ВЕСТНИК машиностроения

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ И ПРОИЗВОДСТВЕННЫЙ ЖУРНАЛ

9

2012

ИЗДАЕТСЯ С НОЯБРЯ 1921 ГОДА

Журнал входит в перечень утвержденных ВАК РФ изданий для публикации трудов соискателей ученых степеней

Журнал переводится на английский язык, переиздается и распространяется во всем мире фирмой "Аллертон Пресс" (США)

ООО «Издательство Машиностроение»
107076, Москва, Стромынский пер., 4

Главный редактор А.И. САВКИН

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Алешин Н.П., д-р техн. наук, акад. РАН, **Братухин А.Г.,** д-р техн. наук, **Воронцов А.Л.,** д-р техн. наук, **Гусейнов А.Г.,** д-р техн. наук, **Дмитриев А.М.,** д-р техн. наук, член-корр. РАН (председатель секции обработки материалов без снятия стружки), **Драгунов Ю.Г.,** д-р техн. наук, член-корр. РАН, **Древаль А.Е.,** д-р техн. наук (председатель секции технологии машиностроения), **Дроздов Ю.Н.,** д-р техн. наук, акад. РИА и РАК (председатель секции конструирования и расчета машин), **Кутин А.А.,** д-р техн. наук, **Омельченко И.Н.,** д-р техн. и экон. наук (председатель секции организации и экономики производства), **Кузин В.В.,** д-р техн. наук, **Попов Д.Н.,** д-р техн. наук, **Попов А.В.,** д-р техн. наук, **Рыбин В.В.,** д-р техн. наук, член-корр. РАН, **Салтыков М.А.,** д-р техн. наук, **Трегубов Г.П.,** д-р техн. наук, **Скугаревская Н.В.** (ответственный секретарь)

Адрес редакции:

107076, Москва,
Стромынский пер., 4.
Телефон: 8-(499)-748-02-91.
E-mail: vestmash@mashin.ru
www.mashin.ru

Журнал зарегистрирован 19 апреля 2002 г. за № 77-12421 в Комитете Российской Федерации по печати
Учредитель: А.И. Савкин

Индексы: **70120** ("Роспечать"),
27841 ("Пресса России"),
60264 ("Почта России")

Цена свободная

Отпечатано в ООО "Белый ветер",
115407, г. Москва, Нагатинская наб., д. 54, пом. 4

СОДЕРЖАНИЕ

КОНСТРУИРОВАНИЕ, РАСЧЕТ, ИСПЫТАНИЯ И НАДЕЖНОСТЬ МАШИН

Быкова Т. Е., Рябов Г. К., Петров А. В. — Разработка методики расчета параметров удара в механизмах свободного хода импульсных передач экспериментальным путем . . . 3

Гончаров А. А., Гончаров Ан. А. — Исследование кинематических состояний клинового механизма свободного хода в условиях сложного нагружения . . 6

Хроматов В. Е., Голубева Т. Н. — Влияние магнитных полей на колебания и устойчивость пластин из ферромагнитного материала . . . 12

Степнов М. Н. — Расчетные методы построения кривых многоцикловой усталости с учетом конструкционных факторов . . . 17

Сысоев С. Н., Карцев К. А. — Вакуумный захватный модуль с повышенным рабочим ходом привода перемещения захвата . . . 24

Тахман С. И., Рохин Л. В., Тюкалов О. А. — Формирование крутящего момента и осевой силы на червячной фрезе при обработке прямозубых колес . . . 28

Гордеев Б. А., Леонтьева А. В. — Задача о вращении трех асинхронных двигателей на упругом основании . . . 32

Цикл статей «Проблемы трибологии — трения, изнашивания и смазки»

Безносов А. В., Дроздов Ю. Н., Антоненков М. А., Бокова Т. А., Новинский Э. Г. — Трибология гидростатических подшипников главных циркуляционных насосов ядерных реакторов на быстрых нейтронах, охлаждаемых свинцовым теплоносителем . . . 41

Перекрестов А. П., Чанчиков В. А., Боловин В. Г. — Определение оптимальной концентрации магнитной противоизносной присадки в смазочных маслах . . . 46

ТЕХНОЛОГИЯ МАШИНОСТРОЕНИЯ

Гусейнов Р. В., Рустамова М. Р. — Совершенствование обработки отверстий небольшого диаметра . . . 50

Юнусов Ф. С., Юнусов Р. Ф. — Исследование точности обработки и стабилизации силы резания при полусвободном шлифовании. . . . 52

Онищенко Д. В. — Эффективные углеродные агенты для механохимического синтеза тугоплавких соединений . . . 58

Серия статей "Моделирование технологических процессов обработки материалов в системе Marc (CAD/CAE)"

Жарков В. А. — Моделирование в системе Marc обработки материалов в машиностроении. Часть 2. Двухугловая гибка без прижима заготовки . . . 61

Серия статей «Проблемы теории и практики резания материалов»

Еренков О. Ю., Еренков С. О., Фалеева Е. И. — Исследования влияния параметров резания на тип стружки при точении полимерных материалов . . . 68

Енек М., Фельдштейн Е. Э. — Влияние покрытий на базе многокомпонентных нитридов металлов на стружкообразование при точении улучшенных сталей . . 71

Обработка материалов без снятия стружки

Щедрин А. В., Гаврилов С. А., Зинин М. А. — Оптимизация рецептуры металлоплакирующих смазок для комбинированного дорнования отверстий в заготовках из нешлифуемых цветных сплавов . . . 76

Металлургическое оборудование и прокатное производство

Окулов Р. А., Паршин В. С., Карамышев А. П. — Энергоемкость обработки заклепочной проволоки из дюралюминия волочением и радиальным обжатием . . . 80

ОРГАНИЗАЦИЯ И ЭКОНОМИКА ПРОИЗВОДСТВА

Петрушин С. И., Губайдулина Р. Х. — Утилизация как замыкающий этап жизненного цикла изделия машиностроения . . . 82

ТЕХНИЧЕСКАЯ ИНФОРМАЦИЯ

Герасимов В. Я., Парышев Д. Н. — Изготовление стержневых резьбовых изделий с заданными точностью и прочностью . . . 85

Терновой А. В. — Оценка неравнопрочности конструкции при выборе оптимального варианта. . . . 87

CONTENTS

DESIGN, CALCULATION, TESTS AND RELIABILITY OF MACHINES

Bykova T. E., Ryabov G. K., Petrov A. V. — Experimental based design procedure of shock parameters for free wheel mechanisms of pulse transmissions

Goncharov A. A., Goncharov An. A. — Kinematic state investigation of a tapered free wheel mechanism under combined loading restrictions

Khromatov V. E., Golubyova T. N. — Magnetic fields influence on vibrations and stability of ferromagnetic material wafers

Stepnov M. N. — Computational methods of high-cycle fatigue curve tracing with engineering factors consideration

Sysoev C. N., Kartsev K. A. — Vacuum gripping module having elevated operating stroke of grip displacement drive

Takhman S. I., Rohin L. V., Tyukalov O. A. — Rotational moment and axial force generation on worm hob in machining spur wheels

Gordeyev B. A., Leontieva A. V. — Problem of rotation of three asynchronous motors based on elastic foundation

A series of articles «Problems of tribology — friction, wearing away and lubrication»

Beznosov A. V., Drozdov Yu. N., Antonenkov M. A., Bokova T. A., Novinskiy E. G. — Fluid bearing tribology of main circulation pumps of fast neutron plumbic-coolant reactors

Perekrestov A. P., Chanchikov V. A., Bolovin V. G. — Determination of optimum antiwear magnetic additive in lubricating oils

MANUFACTURING ENGINEERING

Guseynov R. V., Rustamova M. R. — Refinement of small diameter holes treatment

Yunusov F. S., Yunusov R. F. — Working accuracy and cutting force stabilization research as applied to semifree glazing

Onischenko D. V. — Powerful carbonic ingredients for mechanochemical synthesis of higher-melting-point materials

A series of articles "Marc (CAD/CAE) system model analysis of materials processing"

Zharkov V. A. — Marc (CAD/CAE) system model analysis of materials processing. Part 2. Double-angle bending in absence of blank holder

A series of articles «Problems of theory and practice of materials cutting»

Erenkov O. Yu., Erenkov S. O., Faleeva E. I. — Investigations of cutting parameters effect on cutting types at polymer material turning

Enek M., Feldshtein E. E. — Multicomponent metal nitrides coatings impact on chip formation in refined steel sharpening

Working of the materials without chipping

Schedrin A. V., Gavrilov S. A., Zinin M. A. — Application of metal cladding oil for combined mandreling holes

Metallurgical equipment and rolling

Okulov R. A., Parshin V. S., Karamyshev A. P. — Energy consumption of machining duralumin rivet wire through drawing and radial drafting

ORGANIZATION AND ECONOMICS OF PRODUCTION

Patrushin S. I., Gubaidulina R. Kh. — Salvage as end-capping phase of engineering product life history

TECHNICAL INFORMATION

Gerasimov V. Ya., Parushev D. N. — Rod-shaped tapped product having desired accuracy and strength manufacturing

Ternovoy A. V. — Grade of design strength disbalance for optimum alternative decision

Художественный редактор *Т. Н. Галицына*
Технический редактор *Т. А. Шацкая*
Корректор *Т. В. Пчелкина*

Сдано в набор 05.07.2012. Подписано в печать 16.08.2012.
Формат 60 × 88 1/8. Усл. печ. л. 10,78. Уч.-изд. л. 11,86.

Перепечатка материалов из журнала "Вестник машиностроения" возможна при обязательном письменном согласовании с редакцией журнала; ссылка на журнал при перепечатке обязательна.
За содержание рекламных материалов ответственность несет рекламодатель.

© ООО "Издательство Машиностроение", "Вестник машиностроения", 2012

КОНСТРУИРОВАНИЕ, РАСЧЕТ, ИСПЫТАНИЯ И НАДЕЖНОСТЬ МАШИН

УДК 621.838.1

Т. Е. БЫКОВА (ОАО "Завод им. В. А. Дегтярёва"), Г. К. РЯБОВ, д-р техн. наук, А. В. ПЕТРОВ (Ковровская ГТА им. В. А. Дегтярёва), e-mail: PAV772007@yandex.ru

Разработка методики расчета параметров удара в механизмах свободного хода импульсных передач экспериментальным путем

Приведены результаты теоретических и экспериментальных исследований ударных процессов в храповых механизмах свободного хода импульсной бесступенчатой передачи, позволяющие оценить нагрузки в механизме и выбрать методику расчета ударных процессов.

Ключевые слова: бесступенчатая импульсная передача, механизм свободного хода, удар.

The results of theoretical and experimental studies of impact phenomena in ratchet-free-wheel gears of the pulse infinitely variable speed transmission were presented. These results make it possible to evaluate loads in the gear and to take choice of the impact phenomena design procedure.

Keywords: pulse infinitely variable speed transmission, free-wheel gear, impact.

К механическим приводам современных машин все чаще предъявляются требования по обеспечению не только бесступенчатого регулирования, но и его автоматического осуществления. Инерционные импульсные механические передачи, бесступенчатые по своей природе, имеют ряд преимуществ перед ступенчатыми передачами. Однако многочисленные попытки создания работоспособной конструкции импульсной бесступенчатой передачи (ИБП) приводили к поломкам в наиболее нагруженных ее элементах — механизмах свободного хода, являющихся неотъемлемой частью этих передач.

Существуют различные механизмы свободного хода (МСХ): микрохраповые, роликовые, храповые блочного типа, гидравлические, электромагнитные и др. Храповые МСХ весьма перспективны, так как обладают рядом преимуществ по сравнению с другими конструкциями [1]. Данные МСХ появились относительно недавно и динамика их работы до конца не исследована. Поэтому были проведены работы по оценке параметров удара в храповых МСХ блочного типа и выработана методика расчета ударных процессов.

С этой целью провели теоретические расчеты по волновой теории удара Александрова [2], энергетической модели удара Алимова [3], гипотезе Батуева [4], уравнению Динника [5], гипотезе удара Дрозда на основе пластической твердости материала [6], гипотезе Кильчевского [7], теории Герца, нелинейной упругопластической модели Пановко [8], приближенному методу оценки параметров удара Стихановского [9].

Большой разброс (до двух порядков) расчетных значений силы удара привел к необходимости экспериментальной оценки параметров удара с последующим сравнением их с теоретическими данными.

В экспериментальную установку (рис. 1) входит ИБП (рис. 2), включающая в себя импульсный механизм Левина с плавающими сателлитами *2* с неуравновешенными грузами *1* и два храповых МСХ блочного типа: корпусный *5* и выходной *6*, установленных на валу центрального зубчатого колеса *4* [10]. Широкий диапазон частоты $n_{эп}$ вращения эпицикла *3* обеспечивается набором шкивов клиноременной передачи *2* (см. рис. 1) и трехфазным электродвигателем АО2-34 мощностью 2,9 кВт. Частота $n_д$ вращения вала двигателя изменяется регулирующим устройством *5*. Нагрузку обеспечивает порошковый тормоз ПТ-2,5М. Частоты вращения вала с МСХ и вала порошкового тормоза контролируются индуктивными датчиками, подключенными к частотомеру ЧЗ-33. Предварительно частоту вращения измеряют ручным механическим тахометром.

Отличительная особенность ИБП — подвижная подпружиненная наружная обойма *1* корпусного МСХ (рис. 3), жестко закрепленная на подвижной втулке *2*, к которой приварены рычаги *3* и *4*. В горизонтальную поверхность *Б* рычага *4* упирается цилиндрическая пружина *5*, другой конец которой поджимается торцем регулировочного винта *6* стойки *7*. Рычаг *3* служит для уравновешивания рычага *4*. При исследованиях в обойму корпусного МСХ устанавливали только одну собачку *8*.

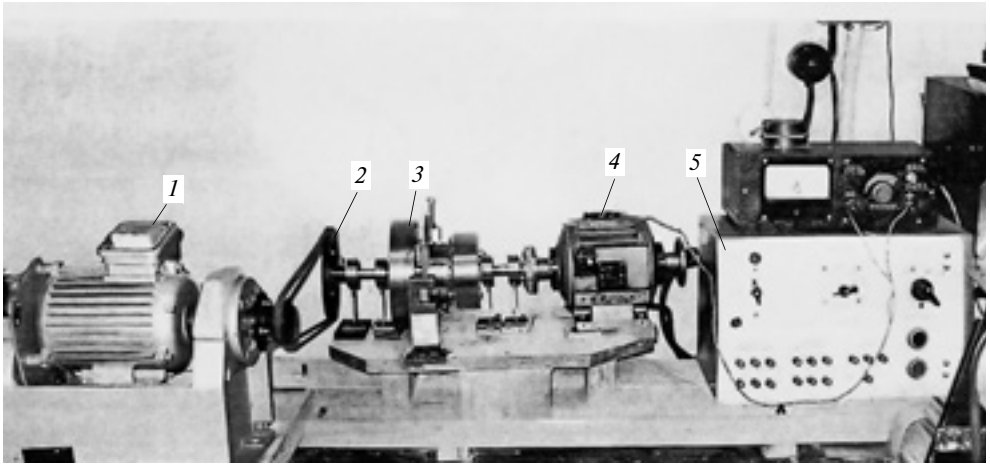


Рис. 1. Экспериментальная установка:
1 — электродвигатель; *2* — клиноременная передача; *3* — ИБП; *4* — порошковый тормоз; *5* — регулирующее устройство

Эксперимент проводили в два этапа. На первом этапе определяли кинематические характеристики элементов МСХ при замыкании на разных режимах работы ИБП. Полученные данные использовали для вычисления параметров удара по перечисленным выше теориям и гипотезам удара. На втором этапе при тех же режимах работы передачи определяли силу удара. Все полученные параметры — результаты косвенных измерений: в первом случае — деформации пружины *5*, во втором — остаточной пластической деформации собачки *8*.

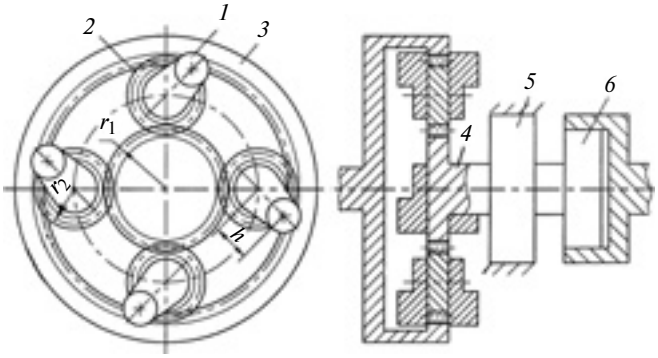


Рис. 2. Конструкция ИБП

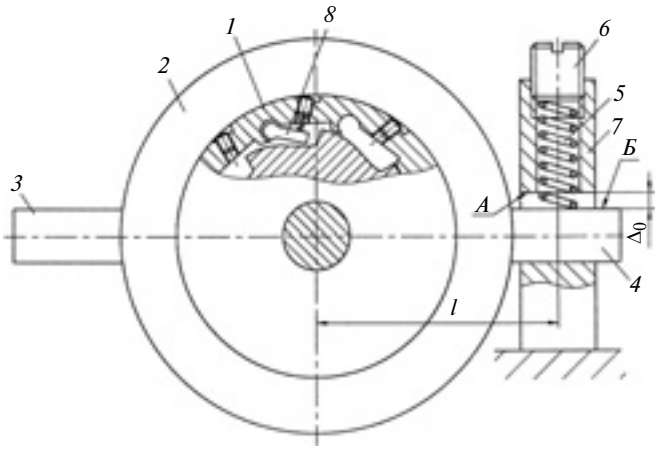


Рис. 3. Наружная обойма корпусного МСХ

Согласно закону сохранения импульса

$$J_1\omega_{уд} = (J_1 + J_2)\omega, \qquad (1)$$

где $\omega_{уд}$ — скорость удара; ω — угловая скорость подпружиненной подвижной втулки непосредственно после удара; J_1 — момент инерции центрального зубчатого колеса, соединенного с валом, подвижной части МСХ и сателлитов; J_2 — момент инерции подвижной втулки *2* и обоймы *1* корпусного МСХ.

Из закона сохранения энергии следует, что кинетическая энергия, приобретенная втулкой в момент удара, при ее вращении полностью переходит в потенциальную энергию деформации пружины (силами трения пренебрегаем ввиду их малости):

$$\frac{(J_1 + J_2)\omega^2}{2} = Ax_0\Delta x + \frac{A\Delta x^2}{2}, \qquad (2)$$

где A — жесткость пружины *5*; x_0 — предварительное поджатие пружины; Δx — дополнительная деформация пружины.

Из выражений (1) и (2) получим расчетную формулу скорости удара в корпусном МСХ — скорости сближения торцов собачки и зуба:

$$\omega_{уд} = \sqrt{\frac{(J_1 + J_2)}{J_1^2} A\Delta x(2x_0 + \Delta x)}. \qquad (3)$$

При известной скорости $\omega_{уд}$ удара определяем приведенную массу соударяющихся тел [11, 12].

На втором этапе эксперимента собачку *8* в обойме корпусного МСХ заменяли собачкой из более пластичного материала (алюминий, незакаленная низколегированная сталь), что позволило установить характер деформирования и с достаточной точностью измерить остаточную деформацию. По

окончании эксперимента были отчетливо видны остаточные вмятины на нижней плоскости собачки, деформация верхнего ребра торца, изгиб. Глубину $\alpha_{ос}$ остаточной вмятины определяли с помощью индикатора часового типа со специальным наконечником, угол $\beta_{ос}$ изгиба — с помощью микроскопа. Остаточную деформацию ребра собачки не измеряли — приняли равной $\alpha_{ос}$.

Кинетическая энергия при ударе определяет работу деформирования на активном этапе — энергия затрачивается как на пластическое, так и на упругое деформирование в зоне контакта:

$$\frac{J_1\omega_{уд}^2}{2} = P_{уд}\left(2\alpha_{уп} + 2\frac{\alpha_{ос}}{n} + \beta_{уп}l + \frac{\beta_{ос}}{n}l\right),$$

где $P_{уд}$ — сила удара; $\alpha_{уп}$ и $\alpha_{ос}$ — соответственно упругая и пластическая (глубина остаточной вмятины) составляющие сжимающей деформации; $\beta_{уп}$ и $\beta_{ос}$ — соответственно упругая и пластическая составляющие изгиба; l — плечо силы удара; n — число замыканий МСХ.

Упругие составляющие деформации определяем по предельным состояниям:

$$\alpha_{уп} = \frac{\sigma_т l_с}{E}; \quad \beta_{уп} = \frac{2l_д\sigma_т}{Eh_с},$$

где $\sigma_т$ и E — предел текучести и модуль упругости материала собачки; $l_д$ — длина деформированного участка.

Силу удара определяем по формуле

$$P_{уд} = \frac{J_1\omega_{уд}^2}{2\left(2\alpha_{уп} + 2\frac{\alpha_{ос}}{n} + \beta_{уп}l + \frac{\beta_{ос}}{n}l\right)}.$$

Результаты теоретического и экспериментального определения силы удара приведены на рис. 4, *а*, *б*. Наименьшие расхождения с экспериментом показала гипотеза Батуева [4] — полуэмпирическая гипотеза удара, основанная на зависимости $U = bP^m$, где U — наибольшее сближение тел при ударе; m и b — эмпирические коэффициенты.

Основные параметры ударного процесса:

$E_0 = M_{пр}V_0^2/2$ — кинетическая энергия удара;

$P_{max} = \left(\frac{E_0}{b}\frac{1+m}{m}\right)^{\frac{1}{1+m}}$ — максимальная контактная сила; $U_{max} = \left(E_0 b^{\frac{1}{m}}\frac{1+m}{m}\right)^{\frac{m}{1+m}}$ — максимальная упругопластическая деформация.

В работе [4] выдвинута гипотеза об идентичности протекания пластического течения при ударе

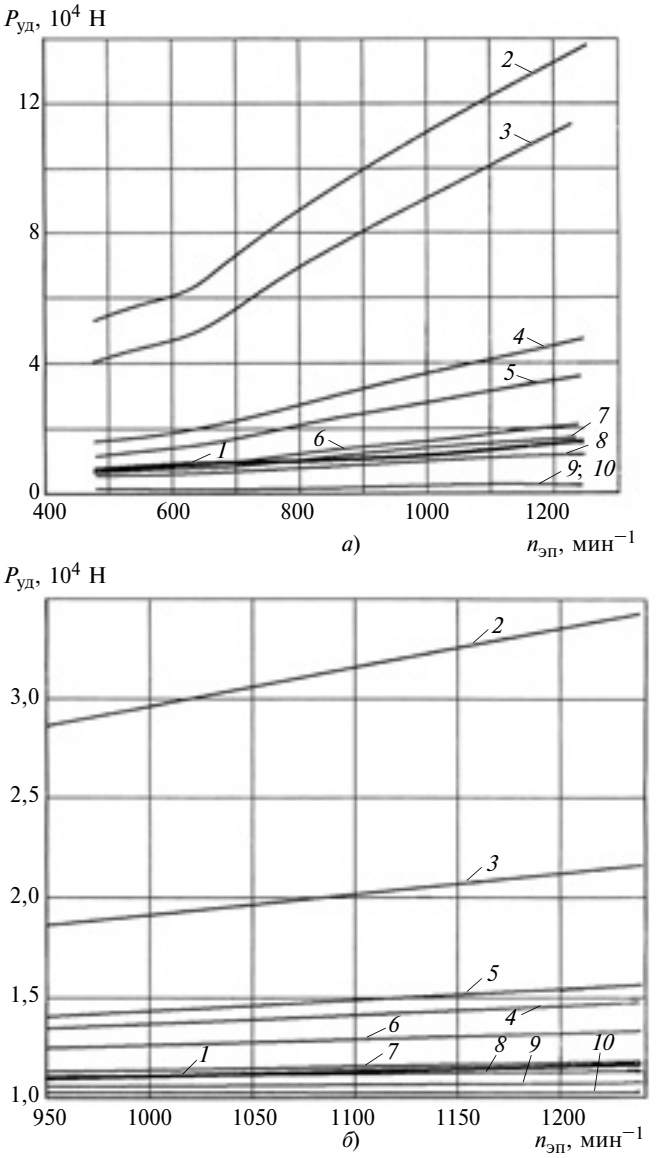


Рис. 4. Экспериментальная (*1*) и теоретические (*2÷10*) зависимости силы $P_{уд}$ удара от частоты $n_{эп}$ вращения эпицикла для алюминиевых (*а*) и стальных (*б*) собачек по теориям (гипотезам):
2 — Алимова; *3* — Пановко; *4* — Стихановского; *5* — Герца; *6* — Динника; *7* — Батуева; *8* — Дрозда; *9* — Кильчевского; *10* — Александрова

для различных материалов, вследствие чего коэффициент m считают независимым от свойств материала (при одинаковой конфигурации). Коэффициент b зависит как от свойств материалов, так и от формы деформируемых элементов. В каждом конкретном случае этот коэффициент определяется экспериментально. Расчетные данные по этой гипотезе оказались ближе всех к экспериментальным результатам. Однако ее практическое применение может быть затруднено в связи с необходимостью выбора подходящих эмпирических коэффициентов из большого числа приведенных в работе [4].

При ударе деформируемым элементом в МСХ является собачка, которую при выборе коэффициента m можно рассматривать как пластину и принять рекомендуемое для этого случая значение $m = 0{,}85$.

Для расчетов алюминиевой собачки принят усредненный коэффициент податливости $b = 8{,}7 \cdot 10^{-6}$ см/кг^m полученный для алюминиевой пластины как деформируемого элемента [4]. Этот же коэффициент можно применять и при расчете стальных собачек, о чем свидетельствует зависимость усредненного коэффициента податливости от предела текучести, приведенная в работе [4]. И в том, и в другом случае расчетные значения хорошо согласуются с экспериментальными данными. Поэтому при расчетах удара в МСХ импульсных передач рекомендуется усредненный коэффициент податливости $b = 8{,}7 \cdot 10^{-6}$ см/кг^m.

Таким образом, теоретическими и экспериментальными исследованиями определена сила удара, возникающая в МСХ при замыкании, и выбрана наиболее достоверная гипотеза удара, которая в большей степени соответствует реальным процессам взаимодействия элементов МСХ в составе импульсной бесступенчатой передачи. Это позволяет использовать выбранные теоретические зависимости и методики для расчетов при конструировании МСХ.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Бондалетов В. П.** Храповые механизмы для быстроходных передач // Вестник машиностроения. 2008. № 9. С. 10—13.
2. **Александров Е. В., Соколинский В. Б.** Прикладная теория и расчеты ударных систем. М.: Наука, 1969. 201 с.
3. **Алимов О. О., Манжосов В. К., Еремьянц В. Э.** Удар. Распространение волн деформации в ударных системах. М.: Наука, 1985. 357 с.
4. **Инженерные** методы исследования ударных процессов / Г. С. Батуев, Ю. В. Голубков, А. К. Ефимов, А. А. Федосеев. М.: Машиностроение, 1977. 246 с.
5. **Динник А. Н.** Удар и сжатие упругих тел: Избранные тр. Т. 1. Киев: АН УССР, 1952. 217 с.
6. **Дрозд М. С., Матлин М. М., Сидякин Ю. И.** Инженерные расчеты упруго-пластической деформации. М.: Машиностроение, 1986. 230 с.
7. **Кильчевский Н. А.** Динамическое контактное сжатие твердых тел. Удар. Киев: Наукова думка, 1976. 289 с.
8. **Пановко Я. Г.** Введение в теорию механического удара М.: Наука, 1977. 223 с.
9. **Стихановский Б. Н.** Приближенный метод определения времени, коэффициента восстановления, силы и передачи энергии при свободном прямом ударе тел // Сб. науч. тр. "Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых" Новосибирск: СО АН СССР. 1971. Вып. 1. С. 170—173.
10. **Бондалетов В. П., Быкова Т. Е.** Кинематика импульсной бесступенчатой передачи с храповыми механизмами свободного хода // Вестник машиностроения. 2009. № 5. С. 10, 11.
11. **Бондалетов В. П., Быкова Т. Е.** Напряжения в соударяющихся элементах импульсной передачи // Вестник машиностроения. 2009. № 2. С. 16—18.
12. **Кожевников С. Н., Есипенко Я. И., Раскин Я. М.** Механизмы: Справочное пособие. М.: Машиностроение, 1976. 225 с.

УДК 621.83.4

А. А. ГОНЧАРОВ, канд. техн. наук, Ан. А. ГОНЧАРОВ
(Волгоградский ГТУ), e-mail: dtm@vstu.ru

Исследование кинематических состояний клинового механизма свободного хода в условиях сложного нагружения

Исследовано контактное взаимодействие элементов клинового механизма свободного хода в условиях сложного нагружения с помощью неконсервативной статической гранично-элементной модели. На основе решений нелинейной контактной задачи показана зависимость структуры и кинематического состояния механизма от условий нагружения, определены соотношения внешних моментов, позволяющие реализовать самозаклинивание механизма при переменных нагрузках.

Ключевые слова: механизм свободного хода, закон Амонтона, коэффициент трения, самоторможение, зона сцепления.

The contact interaction of elements of a tapered free wheel mechanism under combined loading restrictions was investigated by the dissipative static boundary element model. The loading restrictions dependence of structure and kinematic state of the mechanism was demonstrated based on solutions of the nonlinear contact problem. Also the ratios between external moments were determined. These ratios make possible to implement mechanism blocking under changing loads.

Keywords: free wheel mechanism, Amonton' s law, friction coefficient, automatic braking, adhesion zone.

Применение клиновых механизмов свободного хода (МСХ) с кинематической связью [1] в качестве выпрямителей бесступенчатых импульсных передач (ИП) обусловливает необходимость детального исследования механики контактного взаимодействия их элементов. Условия эксплуатации в ИП — наиболее тяжелые. Находясь в состоянии скользящего контакта, элементы МСХ подвергаются действию переменных динамических нагрузок при высокой частоте включений и выключений. В отсутствие жесткой кинематической связи между входным и выходным валами ИП механическая энергия МСХ передается в основном в результате касательных реакций внутренних связей — сил трения, возникающих под действием внешней на-

грузки в областях контакта клина с обоймами. Силы трения создают сопротивление относительному движению звеньев механизма, обеспечивают их силовое замыкание и определяют в конечном счете крутящий момент, передаваемый МСХ в тяговом режиме. Распределение и величины сил трения оказывают существенное влияние на формирование структуры механизма. Через характеристики внешнего трения также можно выразить коэффициент полезного действия МСХ и условия его работоспособности.

Общеизвестна зависимость сил трения от условий нагружения. Изменение характера действия функциональной нагрузки является единственной причиной, определяющей трансформирование механического состояния (статуса) конструкции в течение замкнутого эксплуатационного цикла. Все известные динамические модели машинных агрегатов с МСХ, в том числе и ИП, построены без учета реального характера внутренних связей. Они используют понятие "идеального МСХ" [2], который при обеспечении геометрических условий самоторможения включается мгновенно по выполнении кинематического условия $\omega_1 = \omega_2$, где ω_1, ω_2 — угловые скорости ведущих и ведомых частей механизма.

Цель данной статьи — показать, что в фазе вынужденного движения ИП кинематическое состояние МСХ (как системы с внутренними динамическими связями [3]) при прочих равных условиях зависит от условий нагружения. При действии переменных нагрузок количественные соотношения между моментами, нагружающими МСХ, представляются в качестве недостающего необходимого и достаточного условия включения механизма. Результаты исследования получены с помощью статической гранично-элементной модели [4].

Описание модели

Расчетная модель клинового МСХ построена на допущениях, позволяющих свести трехмерную контактную задачу к плоской [4]. Квазистатическое нагружение механизма осуществляется приведенными к входному и выходному звеньям моментами внешней (M_o) и полезной ($M_{п.н}$) нагрузок. Расчетная схема клинового МСХ и геометрические параметры его элементов показаны на рис. 1. Упругие свойства тел задают значения материальных констант — модуля Юнга E и коэффициента Пуассона ν, конфигурацию звеньев фрикционной модели механизма: радиусы вала (r_o), подшипника (r), ведущей (R) и ведомой (R_1) обойм; эксцентриситет e; толщину h подшипника; углы φ_1 и φ_2 радиальных срезов клина. Неконсервативная модель, описывающая плоское напряженно-деформированное состояние (НДС) элементов МСХ, построена на прямом методе граничных интегралов [5], в котором значения неизвестных функций НДС на границах элементов МСХ имеют явный физический смысл контактных напряжений и перемещений. Контуры геометрической модели МСХ дискретизировали прямолинейными граничными элементами, в пределах которых законы распределения напряжений и смещений были

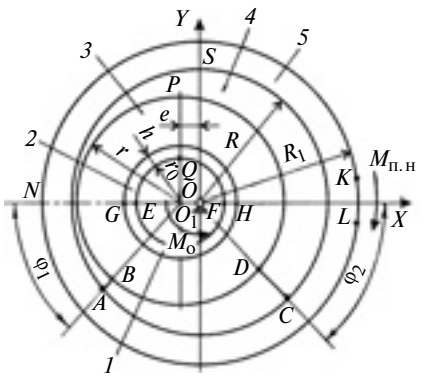


Рис. 1. Расчетная схема клинового МСХ:
1 — вал-эксцентрик; *2* — подшипник; *3* — ведущая обойма; *4* — клин; *5* — ведомая обойма

постоянными. Гранично-элементная аппроксимация приводит к формируемой для узловых значений нормальных и касательных перемещений (u_n, u_s) и поверхностных усилий (σ_n, σ_s) системе алгебраических уравнений:

$$[\mathbf{C}]\{\mathbf{X}\} = \{\mathbf{Y}\}, \qquad (1)$$

где $[\mathbf{C}]$ — матрица коэффициентов влияния; $\{\mathbf{X}\}$ — вектор неизвестных граничных параметров; $\{\mathbf{Y}\}$ — вектор линейных комбинаций известных параметров, задаваемых как граничные условия на контурах элементов.

