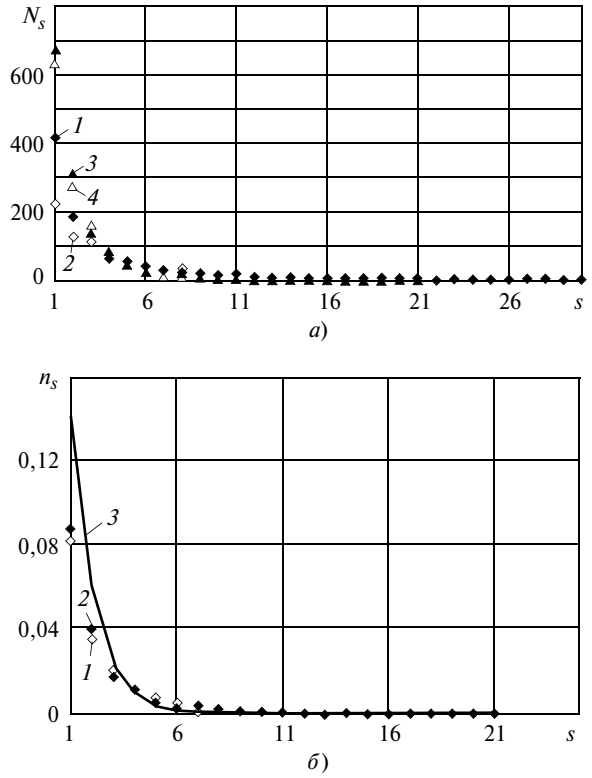


Рис. 2. Распределение линейных кластеров ФПМ по размерам:
а — абсолютные значения в исходном состоянии: (*1* — по строкам, *2* — по столбцам) и после термообработки (*3* — по строкам, *4* — по столбцам); *б* — нормированные значения (*1* — исходное состояние, *2* — после термообработки, *3* — модель одномерной цепи)

пендикулярных направлениях по строкам и столбцам матрицы изображения. При такой обработке изображения, как видно из рис. 2, *а*, числа N_s кластеров незначительно отличаются; наблюдается анизотропия ФПМ. Термообработка приводит к снижению размеров кластеров перлита, их числа в перпендикулярных направлениях сближаются, микроструктура становится более изотропной.

Для теоретического анализа и оценки равновесных условий формирования ФПМ с сопоставлением с моделью одномерной цепи число N_s кластеров фиксированного размера целесообразно пересчитать на распределение n_s — число кластеров размера s, деленное на полное число ячеек в изображении, с условием нормирования:

$$\sum_{s=1}^{\infty} sn_s = p, \qquad (1)$$

где вероятность p соответствует содержанию перлита в образце при равновесном формировании микроструктуры. Распределение n_s также показывает вероятность того, что данный узел принадлежит кластеру размера s; вероятность пересчитана на 1 узел кластера.

Более изотропное распределение кластеров после термообработки приведено на рис. 2, *б*; кривая *3* — теоретическая зависимость модели одномерной цепи кластеров [4]:

$$n_s = p^s(1 - p)^2, \qquad (2)$$

где вероятность p оценена по содержанию перлита в микроструктуре.

Как видно из рис. 2, *б*, уравнение (2) качественно описывает распределение кластеров перлита в ФПМ. По расхождению теоретических значений и металлографических данных можно оценить равновесные условия формирования ФПМ.

Результаты расчетов других показателей (n, ξ^2, S) и содержание Q_p перлита, полученное методом секущих, а также планиметрической обработкой изображения микроструктуры в программе Matcad, приведенные в таблице, свидетельствуют об анизотропии исходной ФПМ: показатели n, ξ^2, S во взаимно перпендикулярных направлениях существенно отличаются, что приводит к расхождению оценок содержания Q_p перлита. Термообработка снижает значения показателей n, ξ^2, S; кластеры перлита уменьшаются в размерах, микроструктура становится более изотропной.

Линейные характеристики кластеров ферритно-перлитной микроструктуры

Микроструктура	n	ξ^2	S	Q_p (метод секущих)	Q_p (Matcad)
Распределение кластеров по строкам					
Исходная	1,476	122,446	3,829	0,516	0,512
После термообработки	1,230	14,395	2,306	0,398	0,398
Распределение кластеров по столбцам					
Исходная	1,597	81,250	4,738	0,479	0,512
После термообработки	1,167	13,440	2,401	0,397	0,398

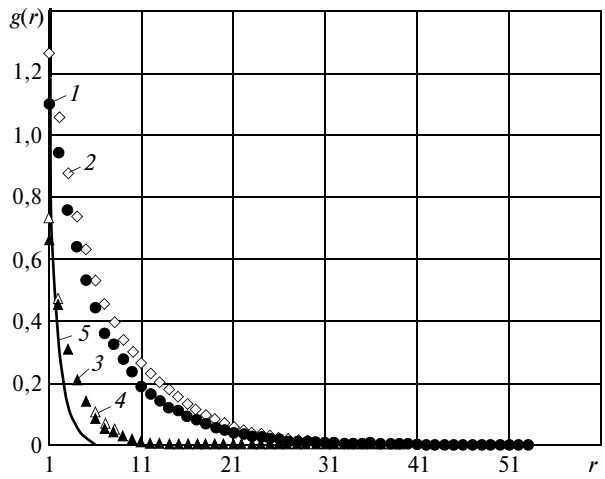


Рис. 3. Корреляционная функция линейных кластеров ФПМ: *1*, *2* — исходное состояние (по строкам и по столбцам); *3*, *4* — после термообработки (по строкам и по столбцам); *5* — модель одномерной цепи

Зависимости корреляционной функции микроструктуры от термообработки приведены на рис. 3. Установлено, что термообработка значительно снижает радиус корреляции кластеров перлита, их распределение становится более однородным.

Для теоретического анализа и оценки равновесных условий формирования ФПМ также целесообразно привести корреляционную функцию модели одномерной цепи, которая задается уравнением [4]

$$g(r) = 2p^r. \qquad (3)$$

Как видно из рис. 3, уравнение (3) также адекватно описывает корреляционную функцию кластеров перлита в ФПМ, а по расхождению значений можно оценить равновесные условия формирования ФПМ. Полученные зависимости (см. рис. 2, 3) показали, что более точную оценку свойств анизотропии и однородности ФПМ дают исследования кластеров малого размера.

Планиметрический метод анализа ферритно-перлитной микроструктуры

Было отмечено, что ФПМ сталей на металлографическом изображении можно представить как двухфазную систему на плоскости [7, 8]. Для планиметрического анализа ФПМ наиболее целесообразно использовать формализм теории кластеров на квадратной решетке [4]. Поэтому рассмотрим двумерный массив — матрицу размера $l \times m$, которая случайным образом заполняется частицами одной фазы (перлита), в ячейке может находиться

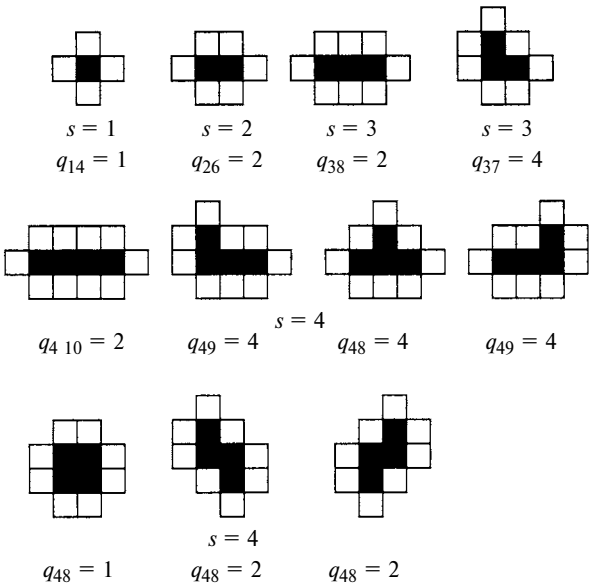


Рис. 4. Размеры и число конфигураций кластеров малого размера

только одна частица с вероятностью p. Если допустить равновесное условие формирования и однородность ФПМ, вероятность p можно оценить общим содержанием перлита в образце. Тогда при планиметрическом анализе изображения кластеры представляют собой группы соседних занятых ячеек — элементов матрицы, соответствующих перлиту; соседними являются ячейки, имеющие хотя бы одну общую сторону. Для количественного описания таких двумерных элементов ФПМ в работе использованы вышеупомянутые параметры кластеров — распределение и корреляционная функция. Список дополнительных параметров кластерной структуры, которые также могут использоваться, приведен в работе [4].

При планиметрическом анализе важной характеристикой ФПМ остается корреляционная функция $g(r)$, которая представляет собой среднее число элементов в том же кластере на расстоянии r от произвольно выбранного элемента. Причем в теории кластеров на квадратной решетке расстоянием r является минимальное число ячеек, соединяющих два элемента матрицы, — так называемое химическое расстояние. Корреляционная функция, зависящая от расстояния в произвольном направлении на плоскости, характеризует однородность ФПМ.

Рассмотрим $n_s = n_s(p)$ — вероятность того, что произвольно выбранный узел принадлежит кластеру размера s. В теории кластеров предполагается, что для определенной конфигурации двумерного кластера возможна только одна реализация; в качестве численной характеристики конфигурации кластера можно рассматривать периметр t — число пустых соседних ячеек кластера. Кластеры одного и того же размера s могут иметь различное число q_{st} конфигураций.

Тогда общее выражение для распределения кластеров в бесконечной квадратной решетке имеет вид [4]:

$$n_s = \sum_t q_{st} p^s (1 - p)^t. \qquad (4)$$

Однако практическое использование формулы (4) затруднено из-за необходимости подсчета всевозможных конфигураций кластеров с их периметрами t: аналитического выражения для определения q_{st} кластеров большого размера не существует. При увеличении размера кластера быстрый рост числа конфигураций требует использования компьютера.

Расчеты по формуле (4) возможны только для кластеров малого размера; при $s = 1; 2; 3; 4$, учитывая возможные конфигурации (рис. 4), имеем:

$$\left.\begin{aligned} n_1 &= p(1-p)^4; \\ n_2 &= 2p^2(1-p)^6; \\ n_3 &= 2p^3(1-p)^8 + 4p^3(1-p)^7; \\ n_4 &= 2p^4(1-p)^{10} + 8p^4(1-p)^9 + 9p^4(1-p)^8. \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

Кластер размера $s = 5$ имеет уже несколько десятков всевозможных конфигураций.

Рассмотрим подробнее распределения (5) кластеров перлита малого размера, поскольку они преобладают по количеству и есть возможность более точного сопоставления их с теорией кластеров для оценки равновесных условий формирования. Распределения кластеров малого размера $n(p)$ [выражения (5)] в зависимости от вероятности заполнения p приведены на рис. 5. Независимо от размера

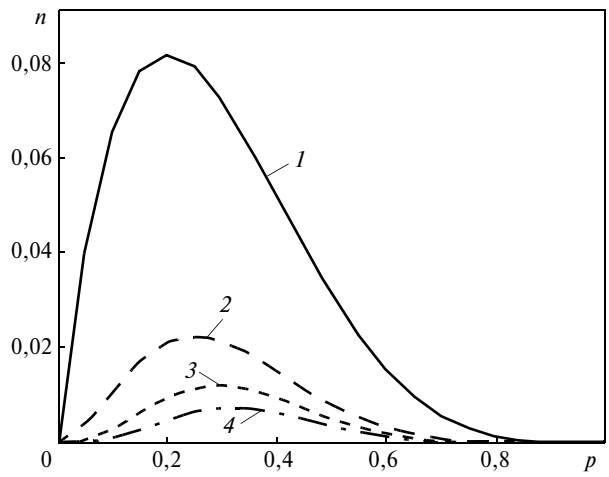


Рис. 5. Зависимости распределения кластеров малого размера s = 1 (*1*); 2 (*2*); 3 (*3*); 4 (*4*) от вероятности p заполнения

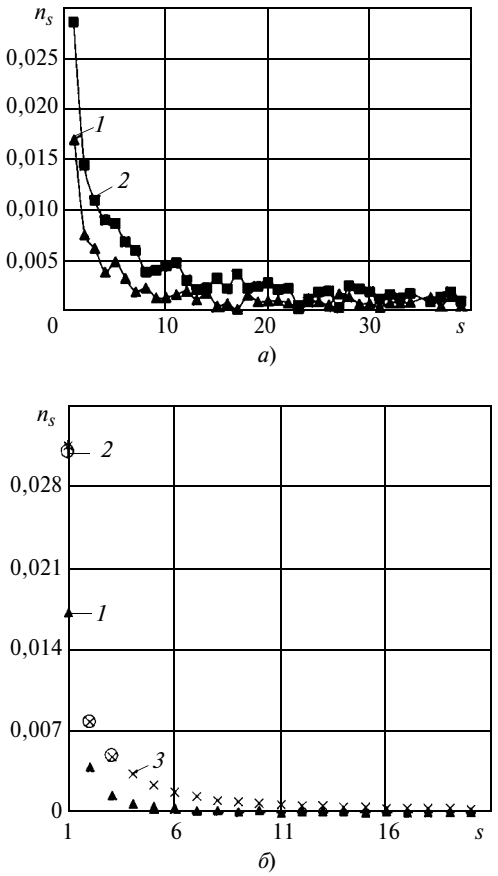


Рис. 6. Распределение двумерных кластеров ФПМ по размерам:
а) *1* — исходное состояние, *2* — после термообработки; *б*) *1* — усредненное экспериментальное, *2* — компьютерное моделирование, *3* — теоретическое для малых кластеров, по формулам (5)

кластера характер изменения распределений малых кластеров одинаков. Как и следовало ожидать, при $p = 0$ имеем $n(p) = 0$, затем при некоторой вероятности, зависящей от размера кластера, достигается максимальное распределение. Далее происходит монотонное снижение числа кластеров малого размера до $n(p) = 0$ при $p = 1$. Это обусловлено образованием кластеров большого размера при значениях вероятности заполнения, близких единице, в том числе и стягивающего бесконечного кластера. Точку максимального распределения кластеров малого размера можно найти из условий экстремума функций (5): $p_{\max} = 1/5$ для $n_1(p)$; $p_{\max} = 1/4$ для $n_2(p)$; $p_{\max} = 0{,}292$ для $n_3(p)$; $p_{\max} = 0{,}321$ для $n_4(p)$. Данные результаты можно использовать для сравнительной оценки содержания малых зерен перлита при обработке металлографического изображения ФПМ при содержании перлита p.

На рис. 6, *а* показано влияние термообработки на распределение кластеров перлита по размерам. Термообработка при малых размерах кластеров приводит к повышению функции распределения, обусловленному дисперсностью областей перлита. Нормировка функции распределения сохраняется из-за присутствия в стали в исходном состоянии отдельных кластеров очень большого размера.

Поскольку для двумерных кластеров большого размера не существует аналитических выражений распределения и корреляционной функции, аналогичных формулам (2) и (3), в работе проведено моделирование методом Монте—Карло формирования равновесной кластерной структуры на плоскости. Для выделения и маркировки двумерных кластеров также использовали вышеупомянутый алгоритм, реализованный программой Visual Basic.

На рис. 6, *б* приведены зависимости для сравнения усредненного экспериментального и модельного распределения двумерных кластеров. График *2* получен компьютерным моделированием равновесной структуры по методу Монте—Карло [5] на матрице размера 1000×1000 с вероятностью заполнения узлов, соответствующей общему содержанию перлита. Точками показаны значения n_s для малых кластеров при $s = 1 \div 3$, полученные в предположении бесконечной квадратной решетки — по формулам (5). От упрощенной модели Монте-Карло не следует ожидать количественного совпадения с экспериментальными данными. Однако установлено качественное совпадение поведения функции распределения — монотонное убывание и вогнутость графика (см. рис. 6, *б*). Для более точного описания процесса образования кластеров с помощью статистического подхода требуется применение более сложных способов заполнения узлов квадратной решетки, учитывающих механизмы формирования ФПМ в стали.

На рис. 7 приведены корреляционные функции ФПМ стали: *1* — исходное состояние; *2* — после термообработки. Кривой *3* показана модельная корреляционная функция равновесной кластерной структуры, полученная при общей плотности основной фазы, соответствующей исходному содержанию перлита. В двумерном случае корреляционная функция изменяется немонотонным образом, поэтому по виду существенно отличается от корре-

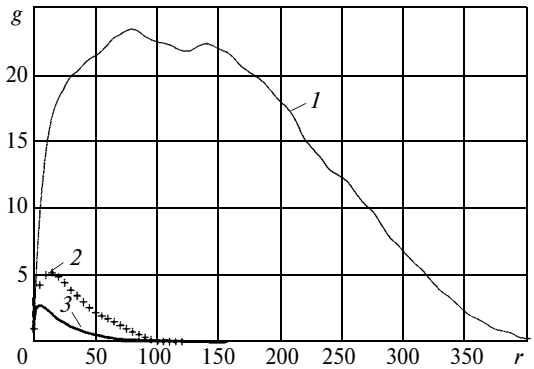


Рис. 7. Корреляционная функция двумерных кластеров ФПМ:
1 — исходное состояние; *2* — после термообработки; *3* — компьютерное моделирование

ляционной функции одномерной цепи кластеров [см. рис. 3 и формулу (3)]. Это коренное различие обусловлено большей размерностью пространства.

Как видно из графиков *1* и *2* на рис. 7 при термообработке наблюдается общее снижение корреляционной функции, вследствие уменьшения размера кластеров ФПМ (см. таблицу и рис. 3, *б*) и снижения содержания перлита в результате термообработки. Установлено, что при термообработке корреляционная функция ФПМ практически сохраняет характерный вид и приближается к равновесной корреляционной функции (см. рис. 7). Площадь фигуры, ограниченной графиком корреляционной функции, связана со средним размером кластера [4], поэтому данный параметр ФПМ непосредственно характеризует ее корреляционную функцию. Однородность ферритно-перлитной микроструктуры целесообразно характеризовать отношением данных площадей. Как видно из графиков *1* и *2*, данное соотношение при термообработке снижается. Это еще раз подтверждает, что ФПМ при термообработке становится более однородной.

Многообразие ФПМ сталей обусловливает существование различных видов распределения и корреляционной функции кластеров. Рассмотрено их получение обработкой металлографического изображения и анализа ФПМ на основе теории кластеров.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Геллер Ю. А., Рахштадт А. Г.** Материаловедение. М.: Металлургия, 1989. 454 с.
2. **Гуляев А. П.** Металловедение. М.: Металлургия, 1986. 543 с.
3. **Салтыков С. А.** Стереометрическая металлография. М.: Металлургия, 1970. 376 с.
4. **Тарасевич Ю. Ю.** Перколяция: теория, приложения, алгоритмы. М.: Едиториал УРСС, 2002. 112 с.
5. **Гулд Х., Тобочник Я.** Компьютерное моделирование в физике. Ч. 2. М.: Мир, 1990. 400 с.
6. **Винокуров Г. Г., Попов О. Н., Петрова Д. Д.** Применение теории одномерной цепи кластеров в линейных методах стереометрической металлографии // Сб. тр. XIV междунар. науч.-техн. конф. "Проблемы ресурса и безопасной эксплуатации материалов и конструкций". СПб: СПбГУНиПТ, 2008. С. 202—206.
7. **Винокуров Г. Г., Попов О. Н., Петрова Д. Д.** Применение теории двумерных кластеров в планиметрическом методе стереометрической металлографии для исследования ферритно-перлитной структуры стали // Тез. докл. междунар. конф. по физической мезомеханике, компьютерному конструированию и разработке новых материалов (7—11 сентября, 2009 г. Томск) Томск: ИФПМ СО РАН, 2009. С. 107—109.
8. **Винокуров Г. Г., Попов О. Н., Винокурова С. Г.** Исследование кластеров малого размера при обработке металлографического изображения ферритно-перлитной микроструктуры сталей // Сб. тр. XVI междунар. науч.-техн. конф. "Проблемы ресурса и безопасной эксплуатации материалов и конструкций". (1—2 марта 2011 г., г. Санкт-Петербург). СПб.: С. 215—218.

УДК 621.892.001.5

А. В. САНДУЛЯК, д-р техн. наук, Д. И. СВИСТУНОВ, А. А. САНДУЛЯК, канд. техн. наук,
В. А. ЕРШОВА, канд. техн. наук, Д. А. САНДУЛЯК (МГТУ "МАМИ"), e-mail: a.sandulyak@mail.ru

Магнитоконтроль с ограниченным числом операций ферропримесей в индустриальном и моторных маслах

Приведены данные по концентрации ферропримесей в индустриальном и моторном маслах и гистограммы распределения их количества, объема и площади поверхности по размерам, при прецизионном методе магнитоконтроля, основанном на полиоперационном магнитофорезе с ограниченным числом операций.

Ключевые слова: повторяемый магнитоконтроль, операционные массы ферропримесей, функциональная экстраполяция, фактическая выборка, гистограммы распределения.

The data on the ferrite impurities concentration in the industrial and engine oils, and the distribution histograms of their number, volume, and surface area in size at a precision method of magnetic checkout, based on the poly-operational magnetophoresis with a limited number of operations are presented.

Keywords: repeatable magnetic checkout, operational masses of the ferrite impurities, functional extrapolation, the actual sample, histograms of distribution.

Традиционный многооперационный функционально экстраполируемый магнитоконтроль

Из существующих методов контроля ферропримесей масел и других рабочих жидкостей, судя по многочисленным публикациям [1—4], востребованными продолжают оставаться методы магнитоконтроля, особенно феррография. Для многих из них характерно магнитное выделение из анализируемой среды именно частиц магнитоактивной фракции, т. е. ферропримесей с ферро- и ферримагнитными свойствами. Исследования их размеров и форм (например, посредством микроскопией) позволяет диагностировать характер и стадию износа стальных деталей и узлов машин и механизмов, устанавливать причины их повреждений и отказов.

Однако, несмотря на более чем 40-летнее применение этих методов, не уделяется должного внимания количественной оценке проведения ключевого этапа метода магнитоконтроля — эффективности извлечения, т. е. ферропримесей степени выборки. Но без этого и без данных о концентрации этих примесей (не традиционно "обезличенного" железа, а именно железосодержащих примесей, к тому же — магнитоактивных), распространение полученных результатов и выводов на всю фракцию этих примесей представляется не вполне правомерным. Достигнуть же полного магнитного выделения ферропримесей для дальнейшего углубленного изучения, особенно высокодисперсных, пока не удается даже при весьма сильном магнитном воздействии на пробу анализируемой среды и многократном магнитофорезе. Так, при использовании для этой цели магнитного фильтра, в матрице которого создается неоднородное поле (его градиент [5] на порядок выше, чем в феррографе [3]), и многократном пропускании через него анализируемой среды, лишь асимптотически приблизились к соответствующим показателям "полной выборки" [6—9].

Вопросами, касающимися степени выборки ферропримесей и их содержания (фактической концентрации), не следует пренебрегать, так как это может привести к недостаточной достоверности и низкой информативности данных [1]. Их следует отнести к числу обязательных, для исследований со строгой количественной оценкой результатов.

В работах [8, 9] показана возможность магнитоконтроля, методология которого предполагает выполнение многократных (в данном случае − пятикратных) операций магнитофореза: масло (или другая среда) пропускается через цепочку одинаковых магнитных тест-фильтров (секций). При этом не ставится заведомо невыполнимая задача полной выборки феррочастиц. Цель — получение убывающей опытной зависимости пооперационных (посекционных) масс m осадка феррочастиц от номера n операции (секции). Эту зависимость используют для установления аналитической функции $m = f(n)$, которую можно экстраполировать вплоть до гипотетически полной выборки (при $n \to \infty$).

Таким образом, функция $m = f(n)$ становится основанием для нахождения всех необходимых параметров, включая как фактически извлеченную, так и остаточную (после выполнения n повторяемых операций магнитоконтроля) массу феррочастиц, следовательно и их общую массу.

В работах [8, 9] показано, что пооперационные массы m осадка феррочастиц (в том числе за пределами фактических опытных данных), их суммарно-операционная масса $m_{1...n}$ (получаемая при числе n операций), а общая масса $m_{1...\infty}$ (фактически выделенная и остаточная) определяются по формулам:

$$m = m = f(n) = A\exp(-kn); \quad (1)$$

$$m_{1...n} = A[1 - \exp(-kn)]/(\exp k - 1); \quad (2)$$

$$m_{1...\infty} = A/(\exp k - 1), \quad (3)$$

где A и k — эмпирические параметры, которые определяют по данным, полученным для опытной части зависимости $m = f(n)$ [8, 9].