Граничные условия на контурах элементов имитировали условия нагружения механизма, а также условия их фрикционного взаимодействия. В качестве параметра, управляющего процессом нагружения МСХ, использовали угол поворота вала-эксцентрика под действием крутящего момента M_o. При внедрении жесткого эксцентрика в тело связанного с ведущей обоймой радиального подшипника скольжения в отсутствие сил трения ($\sigma_s = 0$) упругие перемещения происходят по нормали к недеформированной поверхности подшипника: $u_n = f(\varepsilon, \varphi)$, где ε — угол поворота эксцентрика; φ — центральный угол, определяющий положение исследуемой точки в формируемой области EF (см. рис. 1) контакта. Распределения нормальных давлений σ_n связаны с моментом внешней нагрузки интегральным соотношением:

$$M_o = r_o e \int_{EF} \sigma_n \sin\varphi \, d\varphi. \qquad (2)$$

Приведенную к ведомой обойме МСХ полезную нагрузку моделировали действием равномерно распределенных касательных усилий σ_s на участке KL длиной Δl наружного контура: $M_{п.н} = R_1 \sigma_s \Delta l$.

Система уравнений (1) дополняется феноменологическими соотношениями между нормальными и касательными усилиями в областях BD и AC контакта кли-

на с обоймами, определяющими в рамках закона Амонтона два состояния фрикционного взаимодействия — жесткого сцепления и относительного проскальзывания элементов соответственно:

$$|\sigma_s| < f_{BD}|\sigma_n|; \quad |\sigma_s| < f_{AC}|\sigma_n|; \quad (3)$$

$$|\sigma_s| \geqslant f_{BD}|\sigma_n|; \quad |\sigma_s| \geqslant f_{AC}|\sigma_n|, \quad (4)$$

где f_{BD}, f_{AC} — реализуемые коэффициенты трения.

Выражения (3) и (4) использовали в качестве универсальных критериев, связывающих статус МСХ с распределением нормальных давлений и сил трения в зонах контакта клина с обоймами. Нелинейный анализ МСХ как неконсервативной механической системы осуществляли в условиях инкрементального нагружения с помощью итерационной процедуры, основанной на поэтапном решении системы линейных алгебраических уравнений (1) с ограничениями (3) и (4). Процедура обеспечивала возможность определения двух кинематических состояний системы (заклинивания или проскальзывания МСХ) в рамках контактных явлений микро- и макроскольжения тел. Критерием сходимости равновесия механической системы в пределах заданного допуска являлась оценка баланса задаваемого крутящего момента и интегрального значения (2), характеризующего действие восстанавливающих упругих сил в области контакта вала-эксцентрика с ведущей обоймой. Подробное описание модели и контактного алгоритма приведено в работах [4, 6].

Условия нагружения и кинематические состояния МСХ

Следует различать эксплуатацию МСХ в режиме стопорного механизма (останова) и в режиме механизма пульсирующего действия (выпрямителя механических колебаний), которые соответствуют условиям простого и сложного нагружения. В первом случае происходит останов ведущего звена механизма, во втором — вращательное движение передается к нагруженному моментом $M_{\text{п.н}}$ ведомому звену. Простое нагружение наблюдается при жестком закреплении ведомой обоймы. При малых углах поворота эксцентрика под действием момента $M_{\text{о}}$ данный случай эквивалентен поэтапному возрастанию касательной и нормальной нагрузок, отношение которых остается постоянным. Поэтому процессы самозаклинивания и самоторможения МСХ будут идентичными, т. е. включение механизма в условиях простого нагружения не зависит от прилагаемого момента $M_{\text{о}}$.

При сложном нагружении действие переменной нагрузки ($M_{\text{о}}$, $M_{\text{п.н}}$) определяет множество состояний МСХ. Области контакта клина с обоймами подвергаются действию создаваемой моментом $M_{\text{п.н}}$ однонаправленной касательной нагрузки, приводящей к изменению соотношения нормальных и касательных усилий в указанных областях и, следовательно, условий фрикционного сцепления тел, т. е. условия самозаклинивания и самоторможения МСХ при сложном нагружении нетождественны.

Теоретические оценки условий самоторможения и самозаклинивания МСХ связаны с изучением закономерностей распределения сил трения в областях контакта элементов. Использование общепринятых в механике контактного взаимодействия условий (3) и (4) в качестве критериев кинематического состояния МСХ позволяет определять статус триботехнической системы в рамках решаемой статической задачи. Характерный признак образования устойчивой фрикционной связи между элементами механизма — наличие на контактных поверхностях клина зон жесткого сцепления, в которых соотношение нормальных давлений и сил трения удовлетворяет условию (3). Полное отсутствие указанных зон при выполнении условий (4) или их эволюционное вырождение в процессе нагружения означает переход системы в состояние относительного скольжения ее элементов.

Анализ результатов исследований [4,7] позволил установить, что на контактных поверхностях клина при одинаковых коэффициентах трения реализуются разные условия фрикционного сцепления с обоймами. Наиболее неблагоприятна для сцепления область контакта клина с ведомой обоймой. Поэтому параметром, определяющим уровень сил трения, препятствующих относительному скольжению тел, и значение передаваемого механизмом момента трения, является реализуемый в этой зоне коэффициент f_{AC} трения.

Условия нагружения клинового МСХ в составе ИП зависят от эксплуатационного режима, т. е. от работы в режиме редуктора, мультипликатора или вариатора. Во всех случаях МСХ преобразует колебательное движение ведущего звена в однонаправленное вращение ведомого вала, испытывая одновременно действие моментов $M_{\text{о}}$ и $M_{\text{п.н}}$. В режиме вариатора указанные нагрузки являются переменными. Необходимо отметить различие механизмов воздействия внешних моментов $M_{\text{о}}$ и $M_{\text{п.н}}$ на триботехническую систему. Приложенный к ведущему валу-эксцентрику крутящий момент $M_{\text{о}}$ создает нормальное давление на элементы МСХ и одновременно инициирует их относительное скольжение. Приведенный к ведомой обойме момент $M_{\text{п.н}}$ создает в области её контакта с клином однонаправленную касательную нагрузку. Таким образом, только момент $M_{\text{о}}$ формирует силы трения, оказывающие сопротивление относительному движению элементов механизма. Элементы МСХ находятся в состоянии скользящего контакта вплоть до реализации самозакли-

нивания, когда $M_{тр}^{max} = M_{п.н}$, где $M_{тр}^{max}$ — максимальный момент трения, соответствующий действию $M_{о}^{max}$ и определяемый при заданном коэффициенте f_{AC} трения. Наибольший момент сил трения, реализуемый МСХ, зависит от величины касательных усилий (сил трения) на границе клина с ведомой обоймой:

$$M_{тр}^{max} = R \int_{AC} \sigma_s \mathrm{d}l. \qquad (5)$$

При реализации обязательного условия $M_{о}^{max} > M_{тр}^{max}$ механизм будет работать в тяговом режиме только в случае выполнения неравенства $M_{о}^{max} > M_{п.н}$. Следовательно, в фазе вынужденного движения ИП самотормозящийся при простом нагружении МСХ в зависимости от количественного соотношения моментов $M_о$ и $M_{п.н}$ может находиться в различных кинематических состояниях. В связи с этим определяемые в соответствии с выражениями (2) и (5) интегральные значения $M_о$ и $M_{тр}^{max}$ являются наиболее важными характеристиками контактного взаимодействия элементов МСХ, а необходимые и достаточные условия включения МСХ обязательно должны содержать наряду с геометрическими и кинематическими условиями силовое соотношение между нагружающими моментами $M_о$ и $M_{п.н}$, которое необходимо учитывать при построении динамических моделей ИП.

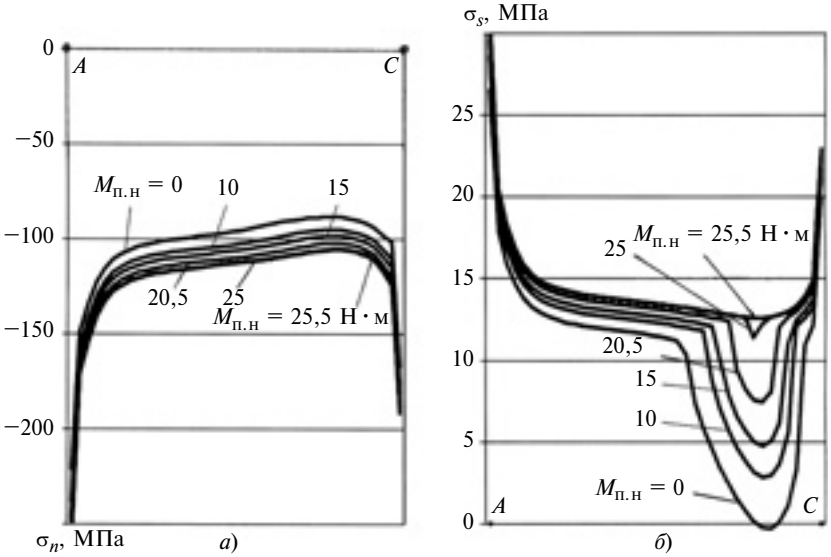


Рис. 2. Влияние касательной нагрузки на распределения нормальных давлений (*а*) и сил трения (*б*) в зоне контакта клина с ведомой обоймой

Результаты численного моделирования

Ниже представлены результаты исследования реакции триботехнической системы на изменение внешней нагрузки. Компьютерное моделирование осуществляли с помощью разработанной вычислительной системы на сетке из 720 граничных элементов при следующих значениях геометрических и упругих параметров расчетной модели: e = 5 мм; $r_о$ = 10 мм; r = 29 мм; R = 35 мм; R_1 = 50 мм; h = 5 мм; $\varphi_1 = \varphi_2 = 60°$; $E_2 = 1{,}05 \cdot 10^5$ МПа; $E_3 = E_4 = E_5 = 2{,}1 \cdot 10^5$ МПа; $\nu_2 = 0{,}3$; $\nu_3 = \nu_4 = \nu_5 = 0{,}29$ (обозначения упругих констант соответствуют позициям элементов на рис. 1). Расчеты проводили при коэффициентах трения $f_{BD} = f_{AC} = 0{,}12$, обеспечивающих в режиме останова самоторможение механизма при отсутствии поджимающих клин устройств. Значение удельного момента $M_о$ соответствовало углу поворота вала-эксцентрика $\varepsilon = 0{,}007$ рад.

Изучали поведение МСХ в процессе увеличения нагрузки на выходном звене: $M_о$ = const, $M_{п.н} = 0, \ldots, M_{п.н}^{max}$. При действии переменных моментов механизм может находиться или в тяговом режиме, или в состоянии статического равновесия, или в состоянии проскальзывания. Естественно предположить, что в тяговом режиме механическая энергия передается от вала-эксцентрика через ведущую обойму и клин к ведомой обойме при условии $M_{п.н} < M_{тр}^{max}$, статическое равновесие реализуется в случае $M_{п.н} = M_{тр}^{max}$, а неравенство $M_{п.н} > M_{тр}^{max}$ соответствует проскальзыванию МСХ.

Следует отметить, что в первом и третьем состояниях механизм не уравновешивается действием внешней нагрузки. В этих случаях вычислительная система после выполнения ряда итераций равновесия принудительно останавливает процедуру решения статической задачи. Это обусловило разброс интегральных значений момента $M_о$ на последней итерации при задаваемом угле ε поворота эксцентрика. В частности, при изменении полезной нагрузки в диапазоне $M_{п.н} = 10 \div 30$ Н · м максимальное отклонение значений указанного момента не превысило 6,2 %.

Цель вычислительного эксперимента — определение количественных соотношений моментов $M_о$ и $M_{п.м}$, показывающих возможность реализации каждого из указанных выше кинематических состояний. Распределения контактных характеристик на границе AC (см. рис. 1) контакта клина с ведомой обоймой приведены на рис. 2 и 3. Семейства кривых построены для фиксиро-

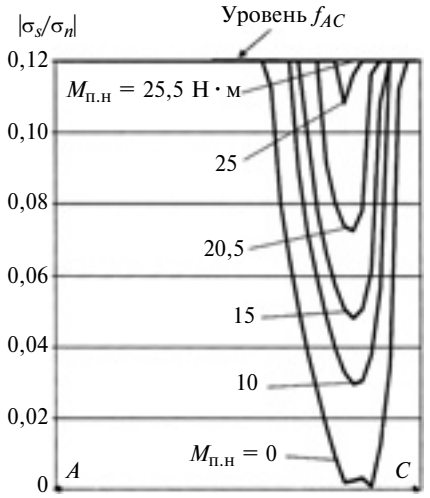


Рис. 3. Эволюционное вырождение зон сцепления клина с ведомой обоймой при увеличении касательной нагрузки

ванных значений момента полезной нагрузки $M_{п.н} = 0$; 10; 15; 20,5; 25; 25,5 Н · м.

Анализ результатов численного моделирования показал, что при действии тангенциальной нагрузки в зоне контакта клина с ведомой обоймой возникают дополнительные касательные и нормальные усилия. Касательная нагрузка оказывает незначительное влияние на нормальные давления (см. рис. 2, *а*). С ростом $M_{п.н}$ происходит некоторое увеличение (в пределах 16,5 %) давлений σ_n на границе AC при неизменном характере их распределения.

В большей степени от касательной нагрузки зависит сформированная моментом $M_о$ в указанной зоне система сил трения (см. рис. 2, *б*). С увеличением $M_{п.н}$ изменяется закон их распределения. Больше всего касательные усилия σ_s изменяются в смещенной к широкому краю (см. рис. 1, точка C) клина характерной седловидной зоне, имеющей наибольшую протяженность при $M_{п.н} = 0$. Рост касательной нагрузки приводит к поэтапному уменьшению ее размеров и полному исчезновению при $M_{п.н} = 25{,}5$ Н · м.

Условия сцепления клина с ведомой обоймой характеризуют зависимости модуля отношения сил трения и нормальных давлений $|\sigma_s/\sigma_n|$ вдоль границы AC клина при $M_{п.н} = 0 \div 25{,}5$ Н · м. Это отношение довольно точно определяет локализацию и протяженность зон с различными условиями фрикционного контакта тел на границах клина [4]. Очевидна зависимость данной характеристики от закона изменения касательных усилий. Распределения $|\sigma_s/\sigma_n|$ на рис. 3 характеризуют процесс эволюционного вырождения зон жесткого сцепления клина с ведомой обоймой при увеличении касательной нагрузки. Размеры зон определены графически путем пересечения кривых $|\sigma_s/\sigma_n|$ линией постоянного уровня $f_{AC} = 0{,}12$. Необходимо отметить, что острые углы клина порождают сингулярные значения всех рассмотренных характеристик на концах области контакта.

На рис. 4 построена зависимость размеров зоны жесткого сцепления на границе AC от отношения моментов $M_{п.н}/M_{тр}^{max}$, которая показывает, что момент вырождения относительной длины указанной зоны ($L_{st} = 0$) и изменения структуры механизма отвечает условию $M_{п.н} = 1{,}2\,M_{тр}^{max} = 25{,}5$ Н · м. Значение $M_{тр}^{max} = 21{,}3$ Н · м соответствует

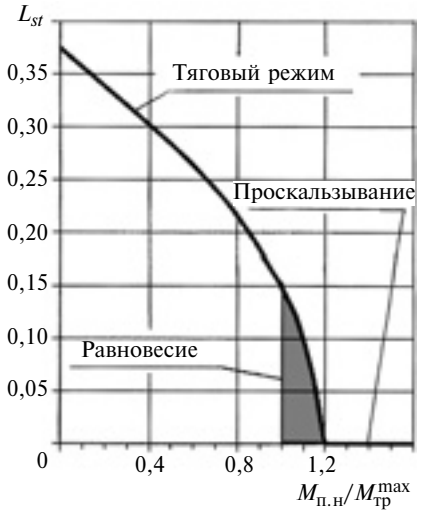


Рис. 4. Влияние касательной нагрузки на размеры зоны сцепления клина с ведомой обоймой

интегральной величине нагружающего момента $M_о = 27{,}2$ Н · м. Следовательно, проскальзывание МСХ происходит при $M_о/M_{п.н} = 1{,}07$.

Статическое равновесие МСХ реализуется при минимальном значении $M_{п.н} = M_{тр}^{max} = 20{,}5$ Н · м. В этом случае относительная длина зоны сцепления клина с ведомой обоймой составляет $L_{st} = 0{,}15$. С учетом вышесказанного интервал нагрузок $20{,}5 \leqslant M_{п.н} < 25{,}5$ Н · м соответствует состоянию равновесия механизма.

Исходя их этого можно заключить, что при соотношении моментов $M_о/M_{п.н} > 1{,}07$ механизм, имея одну степень свободы, находится в заклиненном состоянии, диапазон значений $1{,}07 < M_о/M_{п.м} < 1{,}32$ соответствует состоянию его статического равновесия, а условие проскальзывания МСХ имеет вид $M_о/M_{п.н} \leqslant 1{,}07$.

Анализ дополняют полученные с помощью средств графической визуализации вычислительной системы изображения деформированного состояния МСХ (рис. 5). Кинематическое состояние показывают изоповерхности суммарных перемещений $u_\Sigma = (u_x^2 + u_y^2)^{0,5}$ с ценой полосы 0,0015 мм, где u_x, u_y — проекции вектора перемещений внутренних точек на оси глобальной системы координат.

Изображение, полученное при моменте $M_{п.н} = 15$ Н · м (рис. 5, *а*), соответствует заклиненному состоянию МСХ. Распределения полос в обоймах и клине свидетельствуют о совместном кинематическом смещении элементов в направлении момента $M_о$. Изоповерхности суммарных перемещений на обоймах и клине также определяют положение зон жесткого сцепления тел, отличительным признаком которых является полное совпадение порядков полос в областях контакта трех

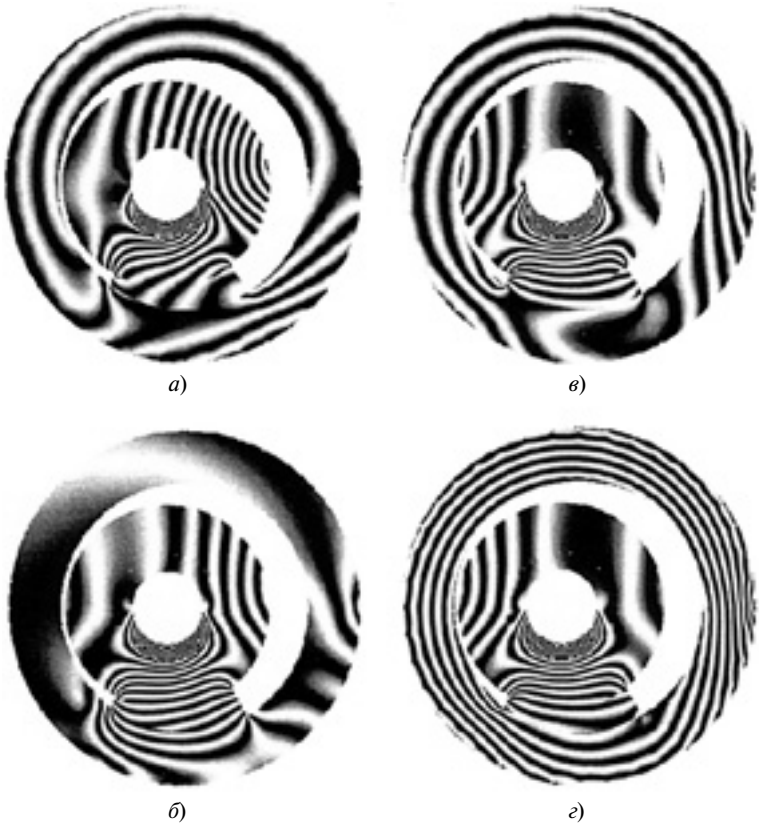


Рис. 5. Трансформирование кинематического состояния МСХ при моменте $M_{п.н}$ = 15 (*а*); 20,5 (*б*); 25,5 (*в*); 30 Н · м (*г*)

взаимодействующих элементов МСХ. Очевидно, что при действии нагрузки имеет место их совместная упругая деформация, при которой отсутствует макроскольжение тел.

Изображение, соответствующее $M_{п.н}$ = 20,5 Н · м (рис. 5, *б*), показывает состояние статического равновесия МСХ. При действии направленных в противоположные стороны моментов $M_о$ и $M_{п.н}$ происходит останов ведомой обоймы. Распределение полос в ведущей обойме и клине является идентичным случаю нагружения МСХ в стоповом режиме при неподвижной ведомой обойме [6].

Изображения деформированного состояния при $M_{п.н}$ = 25,5 (рис. 5, *в*) и 30 Н · м (рис. 5, *г*) показывают, что дальнейшее увеличение касательной нагрузки приводит к нарушению состояния равновесия механизма. Максимальной нагрузке соответствует $M_о/M_{п.н}$ = 0,91. Очевидно, что механизм изменяет свою структуру, приобретая еще одну степень свободы. При заданных условиях нагружения формально скольжение ведомой обоймы относительно ведущей обоймы и клина происходит в направлении момента $M_{п.н}$ полезной нагрузки.

Необходимо отметить, что установленные выше количественные соотношения между внешними крутящими моментами соответствуют решениям только рассмотренной контактной задачи.

Выполненный анализ позволяет сделать следующие выводы:

1. Разработанная статическая гранично-элементная модель устанавливает взаимосвязь между основными конструктивными параметрами МСХ, условиями нагружения и его кинематическим состоянием. Она позволяет исследовать фазу активного нагружения клиновых МСХ с учетом контактных явлений макро- и микроскольжения их элементов.

2. Разработанный контактный алгоритм и вычислительная система позволяют моделировать нелинейное поведение МСХ в фазе сложного нагружения, определять его кинематическое состояние и наиболее важные триботехнические характеристики. При наличии критериев прочности математическая модель может быть использована для анализа прочности и жесткости конструкции при проверочном и проектном расчетах клиновых МСХ.

3. В условиях действия переменных нагрузок структура и кинематическое состояние МСХ при прочих равных условиях существенно зависят от условий нагружения. Количественные соотношения между внешними моментами представляют дополнительное необходимое и достаточное силовое условие включения механизма, которое необходимо учитывать при построении динамических моделей бесступенчатых импульсных передач.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Благонравов А. А.** Механические бесступенчатые передачи нефрикционного типа. М.: Машиностроение, 1977. 145 с.

2. **Кропп А. Е.** Приводы машин с импульсными вариаторами. М.: Машиностроение, 1988. 144 с.

3. **Пожбелко В. И.** Инерционно-импульсные приводы машин с динамическими связями. М.: Машиностроение, 1989. 136 с.

4. **Гончаров А. А.** Неконсервативная гранично-элементная модель клиновых механизмов свободного хода // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2008. № 2. С. 28—36.

5. **Крауч С., Старфилд А.** Методы граничных элементов в механике твердого тела. М.: Мир, 1987. 328 с.

6. **Гончаров А. А.** Численное моделирование кинематических состояний клинового механизма свободного хода в фазе активного нагружения // Вестник машиностроения. 2010. № 2. С. 10—16.

7. **Гончаров А. А.** Статический анализ напряженно-деформированного состояния элементов клиновых механизмов свободного хода // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2005. № 5. С. 80—87.

УДК 539.3:534.1

В. Е. ХРОМАТОВ, канд. техн. наук, Т. Н. ГОЛУБЕВА (Национальный исследовательский университет "МЭИ"), e-mail: KhromatovVY@mpei.ru

Влияние магнитных полей на колебания и устойчивость пластин из ферромагнитного материала

Установлена связь собственных частот и форм колебаний конечно проводящих и диэлектрических ферромагнитных прямоугольных пластин в поперечном магнитном поле, исследовано его влияние на частоты колебаний пластин с разным закреплением краев.

Ключевые слова: ферромагнитная пластина, собственная частота, форма колебаний, поперечное магнитное поле, диэлектрическая пластина, электропроводность, консольная пластина.

The natural frequencies and vibration modes connection for finite conductive dielectric ferromagnetic slab wafers in the transverse magnetic field was settled. The influence of this field on slab wafer vibration frequencies (for different wafer edge restraints) was researched.

Keywords: ferromagnetic wafer, natural frequency, vibration mode, transverse magnetic field, dielectric wafer, electric conductivity, cantilever wafer.

Создание оптимальных конструкций для многих объектов энергетического машиностроения связано с вопросами широкого использования конструктивных элементов типа стержней, пластин и оболочек, на упругие колебания которых существенное влияние оказывают магнитные поля [1—3]. Основные уравнения магнитоупругих колебаний для идеально проводящих пластин и оболочек приведены в работе [1]. В работе [2] рассмотрены задачи колебаний пластин и оболочек из немагнитных материалов с конечной электропроводностью, а в работе [3] даны уравнения колебаний пластин и оболочек из ферромагнитных материалов. Влияния продольного и поперечного магнитных полей на спектры частот колебаний прямоугольных пластин, выполненных из диамагнитных и парамагнитных материалов, рассмотрены в работах [4, 5]. В работе [6] исследовано влияние поперечного магнитного поля на распределение собственных частот колебаний пологих оболочек. Результаты теоретических и экспериментальных исследований колебаний стержней из ферромагнитных материалов в поперечном магнитном поле приведены в работе [7].

Поставлена задача — на основе уравнений магнитоупругих колебаний прямоугольных пластин из ферромагнитного материала [3] разработать методику расчета спектров собственных частот колебаний пластин при различных краевых условиях на основе асимптотического метода В. В. Болотина [8, 9] и определить критические значения индукции внешнего магнитного поля, приводящего к потере устойчивости пластин.

Колебания шарнирно-опёртых пластин в магнитном поле

Рассмотрим тонкую изотропную проводящую ферромагнитную пластину постоянной толщины $2h$, расположенную относительно декартовой системы координат $Ox_1x_2x_3$ так, что срединная плоскость недеформированной пластины совпадает с координатной плоскостью Ox_1x_2. Пластина изготовлена из упругого магнитомягкого ферромагнитного материала с конечной постоянной электропроводностью и колеблется во внешнем постоянном поперечном магнитном поле с вектором магнитной индукции $\vec{B}(0;\ 0;\ B_3)$, нормальным к поверхности пластины (рис. 1).

Задача решается на основе следующих предположений [3]: а) справедлива гипотеза магнитоупругости тонких тел; б) магнитная и диэлектрическая проницаемости окружающей пластину непроводящей среды равны единице; в) влияние токов смещения пренебрежимо мало.

Уравнения связанных магнитоупругих колебаний пластин в магнитном поле дополняются уравнениями Максвелла для определения компонент невозмущенного и возмущенного магнитного поля. В работах [2, 3] для тонкостенной пластины получены сингулярные интегродифференциальные уравнения относительно параметров магнитного поля, при определении которых решения для возмущений и потенциалов, входящих в уравнение движения пластины, искали в классе гармонических функций [2, 3], зависящих от неизвестных волновых чисел. На основе принятых предположений имеем следующее уравнение колебаний проводящей ферромагнитной пластины в поперечном магнитном поле [2, 3]:

$$D\Delta\Delta w + N\Delta w - C\frac{\partial\Delta w}{\partial t} + 2\rho h\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0. \qquad (1)$$

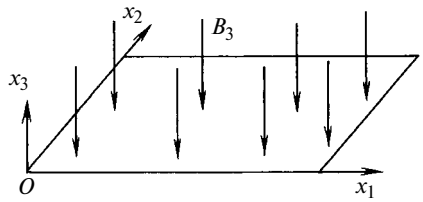


Рис. 1. Прямоугольная пластина в поперечном магнитном поле

Здесь $D = 2Eh^3/3(1 - \nu^2)$ — цилиндрическая жесткость (E — модуль упругости, ν — коэффициент Пуассона); Δ — оператор Лапласа; w — прогиб пластины; ρ — плотность материала пластины; N, C — величины, зависящие от параметров магнитного поля:

$$N = \frac{2\chi h B_3^2}{\mu_0 \mu_r}\left(1 + \frac{\chi(\chi+2)}{\mu_r \delta_1}\frac{\mathrm{sh}(kh)}{kh} - \frac{\chi \mathrm{ch}(kh)}{\mu_r \delta_1}\right); \quad (2)$$

$$C = \frac{2h^3 \sigma B_3^2}{3}\left(1 + \frac{\chi}{\mu_r} + \frac{\chi}{(1+\mu_r kh)}\right),$$

где B_3 — нормальная составляющая вектора магнитной индукции в вакууме; $\chi = (\mu_r - 1)$ — магнитная восприимчивость; μ_r — относительная магнитная проницаемость материала пластины; $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ Н/А^2 — магнитная постоянная; σ — коэффициент электропроводности пластины; $\delta_1 = \mu_r \mathrm{sh}(kh) + \mathrm{ch}(kh)$; $k = \sqrt{k_1^2 + k_2^2}$ (k_1 и k_2 — волновые числа).

Уравнения (1) необходимо дополнить условиями закрепления краев пластины. Рассмотрим задачу о колебаниях шарнирно-опёртой по краям пластины с размерами в плане a_1 и a_2. Решение уравнения (1), удовлетворяющее известным условиям шарнирного опирания при $x_1 = 0$, a_1, $x_2 = 0$, a_2, представим в виде [8, 9]:

$$w(x_1, x_2, t) = \sin(k_1 x_1)\sin(k_2 x_2)e^{i\omega t}, \quad (3)$$

где i — мнимая единица; ω — частота колебаний пластины в поперечном магнитном поле. Для шарнирно-опертой пластины волновые числа k_1 и k_2 — имеют вид: $k_1 = m_1\pi/a_1$, $k_2 = m_2\pi/a_2$ (m_1, m_2 = 1; 2; ...).

Подставив формулу (3) в уравнение (1), получим:

$$\omega = \frac{C}{4\rho h}(k_1^2 + k_2^2)i + \left[\frac{1}{2\rho h}[D(k_1^2 + k_2^2)^2 - N(k_1^2 + k_2^2)] - \frac{C^2}{16\rho^2 h^2}(k_1^2 + k_2^2)^2\right]^{1/2}. \quad (4)$$

Действительная часть выражения (4) — это собственная частота упругих колебаний:

$$\mathrm{Re}\omega = \left[\frac{1}{2\rho h}[D(k_1^2 + k_2^2)^2 - N(k_1^2 + k_2^2)] - \frac{C^2}{16\rho^2 h^2}(k_1^2 + k_2^2)^2\right]^{1/2}. \quad (5)$$

Мнимая часть выражения (4) — коэффициент демпфирования упругих колебаний:

$$\mathrm{Im}\omega = \frac{C}{4\rho h}(k_1^2 + k_2^2).$$

Для диэлектрической ферромагнитной пластины демпфирующее влияние магнитного поля исчезает ($\sigma \to 0$) и уравнение поперечных колебаний представляется в виде [3]:

$$D\Delta\Delta w + N\Delta w + 2\rho h\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0, \quad (6)$$

где N определяется по формуле (2).

Частота упругих колебаний диэлектрической пластины определяется по формуле [3]

$$\omega_д = \sqrt{\frac{1}{2\rho h}[D(k_1^2 + k_2^2)^2 - N(k_1^2 + k_2^2)]}. \quad (7)$$

По формулам (5) и (7) вычислили и сравнили собственные частоты колебаний рассматриваемых прямоугольных шарнирно-опёртых пластин из ферромагнетиков (сталь и никель) в поперечном магнитном поле. В расчетах принято: $a_1 = a_2 = 0{,}2$ м; $2h = 1$; 2 и 3 мм. Для пластин из стали: модуль упругости $E = 200$ ГПа; коэффициент Пуассона $\nu = 0{,}28$; плотность $\rho = 7700$ кг/м^3; магнитная проницаемость $\mu_r = 5000$; коэффициент электропроводности $\sigma = 0{,}21 \cdot 10^7$ (Ом · см)$^{-1}$. Для пластин из никеля: $E = 15$ ГПа; $\rho = 8800$ кг/м^3; $\mu_r = 35$; $\nu = 0{,}29$; $\sigma = 1{,}47 \cdot 10^7$ (Ом · см)$^{-1}$.

Численные результаты приводим для безразмерных собственных частот колебаний пластины, найденных по формуле

$$\bar{\omega} = \frac{\omega a_1 a_2}{\pi^2}\sqrt{\frac{2\rho h}{D}},$$

где частоту ω определяли для конечно проводящих пластин по формуле (5) и для диэлектрических пластин по формуле (7).

На рис. 2, *а*, *б* приведены зависимости основной частоты $\bar{\omega}$ колебаний от индукции магнитного поля для стальной и никелевой пластин в поперечном магнитном поле при разных толщинах пластины (сплошные кривые — конечно проводящие пластины, штриховые — диэлектрические). Чем тоньше пластина, тем сильнее влияние магнитного поля. При одних и тех же значениях индукции магнитного поля частоты колебаний никелевых пластин выше, чем стальных.