При апробации такого метода магнитоконтроля на отработавшем моторном масле в работах [8, 9] использовали магнитный анализатор, состоящий из пяти секций. Полученная опытная зависимость (рис. 1, *а*) масс m осадка ферропримесей от номера n секции действительно оказалась функцией экспоненциального вида [см. формулу 1], о чем свидетельствует близкий к линейному вид этой зависимости в полулогарифмических координатах (рис. 1, *б*) с параметрами $A = 20$ мг и $k = 0{,}51$. В соответствии с формулами (1)—(3) общая (потенциальная) масса феррочастиц в пропущенном через анализатор масле $m_{1...\infty} = 33{,}3$ мг, а суммарная масса феррочастиц, выделенных пятью секциями анализатора, $m_{1...5} = 30$ мг.

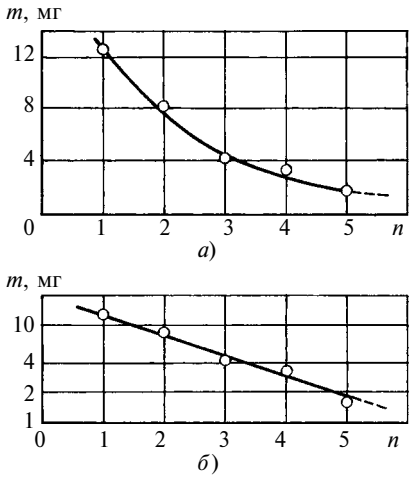


Рис. 1. Зависимости посекционных масс ферропримесей отработавшего моторного масла от номера *n* секции в пятисекционном магнитном анализаторе [8, 9] в обычных (*а*) и полулогарифмических (*б*) координатах

Фактическая концентрация феррочастиц составила $c = m_{1...\infty}/V = 0{,}37$ мг/дм^3 ($V = 14{,}5$ л — объем использованного в опытах [8, 9] масла), что существенно ниже нормированных показателей (0,015÷0,025 %) [10, 11] (однако следует учитывать, что нормируется содержание всех механических примесей масла).

Степень такой пятиоперационной выборки феррочастиц (в задачу опытов может входить также их микроскопия) составила $m_{1...5}/m_{1...\infty} = 90$ %. Это и есть необходимая количественная оценка действительно "представительской" части всех феррочастиц, по данным микроскопии которой можно однозначно судить об их дисперсном составе.

Приведенный пример можно использовать для иллюстрации погрешности традиционного (однократного) магнитоконтроля. Воспользуемся результатом одной операции, в соответствии с кото-

рым m_1 = 12,5 мг (см. рис. 1, *б*) [8, 9]. Степень выборки в этом случае составляет $m_1/m_{1...\infty}$ = 38 %, т. е. уровень легитимности подвергаемых дальнейшему анализу феррочастиц в этом случае существенно ниже, чем при осуществленной пятиоперационной выборке.

Следовательно оценки такого рода необходимо отражать в результатах соответствующих исследований в рамках того или иного метода магнитоконтроля.

Результаты магнитоконтроля ферропримесей индустриального и моторного масел с предельно ограниченным числом операций-секций

При заведомо известном факте, что опытная дискретная зависимость масс *m* осадка ферропримесей от порядкового номера *n* секции должна быть экспоненциальной, правомочна задача о минимизации числа секций магнитного анализатора (числа операций). При этом, как показывают опыты, достаточно ограничиться тремя секциями: массы *m* (m_1, m_2, m_3) соответствующих секций могут вполне служить "стартовыми направляющими" определенной (экспоненциальной) операционной зависимости.

Через укороченный анализатор (из трех секций) пропускали индустриальное масло (8 л за 38 мин) и отработавшее моторное масло (4,8 л за 15 мин). Полученные данные приведены на рис. 2, *а* и воспроизведены в полулогарифмических координатах (рис. 2, *б*, *в*).

Если для индустриального масла (см. рис. 2, *а*, *б*) базовой считать точку m_1 при *n* = 1, как наиболее весомую, и в наиболее приемлемых для подобных случаев полулогарифмических координатах прибегнуть к принудительной линеаризации убывающей опытной зависимости *m* от *n*, то можно найти частный вид соответствующей ей экспоненты (1) с индивидуальными значениями параметров *A* и *k*. Для изображенного на рис. 2, *б* (линия *1'*)

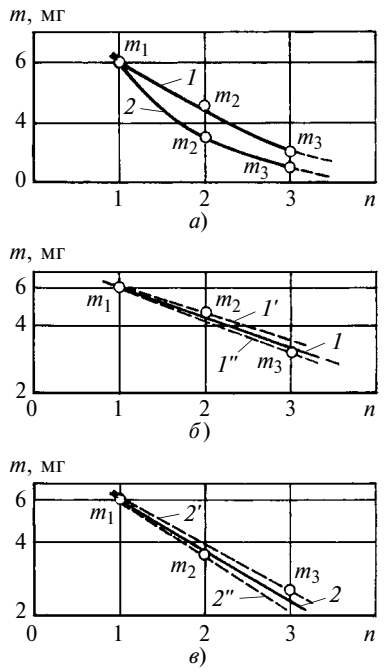


Рис. 2. Зависимости посекционных масс ферропримесей индустриального масла (*1*) и отработавшего моторного масла (*2*) от номера *n* секции в трехсекционном магнитном анализаторе в обычных (*а*) и полулогарифмических (*б*, *в*) координатах

варианта линеаризации через точку m_2 при *n* = 2 получим: *A* = 8,1 мг и *k* = 0,29, а общая масса ферропримесей в соответствии с формулами (1)—(3) составит $m_{1...\infty}$ = 24,1 мг. Для изображенного на рис. 2, *б* (линия 1″) варианта линеаризации через точку m_3 при *n* = 3 получим: *A* = = 8,6 мг, *k* = 0,35; $m_{1...\infty}$ = 20,5 мг.

Таким образом, взаимное различие сравниваемых значений $m_{1...\infty}$ (а следовательно, и возможная погрешность конечного результата) достигает 16 %. Но она может быть уменьшена вдвое (во всяком случае не превысит 10 %), если аналогичная линеаризация будет аппроксимирующей (см. рис. 2, *б*, линия *1*) для трех опытных точек (m_1 m_2 m_3) зависимости *m* от *n*. В этом случае *A* = 8,3 мг, *k* = 0,32 и m_1 = 22 мг; тогда истинная концентрация ферропримесей *c* = 2,8 мг/дм^3.

Показателен для такой аппроксимации и расчет суммарной (для трех секций) массы $m_{1...3}$ ферропримесей в соответствии с формулой (2), согласно которой $m_{1...3}$ = 13,6 мг. Это значение близко к значению, получаемому простым суммированием m_1, m_2 и m_3 (здесь $m_{1...3}$ = 13,5 мг). Столь незначительное различие опытного и расчетного значений (⩽1 %) подтверждает достоверность выбранной расчетной модели.

Анализ проведенного эксперимента относительно величины выборки ферропримесей (из пробы индустриального масла) трехсекционным магнитным анализатором показал, что ее влияние значительно: $m_{1...3}/m_{1...\infty}$ = 62 % (для сравнения и аргументации приведенного выше дискуссионного мнения — при однократной выборке этот показатель не превышает 27 %).

Подход к анализу моторного масла (см. рис. 2, *а*, *в*) аналогичен. Так, для изображенных на рис. 2, *в* (линии *2'* и *2''*) вариантов линеаризации соответственно через точки m_1 (базовая) и m_3 индивидуальные значения ключевых параметров составят: *A* = 10 мг; *k* = 0,52; $m_{1...\infty}$ = 14,7 мг и *A* = = 9,2 мг; *k* = 0,43; $m_{1...\infty}$ = 17,1 мг. Следовательно, сравниваемые значения $m_{1...\infty}$ взаимно различаются на 15 %. Эту разницу можно уменьшить практически вдвое, если прибегнуть к аппроксимирующей линеаризации (рис. 2, *в*, линия *2*), получим: *A* = 9,6 мг, *k* = 0,48; $m_{1...\infty}$ = 15,6 мг; *c* = = 3,3 мг/дм^3.

Тогда для трех секций суммарная масса ферропримесей моторного масла в соответствии с формулой (2) составит $m_{1...3}$ = 11,9 мг. Это значение, как и в случае с индустриальным маслом, близко к прямым экспериментальным данным: $m_{1...3} = m_1 + m_2 + m_3$ = = 12 мг. Таким образом, достоверность выбранной расчетной модели подтверждается и в этом случае.

Не менее важным результатом является то, что величина выборки ферропримесей из пробы моторного масла трехсекционным магнитным анализатором составила $m_{1...3}/m_{1...\infty}$ = 76 % (в отли-

чие от 38 % для односекционного).

Полученные показатели выборки ферропримесей (для индустриального масла — 62 %, для моторного масла — 76 %) свидетельствуют о "легитимности" обеих выборок ферропримесей, подвергаемых дальнейшему анализу для выяснения их дисперсного состава относительно всех ферропримесей исследуемых масел.

Показательные гистограммы количества, объема и площади поверхности распределения ферропримесей масла по размерам

На рис. 3, *а* представлена полученная по данным микроскопии гистограмма распределения количества N ферропримесей индустриального масла по размерам δ при 62 %-й их выборке анализатором. При достаточно широком спектре размеров (до 1,5 мм, практически как и в работе [12]) по наиболее часто привлекаемому для анализа показателю N [13, 14] подавляющее "представительство" всех присутствующих в исследуемом индустриальном масле ферропримесей составляют частицы размерами менее 0,4÷0,5 мм.

Такая же по типу гистограмма для ферропримесей моторного масла при 76 %-й выборке (рис. 3, *г*) свидетельствует о явном доминировании частиц с размерами менее 0,2 мм.

Между тем о фактическом "представительстве" тех или иных ферропримесей можно судить, оперируя такими параметрами, как объем или масса. Наглядно это иллюстрирует гистограмма распределения объема V феррочастиц по размерам δ (рис. 3, *б*, *д*). Очевидно, что вклад феррочастиц определенных размеров в общий объем с точностью до усредненной плотности практически характеризует их вклад в массу (и концентрацию) ферропримесей. Эти гистограммы несложно получить из обычных гистограмм (см. рис. 3, *а*, *г*), если в первом приближении реальные феррочастицы среднего размера δ (для каждого i-го интервала гистограммы — δ_i) считать частицами сферической формы. Тогда совокупные объемы феррочастиц, попавших в тот или иной интервал размеров в количестве N_i (составляющие интересующей нас гистограммы), оцениваются как

$$V_i = (\pi/6)\delta_i^3 N_i.$$

Вид такой гистограммы (см. рис. 3, *б*, *д*) и полученная из нее информация принципиально отличаются от предыдущей (см. рис. 3, *а*, *г*): наиболее значимыми являются феррочастицы размерами 0,3÷1,5 мм для индустриального масла и 0,1÷1 мм для моторного масла.

Значимой гистограммой, несущей дополнительную информацию, следует признать гистограмму распределения площади S поверхности феррочастиц, уподобляемых телам сферической формы, по размерам δ (см. рис. 3, *в*, *е*). Дело в том, что фактор площади поверхности абразивных частиц-примесей (в том числе и феррочастиц) признается одним из определяющих при углубленном анализе причин повышенного износа деталей и узлов машин и механизмов, обусловленного наличием таких частиц в различных рабочих средах. Для каждого интервала размеров феррочастиц совокупная площадь их поверхности может быть оценена как

$$S_i = \pi\delta_i^2 N_i.$$

Из рис. 3, *в*, *е* видно, что по параметру S самую значительную роль среди ферропримесей индустриального масла играют феррочастицы размерами 0,2÷1 мм, а среди ферропримесей моторного масла — феррочастицы размерами 0,1÷0,5 мм.

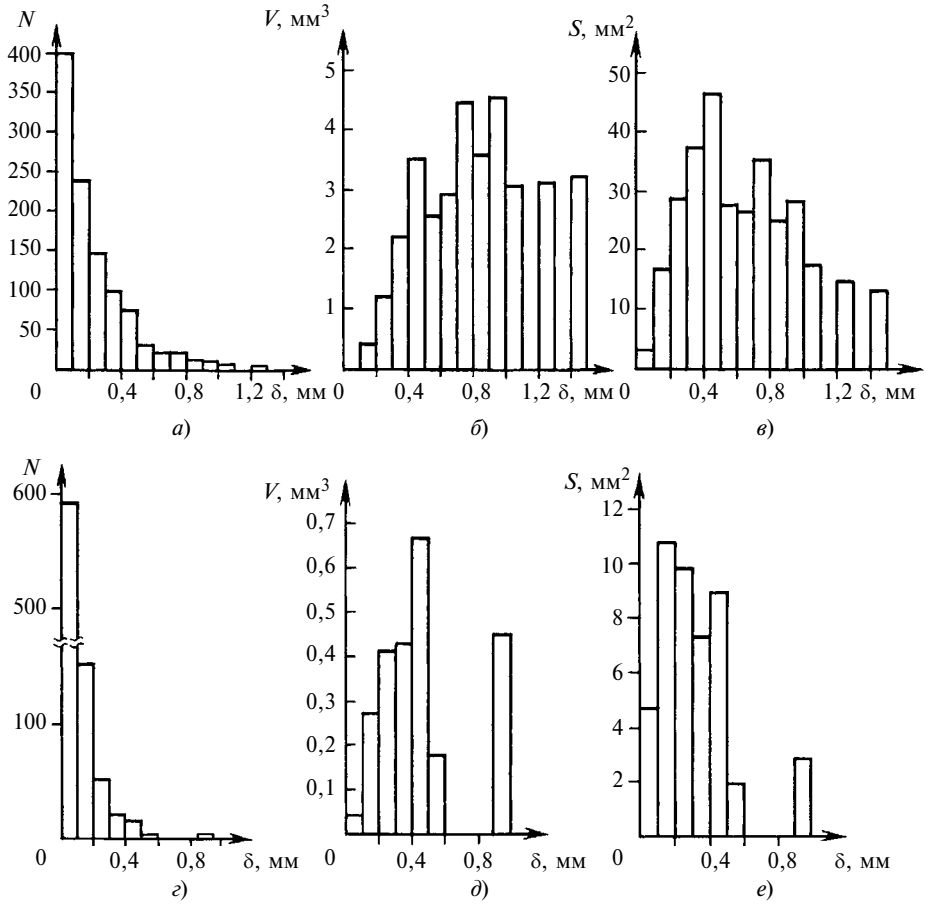


Рис. 3. Гистограммы распределения количества (*а*, *г*), объема (*б*, *д*), площади поверхности (*в*, *е*) ферропримесей индустриального масла (*а*, *б*, *в*) и моторного масла (*г*, *д*, *е*) по размерам при 62 %-й (*а*, *б*, *в*) и 76 %-й (*г*, *д*, *е*) выборках трехсекционным магнитным анализатором

УДК 621.924.9

М. Р. МУМИНОВ, Д. А. МАМАТОВА, И. Г. ШИН, канд. техн. наук
(Ташкентский институт текстильной и легкой промышленности, Узбекистан), e-mail: dimashin@list.ru

Энергетический подход к оценке шероховатости поверхности деталей при упрочнении дробью

На основе энергетических соотношений получена формула для определения параметра *Rz* шероховатости поверхности при дробеударном упрочнении деталей машин и показана его зависимость от физико-механических свойств материалов геометрических и кинематических параметров дроби.

Ключевые слова: дробеударная обработка, упрочнение, шероховатость поверхности, высота неровностей, кинематическая энергия, упруго-пластическое деформирование, глубина лунки, скорость, диаметр и масса дроби.

On the basis of energy relations a formula for determining the surface roughness parameter *Rz* at shot-impact hardening of machine's parts has been obtained, and its dependence on the physical-mechanical properties of materials and geometric and kinematic parameters of shot has been shown.

Keywords: shot-impact treatment, hardening, surface roughness, the irregularities height, kinematic energy, elastic-plastic deforming, cup depth, speed, diameter and mass of a shot.

Эффективность методов поверхностного пластического деформирования (ППД) ответственных деталей современных машин и механизмов обеспечивается высоким качеством их поверхностных слоев, состояние которых на этапе окончательной (финишной) механической обработки определяется комплексом физико-механических, структурных и геометрических показателей. Большое значение имеют такие параметры шероховатости поверхности, как высота *Rz* неровностей профиля по 10 точкам и среднее арифметическое отклонение *Ra* профиля.

Упрочнение методом ППД сопровождается изменением всех параметров шероховатости поверхностей (высотных, шаговых и структурных), которые значительно влияют на эксплуатационные свойства (износостойкость, усталостную прочность, сопротивление коррозии) деталей машин. Установлено, что при упрочнении дробью шероховатость обработанной поверхности повышается незначительно, а при некоторых методах и режимах обработки наблюдается даже ухудшение параметра шероховатости [1].

Ударные методы ППД, в которых рабочим телом являются стальные или чугунные дроби диаметром 0,025÷5 мм, способны обеспечить деформационное упрочнение большого числа деталей из высокопрочных сталей и сплавов. Эти детали (лопатки ГТД, пружины, торсионные валы, зубья дисковых пил и др.) отличаются сложным профилем, малой жесткостью, наличием острых кромок. Дробь многократно воздействуя на обрабатываемую поверхность под действием центробежной силы, давления сжа-

(Окончание статьи. Начало см. на стр. 56)

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Пинчук Е. Л., Маркова Л. В.** Магнитные методы и устройства оперативной диагностики трибосопряжений (обзор) // Трение и износ. 2000. Т. 21. № 2. С. 197—204.

2. **Roylance B. J.** Ferrography — then and now // Tribology International. 2005. Т. 38. P. 857—862.

3. **Денисов Е. А., Степанов В. А.** Диагностика технического состояния смазываемых узлов трения по параметрам продуктов износа в масле // Трение и смазка в машинах и механизмах. 2006. № 8. С. 18—21.

4. **Levy O., Elianz N.** Failure Analysis and Condition Monitoring of an Open-Loop Oil System Using Ferrography // Tribology Letters. 2009. P. 1—13.

5. **Сандуляк А. В.** Магнитно-фильтрационная очистка жидкостей и газов. М.: Химия. 1988. 133 с.

6. **Сандуляк А. В., Федоткин И. М.** Магнитное обезжелезивание конденсата. М.: Энергоатомиздат. 1983. 88 с.

7. **Pat. 4492921 US,** Method of Determining the Quantity of Solid Fraction of Ferromagnetic Matter in a Fluid.

8. **"Экстраполируемая** цепочка" магнитных тест-фильтров как средство контроля ферропримесей / А. А. Сандуляк, Д. И. Свистунов, М. Н. Полисмакова и др. // Законодательная и прикладная метрология. 2010. № 3. С. 26, 27, 35—39.

9. **Контроль** ферропримесей пробными, "экстраполируемыми" операциями магнитофореза / А. А. Сандуляк, М. Н. Полисмакова, Д. И. Свистунов и др. // Изв. МГТУ "МАМИ". 2010. № 1(9). С. 148—158.

10. **Кульчицкий А. Р.** Расчетно-экспериментальное определение выброса дисперсных частиц с отработавшими газами дизелей // Двигателестроение. 2005. № 4(222). С. 39—44.

11. **ГОСТ 8581—78.** Масла моторные для автотракторных дизелей. М.: Изд-во стандартов. 2004. 6 с.

12. **Громаковский Д. Г., Логвинов Л. М., Отражий В. И.** Исследование параметров частиц износа, генерируемых в процессе трения // Трение и износ. 1996. Т. 17. № 1. С. 94—99.

13. **Оценка** триботехнических характеристик фрикционных материалов по статистическим параметрам распределения частиц износа по размерам / О. В. Холодилов, В. П. Сергиенко, Т. М. Моисеева и др. // Трение и износ. 1997. Т. 18. № 4. С. 543—548.

14. **Марченко Е. А.** Частицы износа и процессы в трибоконтакте // Вестник машиностроения. 2002. № 9. С. 27—31.

того воздуха или жидкости, а также в результате принудительных колебаний шарика с различной частотой, осуществляет деформационное упрочнение.

Прогнозная оценка шероховатости поверхности на этапе проектирования дает возможность активного управления технологическим процессом обработки детали, что в значительной степени обеспечивает надежность и долговечность изделий. Закономерность формирования шероховатости при ударной обработке дробью можно установить, рассмотрев кинетику упругопластического деформирования поверхностного слоя металла и энергетические закономерности при внедрении в него сферического индентора.

Несмотря на многообразие методов обработки дробью (дробеметная, дробеструйная, гидродробеструйная, упрочнение микрошариками, ультразвуковая, вибрационная) механизмы и этапы контактного взаимодействия рабочего тела с упрочняемой поверхностью идентичны. Это позволяет найти обобщенное решение задачи аналитического определения параметра Rz шероховатости при ударном взаимодействии сферического индентора с плоской поверхностью детали с учетом принятых допущений. Схематизация и моделирование контактного взаимодействия вызваны тем, что обработка потоком дроби — сложный полидеформационный процесс, который в начальной стадии представляется как одноактное соударение жесткой (недеформируемой) сферической частицы (дроби) с упругим полупространством — плоской гладкой металлической поверхностью обрабатываемой детали.

Сферическая частица диаметром D и массой m соударяется под прямым углом с плоской поверхностью со скоростью v_0 (рис. 1). Полидеформационный процесс

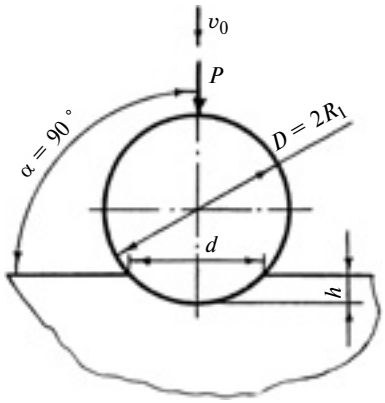


Рис. 1. Схема упругопластического соударения сферической частицы с плоской поверхностью:
P — сила удара; v_0 — скорость соударения; D — диаметр сферической частицы; d и h — соответственно диаметр и глубина отпечатка; R_1 — радиус лунки

обработки дробью рассматривается как дискретный процесс независимых последовательных ударов стальных шариков без учета перекрытия их отпечатков. Совокупность пластических отпечатков формирует микрогеометрию упрочненной поверхности, состоящую из чередующихся выступов и впадин, зависящих главным образом, от глубины отпечатков шариков, для определения которой необходимо рассмотреть последовательность контактного взаимодействия.

Формирование пластического отпечатка (лунки) глубиной h при ударе шара о плоскую поверхность деформируемого тела состоит из нескольких последовательных и законченных этапов его движения. На первом этапе шарик преодолевает некоторое расстояние с первоначальной скоростью v_0 и касается поверхности, происходит непосредственный контакт. Второй этап — упругое внедрение шарика на глубину $h_у$. На третьем этапе происходит дополнительное пластическое внедрение на предельную глубину h_{max}, при этом в конце $v_0 = 0$. На четвертом этапе происходит перемещение в поверхностном слое шара со скоростью v_1 на расстояние $h_у$ вследствие сообщения ему энергии упругонапряженного металла, которая расходуется на разрыв временной связи с поверхностью и обеспечивает отскок шарика, составляя пятый этап контактного взаимодействия. В результате на обрабатываемой поверхности детали формируется лунка с остаточной глубиной $h_{ост}$, которая определяет параметр Rz шероховатости поверхности.

Методика расчета параметра Rz шероховатости поверхности с учетом принятых допущений и схематизации контактного взаимодействия основывается на анализе остаточного очага деформирования, представляющего собой отпечаток диаметром d и глубиной h в виде шарового сегмента (рис. 2) с глубиной $h_н$ упрочненной зоны (наклепа). Вследствие упругой деформации (восстановления) лунки на величину $h_у$ глубина h_{max} внедрения шарика уменьшается $h_{ост}$ до размера. Как показано в работе [2], при использовании сферических инденторов после снятия нагрузки, т. е. после упругопластического деформирования в момент отскока шарика диаметр d отпечатка изменяется незначительно. Из-за упругих свойств материала происходит уменьшение глубины лунки от h_{max} до $h_{ост}$, что приводит к увеличению диаметра D_1 кривизны лунки относительно диаметра кривизны невосстановленной лунки, соответствующего диаметру D шарика: $D_1 > D$.

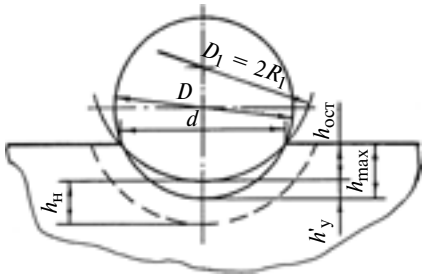


Рис. 2. Формирование остаточной лунки при ударе шарика о плоскую упрочняющую металлическую поверхность

Таким образом, анализ упругопластических деформаций контактного микрообъема материала при ударе сферическим индентором позволяет определить величину, фактически равную параметру Rz шероховатости поверхности:

$$h_{\max} - h_{\text{ост}} = Rz. \qquad (1)$$

Глубину h проникновения дроби в поверхностный слой найдем из уравнения ее движения в упрочняемом материале:

$$\frac{d^2h}{dt^2} + \frac{\pi D\sigma_{\text{т}}}{m}h = 0, \qquad (2)$$

где D и m — диаметр и масса дроби; $\sigma_{\text{т}}$ — предел текучести обрабатываемого материала.

Уравнение (2) представлено в упрощенном виде и учитывает недеформируемость дроби из-за большей твердости, чем твердость обрабатываемого материала, а также то, что глубина h проникновения деформируемого тела мала по сравнению с его диаметром D. Решение уравнения (2) имеет вид:

$$h = v_0\sqrt{\frac{m}{\pi D\sigma_{\text{т}}}}\sin\left(\sqrt{\frac{\pi D\sigma_{\text{т}}}{m}}t\right),$$

где t — время соударения (продолжительность удара).

Максимальная глубина внедрения сферического индентора в материал

$$h_{\max} = v_0\sqrt{\frac{m}{\pi D\sigma_{\text{т}}}}, \qquad (3)$$

что соответствует времени соударения:

$$t = \frac{\pi}{2}\left(\frac{m}{\pi D\sigma_{\text{т}}}\right)^{1/2}. \qquad (4)$$

Выразив массу шарика через его диаметр D и плотность ρ ($m = \pi\rho D^3/6$), приведем выражения (3) и (4) к удобному для расчетов виду:

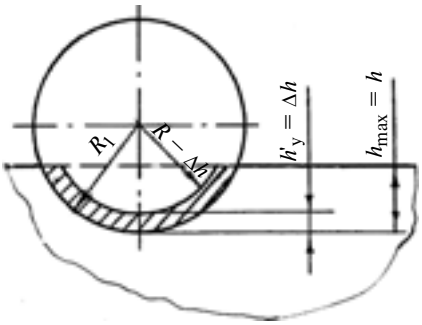


Рис. 3. Расчетная схема микрообъема части лунки, восстановленной после отскока шарика

$$\left.\begin{aligned} h &= v_0 D\sqrt{\frac{\rho}{6\sigma_{\text{т}}}}, \\ t &= \frac{\pi}{2}D\sqrt{\frac{\rho}{6\sigma_{\text{т}}}}. \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

Величину $h'_{\text{у}}$ упругого восстановления определим из выражения для удельной энергии $W_{\text{уд}}$, сообщенной дроби восстанавливаемым объемом лунки в момент начала ее отскока. С учетом коэффициента k восстановления скорости отскочивший шарик приобретет скорость $v_1 = kv_0$. Тогда его кинетическая энергия:

$$W_1 = k^2W_0,$$

где $W_0 = mv_0^2/2$ — начальная кинетическая энергия дроби.

Коэффициент k восстановления скорости при ударе — важный интегральный показатель механики контактного взаимодействия, рассчитывали по формуле, приведенной в работе [3], которая подтверждается экспериментальными данными работы [4]:

$$k = 1{,}79 \times \sqrt{R_1^{0,75}HB^{1,25}/(W_0^{0,25}E_{\text{пр}})}, \qquad (6)$$

где R_1 — радиус шарика; HB — твердость обрабатываемого материала по Бринеллю; $E_{\text{пр}}$ — приведенный модуль упругости контактирующих материалов.

Микрообъем восстановленной части лунки можно рассчитать при условии, что упругое восстановление отпечатка происходит равномерно по всей поверхности шарового сегмента с высотой $h_{\max} = h$ (рис. 3) и величина упругого восстановления составит $h'_{\text{у}} = \Delta h$. Тогда высота нового шарового сегмента $h_{\max} - h'_{\text{у}} = h_{\max} - \Delta h$, радиус кривизны равен $R - \Delta h$. С учетом этих выражений восстановленный объем V отпечатка равняется разности объемов двух шаровых сегментов:

$$V = V_0 - V_1 = \pi(R-h)^2\frac{2\Delta h}{3}.$$

Таким образом, удельная энергия удара $W_{\text{уд}}$, сконцентрированная в восстановленном объеме отпечатка составит

$$W_{\text{уд}} = \frac{W_1}{V} = \frac{3k^2W_0}{2\pi(R-h)^2\Delta h}.$$

Если принять, что удельная потенциальная энергия деформации эквивалентна напряжению [5], а в качестве напряжения вследствие упругопластического контакта использовать предел текучести $\sigma_{\text{т}}$ обрабатываемого материала, то получим

$$W_{\text{уд}} = \frac{3k^2W_0}{2\pi(R-h)^2\Delta h} = \sigma_{\text{т}},$$

откуда

$$\Delta h = \frac{3k^2W_0}{2\pi(R-h)^2\sigma_{\text{т}}}. \qquad (7)$$

Подставив выражения (5) и (7) в формулу (1), получим для расчета высоты неровностей формулу:

$$Rz = v_0D\sqrt{\frac{\rho}{6\sigma_{\text{т}}}} - \frac{3k^2W_0}{2\pi D^2\left(0{,}5 - v\sqrt{\frac{\rho}{6\sigma_{\text{т}}}}\right)^2\sigma_{\text{т}}}. \qquad (8)$$

Анализ формулы (8) показал, что параметр Rz шероховатости поверхности возрастает с увеличением диаметра D шарика и его скорости v_0. Предел текучести обрабатываемого материала оказывает противоположное влияние — Rz уменьшается с увеличением $\sigma_т$. Для обеспечения требуемой шероховатости поверхности достаточно варьировать размерами рабочих тел и их скоростью путем изменения частоты вращения дробеметного колеса, давления сжатого воздуха или рабочей среды (например трансформаторного масла) при гидродробеструйной обработке.

Расчетный параметр Rz, определенный по формуле (8), сравним с данными экспериментальных исследований [6]. При гидродробеструйном упрочнении пластин кольцевых клапанов из стали 30ХГСА ($\sigma_т$ = 1460 МПа, 46÷51 *HRC*) шероховатость обработанной поверхности составила Rz = 2,73 мкм. Режим упрочнения: давление рабочей среды 4 МПа; диаметр стальных шариков — 2 мм (ρ = 7,8 г/см^3); время обработки — 2 мин. Коэффициент восстановления скорости при ударе, рассчитанный по зависимости (7), составил k = 0,44. В расчете учтено соотношение твердостей материала по шкалам Роквелла и Бринелля: 1 *HRC* ≈ ≈ 10 *HB*. Тогда высота неровностей, определенная расчетным методом на основе энергетических соотношений и особенностей контактного взаимодействия при одноактном соударении дроби, соответствует Rz = 2,57 мкм. Отклонение от экспериментального значения Rz составляет 5,2 %, что подтверждает приемлемость использования на практике данной методики расчета параметра Rz шероховатости, который используется, например, при определении контактной жесткости, износа трущихся поверхностей, при расчете и выборе посадок деталей машин.

В заключение отметим, что выражение (8) получено в предположении единичного (одноактного) соударения и независимости траекторий движения шариков, а также без учета изменения глубины первичных отпечатков в результате повторных попаданий шариков в одну и ту же точку упрочняемой поверхности. Заниженное расчетное значение Rz по сравнению с экспериментальным можно объяснить допущением о единичном соударении. В реальных же условиях многократное попадание шариков в данное место упрочняемой поверхности приводит к увеличению глубины первоначальных отпечатков. С другой стороны, из-за неизбежного столкновения дробинок при ударе и отскоке происходит уменьшение скорости их полета, что уменьшает кинетическую энергию и, соответственно, глубину проникновения дроби в обрабатываемый материал. Необходимо также отметить, что окончательное формирование микрорельефа поверхности определяется характером и степенью перекрытия отпечатков, зависящих от времени обработки и конструктивных особенностей аппаратов, влияющих на плотность потока дроби.

Несмотря на ряд допущений и элементов схематизации контактного взаимодействия, проведенные исследования и соответствующие численные эксперименты свидетельствуют о высокой достоверности полученных результатов — определения параметра Rz шероховатости в зависимости от условий и режимов обработки и физико-механических свойств обрабатываемого материала. Данная методика рекомендуется для прогнозирования, обеспечения и управления качеством поверхности детали при ударной обработке.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Одинцов Л. Г.** Упрочнение и отделка деталей поверхностным пластическим деформированием. М.: Машиностроение, 1987. 328 с.
2. **Боуден Ф. П., Тейбор Д.** Трение и смазка твердых тел / Пер. с англ. под ред. И. В. Крагельского. М.: Машиностроение, 1968. 543 с.
3. **Джураев А. Д., Шин И. Г.** О коэффициенте восстановления скорости при ударе твердой сферической частицы о плоскую металлическую преграду // Изв. вузов. Сер. техн. наук. 1995. № 1—4. С. 121—129.
4. **Экспериментальное** исследование кинематических параметров удара шара о плоскую поверхность материала / В. Н. Виноградов, В. И. Бирюков, С. И. Назаров, И. Б. Червяков // Трение и износ. 1981. № 4. Т. 2. С. 584—588.
5. **Ханин М. В.** Механическое изнашивание материалов. М.: Изд-во стандартов. 1984. 152 с.
6. **Пышкин В. А., Шатохин А. Н.** Повышение долговечности пластин кольцевых клапанов в газовых компрессорах гидродробеструйным упрочнением: Экспресс-информация. М.: ЦИНТИхимнефтемаш, 1981. № 12.

ВНИМАНИЮ ПОДПИСЧИКОВ ЖУРНАЛА "ВЕСТНИК МАШИНОСТРОЕНИЯ"

Подписка на журнал принимается по каталогам:

"Роспечать" — индекс **70120**;
"Пресса России" — индекс **27841**;
"Почта России" — индекс **60264**.

УДК 621.914.6

В. В. ДЕМИДОВ, канд. техн. наук, Е. В. ГУСЬКОВА (УлГТУ, г. Ульяновск), e-mail: demidova777@rambler.ru

Влияние профиля зубьев червячно-модульных фрез на точность зубьев прямозубых колес

Рассмотрено влияние передних углов червячно-модульных фрез при различных сочетаниях способов профилирования и аппроксимации профиля зубьев на точность профиля зубьев цилиндрических прямозубых колес, установлены причины снижения точности при увеличении передних углов фрез с прямолинейными режущими кромками и отличия в точности противоположных сторон зубьев.

Ключевые слова: червячно-модульная фреза, точность, профиль, зубья колес, имитационное компьютерное моделирование, профилирование фрез, метод аппроксимации.

The influence of the front angles of hub-modular milling cutters at different combinations of profiling and approximation of the teeth profile on the accuracy of the spur teeth profile is considered. The reasons for the accuracy degradation at increase the front angles of cutters with rectilinear cutting edges and the distinctions in the teeth opposite sides accuracy have been revealed.

Keywords: hub-modular milling cutter, accuracy profile, wheel teeth, simulation computer technique, profiling of milling cutters, method of approximation.

В настоящее время цилиндрические зубчатые колеса широко применяются в машинах и механизмах. Несмотря на постоянное совершенствование технологии изготовления зубчатых колес, трудоемкость операции зубообработки остается высокой и составляет более 50 % общей трудоемкости механической обработки зубчатых колес.

Наиболее распространенным способом зубообработки колес является зубофрезерование червячно-модульными фрезами (ЧМФ). Один из путей повышения эффективности операций зубофрезерования — совершенствование конструктивно-геометрических параметров ЧМФ и, в частности, применение ЧМФ из быстрорежущих сталей с положительными передними углами [1, 2]. Так, в работе [2] рекомендуется назначать передние углы ЧМФ до 15°, что приводит к снижению сил резания на 30÷40 % и увеличивает подачу на 40÷50 %. На повышенную стойкость ЧМФ из быстрорежущих сталей с положительными передними углами указывается и в других работах, например в работе [3] отмечено повышение в 5÷6 раз стойкости двухзаходной ЧМФ из быстрорежущей стали Р6М5К5 при положительном переднем угле в 10° с модулем 2,5 мм и наружным диаметром 100 мм при зубофрезеровании косозубого колеса с 37 зубьями и углом наклона зубьев 25° из стали 20ХНМ (163 *НВ*) при скорости резания 50,24 м/мин методом радиально-осевой подачи (радиальная подача — 0,4 мм/об., осевая попутная подача — 1,25 мм/об.).

Однако ЧМФ с положительными передними углами несмотря на их повышенную режущую способность до настоящего времени не нашли широкого применения, так как точность профиля зубьев колес, обработанных этими фрезами, оказывается ниже точности профиля зубьев колес, обработанных ЧМФ с передними углами, равными нулю. В известных публикациях нет сведений о количественной оценке влияния положительных передних углов ЧМФ на точность профиля зубьев колес. В работе Г. Г. Иноземцева [1] оценивается влияние передних углов на отклонение профиля режущих кромок зубьев различных ЧМФ от теоретически точного (профиля винтовой поверхности соответствующего эвольвентного червяка) по углам профиля (рис. 1, α_L и α_R) и его прогибам (Δ_L и Δ_R), но не рассматривается влияние этого отклонения и других факторов непосредственно на точность профиля зубьев колес. Между тем, как показали проведенные исследования, зависимости между углами, прогибами профиля режущих кромок зубьев ЧМФ и точностью профиля зубьев колес не прямо пропорциональны.

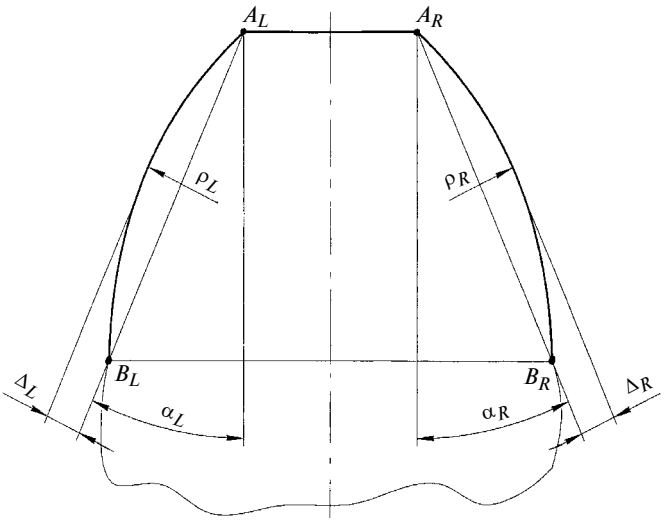


Рис. 1. Варианты производящего профиля зубьев червячно-модульной фрезы в плоскости передней поверхности

Таким образом, остается открытым вопрос оценки влияния положительных передних углов ЧМФ на точность профиля зубьев, в частности прямозубых колес.

Известно, что точность профиля зубьев колес зависит от способов профилирования и аппроксимации профиля зубьев ЧМФ [1]. Для оценки их влияния рассматривали варианты следующих сочетаний способов профилирования и аппроксимации профиля зубьев ЧМФ (см. рис. 1):

1) архимедов червяк, аппроксимация по хордам A_LB_L и A_RB_R;

2) архимедов червяк без аппроксимации профиля;

3) архимедов или эвольвентный червяк, аппроксимация по касательным *12* и *34*, проведенным в точках C_L и C_R пересечения делительного цилиндра диаметром d_{t0} в расчетном сечении фрезы с производящим профилем зубьев (касательные к профилям зубьев фрез, спрофилированных на основе архимедова и эвольвентного червяков, совпадают);

4) эвольвентный червяк без аппроксимации профиля;

5) эвольвентный червяк, аппроксимация по дугам $A_LC_LB_L$ и $A_RC_RB_R$ окружностей радиусов ρ_L и ρ_R;

6) эвольвентный червяк, аппроксимация по прямым m_L и m_R, для которых среднее арифметическое расстояние от профиля эвольвентного червяка принимает минимальное значение;

7) эвольвентный червяк, аппроксимация по хордам A_LB_L и A_RB_R;

8) конволютный червяк без аппроксимации профиля.

Компьютерное моделирование позволяет с минимальными затратами оценить влияние различных факторов на точность профиля зубьев колес. С этой целью был разработан пакет верифицированных программ [4] для имитационного компьютерного моделирования (ИКМ) кинематики зубофрезерования цилиндрических зубчатых колес [5], который применяли для прямозубых колес с параметрами: модуль m = 3 мм, угол профиля исходного контура зубчатой рейки α_n = 20°, число зубьев z_1 = 45. Зубчатые колеса обрабатывали правыми одно-, двух- и трехзаходными ЧМФ с передними углами γ_a = 0; 6; 12 и 18°, наружный диаметр фрезы 109,75 мм (новая фреза с наружным диаметром 112 мм и падением затылка 4,5 мм была переточена до расчетного сечения для исключения влияния переточки на точность профиля зубьев). Контролируемые параметры точности профиля зубьев колес

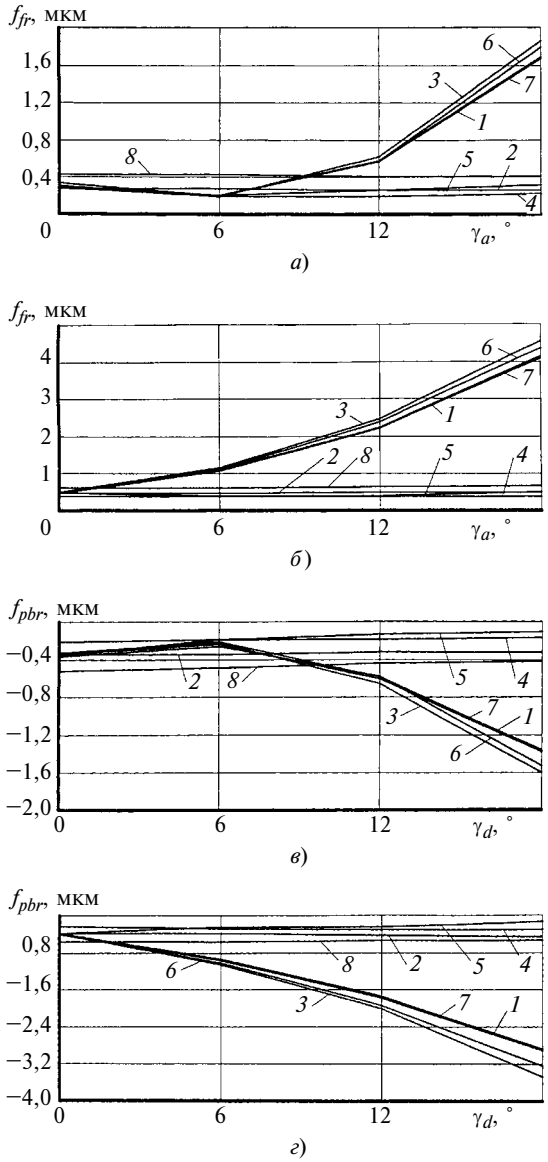


Рис. 2. Зависимости изменения погрешности f_{fr} профиля (*а*, *б*) и отклонения f_{pbr} шага зацепления (*в*, *г*) противоположных сторон зубьев, обработанных левой (*а*, *в*) и правой (*б*, *г*) сторонами зубьев червячно-модульных фрез (*1÷8* — варианты сочетаний профилирования и аппроксимации профиля зубьев фрез) от передних углов γ_a червячно-модульных фрез

[6]: погрешность f_{fr} профиля и отклонение f_{pbr} шага зацепления.

Исследования показали, что точность профиля противоположных сторон зубьев колес, обработанных одно-, двух- и трехзаходными ЧМФ, спрофилированными по вариантам 2, 4, 5 и 8, практически одинакова для фрез с одинаковым числом заходов и не зависит от переднего угла фрезы (рис. 2). С увеличением числа заходов зубьев фрез, как и ожидалось, точность профиля зубьев снижается. Параметры точности f_{fr} и f_{pbr} соответственно равны: для однозаходной фрезы 0,4÷0,7 мкм (см. рис. 2, *а*, *б*)

и −0,5÷−0,1 мкм (см. рис. 2, *в*, *г*); для двухзаходной фрезы 1,5÷2,4 мкм и −1,2÷0,2 мкм; для трехзаходной фрезы 3,3÷5,9 мкм и −2,0÷0,3 мкм.

Для вариантов 1, 3, 6 и 7 при использовании одно-, двух- и трехзаходных ЧМФ точность профиля противоположных сторон зубьев колес не одинакова.

Точность профиля сторон зубьев колес, обработанных левой стороной зубьев ЧМФ (сторона зубьев ЧМФ определяется по вершинам зубьев, которые должны находиться вверху, если смотреть на переднюю поверхность), практически одинакова для всех фрез и не зависит от их переднего угла. Наблюдалось некоторое повышение точности профиля зубьев колес для однозаходных фрез при $\gamma_a = 6°$, для двухзаходных при $\gamma_a = 6 \div 12°$, для трехзаходных при $\gamma_a = 12°$. Интервалы значений полученных параметров f_{fr} и f_{pbr} данных сторон зубьев колес соответственно равны: для однозаходной фрезы 0,4÷1,9 мкм (см. рис. 2, *а*) и −1,6÷−0,2 мкм (см. рис. 2, *в*); для двухзаходной фрезы 1,5÷1,9 мкм и −0,3÷0,1 мкм, для трехзаходной фрезы 3,4÷4,1 мкм и −0,5÷0,2 мкм.

Точность профиля зубьев колес тех сторон, которые обработаны правой стороной зубьев ЧМФ, существенно зависит от числа заходов зубьев фрезы и с увеличением передних углов от 0 до 18° монотонно и значительно понижается. Интервалы значений f_{fr} и f_{pbr} этих сторон зубьев колес соответственно равны: для однозаходной фрезы 0,5÷4,6 мкм (см. рис. 2, *б*) и −0,4÷−3,5 мкм (см. рис. 2, *г*); для двухзаходной фрезы 1,7÷7,3 мкм и −0,2÷−4,4 мкм; для трехзаходной фрезы 4,2÷11,5 мкм и −0,6÷−5,2 мкм (первые значения указанных интервалов получены при $\gamma_a = 0$, вторые — при $\gamma_a = 18°$).

По результатам исследований сделаны выводы.

1. Наибольшую точность профиля зубьев колес при зубофрезеровании одно-, двух- или трехзаходными ЧМФ обеспечивают фрезы, спрофилированные на основе архимедова, эвольвентного и конволютного червяков без аппроксимации профиля зубьев прямыми линиями (варианты профилирования 2, 4 и 8), а также фрезы с профилем зубьев на основе эвольвентного червяка, аппроксимированным дугами окружностей (вариант профилирования 5). Причем точность профиля противоположных сторон зубьев колес, обработанных фрезами с одинаковым числом заходов, практически одинакова и не зависит от передних углов фрез. С увеличением числа заходов зубьев фрезы точность профиля зубьев колес понижается.

2. При зубофрезеровании колес одно-, двух- и трехзаходными ЧМФ с аппроксимацией профиля

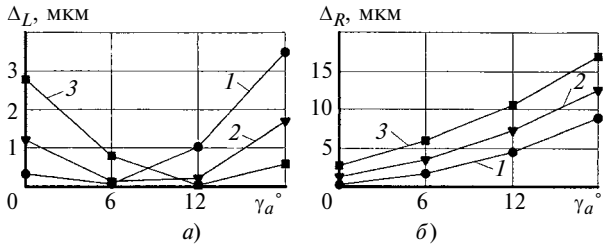


Рис. 3. Зависимости изменения прогибов профилей левой Δ_L (*а*) и правой Δ_R (*б*) сторон зубьев фрезы от переднего угла γ_a червячно-модульной фрезы (*1÷3* — числа заходов зубьев червячно-модульных фрез)

зубьев прямыми линиями (варианты профилирования 1, 3, 6 и 7), точность профиля противоположных сторон зубьев колес не одинакова.

Точность профиля сторон зубьев колес, обработанных левой стороной зубьев ЧМФ, практически одинакова для одно-, двух- и трехзаходных фрез и не зависит от их передних углов. Имеет место лишь некоторое повышение точности профиля зубьев колес для однозаходных фрез при $\gamma_a = 6°$, для двухзаходных при $\gamma_a = 6 \div 12°$, для трехзаходных при $\gamma_a = 12°$, которое требует теоретического объяснения.

Точность профиля сторон зубьев колес, обработанных правой стороной зубьев ЧМФ, существенно зависит от числа заходов зубьев фрезы и с увеличением передних углов от 0 до 18° монотонно и значительно понижается.