Поперечное магнитное поле понижает собственные частоты колебаний конечно проводящих и диэлектрических пластин из ферромагнетиков. Частоты диэлектрических пластин и конечно про-

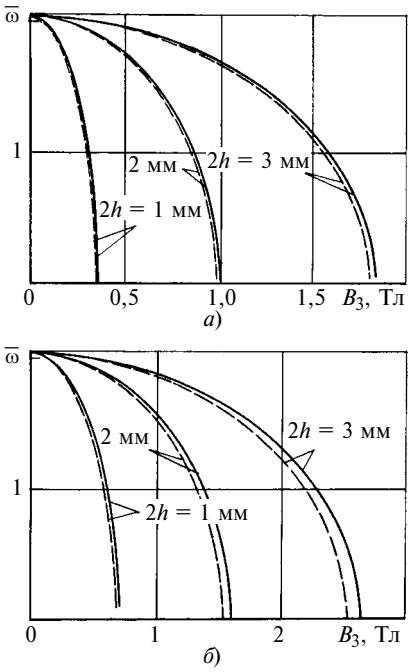


Рис. 2. Зависимости частоты колебаний стальной (*а*) и никелевой (*б*) пластин от индукции магнитного поля

водящих весьма близки. При определенной индукции магнитного поля пластина теряет устойчивость. Приняв $\omega = 0$, получим формулу критической магнитной индукции B_{3*} диэлектрических пластин, при которой происходит потеря устойчивости:

$$B_{3*} = \sqrt{\frac{D(k_1^2 + k_2^2)\mu_0\mu_r}{2\chi h\left(1 + \frac{\chi(\chi+2)}{\mu_r\delta_1}\frac{\mathrm{sh}(kh)}{kh} - \frac{\chi\,\mathrm{ch}(kh)}{\mu_r\delta_1}\right)}}.$$

Для технически реальной индукции внешнего магнитного поля разница собственных частот колебаний пластин, вычисленных по формуле (7) для диэлектрической пластины и по формуле (5) для конечно проводящей пластины, несущественны, поэтому для расчета собственных частот колебаний пластин при разном закреплении краев можно применять асимптотический метод В. В. Болотина (АМБ) [8, 9], основываясь на уравнениях для диэлектрических пластин.

Колебания пластин при разном закреплении краев

Применим АМБ для построения решений задачи о колебаниях диэлектрической ферромагнитной пластины в поперечном магнитном поле. При этом правомерно уравнение (6) [3].

Подставив решение для прогиба в виде $w(x_1, x_2, t) = \varphi(x_1, x_2)e^{i\omega t}$ в уравнение (6), получим уравнение для форм колебаний $\varphi(x_1, x_2)$:

$$D\Delta\Delta\varphi + N\Delta\varphi - 2\rho h\omega^2\varphi = 0. \qquad (8)$$

Следуя АМБ [8, 9], порождающее решение ищем в виде:

$$\varphi(x_1, x_2) = \sin k_1(x_1 - \xi_1)\sin k_2(x_2 - \xi_2), \qquad (9)$$

где k_1, k_2 — неизвестные волновые числа; ξ_1, ξ_2 — фазы порождающего решения.

Выражение (9) удовлетворяет уравнению (8). Соответствующая частота колебаний пластины определяется формулой (7). Волновые числа k_1, k_2, входящие в формулы (7) и (9), определяются из условий стыковки решений, полученных для каждого края пластины в зависимости от вида его закрепления. С учетом стыковки решений для противоположных краев пластины приходим к так называемым условиям склеивания для определения волновых чисел [9]:

$$\begin{cases} k_1 a_1 = \mathrm{arctg}\,u_{11}(k_1, k_2) + \mathrm{arctg}\,u_{12}(k_1, k_2) + m_1\pi; \\ k_2 a_2 = \mathrm{arctg}\,u_{21}(k_1, k_2) + \mathrm{arctg}\,u_{12}(k_1, k_2) + m_2\pi, \end{cases} \qquad (10)$$

где m_1 и m_2 — целые числа или ноль.

Функции $u_{\alpha\beta}(k_1, k_2)$ равны тангенсам фазовых постоянных ξ_α, найденных из граничных условий при $x_\alpha = 0$ и $x_\alpha = a_\alpha$ соответственно, и следовательно, зависят только от граничных условий.

В табл. 1 приведены трансцендентные уравнения и константы интегрирования при различном закреплении пластин. Для определения частот собственных колебаний прямоугольных пластин с произвольными условиями закрепления их краев необходимо с помощью системы трансцендентных уравнений (10) и табл. 1 найти волновые числа.

Например, для колебаний консольной пластины с одним жестко закрепленным краем ($x_1 = 0$) система уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} k_1 a_1 = \mathrm{arctg}\dfrac{k_1}{r_1} + \mathrm{arctg}\dfrac{k_1(k_1^2 + (2-\nu)k_2^2)(r_1^2 - \nu k_2^2)}{r_1(r_1^2 - (2-\nu)k_2^2)(k_1^2 + \nu k_2^2)} + \\ + m_1\pi; \\ k_2 a_2 = 2\mathrm{arctg}\dfrac{k_2(k_2^2 + (2-\nu)k_1^2)(r_2^2 - \nu k_1^2)}{r_2(r_2^2 - (2-\nu)k_1^2)(k_2^2 + \nu k_1^2)} + m_2\pi, \end{cases}$$

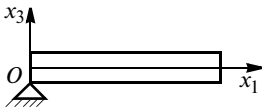
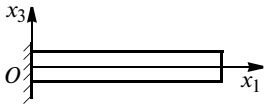
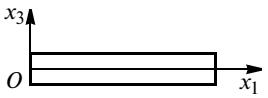
где $r_1 = \sqrt{k_1^2 + 2k_2^2 - N/D}$; $r_2 = \sqrt{k_2^2 + 2k_1^2 - N/D}$; параметр N определяется по формуле (2).

Решив систему уравнений и определив волновые числа k_1, k_2, подставим их в формулу (7) и вычислим собственные частоты колебаний пластины. Для расчета частот и форм колебаний пластин с различными краевыми условиями в среде Borland Delphi 7.0 разработан программный комплекс и выполнен расчет безразмерных собственных частот колебаний при разном закреплении краев [10].

В табл. 2 приведены собственные частоты колебаний для жестко защемленной и консольной стальной пластины с размерами $a_1 = a_2 = 20$ см,

Таблица 1

Трансцендентные уравнения для нахождения волновых чисел и константы интегрирования при разных закреплениях пластин

Закрепление пластины	Граничные условия	Формулы для нахождения волновых чисел	Константа интегрирования C
Шарнирное опирание 	$x_1 = 0 \begin{cases} \varphi = 0; \\ \dfrac{\partial^2\varphi}{\partial x_1^2} + \nu\dfrac{\partial^2\varphi}{\partial x_2^2} = 0 \end{cases}$	$k_1 = \dfrac{m_1\pi}{a_1}$; $k_2 = \dfrac{m_2\pi}{a_2}$	0
Заделка 	$x_1 = 0 \begin{cases} \varphi = 0; \\ \dfrac{\partial\varphi}{\partial x_1} = 0 \end{cases}$	$k_1\xi_1 = \operatorname{arctg}\dfrac{k_1}{r} + m_1\pi$	$C_2 = \dfrac{k_1}{\sqrt{r^2 + k_1^2}}$
Свободный край 	$x_1 = 0$ $\begin{cases} \dfrac{\partial^2\varphi}{\partial x_1^2} + \nu\dfrac{\partial^2\varphi}{\partial x_2^2} = 0; \\ \dfrac{\partial^3\varphi}{\partial x_1^3} + (2-\nu)\dfrac{\partial^3\varphi}{\partial x_1\partial x_2^2} = 0 \end{cases}$	$k_1\xi_1 =$ $= \operatorname{arctg}\dfrac{k_1(k_1^2 + (2-\nu)k_2^2)(r^2 - \nu k_2^2)}{r(r^2 - (2-\nu)k_2^2)(k_1^2 + \nu k_2^2)} +$ $+ m_1\pi$	$C_2 = -\dfrac{\operatorname{tg}(k_1\xi_1)}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2(k_1\xi_1)}}\,\dfrac{(k_1^2 + \nu k_2^2)}{r^2 - \nu k_2^2}$, где $\operatorname{tg}(k_1\xi_1) = \dfrac{k_1(k_1^2 + (2-\nu)k_2^2)(r^2 - \nu k_2^2)}{r(r^2 - (2-\nu)k_2^2)(k_1^2 + \nu k_2^2)}$
Примечание. Для поперечного магнитного поля $r = \sqrt{k_1^2 + 2k_2^2 - N/D}$, где $N = \dfrac{2\chi h B_3^2}{\mu_0\mu_r}\left[1 + \dfrac{\chi(\chi+2)}{\mu_r\delta_1}\dfrac{\operatorname{sh}(kh)}{kh} - \dfrac{\chi\operatorname{ch}(kh)}{\mu_r\delta_1}\right]$.			

$2h = 2$ мм при разных числах m_1, m_2 и индукции магнитного поля $B_3 = 0$ и 1 Тл.

На основе полученных АМБ соотношений для частот и форм колебаний пластин можно построить формы колебаний [10]. На рис. 3 приведены формы колебаний для консольной пластины из стали, находящейся в поперечном магнитном поле с магнитной индукцией $B_3 = 1$ Тл при $m_1 = 1$, $m_2 = 1$ (рис. 3, *а*) и $m_1 = 2$, $m_2 = 2$ (рис. 3, *б*).

Разработанная методика расчета спектров частот магнитоупругих колебаний ферромагнитных прямоугольных пластин при разном закреплении их краев позволяет проектировать оптимальные элементы конструкций объектов энергетического машиностроения. При цилиндрическом изгибе консольной пластины (стержневая модель, $k_2 = 0$) формула для определения частот и трансцендентное уравнение для волновых чисел имеют вид:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{2\rho h}(Dk_1^4 - N_0 k_1^2)}; \qquad (11)$$

$$k_1 a_1 = 2\operatorname{arctg}\frac{k_1}{\sqrt{k_1^2 - \dfrac{N_0}{D}}} + m_1\pi;$$

где

$$N_0 = \frac{2\chi h B_3^2}{\mu_0\mu_r}\left[1 + \frac{\chi(\chi+2)}{\mu_r[\mu_r\operatorname{sh}(k_1h) + \operatorname{ch}(k_1h)]}\,\frac{\operatorname{sh}(k_1h)}{k_1h} - \right.$$

$$\left. - \frac{\chi\operatorname{ch}(k_1h)}{\mu_r[\mu_r\operatorname{sh}(k_1h) + \operatorname{ch}(k_1h)]}\right].$$

Выражение (11) для частот колебаний стержня-пластины совпадает с выражением частот из работы [7], проверенным экспериментально. Установлено хорошее соответствие теоретических и экспериментальных значений частот колебаний стержней в поперечном однородном магнитном поле. В качестве примера для расчета частот колебаний

Таблица 2

Собственные частоты колебаний квадратных пластин

Номер частоты	Жестко защемленная пластина				Консольная пластина			
	Частота при B_3, Тл		Приближение		Частота при B_3, Тл		Приближение	
	0	1,0	m_1	m_2	0	1,0	m_1	m_2
1	3,5556	—	1	1	0,7891	—	0	0
2	7,3866	2,1093	1	2	2,6614	1,6489	0	1
3	7,3866	2,1093	2	1	3,0461	2,7430	1	0
4	10,8889	3,4136	2	2	5,3915	5,1139	1	1
5	13,3368	6,1399	1	3	6,5398	6,1924	0	2
6	13,3368	6,1399	3	1	7,0550	6,7487	2	0
7	16,6559	7,2783	2	3	9,3299	9,0692	1	2
8	16,6559	7,2783	3	2	9,7324	9,4870	2	1
9	21,3141	12,1626	1	4	12,4618	12,1709	0	3
10	21,3141	12,1626	4	1	13,0144	12,7570	3	0
11	22,2222	10,7936	3	3	13,9955	13,7946	2	2
12	24,5397	13,2508	2	4	15,1642	14,9310	1	3
13	24,5397	13,2508	4	2	15,8460	15,6363	3	1
14	29,9605	16,5756	3	4	19,9783	19,8085	2	3
15	29,9605	16,5756	4	3	20,3749	20,2141	3	2

консольного стержня рассматривали контактный сердечник (КС) геркона КЭМ-1 из ферромагнитного материала с размерами a_1 = 20 мм, $2h$ = 1 мм. Результаты расчетов первой и второй собственных частот колебаний КС в зависимости от индукции магнитного поля, представленные в работе [11], приведены на рис. 4 (кривые *1* и *2* соответственно). Собственные частоты колебаний стержня при увеличении индукции магнитного поля уменьшаются и при определенном значении стержень теряет устойчивость. Аналогичный характер изменения частот колебаний стержней в магнитном поле наблюдался и при экспериментальных исследованиях [7], что подтверждает достоверность представленных теоретических моделей.

Таким образом на основе обобщенных уравнений колебаний ферромагнитных пластин в поперечном магнитном поле получена система уравнений для определения собственных частот колебаний пластин с разным закреплением краев. Приведены конечные формулы для расчета частот колебаний консольных стержней в поперечном магнитном поле и значения индукции поперечного магнитного поля, приводящего к потере статической устойчивости стержней и пластин.

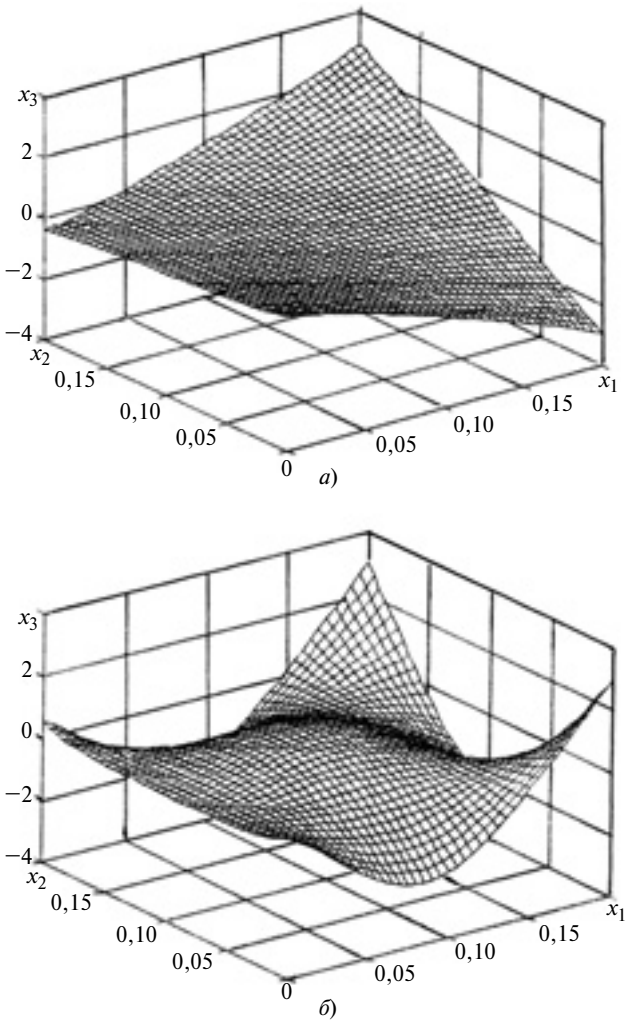


Рис. 3. Формы колебаний консольной пластины при m_1 = 1, m_2 = 1 (*а*) и m_1 = 2, m_2 = 2 (*б*)

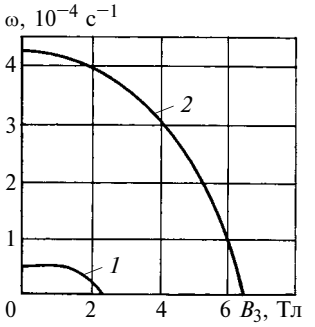


Рис. 4. Зависимости первой (*1*) и второй (*2*) частот колебаний консольного стержня от индукции магнитного поля

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Амбарцумян С. А., Багдасарян Г. Е., Белубекян М. В.** Магнитоупругость тонких оболочек и пластин. М.: Наука, 1977. 272 с.
2. **Амбарцумян С. А., Багдасарян Г. Е.** Электропроводящие пластинки и оболочки в магнитном поле. М: Физматлит, 1996. 286 с.
3. **Багдасарян Г. Е.** Колебания и устойчивость магнитоупругих систем. Ереван: Тигран Мец, 1999. 436 с.
4. **Багдасарян Г. Е.** Применение асимптотического метода В. В. Болотина для исследования магнитоупругих колебаний идеально проводящих прямоугольных пластин // Проблемы машиностроения. 1986. № 25. С. 63—68.
5. **Коробков Ю. С., Красова Н. С., Хроматов В. Е.** Влияние магнитного поля на спектры частот колебаний прямоугольных пластин // Электротехника. 2007. № 4. С. 30—34.
6. **Корешкова Н. С., Хроматов В. Е.** О влиянии поперечного магнитного поля на спектры частот колебаний пологих оболочек // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2009. № 4. С. 165—171.
7. **Мун Ф. С., Пао И-синь.** Колебания и динамическая неустойчивость стержня-пластины в поперечном магнитном поле // Прикладная механика. 1969. № 1 (Тр. Американского общества инженеров-механиков. Сер. Е. ПМ. 1969. Т. 36. С. 98—108).
8. **Прочность.** Устойчивость. Колебания: Справочник. Т. 3. / Под ред. И. А. Биргера и Я. Г. Пановко. М: Машиностроение, 1968. 568 с.
9. **Вибрации** в технике. Справочник. Т. 1. Колебания линейных систем / Под ред. В. В. Болотина. М.: Машиностроение, 1999. 506 с.
10. **Голубева Т. Н., Корешкова Н. С.** Программное обеспечение для расчета спектров собственных колебаний пластин и оболочек в магнитном поле // Сб. науч. работ всероссийского конкурса науч.-исслед. работ в области технологий электронного обучения в образовательном процессе. Белгород: Белгородский ГУ, 2010. Т. 2. С. 162—166.
11. **Хроматов В. Е., Голубева Т. Н.** Влияние магнитного поля на колебания контактных сердечников герконов // Тез. докл. 3-й междунар. науч.-практ. конф. "Магнитоуправляемые контакты (герконы) и изделия на их основе". Рязань: РЗМКП, 2011. С. 70—75.

УДК: 539.4.019

М. Н. СТЕПНОВ, д-р техн. наук ("МАТИ"-РГТУ им. К. Э. Циолковского), e-mail: andre-naumkin@yandex.ru

Расчетные методы построения кривых многоцикловой усталости с учетом конструкционных факторов

Анализом большого количества экспериментальных данных обоснованы методы расчета кривых многоцикловой усталости образцов с учетом концентрации напряжений и диаметра их поперечного сечения. Установлена хорошая сходимость расчетных и экспериментальных данных.

Ключевые слова: кривая усталости, предел выносливости, коэффициент концентрации, коэффициент влияния абсолютных размеров, долговечность.

Computational methods of high-cycle specimen fatigue curve tracing with engineering factors consideration such as the stress concentration and the cross sectional diameter were proven based on the analysis of results of the extensive experimental evidence. The close convergence of computational and experimental data was settled.

Keywords: fatigue curve, limit of endurance, concentration factor, absolute size factor, endurance.

На сопротивление усталостному разрушению материалов и элементов конструкций при действии переменных во времени напряжений наряду с технологией производства и условиями эксплуатации объекта значительно влияют размеры поперечного сечения деталей (масштабный фактор) и концентрация напряжений в местах резкого изменения их формы и размеров поперечного сечения.

Количественно влияние абсолютных размеров поперечного сечения характеризуется коэффициентом K_d — отношением пределов выносливости образцов диаметром d и диаметром d_0, равным 7,5 или 10 мм:

$$K_d = \sigma_{-1d}/\sigma_{-1d_0}. \quad (1)$$

Влияние концентрации напряжений оценивается эффективным коэффициентом K_σ концентрации — отношением пределов выносливости гладкого образца и образца с концентраторами напряжений, имеющих равные диаметры поперечных сечений:

$$K_\sigma = \sigma_{-1}/\sigma_{-1к}. \quad (2)$$

В публикациях [1—4] приведены экспериментальные значения коэффициентов K_d и K_σ, соответствующие лишь базовой долговечности, что не позволяет построить по этим данным кривые многоцикловой усталости, необходимые при расчете деталей на прочность. Такой же недостаток свойствен и теоретическим решениям [2, 3].

В настоящей статье на основании статистического анализа [5] большого объема экспериментальных данных представлена модель поведения коэффициента K_d во всем диапазоне долговечностей многоцикловой усталости. Применительно к эффективному коэффициенту K_σ концентрации напряжений этот вопрос подробно освещен в публикациях [6—8].

Приведенное выше стандартное определение коэффициента K_d не является исчерпывающим, так как не указывает на необходимость двух серий испытаний — образцов диаметрами d и d_0, при одинаковых схемах нагружения, близких или совпадающих частотах циклов напряжений, в одинаковых внешних средах, на совпадение качества поверхностей и состояния поверхностного слоя и т. д. Поэтому приведённые в публикациях значения K_d для образцов одинаковых размеров имеют значительный разброс. На рис. 1 приведены зависимости изменения коэффициента K_d масштабного фактора от диаметра d для гладких образцов из углеродистых и легированных сталей. Причем, из опубликованных в работах [2, 3, 9—11 и др.] данных отобраны только результаты испытаний образцов на изгиб с вращением, полученные при возможном соблюдении указанных выше требований к образцам и методам их испытаний на усталость. Тем не менее, разброс данных очень значителен и увеличивается с увеличением диаметра образцов. Весьма велик разброс значений коэффициента K_d и для образцов диаметром d = 1÷3 мм, что, вероятно, связано со сложностью проведения подобных испытаний, включая и изготовление образцов высокого качества.

Для выявления других (кроме диаметра образца) факторов, влияющих на коэффициент K_d и рассеяние его значений, из совокупности представленных на рис. 1 экспериментальных данных K_d выбраны и подвергнуты статистическому анализу [5] значения, соответствующие представительным интервалам диаметра d: 10÷15 мм (d = 12,5 мм); 15÷20 мм (d = 17,5 мм); 25÷30 мм (d = 27,5 мм); 45÷55 мм (d = 50 мм).

В первую очередь определяли, имеется ли стохастическая (вероятностная) связь между значениями коэффициента K_d и пределом прочности $\sigma_в$ материала. Из-за отсутствия сведений о законе распределения вероятностей случайной величины K_d использовали непараметрический коэффициент ранговой корреляции Спирмена [5]. Расчет этого коэффициента для образцов диаметром d = 27,5 мм приведен в табл. 1: результаты статических ($\sigma_в$) и

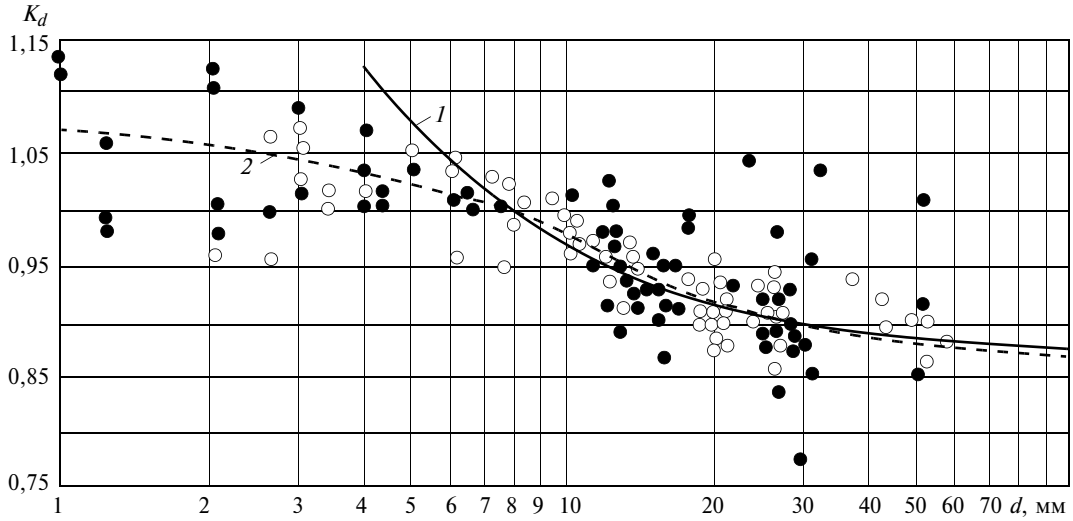


Рис. 1. Экспериментальные (точки) и расчетные (кривые *1*, *2*) зависимости коэффициента K_d от диаметра *d* образца:
● — углеродистые стали, ○ — легированные стали; *1* — по формуле (3) для $t = 5$ мм; *2* — по формуле (4) для $a = 0{,}858$ и $b = 0{,}201$

усталостных (K_d) испытаний расположены в произвольной последовательности.

В качестве нулевой гипотезы H_0 приняли равенство нулю генерального коэффициента ранговой корреляции Спирмена, т. е. $\rho_s = 0$, при альтернативной гипотезе $H_a - \rho_s \neq 0$. Для двустороннего критерия принимают уровень значимости $\alpha = 0{,}1$.

Таблица 1

Расчет коэффициента r_s корреляции Спирмена применительно к результатам испытаний на усталость гладких образцов диаметром 27,5 мм из углеродистых сталей

Номер пп	$\sigma_в$, МПа (ранг*)	K_d (ранг*)	Разность рангов $d_р$	$d_р^2$	Расчет r_s
1	574 (8)	0,891 (6)	2	4	$r_s =$
2	519 (5)	1,044 (16)	−11	121	
3	416 (2)	0,887 (4)	−2	4	$= 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{n} d_р^2}{n^3 - n} =$
4	421 (3)	0,975 (15)	−12	144	
5	436 (4)	0,916 (11)	−7	49	
6	616 (10)	0,926 (12)	−2	4	$= 1 - \frac{6 \cdot 923}{4080} =$
7	630 (12)	0,904 (8)	4	16	
8	847 (16)	0,912 (10)	6	36	$= -0{,}357$.
9	650 (14)	0,900 (7)	7	49	Для $\alpha = 0{,}1$ и
10	415 (1)	0,943 (14)	−13	169	$n = 16$
11	564 (7)	0,888 (5)	2	4	$r_{s_{1-\alpha/2}} = r_{s_{0,95}} =$
12	539 (6)	0,940 (13)	−7	49	$= 0{,}427$.
13	618 (11)	0,911 (9)	2	4	Так как $\lvert r_s \rvert < r_{s_{0,95}}$,
14	634 (13)	0,870 (3)	10	100	гипотеза H_0,
15	655 (15)	0,835 (2)	13	169	что $\rho_s = 0$,
16	583 (9)	0,767 (1)	1	1	не отвергается
При $n = 16$			$\sum_{i=1}^{n} d_р^2 = 923$		

* Ранг — порядковый номер значения x в вариационном ряду, выстроенном в порядке возрастания величины x.

В рассматриваемом примере выборочный коэффициент корреляции $r_s = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{n} d_р^2}{n^3 - n} = -0{,}357$, а критическое значение [5] для $n = 16$ составляет $r_{s_{1-\alpha/2}} = r_{s_{0,95}} = 0{,}427$. Так как $\lvert r_s \rvert < r_{s_{0,95}}$, то нулевая гипотеза $\rho_s = 0$ не отвергается. Для образцов того же диаметра из легированных сталей ($n = 7$) также имеем $\lvert r_s \rvert < r_{s_{0,95}}$ ($r_s = -0{,}643$ при $r_{s_{0,95}} = 0{,}679$), что не дает оснований отвергать нулевую гипотезу об отсутствии вероятностной связи между значениями коэффициента K_d и пределом прочности $\sigma_в$ материала.

Аналогичные выводы были сделаны и для образцов диаметрами 12,5, 17,5 и 50 мм как из углеродистых, так и из легированных сталей. Таким образом, расхождения в пределах прочности сталей не объясняют причину разброса значений K_d (см. рис. 1). Результаты анализа позволяют предположить, что если коэффициент K_d не зависит от статической прочности сталей, то и класс сталей (углеродистые или легированные) не должен влиять на его значение. Для проверки этого предположения попарно сравнили выборки значений K_d для указанных диаметров образцов из углеродистых и легированных сталей. Цель сравнения — проверка нулевой гипотезы о принадлежности двух выборок значений K_d единой генеральной совокупности, т. е. тождественность функций распределения K_d для образцов из углеродистых и легированных сталей с одинаковыми диаметрами рабочего сечения: $F_1(x) \equiv F_2(x)$. В этом случае использовали также непараметрический статический критерий — ранговый критерий z инверсий Уилкоксона—Ман-

на—Уитни [5]. Пример использования этого критерия для $d = 12{,}5$ мм приведен в табл. 2: представлены отдельно вариационные ряды значений K_d для образцов из легированных и углеродистых сталей и их общий вариационный ряд.

Суммы рангов в рассматриваемом примере составляют [5]: $R_1 = 1 + 4 + 6 + ... + 33 + 34 = 269$ и $R_2 = 2 + 3 + ... + 35 + 36 = 397$. В примере критерий $z = 0{,}308$, а для уровня значимости $\alpha = 0{,}1$ имеем $z_{1-\alpha/2} = z_{0{,}95} = 1{,}645$. Условие $|z| \leqslant z_{1-\alpha/2}$ выполняется, следовательно, нулевая гипотеза о принадлежности двух выборок единой генеральной совокупности не отклоняется, т. е. $F_1(x) \equiv F_2(x)$.

Для объединенной совокупности значений K_d и $\sigma_в$ применительно к образцам диаметром $d = 12{,}5$ мм из углеродистых и легированных сталей также определен ранговый коэффициент корреляции Спирмена $r_s = -0{,}108$ при $r_{s_{0,95}} = 0{,}282$, т. е. и для объединенной совокупности значения K_d не имеют значимой вероятностной связи со статической прочностью сталей.

Аналогичные результаты получены и для образцов диаметрами $d = 17{,}5$; 27,5 и 50 мм (табл. 3), что еще раз подтвердило гипотезу об отсутствии значимой вероятностной связи между статической прочностью сталей и коэффициентом влияния абсолютных размеров поперечного сечения образцов. Подобное предположение ранее было высказано Р. Хейвудом [2], но оно не было подкреплено какими-либо экспериментальными результатами.

Таким образом, разброс экспериментальных значений на рис. 1 объясняется тем, что испытания на усталость проводились в разных лабораториях, разными исследователями, при неодинаковых требованиях к соблюдению технологии изготовления образцов и проведению испытаний и т. д. Значение же коэффициента K_d влияния абсолютных размеров поперечного сечения образцов при соблюдении одинакового качества поверхностного слоя образцов диаметрами d_0 и d и требований к машинам для испытания на усталость образцов разного диаметра и режимам испытаний при экспериментальном определении числителя и знаменателя формулы (1) зависит только от диаметра образца.

В публикациях рассмотрен ряд теорий, объясняющих и описывающих влияние абсолютных размеров поперечного сечения на сопротивление усталости элементов конструкций [2, 3, 9]. Однако большинство из них позволяют оценить коэффициент масштабного фактора только для базовой долговечности. Кроме того, теоретические модели содержат ряд параметров, которые принимают разные значения для разных конструкционных материалов, зависят от технологии их производства и условий эксплуатации, что требует проведения специальных испытаний на усталость для оценки значений указанных параметров.

В связи с этим рассмотрим модель, основанную на анализе приведенных экспериментальных результатов (см. рис. 1). Согласно монографии [2] еще в 1944 г. Р. Петерсон предположил, что прочность при переменных нагрузках определяется напряжением σ'_{-1} на некотором определенном и независящем от диаметра d расстоянии t от поверхности образца и что это напряжение одинаково для образцов разных размеров. В дальнейшем эта гипотеза была подвергнута анализу с целью обоснования предела выносливости образцов большого

Таблица 2

Вариационные ряды значений коэффициента K_d для гладких образцов диаметром 12,5 мм из углеродистых и легированных сталей

Углеродистые стали, $n = 22$	$x = K_d$	0,884	0,907	0,922	0,925	0,926	0,926	0,926	0,936
	Ранг	1	2	3	4	5	6	7	8
	$x = K_d$	0,945	0,946	0,950	0,951	0,951	0,955	0,957	0,966
	Ранг	9	10	11	12	13	14	15	16
	$x = K_d$	0,972	0,973	0,975	0,986	1,000	1,018	—	—
	Ранг	17	18	19	20	21	22	—	—
Легированные стали, $m = 14$	$y = K_d$	0,882	0,913	0,922	0,941	0,942	0,950	0,950	0,951
	Ранг	1	2	3	4	5	6	7	8
	$y = K_d$	0,957	0,967	0,972	0,988	0,990	0,991	—	—
	Ранг	9	10	11	12	13	14	—	—
Объединенная выборка, $m + n = 36$	Ранг значения K_d в общем ряду x и y	1	2	3	4	5	6	7	8
		y_1	x_1	x_2	y_2	x_3	y_3	x_4	x_5
		9	10	11	12	13	14	15	16
		x_6	x_7	x_8	y_4	y_5	x_9	x_{10}	x_{11}
		17	18	19	20	21	22	23	24
		y_6	y_7	x_{12}	x_{13}	y_8	x_{14}	x_{15}	y_9
		25	26	27	28	29	30	31	32
		x_{16}	y_{10}	x_{17}	y_{11}	x_{18}	x_{19}	x_{20}	y_{12}
		33	34	35	36	—	—	—	—
		y_{13}	y_{14}	x_{21}	x_{22}	—	—	—	—

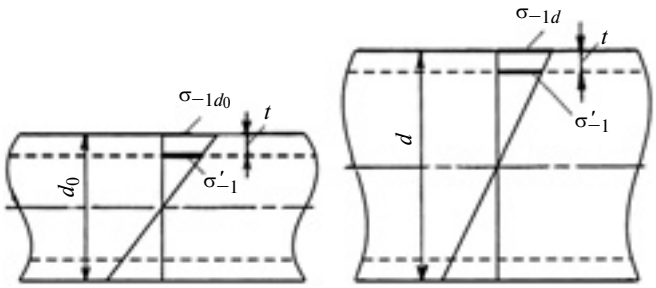


Рис. 2. Эпюры нормальных напряжений при предельном изгибе образцов диаметрами d_0 и d

размера по результатам испытаний лабораторных образцов малого диаметра. На практике эти уравнения не применяли. Однако приемлемую для практического применения формулу из гипотезы Петерсона получить можно.

Рассмотрев образцы с разными диаметрами d_0 и d поперечного сечения (рис. 2) при равных значениях t и σ'_{-1} при изгибе, из геометрических соотношений получим:

$$\sigma_{-1d_0} = \sigma'_{-1}\frac{0{,}5d_0}{0{,}5d_0 - t}; \quad \sigma_{-1d} = \sigma'_{-1}\frac{0{,}5d}{0{,}5d - t}.$$

Тогда

$$K_d = \frac{\sigma_{-1d}}{\sigma_{-1d_0}} = \frac{d}{d_0}\left(\frac{d_0 - 2t}{d - 2t}\right). \qquad (3)$$

Как показали эксперименты, для базовой долговечности 10^7 циклов для стали $t = 0{,}5$ мм, для деформируемых алюминиевых сплавов $t = 0{,}7$ мм.

Сопоставление рассчитанных по формуле (3) (см. рис. 1, кривая *1*) и экспериментальных (точки) результатов показывает их удовлетворительную сходимость для $d > 5 \div 6$ мм. Для малых диаметров ($d < 5$ мм) из-за значительных погрешностей формулу (3) для оценки K_d применять нельзя. Это, видимо, связано с тем, что нижняя граница слоя толщиной t находится слишком близко от нейтральной линии сечения при изгибе, что приводит к несостоятельности гипотезы Петерсона.

При необходимости оценки K_d для образцов малых диаметров следует прибегнуть к эмпирическим формулам, если теоретические подходы дают завышенные значения пределов выносливости, заметно отличающиеся от экспериментальных. Результаты расчета по эмпирической формуле в этом случае должны соответствовать экспериментальным результатам не только применительно к образ-

Таблица 3

Проверка статистических гипотез относительно коэффициента K_d для гладких образцов из углеродистых и легированных сталей

Нулевая H_0 и альтернативная H_a гипотезы	Критерий проверки гипотезы	d, мм			
		12,5	17,5	27,5	50
H_0 : $\rho_s = 0$, между K_d и $\sigma_в$ для УС нет стохастической связи. H_a : $\rho_s \neq 0$, зависимость имеет место	КРКС для $\alpha = 0{,}1$: если $\lvert r_s\rvert \leqslant r_{s(1-\alpha/2)}$, то H_0 не отвергается; если $r_s > r_{s(1-\alpha/2)}$, то H_0 отвергается	$n = 22$, $r_s = -0{,}031$, $r_{s_{0,95}} = 0{,}360$	$n = 10$, $r_s = -0{,}385$, $r_{s_{0,95}} = 0{,}552$	$n = 16$, $r_s = -0{,}357$, $r_{s_{0,95}} = 0{,}427$	$n = 11$, $r_s = -0{,}091$, $r_{s_{0,95}} = 0{,}527$
		$\lvert r_s\rvert < r_{s_{0,95}}$, H_0 не отвергается			
H_0 : $\rho_s = 0$, между K_d и $\sigma_в$ для ЛС нет стохастической связи. H_a : $\rho_s \neq 0$; зависимость имеет место		$n = 14$, $r_s = -0{,}336$, $r_{s_{0,95}} = 0{,}496$	$n = 11$, $r_s = 0{,}220$, $r_{s_{0,95}} = 0{,}527$	$n = 7$, $r_s = -0{,}643$, $r_{s_{0,95}} = 0{,}679$	$n = 5$, $r_s = 0{,}700$, $r_{s_{0,95}} = 0{,}801$
		$\lvert r_s\rvert < r_{s_{0,95}}$, H_0 не отвергается			
H_0: две выборки K_d (для УС и ЛС) принадлежат одной генеральной совокупности: $F_1(x) = F_2(x) = F(x)$. H_a: $F_1(x) \neq F_2(x)$	РКИ для $\alpha = 0{,}1$: если $\lvert z\rvert \leqslant z_{1-\alpha/2}$, то H_0 не отвергается; если $z > z_{1-\alpha/2}$, то H_0 отвергается	$m = 14$, $n = 22$, $z = 0{,}308$, $z_{0,95} = 1{,}645$	$m = 10$, $n = 11$, $z = 0{,}528$, $z_{0,95} = 1{,}645$	$m = 7$, $n = 16$, $z = 0{,}528$, $z_{0,95} = 1{,}645$	$m = 5$, $n = 11$, $u = 25$, $u_{0,05} = 12$
		$z < z_{1-\alpha/2}$, H_0 не отвергается: $F_1(x) = F_2(x)$			$u > u_{0,05}$, H_0 не отвергается $F_1(x) = F_2(x)$
H_0 : $\rho_s = 0$, между K_d и $\sigma_в$ общей совокупности УС и ЛС нет стохастической связи. H_a : $\rho_s \neq 0$, зависимость имеет место	КРКС для $\alpha = 0{,}1$: если $\lvert r_s\rvert \leqslant r_{s(1-\alpha/2)}$, то H_0 не отвергается; если $r_s > r_{s(1-\alpha/2)}$, то H_0 отвергается	$n = 36$, $r_s = -0{,}108$, $r_{s_{0,95}} = 0{,}282$	$n = 21$, $r_s = -0{,}212$, $r_{s_{0,95}} = 0{,}369$	$n = 23$, $r_s = -0{,}257$, $r_{s_{0,95}} = 0{,}352$	$n = 16$, $r_s = -0{,}203$, $r_{s_{0,95}} = 0{,}427$
		$\lvert r_s\rvert < r_{s_{0,95}}$, H_0 не отвергается			

Примечания:
1. УС — углеродистая сталь; ЛС — легированная сталь.
2. КРКС —коэффициент ранговой корреляции Спирмена; РКИ — ранговый критерий инверсий Уилкоксона—Манна—Уитни.

цам малого диаметра, но и к образцам с диаметром $d < 5$ мм и теоретическим результатам.

Подобная эмпирическая формула в данном случае может быть представлена в виде:

$$K_d = a + \frac{b}{\sqrt{1 + (d/d_0)}}, \qquad (4)$$

где для сталей $a = 0{,}858$, $b = 0{,}201$; для деформируемых алюминиевых сплавов — $a = 0{,}813$, $b = 0{,}265$.

Результаты расчета коэффициента K_d для сталей по формуле (4) — кривая *2* на рис. 1.

При переменном изгибе в одной плоскости напряжения в опасном сечении образцов сосредоточены в окрестностях только двух противоположных точек диаметра сечения в плоскости действия изгибающего момента. Согласно экспериментальным данным для сталей в этом случае $t = 1{,}2$ мм.

В данной работе не рассматривается теория В. П. Когаева [3], которая не позволяет построить кривую многоцикловой усталости, так как оценивает коэффициент K_d или предел выносливости образцов и деталей лишь для базовой долговечности $N = 10^7$ циклов (значения параметра ν_σ [3] для других долговечностей требуют дополнительных обоснований).

Кривую многоцикловой усталости образцов диаметром $d > d_0$ можно построить, если за основу взять уравнение (3) и в качестве аргумента, зависящего от предельной долговечности, принять $t_N = f(N)$.

Анализ большого числа опубликованных экспериментальных данных позволил установить пределы изменения толщины t слоя на основании значений коэффициента K_d масштабного фактора в соответствии с формулой (3) при предельной долговечности $5 \cdot 10^4 \div 10^7$ циклов. При испытании на изгиб с вращением образцов из деформируемых алюминиевых сплавов получили $t_N = 0{,}15$ мм для $N = 5 \cdot 10^4$ и $t_N = 0{,}7$ мм для $N = 10^7$ циклов. Считая увеличение t_N пропорциональным увеличению $\lg N$, получим:

$$t_N = 0{,}24 \lg N - 0{,}97, \text{ мм}. \qquad (5)$$

Для стальных образцов, испытанных в тех же условиях, для $N = 5 \cdot 10^4$ циклов имеем $t_N = 0{,}25$ мм, для $N = 10^7$ циклов — $t_N = 0{,}5$ мм. Тогда

$$t_N = 0{,}11 \lg N - 0{,}26, \text{ мм}. \qquad (6)$$

На рис. 3 на базе кривой *1* усталости образцов $d_0 = 7{,}5$ мм с учетом формул (3) и (5) построены кривая усталости при изгибе с вращением гладких образцов диаметром $d = 35$ мм из алюминиевого деформируемого сплава АВ ($\sigma_в = 364$ МПа). Аналогичная кривая построена [12] по данным испытаний на усталость 100 образцов. Соответствие

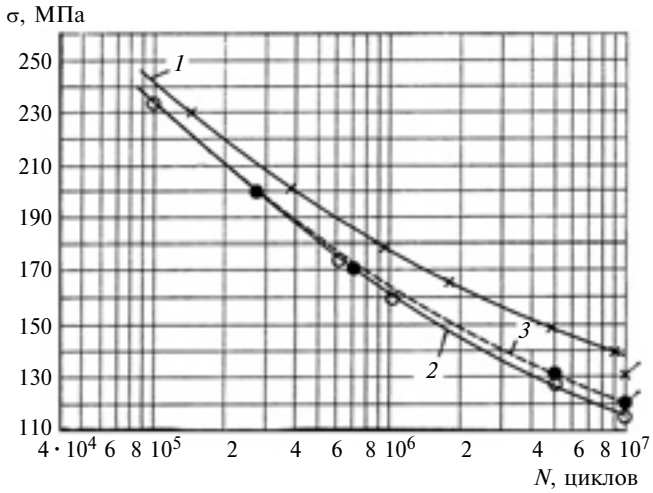


Рис. 3. Экспериментальные *1* (d_0 = 7,5 мм) и *2* (d = 35 мм) и расчетная *3* (d = 35 мм) кривые многоцикловой усталости при изгибе с вращением гладких образцов из деформируемого алюминиевого сплава АВ

опытных данных расчетным — хорошее. Аналогичные результаты получены и для других сплавов и сталей.

Для построения кривых усталости образцов и деталей с учетом одновременно и концентрации напряжений, и масштабного фактора необходимо установить характер их взаимодействия при переменных напряжениях. По аналогии с формулой (1) коэффициент влияния абсолютных размеров поперечного сечения образца с концентратором напряжений представим как:

$$(K_d)_к = (\sigma_{-1d})_к / (\sigma_{-1d_0})_к, \qquad (7)$$

где $(\sigma_{-1d})_к$ и $(\sigma_{-1d_0})_к$ — пределы выносливости образцов диаметрами d и $d_0 = 7{,}5$ мм с одинаковыми коэффициентами концентрации $\alpha_\sigma > 1$.

Многочисленные публикации [2÷4; 9÷12 и др.] позволили установить зависимость коэффициента (K_d) от диаметра образцов с концентраторами напряжений в виде галтелей и выточек. В данном случае, как и для гладких образцов (см. рис. 1), отмечено большое рассеяние экспериментальных значений выше указанного коэффициента. Поэтому и в данном случае применили статистический подход к анализу опытных данных и отобрали данные, соответствующие диаметрам образцов вблизи средних значений сравнительно узких интервалов: $d = 12{,}5$; 17,5; 27,5 и 50 мм.

В первую очередь определяли, имеется ли стохастическая связь коэффициента $(K_d)_к$ с концентрацией напряжений, для чего оценили коэффициент ранговой корреляции Спирмена для образцов из углеродистой и легированной сталей диаметрами $d = 12{,}5$; 17,5; 27,5 и 50 мм при теоретических коэффициентах концентрации $\alpha_\sigma = 1{,}40 \div 5{,}00$. Во

всех восьми возможных случаях при значимости $\alpha = 0{,}1$ подтвердилась нулевая гипотеза о том, что между коэффициентом $(K_d)_к$ и теоретическим коэффициентом α_σ концентрации напряжений отсутствует стохастическая зависимость, так как во всех упомянутых случаях $|r_s| < r_{s_{0,95}}$.

Пример подобного статистического анализа приведен в табл. 4 для образцов диаметром $d = 12{,}5$ мм из углеродистых и легированных сталей. Для углеродистых сталей коэффициент корреляции Спирмена $r_s = 1 - \frac{6 \cdot 1075}{4896} = -0{,}317$, а его критическое значение для уровня значимости $\alpha = 0{,}1$ составляет $r_{s_{0,95}} = 0{,}412$, т. е. $|r_s| < r_{s_{1-\alpha/2}}$. Следовательно, нулевая гипотеза о том, что $\rho_s = 0$, не отвергается.

Для легированных сталей $r_s = -0{,}446$ при критическом значении [5] $r_{s_{0,95}} = 0{,}583$. И в этом случае $|r_s| < r_{s_{1-\alpha/2}}$, т. е. гипотеза о том, что $\rho_s = 0$ не отвергается.

Таблица 4

Расчет коэффициента ранговой корреляции Спирмена между значениями $(K_d)_к$ и α_σ для образцов диаметром 12,5 мм из углеродистых и легированных сталей

Номер пп	$(K_d)_к$ (ранг)	α_σ (ранг)	Разность рангов $d_р$	$d_р^2$
Углеродистые стали				
1	0,947 (9)	1,40 (1)	8	64
2	0,993 (16)	2,90 (15)	1	2
3	0,926 (6)	2,01 (9)	−3	9
4	0,928 (7)	2,01 (9)	−2	4
5	0,906 (4)	2,01 (9)	−5	25
6	0,965 (13)	1,78 (4,5)	8,5	72,25
7	0,960 (10,5)	1,96 (7)	3,5	12,25
8	0,842 (1)	2,51 (12)	−11	121
9	1,000 (17)	1,78 (4,5)	12,5	156,25
10	0,946 (8)	3,94 (16)	−8	64
11	0,960 (10,5)	5,0 (17)	−6,5	42,25
12	0,968 (14)	2,24 (11)	3	9
13	0,963 (12)	1,50 (13)	9	81
14	0,871 (2)	2,63 (14)	−12	144
15	0,896 (15)	1,48 (2)	13	169
16	0,919(5)	1,92 (6)	−1	1
17	0,871 (3)	2,57 (13)	−10	100
При $n = 17$ $\sum_{i=1}^{n} d_р^2 = 1075$				
Легированные стали				
1	0,965 (6)	2,01 (3,5)	2,5	6,25
2	1,000 (8)	2,01 (3,5)	4,5	20,25
3	1,010 (9)	1,78 (2)	7	49
4	0,930 (5)	2,81 (7)	−2	4
5	0,885 (4)	1,57 (1)	−3	9
6	0,979 (7)	2,07 (5)	2	4
7	0,857 (3)	2,58 (6)	−3	9
8	0,786 (2)	3,64 (8)	−6	36
9	0,776 (1)	4,17 (9)	−8	64
При $n = 9$ $\sum_{i=1}^{n} d_р^2 = 173{,}5$				

Аналогичные соотношения и выводы по итогам проверок гипотезы H_0 получены и для других диаметров образцов. Однако следует отметить, что во всех случаях, кроме одного, значения выборочного коэффициента корреляции Спирмена были отрицательными, хотя и небольшими. Это свидетельствует о наличии весьма слабой стохастической зависимости $(K_d)_к$ от α_σ, причем с увеличением α_σ значения $(K_d)_к$ незначительно уменьшаются.

При наличии концентрации напряжений, как и для гладких образцов, выборочный коэффициент концентрации Спирмена между случайными величинами $(K_d)_к$ и $\sigma_в$ по абсолютной величине во всех рассмотренных случаях оказывается меньше критического значения, т. е. $|r_s| < r_{s_{1-\alpha/2}}$, что подтверждает гипотезу о независимости $(K_d)_к$ от статической прочности материала. Однако знак при r_s сохраняется отрицательным практически для всех рассмотренных вариантов материалов и размеров образцов.

Таким образом, коэффициент $(K_d)_к$ влияния абсолютных размеров образцов слабо зависит от концентрации напряжений и статической прочности материала, хотя эти факторы могут вызвать некоторое увеличение рассеяния опытных данных.

С целью повышения информативности экспериментального материала при наличии концентраторов напряжений, как и для гладких образцов, объединили значения коэффициента $(K_d)_к$ для образцов из углеродистых и легированных сталей. Предварительно проверили нулевые гипотезы о принадлежности выборок из углеродистых и легированных сталей единой генеральной совокупности методом Уилкоксона—Манна—Уитни [5]. В результате проверки со значимостью $\alpha = 0{,}1$ можно утверждать, что каждая пара выборок принадлежит единой генеральной совокупности, функции распределения вероятностей $(K_d)_к$ для углеродистых и легированных сталей тождественно равны, как это имело место и для гладких образцов: $F_1(x) = F_2(x)$.

При статистическом анализе важно установить соотношение коэффициентов K_d и $(K_d)_к$ для образцов равных диаметров. В связи с упомянутым объединением выборочных значений коэффициента $(K_d)_к$ для углеродистых и легированных сталей объемы объединенных выборок заметно увеличились. Это позволило при $n_1 + n_2 = 66$ и $d = 12{,}5$ мм при решении вопроса о принадлежности значений K_d и $(K_d)_к$ единой генеральной совокупности применить более мощный критерий Колмогорова и Смирнова [5]. При этом в качестве статистического параметра использовали максимальную абсолютную разность накопленных частостей для сравниваемых выборок. В нашем случае $|D|_{max} = 0{,}231$, а крити-

ческое значение для $\alpha = 0{,}1$ составляет $D_{0,1} = 0{,}307$, т. е. $|D|_{\max} < D_{0,1}$, и следовательно, гипотеза о равенстве* значений K_d и $(K_d)_к$ не отвергается.

Для образцов других диаметров ($d = 17{,}5$; 27,5 и 50 мм) объем объединенных выборок составил $n_1 + n_2 < 35$, поэтому задачу решали путем использования рангового критерия Уилкоксона—Манна—Уитни. Во всех исследованных случаях критерий также подтвердил нулевую гипотезу о принадлежности выборок значений K_d и $(K_d)_к$ единой генеральной совокупности, т. е. $F_1(x) \equiv F_2(x)$. Таким образом, значения коэффициентов K_d и $(K_d)_к$ равны между собой и определяются только диаметром поперечного сечения образца и его материалом (стали, алюминиевые сплавы и т. д.). Тождественность распределений K_d и $(K_d)_к$ соответствует тождественности распределений $(K_\sigma)_{d_0}$ и $(K_\sigma)_d$ для геометрически подобных образцов, испытанных при изгибе с вращением. Эти выводы сделаны на основании статистического анализа результатов экспериментов, проведенных разными исследователями в разных лабораториях мира применительно к большому числу марок сталей, видов полуфабрикатов и режимов технологий их производства, видов термической обработки и т. д. Слабые влияния на коэффициенты K_d и $(K_d)_к$ статической прочности материалов и теоретического коэффициента концентрации напряжений, отмеченные ранее, соответствуют незначительному их влиянию на коэффициенты $(K_\sigma)_{d_0}$ и $(K_\sigma)_d$: изменяют лишь уровень их рассеяния.

Встречающиеся в публикациях экспериментальные данные и основанные на них заключения, противоречащие приведенным строго обоснованным выводам, объясняются сравнительно малым объемом экспериментов, большим рассеянием характеристик усталостных свойств и недостаточно строгим анализом результатов экспериментов. Поэтому для аналитического описания экспериментальных данных применительно к коэффициенту $(K_d)_к$ влияния абсолютных размеров поперечного сечения образцов с концентраторами напряжении следует использовать примененные ранее для описания коэффициента K_d, уравнения (3)÷(6) с теми же значениями параметров (см. рис. 1).

Таким образом, материалы данной статьи и статей [6—8] дают возможность расчетным путем строить кривые многоцикловой усталости для образцов диаметрами $d > d_0$ и при наличии концентрации напряжений. Для этого сначала экспериментально или расчетным методом [1,8] надо построить кривую многоцикловой усталости для гладких лабораторных образцов диаметром $d = 7{,}5$ мм. Затем по формулам (3), (5) и (6) для ряда долговечностей вычислить соответствующие значения $(K_d)_N$ и умножить ординаты кривой для d_0 на $(K_d)_N$. Получим кривую усталости для гладкого образца диаметром d с ординатами $(\sigma_{-1})_d$. Для построения кривой усталости образцов диаметром d при наличии концентрации напряжений для ряда долговечностей многоцикловой области вычислим ординаты точек кривой по формуле, обоснованной в статьях [6—8]:

$$(\sigma_{-1_к})_d = \frac{(\sigma_{-1})_d[C\sqrt{\alpha_\sigma - 1} + (\lg N)^\gamma]}{C\sqrt{\alpha_\sigma - 1} + \alpha_\sigma(\lg N)^\gamma}, \qquad (8)$$

где $(\sigma_{-1_к})_d$ — ордината точки кривой усталости образцов диаметром d с концентрацией напряжений, соответствующей абсциссе N; α_σ — теоретический коэффициент концентрации напряжений; γ — параметр (для сталей и титановых сплавов $\gamma = 4$; для деформируемых легких сплавов $\gamma = 3$); C — параметр, зависящий от статической прочности материала, вычисляют по формулам [8]:

для легких сплавов

$$C = 192 - 0{,}22\sigma_в; \qquad (9)$$

для сталей и титановых сплавов

$$C = 1030 - 0{,}45\sigma_в. \qquad (10)$$

На рис. 4 приведены построенная расчетным методом по изложенной методике кривая *1* усталости

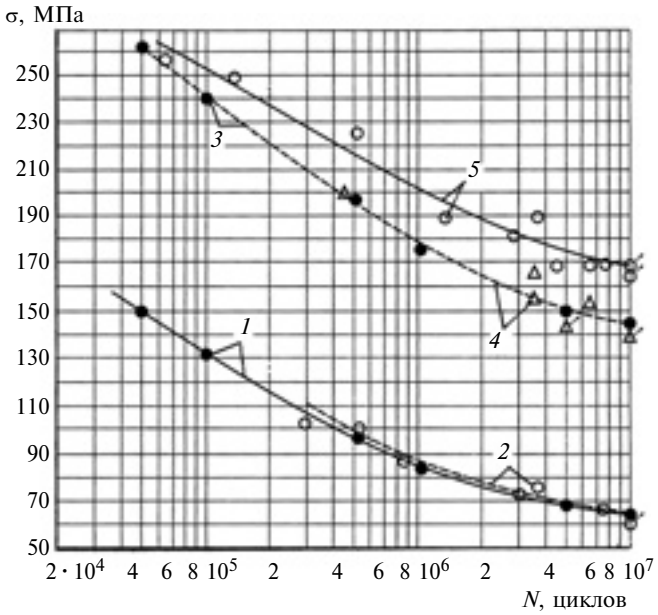


Рис. 4. Расчетные (*1*, *3*) и экспериментальные (*2*, *4*, *5*) кривые многоцикловой усталости образцов при изгибе с вращением из деформируемого алюминиевого сплава АК 4-1:
1, *2* — образцы с надрезом $d = 35$ мм, $\alpha_\sigma = 2{,}91$; *3*, *4* — гладкие образцы, $d = 35$ мм; *5* — гладкие образцы, $d_0 = 7{,}5$ мм

* Здесь и далее под равенством коэффициентов K_d и $(K_d)_к$ или $(K_\sigma)_{d_0}$ и $(K_\sigma)_d$ понимается тождественность функций распределения вероятностей.

при изгибе с вращением образцов из деформируемого алюминиевого сплава АК4-1 ($\sigma_в$ = 391 МПа) диаметром d = 35 мм с концентром напряжений в виде надреза (α_σ = 2,91) и экспериментальная кривая *2*, а также расчетная кривая *3* и экспериментальная *4* [12] для гладких образцов диаметром d = 35 мм и экспериментальная кривая *5* для гладких образцов диаметром d_0 = 7,5 мм [12]. Видим хорошую сходимость опытных и расчетных значений.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Характеристики** сопротивления усталости. Расчетные методы / М. Н. Степнов, С. Л. Чернышёв, И. Е. Ковалев, А. В. Зинин М.: Издательский центр " Технология машиностроения", 2010. 281 с.
2. **Хэйвуд Р. Б.** Проектирование с учетом усталости / Пер. с англ. под ред. И. Ф. Образцова. М.: Машиностроение, 1969. 504 с.
3. **Когаев В. П.** Расчеты на прочность при напряжениях, переменных во времени. М.: Машиностроение, 1993. 364 с.
4. **Трощенко В. Т., Сосновский Л. А.** Сопротивление усталости металлов и сплавов: Справочник. Киев: Наукова думка, 1987. 1303 с.
5. **Степнов М. Н., Шаврин А. В.** Статистические методы обработки результатов механических испытаний. М.: Машиностроение, 2005. 400 с.
6. **Степнов М. Н., Наумкин А. С.** Чувствительность конструкционных материалов к концентрации напряжений в области многоцикловой усталости // Вестник машиностроения. 2011. № 4. С. 22—25.
7. **Степнов М. Н., Наумкин А. С.** Расчетные методы оценки чувствительности конструкционных материалов к концентрации напряжений в области многоцикловой усталости // Вестник машиностроения. 2011. № 6. С. 26—29.
8. **Степнов М. Н., Наумкин А. С.** Расчетно-экспериментальный метод построения кривых многоцикловой усталости для элементов конструкций с концентрацией напряжений / Проблемы машиностроения и надежности машин. РАН. 2012. № 1. С. 44—49.
9. **Серенсен С. В., Когаев В. П., Шнейдерович Р. М.** Несущая способность и расчет деталей машин на прочность. М.: Машиностроение, 1975. 488 с.
10. **Кудрявцев И. В., Наумченков Н. Е., Савина Н. М.** Усталость крупных деталей машин М.: Машиностроение, 1981. 235 с.
11. **Вопросы** прочности крупных деталей машин // Сб. статей под ред. И. В. Кудрявцева М.: Машиностроение, 1976. 320 с.
12. **Степнов М. Н., Гиацинтов Е. В.** Усталость легких конструкционных сплавов. М.: Машиностроение, 1973. 320 с.

УДК 621.86.062.001.575

С. Н. СЫСОЕВ, д-р техн. наук, К. А. КАРЦЕВ (Владимирский ГУ), e-mail: sysoev50@rambler.ru

Вакуумный захватный модуль с повышенным рабочим ходом привода перемещения захвата

Методом исследования функционально-физических связей (ФФС) синтезирован быстродействующий вакуумный захватный модуль с увеличенным ходом привода перемещения захвата. Предложена методика нахождения технических решений путем анализа ФФС и их приведения в соответствие с назначением совершенствуемого объекта.

Ключевые слова: система приводов, высокоскоростной пневмопривод, захватный модуль, вакуумный захват, быстродействие.

The quick-operating vacuum gripping module having elevated operating stroke of grip displacement drive was generated by the functional-physical connection research method (FPC). The method of finding a technical solution through FPC analysis and adjustment them to the dedication of object being upgraded was offered.

Keywords: drives system, quick-operating pneumatic actuator, gripping module, vacuum gripper, performance.

Одной из многочисленных проблем машиностроительного производства остается совершенствование манипуляционных механизмов, обслуживающих основное технологическое оборудование. Сегодня разрабатывается и используется большое число схем захватных устройств, отвечающих следующим требованиям: высокое быстродействие, надежность захвата и удержания изделия, простота конструкции, компактность, широкие функциональные возможности, которые составляют основу модернизации захватных механизмов, в частности для загрузки и разгрузки изделий из листовых материалов.

Для обслуживания высокопроизводительного технологического оборудования применяют манипуляционные механизмы с вакуумными захватами, что обусловлено простотой их конструкции и системы управления и возможностью быстрой переналадки при изменении технологического процесса. Однако в данных системах вспомогательное время часто на порядок больше времени выполнения основных технологических операций, и эта разница увеличивается с увеличением вертикального перемещения захвата. Поэтому решается задача повышения быстродействия механизмов загрузки-разгрузки со значительными перемещениями захватного устройства.

В последнее десятилетие создан ряд быстродействующих вакуумных устройств агрегатно-модульного типа на основе метода поискового конструирования — метода исследования функционально-

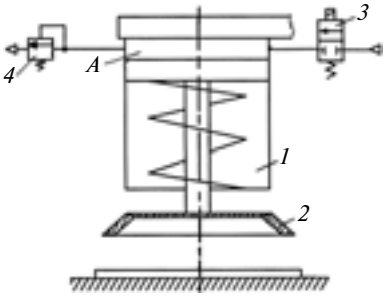


Рис. 1. Схема вакуумного захватного модуля

физических связей (МИФФС) [1]. Модули состоят из двух взаимосвязанных приводов — привода захвата изделия (захватное устройство) и привода его перемещения, которые по одной команде управления способны выполнить функции "взять", а по другой — "установить изделие".

Вакуумный захватный агрегатный модуль [2], предназначенный для выполнения функции "взять изделие" (рис. 1), состоит из силового пневмоцилиндра *1* одностороннего действия с закрепленным на штоке вакуумным захватом *2*. Поршневая полость пневмоцилиндра соединена с линией пневмопитания через распределитель *3*, а с окружающей средой — через клапан *4* быстрого выхлопа. При подаче команды на выполнение функции "взять изделие" включается распределитель и полость *A* соединяется с линией пневмопитания. Давление воздуха в поршневой полости увеличивается и поршень перемещается в направлении изделия. При силовом взаимодействии изделия с вакуумным захватом из рабочей полости последнего вытесняется воздух, уменьшается изменение объема поршневой полости и увеличивается избыточное давление, в результате чего открывается клапан *4* и воздух выходит в окружающую среду. Избыточное давление падает, что приводит к последовательному выполнению функций захвата и подъема изделия.

Недостаток данного устройства — ограниченный рабочий ход, который зависит от максимального хода силового пневмоцилиндра. При этом быстродействие устройства с увеличением расстояния до захватываемого изделия значительно снижается.

Рассмотрим возможность совершенствования данного устройства с помощью метода исследования функционально-физических связей.

МИФФС позволяет установить функционально-физические связи и скорректировать их с учетом применения разрабатываемой технической системы. Мехатронный принцип построения позволяет сократить число причинных взаимосвязей между элементами при сохранении, а в ряде случаев даже расширении их функциональных возможностей.

Построим и проанализируем функционально-физическую структуру исследуемого технического объекта (ТО), представив его (рис. 2) состоящим из клапана ($ТО_1$) и силового цилиндра ($ТО_2$). Клапан выполняет функции герметизации ($Ф_1$) полости *A* (см. рис. 1) и ее разгерметизации ($Ф_2$), для чего используются такие физические явления, как уплотнение (J_1) и разъединение (J_2) сопрягаемых элементов. Силовой цилиндр выполняет следующие функции: $Ф_1$ — герметизация полости *A*; $Ф_3$ — перемещение рабочего органа (РО) вниз; $Ф_4$ — перемещение РО вверх; $Ф_5$ — закрепление захвата. При этом используются физические явления: J_3 — относительное перемещение и J_4 — фиксация.

Согласно МИФФС различные ТО с одинаковыми функционально-физическими связями могут выполнять одинаковые функции.

Исследуемая структура имеет одинаковые функционально-физические связи, что указывает на возможность выполнения силовым цилиндром функции клапана, т. е. функции $ТО_1$ может выполнять $ТО_2$, что позволяет организовать работу вакуумного захвата без операции соединения силового цилиндра с окружающей средой посредством клапана быстрого выхлопа, обеспечив выполнение силовым цилиндром дополнительной функции — разгерметизации его рабочей полости, т. е. позволяет изъять из структуры ТО пневмолинию соединения рабочей полости силового цилиндра с клапаном и линию связи клапана с системой управления.

Новая структура реализована в вакуумном захватном модуле (рис. 3) [3], который состоит из корпуса *1*, возвратной пружины *2*, распределителя *3*, уплотнения *4*, постоянного магнита *5*, крышки *6* с присоской *7*, захватывающей изделие *8*.

Полость корпуса *1*, закрытая крышкой *6* с уплотнением *4*, образует рабочую камеру пневмопривода. Крышка соединена возвратной пружиной с корпусом, на котором закреплен постоянный магнит *5*, притягивающий крышку. Рабочая камера соединена с линией подачи воздуха избыточного давления (пневмолиния) через распределитель *3*.

Захватный модуль работает следующим образом. В исходном положении (рис. 3, *а*), так как распределитель закрыт, рабочая камера пневмопривода не соединена с пневмолинией, присоска занимает крайнее верхнее положение. По команде "взять за-

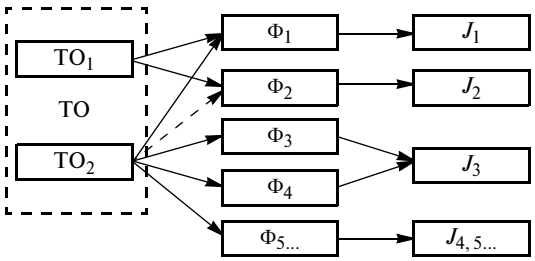


Рис. 2. Функционально-физическая структура технического объекта

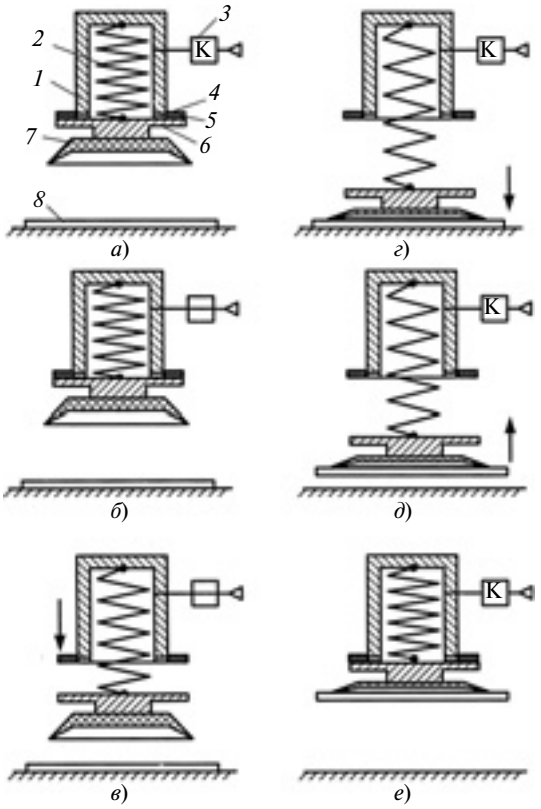


Рис. 3. Порядок работы длинноходового вакуумного захватного модуля

готовку" распределитель открывается (рис. 3, *б*), соединяя пневмолинию с рабочей камерой пневмопривода, в которой повышается давление воздуха, в результате чего при превышении сил, удерживающих крышку, она отходит от корпуса и перемещается в направлении изделия (рис. 3, *в*). Выключается распределитель. Присоска доходит до изделия и, продолжая двигаться в том же направлении под действием сил инерции, деформируется (рис. 3, *г*); при этом вытесняется воздух из рабочей полости. Происходит захват изделия. Затем под действием возвратной пружины крышка с присоской и изделием перемещаются вверх (рис. 3, *д*). Крышка соединяется с корпусом и изделие занимает крайнее верхнее положение — "взятие изделия" завершено (рис. 3, *е*).