Для установления причины описанных выше закономерностей и определения пути повышения точности профиля зубьев колес, обработанных ЧМФ с положительными передними углами, исследовали изменения кривизны и прогибов профиля левой (Δ_L) и правой (Δ_R) сторон зубьев (см. рис. 1) самых точных одно-, двух- и трехзаходных ЧМФ, спрофилированных на основе правозаходных эвольвентных червяков (вариант 4 профилирования зубьев ЧМФ [7], при $\gamma_a = 0$; 6; 12 и 18°. Установлено, что зависимости изменений кривизны и прогибов профиля левой и правой сторон зубьев ЧМФ от передних углов не одинаковы (рис. 3).

Для левой стороны зубьев:

однозаходных ЧМФ при увеличении переднего угла с 0 до 6° прогиб уменьшается с 0,2 мкм практически до нуля и при дальнейшем увеличении с 6 до 18° прогиб увеличивается до 3,5 мкм;

двухзаходных ЧМФ при увеличении переднего угла с 0 до 6÷12° прогиб уменьшается с 1,2 мкм практически до нуля и при дальнейшем увеличении до 18° прогиб увеличивается до 1,8 мкм;

трехзаходных ЧМФ при увеличении переднего угла с 0 до 12° прогиб уменьшается с 2,8 мкм прак-

тически до нуля и при дальнейшем увеличении до 18° прогиб увеличивается до 0,6 мкм.

Для правой стороны зубьев однозаходных ($i = 1$), двухзаходных ($i = 2$) и трехзаходных ($i = 3$) ЧМФ при увеличении переднего угла с 0 до 18° прогиб монотонно возрастает с 1 ($i = 1$)÷3 ($i = 3$) мкм до 9 ($i = 1$)÷17 ($i = 3$) мкм.

Анализ изменений прогибов профиля левой и правой сторон зубьев ЧМФ на основе эвольвентного червяка при $\gamma_a = 0$; 6; 12 и 18° позволил установить причины снижения точности профиля зубьев колес, обработанных фрезой с аппроксимацией профиля ее зубьев прямыми линиями, и существенного отличия точности профиля левой и правой сторон зубьев колеса.

1. Изменение передних углов фрезы с 0 до 18° ведет к изменению прогиба (кривизны) профиля левой и правой сторон зубьев ЧМФ на основе эвольвентного червяка, причем для правой стороны — в большей степени.

2. Чем больше кривизна и прогиб профиля зубьев ЧМФ на основе эвольвентного червяка при заданных переднем угле и числе заходов зубьев фрезы, тем ниже точность профиля зубьев колеса, обработанного фрезой с аппроксимацией профиля зубьев прямыми; разница в точности профиля левой и правой сторон зубьев объясняется отличием кривизны и прогибов профилей левой и правой сторон зубьев ЧМФ. Для правозаходных фрез кривизна и прогиб профиля правой стороны их зубьев больше, чем на левой стороне (см. рис. 3) — точность профиля сторон зубьев колеса, которые обработаны правой стороной зубьев фрез, существенно ниже точности профиля сторон зубьев, которые обработаны левой стороной зубьев фрез.

3. При зубофрезеровании ЧМФ, спрофилированными на основе эвольвентного или архимедова червяков с аппроксимацией профиля зубьев прямыми линиями (варианты профилирования 1, 3, 6 и 7), при использовании однозаходных фрез с $\gamma_a = 6°$, двухзаходных с $\gamma_a = 6÷12°$, трехзаходных с $\gamma_a = 12°$ наблюдаемое некоторое повышение точности профиля сторон зубьев колес, обработанных левыми сторонами правозаходных ЧМФ, объясняется тем, что кривизна и прогибы профиля зубьев ЧМФ на основе эвольвентного червяка имеют минимальные значения, т. е. прямолинейный профиль зубьев фрезы практически совпадает с теоретическим профилем зубьев ЧМФ, спрофилированных на основе соответствующих одно-, двух- и трехзаходных эвольвентных червяков.

Таким образом, использование прямых режущих кромок зубьев ЧМФ с положительными передними углами приводит к снижению точности профиля зубьев колес. Поэтому вместо ЧМФ со сложными криволинейными профилями зубьев (на основе архимедова, эвольвентного или конволютного червяков, варианты 2, 4 и 8) следует использовать фрезы с аппроксимацией профиля зубьев технологичными кривыми, например дугами окружностей (вариант профилирования 5).

Вышеизложенное справедливо для правозаходных ЧМФ. Можно утверждать, что для левозаходных ЧМФ будут иметь место обратные закономерности.

Следует обратить внимание на то, что погрешности профиля зубьев колес (f_{fr}) и отклонения шага зацепления (f_{pbr}) получены путем исследования кинематики зубофрезерования без учета динамики процесса обработки. Действительную точность профиля зубьев колес можно получить путем алгебраического сложения соответствующих параметров точности профиля зубьев, полученных при зубофрезеровании колес на станке с использованием ЧМФ с $\gamma_a = 0°$, и алгебраической разности точностей профиля, полученных моделированием, при заданном значении переднего угла фрезы и при $\gamma_a = 0°$ [8].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Иноземцев Г. Г.** Червячные фрезы с рациональными геометрическими и конструктивными параметрами. Саратов: Изд-во Саратовского ун-та, 1961. 224 с.

2. **Полохин О. В.** Нарезание зубчатых профилей инструментами червячного типа. М.: Машиностроение, 2007. 240 с.

3. **Демидов В. В., Демидова Е. В.** Пути повышения эффективности зубофрезерования червячно-модульными фрезами // Металлообработка. 2010. № 5. С. 15—17.

4. **А. с. 2009612706 Рос. Федерации.** Подпрограмма для моделирования процесса зубофрезерования червячной фрезой с групповой схемой резания при осевой подаче в рабочей среде пакета Unigraphics NX4.0.

5. **Демидов В. В., Демидова Е. В.** Имитационная модель процесса зубофрезерования цилиндрических колес и корригированных долбяков червячно-модульными фрезами // Технология машиностроения. 2010. № 7. С. 53—57.

6. **ГОСТ 1643—81.** Передачи зубчатые цилиндрические. Допуски. М.: Изд-во стандартов, 1989. 68 с.

7. **Режущий** инструмент: Учебник для вузов / Д. В. Кожевников, В. А. Гречишников, С. В. Кирсанов и др. Под ред. С. В. Кирсанова. М.: Машиностроение, 2005. 528 с.

8. **Демидов В. В., Гуськова Е. В., Полянсков Ю. В.** Точность профиля зубьев колес, обработанных червячно-модульными фрезами с положительными передними углами // Технология машиностроения. 2011. № 12. С. 5—9.

УДК 620.171.3

П. В. ЯСНИЙ, д-р техн. наук, П. О. МАРУЩАК, д-р техн. наук (Тернопольский ГТУ им. И. Пулюя, Украина),
Р. Т. БИЩАК, канд. техн. наук (Ивано-Франковский национальный ТУ нефти и газа, Украина),
С. В. ПАНИН, д-р техн. наук (Институт физики прочности и материаловедения Сибирского отделения РАН, Россия, г. Томск), e-mail: Maruschak.tu.edu@gmail.com

Закономерности разрушения теплостойкой стали после продолжительной эксплуатации

Изучены механизмы распространения эксплуатационной усталостной трещины в ролике машины непрерывного литья заготовок. Для анализа деградации свойств поверхности использован метод склерометрии. Исследованы механизмы разрушения стали 25Х1М1Ф и установлено влияние наработки на ударную вязкость стали.

Ключевые слова: теплостойкая сталь, склерометрия, растрескивание, ударная вязкость.

The mechanisms of operational fatigue crack spreading in the continuous casting machine roller have been studied. A sclerometric technique was used to analyze the degradation of surface properties. The fracture mechanisms of steel 25Kh1M1F grade have been investigated, and the influence of operation time on the steel toughness has been revealed.

Keywords: heat-resistant steel, sclerometry, cracking, toughness.

Растрескивание поверхностных слоев роликов машин непрерывного литья заготовок (МНЛЗ) обусловлено исчерпанием пластичности материала вследствие продолжительного эксплуатационного термомеханического нагружения [1, 2]. В отдельных зонах МНЛЗ, в частности в зоне вторичного охлаждения, происходит окисление материала, что влияет на структуру растрескивания поверхности ролика [1].

Кинетика накопления микродефектов и зарождение трещин во многом зависят от свойств материала [3—7]. Для изготовления отечественных монометаллических роликов МНЛЗ используют феррито-перлитные стали, в которых зарождение микродефектов вызвано изменением геометрии зерен перлита и деградацией структурных составляющих, а также накоплением напряжений около дисперсных включений [8, 9]. Последующие разрастание и объединение дефектов приводят к изменению морфологии, ориентации, формы трещин.

Проведены исследования структурной деградации и морфологии трещин поверхностного слоя ролика МНЛЗ.

Методика исследований. Анализировали призматические фрагменты роликов МНЛЗ из стали 25Х1М1Ф, выведенных из эксплуатации на Мариупольском металлургическом комбинате им. Ильича и металлургическом комбинате "Азовсталь". Вырезку темплетов проводили в осевом направлении ($L—R$). Призматические фрагменты с эксплуатационными трещинами нагружали по схеме трехточечного изгиба до разрушения. После этого образцы очищали в смеси азотной и соляной кислот и исследовали поверхность эксплуатационной трещины, а также зоны старта трещины при статическом разрушении. Фрактографический анализ изломов выполняли на сканирующем электронном микроскопе РЭМ-106И.

Микротвердость приповерхностных слоев материала ролика определяли методом склерометрии с помощью прибора Микрон-гамма. Измеряли сопротивление Ω сдвигу материала при постоянной нагрузке вдоль трассы сканирования. Оценивали дисперсию анализированного параметра, рассматривая ее в качестве характеристики негомогенности материала [10]. Испытания проводили при следующих режимах: нагрузка на индентор (алмазную пирамиду) $P = 50$ Н, скорость сканирования $v = 40$ мкм/с.

На рассматриваемую поверхность наносили царапину, сравнивая ее профиль в локальных точках с эталоном. В качестве эталона использовали сталь 25Х1М1Ф в исходном состоянии. Локальная твердость материала по данному методу определяется выражением [11] $H_\mu = H_s(P_\mu/P_s)(h_s^2/h_\mu^2)$, где P_μ, P_s — нагрузка на индентор при царапании соответственно образца и эталона; H_s — микротвердость эталона; h_s — ширина царапины (линии сканирования).

Из приповерхностного слоя ролика на расстоянии ≈7 мм от рабочей поверхности вырезали образцы Шарпи размерами 10×10×55 мм. В качестве начального концентратора использовали эксплуатационные усталостные трещины длиной 2 мм (рис. 1).

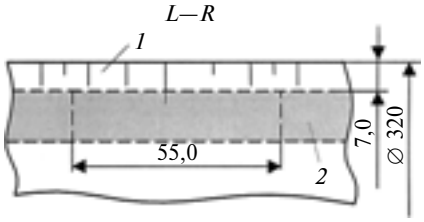


Рис. 1. Схема вырезки образцов Шарпи из приповерхностных слоев ролика МНЛЗ:
1 — поверхностный слой с эксплуатационными трещинами; *2* — образец Шарпи

Испытания проводили на копре RKP-300 с энергией удара 300 Дж и регистрацией диаграммы разрушения. Программа записи и обработки информации испытаний "Vuhi-Charpy" позволила определить составляющие энергии разрушения образца [12].

Результаты исследований. Сталь 25Х1М1Ф относится к феррито-перлитному классу и содержит зерна перлита размером 30÷50 мкм равномерно распределенные в ферритной матрице. Наличие включений M_3C, $M_{23}C_6$, M_7C_3, M_2C, MC вызывает локализацию концентрации напряжений в материале. Кроме того, они имеют меньший модуль упругости, что приводит к дополнительному упрочнению материала [13]. К тому же матрицы стали и включений отличаются теплофизическими характеристиками, в частности коэффициент термического расширения MnS составляет $18{,}1 \cdot 10^{-6}$ 1/°С, стали — $12{,}551 \cdot 10^{-6}$ 1/°С [13]. В процессе эксплуатации около дисперсных включений накапливаются дефекты структуры, создаются условия для дальнейшего зарождения термоусталостных трещин.

По результатам измерений микротвердости и склерометрии установили, что материал поверхностного слоя в зоне сканирования имеет среднюю микротвердость H_μ = 2500 МПа. С удалением от поверхности в глубь ролика микротвердость стали 25Х1М1Ф монотонно снижается до 2200÷2350 МПа, что хорошо согласуется с результатами предыдущих исследований.

Циклическое деформирование поверхностного слоя облегчает сдвиговые процессы в зернах стали 25Х1М1Ф, в результате чего сопротивление Ω сдвигу приповерхностных слоев на глубине до 1,5 мм в 1,2÷1,5 раза меньше, чем на глубине 1,5÷3,0 мм. Периодичность и диапазон колебаний значений эксплуатационных показателей материала соответствует размерам элементов структуры (рис. 2).

По результатам макро- и микроанализа установлено, что особенностью эксплуатационной деградации материала ролика МНЛЗ является наличие множественного растрескивания рабочей поверхности с последующим объединением дефектов в сетку трещин.

Представленные фрактограммы термоусталостных трещин на участках, прилегающих к наружной поверхности ролика, свидетельствуют о том, что дефекты ориентированы перпендикулярно оси ролика (рис. 3, *а*). На исследуемых шлифах обнаружены также микротрещины с аналогичной ориентацией (рис. 3, *б*).

Вдоль оси ролика обнаружены продольные и поперечные трещины, зародившиеся на поверхности. На участке длиной 200 мм обнаружено от 15 до 19 дефектов глубиной 2÷15 мм. Раскрытие берегов глубоких трещин на поверхности не превышало 1,5 мм. Дефекты меньшей длины (до 2 мм) имели раскрытие от 0,1 до 1,4 мм.

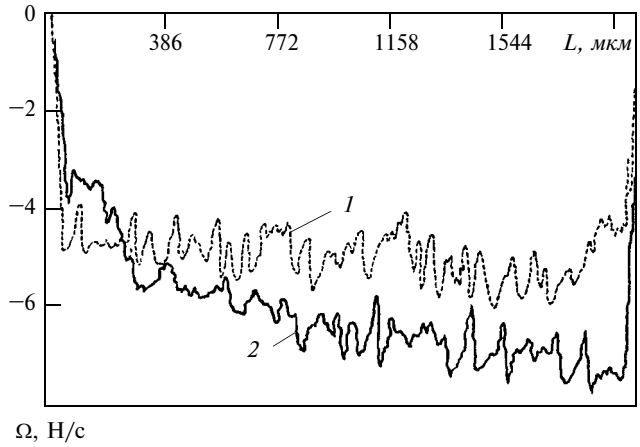


Рис. 2. Зависимости изменения сопротивления сдвигу деградировавшей стали 25Х1М1Ф на расстоянии 0÷1,5 (*1*) и 1,5÷3,0 мм (*2*) от рабочей поверхности ролика МНЛЗ

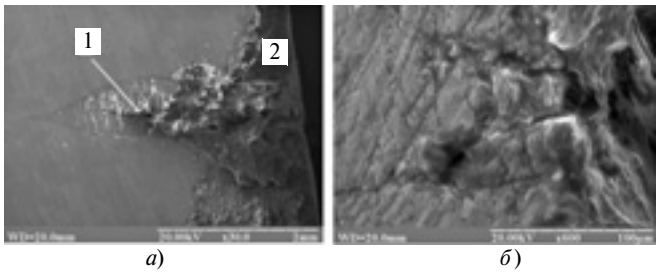


Рис. 3. Поверхности эксплуатационных трещин высокотемпературного разрушения:
а — усталостная трещина; *б* — короткая термоусталостная трещина в деформированном поверхностном слое

Наличие дефектов различной глубины свидетельствует об их разных стадиях развития при разной наработке (см. рис. 3, *б*). На ранних стадиях повреждения микродефекты имеют вид коротких трещин, окруженных зоной разрыхленного металла шириной не более 10÷15 мкм. В дальнейшем микротрещины объединяются, и поврежденная зона расширяется.

Короткие микротрещины возникают, очевидно, в результате слияния микропор разных размеров и форм [1, 9]. Следует отметить неоднородность анализируемого излома (рис. 4). Зона, примыкающая к наружной поверхности, характеризуется смешанным разрушением. Ближе к вершине трещин выявлены продукты коррозии, которые заполняют внутреннюю плоскость дефекта (см. рис. 4, *а*, *б*).

Особенностями поврежденного материала ролика МНЛЗ являются участки порообразования и обезуглероживания, окружающие трещиноподобные дефекты. При статическом разрушении перед вершиной трещины образуется зона смешанного разрушения "сдвиг + отрыв" с размером пор от 0,1 до 3÷10 мкм. Наблюдается увеличение площади обезуглероживания металла вокруг дефектов длиной более 0,2÷0,3 мм, что, очевидно,

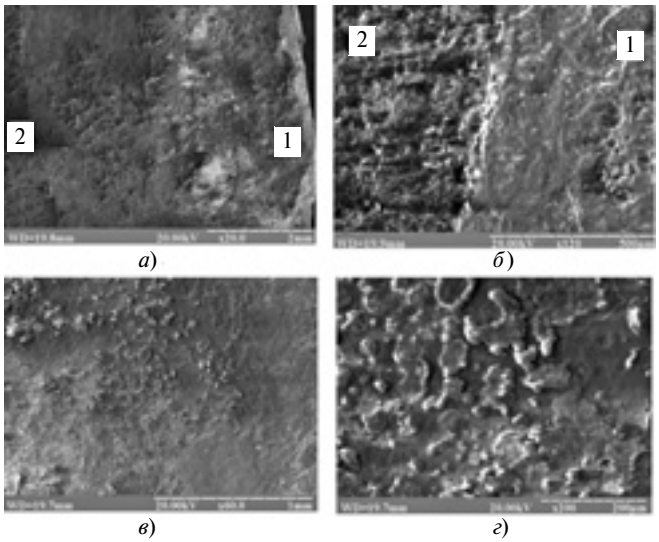


Рис. 4. Поверхности эксплуатационных трещин высокотемпературного разрушения:
а — макроструктура; *б* — коррозионно-усталостная трещина; *в*, *г* — оксидный слой на поверхности усталостной трещины

связано с изменением состояния коррозионной среды (см. рис. 4, *в*, *г*), заполняющей дефект в процессе эксплуатации и согласуется с изменением геометрии фронта трещины и фрактографическими исследованиями раскрытой трещины [11, 13].

Исследование морфологии излома на электронном микроскопе показало наличие отдельных участков слияния крупнейших пор, расположенных перед трещиной. Ориентация линий разрушения перемычек свидетельствует о возможной реализации внутризеренного сдвигового механизма разрушения стали 25Х1М1Ф. Наблюдались отдельные участки ямочных образований. Ямки на поверхности излома сформировались при разрушении или отслаивании частиц карбидной фазы с последующим микропластическим течением матрицы. На дне некоторых ямок обнаружены вкрапления карбидных фаз, а также микроямки, окруженные гребнями микропластического деформирования.

Наличие мелких фасеток квазискола и острых краев у некоторых ямок свидетельствует о смешанном разрушении — скалывании в сочетании с отрывом, что указывает на исчерпывание пластичности материала и выделение вторичных фаз. Это обусловлено тем, что степень поврежденности разных зерен материала может быть разной, что объясняется их разной кристаллографической ориентацией.

Исследование ударной вязкости деградировавшего материала. Установлено, что ударная вязкость материала приповерхностных слоев ролика $KCV_д$ = = 0,64÷0,71 МДж/м^2, что несколько меньше среднего значения ударной вязкости исходного материала ($KCV_н$ = 0,8 МДж/м^2) [1]. Возможно, это обусловлено минимальным радиусом эксплуатационного дефекта.

Диаграммы динамического деформирования стали 25Х1М1Ф в координатах "нагрузка—время" и "энергия деформации—время", представленные на рис. 5, *а*, *б*, свидетельствуют о значительной энергоемкости разрушения [12]. Энергетические параметры динамического разрушения стали 25Х1М1Ф: энергия разрушения E_t = 51,5 Дж; энергия зарождения трещины E_i = 13,8 Дж; энергия распространения трещины E_p = 37,7 Дж; удельная площадь вязкого излома 58,9 %.

Микрорельеф поверхности разрушенного образца Шарпи смешанного разрушения обусловлен кристаллографической ориентацией зерен. Если кристаллографические оси зерен ориентированы вдоль линии нагружения, материал разрушается квазисколом. При другой ориентации сталь разрушается вязко с образованием ямок отрыва.

Анализ излома образца, исследованного на ударную вязкость, выявил ямки с включениями или их следы, параллельные фронту распространения трещины. Рядом с этими включениями зарождались расслаивающие микротрещины, которые в случае совпадения с направлением распространения магистральной трещины, снижали ударную вязкость

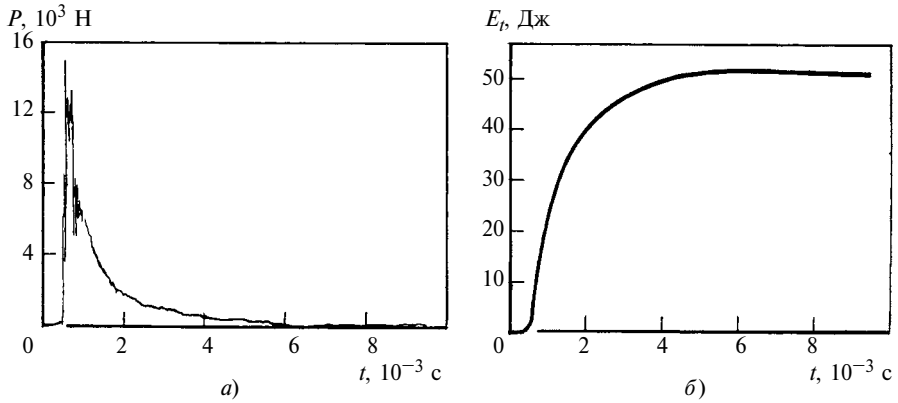


Рис. 5. Зависимости изменения нагрузки динамического деформирования (*а*) и энергии разрушения стали 25Х1М1Ф (*б*) от наработки

разрушения материала [14]. Установлено, что вязкость материала снятого с эксплуатации ролика на 10÷15 % меньше вязкости исходного материала.

Таким образом, разрушение стали 25Х1М1Ф в исходном состоянии и после эксплуатационной наработки обусловлено кинетикой зарождения трещин термической усталости, их объединением и образованием магистральной усталостной трещины. Определены параметры поверхностного растрескивания ролика и морфология элементов сетки трещин поверхностного слоя. Установлено, что механизм распространения усталостной трещины — смешанный: отрыв и локальный сдвиг материала. При этом важную роль играют вторичное растрескивание, окисление и внутризеренная пластическая деформация.

Деградировавший материал сохраняет достаточно высокую ударную вязкость, которая лишь на 10÷15 % ниже ударной вязкости исходного материала.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Ясний П. В., Марущак П. О.** Ролики МНЛЗ: Деградация и трещиностойкость материалов. Тернополь: Джура, 2009. 232 с.

2. **Thermal** fatigue material degradation of caster rolls surface layers / P. Yasniy, P. Maruschak, Y. Lapusta et al. // Mech. of Adv. Mater. and Struct. 2008. V. 15. Issue 6 & 7. P. 499—507.

3. **Experimental** simulation and theoretical modelling of crack initiation and propagation due to thermal cycling / H. P. Lieurada, A. Dias, J. Giusti, J. A. Wisniewski // High Temperature Technology. 1990. V. 2. P. 137—145.

4. **Марущак П. О., Сорочак А. П., Бищак Р. Т.** Энергоемкость статического разрушения материала с множественными дефектами // Междунар. науч.-техн. конф. "Современные проблемы машиностроения". 2010. Томск: ТПУ. С. 246—250.

5. **Диагностика** состояния поверхности металлургического оборудования / П. О. Марущак, Р. Т. Бищак, В. Глиха, Т. Вухерер // Междунар. науч. конф. "Актуальные проблемы механики и машиностроения", посв. 75-летию А. Н. Тюреходжаева. 2009. Алматы: КНТУ им. К. И. Сатпаева. С. 252—257.

6. **Марковец М. П., Борисов В. Г., Матюнин В. М.** О возможности контроля ударной вязкости стали безобразцовым способом // Изв. вузов. Машиностроение. 1970. № 1. С. 17—21.

7. **Lundberg S. E.** Evaluation of deterioration: mechanisms and roll life different roll materials // Steel Research. 1993. V. 64. N 12. P. 597—603.

8. **Масштабные** уровни деформации и разрушения и механические свойства стали 25Х1М1Ф до и после неизотермического нагружения / П. В. Ясний, П. О. Марущак, С. В. Панин, Р. Т. Бищак // Физическая мезомеханика. 2010. Т. 13. № 2. С. 87—96.

9. **Damage** and fracture analysis of heat — resistance steel subjected to thermal cyclic loading / P. Yasniy, P. Maruschak, R. Bishchak, V. Hlado et al. // Theor. and Appl. Fract. Mech. 2009. V. 52. P. 22—25.

10. **Standard** test method for scratch hardness of materials using a diamond stylus. Annual Book of ASTM Standards. 2003. G. 171—203.

11. **Nano-sclerometry** measurement of superhard materials and diamond hardness using scanning force microscope with the ultra hard fullerite C60 tip / V. Blank, M. Popov, N. Lvova et al. // J. Mater. Res. 1997. V. 12. N 11. P. 3109—3114.

12. **Влияние** температуры на характер ударного разрушения феррито-перлитной стали 25Х1М1Ф / П. В. Ясний, П. О. Марущак, С. В. Панин и др. // Физическая мезомеханика. 2010. Т. 13. № 4. С. 73—84.

13. **Yasniy P. V., Maruschak P. O., Hlado V. B.** Structure evolution of plastically deformed heat-resistance steel: strain localization in tensile test // Progressive Technologies and Materials. Rzeszow. 2009. P. 17—23.

14. **Исследование** деградации микроструктуры стали 25Х1М1Ф после эксплуатационной наработки / П. В. Ясний, В. Б. Гладьо, П. О. Марущак, Р. Т. Бищак // XVII Петербургские чтения по проблемам прочности. 2007. СПб.: СПбГУ. С. 82.

Вниманию авторов

Не допускается предлагать к публикации уже опубликованные или намеченные к публикации в других журналах материалы.

Статьи в редакцию можно присылать на e-mail: vestmash@mashin.ru. В случае пересылки статьи почтой кроме текста, напечатанного на белой бумаге формата А4 на одной стороне листа через 1,5—2 интервала 14-м кеглем, необходимо прикладывать электронную версию (шрифт Times New Roman в Microsoft Word, 14 кегль, расстояние между строк 1,5).

К статье прилагаются:

1) акт экспертной комиссии, подтверждающий, что статья не содержит материалов, входящих в перечень сведений, отнесенных к государственной тайне Указом Президента РФ № 1203 от 30.11.1995 г., и может быть опубликована в открытой печати;

2) аннотация (1—3 предложения) и ключевые слова;

3) сведения об авторах (фамилия, имя, отчество, место работы, должность, ученая степень, адрес, e-mail, телефон).

Объем статьи не должен превышать 20 страниц (с рисунками и таблицами). Все страницы должны быть пронумерованы. Рисунки и таблицы давать после текста.

Представляя статью в редакцию для публикации, авторы выражают согласие с тем, что:

1) статья может быть переведена и опубликована на английском языке;

2) после публикации в журнале материал может быть размещен в Интернете;

3) авторский гонорар за публикацию статьи не выплачивается.

Редакция оставляет за собой право сообщать автору о результатах рецензирования без предоставления рецензии.

Представленные в редакцию материалы обратно не высылаются.

Минимальный срок публикации — 4 месяца со дня предоставления рукописи в редакцию при соблюдении всех изложенных выше требований (обусловлен технологическим процессом).

УДК 621.91:621.9.011

М. О. НОДЕЛЬМАН, канд. техн. наук (ООО "Челябинструмент"), Б. М. СУХОВИЛОВ, д-р техн. наук (Южно-Уральский ГУ, г. Челябинск), e-mail: suhov@inf.susu.ac.ru

Метод определения угла действия вектора силы резания при точении пластичных металлов

Предложен метод определения угла действия вектора силы резания при точении пластичных металлов твердосплавным режущим инструментом в режиме максимальной производительности (прибыли) на основе математической модели связи скорости работы диссипации стружкообразования с факторами процесса резания.

Ключевые слова: точение, пластичный металл, вязкопластическое течение, скорость работы диссипации, математическая модель, угол действия силы резания.

A method for determination of the cutting force vector action angle at turning of ductile metals by a carbide cutting tool in the conditions of maximal productivity (profit) is proposed. The method is based on the mathematical model of relation of work speed of the chip forming dissipation with factors of cutting process.

Keywords: turning, allowance, ductile metal, viscoplastic flow, chip forming dissipation, mathematical model, action angle of cutting force.

Процесс резания пластичных металлов связан с локализацией в сравнительно узкой зоне стружкообразования, формируемой перед режущим клином инструмента, глубокой пластической деформации срезаемого слоя припуска и одновременным образованием новых пластически деформированных поверхностей (поверхность резания и обработанная поверхность), по которым происходят разрушения и отделение срезаемого слоя. Срезанный слой припуска в виде стружки перемещается по передней поверхности режущего инструмента, преодолевая силы трения при контакте с режущим клином инструмента.

Трибологические контактные процессы на передней поверхности инструмента: схватывание; пластическое деформирование; наклеп прирезцового слоя стружки; кинетическое (внешнее) трение, а также при определенных условиях адгезионные явления на участке упругого контакта стружки с инструментом.

Применительно к промышленным условиям механообработки резанием существенное влияние на деформационные и контактные процессы оказывают тепловые явления в зонах стружкообразования и контакта обрабатываемого материала и стружки с режущим клином инструмента.

В отличие от других переделов машиностроительного производства, основанных на деформировании металлов, особенность обработки металлов резанием заключается в том, что и деформация срезаемого слоя, и сопротивление резанию, и тепловые явления при срезании припуска самоустанавливаются [1, 2]. Характер самоорганизации процесса резания зависит от условий обработки.

Влияние условий обработки: свойства обрабатываемого и инструментального материалов, геометрия режущего инструмента, режим резания и др., на деформационные, трибологические, тепловые, силовые показатели процесса опосредованно — влиянием на параметры стружкообразования и контакт стружки с режущим инструментом, а именно: на угол γ_p схода стружки; условный угол β сдвига; угол ω действия силы резания; относительный сдвиг ε стружки; касательное напряжение τ_β, отнесенное к условной плоскости сдвига; средний угол θ трения стружки с инструментом; усадку ξ стружки; длину L контакта стружки с инструментом, т. е. внутренние параметры (зависимые переменные процесса резания), и взаимосвязью данных параметров обобщенной силовой расчетной схемы процесса резания [3].

Одним из вопросов теории резания металлов, влияющих на надежность прогнозных решений ряда практических задач, является определение физических моделей, связывающих внутренние базовые параметры (γ, ξ, L, θ, ω) обобщенной силовой расчетной схемы процесса резания с факторами механообработки. Методы и математические модели оценки базовых параметров (γ, ξ, L, θ) представлены в работе [2].

Рассмотрим метод определения угла ω действия силы резания, характеризующего направление вектора силы резания относительно вектора скорости резания, в соответствии с принятой обобщенной силовой расчетной схемой с учетом связи угла ω с факторами механообработки.

Известны методы определения угла ω на основе экспериментальных данных [1, 4], например на основе эмпирической зависимости $\omega + \beta \approx \text{const}$ или эмпирической взаимосвязи ω и параметров ξ, ε, β при фиксированных значениях γ, что нашло применение только при выявлении взаимосвязей па-

раметров расчетных схем резания [5]. При этом угол ω определяется динамометрированием составляющих силы резания, что обеспечивает надежность его оценки. Поэтому в настоящем исследовании расчетные значения угла действия силы резания ($\omega_р$) сопоставили с данными, полученными путем динамометрирования силовой нагрузки при идентичных условиях точения.

Математическая модель связи параметра ω с факторами резания (параметрами режима точения и кривой нагружения обрабатываемого материала) основывается на закономерностях термодинамики необратимых процессов деформирования твердого тела [6, 7]. При точении пластичных металлов в условиях вязкопластического течения срезаемого слоя припуска, реализуемых преимущественно в режиме максимальной производительности (прибыли), в качестве критерия принята скорость работы диссипации стружкообразования [2].

В соответствии с данными работы [2] скорость работы диссипации стружкообразования, отнесенная к единице объема срезаемого слоя припуска, в первом приближении составит:

$$D \approx K(\varepsilon^{n+1} - K_1)K_2. \qquad (1)$$

Здесь $K = Bv[3^{0,5(n+1)}\alpha]$ — обобщенный показатель условий механообработки, где v и a — соответственно скорость резания и толщина срезаемого слоя; B и n — параметры аппроксимирующего уравнения $\sigma_i = Be_i^n$ нагружения обрабатываемого материала (σ_i и e_i — интенсивности соответственно напряжения и деформации при $\tau_\beta = \sigma_i/3^{0,5}$ и $\varepsilon = e_i 3^{0,5}$); $K_1 = 0,34641/2,886752^n$ — коэффициент работы деформации упругой области стружкообразования [8]; $K_2 = (1 + \mathrm{tg}\omega\,\mathrm{ctg}\beta)/[(1 + \mathrm{ctg}^2\beta)(\mathrm{ctg}\beta - \mathrm{tg}\omega)]$ — обобщенный внутренний показатель (ω, β) процесса резания.

Относительный сдвиг ε и угол β определяют по известным зависимостям на основе базовых параметров ξ и γ [5, 2].

Влияние факторов механообработки (v, a) и обрабатываемого материала (B, n) на скорость работы диссипации D стружкообразования определяли при свободном и несвободном точении на воздухе пластичных металлов твердосплавными резцами Т15К6 с формой передней поверхности: плоской с передним углом γ от $-10°$ до $20°$ при $\gamma_р = \gamma$; двойной ($\lambda = 0$; $\varphi = 44°$; $r = 1 \cdot 10^{-3}$ м; $\gamma = 5°$; $\gamma_ф = -5°$; $f = 2 \cdot 10^{-4}$ м) при $\gamma_р \approx 2°$; фасонной укороченной с выкружкой (радиусом $R_в$ и глубиной h), расположенной на участке контакта стружки с инструментом [$\lambda = 0$; $\varphi = 44 \div 46°$; $r = 1 \cdot 10^{-3}$ м; $\gamma = 5°$; $\gamma_ф = -5°$; $f = (1; 2; 3)10^{-4}$ м; $R_в = 12 \cdot 10^{-4}$ м; $h = 2 \cdot 10^{-4}$ м] при $\gamma_р \approx 12 \div 13°$.

Образцы из углеродистых и легированных сталей: 45 (170 *НВ*); 70Г (255 *НВ*); 30ХГТ (196 *НВ*); 20Х (187 *НВ*); 20ХН3А (163 *НВ*); 38ХСА (187 *НВ*) обрабатывали свободным поперечным точением при $n = 0,08 \div 0,15$ и $B = (882,6 \div 1142,5)10^6$ Па; несвободным продольным точением — образцы из сталей: 25ХНВА (269 *НВ*), 651 (255 *НВ*), 45Х (255 *НВ*), 12Х2Н4А (187 *НВ*), 38ХМЮА (255 *НВ*) при $n = 0,085 \div 0,156$ и $B = (863 \div 1180)\ 10^6$ Па.

Свободное поперечное точение выполняли резцами с плоской передней поверхностью ($\gamma = -10$; -5; 0; 5; 10; 15; 20°) в режиме: $v = 2,583$ м/с;

Таблица 1

Режим резания при несвободном продольном точении стали 25ХНВА ($b = 4,32 \cdot 10^{-3}$ м)

Передняя поверхность режущего инструмента					
плоская		двойная		фасонная укороченная	
v, м/с	a, 10^{-3} м	v, м/с	a, 10^{-3} м	v, м/с	a, 10^{-3} м
0,833÷2,833	0,332	2,333	0,240	2,333	0,240
		2,833	0,240	2,833	0,240
		0,833÷2,833	0,338	1,166 1,500 0,833 1,166	0,338 0,338 0,400 0,400

Таблица 2

Режим резания несвободного продольного точения сталей при двойной ($a = 236 \cdot 10^{-6}$ м) и фасонной режущих поверхностях инструмента

Сталь	Передняя поверхность режущего инструмента		
	двойная	фасонная укороченная	
	v, м/с	v, м/с	a, 10^{-3} м
65Г	1,166÷2,833	1,833÷2,833 0,833÷1,833	0,238 0,327
45Х	0,833÷2,833	2,833 1,166÷2,333 1,166÷1,833	0,196 0,238 0,327
12Х2Н4А	0,833÷2,833	2,833	0,196
		0,833 1,833 2,333	0,238
38ХМЮА	1,166÷2,833	1,833÷2,833 1,166÷1,833	0,238 0,327
		1,166 1,500	0,396

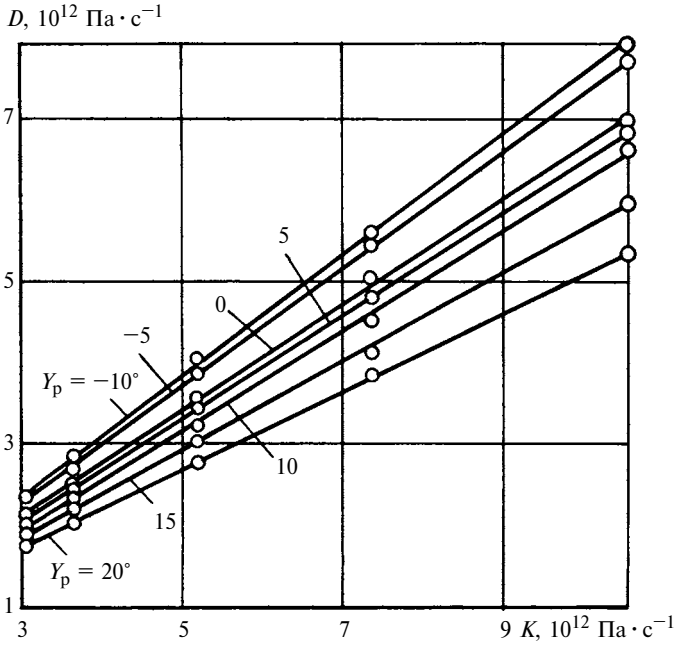


Рис. 1. Зависимости скорости работы диссипации *D* стружкообразования от обобщенного показателя *K* при свободном поперечном точении стали 70Г и различных углах $\gamma_р$ схода стружки

$b = (4{,}5 \div 4{,}8)10^{-3}$ м; $a = (0{,}15;\ 0{,}215;\ 0{,}305;\ 0{,}435;\ 0{,}52)10^{-3}$ м.

Несвободное продольное точение выполняли резцами с плоской ($\gamma = -6$; 5; 10; 15°), двойной и фасонной укороченной передней поверхностью при режимах резания: v = 0,833; 1,166; 1,5; 1,833; 2,333; 2,833 м/с; $a = (0{,}196 \div 0{,}4)10^{-3}$ м; $b = (4{,}17 \div 4{,}32)10^{-3}$ м (табл. 1 и 2).

Получены зависимости скорости работы диссипации *D* от обобщенного показателя *K* для свободного поперечного точения стали 70Г (рис. 1) и несвободного продольного точения сталей 25ХНВА (рис. 2, *а*) и 38ХМЮА (рис. 2, *б*). Аналогичные зависимости имели место и при свободном поперечном точении образцов из сталей 20Х, 38ХСА, стали 45, 30ХГТ, 20ХН3А и при несвободном продольном точении образцов из сталей 45Х, 65Г и 12Х2Н4А.

Линейный характер влияния обобщенного показателя *K* на скорость работы диссипации *D* при фиксированном угле γ схода стружки обосновывает аппроксимацию эмпирической зависимости $D = f(K)$ при $\gamma_р \approx$ const зависимостью $D_р = D'_р + K_р K$, где $D_р$ — расчетная скорость работы диссипации при *K* и γ; $D'_р$ и $K_р$ — расчетные значения соответственно свободного члена и коэффициента зависимости $D_р = f(K,\ K_р,\ D'_р)$ при $\gamma \approx$ const.

Значения $D'_р$ и $K_р$ получены методом наименьших квадратов (табл. 3 и 4) для свободного поперечного и несвободного продольного точений.

Расчетный угол $\omega_р$ силы резания в соответствии с уравнением (1) имеет вид: $\omega_р = \mathrm{arctg}[(D_р \mathrm{ctg}\beta - K_3)/(D_р + K_3 \mathrm{ctg}\beta)]$, где $K_3 = K(\varepsilon^{n+1} - K_1)/(1 + \mathrm{ctg}^2\beta)$.

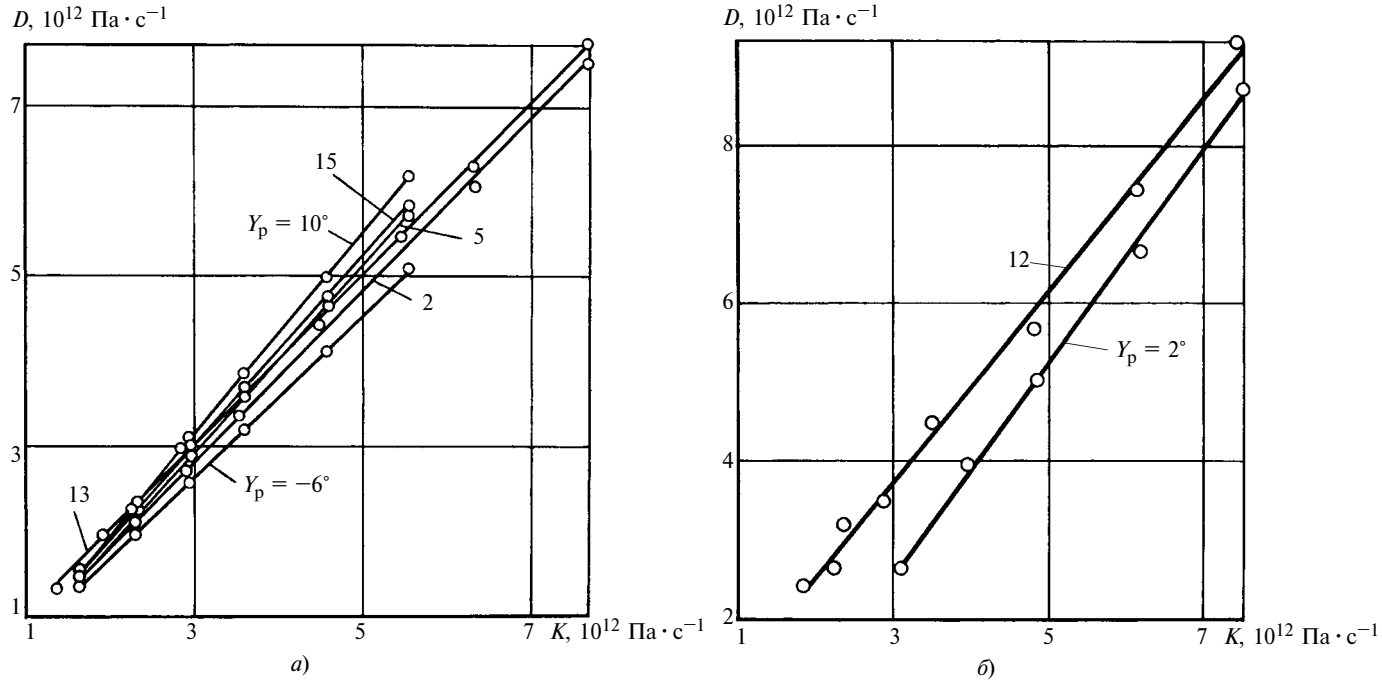


Рис. 2. Зависимости скорости работы диссипации *D* стружкообразования от обобщенного показателя *K* при несвободном продольном точении сталей 25ХНВА (*а*) и 38ХМЮА (*б*) и различных углах $\gamma_р$ схода стружки

Таблица 3

Значения показателей свободного поперечного точения

Сталь	$\gamma_р$, градус	$D'_р$, 10^{12} Па · с$^{-1}$	$K_р$	Δω, градус	δω*, %
70Г	−10	0,133554	0,737794	26,33÷34,66	1,51/1,58
	−5	0,147956	0,716232	24,25÷32,25	2,11/1,16
	0	0,191733	0,644418	19,58÷28,00	2,79/1,58
	5	0,165671	0,629208	16,75÷25,00	1,63/1,43
	10	0,129360	0,607768	13,83÷23,66	4,17/6,99
	15	0,243534	0,537014	10,83÷19,08	2,74/3,94
	20	0,307299	0,476093	7,50÷15,25	1,97/1,72
Сталь 45	−10	0,219948	0,669519	28,83÷35,42	2,35/2,64
	−5	0,255229	0,654546	28,00÷34,08	2,24/3,27
	0	−0,014180	0,667519	22,66÷32,00	2,70/2,98
	5	0,180206	0,590992	20,00÷28,50	2,20/3,59
	10	0,194604	0,564895	16,17÷25,75	4,06/2,99
	15	0,132107	0,520158	12,42÷23,33	2,04/2,19
	20	0,230752	0,466817	1058÷21,25	3,92/4,50
30ХГТ	−10	0,263856	0,662285	31,25÷36,50	3,35/2,50
	−5	0,320563	0,623917	27,33÷33,33	1,67/0,99
	0	0,127171	0,638543	23,75÷32,00	0,60/0,38
	5	0,165865	0,586043	21,17÷28,00	1,96/1,72
	10	0,080034	0,570452	17,50÷26,00	1,89/3,09
	15	−0,045583	0,557389	12,75÷22,50	4,43/7,99
	20	0,054624	0,513068	10,66÷20,75	2,68/4,66
20Х	−10	0,431856	0,602912	29,33÷36,33	3,73/3,30
	−5	0,361768	0,615506	26,66÷34,00	2,33/2,96
	0	0,239696	0,604575	24,42÷31,83	2,20/2,06
	5	0,367528	0,531079	20,08÷28,25	3,30/3,41
	10	0,343268	0,502929	17,33÷25,75	7,38/5,87
	15	0,158190	0,518922	13,66÷23,66	13,80/6,59
	20	0,242672	0,467356	11,75÷20,66	11,70/8,99
20ХН3А	−5	0,119248	0,729766	26,50÷33,25	2,06/1,81
	0	0,013235	0,717159	23,16÷31,50	1,12/2,28
	5	0,139954	0,643924	20,33÷28,33	1,42/1,58
	10	0,188066	0,588588	17,75÷25,33	2,57/2,37
	15	0,186211	0,555082	15,83÷23,25	2,51/3,55
	20	0,092166	0,530949	12,08÷20,92	1,96/1,99
38ХСА	−10	0,196301	0,705857	30,00÷37,16	2,68/2,88
	−5	0,370262	0,636747	26,92÷33,66	5,66/4,30
	0	0,304277	0,619396	24,50÷31,75	3,75/4,63
	5	0,339355	0,559352	19,58÷28,83	3,95/2,90
	10	0,559182	0,488581	16,66÷25,92	10,90/6,73
	15	0,264221	0,505190	12,75÷24,00	3,15/4,80
	20	0,280528	0,469390	11,00÷22,00	3,21/1,72

* В числителе отрицательные значения, в знаменателе положительные.

Погрешность $\delta\omega = (\omega - \omega_р)100/\omega$; диапазон Δω значений ω для свободного поперечного и несвободного продольного точений приведены в табл. 3 и 4.

На рис. 3, *а* и *б* представлены экспериментальные (ω) и расчетные ($\omega_р$) значения углов действия силы резания для различных режимов обработки при свободном поперечном точении: $\omega_р = 0{,}991097\omega + 0{,}249496$, и несвободном продольном точении пластичных металлов: $\omega_р = 1{,}00873\omega - 0{,}212835$.