Во Владимирском государственном университете создан компьютерный стенд с действующим макетом вакуумного захватного устройства, исследования на котором подтвердили работоспособность и эффективность вакуумного захватного устройства. При этом установлено существенное влияние скорости срабатывания распределителя *3* (см. рис. 3, *а*) перемещения на продолжительность всего цикла работы устройства. В начале движения привода захватного устройства возникает зазор между крышкой *6* и уплотнением *4*, в результате чего в рабочей полости избыточное давление понижается до атмосферного. При рассматриваемой схеме устройства достигнуть завершения процесса выхода воздуха из рабочей полости до момента возврата присоски в исходное положение трудно в связи с высоким быстродействием выполнения функций опускания присоски, захвата изделия и его подъема (время работы $t = 0{,}03 \div 0{,}05$ с).

Традиционные решения с использованием современной распределительной пневмоаппаратуры не позволяют достичь нужного результата.

Анализ предъявляемых потребителем требований [1] показал возможность получения необходимого времени выхода воздуха из рабочей камеры путем создания в ней заданного его объема, что исключает необходимость отключения рабочей полости от пневмолинии.

Для подачи заданного объема воздуха в рабочую полость силового пневмоцилиндра при исследовании использован внешний пневматический накопитель, в котором перед каждым началом работы привода перемещения создается избыточное давление. При открытии клапана происходит перемещение захватного устройства до изделия и обратно. При этом в работе участвует только находящийся в накопителе воздух с избыточным давлением, объем которого можно регулировать в зависимости от поставленной задачи.

Однако использование накопителя с постоянным объемом рабочей полости снижает силовое воздействие, перемещающее захват (оно резко снижается при открытии рабочей камеры силового пневмоцилиндра). Использование в схеме (рис. 4) в качестве накопителя дополнительного пневмоцилиндра *4* устраняет этот недостаток.

В исходном положении распределителя *5* поршневая полость пневмоцилиндра *4* соединена с пневмолинией. При включении распределителя поршневая полость пневмоцилиндра соединяется через трубопровод *3* с камерой корпуса *2*, а штоковая — с пневмолинией. В камере корпуса *2* повышается давление воздуха, что приводит к отрыву вакуумного захвата *1* от корпуса *2* и разгерметизации рабочей камеры. Одновременно с этим перемещается поршень пневмоцилиндра *4*, вытесняя воздух из поршневой полости в рабочую камеру. Это позво-

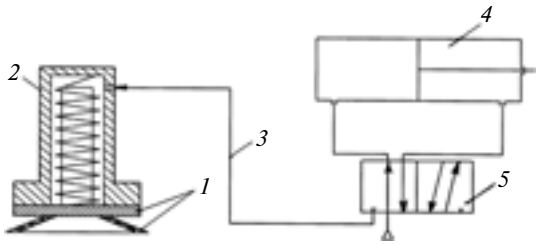


Рис. 4. Схема захватного модуля с дополнительным пневмоцилиндром

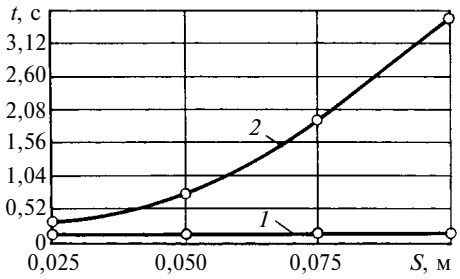


Рис. 5. Зависимости времени *t* работы длинноходового захватного модуля (*1*) и его аналога (*2*) от перемещения *S* захвата

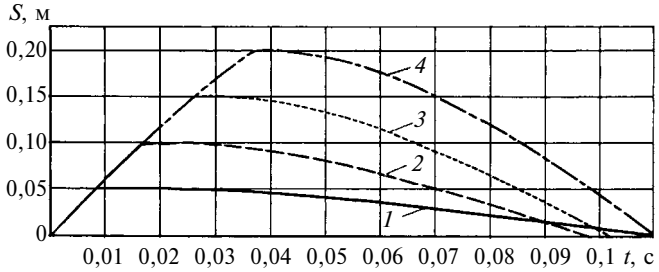


Рис. 6. Зависимости времени *t* работы длинноходового захватного модуля от перемещения захвата *S* = 0,05 (*1*); 0,10 (*2*); 0,15 (*3*); 0,20 м (*4*)

ляет увеличить время силового воздействия на подвижное захватное устройство при его разгоне.

Данное техническое решение по совершенствованию системы подачи давления к приводу захватного модуля позволяет устранить недостатки и улучшить скоростные показатели работы модуля.

Эксперименты проводили при следующих параметрах: объем накопителя — $1{,}2 \cdot 10^{-4}$ м^3; диаметр пневмоцилиндра перемещения — 0,025 м; вакуумный захват – присоска диаметром 0,05 м с усилием удержания 10 кг; жесткость возвратной пружины — 150 Н/м.

На рис. 5 представлены графики работы нового захватного устройства (*1*) и его аналога (*2*) при перемещении захвата $S = 0{,}025 \div 0{,}1$ м (диапазон ограничен параметрами аналога). Эксперименты показали негативную зависимость времени *t* работы аналога от перемещения *S* захвата, возрастающую в геометрической прогрессии. При работе длинноходового захватного модуля данная зависимость имеет линейный характер. Видно, что даже при небольших перемещениях захвата скоростные характеристики аналога значительно уступают по быстродействию характеристикам длинноходового захватного агрегатного модуля.

Параметрическими исследованиями выявлены зависимости времени *t* работы пневмопривода нового захватного устройства от перемещения $S = 0{,}05 \div 0{,}2$ м (рис. 6), а также давления воздуха в сети $p = 0{,}4 \div 1{,}0$ МПа (рис. 7) и массы перемещаемого изделия $m = 0{,}05 \div 0{,}2$ кг (рис. 8).

Наибольшим быстродействием захватный агрегатный модуль обладает при перемещении в диапазоне $S = 0{,}1 \div 0{,}15$ м. Это объясняется тем, что при $S < 0{,}1$ м большая часть кинетической энергии привода демпфируется захватным устройством, а при $S \approx 0{,}2$ м зависимость времени *t* работы от перемещения захвата повышается. Дальнейшие исследования проводили при $S = 0{,}1$ м, так как такое перемещение обеспечивает наиболее эффективное быстродействие и достаточно для решения поставленной задачи.

Установлено, что нецелесообразно повышать давление больше 0,6 МПа, так как это мало влияет на быстродействие (см. рис. 7). Поэтому дальнейшие исследования проводили при $p \approx 0{,}6$ МПа, $S = 0{,}1$ м и $m = 0{,}05$ кг. Нелинейность движения захвата (см. рис. 8) предопределяет жесткость возвратной пружины. Чем больше давление, тем быстрее захватное устройство достигает изделия. Однако наибольшее время занимает подъем изделия, так как это движение линейно зависит от жесткости возвратной пружины. Увеличение давления приводит к уменьшению и без того малого времени для подъема изделия, а увеличение жесткости пружины уменьшает возможность применения привода.

Исследования работы захватного устройства в зависимости от массы изделия были ограничены массой $m = 0{,}2$ кг. Бóльшая масса изделия приводит к ударному позиционированию захватного устройства, что отрицательно влияет на изделие и само устройство. В пределах исследуемой области

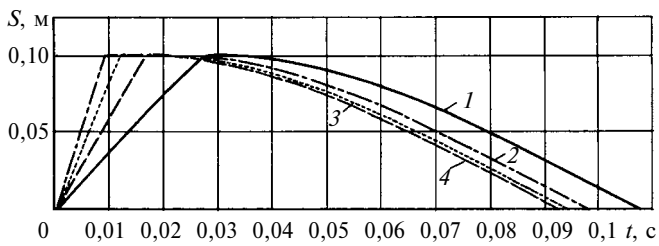


Рис. 7. Зависимости времени *t* работы пневмопривода от перемещения *S* захвата и давления пневмопитания *p* = 0,4 (*1*); 0,6 (*2*); 0,8 (*3*); 1,0 МПа (*4*)

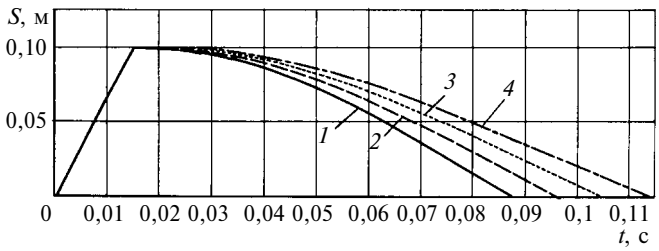


Рис. 8. Зависимости времени *t* работы пневмопривода от перемещения *S* захвата и массы изделия *m* = 0,05 (*1*); 0,10 (*2*); 0,15 (*3*); 0,20 кг (*4*)

УДК 621.9.014: 621.833.1

С. И. ТАХМАН, д-р техн. наук, Л. В. РОХИН, канд. техн. наук, О. А. ТЮКАЛОВ (Курганский ГУ),
e-mail: tsi-kurgan@nm.ru

Формирование крутящего момента и осевой силы на червячной фрезе при обработке прямозубых колес

Проанализировано изменение крутящего момента на нарезаемом прямозубом колесе и суммарной осевой силы, создаваемой всеми режущими зубьями рейки на зубьях фрезы, за один ее оборот с учетом сил на дуге контакта с заготовкой.

Ключевые слова: червячная зуборезная фреза, прямозубое колесо, крутящий момент, осевая сила.

The change of the rotational moment on the spur wheel being machined and of the total axial force, generated by all cutting teeth of the slat on the miller teeth, in a single revolution with allowance for forces on contact with blank part arc was analyzed.

Keywords: worm hob, spur wheel, rotational moment, axial force.

Изменение силы резания при нарезании зубьев колес червячными фрезами требует оценки технологических составляющих, действующих на фрезу в целом — окружной, радиальной и осевой сил, и на нарезаемое колесо — крутящего момента, вертикальной силы и силы отжима. Каждая из составляющих изменяется при движении зуба фрезы по углу контакта с заготовкой (по законам фрезерования) и при перемещении режущих выступов фрезы вдоль линии зацепления (по законам огибания профиля зуба). Согласно первой закономерности зубья фрезы поочередно входят под стружку и проходят дугу контакта, увеличивая толщину срезаемого слоя по синусоидальному закону; согласно второй закономерности в каждой точке линии зацепления режущий выступ фрезы занимает свою угловую позицию относительно нарезаемой впадины, что по-разному ориентирует каждую технологическую составляющую. Чтобы оценить нагрузку на режущий инструмент при нарезании зубьев червячными фрезами, кроме главной и радиальной составляющих силы резания необходимо знать и осевую составляющую P_x на фрезе, которая оказывает изгибающее действие на зубья инструмента и создает дополнительный крутящий момент на обрабатываемой заготовке.

Для совмещения подходов к оценке сил, действующих на фрезу и колесо, физические равнодействующие сил в основной плоскости зуба, ориентированные по нормали к серединам активных участков режущих кромок, раскладываются на составляющие сил, действующих перпендикулярно и параллельно линии симметрии режущего выступа фрезы. Суммирование параллельных составляющих определяет радиальную силу на режущем выступе. Алгебраическое суммирование составляющих, перпендикулярных к линии симметрии впадины, с учетом соответствующих расстояний до центра колеса позволяет рассчитать крутящий момент от этих сил, приложенный к нарезаемому колесу. Учет осуществляется на всех режущих выступах, одновременно находящихся под стружкой. В статье силы рассчитывали за один оборот фрезы в установившемся режиме обработки колеса, т. е. после полного врезания на глубину впадины при условии, что ширина B венца нарезаемого колеса больше величины $1{,}5\sqrt{2r_{a1}m - 2{,}25m^2}$. Соответствующие силовые нагрузки могут быть рассчитаны и для других режимов — при врезании на глубину впадины, нарезании тонких колес, после черновой прорезки впадины и т. д.

Расчеты окружной (главной) и радиальной составляющих сил на фрезе с учетом указанных выше закономерностей рассмотрены в работах [1—3]. Для оценки любых сил резания необходимо знать не только механические свойства обрабатываемо-

(Окончание статьи. Начало см. на стр. 24)

быстродействие привода линейно зависит (см. рис. 8) от массы.

Таким образом, с помощью анализа функционально-физических связей синтезирована структура длинноходового вакуумного захватного агрегатного модуля. Исследования подтвердили его работоспособность в большом диапазоне перемещений захвата и при увеличенном быстродействии по сравнению с аналогичными устройствами.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Сысоев С. Н.** Принципы и методы нахождения технических решений. Метод исследования функционально-физических связей. Владимир: Владимирский ГУ, 2007. 214 с.

2. **Пат. 2073601 Рос. Федерации:** МПК^7 B25J 15/06, B66C 1/02. Вакуумное захватное устройство.

3. **Пат. 2397857 Рос. Федерации,** МПК^7 B25J 15/06. Захватный модуль.

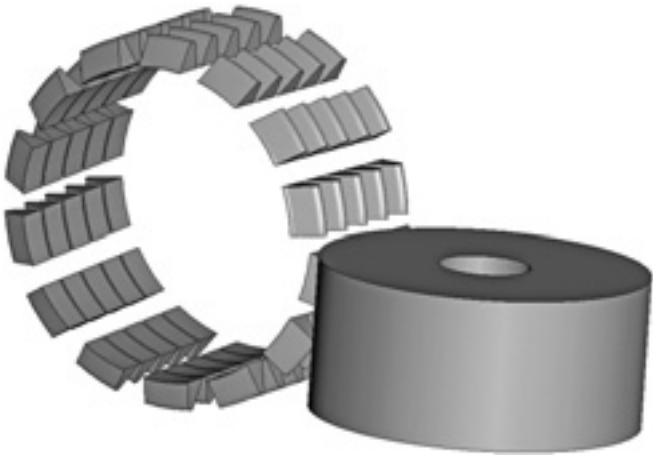


Рис. 1. Модель зубообработки

го материала, но и площадь срезаемого слоя, а также величину и расположение активных длин режущих кромок на зубьях фрезы в любой момент резания. Для решения поставленных задач разработали 3D модель процесса зубофрезерования [4], созданную в системе параметрического проектирования T-FLEX CAD (рис. 1), которая позволяет построить трехмерное твердое тело слоя металла, срезаемого с заготовки зубьями фрезы в процессе единичного резания.

Для принятых при моделировании условий (z_1 = 14, z_2 = 25, m = 4 мм, $S_{верт}$ = 2,5 мм/об. заг., обрабатываемый материал — сталь 12ХН3Ф, зуб нормальной высоты, встречное фрезерование, винтовые стружечные канавки на однозаходной фрезе, передний угол $\gamma = 0$) определяли площади среза и активные длины режущих кромок через каждые 5° за один оборот фрезы [1, 2]. Все силы рассчитывали по методике [5] при заданных геометрических параметрах: угол фрезы $\gamma = 0$; степень деформации стружки $\varepsilon = 3{,}5$ при усадке $\xi = 3{,}2$; предел текучести обрабатываемого материала $\sigma_т = 685$ Н/мм^2; истинное напряжение при разрыве $\sigma_в = 1032$ Н/мм^2, касательное напряжение в условной плоскости сдвига $\tau_р = 775$ Н/мм^2. При этих условиях на передней поверхности инструмента вдоль скорости резания сила $F_{п.п\ x} = 1938$ Н/мм^2, а в перпендикулярном к скорости направлении в основной плоскости — $F_{п.п\ y} = 1272$ Н/мм^2 (с учетом угла сдвига $\Phi_0 = 15{,}94°$ и угла действия равнодействующей сил на передней поверхности режущего выступа червячной фрезы $\omega = 33{,}28°$); на задней поверхности вдоль скорости — $F_{з.п\ x} = 87$ Н/мм^2 (с учетом постоянства давления и силы трения на фаске при увеличении ее износа), а в перпендикулярном — $F_{з.п\ y} = 249$ Н/мм^2. Рассчитанные силы резания позволяют оценить технологические составляющие сил на режущих клиньях и пересчитать их на любые координатные оси станка.

Для определения осевой составляющей P_{xk} силы необходимо знать угол α_{Pk} между равнодействующей P_{xyk} сил в основной плоскости и составляющей P_{xk}, действующей перпендикулярно оси симметрии зуба, для каждого элемента площади среза. Угол рассчитывается через координаты границ каждой активной длины участков кромок режущего зуба (рис. 2). Сила P^i_{xy2} на вершинной режущей кромке, действующая вдоль оси симметрии зуба, в этом расчете не учитывается: $D_{xk} = P_{xyk}\cos\alpha_{Pk}$.

После определения сил P^i_{x1} и P^i_{x3}, приложенных в серединах длин l^i_1 и l^i_3 на кромках каждого режущего зуба фрезы, рассчитаем суммарную осевую силу, действующую на каждый зуб, с приведением ее в точку пересечения линии симметрии зуба фрезы с делительной прямой рейки (см. рис. 2) по зависимости: $P_{x1} = \{[P^i_{x3}(r_{f2} + l^i_3)] - [P^i_{x1}(r_{f2} + l^i_1)]\}/r_2$, где r_2 и r_{f2} — радиусы делительной окружности и окружности впадин нарезаемого колеса. При расчетах направление силы P_{x3} принято за положительное (совпадает с направлением вращения заготовки), а силы P_{x1} — за отрицательное.

Изменение силы P_x при изменении угла α контакта зуба фрезы с заготовкой для шести выбранных в качестве примера положений зуба во впадине нарезаемого колеса показано на рис. 3.

Для расчета крутящего момента на нарезаемом колесе определяли силу P_{xi} на каждом режущем зубе при заданном угле α поворота фрезы, а затем — крутящий момент от каждой зубчатой рейки, находящейся в зоне резания.

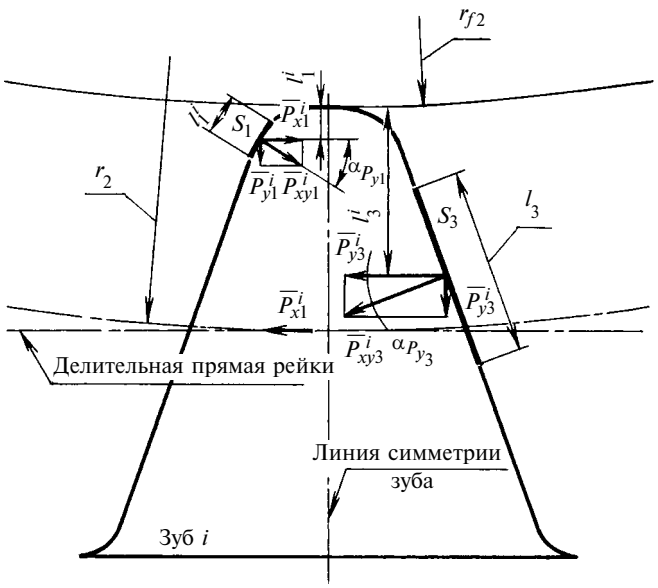


Рис. 2. Схема определения угла α_{Pk} в сечении зуба:
k — номер кромки зуба (*1* или *3*); *i* — номер зуба, срезающего стружку

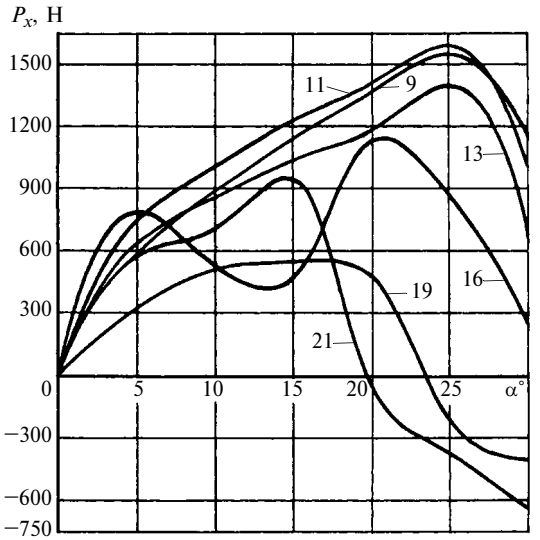


Рис. 3. Изменение силы P_x по углу α контакта зубьев фрезы с заготовкой:
номер на кривой — номер зуба, который определяет угол его расположения во впадине за счет движения обката

Для расчета общего крутящего момента процесс зубофрезерования необходимо рассматривать в двух плоскостях: сбоку (рис. 4, *а*) и сверху (рис. 4, *б*). Сначала определяем положение зубчатых реек фрезы на угле θ контакта (см. рис. 4, *а*), который определяет, в свою очередь, кратчайшее расстояние R_j^i ($j = 0, 5, ..., 30$) от оси вращения нарезаемого колеса до делительной окружности червячной фрезы. За исходное положение приняты ось симметрии 15-го зуба первой рейки, продолжающая ось симметрии впадины нарезаемого колеса, и $R_0^{15} = r_2$.

Известно, что за один оборот фрезы ее зубья смещаются вдоль оси на шаг $t_п$ (см. рис. 4, *б*). Так как моделирование проводили через 5°, то смещение зубьев за этот поворот составило $x_5 = 5°t_п/360°$. Для расчета крутящего момента необходимо знать расстояние H_j^i от центра вращения нарезаемого колеса до точки приложения силы P_{xi} на каждом зубе, которое постоянно изменяется по мере поворота фрезы: $H_j^i = \sqrt{(R_j^i)^2 + x^2}$. При этом рассчитанная с учетом всех смещений сила P_{xi} на каждом зубе должна быть приложена на оси симметрии впадины касательно к делительной окружности нарезаемого колеса. Для этого определяем проекцию каждой силы на направление касательной: $P'_{xi} = P_{xi}/\cos(R_j^i / H_j^i)$. Зная расстояние H_j^i и величину P'_{xi}, рассчитаем крутящий момент от каждого зуба червячной фрезы на нарезаемом колесе: $M_j^i = P'_{xi} H_j^i$. Если в процессе резания участвуют одновременно несколько зубьев разных реек, то суммарный момент определяется алгебраическим сложением моментов сил от всех зубьев, находящихся под стружкой.

На рис. 5 показано изменение суммарного крутящего момента на нарезаемом колесе за один оборот фрезы при установившемся режиме обработки.

Таким образом, разработанная схема моделирования с учетом условий силового взаимодействия

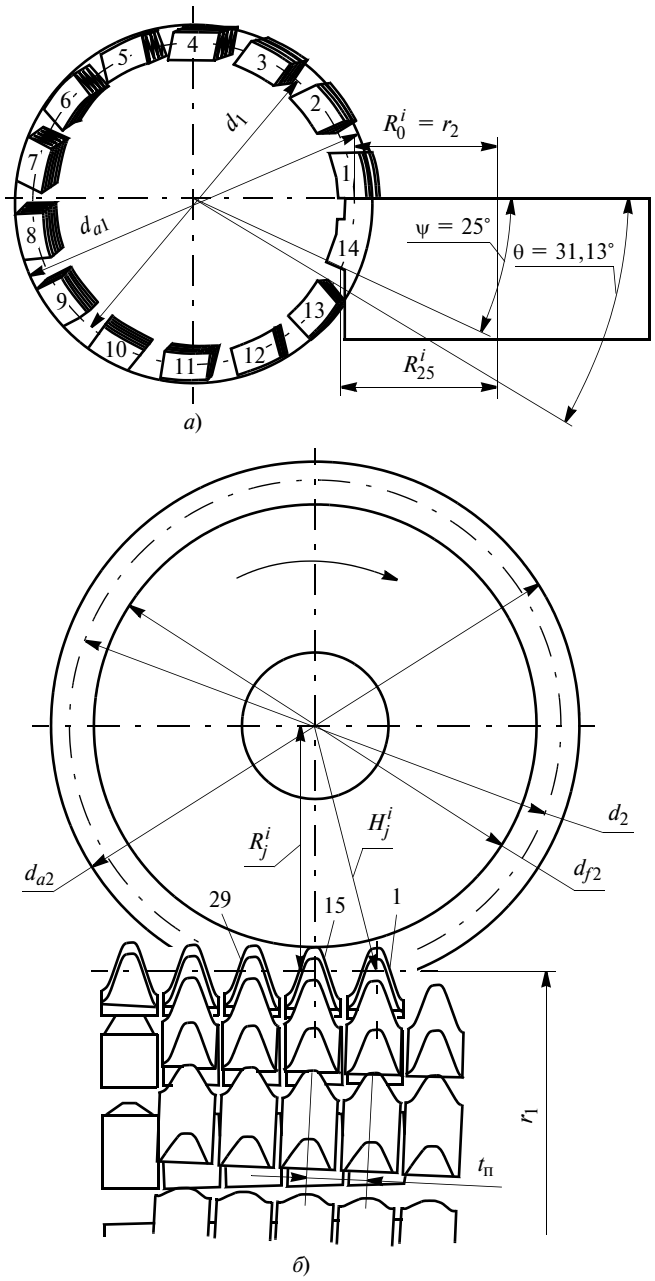


Рис. 4. Схема зубофрезерования:
а — вид сбоку; *б* — вид сверху; *1* — фреза; *2* — колесо

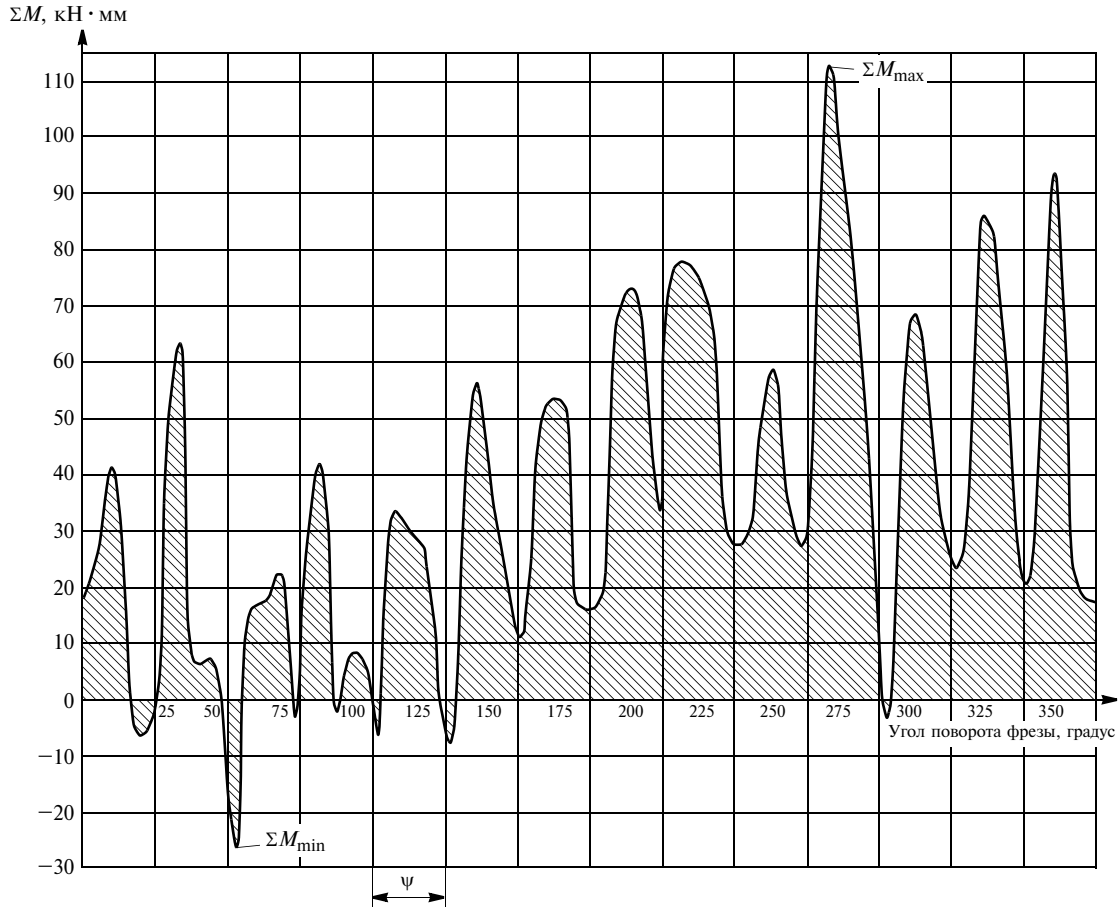


Рис. 5. Изменение суммарного крутящего момента за один оборот фрезы при формировании полной высоты зуба:
ψ — угловой шаг зубьев фрезы

червячной фрезы и нарезаемого колеса позволяет определить мгновенные максимальные и минимальные значения крутящего момента от осевой составляющей силы резания при любых условиях зубофрезерования.

Осевую силу на червячной фрезе также рассчитываем по значениям сил P_{xi} с учетом углов расположения нагруженных режущих выступов относительно линии пересечения делительных цилиндров колеса и фрезы. На фрезу действует проекция сил, перпендикулярная оси симметрии нарезаемой впадины и приведенная к делительной окружности колеса, под углом между R_j^i и H_j^i (см. рис. 4, *б*). Очевидно, что она будет изменяться приблизительно так же, как на рис. 5. Возможен также упрощенный расчет через среднее значение крутящего момента на колесе при условии, что осевая сила на червячной фрезе примерно равна средней окружной силе на нарезаемом колесе. Для этого заштрихованную площадь на рис. 5 нужно разделить на делительный радиус $d_2/2$ колеса.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Тахман С. И., Рохин Л. В., Тюкалов О. А.** Теоретический расчет графика изменения главной составляющей силы резания при зубофрезеровании // Современные проблемы машиностроения: Тр. V междунар. науч.-техн. конф. Томск: Томский политех. ун-т, 2010. С. 638—643.

2. **Тахман С. И., Тюкалов О. А.** Обобщенное описание зоны резания и исследование изменения главной составляющей силы резания при обработке прямозубых зубчатых колес червячными фрезами // Инновационные технологии в автоматизированном машиностроении и арматуростроении. Материалы междунар. науч.-техн. конф. Курган: Курганский ГУ, 2010. С. 152—157.

3. **Тахман С. И., Рохин Л. В., Тюкалов О. А.** Исследование изменения радиальной составляющей силы резания при обработке прямозубых зубчатых колес червячными фрезами // Вестник КузГТУ. 2010. № 3. С. 77—80.

4. **Тахман С. И., Рохин Л. В., Тюкалов О. А.** Создание 3D модели процесса зубофрезерования // Вестник КГУ. Сер. "Технические науки". 2010. № 1. С. 118—120.

5. **Розенберг Ю. А., Тахман С. И.** Силы резания и методы их определения. Курган: КМИ, 1995. Ч. 1. 130 с.

УДК. 621.01

Б. А. ГОРДЕЕВ, д-р техн. наук, А. В. ЛЕОНТЬЕВА (Нижегородский филиал ИМАШ им. А. А. Благонравова РАН), e-mail: vibro@mts-nn.ru

Задача о вращении трех асинхронных двигателей на упругом основании*

Рассмотрены вопросы синхронизации неуравновешенных роторов асинхронных электродвигателей, установленных на общем вязкоупругом основании и причины возникновения режима синхронизации. Представлена математическая модель системы трех двигателей. Методом осреднения во втором приближении обнаружен стационарный режим частотной синхронизации.

Ключевые слова: асинхронный двигатель, синхронизация, метод осреднения, резонанс, стационарный режим.

Problems of unbalanced rotors synchronization of asynchronous motors grounded on lump viscoelastic foundation and synchronization mode appearance causes were considered. Mathematical model of three motors system was presented. Stationary mode of frequency-response synchronization was pinpointed in second approximation through averaging method.

Keywords: asynchronous motor, synchronization, averaging method, resonance, stationary mode.

Явления синхронизации и самосинхронизации неуравновешенных роторов — удивительные и важные явления механики. Известно, что два или более кинематически и электрически не связанных между собой ротора, установленные на общем подвижном основании и приводимые в движение независимыми асинхронными двигателями, вращаются синхронно — с одинаковыми или кратными средними угловыми скоростями и определенными взаимными фазами. При этом согласованность вращения роторов возникает, несмотря на различие между их парциальными угловыми скоростями, т. е. скоростями, с которыми они вращаются, будучи установленными на неподвижном основании [1—4]. Причины возникновения эффекта синхронизации могут быть самыми различными. Например, работа асинхронных электродвигателей сопровождается вибрацией, передающейся основанию, на котором установлен электродвигатель. Вибрации, в свою очередь, порождаются рядом причин, в основном дисбалансом ротора двигателя (неуравновешенная масса ротора), и усугубляются различными дефектами частей двигателя (например, дефектами подшипников), которые появляются в процессе работы асинхронного электродвигателя. В результате взаимных влияний вибраций, порождаемых несколькими источниками, возникают устойчивые режимы, обусловленные синхронизацией.

В природе и технике синхронизация встречается довольно часто и может оказывать как положительное, так и отрицательное влияние [5]. Одна из причин многих аварий в энергоемком оборудовании — синхронизация частот роторов из-за вибрации основания при работе двигателей. Режимы синхронизации возникают произвольно при определенных параметрах конструкции. Такие режимы устойчивы и разрушить их очень сложно. Поэтому задачи выявления стационарных режимов синхронизации и их устойчивости при нескольких источниках вибраций для своевременного предотвращения отрицательного эффекта — одна из важнейших задач механики [6—10].