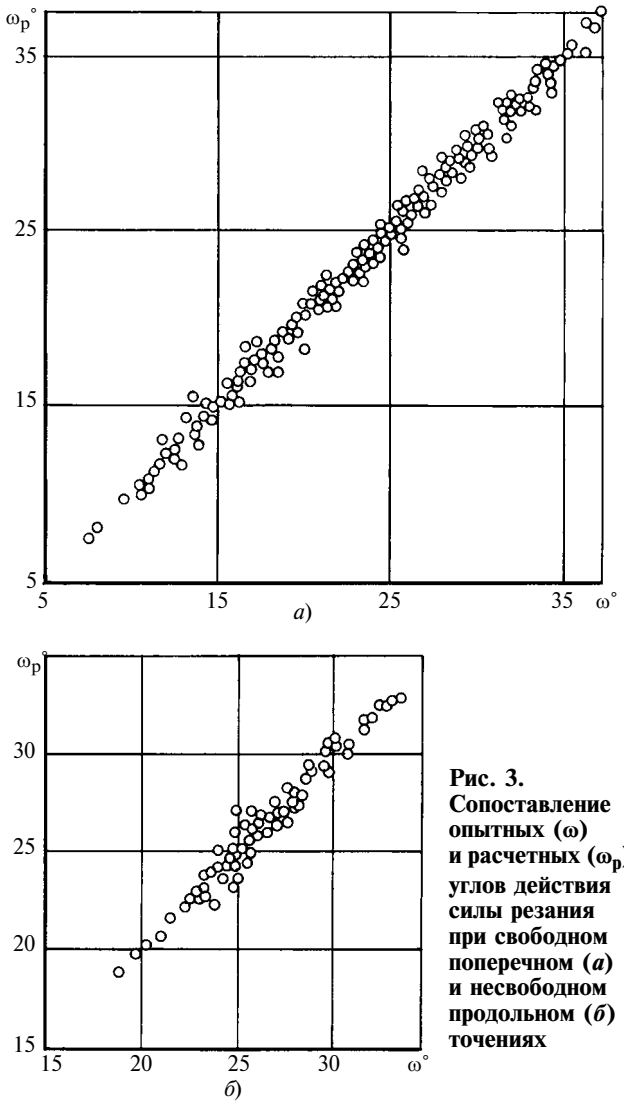


Рис. 3. Сопоставление опытных (ω) и расчетных ($\omega_р$) углов действия силы резания при свободном поперечном (*а*) и несвободном продольном (*б*) точениях

Таблица 4

Значения показателей несвободного продольного точения

Сталь	$\gamma_р$, градус	$D'_р$, 10^{12} Па · с$^{-1}$	$K_р$	Δω, градус	δω*, %
25ХНВА	−6	−0,181343	0,942264	31,50÷32,92	0,68/0,55
	2	−0,192318	1,006410	26,25÷29,50	2,18/2,62
	5	−0,349253	1,094630	24,67÷27,00	2,58/2,49
	10	−0,384729	1,177150	22,25÷25,25	0,53/0,32
	13	0,044776	0,996773	23,17÷23,67	3,80/2,21
	15	−0,248051	1,092340	18,83÷22,80	0,47/1,52
65Г	2	−0,891707	1,170520	24,92÷27,50	2,19/3,61
	12	0,150422	1,114910	23,00÷25,42	4,35/5,92
45Х	2	−0,269035	0,933703	26,17÷29,75	2,50/2,63
	12	−0,043564	1,143870	24,83÷25,67	8,25/5,63
12Х2Н4А	2	−0,693137	0,918319	29,50÷33,33	1,35/1,29
	12	−0,367064	0,941065	27,83÷30,66	2,44/2,09
38ХМЮА	2	−1,527540	1,354830	27,58÷28,58	2,40/2,47
	12	0,076877	1,220800	24,83÷25,75	4,81/6,25

* В числителе отрицательные значения, в знаменателе положительные.

УДК 621.922

С. Н. ГРИГОРЬЕВ, В. В. КУЗИН, доктора технических наук (МГТУ Станкин), Д. БУРТОН, А. Д. БАТАКО, доктора наук (Ливерпульский университет Джона Мура, Великобритания), e-mail: kyzena@post.ru

Влияние свойств керамики на напряженно-деформированное состояние режущей пластины в условиях установившейся теплопроводности

Представлены результаты исследований влияния коэффициента теплопроводности, модуля упругости и температурного коэффициента линейного расширения керамики на напряженно-деформированное состояние режущих пластин в условиях установившейся теплопроводности.

Ключевые слова: режущие пластины, керамика, напряженно-деформированное состояние, установившаяся теплопроводность.

Investigation results of the influence of heat conductivity, elastic modulus, and thermal linear expansion coefficient of ceramics on the cutting plates stress-strain state in the steady-state heat conductivity conditions are presented.

Keywords: cutting plates, ceramics, the stress-strain state (deflected mode), steady-state heat conductivity.

Использование инструмента с керамическими режущими пластинами значительно увеличивает производительность механической обработки и повышает качество изготовляемых деталей, при этом выполняются экологические требования [1]. Повышение скорости резания обеспечивается высокой твердостью, теплостойкостью и химической инертностью керамики [2]. Основными недостатками инструментальной керамики являются их неудовлетворительные прочность и трещиностойкость [3]. Поэтому совершенствование этих материалов направлено, как правило, на повышение данных показателей, а остальным показателям не уделяется должного внимания.

В связи с этим поставлена задача — исследовать влияние комплекса показателей свойств керамики на напряженно-деформированное состояние (НДС) режущих пластин в условиях установившейся теплопроводности и на основе полученных результатов оценить возможность разработки требований к керамическим режущим пластинам.

Исследования проводили с использованием автоматизированной системы RKS-ST v.1.0 для термопрочностных расчетов керамических режущих пластин [4]. Основной объем расчетов выполнен для режущей пластины с параметрами: $a = b = 50$ мкм; $n1 = 6$; $n2 = 6$; $n3 = 6$; $n4 = 4$; $c = 1{,}5$. При моделировании было принято, что зерно, межзеренная фаза и матрица выполнены из одного того же тугоплавкого соединения. Обрабатываемые материалы (ОМ): сталь 40Х и серый чугун СЧ32.

Исследование влияния таких показателей, как плотность, модуль упругости, коэффициент Пуассона, теплопроводность, удельная теплоемкость керамики, на НДС режущей пластины проводили в два этапа. Сначала определяли температуры и напряжения в контрольных точках (КТ) режущих пластин, выполненных из разных тугоплавких соединений (табл. 1 и 2). Затем исследовали влияние разных свойств керамики на тепловое и напряжен-

(Окончание статьи. Начало см. на стр. 72)

Анализ полученных результатов показал надежность предложенного метода и адекватность математической модели оценки угла ω силы резания при точении пластичных металлов в режиме максимальной производительности (прибыли).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Розенберг А. М., Еремин А. Н.** Элементы теории процесса резания металла. М.: Машгиз, 1956. 320 с.

2. **Нодельман М. О.** Механообработка резанием. Основы теории и практика. Челябинск: Печатный салон "Издательство РЕКПОЛ", 2005. 160 с.

3. **Нодельман М. О.** Прогнозная оценка реологических параметров пластичных металлов в условиях самоорганизации вязкопластического течения срезаемого слоя припуска // Вестник машиностроения. 2009. № 8. С. 43—52.

4. **Зорев Н. Н.** Вопросы механики процесса резания металла. М.: Машгиз, 1956. 368 с.

5. **Бобров В. Ф.** Развитие науки о резании металлов. М.: Машиностроение, 1967. 416 с.

6. **Гроот С. Р.** Термодинамика необратимых процессов. М.: Гостехиздат, 1956. 280 с.

7. **Циглер Г.** Экстремальные принципы термодинамики необратимых процессов и механика сплошной среды. М.: Мир, 1966. 135 с.

8. **Нодельман М. О.** Оценка итогового параметра предела текучести при резании пластичных металлов // Вестник машиностроения. 2009. № 10. С. 49—52.

Таблица 1

Соединение, конструкционный материал	Плотность ρ, кг/м^3	Модуль упругости E, ГПа	Коэффициент Пуассона μ	ТКЛР (20÷1500 °С) α, 10^6 К$^{-1}$
Si_3N_4	3,2	300	0,25	3,2
Y_2O_3	4,9	250	0,22	7,9
MgO	3,4	315	0,18	13,4
Al_2O_3	4,0	380	0,24	8,5
TiC	4,9	484	0,22	7,95
TiB_2	4,52	540	0,11	5,1
SiC	3,158	460	0,16	5,3
TaC	14,5	540	0,23	7,09
Mo_2C	9,18	544	0,21	8,5
WC	15,77	720	0,206	3,9
BN	2,28	840	0,2	1,7
AlN	3,26	340	0,2	6,5
TiN	5,44	440	0,25	9,3
BeO	3,02	324	0,23	10
Сталь 40Х	7,83	219	0,3	12,6
Чугун СЧ32	7,3	130	0,275	10,5

Таблица 2

Соединение	Коэффициент теплопроводности λ, Вт/(м · К)	Коэффициент удельной теплоемкости C_p, кДж/(кг · К)
Si_3N_4	$1001{,}7T^{-0{,}63}$	$1342{,}9 + 200{,}4 \cdot 10^{-3}T - 96{,}8 \cdot 10^5 T^2$
Y_2O_3	$686{,}1T^{-0{,}82}$	$1088{,}6 + 343{,}3 \cdot 10^{-3}T - 92{,}1 \cdot 10^5 T^2$
MgO	$7871{,}2/(T - 125) + 3{,}6 \cdot 10^{-33}T^{10}$	$1136{,}7 + 125{,}2 \cdot 10^{-3}T - 218{,}5 \cdot 10^5 T^2$
Al_2O_3	$2100T^{-0{,}78}$	$1093{,}6 + 183{,}7 \cdot 10^{-3}T - 304{,}3 \cdot 10^5 T^2$
TiC	$23{,}2e^{0{,}0002T}$	$556{,}7 - 8 \cdot 10^{-2}T + 4 \cdot 10^{-5}T^2 - 2 \cdot 10^7 T^2$
TiB_2	$56{,}7e^{0{,}0002T}$	$499{,}7 + 15{,}8 \cdot 10^{-2}T$
SiC	$3239{,}3T^{-0{,}7746}$	$914{,}5 + 176{,}9 \cdot 10^{-3}T - 33{,}6 \cdot 10^{-3}T^2$
TaC	$38{,}9T^{-0{,}11}$	$407{,}47 + 92 \cdot 10^3 T - 46{,}4 \cdot 10^{-7}T^2 - 16{,}7 \cdot 10^5 T^2$
Mo_2C	$30{,}8e^{0{,}0002T}$	$676{,}4 + 175{,}4 \cdot 10^{-3}T - 2497{,}1 \cdot 10^{-8}T^2 - 111{,}6 \cdot 10^5 T^2$
WC	$28{,}8e^{0{,}0005T}$	$415{,}4 + 89{,}9 \cdot 10^{-3}T - 546{,}5 \cdot 10^{-8}T^2 - 390{,}6 \cdot 10^4 T^2$
BN	$10{,}9T^{-0{,}031}$	$308 + 69{,}1 \cdot 10^{-2}T - 255{,}4 \cdot 10^{-6}T^2$
AlN	$115{,}1T^{-0{,}3518}$	$705{,}8 + 33{,}5 \cdot 10^{-3}T - 154{,}1 \cdot 10^5 T^2$
TiN	$36{,}6e^{0{,}00045T}$	$392{,}1 + 1162{,}3 \cdot 10^{-4}T$
BeO	$79519T^{-1{,}1358}$	$1421{,}7 + 713 \cdot 10^{-3}T - 565 \cdot 10^5 T^2$
Сталь 40Х	$50{,}587e^{-0{,}0007T}$	$457{,}23e^{0{,}0005T}$
Чугун СЧ32	$44{,}028e^{-0{,}0005T}$	$452{,}8e^{0{,}0013T}$

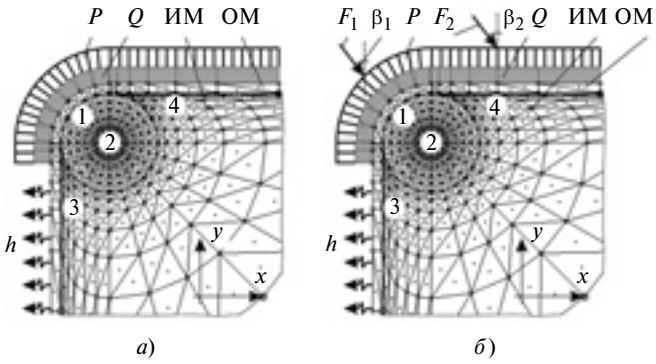


Рис. 1. Расчетные схемы для первого (*а*) и второго (*б*) этапов моделирования

ное состояние режущей пластины. При этом в каждой серии численных экспериментов изменяли только один показатель в диапазоне от наибольшего значения до наименьшего для разных тугоплавких соединений. Так, при исследовании влияния модуля упругости на НДС его значение изменяли от 219 до 840 ГПа, другие показатели керамики соответствовали показателям Al_2O_3.

Режущую пластину на первом этапе моделирования нагружали распределенной силовой нагрузкой $P = 3{,}5 \cdot 10^8$ Па и тепловым потоком $Q = 1{,}1 \cdot 10^8$ Вт/м^2 (рис. 1, *а*). На втором этапе режущую пластину нагружали двумя сосредоточенными силами $F_1 = F_2 = 0{,}01$ Н ($\beta_1 = \beta_2 = 45°$), распределенной силовой нагрузкой $P = 10^8$ Па и тепловым потоком $Q = 10^8$ Вт/м^2 (рис. 1, *б*). При этом с поверхностей керамической пластины, свободных от теплового потока, обеспечивали теплоотвод в окружающую среду.

Для количественной оценки температур и напряжений в режущих пластинах использовали КТ — фиксированные узлы или конечные элементы конструкции. В качестве базовых точек использовали четыре КТ (см. рис. 1 и табл. 3). Зависимости на рисунках, относящиеся к определенным КТ, имеют в обозначениях соответствующие индексы (например, для КТ1 — T^1 и σ_i^1).

В табл. 4 данные для тугоплавких соединений расположены в порядке увеличения температуры в режущей пластине под действием теплового потока $Q = 1{,}1 \cdot 10^8$ Вт/м^2. Анализ показал значительное влияние свойств тугоплавких соединений на тепловое состояние режущей пластины. Наименьшие температуры зафиксированы в пластине из оксида бериллия, наибольшие — в пластине из нитрида бора. Температуры в идентичных КТ данных пластин отличаются в 8 раз. Температуры в КТ пластин из Al_2O_3 в 1,13÷1,28 раза превышают температуры в режущей пластине из Si_3N_4. Разные значения отношений температур (T^1/T^2, T^1/T^3 и T^1/T^4) для

Таблица 3

КТ	Расположение КТ в режущей пластине	Перемещение — узел	Конечный элемент — температура и напряжения
1	Лезвие	4	166
2	Центральная часть	124	403
3	Задняя поверхность	222	570
4	Передняя поверхность	240	603

Таблица 4

Соединение	Температура в КТ1÷4, °С				T^1/T^2	T^1/T^3	T^1/T^4
	T^1	T^2	T^3	T^4			
BeO	216	148	74	133	1,46	2,93	1,62
TiB_2	328	247	134	228	1,33	2,45	1,43
TiN	433	330	179	308	1,31	2,42	1,41
WC	515	394	211	370	1,31	2,44	1,39
Mo_2C	554	418	220	392	1,33	2,53	1,41
TiC	699	527	271	499	1,33	2,58	1,43
SiC	759	498	221	464	1,52	3,43	1,64
TaC	911	663	317	631	1,37	2,87	1,44
Si_3N_4	1017	672	289	638	1,51	3,52	1,59
MgO	1040	586	224	558	1,77	4,64	1,86
Al_2O_3	1332	829	329	801	1,61	4,05	1,66
AlN	1445	988	409	957	1,46	3,53	1,51
BN	1696	1220	508	1195	1,39	3,34	1,42

Таблица 5

Соединение	Интенсивность σ_i напряжений в КТ при							
	$P = 3{,}5 \cdot 10^8$ Па, $Q = 0$				$P = 3{,}5 \cdot 10^8$ Па, $Q = 1{,}1 \cdot 10^8$ Вт/м^2			
	КТ1	КТ2	КТ3	КТ4	КТ1	КТ2	КТ3	КТ4
AlN	571	366	367	1009	878	156	858	978
BN	646	365	410	1079	1158	437	787	1293
Si_3N_4	556	367	365	992	606	256	410	1551
TiB_2	615	365	393	1047	655	294	402	1588
Al_2O_3	580	367	378	1020	405	172	1229	1638
SiC	600	366	383	1038	575	229	614	1705
WC	635	365	405	1071	686	259	619	1774
TiN	593	367	387	1034	641	274	692	1839
TiC	602	366	389	1043	614	232	1018	2040
TaC	612	366	395	1052	603	199	1240	2063
MgO	564	366	361	1001	458	169	1232	2149
Mo_2C	613	366	393	1052	671	243	1028	2187
BeO	565	367	367	1003	575	318	278	1341
Y_2O_3	539	366	349	970	475	1052	683	2138

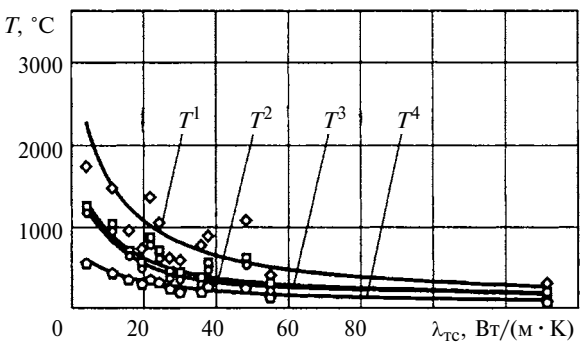


Рис. 2. Влияние коэффициента теплопроводности $\lambda_{тс}$ тугоплавких соединений на температуру *T* в режущей пластине (для КТ2 и КТ3 совпадают)

разных керамических пластин указывают на то, что свойства тугоплавких соединений значительно влияют на их температурное поле и градиенты.

На рис. 2 приведены зависимости изменения *T* от $\lambda_{тс}$ для разных КТ режущей пластины, анализ которых показал, что влияние теплопроводности $\lambda_{тс}$ тугоплавких соединений на температуру *T* можно описать функциями: $T^1 = 12483\lambda_{тс}^{-0,815}$; $T^2 = 7789{,}5\lambda_{тс}^{-0,786}$; $T^3 = 1892\lambda_{тс}^{-0,6}$; $T^4 = 8463{,}2\lambda_{тс}^{-0,83}$ (для КТ соответственно 1÷4).

Результаты расчетов интенсивности σ_i напряжений, выполненные для двух вариантов нагружения режущей пластины приведены в табл. 5. В первом случае режущую пластину нагружали только распределенной силовой нагрузкой $P = 3{,}5 \cdot 10^8$ Па, во втором — распределенной силовой нагрузкой $P = 3{,}5 \cdot 10^8$ Па и тепловым потоком $Q = 1{,}1 \cdot 10^8$ Вт/м^2 (для Y_2O_3 имеем $Q = 5{,}5 \cdot 10^7$ Вт/м^2). В табл. 5 тугоплавкие соединения расположены в порядке увеличения интенсивности напряжений в КТ4 под действием смешанной нагрузки. Результаты расчетов для Y_2O_3, полученные при $Q = 5{,}5 \cdot 10^7$ Вт/м^2, приведены для сравнения.

Проанализируем результаты расчетов, приведенные в табл. 5. Установлено, что тугоплавкие соединения оказывают заметное влияние на показатель σ_i, которое проявляется как при действии только распределенной силовой нагрузки, так и при смешанном нагружении. Установлено неоднозначное влияние тугоплавких соединений на напряженное состояние режущих пластин, причем попытка расположить тугоплавкие соединения в таблице по интенсивности σ_i напряжений показала отсутствие корреляции между напряженными состояниями режущей пластины, обусловленное распределенной силовой и смешанной нагрузками. Поэтому эти данные позволили только качественно сравнить разные тугоплавкие соединения по

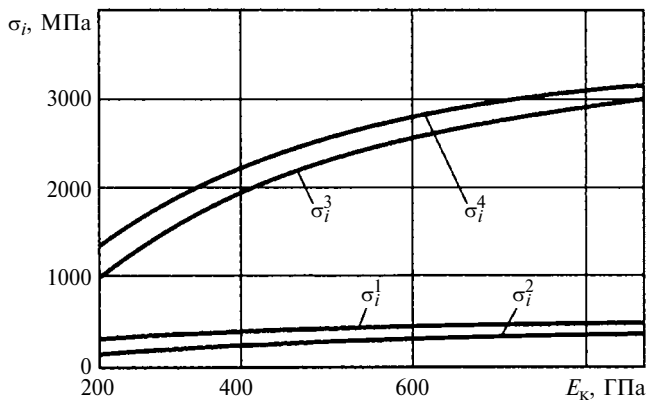


Рис. 3. Влияние модуля упругости *E* керамики на интенсивности σ_i напряжения в режущей пластине из Al_2O_3 (F_1 = = F_2 = 0,01 Н; $\beta_1 = \beta_2 = 45°$; $P = 10^8$ Па; $Q = 10^8$ Вт/м^2; $h = 10^8$ Вт/(м^2 · градус); ОМ — СЧ32)

степени их влияния на напряженное состояние режущей пластины.

Распределенная силовая нагрузка $P = 3{,}5 \cdot 10^8$ Па формирует в режущих пластинах из разных тугоплавких соединений напряжения, интенсивность которых изменяется в достаточно узких диапазонах. Так, нижняя и верхняя границы для КТ1 — 556 МПа (Si_3N_4) и 646 МПа (BN); для КТ3 — 361 МПа (MgO) и 410 МПа (BN); для КТ4 — 992 МПа (Si_3N_4) и 1079 МПа (BN). Свойства тугоплавких соединений не оказывают практического влияния на интенсивность σ_i напряжений в КТ2 режущей пластины. Важно, что в режущей пластине из Si_3N_4 возникают наименьшие напряжения под действием распределенной силовой нагрузки. Это указывает на то, что нитридная керамика более эффективно воспринимает высокие силовые нагрузки по сравнению с оксидной керамикой. В режущей пластине из нитрида бора формируются наибольшие напряжения.

Под действием смешанной нагрузки диапазон интенсивности σ_i напряжений значительно шире. Так, нижняя и верхняя границы диапазона для КТ1 — 405 МПа (Al_2O_3) и 1158 МПа (BN); для КТ2 — 156 МПа (AlN) и 437 МПа (BN); для КТ3 — 410 МПа (Si_3N_4) и 1240 МПа (TaC); для КТ4 — 978 МПа (AlN) и 2149 МПа (MgO). Оксид иттрия (Y_2O_3) формирует в режущей пластине крайне высокие напряжения. Показатель σ_i в данных режущих пластинах соответствует верхней границе диапазона при условии, что они сформированы тепловым потоком, мощность которого в 2 раза меньше, чем в других случаях.

Для количественной оценки влияния свойств тугоплавких соединений на тепловое и напряженное состояния керамической пластины проанализируем результаты второго этапа исследования (базовые материалы — керамика из Al_2O_3 и серый чугун СЧ32).

Исследование влияния плотности керамики на тепловое и напряженное состояния режущей пластины выполнено в диапазоне $\rho_К = 2 \div 16$ кг/м^3. Эксперименты показали, что плотность керамики не влияет на тепловое и напряженное состояния режущей пластины.

Влияние модуля упругости керамики на напряженное состояние пластин исследовали в диапазоне $E_К = 150 \div 900$ ГПа. Установлено, что модуль упругости керамики значительно влияет на напряженное состояние режущей пластины. С увеличением $E_К$ повышается интенсивность σ_i напряжений во всех КТ режущей пластины. Влияние $E_К$ на интенсивность σ_i в режущей пластине определяется расположением КТ (рис. 3). Наибольшее повышение σ_i зафиксировано при увеличении модуля упругости от 150 до 900 ГПа в КТ3 и КТ4, наименьшие — в КТ1 и КТ2. Наибольшее изменение σ_i зафиксировано в КТ3. Здесь при увеличении модуля упругости от 150 до 900 ГПа значения повысились в 3 раза.

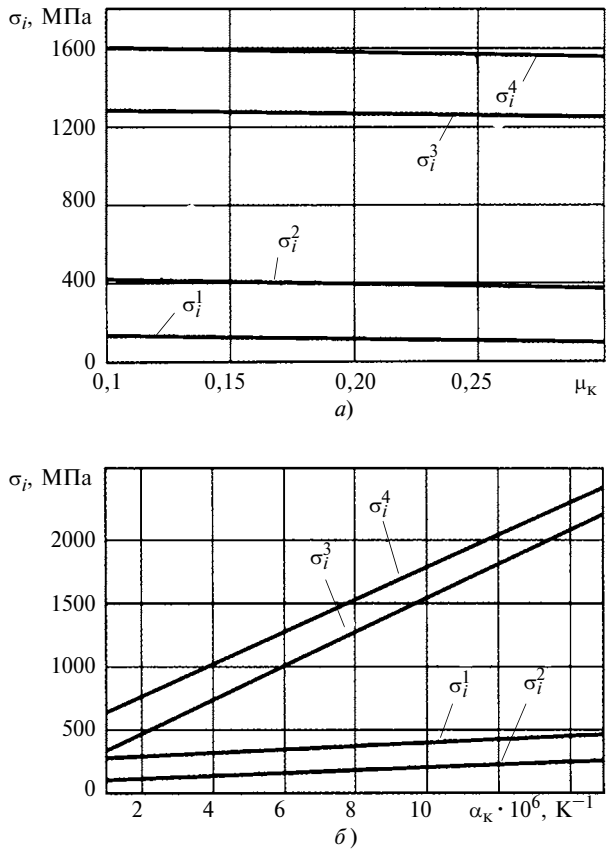


Рис. 4. Влияние коэффициента Пуассона $\mu_К$ (*а*) и температурного коэффициента $\alpha_К$ линейного расширения (*б*) керамики на напряжения в режущей пластине из Al_2O_3 (F_1 = = F_2 = 0,01 Н; $\beta_1 = \beta_2 = 45°$; $P = 10^8$ Па; $Q = 10^8$ Вт/м^2; $h = 10^8$ Вт/(м^2 · К); ОМ — СЧ32)

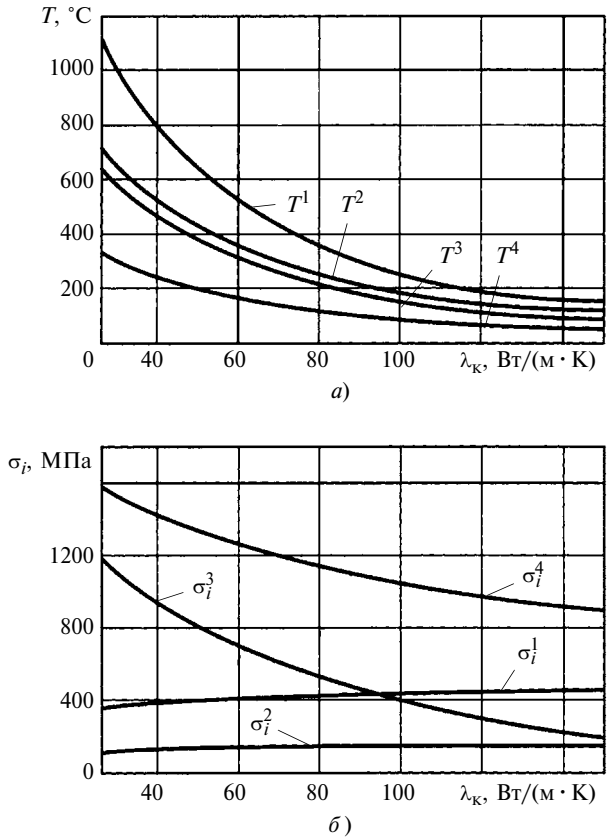


Рис. 5. Влияние коэффициента $\lambda_к$ теплопроводности керамики на температуру T (*а*) и интенсивность σ_i напряжений (*б*) в режущей пластине из Al_2O_3 ($F_1 = F_2 = 0{,}01$ Н; $\beta_1 = \beta_2 = 45°$; $P = 10^8$ Па; $Q = 10^8$ Вт/м^2; $h = 10^8$ Вт/(м^2 · К); ОМ — СЧ32)

Влияние коэффициента Пуассона керамики на напряженное состояние режущей пластины исследовали в диапазоне $\mu_к = 0{,}1 \div 0{,}3$. Установлено, что увеличение $\mu_к$ уменьшает σ_i во всех КТ режущей пластины (рис. 4, *а*).

Влияние температурного коэффициента линейного расширения керамики на тепловое и напряженное состояния режущей пластины исследовали при $\alpha_к = 1 \div 15 \cdot 10^6$ К$^{-1}$. Установлено, что с увеличением $\alpha_к$ показатель σ_i повышается во всех КТ (рис. 4, *б*).

Установлено, что влияние температурного коэффициента линейного расширения керамики на σ_i определяется расположением КТ. При увеличении $\alpha_к$ от $1 \cdot 10^6$ до $15 \cdot 10^6$ К$^{-1}$ наибольшее изменение напряжений зафиксировано в КТ3 и КТ4, наименьшее — в КТ1 и КТ2.

Особое внимание уделили исследованию влияния коэффициента $\lambda_к$ теплопроводности керамики на тепловое и напряженное состояния режущих пластин. При изменении $\lambda_к$ от 6 до 150 Вт/(м · К) установлено, что с увеличением коэффициента теплопроводности керамики температура во всех КТ режущей пластины уменьшается (рис. 5, *а*). При увеличении $\lambda_к$ от 8,6 до 150 Вт/(м · К) температура в КТ режущей пластины уменьшается в 5÷7 раз.

Влияние коэффициента теплопроводности на интенсивность σ_i в режущей пластине неоднозначно. Увеличение $\lambda_к$ от 8,6 до 150 Вт/(м · К) повышает σ_i в КТ1 и КТ2 на 7 и 39 % соответственно, а в КТ3 и КТ4 снижает σ_i соответственно в 6 и 2 раза (рис. 5, *б*).

Исследование влияния коэффициента удельной теплоемкости на напряженное состояние режущей пластины выполняли в диапазоне $C_{Pк} = 0{,}3 \div 1{,}4$ кДж/(кг · К). Результаты показали, что коэффициент удельной теплоемкости керамики не влияет на напряженное состояние режущей пластины в условиях стационарного режима.

Приведенные исследования позволили сформулировать следующее: целенаправленное изменение свойств инструментальной керамики позволяет управлять их НДС и эксплуатационными показателями.

Таким образом, наибольшее влияние на температуру в режущей пластине оказывает коэффициент $\lambda_к$ теплопроводности. Остальные показатели не оказывают заметного влияния в условиях установившейся теплопроводности. На интенсивность напряжений в пластине значительно влияют модуль упругости $E_к$ и температурный коэффициент $\alpha_к$ линейного расширения. Коэффициент Пуассона $\mu_к$ практически не влияет на напряженное состояние пластины.

Полученные зависимости можно использовать при разработке требований к свойствам керамических режущих пластин.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Григорьев С. Н., Кузин В. В.** Перспективы применения инструментов с керамическими режущими пластинами в современной металлообработке // Стекло и керамика. 2011. № 8. С. 17—22.

2. **Режущие** инструменты, оснащенные сверхтвердыми и керамическими материалами и их применение: Справочник / В. П. Жедь, Г. В. Боровский, Я. А. Музыкант и др. М.: Машиностроение, 1987. 320 с.

3. **Кузин В. В.** Методологический подход к повышению работоспособности керамических инструментов // Вестник машиностроения. 2006. № 9. С. 87, 88.

4. **Григорьев С. Н., Мяченков В. И., Кузин В. В.** Автоматизированная система термопрочностных расчетов керамических режущих пластин // Вестник машиностроения. 2011. № 11. С. 26—31.

Цикл статей "Новый метод решения сложных вариационных задач обработки давлением"

УДК 621.73

А. Л. ВОРОНЦОВ, д-р техн. наук (МГТУ им. Н. Э. Баумана),
e-mail: mt13@bmstu.ru

Исследование увеличения высоты заготовки при прошивке*

Выполнен теоретический анализ стадии прошивки, на которой высота заготовки увеличивается. Получены формулы для расчета размеров и формы заготовки, соответствующих данной стадии.

Ключевые слова: вариационная задача, формоизменение, ковка, прошивка, выдавливание.

A theoretical analysis of the broaching stage, on which the workpiece height is increased, has been performed. The formulae for calculation of the size and shape of the workpiece, corresponding to a given stage, have been obtained.

Keywords: variational problem, forming, forging, broaching, extrusion.

В статье используются обозначения, принятые в данном цикле статей [1—3], и относительные геометрические и силовые параметры, отнесенные соответственно к радиусу пуансона $r = 1$ и среднему напряжению текучести.

При прошивке после стадии с уменьшением высоты заготовки при определенных условиях может начаться стадия прошивки с увеличением высоты. Для ее анализа используем кинематически возможную схему (рис. 1). Очаг пластической деформации представим в виде областей **1** и **2**, в которых происходит обратное выдавливание, области **3** и **4** — жесткие. По данной схеме очаг пластической деформации не выходит на боковую поверхность заготовки, а локализуется в области, ограниченной радиусом r_x. Следовательно, напряженное состояние не зависит от наружного радиуса заготовки.

В соответствии с расчетной схемой металл, перемещающийся вверх из области **1**, начинает поднимать жесткую область **4**, преодолевая силу, вызванную предельными касательными напряжениями, действующими на вертикальной поверхности разрыва между областью **4** и областями **1** и **3**. Радиальная координата r_x поверхности разрыва подлежит определению в ходе решения.

Для расчета удельной силы прошивки по данной схеме используем формулу (11.84) из работы [4], полученную с наименьшим числом допущений, в которую подставим $R = r_x$ и $\mu_1 = -0{,}5$

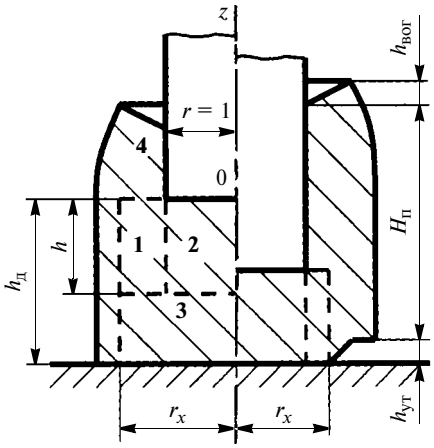


Рис. 1. Расчетная схема прошивки с увеличением высоты заготовки

(знак "—" обусловлен тем, что поднятие жесткой области **4** приведет к образованию активных сил трения на вертикальной границе с областью **1**). Получим выражение для удельной силы на стадии роста высоты:

$$q_р = \beta\left[1{,}17 + 0{,}55\ln(r_x^2 + 1) + \frac{1 - r_x}{2(r_x^2 - 1)}h + \frac{1}{4h}\right] + q_{тр}. \quad (1)$$

На верхней границе области **1** действует удельная сила $q_{тр}$, обусловленная тем, что при поднятии области **4** требуется преодолеть силу трения на поверхностях разрыва с областями **1** и **3**. Так как в верхней точке вертикальной границы между областями **1** и **4** разрыв скоростей равен нулю и линейно увеличивается к ее низу, то при вычислении силы трения на этой границе в соответствии с выводом работы [2] следует принимать $\tau = \beta/4$. Поскольку на границе между областями **3** и **4** разрыв скоростей постоянен, то принимаем $\tau = \beta/2$. Тогда

$$q_{тр} = \frac{2\pi r_x\left[\frac{\beta}{4}h + \frac{\beta}{2}(h_д - h)\right]}{\pi(r_x^2 - 1)} = \frac{\beta r_x(2h_д - h)}{2(r_x^2 - 1)}. \quad (2)$$

Подставив $\beta = 1{,}1$ и равенство (2) в формулу (1), получим:

$$q_р = 1{,}1\left[1{,}17 + 0{,}55\ln(r_x^2 + 1) + \frac{h + 2r_x(h_д - h)}{2(r_x^2 - 1)} + \frac{1}{4h}\right]. \quad (3)$$

Поскольку деформация, представленная на рис. 1, является

* Продолжение цикла. Начало — см. "Вестник машиностроения" № 1—3 за 2012 г., продолжение — № 5 за 2012 г.

продолжением деформации, соответствующей схеме на рис. 1 в работе [3], то принимаем, что высота очага пластической деформации определяется равенством (17) из работы [3]. Тогда формула (3) примет вид:

$$q_{\text{р}} = 1{,}1\left[1{,}53 + 0{,}55\ln(r_x^2 + 1) + \right.$$
$$\left. + \frac{0{,}35 + r_x(h_{\text{д}} - 0{,}7)}{r_x^2 - 1}\right]. \qquad (4)$$

Радиус r_x находим из условия минимума

$$\partial q_{\text{р}}/\partial r_x = 0, \qquad (5)$$

численное решение которого с достаточной точностью можно представить как:

$$r_x = 1{,}06 + 0{,}72h_{\text{д}}. \qquad (6)$$

Когда нижняя граница областей **1** и **2** коснется опорной плиты (см. рис. 1, справа от оси симметрии), в формулу (3) следует подставить $h = h_{\text{д}}$. С учетом этого удельная сила стесненной прошивки с ростом высоты определяется выражением

$$q_{\text{р}} = 1{,}1\left[1{,}2 + 0{,}55\ln(r_x^2 + 1) + \right.$$
$$\left. + \frac{h_{\text{д}}}{2(r_x^2 - 1)} + \frac{1}{4h_{\text{д}}}\right]. \qquad (7)$$

Результат численной минимизации данного выражения имеет вид:

$$r_x = 1 + 0{,}81h_{\text{д}}. \qquad (8)$$

Из выражения (7) видно, что существует значение $h_{\text{д min}}$, при котором удельная сила $q_{\text{р}}$ имеет минимальное значение. График изменения этой силы по ходу прошивки, построенный по формулам (4), (6)÷(8), показан на рис. 2. Согласно расчетам $h_{\text{д min}} = 0{,}7$.

Если в ходе прошивки с уменьшением высоты заготовки сила $q_{\text{п}}$ [3, формула (18)] при определенной толщине $h_{\text{дн}}$ дна сравняется с силой $q_{\text{р}}$, определяемой выражением (4), то при продолжении рабочего хода будет происходить прошивка с увеличением высоты заготовки (см. рис. 2). Из

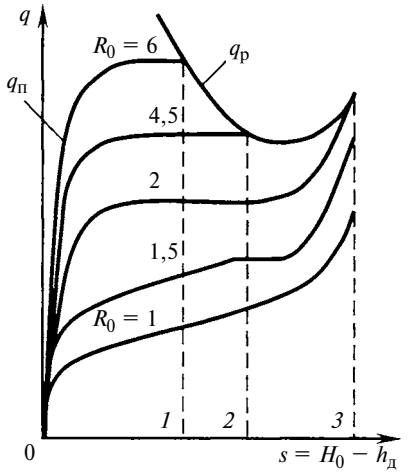


Рис. 2. Изменение удельной силы *q* при прошивке

формул (4), (6)÷(8) видно, что удельная сила $q_{\text{р}}$ не зависит от наружного радиуса R_0 заготовки, т. е. эти формулы дают математическое описание закономерности, рассмотренной в п. 21 работы [1, с. 75]. С учетом формулы (18) из работы [3] также следует, что чем больше радиус R_0, тем раньше будет достигнуто равенство

$$q_{\text{п}} = q_{\text{р}} \qquad (9)$$

и тем раньше начнется стадия с увеличением высоты и падением удельной силы, интенсивность которого растет с увеличением R_0 (см. рис. 2, кривые при $R_0 = 4{,}5$ и 6). Таким образом, получено математическое описание закономерностей, рассмотренных в пп. 12, 18 и 19 в работе [1, с. 74, 75].

При относительном радиусе заготовки $R_0 < 4{,}5$ равенство (9) может быть достигнуто на стадии стесненной прошивки и будет определяться по формуле (16) из работы [3] и формуле (7). На рис. 2 этот случай соответствует $R_0 = 2$.

При еще меньшем радиусе R_0 равенство (9) при заданном рабочем ходе (до точки *3* на рис. 2) вообще не будет достигнуто. Это и объясняет закономерность, рассмотренная в п. 22 в работе [1, с. 75].

Так как равенство (9) представляет собой трансцендентное уравнение, то приведем высокоточный результат его численного решения, полученный с учетом как формулы (18) из работы [3] и формулы (4), так и формулы (16) из работы [3] и формулы (7). Согласно этому решению толщина дна, при которой начнется стадия прошивки с увеличением высоты заготовки, определяется формулой

$$h_{\text{д.н}} = 0{,}45R - 0{,}25, \qquad (10)$$

которая дает математическое описание закономерностей, рассмотренных в пп. 10 и 12 в работе [1, с. 74]. Выражение (10) действительно при $R_0 > 2{,}12$. Если в момент окончания прошивки при $h_{\text{д}} < 0{,}7$ заготовка имеет радиус $R \leqslant 2{,}12$, то стадия с увеличением высоты заготовки не начнется. Расчеты показывают, что если при $h_{\text{д}} = 0{,}7$ заготовка имеет радиус $R = 2{,}12$, то при дальнейшем рабочем ходе стадия прошивки с увеличением высоты заготовки может начаться, но при толщинах дна, меньших реально достижимых. Поэтому практически можно считать, что если при $h_{\text{д}} = 0{,}7$ заготовка имеет радиус $R = 2{,}12$, то при дальнейшем рабочем ходе стадия прошивки с увеличением высоты заготовки начаться не может.

Из выражений (6) и (8) следует, что радиус области **1** (см. рис. 1) в момент начала стадии прошивки с увеличением высоты при $h_{\text{д.н}} \geqslant 0{,}7$ определяется выражением

$$r_{x\text{н}} = 1{,}06 + 0{,}72h_{\text{д.н}}, \qquad (11)$$

а при $h_{\text{д.н}} < 0{,}7$ — выражением

$$r_{x\text{н}} = 1 + 0{,}81h_{\text{д.н}}. \qquad (12)$$

Выражения (6) и (8) показывают, что радиус r_x по ходу деформации (т. е. при уменьшении толщины $h_{\text{д}}$ дна) будет уменьшаться. Поскольку этот радиус определяет зазор истечения из области **1**, то скорость поднятия области **4** при уменьшении толщины дна будет увеличиваться. Примем, что зазор истечения определяется средним радиусом r_x за время деформации на стадии с увеличением высоты заготовки:

$$r_{x\text{ср}} = \frac{r_{x\text{н}} + r_{x\text{к}}}{2}, \qquad (13)$$

где $r_{x\text{к}}$ — радиус в момент окончания прошивки, определяемый по формуле (6) или формуле (8) при $h_{\text{д}} = h_{\text{д.к}}$.

Так как отход нижнего торца заготовки от опорной плиты фактически представляет собой утяжину (подробнее см. раздел 5.3 монографии [5]), то обозначим полную величину этого отхода $h_{\text{ут}}$. Тогда из условия постоянства расхода металла получим:

$$\pi(h_{\text{д.н}} - h_{\text{д.к}}) = \pi(r_{x\text{ср}}^2 - 1)h_{\text{ут}},$$

откуда

$$h_{\text{ут}} = \frac{h_{\text{д.н}} - h_{\text{д.к}}}{r_{x\text{ср}}^2 - 1}. \qquad (14)$$

Окончательная высота заготовки определяется по формуле

$$H = H_{\text{п}} + h_{\text{вог}} + h_{\text{ут}}, \qquad (15)$$

где $H_{\text{п}}$ — высота заготовки в момент окончания стадии прошивки с уменьшением высоты.

При наличии стадии осадки в формуле (15) следует принимать $h_{\text{вог}} = 0$.

Согласно формуле (10) при увеличении R высота $h_{\text{д.н}}$ также увеличивается. С учетом этого из формулы (14) следует, что при одном и том же значении $h_{\text{д.к}}$ высота утяжины с увеличением R будет увеличиваться. Таким образом, получено математическое описание закономерности, рассмотренной в п. 8 в работе [1, с. 74].

Согласно выражениям (10)÷(12) с уменьшением R величина $r_{x\text{н}}$ также будет уменьшаться и в соответствии с выражением (13) будет уменьшаться $r_{x\text{ср}}$, что согласно формуле (14) вызовет увеличение высоты H заготовки. Следовательно, получено математическое описание закономерности, рассмотренной в п. 13 в работе [1, с. 74].

Выполним расчет при $R = 1{,}25$. По формуле (10) получим $h_{\text{д.н}} = 0{,}313$. Так как $h_{\text{дн}} < 0{,}7$, то по выражению (12) найдем: $r_{x\text{н}} = 1{,}25$. Таким образом, у заготовки с малым радиусом R утяжина начнет образовываться с наружной поверхности и будет иметь вид поднятия ($h_{\text{под}}$), показанного на рис. 3, *а*.

При $R = 4$ из формулы (10) получим $h_{\text{д.н}} = 1{,}55$. Так как $h_{\text{д.н}} > 0{,}7$, то по выражению (11) найдем: $r_{x\text{н}} = 2{,}18$. Таким образом, у заготовки с большим радиусом утяжина начнет образовываться далеко от наружной поверхности и будет иметь вид выступа ($h_{\text{выс}}$), показанного на рис. 3, *б*.

Для заготовки со средним значением R или с малой толщиной дна [1, с. 74, рис. 2, *е*] возможен промежуточный случай — имеет место поднятие и выраженный выступ (рис. 3, *в*). С учетом этого для построения донной части прошитой заготовки примем, что радиус, разделяющий зоны образования поднятия и выступа

$$r_{\text{п}} = \frac{R_0 + 1}{2}. \qquad (16)$$

Если $r_{\text{п}} < 1{,}564$ (получено при подстановке в формулу (6) $h_{\text{д}} = h = 0{,}7$), то следует принимать $r_{\text{п}} = 1{,}564$.

Если $r_{x\text{к}} \geqslant r_{\text{п}}$, то форму дна поковки строим в соответствии с рис. 3, *а*, где

$$h_{\text{под}} = h_{\text{ут}}. \qquad (17)$$

Если $r_{x\text{н}} > r_{\text{п}}$, а $r_{x\text{к}} < r_{\text{п}}$, то форму дна поковки строим в соответствии с рис. 3, *в*. Сначала на основе формулы (6) определим толщину $h_{\text{п}}$ дна, при которой радиус r_x будет равен $r_{\text{п}}$:

$$h_{\text{п}} = \frac{r_{\text{п}} - 1{,}06}{0{,}72}. \qquad (18)$$

Затем находим

$$r_{\text{п.ср}} = \frac{r_{x\text{н}} + r_{\text{п}}}{2}. \qquad (19)$$

После этого вычисляем

$$h_{\text{под}} = \frac{h_{\text{д.н}} - h_{\text{п}}}{r_{\text{п.ср}}^2 - 1}; \qquad (20)$$

и

$$h_{\text{выс}} = h_{\text{ут}} - h_{\text{под}}. \qquad (21)$$

Если $r_{x\text{н}} \leqslant r_{\text{п}}$, то форму дна поковки строим в соответствии с рис. 3, *б*, где

$$h_{\text{выс}} = h_{\text{ут}}. \qquad (22)$$

Выражения (16)÷(22) представляют собой математическое описание закономерностей, рассмотренных в пп. 5÷7 в работе [1, с. 74].

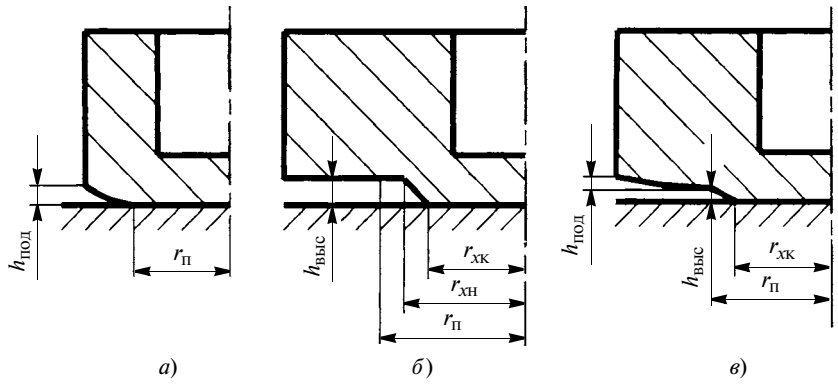


Рис. 3. Форма и параметры донной части прошитой заготовки

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Воронцов А. Л.** Новый метод решения сложных вариационных задач на примере исследования деформации заготовки при прошивке // Вестник машиностроения. 2012. № 1. С. 73—77.
2. **Воронцов А. Л.** Исследование образования вогнутости верхнего торца заготовки при прошивке // Вестник машиностроения. 2012. № 2. С. 61—64.
3. **Воронцов А. Л.** Исследование уменьшения высоты заготовки при прошивке // Вестник машиностроения. 2012. № 3. С. 67—71.
4. **Воронцов А. Л.** Технологические задачи теории пластичности. Т. 2. М.: Машиностроение, 2006. 397 с.
5. **Воронцов А. Л.** Теория малоотходной штамповки. М.: Машиностроение, 2005. 859 с.

ОРГАНИЗАЦИЯ И ЭКОНОМИКА ПРОИЗВОДСТВА

УДК 658

М. Н. ЗАХАРОВ, д-р техн. наук, В. А. ТРЕТЬЯКОВА (МГТУ им. Н. Э. Баумана), e-mail: vtret@yandex.ru

Виды организационных структур и их использование на промышленных предприятиях

Рассматриваются классические организационные структуры предприятий, их преимущества и недостатки, а также возможности применения в современных условиях.

Ключевые слова: предприятие, организационная структура, преимущества, недостатки.

The paper considers the classic organizational structures of enterprises, their advantages and drawbacks, and also applicability to current conditions.