Математическая модель

Математическая модель, описывающая движение колебательной системы, представляет собой систему четырех дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} m\ddot{y} + k\dot{y} + py - \sum\limits_{i=1}^{3} m_i r_i(\ddot{\varphi}\sin\varphi_i + \dot{\varphi}_i^2\cos\varphi_i) = 0; \\ I_j\ddot{\varphi}_j + H_j(\varphi_j, \dot{\varphi}_j) - L(\varphi_j, \dot{\varphi}_j) - m_j t_j \ddot{y}\sin\varphi_j = 0, \\ j = 1, ..., 3, \end{cases} \quad (1)$$

где y — линейная координата, характеризующая вибрацию фундамента, φ_i — углы отклонения эксцентриков первого—третьего двигателей от оси y; m — масса фундамента; p — коэффициент упругости фундамента; k — коэффициент диссипации основания; m_i — массы эксцентриков первого—третьего двигателей; r_i — радиусы инерции эксцентриков (эксцентриситеты); I_i — моменты инерции роторов в отсутствие дисбалансов; $L_i(\varphi_i, \dot{\varphi}_i)$ — движущие моменты; $H_i(\varphi_i, \dot{\varphi}_i)$ — моменты сил сопротивления вращению роторов.

Первое уравнение системы (1) описывает вынужденные колебания платформы, второе—четвертое уравнения — динамику источников возбуждения,

* Работа выполняется при частичной финансовой поддержке Гранта РФФИ № Ц-08-97066-Р Поволжье.

т. е. вращения роторов электродвигателей. Система уравнений (1) — автономная с четырьмя степенями свободы [1—4].

Как и в случае с двумя двигателями, установленными на одном основании [11, 12], в модели (1) принимаем простейшие моментные характеристики двигателя и сил сопротивления:

$$L_i(\varphi_i, \dot{\varphi}_i) = M_{0i} - k_{0i}\dot{\varphi}_i;$$

$$H_i(\varphi_i, \dot{\varphi}_i) = k_i\dot{\varphi}_i, \quad i = 1, ..., 3,$$

где M_{0i} и k_i — постоянные [1].

Для исследования модели вводим безразмерные время и координату: $\tau = \omega_0 t$; $x = y/r$, где x и τ — новые безразмерные величины ($[x] = 1$, $[\tau] = 1$), а r и $1/\omega_0$ — характерные показатели соответственно длины и времени. Получаем систему в безразмерном виде, где $\omega_0 = \sqrt{p/m}$ — собственная частота колебаний платформы. Для сокращения записи принимаем: $\varepsilon = k/(m\omega_0)$; $a_i = (k_i + k_{0i})/(I_i\omega_0)$; $b_i = M_{0i}/(I_i\omega_0^2)$; $m_i r_i^2/I_i \approx \mu c_i$; $\kappa_i = r_i/r$; $r = \sum_{i=1}^{3} r_i$. Принимая в качестве малого параметра μ отношение неуравновешенной массы ротора к массе основания, получим систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \ddot{x} + x + \varepsilon\dot{x} - \mu\sum_{i=1}^{3}\kappa_i(\ddot{\varphi}_i\sin\varphi_i + \dot{\varphi}_i^2\cos\varphi_i) = 0; \\ \ddot{\varphi}_j + a_j\dot{\varphi}_j - b_j - \mu c_j\frac{1}{\kappa_j}\ddot{x}\sin\varphi_j = 0, \end{cases} \quad (2)$$

где a_i, b_i, c_i, κ_i — постоянные параметры, характеризующие качественные характеристики двигателя; $\mu = m_i/m \ll 1$ — малый параметр системы.

В системе уравнений (2) безразмерный коэффициент диссипации считается малой величиной порядка $\varepsilon = \mu d$.

Методика решения

Наличие в системе уравнений (2) малого параметра μ позволяет исследовать эту систему приближенными методами. Наиболее эффективным методом приближенного аналитического исследования нелинейных колебательных систем с малым параметром является метод осреднения, для применения которого следует предварительно привести систему уравнений (2) к стандартной форме. Для этого введем новые переменные: $\dot{x} = y$; $\dot{\varphi}_1 = \omega_1$; $\dot{\varphi}_2 = \omega_2$; $\dot{\varphi}_3 = \omega_3$ и представим систему уравнений (2) в нормальной форме Коши. Решение полученной системы уравнений при $\mu = 0$ имеет вид:

$$x(t) = A\sin\varphi(t); \quad y(t) = A\cos\varphi(t); \quad \varphi(t) = t + \alpha;$$

$$\varphi_1(t) = v_1\exp(-a_1 t) + \Omega_1 t + B_1;$$

$$\varphi_2(t) = v_2\exp(-a_2 t) + \Omega_2 t + B_2;$$

$$\varphi_3(t) = v_3\exp(-a_3 t) + \Omega_3 t + B_3;$$

$$\omega_1(t) = -v_1 a_1\exp(-a_1 t) + \Omega_1;$$

$$\omega_2(t) = -v_2 a_2\exp(-a_2 t) + \Omega_2;$$

$$\omega_3(t) = -v_3 a_3\exp(-a_3 t) + \Omega_3,$$

где A, α, v_1—v_3, B_1—B_3 — произвольные постоянные; $\Omega_1 = b_1/a_1$, $\Omega_2 = b_2/a_2$, $\Omega_3 = b_3/a_3$ — номинальные частоты вращения соответственно первого—третьего двигателей (здесь и далее безразмерное время τ обозначено t).

Для случая $\mu \neq 0$ используем метод вариации произвольных постоянных Лагранжа, т. е. решение имеет тот же вид, но при этом считаем, что все произвольные постоянные являются функциями времени:

$$\left.\begin{aligned} &x(t) = A(t)\sin(t + \alpha(t)), y(t) = A(t)\cos(t + \alpha(t)); \\ &\varphi_1(t) = v_1(t)\exp(-a_1 t) + \Omega_1 t + B_1(t); \\ &\varphi_2(t) = v_2(t)\exp(-a_2 t) + \Omega_2 t + B_2(t); \\ &\varphi_3(t) = v_3(t)\exp(-a_3 t) + \Omega_3 t + B_3(t); \\ &\omega_1(t) = -a_1 v_1(t)\exp(-a_1 t) + \Omega_1; \\ &\omega_2(t) = -a_2 v_2(t)\exp(-a_2 t) + \Omega_2; \\ &\omega_3(t) = -a_3 v_3(t)\exp(-a_3 t) + \Omega_3; \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

где $A(t)$, $\alpha(t)$ — амплитуда и фаза колебаний основания, $v_1(t)$—$v_3(t)$ — угловые скорости двигателей, $B_1(t)$—$B_3(t)$ — фазы роторов двигателей.

Переход к новым переменным: $[x(t), y(t), \varphi_1(t), \varphi_2(t), \varphi_3(t), \omega_1(t), \omega_2(t), \omega_3(t)] \to [(t), v_1(t), v_2(t), v_3(t), B_1(t), B_2(t), B_3(t)]$ на основе замены в соответствии с равенствами (3) позволяет привести систему к стандартной форме. После подстановки и решения относительно производных, получим систему уравнений. Далее раскладываем дроби в ряды Тейлора в окрестности нуля: $1/(1 - x) = 1 + x + x^2 + ... (x \to 0)$, учитывая ограничение по малому параметру. Систему дифференциальных уравнений относительно новых переменных A, α, v_1, v_2, v_3, B_1, B_2, B_3

получим в виде:

$$\begin{cases} \dot{A} = \mu\Bigg(-\mathrm{d}A\cos(t+\alpha) + \sum\limits_{i=1}^{3} a_i^2\kappa_i v_i(v_i\exp(-a_it)\cos(\Omega_it+B_i) + \sin(\Omega_it+B_i))\exp(-a_it) + \\ + \sum\limits_{i=1}^{3} \kappa_i(\Omega_i - a_iv_i\exp(-a_it))^2(\cos(\Omega_it+B_i) - v_i\exp(-a_it)\sin(\Omega_it+B_i))\Bigg)\cos(t+\alpha); \\ \dot{\alpha} = -\mu\dfrac{1}{A}\Bigg(-\mathrm{d}A\cos(t+\alpha) + \sum\limits_{i=1}^{3} a_i^2\kappa_i v_i(v_i\exp(-a_it)\cos(\Omega_it+B_i) + \sin(\Omega_it+B_i))\exp(-a_it) + \\ + \sum\limits_{i=1}^{3} \kappa_i(\Omega_i - a_iv_i\exp(-a_it))^2(\cos(\Omega_it+B_i) - v_i\exp(-a_it)\sin(\Omega_it+B_i))\Bigg)\sin(t+\alpha); \\ \dot{v}_j = \mu\dfrac{Ac_j}{\kappa_ja_j}(v_j\cos(\Omega_it+B_i) + \exp(a_jt)\sin(\Omega_jt+B_j))\sin(t+\alpha), \quad j = 1, ..., 3; \\ \dot{B}_j = -\mu\dfrac{Ac_j}{\kappa_ja_j}(v_j\exp(-a_jt)\cos(\Omega_jt+B_j) + \sin(\Omega_jt+B_j))\sin(t+\alpha), \quad j = 1, ..., 3. \end{cases} \tag{4}$$

Система уравнений (4) относится к многочастотным системам. Введем новые переменные:

$$\left.\begin{aligned} \varphi(t) &= t+\alpha(t); & \beta_1(t) &= \Omega_1t+B_1(t); \\ \beta_2(t) &= \Omega_2t+B_2(t); & \beta_3(t) &= \Omega_3t+B_3(t), \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

где $\varphi(t)$, $\beta_1(t)$—$\beta_3(t)$ — быстро вращающиеся фазы (полные фазы) соответственно основания и роторов двигателей. Переходим к переменным (φ, β_1, β_2, β_3) на основе замены в соответствии с равенствами (5):

$$\begin{cases} \dot{A} = \mu\Bigg(-\mathrm{d}A\cos\varphi + \sum\limits_{i=1}^{3} a_i^2\kappa_i v_i(v_i\exp(-a_it)\cos\beta_i + \sin\beta_i)\exp(-a_it) + \\ + \sum\limits_{i=1}^{3} \kappa_i(\Omega_i - a_iv_i\exp(-a_it))^2(\cos\beta_i - v_i\exp(-a_it)\sin\beta_i)\Bigg)\cos\varphi; \\ \dot{\varphi} = 1 - \mu\dfrac{1}{A}\Bigg(-\mathrm{d}A\cos\varphi + \sum\limits_{i=1}^{3} a_i^2\kappa_i v_i(v_i\exp(-a_it)\cos\beta_i + \sin\beta_i)\exp(-a_it) + \\ + \sum\limits_{i=1}^{3} \kappa_i(\Omega_i - a_iv_i\exp(-a_it))^2(\cos\beta_i - v_i\exp(-a_it)\sin\beta_i)\Bigg)\sin\varphi; \\ \dot{v}_j = \mu\dfrac{Ac_j}{\kappa_ja_j}(v_j\cos\beta_j + \exp(a_jt)\sin\beta_j)\sin\varphi, \quad j = 1, ..., 3; \\ \dot{\beta}_j = \Omega_j - \mu\dfrac{Ac_j}{\kappa_ja_j}(v_j\exp(-a_jt)\cos\beta_j + \sin\beta_j)\sin\varphi, \quad j = 1, ..., 3. \end{cases} \tag{6}$$

Система уравнений (6) — стандартной формы с четырьмя медленными переменными (A, v_1, v_2, v_3) и с четырьмя быстрыми фазами (φ, β_1, β_2, β_3). Эта система уравнений — квазилинейная и к ней применим метод осреднения [13]. Вычисление временного среднего для системы уравнений (6) и определение точек разрыва вычисленных функций позволяют найти резонансные частоты первого приближения:

$$\begin{cases} 1-\Omega_1 = 0; \\ 1-\Omega_2 = 0; \\ 1-\Omega_3 = 0. \end{cases} \tag{7}$$

Таким образом, в рассматриваемой системе уравнений (2) в первом приближении имеет место трехкратный резонанс с платформой, определяемый резонансными выражениями (7). Резонанс показателей работы двигателей не обнаружен.

Уравнения второго приближения выявляют резонанс. Система в стандартной форме с учетом слагаемых до второго порядка малости включительно имеет вид:

$$\begin{cases} \dot{A} = \mu\left(-\mathrm{d}A\cos\varphi + \sum\limits_{i=1}^{3}\kappa_i\Omega_i^2\cos\beta_i\right)\cos\varphi - \mu^2 A\left(\sum\limits_{i=1}^{3}c_i\sin^2\beta_i\right)\sin\varphi\cos\varphi; \\ \dot{\varphi} = 1 - \mu\dfrac{1}{A}\left(-\mathrm{d}A\cos\varphi + \sum\limits_{i=1}^{3}\kappa_i\Omega_i^2\cos\beta_i\right)\sin\varphi + \mu^2\left(\sum\limits_{i=1}^{3}c_i\sin^2\beta_i\right)\sin^2\varphi; \\ \dot{v}_j = \mu\dfrac{Ac_j}{\kappa_j a_j}(v_j\cos\beta_j + \exp(a_j t)\sin\beta_j)\sin\varphi - \mu^2\dfrac{c_j}{\kappa_j a_j}\left(v_j\cos\beta_j\left(-\mathrm{d}A\cos\varphi + \sum\limits_{i=1}^{3}\kappa_i\Omega_i^2\cos\beta_i\right) + \right. \\ + \exp(a_j t)\sin\beta_j\left(-\mathrm{d}A\cos\varphi + \sum\limits_{i=1}^{3}a_i^2\kappa_i v_i\exp(-a_i t)\sin\beta_i + \right. \\ \left.\left. + \sum\limits_{i=1}^{3}\kappa_i(\Omega_i^2(\cos\beta_i - v_i\exp(-a_i t)\sin\beta_i) - 2\Omega_i a_i v_i\exp(-a_i t)\cos\beta_i)\right)\right), \quad j = 1, ..., 3; \\ \dot{\beta}_j = \Omega_j - \mu\dfrac{Ac_j}{\kappa_j a_j}\sin\beta_j\sin\varphi + \mu^2\dfrac{c_j}{\kappa_j a_j}\sin\beta_j\left(-\mathrm{d}A\cos\varphi + \sum\limits_{i=1}^{3}\kappa_i\Omega_i^2\cos\beta_i\right), \quad j = 1, ..., 3. \end{cases} \tag{8}$$

Для получения уравнений второго приближения необходимо выполнить замену переменных: (A, φ, v_1, v_2, v_3, β_1, β_2, β_3) $\to$ (B, ϕ, w_1, w_2, w_3, α_1, α_2, α_3), которая уничтожает в уравнениях (8) члены первого порядка малости:

$$\left.\begin{aligned} A &= B + \mu M_1(B, \phi, w_1, w_2, w_3, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3); & \varphi &= \phi + \mu M_2(B, \phi, w_1, w_2, w_3, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3); \\ v_1 &= w_1 + \mu M_3(B, \phi, w_1, w_2, w_3, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3); & v_2 &= w_2 + \mu M_4(B, \phi, w_1, w_2, w_3, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3); \\ v_3 &= w_3 + \mu M_5(B, \phi, w_1, w_2, w_3, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3); & \beta_1 &= \alpha_1 + \mu M_6(B, \phi, w_1, w_2, w_3, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3); \\ \beta_2 &= \alpha_2 + \mu M_7(B, \phi, w_1, w_2, w_3, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3); & \beta_3 &= \alpha_3 + \mu M_8(B, \phi, w_1, w_2, w_3, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3). \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

Функции M_i, $i = 1, ..., 8$ подлежат определению. Подставив замену (9) в систему уравнений (8) и приравняв свободные члены, получим: $\dot{B} \sim \mu$; $\dot{\phi} \cong 1$; $\dot{\omega}_1 \sim \mu$; $\dot{\omega}_2 \sim \mu$; $\dot{\omega}_3 \sim \mu$; $\dot{\alpha}_1 \cong \Omega_1$; $\dot{\alpha}_2 \cong \Omega_2$; $\dot{\alpha}_3 \cong \Omega_3$.

Следовательно, условие уничтожения переменных членов первого порядка малости (зависящих от быстрых фаз ϕ, α_1, α_2 и α_3) сводится к уравнениям для M_i, $i = 1, ..., 8$:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial M_1}{\partial\phi} + \Omega_1\dfrac{\partial M_1}{\partial\alpha_1} + \Omega_2\dfrac{\partial M_1}{\partial\alpha_2} + \Omega_3\dfrac{\partial M_1}{\partial\alpha_3} = \sum\limits_{i=1}^{3}\Omega_i^2\kappa_i\cos\alpha_i\cos\phi - \mathrm{d}B\cos^2\phi; \\ \dfrac{\partial M_2}{\partial\phi} + \Omega_1\dfrac{\partial M_2}{\partial\alpha_1} + \Omega_2\dfrac{\partial M_2}{\partial\alpha_2} + \Omega_3\dfrac{\partial M_2}{\partial\alpha_3} = -\dfrac{1}{B}\left(\sum\limits_{i=1}^{3}\Omega_i^2\kappa_i\cos\alpha_i - \mathrm{d}B\cos\phi\right)\sin\phi; \\ \dfrac{\partial M_3}{\partial\phi} + \Omega_1\dfrac{\partial M_3}{\partial\alpha_1} + \Omega_2\dfrac{\partial M_3}{\partial\alpha_2} + \Omega_3\dfrac{\partial M_3}{\partial\alpha_3} = \dfrac{c_1}{\kappa_1 a_1}B\sin\alpha_1\sin\phi\exp(a_1 t); \\ \dfrac{\partial M_4}{\partial\phi} + \Omega_1\dfrac{\partial M_4}{\partial\alpha_1} + \Omega_2\dfrac{\partial M_4}{\partial\alpha_2} + \Omega_3\dfrac{\partial M_4}{\partial\alpha_3} = \dfrac{c_2}{\kappa_2 a_2}B\sin\alpha_2\sin\phi\exp(a_2 t); \\ \dfrac{\partial M_5}{\partial\phi} + \Omega_1\dfrac{\partial M_5}{\partial\alpha_1} + \Omega_2\dfrac{\partial M_5}{\partial\alpha_2} + \Omega_3\dfrac{\partial M_5}{\partial\alpha_3} = \dfrac{c_3}{\kappa_3 a_3}B\sin\alpha_3\sin\phi\exp(a_3 t); \\ \dfrac{\partial M_6}{\partial\phi} + \Omega_1\dfrac{\partial M_6}{\partial\alpha_1} + \Omega_2\dfrac{\partial M_6}{\partial\alpha_2} + \Omega_3\dfrac{\partial M_6}{\partial\alpha_3} = -\dfrac{c_1}{\kappa_1 a_1}B\sin\alpha_1\sin\phi; \\ \dfrac{\partial M_7}{\partial\phi} + \Omega_1\dfrac{\partial M_7}{\partial\alpha_1} + \Omega_2\dfrac{\partial M_7}{\partial\alpha_2} + \Omega_3\dfrac{\partial M_7}{\partial\alpha_3} = -\dfrac{c_2}{\kappa_2 a_2}B\sin\alpha_2\sin\phi; \\ \dfrac{\partial M_8}{\partial\phi} + \Omega_1\dfrac{\partial M_8}{\partial\alpha_1} + \Omega_2\dfrac{\partial M_8}{\partial\alpha_2} + \Omega_3\dfrac{\partial M_8}{\partial\alpha_3} = -\dfrac{c_3}{\kappa_3 a_3}B\sin\alpha_3\sin\phi. \end{cases} \tag{10}$$

Система уравнений (10) представляет собой систему уравнений в частных производных первого порядка с числом независимых переменных, соответствующих числу быстрых фаз. Неоднородные уравнения (10) эквивалентны следующим уравнениям:

$$\frac{\mathrm{d}\varphi}{1} = \frac{\mathrm{d}\alpha_1}{\Omega_1} = \frac{\mathrm{d}\alpha_2}{\Omega_2} = \frac{\mathrm{d}\alpha_3}{\Omega_3} = \frac{\mathrm{d}M_1}{\sum\limits_{i=1}^{3} \Omega_i^2 \kappa_1 \cos\alpha_i \cos\phi - \mathrm{d}B\cos^2\phi}; \tag{11}$$

$$\frac{\mathrm{d}\varphi}{1} = \frac{\mathrm{d}\alpha_1}{\Omega_1} = \frac{\mathrm{d}\alpha_2}{\Omega_2} = \frac{\mathrm{d}\alpha_3}{\Omega_3} = \frac{\mathrm{d}M_2 B}{\left(\sum\limits_{i=1}^{3} \Omega_i^2 \kappa_1 \cos\alpha_i - \mathrm{d}B\cos\phi\right)\sin\phi}; \tag{12}$$

$$\frac{\mathrm{d}\varphi}{1} = \frac{\mathrm{d}\alpha_1}{\Omega_1} = \frac{\mathrm{d}\alpha_2}{\Omega_2} = \frac{\mathrm{d}\alpha_3}{\Omega_3} = \frac{\kappa_1 a_1}{c_1} \frac{\mathrm{d}M_3}{B\sin\alpha_1 \sin\phi \exp(a_1 t)}; \tag{13}$$

$$\frac{\mathrm{d}\varphi}{1} = \frac{\mathrm{d}\alpha_1}{\Omega_1} = \frac{\mathrm{d}\alpha_2}{\Omega_2} = \frac{\mathrm{d}\alpha_3}{\Omega_3} = \frac{\kappa_2 a_2}{c_2} \frac{\mathrm{d}M_4}{B\sin\alpha_2 \sin\phi \exp(a_2 t)}; \tag{14}$$

$$\frac{\mathrm{d}\varphi}{1} = \frac{\mathrm{d}\alpha_1}{\Omega_1} = \frac{\mathrm{d}\alpha_2}{\Omega_2} = \frac{\mathrm{d}\alpha_3}{\Omega_3} = \frac{\kappa_3 a_3}{c_3} \frac{\mathrm{d}M_5}{B\sin\alpha_3 \sin\phi \exp(a_3 t)}; \tag{15}$$

$$\frac{\mathrm{d}\varphi}{1} = \frac{\mathrm{d}\alpha_1}{\Omega_1} = \frac{\mathrm{d}\alpha_2}{\Omega_2} = \frac{\mathrm{d}\alpha_3}{\Omega_3} = -\frac{\kappa_1 a_1}{c_1} \frac{\mathrm{d}M_6}{B\sin\alpha_1 \sin\phi}; \tag{16}$$

$$\frac{\mathrm{d}\varphi}{1} = \frac{\mathrm{d}\alpha_1}{\Omega_1} = \frac{\mathrm{d}\alpha_2}{\Omega_2} = \frac{\mathrm{d}\alpha_3}{\Omega_3} = -\frac{\kappa_2 a_2}{c_2} \frac{\mathrm{d}M_7}{B\sin\alpha_2 \sin\phi}; \tag{17}$$

$$\frac{\mathrm{d}\varphi}{1} = \frac{\mathrm{d}\alpha_1}{\Omega_1} = \frac{\mathrm{d}\alpha_2}{\Omega_2} = \frac{\mathrm{d}\alpha_3}{\Omega_3} = -\frac{\kappa_3 a_3}{c_3} \frac{\mathrm{d}M_8}{B\sin\alpha_3 \sin\phi}. \tag{18}$$

Решая уравнения (11)—(18), находим:

$$\left.\begin{aligned}
M_1 &= \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3}\left(\frac{\Omega_i^2 \kappa_i \sin(-\alpha_i+\phi)}{1-\Omega_i} + \frac{\Omega_i^2 \kappa_i \sin(\alpha_i+\phi)}{1+\Omega_i}\right) - \frac{1}{4}\mathrm{d}B\sin 2\phi - \frac{1}{2}\mathrm{d}B\varphi;\\
M_2 &= \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3}\left(\frac{\Omega_i^2 \kappa_i \cos(-\alpha_i+\phi)}{1-\Omega_i} + \frac{\Omega_i^2 \kappa_i \sin(\alpha_i+\phi)}{1+\Omega_i}\right)\frac{1}{B} - \frac{1}{4}\mathrm{d}B\cos 2\phi;\\
M_3 &= \frac{1}{2}\frac{c_1 B\exp(a_1 t)\sin(-\alpha_1+\phi)}{a_1\kappa_1(1-\Omega_1)} - \frac{1}{2}\frac{c_1 B\exp(a_1 t)\sin(\alpha_1+\phi)}{a_1\kappa_1(1+\Omega_1)};\\
M_4 &= \frac{1}{2}\frac{c_2 B\exp(a_2 t)\sin(-\alpha_2+\phi)}{a_2\kappa_2(1-\Omega_2)} - \frac{1}{2}\frac{c_2 B\exp(a_2 t)\sin(\alpha_2+\phi)}{a_2\kappa_2(1+\Omega_2)};\\
M_5 &= \frac{1}{2}\frac{c_3 B\exp(a_3 t)\sin(-\alpha_3+\phi)}{a_3\kappa_3(1-\Omega_3)} - \frac{1}{2}\frac{c_3 B\exp(a_3 t)\sin(\alpha_3+\phi)}{a_3\kappa_3(1+\Omega_3)};\\
M_6 &= -\frac{1}{2}\frac{c_1 B\sin(-\alpha_1+\phi)}{a_1\kappa_1(1-\Omega_1)} + \frac{1}{2}\frac{c_1 B\sin(\alpha_1+\phi)}{a_1\kappa_1(1+\Omega_1)};\\
M_7 &= -\frac{1}{2}\frac{c_2 B\sin(-\alpha_2+\phi)}{a_2\kappa_2(1-\Omega_2)} + \frac{1}{2}\frac{c_2 B\sin(\alpha_2+\phi)}{a_2\kappa_2(1+\Omega_2)};\\
M_8 &= -\frac{1}{2}\frac{c_3 B\sin(-\alpha_3+\phi)}{a_3\kappa_3(1-\Omega_3)} + \frac{1}{2}\frac{c_3 B\sin(\alpha_3+\phi)}{a_3\kappa_3(1+\Omega_3)}.
\end{aligned}\right\} \tag{19}$$

Итак, в результате замены (9) система уравнений (8) имеет вид:

$$
\begin{cases}
\dot{B} = -\mu^2\Bigg(\Bigg(\sum\limits_{i=1}^{3}\Omega_i^2\kappa_i\cos\alpha_i - 2\mathrm{d}B\cos\phi\Bigg)\sin\phi M_2 - \mathrm{d}\cos^2\phi M_1 + (\Omega_1^2\kappa_1\sin\alpha_1 M_6 + \\
+\Omega_2^2\kappa_2\sin\alpha_2 M_7 + \Omega_3^2\kappa_3\sin\alpha_3 M_8)\cos\phi + B\sum\limits_{i=1}^{3}c_i\sin^2\alpha_i\sin\phi\cos\phi\Bigg); \\
\dot{\phi} = 1 + \mu^2\Bigg(\frac{1}{B^2}\sum\limits_{i=1}^{3}\Omega_i^2\kappa_i\cos\alpha_i M_1\sin\phi + \Bigg(\mathrm{d}\cos 2\phi - \frac{1}{B}\sum\limits_{i=1}^{3}\Omega_i^2\kappa_i\cos\alpha_i\cos\phi\Bigg)M_2 + \\
+\frac{1}{B}(\Omega_1^2\kappa_1\sin\alpha_1 M_6 + \Omega_2^2\kappa_2\sin\alpha_2 M_7 + \Omega_3^2\kappa_3\sin\alpha_3 M_8)\sin\phi + \sum\limits_{i=1}^{3}c_i\sin^2\alpha_i\sin^2\phi\Bigg); \\
\dot{w}_1 = \mu^2\frac{c_1}{\kappa_1 a_1}\exp(a_1 t)\Bigg(B\sin\phi\cos\alpha_1 M_6 + \Bigg((M_2 + d)B\cos\phi + \sin\phi M_1 - \sum\limits_{i=1}^{3}\Omega_i^2\kappa_i\cos\alpha_i\Bigg)\sin\alpha_1\Bigg); \\
\dot{w}_2 = \mu^2\frac{c_2\exp(a_2 t)}{\kappa_2 a_2}\Bigg(B\sin\phi\cos\alpha_2 M_7 + \Bigg((M_2 + d)B\cos\phi + \sin\phi M_1 - \sum\limits_{i=1}^{3}\Omega_i^2\kappa_i\cos\alpha_i\Bigg)\sin\alpha_2\Bigg); \\
\dot{w}_3 = \mu^2\frac{c_3}{\kappa_3 a_3}\exp(a_3 t)\Bigg(B\sin\phi\cos\alpha_3 M_8 + \Bigg((M_2 + d)B\cos\phi + \sin\phi M_1 - \sum\limits_{i=1}^{3}\Omega_i^2\kappa_i\cos\alpha_i\Bigg)\sin\alpha_3\Bigg); \\
\dot{\alpha}_1 = \Omega_1 - \mu^2\frac{c_1}{\kappa_1 a_1}\Bigg(B\sin\phi\cos\alpha_1 M_6 + \Bigg((M_2 + d)B\cos\phi + \sin\phi M_1 - \sum\limits_{i=1}^{3}\Omega_i^2\kappa_i\cos\alpha_i\Bigg)\sin\alpha_1\Bigg); \\
\dot{\alpha}_2 = \Omega_2 - \mu^2\frac{c_2}{\kappa_2 a_2}\Bigg(B\sin\phi\cos\alpha_2 M_7 + \Bigg((M_2 + d)B\cos\phi + \sin\phi M_1 - \sum\limits_{i=1}^{3}\Omega_i^2\kappa_i\cos\alpha_i\Bigg)\sin\alpha_2\Bigg); \\
\dot{\alpha}_3 = \Omega_3 - \mu^2\frac{c_3}{\kappa_3 a_3}\Bigg(B\sin\phi\cos\alpha_3 M_8 + \Bigg((M_2 + d)B\cos\phi + \sin\phi M_1 - \sum\limits_{i=1}^{3}\Omega_i^2\kappa_i\cos\alpha_i\Bigg)\sin\alpha_3\Bigg),
\end{cases}
\tag{20}
$$

где переменная часть имеет уже порядок μ^2.

В системе (20) B — амплитуда колебаний основания; ϕ — быстрая фаза колебаний основания; w_1—w_3 — текущие угловые скорости первого, второго и третьего двигателей; α_1—α_3 — быстро вращающиеся фазы для соответственно первого—третьего двигателей; M_i (i = 1, ..., 8) определяются выражениями (19).

Временное среднее, вычисленное для уравнений (20) второго приближения, обнаруживает разрыв на следующих резонансных прямых:

$$
\left.\begin{array}{lll}
-1 + \Omega_1 = 0; & -1 + \Omega_2 = 0; & -1 + \Omega_3 = 0; \\
-3 + \Omega_1 = 0; & -3 + \Omega_2 = 0; & -3 + \Omega_3 = 0;
\end{array}\right\}
\tag{21}
$$

$$
\left.\begin{array}{l}
-\Omega_2 + \Omega_1 = 0; \quad -\Omega_3 + \Omega_1 = 0; \quad -\Omega_3 + \Omega_2 = 0; \\
-\Omega_2 + \Omega_1 - 2 = 0; \quad -\Omega_2 + \Omega_1 + 2 = 0; \quad -\Omega_2 + \Omega_1 - 2 = 0; \\
-\Omega_3 + \Omega_1 - 2 = 0; \quad -\Omega_3 + \Omega_1 + 2 = 0; \quad -\Omega_3 + \Omega_1 - 2 = 0; \\
-\Omega_3 + \Omega_2 - 2 = 0; \quad -\Omega_3 + \Omega_2 + 2 = 0; \quad \Omega_2 + \Omega_3 - 2 = 0; \\
1 + \Omega_1 = 0; \quad 1 + \Omega_2 = 0; \quad 1 + \Omega_3 = 0; \quad 3 + \Omega_1 = 0; \quad 3 + \Omega_2 = 0; \quad 3 + \Omega_3 = 0; \\
\Omega_2 + \Omega_1 = 0; \quad \Omega_3 + \Omega_1 = 0; \quad \Omega_3 + \Omega_2 = 0; \\
\Omega_2 + \Omega_1 + 2 = 0; \quad \Omega_3 + \Omega_1 + 2 = 0; \quad \Omega_2 + \Omega_3 + 2 = 0;
\end{array}\right\}
\tag{22}
$$

Резонансные соотношения (22) — физически нереализуемы. Наиболее интересен с практической точки зрения случай, когда частоты вращения двигателей близки между собой, но далеки от частоты колебаний платформы. Тогда резонансные условия имеют вид:

$$\left.\begin{aligned}\Omega_1-\Omega_2 &= 0;\\ \Omega_2-\Omega_3 &= 0\end{aligned}\right\} \tag{23}$$

и характеризуют синхронизацию трех двигателей в системе.

Таким образом, во втором приближении обнаружен резонанс между тремя двигателями, определяемый резонансными выражениями (23).