Keywords: enterprise, organizational structure, benefits, drawbacks.

Правильный выбор организационной структуры предприятия является одним из ключевых факторов его успешной деятельности. В современных условиях необходимо учитывать все изменения рыночной среды. Гибкая организационная структура обеспечивает стабильность функционирования предприятия даже при значительных изменениях на рынке. Создание эффективной организационной структуры — первоочередная задача руководства предприятия.

Организационная структура предприятия характеризуется составом подразделений, их соподчиненностью, взаимодействием, распределением функций, системой управления и системой информационного обеспечения.

Нередко для улучшения координации подразделений и повышения конкурентоспособности предприятия следует изменить ее организационную структуру для того, чтобы внедрить новую стратегию, приспособиться к происходящим изменениям на рынке, освоить новую технологию или производство новой продукции. Одни предприятия имеют сетевую организационную структуру, ограничивая свою деятельность несколькими видами, а остальные функции передают специалистам других предприятий. Есть предприятия, которые создаются лишь на некоторое время для реализации конкретного проекта.

Понятие "организация" подразумевает создание и упорядочивание. При этом размещение и использование организационных ресурсов осуществляется таким образом, чтобы достичь стратегических целей, стоящих перед предприятием. Это выражается в разделении производственных функций по подразделениям, отделам, по видам деятельности, а также в формировании структуры управления и координационных механизмов.

Организационная структура — инструмент менеджмента, используемый для управления ресурсами предприятия в процессе выполнения поставленных задач. Основные отличия структур — принцип объединения в отделы и их соподчиненность. Существует пять основных организационных структур [1].

1. ***Вертикальная функциональная организационная структура*** — сотрудники объединены в подразделения в соответствии с видами их деятельности и квалификации (рис. 1). Сотрудники и средства производства составляют общий ресурс отдела. Вертикальная функциональная организационная структура характерна для небольших предприятий с малочисленными производственными связями. Сотрудники в основном взаимодействуют с коллегами своего отдела: решения вышестоящих органов исполняются в рамках подразделения. Профессиональный уровень работников одного отдела, как правило, одинаков. Деятельность каждого сотрудника определяется строгими правилами и процедурами.

Преимущества: эффективное использование ресурсов, глубокая специализация, карьерный рост сотрудника происходит в его отделе, управление и контроль осуществляются высшим руководством, высокий технический уровень.

Недостатки: слабые взаимосвязи между функциональными отделами, замедленная реакция на внешние изменения, решения спускаются только вертикально сверху, нет конкретных исполнителей по устранению внезапно возникших проблем, организационные задачи перед сотрудниками отделов не ставятся, общий обучающий процесс затруднен.

2. ***Дивизиональная организационная структура*** (или *товарная, программная, автономных бизнес-единиц*) — отделы группируются в самодостаточные подразделения по общности выпускаемых товаров (рис. 2) или географическому признаку (рис. 3). При этом базисом является не столько сходство, сколько разнообразие навыков. Основной критерий объединения — продукция. Дивизиональная структура характерна для крупных предприятий, которые состоят из подразделений, решающих разные задачи (отличаются выпускаемой продукцией, клиентами, спецификой рынка). Данная структура широко используется на промышленных предприятиях.

Каждое подразделение имеет свои функциональные отделы и является автономной организационной единицей. Деятельность сотрудников подразделения сконцен-

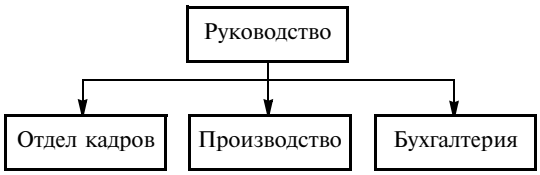


Рис. 1. Вертикальная функциональная структура

Рис. 2. Дивизиональная структура по выпускаемой продукции

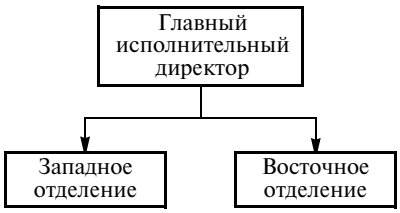


Рис. 3. Дивизиональная структура по географическому признаку

трирована на одной товарной линии, т. е. имеет место дублирование функциональных отделов.

Многие решения принимаются на уровне руководства подразделения, т. е. происходит децентрализация. При географическом принципе формирования подразделений производства или адаптация товара (услуг) к условиям конкретного региона обеспечивают конкурентное преимущество.

Преимущества: высокая гибкость, быстрый отклик на внешние изменения, повышенное внимание к требованиям потребителей, высокая степень координации функциональных подразделений, четкое распределение ответственности в рамках подразделения, основной акцент на выпускаемый товар, совершенствование деятельности по общему руководству.

Недостатки: дублирование ресурсов в подразделениях, относительно низкий технический уровень и уровень специализации, слабая координация взаимодействий между подразделениями, ограниченный контроль со стороны высшего руководства, конкуренция между подразделениями в распределении корпоративных ресурсов.

3. ***Матричная организационная структура*** совмещает в себе вертикальную функциональную и дивизиональную структуры [3], сотрудники подотчетны двум непосредственным начальникам (рис. 4). Главная особенность — две линии властных полномочий: функциональная направлена вертикально, дивизиональная — горизонтально. Обеспечивается традиционный контроль над функциональными отделами, горизонтальная структура осуществляет координацию их взаимодействий. Для современных крупных промышленных предприятий эффективнее глобальная матричная организационная структура (рис. 5).

Эффективность матричной структуры во многом определяется квалификацией менеджеров. Сотрудникам, подчиняющимся двум руководителям, приходится находить компромиссные решения при конфликтных требованиях со стороны руководителей.

Преимущества: эффективное использование ресурсов, высокая гибкость, адаптивность к внешним изменениям, высокий уровень руководства, кооперация смежных функций, рост квалификации в подразделениях, расширенные функциональные задачи для сотрудников.

Недостатки: сложности, вызванные двойной подчиненностью, возможность возникновения острых противоречий, увеличивается число организационных мероприятий (собраний и т. п.), потребность в коммуникабельных сотрудниках, есть вероятность силового давления со стороны одного руководителя.

4. ***Командная организационная структура*** используется в случае специфической задачи. Для координации основных отделов на предприятии создаются команды (рис. 6), в состав которых входят сотрудники всех подразделений (от руководства до младших исполнителей).

Командная структура является одним из наиболее распространенных подходов при разделении на отделы. Наиболее эффективная форма контроля — вертикальная управленческая цепочка, но она существенно замедляет процесс. Поэтому управленческие полномочия и ответственность частично спускаются на более низкий уровень по иерархической цепочке.

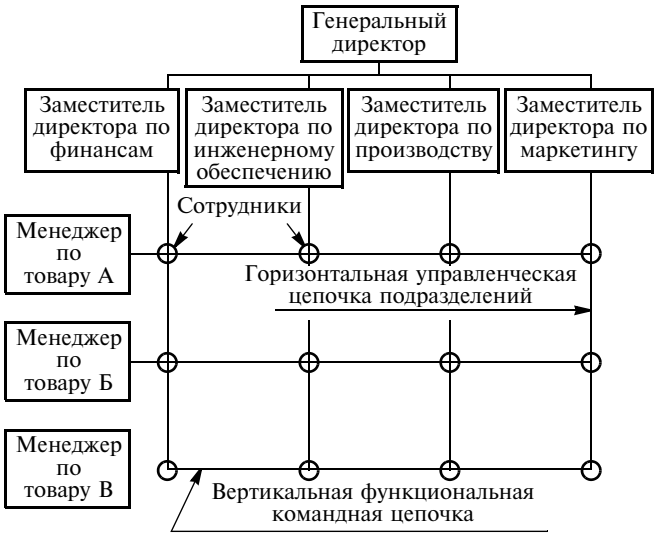


Рис. 4. Матричная структура

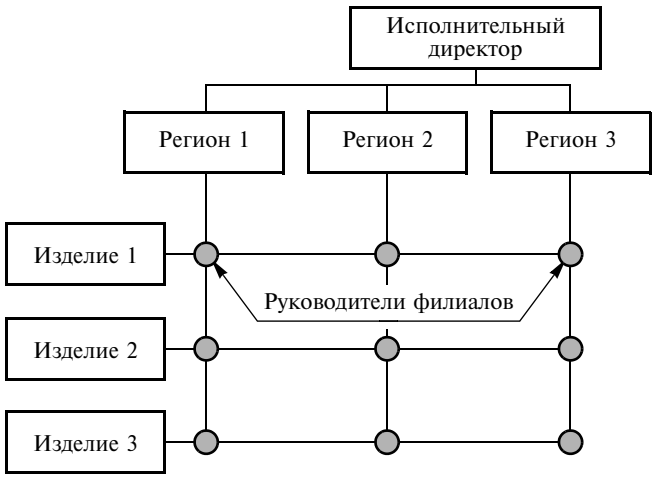


Рис. 5. Глобальная матричная структура

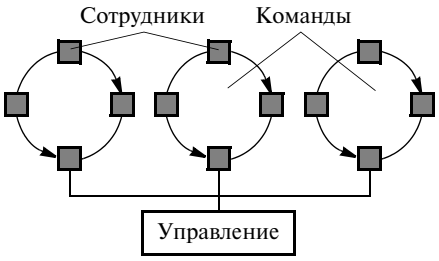


Рис. 6. Командная структура

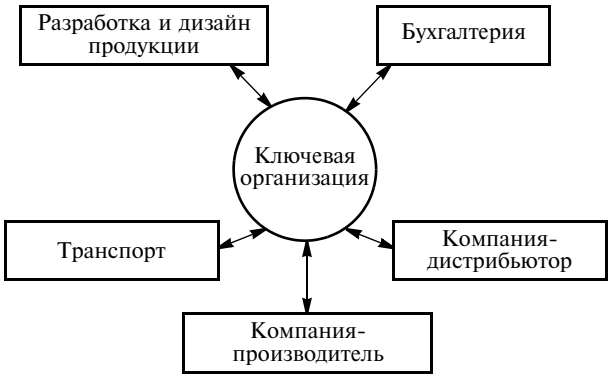


Рис. 7. Сетевая структура

Существуют два вида командного подхода: многофункциональный и постоянный. Первый объединяет сотрудников различных функциональных отделов для совместной работы над поставленной задачей. В каждой команде есть руководитель, но, как правило, члены команды сохраняют подотчетность своим функциональным отделам.

Постоянные команды или рабочие группы функционируют как формальные отделы, в которых представлены все функциональные подразделения. В этом случае внимание уделяется коммуникациям и обмену информацией по горизонтальным связям. Руководитель команды может назначаться поочередно из всех ее членов или его вовсе может не быть.

Командная структура предполагает, что вся организация состоит из команд. Они сами координируют свои действия и работают непосредственно с потребителем. Общее направление усилий задают основные цели предприятия.

Преимущества: есть возможность воспользоваться некоторыми преимуществами функциональной структуры, нет разногласий между отделами, быстрое реагирование на внешние изменения и мгновенное принятие решений, высокая степень заинтересованности сотрудников, здоровый климат в коллективе, сокращение администрации.

Недостатки: возникновение двойной лояльности, увеличение числа организационных мероприятий, снижение эффективности освоения ресурсов, завышенная степень децентрализации.

5. ***Сетевая организационная структура*** имеет объединяющий центральный узел, который с помощью телекоммуникационных технологий поддерживает связь с другими подразделениями, осуществляющими основные функции предприятия [2]. Отделы полностью независимы и оплачивают услуги центрального узла по контракту из прибыли. Данная структура предполагает развитие сотрудничества в горизонтальном направлении, выходя за рамки организации. Организация поручает многие свои функции независимым субконтрагентам, оставаясь небольшим головным органом, координирующим их деятельность (рис. 7). Бухгалтерский учет, проектирование, производство, дистрибуция и другие функции поручаются сторонним организациям. Между ними и центральным офисом устанавливаются электронные связи.

Головное предприятие фокусирует свои усилия на том, что она умеет лучше всего, а выполнение остальных функций поручает более компетентным фирмам в других областях. В результате предприятие добивается высоких результатов при сокращении необходимых ресурсов.

Подобной формой деятельности является модульный подход, когда предприятие приобретает у поставщиков не отдельные детали, а готовые узлы.

Преимущества: высокая конкурентоспособность, гибкость производственной деятельности, высокие квалификация и заинтересованность сотрудников, снижение расходов на администрацию.

Недостатки: отсутствие непосредственного контроля, возможность нежелательной утраты организационных составляющих, низкая лояльность сотрудников.

6. ***Виртуальная организационная структура*** используется для реализации конкретного проекта, когда необходимо задействовать лучших в этой области специалистов, что избавляет предприятие от необходимости приобретать высококвалифицированных сотрудников. Это расширенная модификация сетевого подхода. По достижении намеченных целей предприятие, как правило, самоликвидируется.

Виртуальное предприятие состоит из небольшого числа штатных сотрудников. Для выполнения проектов привлекаются специалисты со стороны, которые не становятся частью предприятия, а образуют самостоятельную временную группу. Обмен данными, как правило, осуществляется электронным способом. Современное программное обеспечение дает возможность одновременной работы над одним документом нескольким сотрудникам. При необходимости проводятся встречи.

Преимущества: привлечение высококвалифицированных специалистов разных стран, высочайшие гибкость и скорость реализации планов, снижение расходов.

Недостатки: ограничен контроль, отсутствие четких границ, дополнительные требования к менеджерам, коммуникативные трудности.

Редко конкретное предприятие может иметь организационную структуру, четко соответствующую одной из вышеперечисленных. Важно понимать, что разумное сочетание возможных организационных форм в сочетании с правильно выстроенными горизонтальными и вертикальными связями может способствовать повышению рентабельности и конкурентоспособности любого предприятия.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Дафт Р. Л.** Менеджмент: Пер. с англ. СПб.: Питер, 2007. 864 с.

2. **Miles R. E.** Adapting to Technology and Competition: A New Industrial Relation System for the Twenty-First Century. California: Management Review, 1989. P. 9—28.

3. **Bums L. R.** Matrix Management in Hospitals: Testing Theories of Matrix Structure and Development // Administrative Science Quarterly 34. 1989. P. 349—368.

4. **Канчавели А. Д., Колобов А. А., Омельченко И. Н.** Стратегическое управление организационно-экономической устойчивостью фирмы: Логистикоориентированное проектирование бизнеса. М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2001. 600 с.

УДК 519.65:519.67:621.83.053

А. Я. КРАСИЛЬНИКОВ, д-р техн. наук (УрФУ им. Б. Н. Ельцина, г. Екатеринбург),
К. Ю. МУРАВЬЕВ (ОАО "СвердНИИхиммаш", г. Екатеринбург), e-mail: krasilnikov1951@yandex.ru

Вычисление функции, обратной инволюте

Рассмотрены методы приближенного вычисления функции, обратной инволюте, приведен анализ их производительности.

Ключевые слова: инволюта, обратная функция, метод Ласкина, метод Ченга, число приближений, производительность.

The methods of approximate calculation of the function, inverse to the involute, are considered, and analysis of their efficiency is presented.

Keywords: involute, inverse function, the method of Laskin, the method of Cheng, the number of approximations, efficiency (performance).

Рассмотрим функцию инволюты:

$$\alpha = \mathrm{tg}\varphi - \varphi = \mathrm{inv}\varphi, \qquad (1)$$

где φ — угол развернутости.

Инволюта (рис. 1) применяется в расчетах различных зубчатых передач, имеющих эвольвентное зацепление, — цилиндрических, конических, червячных и пр. При расчете таких передач возникает необходимость вычисления функции, обратной инволюте, т. е. определение значения α при известном φ. Такие вычисления вызывают трудности, поскольку инволюта — трансцендентная функция (функции обратной ей не существует). Найти $\varphi(\alpha)$ при значениях α, вычисляемых по формуле (1), можно только приближенно.

Рассмотрим несколько известных методов вычисления функции.

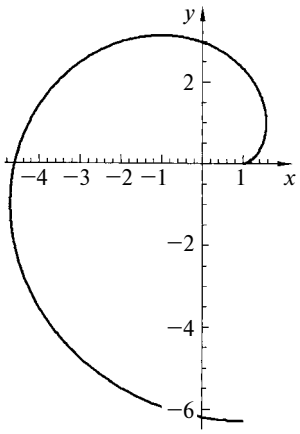


Рис. 1. Эвольвента окружности

Алгоритмы расчета. Необходимо найти значение φ обратной функции при известном значении α прямой функции. Приближенные расчеты проводятся в следующем порядке:

1) вычисление начального приближенного значения эвольвентного угла φ_0 обратной функции при известном α;

2) при известном φ_0 вычисление φ методом последовательных приближений до достижения заданного критерия точности.

При вычислении φ_0 используют два метода: Ласкина [1] и Ченга [2]. Сравним два метода приближенного вычисления с помощью среды Mathematica.

Для сравнительного анализа скорости расчета используем следующие алгоритмы:

1) вычисление φ_0 методом Ласкина, вычисление φ методом Ньютона;

2) вычисление φ_0 методом Ченга, вычисление φ методом Ньютона;

3) вычисление φ_0 методом Ласкина, вычисление φ в среде Mathematica (с помощью системной функции "FindRoot").

В качестве критерия точности используем неравенство $|\alpha - \mathrm{inv}\varphi_i| < 10^{-10}$ рад.

Методы расчета. Методом Ласкина величина φ_0 рассчитывается по формуле

$$\varphi_0 = 1{,}441\alpha^{1/3} - 0{,}374\alpha. \qquad (2)$$

Опытным путем установлено, что определение φ с помощью формулы (2) возможно при $\mathrm{inv}\varphi \leqslant 2{,}2514$ рад $\approx 128°59'45''$. Таким образом, поддаются вычислению эвольвентные углы $\varphi \leqslant 74°15'26''$.

Методом Ченга величина φ_0 рассчитывается по формулам:

при $|\alpha| < 1{,}8$

$$\varphi_0 = 1{,}44225\alpha^{1/3} - 0{,}4\alpha + 0{,}106976\alpha^{5/3} - 0{,}0164828\alpha^{7/3} - 0{,}00213729\alpha^3 + 0{,}00216645\alpha^{11/3} - 0{,}000467749\alpha^{13/3}; \qquad (3)$$

при $1{,}8 < |\alpha| < 5$

$$\varphi_0 = 1{,}308997 + 0{,}0717968\zeta - 0{,}0206191\zeta^2 + 0{,}006517008\zeta^3 - 0{,}001238501\zeta^4,$$

где $\zeta = \alpha - 2{,}4230539$;

при $|\alpha| > 5$

$$\varphi_0 = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{\alpha} + \frac{\pi}{2\alpha^2} - \frac{3{,}1340681}{\alpha^3} + \frac{7{,}0173771}{\alpha^4} - \frac{16{,}824341}{\alpha^5}.$$

Значения φ определяются методом Ньютона по формуле [3]

$$\varphi_{i+1} = \varphi_i - \frac{f(\varphi_i)}{f'(\varphi_i)}, \quad (4)$$

где $i = 0, 1, 2, 3, ..., n$.

Применительно к рассматриваемому случаю формула (4) примет вид [4]:

$$\varphi_{i+1} = \varphi_i + \frac{\alpha - \mathrm{inv}\varphi_i}{\sec^2\varphi_i - 1}. \quad (5)$$

С учетом тригонометрической зависимости $\sec^2 x - 1 = \mathrm{tg}^2 x$ формула (5) примет вид:

$$\varphi_{i+1} = \varphi_i + \frac{\alpha - \mathrm{inv}\varphi_i}{\mathrm{tg}^2\varphi_i}. \quad (6)$$

Для вычислений по третьему алгоритму используем функцию среды Mathematica:

```
FRAngle[alpha_, OptionsPattern[]] : = Module[
{phi},phi = 1.441*alpha^(1/3) - 0.374*alpha;
arg /. FindRoot[Inv[arg] = alpha, {arg, phi}]].
```

Анализ производительностей методов. Зависимости числа приближений расчета от величины $\alpha = \mathrm{inv}\varphi$ показаны на рис. 2 и 3. Метод Ченга дает стабильное и наименьшее число приближений на всех участках зависимости.

Иная картина наблюдается при измерении машинного времени, затраченного на вычисление (рис. 4). Измерения производились в одинаковых условиях вычисления. Поскольку абсолютное время вычислений зависит от конфигурации вычислительной системы и других условий, то для наглядности приведено относительное время, определяемое как отношение текущего времени расчета к наименьшему из полученных.

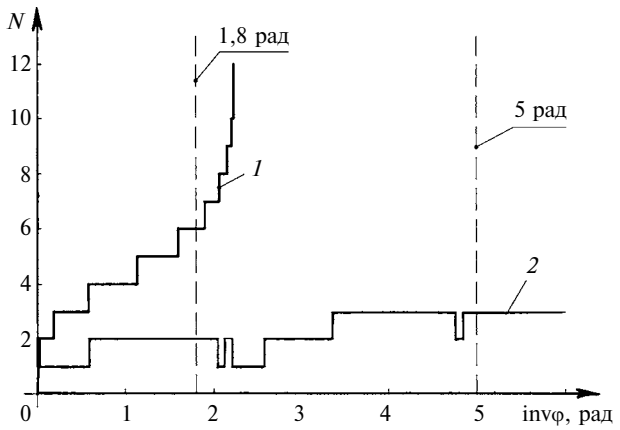


Рис. 2. Число *N* приближений при вычислении методами Ласкина (*1*) и Ченга (*2*)

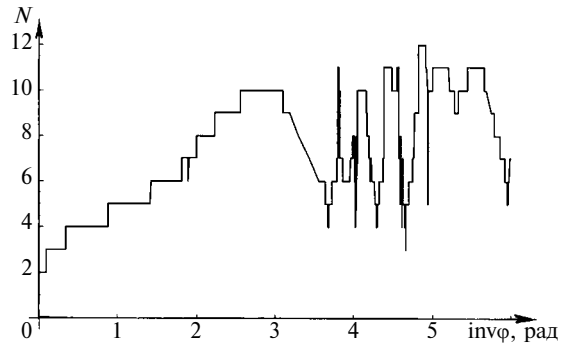


Рис. 3. Число *N* приближений при вычислении в среде Mathematica

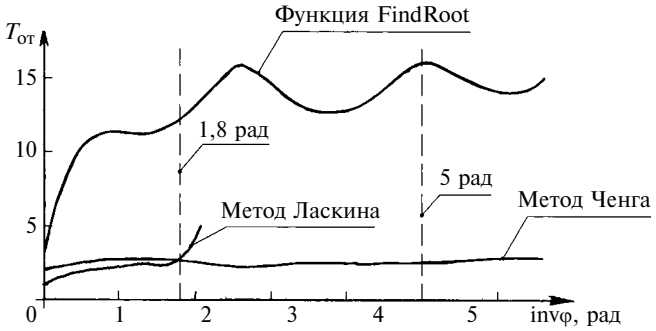


Рис. 4. Относительное время $T_{от}$ вычислений различными методами

На рис. 4 видно, что несмотря на значительное число приближений на участке $0 \leqslant \mathrm{inv}\varphi \leqslant 1{,}8$ быстрее выполняется расчет методом Ласкина. При $\mathrm{inv}\varphi > 1{,}8$ наименьшее время обеспечивает метод Ченга. С помощью универсальной функции FindRoot вычисления выполняются в 10—15 раз медленнее.

Таким образом, рассмотренные методы расчета эвольвентных углов дают эффективные результаты при $\mathrm{inv}\varphi \geqslant 0$. Этого достаточно в большинстве случаев. При $\mathrm{inv}\varphi < 0$ применение данных методов затруднено. Необходимость возведения отрицательных чисел в дробную степень [формулы (2) и (3)] приводит к получению комплексного значения φ_0. Кроме того, последовательное вычисление φ_i по формуле (6) не приводит к сходимости результатов. Следовательно, найти значение φ при отрицательном α возможно только методом Ченга при $\mathrm{inv}\varphi < -1{,}8$ и с меньшей точностью.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Eberle F. P.** Calculating the Inverse of an Involute // Gear Solutions Magazine. 2006. N 4. P. 44—48.
2. **Cheng H. H.** Derivation of the Explicit Solution of the Inverse Involute Function and its Applications in Gear Tooth Geometry Calculations // Journal of Applied Mechanisms & Robotics. V. 3. 1996. N 2. P. 13—23.
3. **Выгодский М. Я.** Справочник по высшей математике. М.: Гос. изд-во технико-теоретич. лит., 1956. 783 с.
4. **Gerald C. F., Whitney P. O.** Applied Numerical Analysis New York: Addison-Wesley Publishing Company, 1984.