Синхронизация

Исследуем систему в резонансе, определяемом условиями (23), которые характеризуют эффект синхронизации двигателей в механической системе. В отличие от случая с двумя двигателями [14], здесь рассматриваем сразу два резонанса. Согласно работам [13, 15] по изучению резонанса вводим расстройки частот:

$$\Omega_1 - \Omega_2 = \Delta_1 \sim \mu^2; \qquad \Omega_2 - \Omega_3 = \Delta_2 \sim \mu^2$$

и медленные фазы, характеризующие разницу быстро вращающихся фаз:

$$\left.\begin{aligned}\theta_1 &= \alpha_1-\alpha_2;\\ \theta_2 &= \alpha_2-\alpha_3.\end{aligned}\right\} \tag{24}$$

Переходя в системе уравнений (20) к новым переменным θ_1 и θ_2 на основе замены (24), получим уравнения, подготовленные для осреднения:

$$\begin{cases}
\dot{B} = -\mu^2((\Omega_1^2\kappa_1\cos\alpha_1+\Omega_2^2\kappa_2\cos(\alpha_1-\theta_1)+\Omega_3^2\kappa_3\cos(\alpha_1-\theta_1-\theta_2)-2\mathrm{d}B\cos\phi)\sin\phi M_2+(\Omega_1^2\kappa_1\sin\alpha_1 M_6+\Omega_2^2\kappa_2\sin(\alpha_1-\theta_1)M_7+\\
+\Omega_3^2\kappa_3\sin(\alpha_1-\theta_1-\theta_2)M_8)\cos\phi-\mathrm{d}\cos^2\phi M_1+B(c_1\sin^2\alpha_1+c_2\sin^2(\alpha_1-\theta_1)+c_3\sin^2(\alpha_1-\theta_1-\theta_2))\sin\phi\cos\phi);\\
\dot{\varphi} = 1+\mu^2\Big(\frac{1}{B^2}(\Omega_1^2\kappa_1\cos\alpha_1+\Omega_2^2\kappa_2\cos(\alpha_1-\theta_1)+\Omega_3^2\kappa_3\cos(\alpha_1-\theta_1-\theta_2))M_1\sin\phi+\frac{1}{B}(\Omega_1^2\kappa_1\sin\alpha_1 M_6+\Omega_2^2\kappa_2\sin(\alpha_1-\theta_1)M_7+\\
+\Omega_3^2\kappa_3\sin(\alpha_1-\theta_1-\theta_2)M_8)\sin\phi+(c_1\sin^2\alpha_1+c_2\sin^2(\alpha_1-\theta_1)+c_3\sin^2(\alpha_1-\theta_1-\theta_2))\sin^2\phi+\\
+\Big(-\frac{1}{B}(\Omega_1^2\kappa_1\cos\alpha_1+\Omega_2^2\kappa_2\cos(\alpha_1-\theta_1)+\Omega_3^2\kappa_3\cos(\alpha_1-\theta_1-\theta_2))\cos\phi+\mathrm{d}\cos2\phi\Big)M_2\Big);\\
\dot{w}_1 = \mu^2\frac{c_1}{\kappa_1 a_1}\exp(a_1 t)(B\sin\phi\cos\alpha_1 M_6+((M_2+d)B\cos\phi+\sin\phi M_1-\Omega_1^2\kappa_1\cos\alpha_1-\Omega_2^2\kappa_2\cos(\alpha_1-\theta_1)-\\
-\Omega_3^2\kappa_3\cos(\alpha_1-\theta_1-\theta_2))\sin\alpha_1);\\
\dot{w}_2 = \mu^2\frac{c_2}{\kappa_2 a_2}\exp(a_2 t)(B\sin\phi\cos(\alpha_1-\theta_1)M_7+((M_2+d)B\cos\phi+\sin\phi M_1-\Omega_1^2\kappa_1\cos\alpha_1-\Omega_2^2\kappa_2\cos(\alpha_1-\theta_1)-\\
-\Omega_3^2\kappa_3\cos(\alpha_1-\theta_1-\theta_2))\sin(\alpha_1-\theta_1));\\
\dot{w}_3 = \mu^2\frac{c_3}{\kappa_3 a_3}\exp(a_3 t)(B\sin\phi\cos(\alpha_1-\theta_1-\theta_2)M_8+((M_2+d)B\cos\phi+\sin\phi M_1-\Omega_1^2\kappa_1\cos\alpha_1-\Omega_2^2\kappa_2\cos(\alpha_1-\theta_1)-\\
-\Omega_3^2\kappa_3\cos(\alpha_1-\theta_1-\theta_2))\sin(\alpha_1-\theta_1-\theta_2));\\
\dot{\alpha}_1=\Omega_1-\mu^2\frac{c_1}{\kappa_1 a_1}(B\sin\phi\cos\alpha_1 M_6+((M_2+d)B\cos\phi+\sin\phi M_1-(\Omega_1^2\kappa_1\cos\alpha_1+\Omega_2^2\kappa_2\cos(\alpha_1-\theta_1)+\Omega_3^2\kappa_3\cos(\alpha_1-\theta_1-\theta_2)))\sin\alpha_1);\\
\dot{\theta}_1 = \Delta_1+\mu^2\Big(\Big(-\frac{c_1}{\kappa_1 a_1}\cos\alpha_1 M_6+\frac{c_2}{\kappa_2 a_2}\cos(\alpha_1-\theta_1)M_7\Big)B\sin\phi+(-B(d+M_2)\cos\phi-\sin\phi M_1+\\
+\Omega_1^2\kappa_1\cos\alpha_1+\Omega_2^2\kappa_2\cos(\alpha_1-\theta_1)+\Omega_3^2\kappa_3\cos(\alpha_1-\theta_1-\theta_2))\Big(\frac{c_1}{\kappa_1 a_1}\sin\alpha_1-\frac{c_2}{\kappa_2 a_2}\sin(\alpha_1-\theta_1)\Big)\Big);\\
\dot{\theta}_2 = \Delta_2+\mu^2\Big(B\Big(-\frac{c_2}{\kappa_2 a_2}\cos(\alpha_1-\theta_1)M_7+\frac{c_3}{\kappa_3 a_3}\cos(\alpha_1-\theta_1-\theta_2)M_8\Big)\sin\phi+(\Omega_1^2\kappa_1\cos\alpha_1+\Omega_2^2\kappa_2\cos(\alpha_1-\theta_1)+\\
+\Omega_3^2\kappa_3\cos(\alpha_1-\theta_1-\theta_2)-\sin\phi M_1-B(M_2+d)\cos\phi)\Big(\frac{c_2}{\kappa_2 a_2}\cos(\alpha_1-\theta_1)-\frac{c_3}{\kappa_3 a_3}\cos(\alpha_1-\theta_1-\theta_2)\Big)\Big),
\end{cases} \tag{25}$$

где выражения для M_i ($i = 1, ..., 8$)те же, что и выражения (19), в которых α_2 и α_3 находят из выражений (24). В системе (25) рассматриваемые резонансы устранены, и можно применять процедуру осреднения. После осреднения правых частей системы (25) по быстрым переменным ϕ и α_1, получим уравнения для амплитуды колебаний основания и медленных фаз (медленных переменных):

$$\left.\begin{aligned}
\dot{B} &= -\frac{1}{4}\mu^2(\Delta_1+\Delta_2)\frac{\kappa_1\kappa_3}{B}\frac{\Omega_1^2\Omega_3^2(1+\Omega_1\Omega_3)}{(\Omega_1^2-1)(\Omega_3^2-1)}\sin(\theta_1+\theta_2)-\frac{1}{4}\mu^2\Delta_1\frac{\kappa_1\kappa_2}{B}\frac{\Omega_1^2\Omega_2^2(1+\Omega_1\Omega_2)}{(\Omega_1^2-1)(\Omega_2^2-1)}\sin\theta_1-\\
&-\frac{1}{4}\mu^2\Delta_2\frac{\kappa_2\kappa_3}{B}\frac{\Omega_2^2\Omega_3^2(1+\Omega_2\Omega_3)}{(\Omega_2^2-1)(\Omega_3^2-1)}\sin\theta_2+\frac{1}{4}\mu^2\left(\frac{c_1\Omega_1^2}{a_1(\Omega_1^2-1)}+\frac{c_2\Omega_2^2}{a_2(\Omega_2^2-1)}+\frac{c_3\Omega_3^2}{a_3(\Omega_3^2-1)}+d^2\pi\right)B;\\
\dot{\theta}_1 &= \Delta_1+\frac{1}{2}\mu^2\left(\frac{c_2}{\kappa_2a_2}\frac{\kappa_1\Omega_1^4}{(\Omega_1^2-1)}+\frac{c_1}{\kappa_1a_1}\frac{\kappa_2\Omega_2^4}{(\Omega_2^2-1)}\right)\sin\theta_1-\frac{1}{2}\mu^2\frac{c_2}{\kappa_2a_2}\frac{\kappa_3\Omega_3^4}{(\Omega_3^2-1)}\sin\theta_2+\\
&+\frac{1}{2}\mu^2\frac{c_1}{\kappa_1a_1}\frac{\kappa_3\Omega_3^4}{(\Omega_3^2-1)}\sin(\theta_1+\theta_2)+\frac{1}{4}\mu^2\left(-\frac{\Omega_1c_1^2}{\kappa_1^2a_1^2(\Omega_1^2-1)}+\frac{\Omega_2c_2^2}{\kappa_2^2a_2^2(\Omega_2^2-1)}\right)B^2;\\
\dot{\theta}_2 &= \Delta_2+\frac{1}{2}\mu^2\left(\frac{c_3}{\kappa_3a_3}\frac{\kappa_2\Omega_2^4}{(\Omega_2^2-1)}+\frac{c_2}{\kappa_2a_2}\frac{\kappa_3\Omega_3^4}{(\Omega_3^2-1)}\right)\sin\theta_2-\frac{1}{2}\mu^2\frac{c_2}{\kappa_2a_2}\frac{\kappa_1\Omega_1^4}{(\Omega_1^2-1)}\sin\theta_1+\\
&+\frac{1}{2}\mu^2\frac{c_3}{\kappa_3a_3}\frac{\kappa_1\Omega_1^4}{(\Omega_1^2-1)}\sin(\theta_1+\theta_2)+\frac{1}{4}\mu^2\left(-\frac{\Omega_2c_2^2}{\kappa_2^2a_2^2(\Omega_2^2-1)}+\frac{\Omega_3c_3^2}{\kappa_3^2a_3^2(\Omega_3^2-1)}\right)B^2.
\end{aligned}\right\}\qquad(26)$$

Для упрощения записи вводим обозначения:

$$\left.\begin{aligned}
&k_1=\frac{1}{4}\mu^2\frac{\kappa_1\kappa_3\Omega_1^2\Omega_3^2(1+\Omega_1\Omega_3)}{(\Omega_1^2-1)(\Omega_3^2-1)};\quad k_2=\frac{1}{4}\mu^2\frac{\kappa_1\kappa_2\Omega_1^2\Omega_2^2(1+\Omega_1\Omega_2)}{(\Omega_1^2-1)(\Omega_2^2-1)};\quad k_3=\frac{1}{4}\mu^2\frac{\kappa_2\kappa_3\Omega_2^2\Omega_3^2(1+\Omega_2\Omega_3)}{(\Omega_2^2-1)(\Omega_3^2-1)};\\
&n=\frac{1}{4}\mu^2\left(\frac{c_1\Omega_1^2}{a_1(\Omega_1^2-1)}+\frac{c_2\Omega_2^2}{a_2(\Omega_2^2-1)}+\frac{c_3\Omega_3^2}{a_3(\Omega_3^2-1)}+\pi d^2\right);\quad p_1=\frac{1}{4}\mu^2\left(\frac{\Omega_1c_1^2}{\kappa_1^2a_1^2(\Omega_1^2-1)}-\frac{\Omega_2c_2^2}{\kappa_2^2a_2^2(\Omega_2^2-1)}\right);\\
&q_{11}=\frac{1}{2}\mu^2\left(\frac{c_2}{\kappa_2a_2}\frac{\kappa_1\Omega_1^4}{(\Omega_1^2-1)}+\frac{c_1}{\kappa_1a_1}\frac{\kappa_2\Omega_2^4}{(\Omega_2^2-1)}\right);\quad q_{12}=\frac{1}{2}\mu^2\frac{c_1}{\kappa_1a_1}\frac{\kappa_3\Omega_3^4}{(\Omega_3^2-1)};\quad q_{13}=\frac{1}{2}\mu^2\frac{c_2}{\kappa_2a_2}\frac{\kappa_3\Omega_3^4}{(\Omega_3^2-1)};\\
&p_2=\frac{1}{4}\mu^2\left(\frac{\Omega_2c_2^2}{\kappa_2^2a_2^2(\Omega_2^2-1)}-\frac{\Omega_3c_3^2}{\kappa_3^2a_3^2(\Omega_3^2-1)}\right);\\
&q_{21}=\frac{1}{2}\mu^2\left(\frac{c_3}{\kappa_3a_3}\frac{\kappa_2\Omega_2^4}{(\Omega_2^2-1)}+\frac{c_2}{\kappa_2a_2}\frac{\kappa_3\Omega_3^4}{(\Omega_3^2-1)}\right);\quad q_{22}=\frac{1}{2}\mu^2\frac{c_3}{\kappa_3a_3}\frac{\kappa_1\Omega_1^4}{(\Omega_1^2-1)};\quad q_{23}=\frac{1}{2}\mu^2\frac{c_2}{\kappa_2a_2}\frac{\kappa_1\Omega_1^4}{(\Omega_1^2-1)}.
\end{aligned}\right\}\qquad(27)$$

Рассмотрим стационарные режимы колебаний. Считаем, что амплитуда B и фазы θ_1, θ_2 в стационарном режиме постоянны. Из уравнений (26), с учетом новых обозначений (27), получим уравнения стационарных режимов колебаний:

$$\begin{cases}
-k_1\dfrac{(\Delta_1+\Delta_2)}{B}\sin(\theta_1+\theta_2)-k_2\dfrac{\Delta_1}{B}\sin\theta_1-k_3\dfrac{\Delta_2}{B}\sin\theta_2+nB=0;\\
\Delta_1+q_{11}\sin\theta_1-p_1B^2+q_{12}\sin(\theta_1+\theta_2)-q_{13}\sin\theta_2=0;\quad \Delta_2+q_{21}\sin\theta_2-p_2B^2+q_{22}\sin(\theta_1+\theta_2)-q_{23}\sin\theta_1=0.
\end{cases}$$

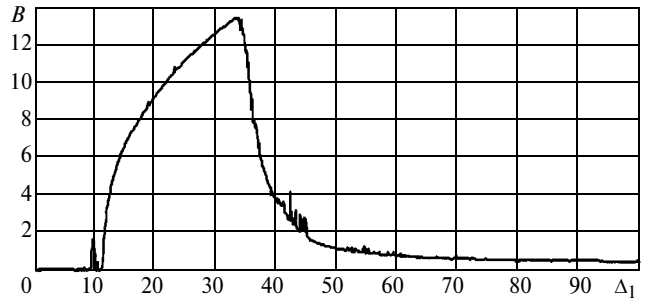


Рис. 2. Амплитудно-частотная характеристика $B(\Delta_1)$

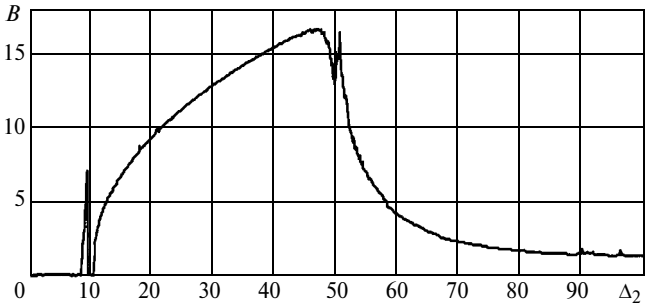


Рис. 3. Амплитудно-частотная характеристика $B(\Delta_2)$

Данную систему нелинейных алгебраических уравнений решить алгебраически не представляется возможным. Численное решение, полученное методом Ньютона, позволяет получить зависимость между амплитудой B стационарных колебаний и расстройками Δ_1 и Δ_2 частот источников колебаний.

Зависимость амплитуды стационарных колебаний от расстроек частот представляет собой поверхность, представленную на рис. 1 (см. обложку). При $\Delta_2 \to 0$ резонансная поверхность вырождается в резонансную кривую (рис. 2), при $\Delta_1 \to 0$ резонансная кривая выражается зависимостью, показанной на рис. 3.

Таким образом, результаты исследований показали, что при работе трех несбалансированных двигателей, установленных на упругом основании, возможно возникновение двух резонансов (см. рис. 1), которые обнаружены методом осреднения во втором приближении. Если расстройка по частоте второго и третьего двигателей стремится к нулю, то возникает только один резонанс (см. рис. 2). Если расстройка первого и второго двигателей стремится к нулю, также возникает один резонанс (см. рис. 3) между двигателями. В первом и во втором случаях резонансные частоты и соответствующие им амплитуды различны. При анализе резонансной поверхности, показанной на рис. 4 (см. обложку), видно, что в данном приближении резонансы не могут возникать одновременно.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Блехман И. И.** Синхронизация в природе и технике. М.: Наука, 1971. 352 с.

2. **Блехман И. И.** Синхронизация динамических систем. М.: Наука, 1971. 896 с.

3. **Вибрации** в технике. Колебания нелинейных механических систем / И. И. Блехман, Н. В. Бутенин, Р. Ф. Ганиев и др. Т. 2. М.: Машиностроение, 1979. 351 с.

4. **Блехман И. И.** Вибрационная механика. М.: Физматлит, 1994. 400 с.

5. **Пиковский А. С, Розенблюм М., Куртс Ю.** Синхронизация. Фундаментальное нелинейное явление. М.: Техносфера, 2003. 508 с.

6. **Применение** гидравлических виброопор в синхронизующихся механических системах / Б. А. Гордеев, А. Б. Гордеев, Д. А. Ковригин, А. В. Леонтьева // Приволжский научный журнал. 2009. № 3. С. 49—53.

7. **Причины** возникновения синхронизации в рельсовом транспорте / Б. А. Гордеев, А. Б. Гордеев, Д. А. Ковригин, А. В. Леонтьева // Приволжский научный журнал. 2009. № 4. С. 47—53.

8. **Гордеев Б. А., Ковригин Д. А., Леонтьева А. В.** Способы гашения низкочастотных вибраций // X междунар. молодежной науч.-техн. конф. "Будущее технической науки". Н.-Новгород: 2011. С. 444, 445.

9. **Леонтьева А. В., Гордеев А. Б., Ковригин Д. А.** Гидроопоры в синхронизующихся механических системах // X всерос. съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики "Актуальные проблемы механики". Н. Новгород: 2011. С. 67, 68.

10. **Леонтьева А. В., Гордеев А. Б., Ковригин Д. А.** Гидроопоры в синхронизующихся механических системах // Вестник Нижегородского ун-та им. Н. И. Лобачевского. 2011. № 4. Ч. 2. С. 211—213.

11. **Гордеев Б. А., Ковригин Д. А., Леонтьева А. В.** Задача синхронизации вращения пары двигателей на упругом основании // Вестник машиностроения. 2011. № 10. С. 3—7.

12. **Гордеев Б. А. Леонтьева А. В.** Условия возникновения частотной синхронизации двух асинхронных двигателей в зависимости от характеристик основания // Вестник научно-технического развития. 2011. № 10. С. 14—24. www.vntr.ru

13. **Журавлев В. Ф., Климов Д. М.** Прикладные методы в теории колебаний. М.: Наука, 1988. 328 с.

14. **Гордеев Б. А. Леонтьева А. В.** Причины возникновения фазовой синхронизации двух асинхронных двигателей в зависимости от параметров системы // Сб. науч. тр. "Прикладная механика и технологии машиностроения: моделирование динамических систем". 2011. Вып. 3. С. 80—90.

15. **Рабинович М. И., Трубецков Д. И.** Введение в теорию колебаний и волн. М.: Наука, 1984. 432 с.

16. **Хакен Г.** Синергетика: Иерархии неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах. М.: Мир, 1985. 423 с.

УДК 621.039.534

А. В. БЕЗНОСОВ, д-р техн. наук (Нижегородский ГТУ им. Р. Е. Алексеева),
Ю. Н. ДРОЗДОВ, д-р техн. наук (ИМАШ им. А. А. Благонравова РАН),
М. А. АНТОНЕНКОВ, Т. А. БОКОВА, канд. техн. наук
(Нижегородский ГТУ им. Р. Е. Алексеева), Э. Г. НОВИНСКИЙ
(ОАО "ОКБМ Африкантов", г. Нижний Новгород),
e-mail: beznosov@nntu.nnov.ru

Трибология гидростатических подшипников главных циркуляционных насосов ядерных реакторов на быстрых нейтронах, охлаждаемых свинцовым теплоносителем

Приведены результаты работ по созданию конструкций гидростатических подшипников для главных циркуляционных насосов инновационных реакторов на быстрых нейтронах, охлаждаемых свинцовым теплоносителем.

Ключевые слова: подшипник, реактор на быстрых нейтронах, высокотемпературный свинцовый теплоноситель, насос, экспериментальные данные, методика расчета.

Results of development of fluid bearing constructions for main circulation pumps of innovation fast neutron plumbic-coolant reactors were given.

Keywords: bearing part, fast neutron reactor, high temperature plumbic coolant, pump, experimental data, design procedure.

В ОАО "НИКИЭТ" проектируется реакторная установка БРЕСТ-300 на быстрых нейтронах со свинцовым теплоносителем, в которой планируется использовать осевые насосы. В настоящее время в России отсутствует опыт проектирования и эксплуатации таких насосов, включая один из основных узлов — подшипниковый узел.

Оптимальной и, вероятно, единственно возможной конструкцией подшипникового узла, работающего в среде высокотемпературного (450÷550 °С) свинцового теплоносителя и погруженного под его свободный уровень, является гидростатический подшипник (ГСП). Принцип действия ГСП основан на особой схеме питания его рабочей жидкостью, удерживающей вращающуюся систему насоса (вал — рабочее колесо) во взвешенном положении, что обеспечивает работу подшипника в условиях чисто жидкостного трения. Эти подшипники характеризуются малыми потерями на трение, являются хорошими гасителями колебаний вала, бесшумны; жидкостная пленка надежно разделяет вращающуюся поверхность вала и неподвижную поверхность подшипника.

Одной из проблем создания ГСП является неотработанность методики расчета; до настоящего времени каждая новая конструкция ГСП требовала экспериментальной доводки на опытных образцах в условиях, максимально приближенных к эксплуатационным [1]. Существующая методика расчета ГСП основана на полуэмпирических теоретических положениях и включает экспериментальные данные, константы, коэффициенты, полученные при испытаниях в воде. Физические свойства свинцового теплоносителя (несмачиваемость стенок каналов, на порядок большая чем у воды, плотность и др.) существенно отличаются от аналогичных свойств воды [2]. Гидродинамические характеристики свинца в ряде случаев существенно отличаются от аналогичных характеристик потоков воды. Эти различия делают необоснованными, а возможно и неприемлемыми, существующую методику расчета ГСП, работающих в свинцовом теплоносителе, и рекомендации по их оптимальной конструкции. Опыт создания и отработки ГСП для насосов реакторного и промежуточного контуров с натриевым теплоносителем по этим же причинам малоприменим к подшипникам, работающим в свинцовом теплоносителе; соответствующие ядерно-технологические знания в этой области частично утеряны.

Цель работы — экспериментальное и теоретическое обоснование методики расчета и рекомендаций по оптимальному проектированию подшипников скольжения главных циркуляционных

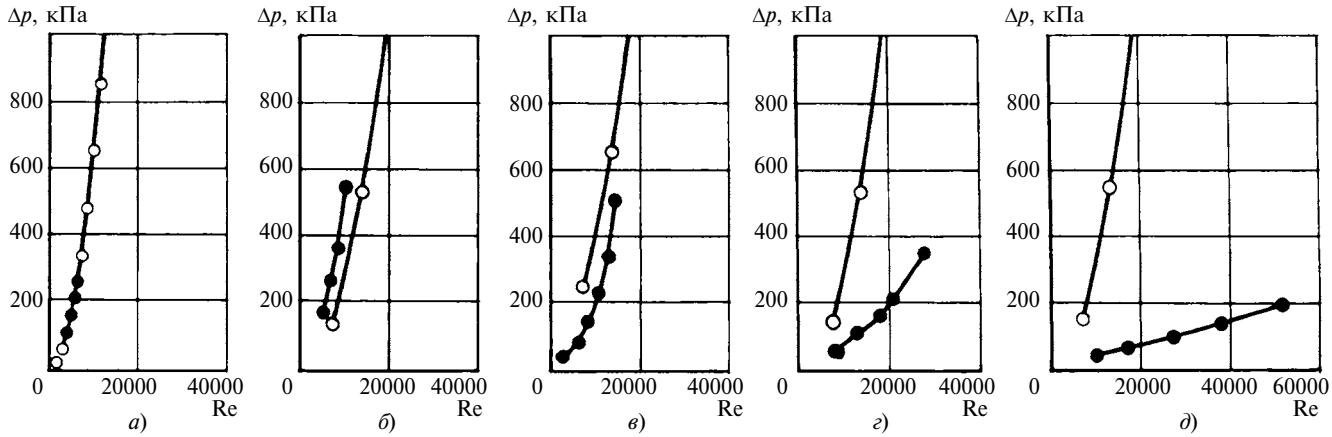


Рис. 1. Зависимости $\Delta p = f(\mathrm{Re})$ для дросселя с параметрами d_0 = 3 мм и l_0 = 5 мм:
светлые точки — теория; темные точки — эксперимент

насосов (ГЦН) высокотемпературных контуров со свинцовым теплоносителем. Специалистами Нижегородского ГТУ (НГТУ) были проведены:

анализ свойств свинцового высокотемпературного (450÷550 °С) теплоносителя, влияющих на работоспособность подшипников скольжения погружных насосов реакторных контуров;

обоснование выбора ГСП в качестве основного подшипника для реакторной установки БРЕСТ-300;

исследования гидродинамических и других характеристик одних и тех же элементов ГСП при работе в воде и расплаве свинца, сравнение полученных результатов с результатами расчетов по существующим методикам;

исследование двух основных, оптимальных для данных условий, конструкций камерных ГСП — с дросселями и с щелевым дросселированием, работающих в воде и высокотемпературном расплаве свинца;

уточнение методики расчета ГСП и разработка рекомендаций по оптимальным конструктивным схемам таких подшипников применительно к условиям реакторных установок со свинцовым теплоносителем на основе результатов экспериментов.

В ГЦН реакторов на быстрых нейтронах с жидкометаллическими теплоносителями применение традиционных смазочных материалов невозможно вследствие высоких температур и недопустимости контакта теплоносителя с органическими соединениями. Единственной средой для работы таких подшипников является сам свинцовый теплоноситель, который не смачивает рабочие поверхности скольжения, так как имеет небольшую адгезию, не удерживается на контактных поверхностях при наличии тангенциальных сил, имеет небольшую вязкость, а потому не может рассматриваться в качестве смазочного средства в традиционном его понимании.

Этот теплоноситель может эффективно отводить теплоту, выделяющуюся при трении, что благоприятно влияет на работу контактных пар. В условиях реакторного контура на всех поверхностях, в том числе и контактных, формируются защитные оксидные покрытия, которые при определенных условиях обладают антифрикционными свойствами, что исключает или уменьшает изнашивание ГСП в режимах пуска, останова и в аварийных ситуациях.

Для обоснования расчетной методики и оптимальной конструкции ГСП в НГТУ исследовали входящие в его состав дроссели [3]. Для одинаковых дросселей толщиной от 3 до 7 мм с диаметром отверстия от 2 до 6 мм определяли характеристики на специально созданных в НГТУ водяном (T = 20 °С) и высокотемпературном свинцовом (T = 450÷500 °С) стендах при средней скорости потоков воды и свинца через отверстие дросселя от 1 до 30 м/с. Были получены зависимости коэффициента сопротивления (Δp) от режима течения (Re) при испытаниях в воде (рис. 1, *а*) и свинце: при минимальном ~0,01 кгс/см^2 (рис. 1, *б*) и максимальном, равном 1,2 кгс/см^2, противодавлении (рис. 1, *в*), а также с противодавлением на выходе из дросселя 0,1 (рис. 1, *г*) и 0,2 кгс/см^2 (рис. 1, *д*). Зависимости получены для дросселя с параметрами d_0 = 3 мм и l_0 = 5 мм. Гидравлические сопротивления при испытаниях на воде и на свинце отличаются на полпорядка.

Полученные данные убедительно показали, что использование существующей методики для расчета дросселей на свинце некорректно. Результаты расчета характеристик дросселей совпадают с результатами экспериментов на воде и не совпадают с результатами экспериментов на свинце.

В НГТУ проводили экспериментальное и расчетно-теоретическое исследования в воде и свинцовом теплоносителе одного из основных участков "дроссель — кольцевой зазор между втулкой и вращающимся или неподвижным валом" ГСП. Существующие теории не рассматривают течение жидкости, не смачивающей стенки, в зазоре между валом и неподвижной втулкой, что характерно для работы подшипника скольжения в свинцовом теплоносителе. Также неизвестны коэффициенты трения оксидированных металлических поверхностей в свинцовом теплоносителе, напряжения трения на границах контакта жидкого и твердого металлов и другие необходимые характеристики, что не позволяет построить и рассчитать корректную модель. Экспериментальный участок представлял собой емкость, в которой установлена втулка с внутренним диаметром 114 мм. Во втулку последовательно устанавливали валы с наружным диаметром 112, 110 и 108 мм. Радиальный зазор выбирали, исходя из следующих соображений: 1 мм — ввиду близости к зазорам традиционных ГСП такого диаметра; 3 мм — ввиду близости к глубине рабочей камеры подшипника; 2 мм — как промежуточное значение между предыдущими.

Во втулке выполнены четыре дросселя диаметром 4 мм. Около одного из них выполнено отверстие диаметром 4 мм для подключения устройства контроля давления в щелевом зазоре; второй отбор давления осуществляется через штуцер перед дросселем.

Исследования проводили на специально созданных циркуляционных стендах 2010-КЗД-ВТ с водяным и 2010-КЗД-СТ со свинцовым теплоносителями при температуре соответственно воды 20 °С и свинца 400÷450 °С в течение 24 ч (для каждого варианта сменного вала) при расходе среды в радиальном зазоре от 0,06 до 0,15 м^3/ч (v = 0,04÷0,1 м/с), что соответствует числу Рейнольдса Re = 450÷1300 для неподвижного вала как при содержании кислорода в свинце на линии насыщения, так и при наличии в потоке оксидов свинца. Режим течения и воды, и свинца — ламинарный. На рис. 2÷4 приведе-

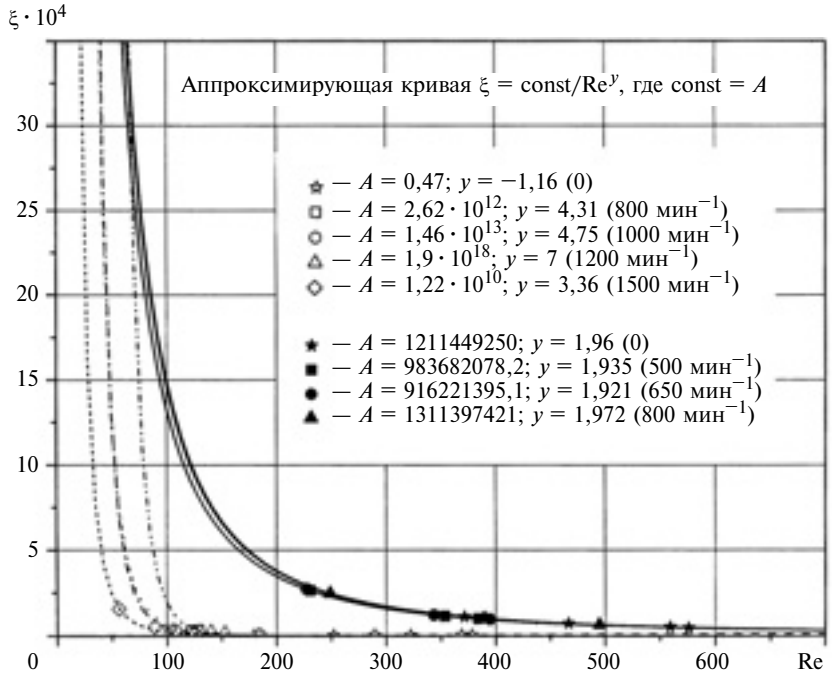


Рис. 2. Зависимости ξ = *f*(Re) для радиального зазора 1 мм при испытаниях в воде (светлые точки) и свинце (темные точки) при содержании кислорода в свинце 10^{-1}÷10^{0}:
в скобках указана частота вращения вала

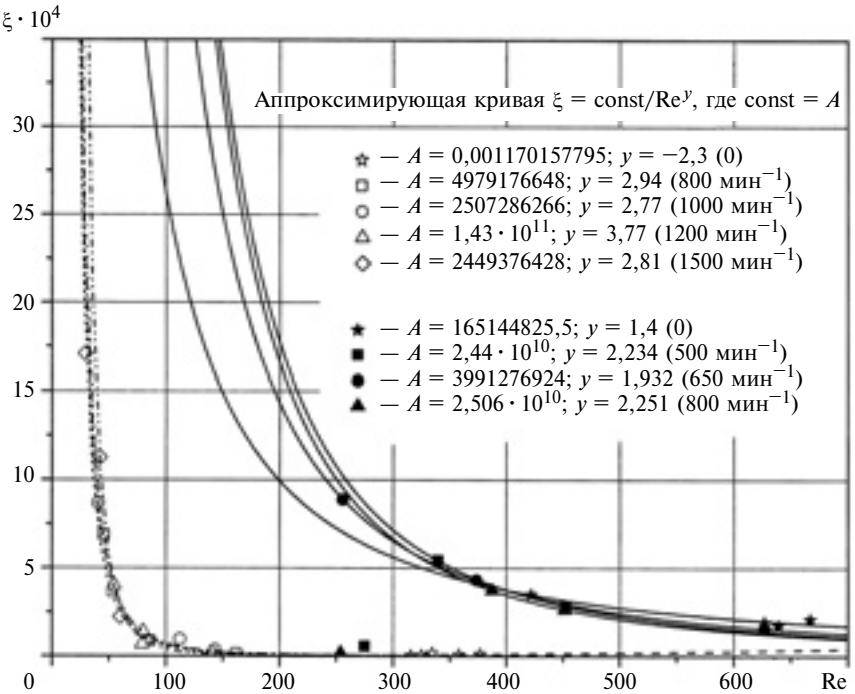


Рис. 3. Зависимости ξ = *f*(Re) для радиального зазора 2 мм при испытаниях в воде (светлые точки) и свинце (темные точки) при содержании кислорода в свинце 10^{-1}÷10^{0}:
в скобках указана частота вращения вала

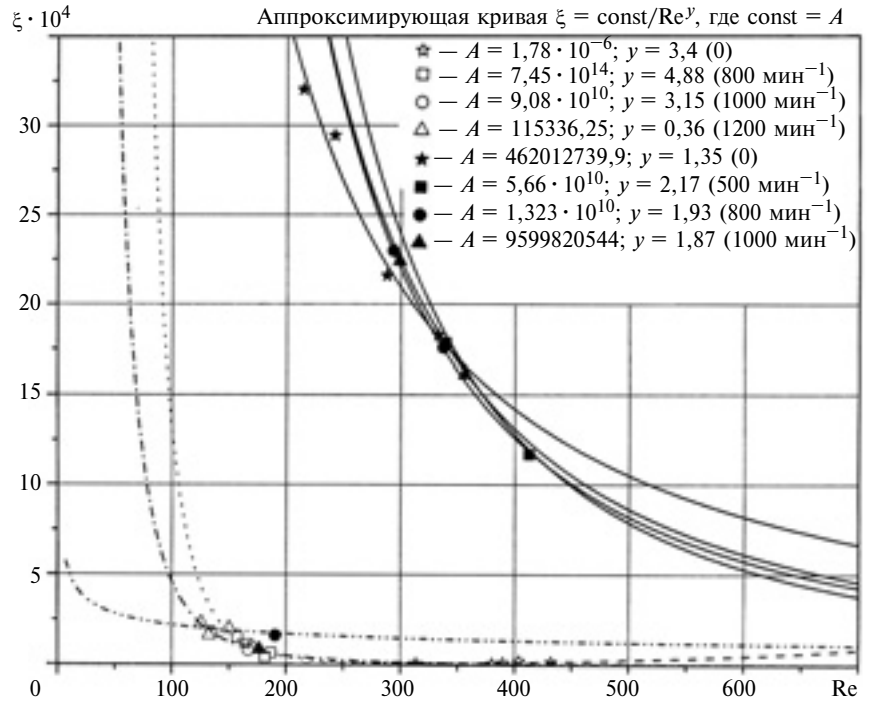


Рис. 4. Зависимости $\xi = f(\mathrm{Re})$ для радиального зазора 3 мм при испытаниях в воде (светлые точки) и свинце (темные точки) при содержании кислорода в свинце $10^{-1} \div 10^{0}$:

в скобках указана частота вращения вала

ны зависимости коэффициента ξ местного сопротивления от числа Рейнольдса для разных радиальных зазоров. Анализ зависимости $\xi = f(\mathrm{Re})$ для свинцового теплоносителя показал, что с увеличением радиального зазора коэффициент также увеличивается, что, вероятно, является следствием увеличения турбулентности потока. Существенных изменений зависимостей $\xi = f(\mathrm{Re})$ от частоты вращения вала в расплаве свинца не зафиксировано, что можно объяснить реологическими свойствами пристенного слоя [4]. Разница гидравлических сопротивлений для одного и того же экспериментального участка при работе в воде и в расплаве свинца однозначно определяется различием физических свойств теплоносителей и их взаимодействия со стенками каналов.

Полученные расчетные значения механической энергии, затрачиваемой на преодоление сопротивления среды в зазоре и силы трения, качественно согласуются с экспериментально полученными значениями потери напора.

Сравнение расчетных значений расхода (торцевого) жидкости через подшипник и результатов экспериментов показало их существенное несовпадение (на 1÷5 порядков). Это возможно, если формулы учитывают только геометрические характеристики радиального зазора и частоту n вращения вала и не учитывают, что жидкость в зазоре имеет осевую составляющую и движется по спирали, а также, что экспериментальный участок представляет систему последовательно установленных местных сопротивлений: дроссель и радиальный зазор.

После испытаний в воде зафиксированы заметные области изнашивания контактных поверхностей вала и втулки. Каких-либо следов износа после испытаний в свинцовом теплоносителе не обнаружено; зоны износа, как и другие участки контактных поверхностей из стали 08Х18Н10Т, покрыты плотной (оксидной) пленкой черного цвета. Результаты гидравлических испытаний участков ГСП в воде и расплаве свинца могут отличаться на 1÷2 порядка и расчеты ГСП по известным методикам могут оказаться некорректными.

На основании проведенных экспериментов можно предположить:

относительные потери энергии в подшипнике, работающем в свинцовом теплоносителе, будут меньше, чем работающем в воде;

при работе в свинцовом теплоносителе требуется больший перепад давления на подшипнике (при прочих равных условиях), чем при работе в воде;

для обеспечения работы ГСП необходимые объемные расходы воды и расплава свинца будут одного порядка.

На основании экспериментальных и расчетно-теоретических исследований для дальнейших испытаний были выбраны две конструктивные схемы камерных подшипников: с дросселем (рис. 5) и с щелевым дросселированием (рис. 6).

Испытания подтвердили в целом неприменимость существующей методики для расчета подшипника, работающего в свинцовом теплоносителе. Окончательный выбор конструкции ГСП для насоса реакторной установки БРЕСТ-300 можно будет сделать после ресурсных испытаний и исследования работоспособности ГСП при аварийном увеличении дисперсных частиц примесей в потоке свинца.

В НГТУ в составе высокотемпературного (350÷450 °С) стенда со свинец-висмутовым теплоносителем ФТ-1 более 40 лет эксплуатируется электронасос с ГСП (рис. 7), который сейчас работает один—два месяца в году (до этого насос в течение 4 лет эксплуатировался на стенде ОКБМ).

В начале работы стенда ФТ-1 в результате аварийных разгерметизаций дисперсные частицы ок-

сидов попадали в поток теплоносителя, а также оседали на свободных поверхностях жидкого металла, поступающего в полости ГСП насоса при периодических дренированиях контура. Происходило накопление оксидов теплоносителя вплоть до полного забивания каналов подшипника, что фиксировалось при периодических осмотрах насоса. Технологические обработки теплоносителя и контура водородсодержащими смесями способствовали самопроизвольной очистке каналов, щелей и полостей ГСП от частиц с полным восстановлением их проходимости, что также фиксировалось при последующих осмотрах насоса. Работа этого насоса более 45 лет на разных режимах (в течение 4÷6 лет при частоте вращения вала 1000÷1500 мин$^{-1}$) показала:

отсутствуют визуально фиксируемые следы изнашивания контактных поверхностей и элементов подшипника;

подшипник сохраняет работоспособность при кратковременном (несколько месяцев) полном аварийном закупоривании каналов ГСП оксидами теплоносителя и переходе его в режим сухого трения с использованием этих оксидов в качестве смазочного материала;

подшипник с дросселями способен к самоочищению каналов от частиц при технологических обработках контура восстановительными газовыми смесями; подшипник с щелевым дросселированием более защищен от забивания каналов частицами при-

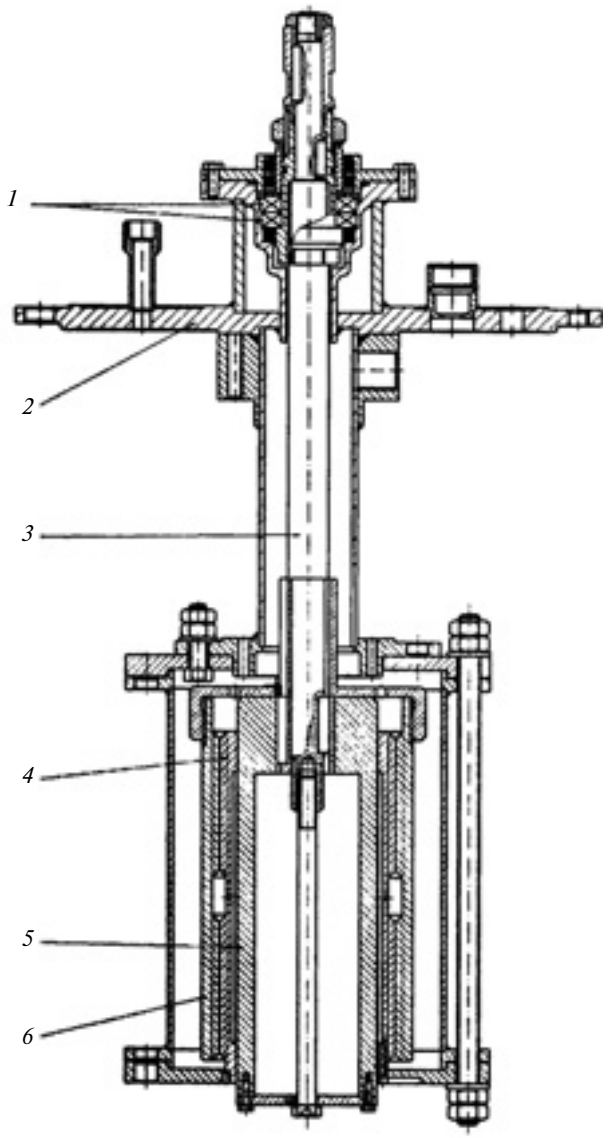


Рис. 5. Конструктивная схема камерного ГСП с дросселем:
1 — подшипниковый узел; *2* — корпус; *3* — вал; *4* — рабочий орган (винт); *5* — имитатор вала насоса; *6* — рабочий орган (втулка)

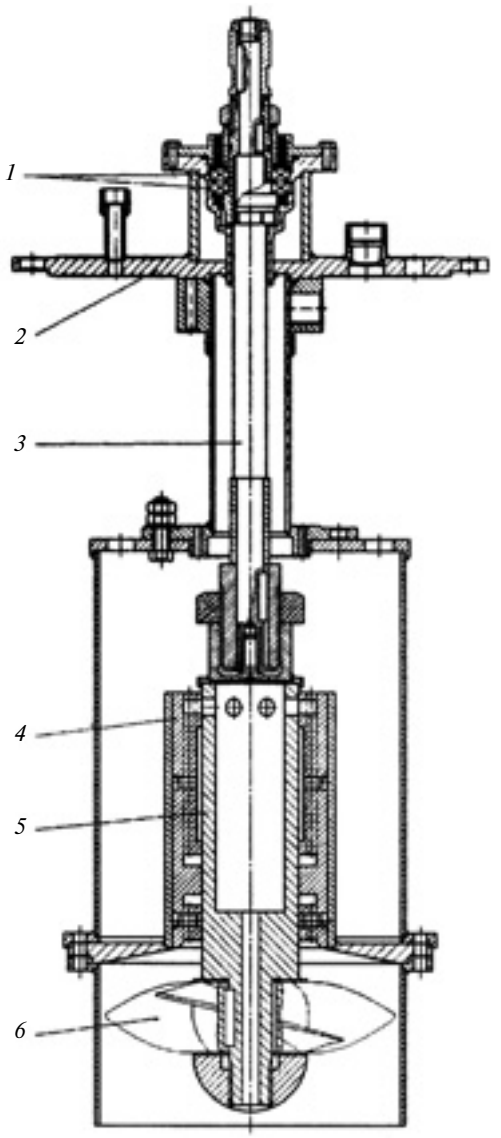


Рис. 6. Конструктивная схема камерного ГСП с щелевым дросселированием:
1 — подшипниковый узел; *2* — корпус; *3* — вал; *4* — ГСП с щелевым дросселированием; *5* — имитатор вала насоса; *6* — осевое колесо

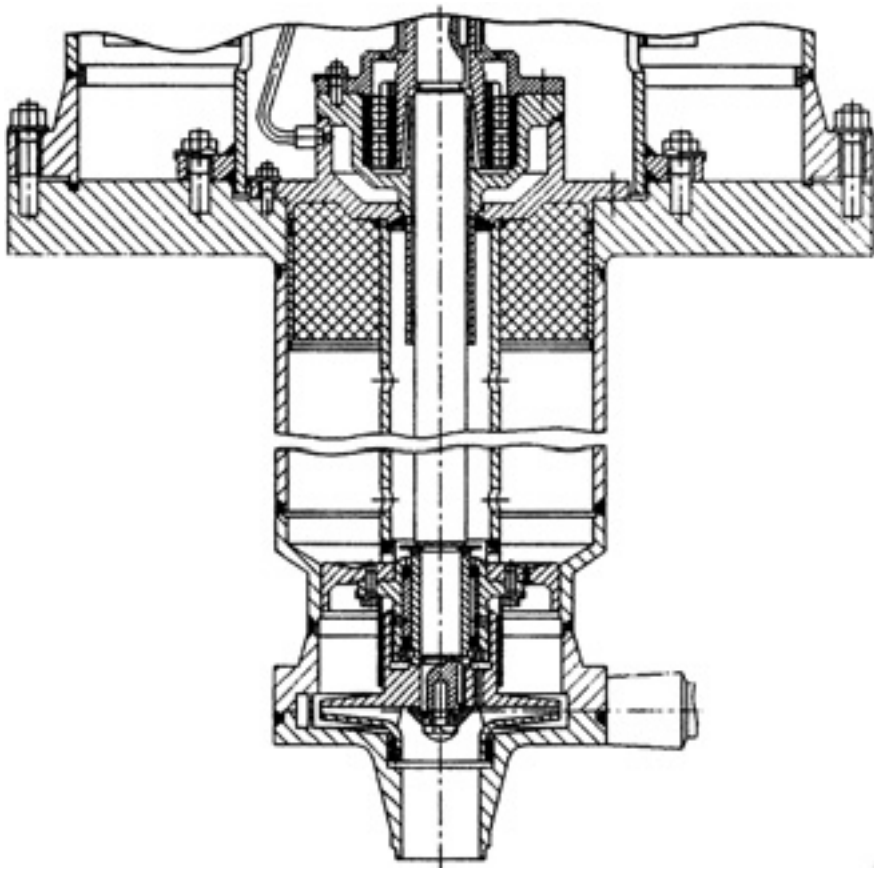


Рис. 7. Участок электронасоса стенда ФТ-1 с ГСП

месей, однако в случае забивания и прекращения расхода теплоносителя через щелевой дроссель подшипник необратимо выходит из строя.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Синев Н. М., Удовиченко П. М.** Бессальниковые водяные насосы. М.: Атомиздат, 1972. 494 с.
2. **Безносов А. В., Драгунов Ю. Г., Рачков В. И.** Тяжелые жидкометаллические теплоносители в атомной энергетике. М.: ИздАт, 2006. 370 с.
3. **Экспериментальное** исследование гидродинамики дросселей в потоке свинцового теплоносителя и воды / А. В. Безносов, М. А. Антоненков, Т. А. Бокова и др. // Изв. вузов. Ядерная энергетика. 2011. № 2. С. 3.
4. **Экспериментальное** исследование гидродинамики течения свинцового теплоносителя и воды через экспериментальный участок "дроссель—кольцевой зазор" / А. В. Безносов, М. А. Антоненков, Т. А. Бокова и др. // Изв. вузов. Ядерная энергетика. 2012. № 2.

УДК 621.891

А. П. ПЕРЕКРЕСТОВ, канд. техн. наук, В. А. ЧАНЧИКОВ, В. Г. БОЛОВИН (Астраханский ГТУ), e-mail: pap1943@rambler.ru

Определение оптимальной концентрации магнитной противоизносной присадки в смазочных маслах

Рассматривается снижение интенсивности изнашивания дейдвудных подшипников скольжения крупнотоннажных судов при введении магнитной противоизносной присадки и наложении внешнего магнитного поля.

Ключевые слова: вал, подшипник скольжения, износостойкость, работоспособность, надежность, противоизносная присадка, экономический эффект.

The wear intensity reduction of propeller-shaft friction bearings of superships by infusion of the magnetic antiwear additive and by the external magnetic field superimposition is considered.

Keywords: axle, friction bearing, wearability, operational integrity, margin of safety, antiwear additive, saving rate.

Транспортная система Астраханской области в значительной степени ориентирована на обслуживание транзитных грузопотоков. Более 94 % внешнеторговых грузов перевозится водным транспортом по акватории Каспийского моря. По состоянию водного транспорта региона можно судить о существующих проблемах: большой срок эксплуатации судов; устаревшая техническая оснащенность; высокие эксплуатационные расходы, связанные с ремонтом судов и их простоями. Замена транспортного флота требует больших финансовых затрат. Поэтому продление эксплуатации судов в данной ситуации является важной экономической задачей [1, 2].

Наиболее важной и ответственной частью судна является движительно-двигательный комплекс, в который входят двигатель внутреннего сгорания, валопровод и гребной винт. Судовой валопровод (рис. 1) передает крутящий момент от двигателя движителю, а также упор от гребного винта упорному подшипнику, а от него — на корпус судна. От работы валопровода зависит эксплуатация судна, при его отказе

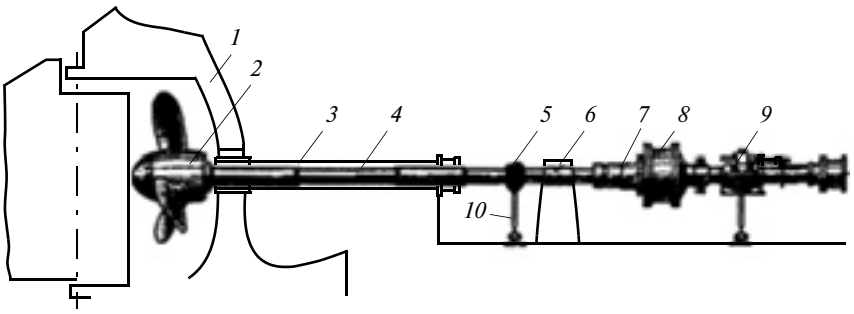


Рис. 1. Конструктивная схема судового валопровода:
1 — ахтерштевень; *2* — гребной винт; *3* — дейдвудная труба; *4* — гребной вал; *5* — промежуточный подшипник; *6* — опорный подшипник; *7* — полумуфта; *8* — механизм изменения шага винта; *9* — масло-букса; *10* — реактивная штанга

могут возникнуть серьезные аварийные ситуации [3].

Долговечность судовых валопроводов во многом определяется безотказной работой дейдвудных подшипников, эксплуатирующихся в условиях кромочного нагружения, обусловленного изгибом вращающегося вала под действием сил тяжести гребного винта и самого вала. Кроме того, подшипники подвергаются знакопеременным нагрузкам в результате механической и гидродинамической неуравновешенностей гребного винта, расцентровки линии валопровода, деформации корпуса судна и др. Такое динамическое нагружение вместе с неравномерным распределением нагрузки по длине подшипника вызывает его повышенное изнашивание и, следовательно, уменьшение ресурса. Для решения данной проблемы предлагается использовать инновационный смазочный материал, улучшающий эксплуатационные характеристики судового валопровода.

Развитие нанотехнологии позволило создать класс присадок, занимающих место между присадками и добавками и обладающих новыми свойствами. Одной из наиболее эффективных можно считать запатентованную противоизносную магнитную наноприсадку с мицеллами, состоящими из молекул твердой пластичной смазки оксида железа (Fe_3O_4) и молекул олеиновой кислоты ($C_{18}H_{34}O_2$) [4], применение которой повышает смазочную способность масел. При наложении внешнего магнитного поля смазочная среда (масло + присадка) превращается в магнитную жидкость. Введение данной присадки в смазочную среду подшипников скольжения судового валопровода является наиболее эффективным решением проблемы повышения эксплуатационных характеристик судов, так как не требует конструкционных изменений подшипников и валов.

Испытания на износ пары трения, моделирующей дейдвудный подшипник, были проведены с целью определения смазочной способности масла с магнитной противоизносной присадкой и оптимальной ее концентрации в масле. Эксперименты проводили на модернизированной машине 2070 СМТ-1 для испытания материалов на трение и износ (рис. 2).

Модернизация машины трения СМТ-1 заключалась в следующем:

для уменьшения тепловой инерции и повышения точности экспериментальных данных была изменена система измерения и регистрации температурных данных: информация с температурного датчика ТПL014-00 20/2н (ТХК) передается на двухканальный измеритель ОВЕН ТРМ-200 со встроенным интерфейсом RS-485, который через автоматический преобразователь интерфейса ОВЕН АС4 подключен к ПК;

для создания в зоне трения магнитного поля и оценки смазочной способности магнитных жидкостей на боковых поверхностях испытательной камеры для смазочного материала были установлены две гибко закрепленные цилиндрические катушки индуктивности, соединенные через резистор переменного сопротивления с блоком питания постоянного тока (рис. 3). Создавали магнитное поле напряженностью 0÷30 кА/м. При изменении напряженности изменяется толщина смазочного слоя, чем достигается оптимальное смазывание.

Для определения износа пары трения был выбран простой и

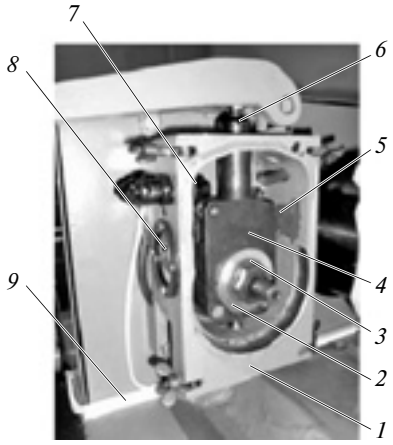


Рис. 2. Испытательная камера машины трения 2070СМТ-1:
1 — корпус; *2* и *3* — неподвижный и подвижный образцы; *4* — держатель образцов; *5* — датчик температуры; *6* — узел нагружения; *7* — лампы освещения; *8* — окошко; *9* — коммутационные провода

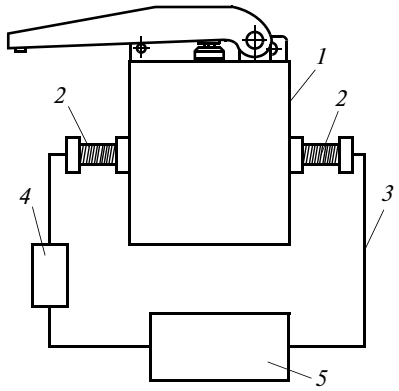


Рис. 3. Схема подсоединения устройства к испытательной камере:
1 — испытательная камера; *2* — катушки индуктивности; *3* — коммутационные провода; *4* — резистор переменного сопротивления; *5* — блок питания постоянного тока

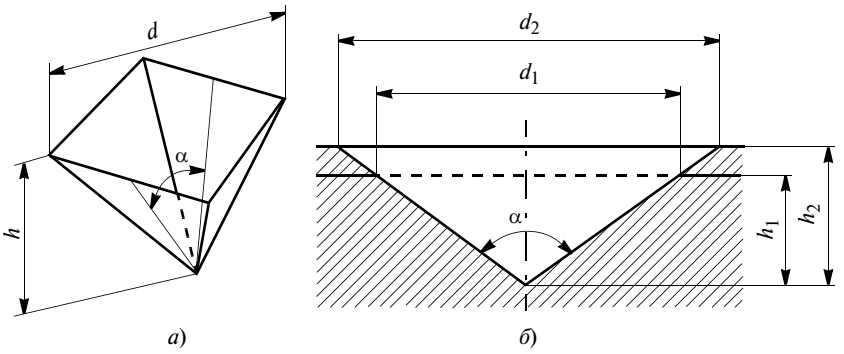


Рис. 4. Пирамида для получения отпечатка (*а*) и разрез отпечатка (*б*)

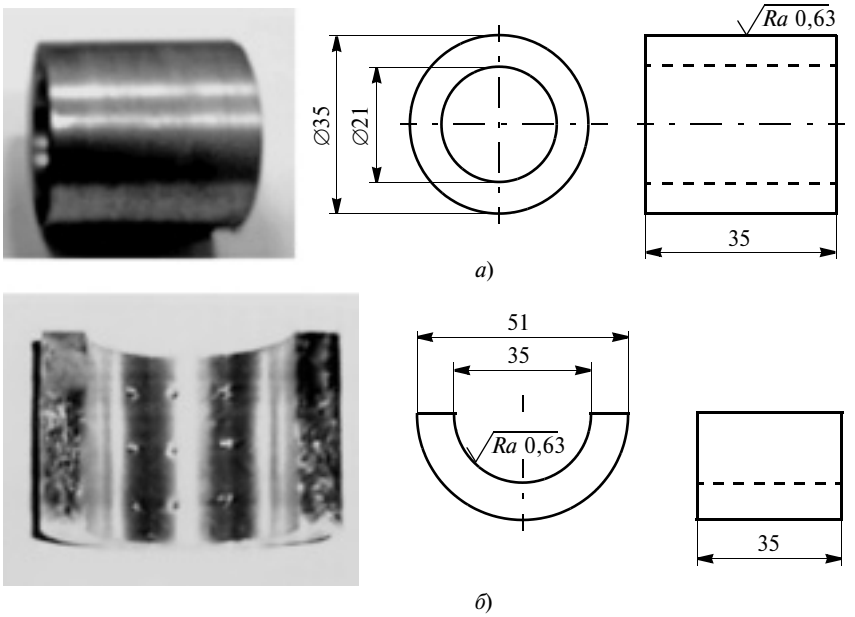


Рис. 5. Подвижный (*а*) и неподвижный (*б*) образцы для испытаний

точный метод — измерение глубины и диаметра отпечатка, наносимого на поверхности трения специальным индентором — квадратной пирамидой из закаленной стали с алмазным наконечником (рис. 4). Глубину отпечатка на цилиндрической поверхности определяли по формуле [5]

$$\Delta h = \frac{d_1 - d_2}{m} - \frac{d_1^2 - d_2^2}{8R},$$

где Δh — изменение глубины отпечатка; d_1 и d_2 — диагонали отпечатка соответственно до и после изнашивания; m — коэффициент пропорциональности; R — радиус цилиндра. Диагональ отпечатка не превышала 1 мм.

Испытуемая пара трения является моделью трибосопряжения "гребной вал — вкладыш подшипника". Подвижный образец (рис. 5, *а*) — модель гребного вала, изготовлен из стали 35 с параметрами: $\sigma_{0,2}$ = 560 МПа; $\sigma_в$ = 735 МПа; δ_5 = 14 %; ψ = 6,3 %; KCU = 29 Дж/м^2; HB = 212. Неподвижный образец (рис. 5, *б*) — модель вкладыша подшипника, изготовлен из баббита Б83, основные параметры которого при T = 20 °С: $\sigma_в$ = 110÷120 МПа; $\sigma_т$ = 80÷85 МПа; HB = 27÷30 МПа. Химический состав баббита Б83, % масс: Fe — до 0,1; Al — до 0,05; Cu — 5,5÷6,5; As — до 0,05; Zn — до 0,004; Sb — 10÷12; Bi — до 0,05; Sn — 80,941÷84,5. Отпечатки наносили только на неподвижные образцы ввиду меньшей твердости баббита Б83, поэтому изнашивание пары оценивали только по износу неподвижных образцов.

В качестве смазочной среды использовали масло МС-20 с магнитной противоизносной присадкой. Масло было выбрано ввиду его достаточной чистотой и отсутствия других присадок и примесей. Продолжительность каждого эксперимента составляла 2 ч, скорость скольжения — 0,3 с$^{-1}$, что соответствует неустановившемуся (граничному) режиму смазывания в паре трения. Напряженность магнитного поля в зоне трения — 0÷30 кА/м.

На рис. 6 приведены экспериментальные зависимости интенсивности I_h изнашивания от содержания C присадки в масле, нагрузки P на образцы и напряженности магнитного поля в зоне трения. Полученные данные показали, что экономически и технически наиболее выгодно использовать масло МС-20 с содержанием присадки 1,2÷1,4 % при внешнем магнитном поле напряженностью 20÷30 кА/м. Тогда получаем $I_h = (0{,}16 \div 1{,}95)10^{-10}$.

Из соотношения базовой интенсивности I_0 изнашивания и экспериментально полученного значения I_h определим коэффициент $K_м = I_h/I_0$.

Наилучшей детерминистской основой интенсивности изнашивания является мультипликативная зависимость от безразмерных обобщенных критериев системы [6]. Применительно к подшипникам скольжения, смазочные среды которых могут содержать определенное количество механических примесей, эта зависимость имеет вид:

$$I = a_0\left(\frac{p}{HB_{1,2}}\right)^{a_1}\left(\frac{\lambda^*}{h}\right)^{a_2} \times \left(\frac{E_{1,2}}{\sigma_0}\right)^{a_3}(1+\alpha K)^{b_1} \times \left(1+\frac{HB_a}{HB_{1,2}}\right)^{b_2}\left(1+\gamma\frac{Sd_a}{V}\right)^{b_3}. \quad (1)$$

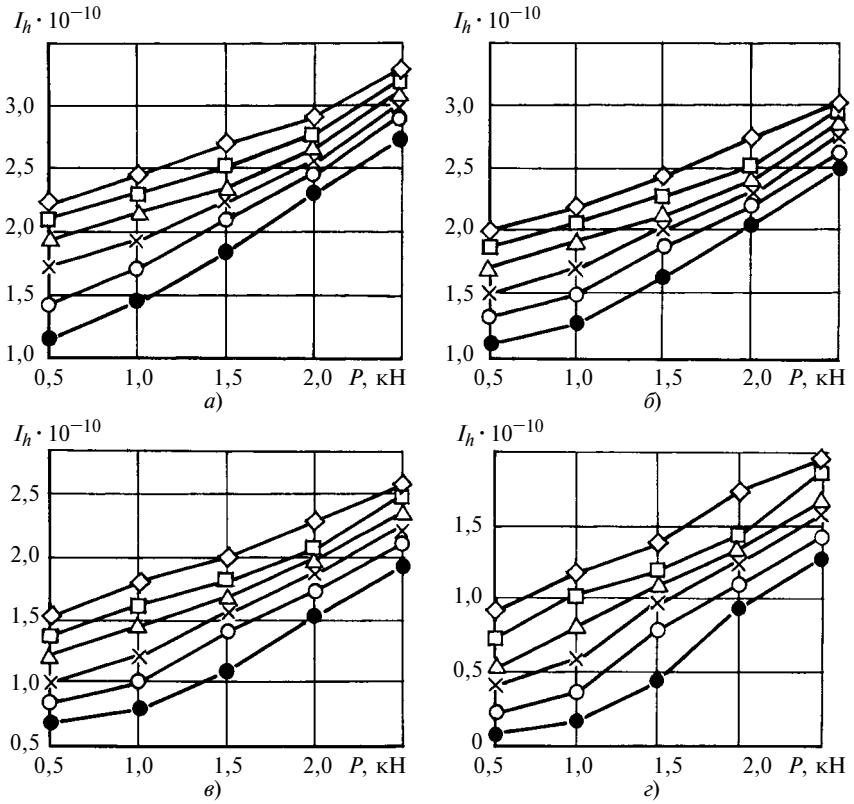


Рис. 6. Зависимости интенсивности I_h изнашивания от приложенной нагрузки P и содержания C присадки в масле при отсутствии (*а*) и наличии внешнего магнитного поля напряженности 10 (*б*); 20 (*в*) и 30 кА/м (*г*):
—◇— — масло МС-20; —□— — МС-20 + 0,6 % присадки; —△— — МС-20 + 0,8 %; —×— — МС-20 + 1 %; —○— — МС-20 + 1,2 %; —●— — МС-20 + 1,4 %

Здесь $p/HB_{1,2}$ — безразмерная величина, характеризующая напряженное состояние в контакте (p — удельная нагрузка, МПа; $HB_{1,2}$ — твердость рабочих поверхностей вала и подшипника, МПа); λ^*/h — величина, определяющая механизм контактирования — при отсутствии механических примесей в смазочной жидкости $\lambda^* = (Ra_1^2 + Ra_2^2)^{1/2}$ ($Ra_{1,2}$ — среднее квадратичное отклонение шероховатости поверхностей, мкм), при наличии — $\lambda^* = d_a$, если $d_a > (Ra_1^2 + Ra_2^2)^{1/2}$ и $\lambda^* = (Ra_1^2 + Ra_2^2)^{1/2}$, если $d_a < (Ra_1^2 + Ra_2^2)^{1/2}$ (d_a — приведенный диаметр частиц, мкм; h — толщина смазочной пленки, мкм); $E_{1,2}/\sigma_{0,1,2}$ — величина, учитывающая пластичность и усталостную прочность материалов ($E_{1,2}$ — модуль упругости первого рода, МПа; $\sigma_{0,1,2}$ — предел усталости материалов, МПа); $1 + \alpha K$ — критерий концентрации механических примесей (α — коэффициент, учитывающий влияние концентрации частиц на изнашивание; K — концентрация частиц, кг абразива/кг жидкости); $1 + \beta HB_a/HB_{1,2}$ — критерий твердости частиц (β — коэффициент, учитывающий влияние твердости частиц на изнашивание; HB_a — твердость частиц, МПа); $1 + \gamma Sd_a/V$ — критерий формы частиц (γ — коэффициент, учитывающий влияние геометрии частицы на изнашивание; $\gamma Sd_a/V = K_ф$ — коэффициент формы; S, d_a, V — соответственно площадь поверхности, приведенный диаметр и объем частиц); a_0 — коэффициент, учитывающий физико-химические свойства контакта; $a_{1,2,3}$, $b_{1,2,3}$ — показатели степени, определяемые на основании имеющихся данных об изнашивании материалов или полученных при испытаниях аналогичных образцов.

Тогда выражение (1) принимает вид:

$$I = k_м a_0 \left(\frac{p}{HB_{1,2}}\right)^{a_1} \left(\frac{\lambda^*}{h}\right)^{a_2} \times$$

$$\times \left(\frac{E_{1,2}}{\sigma_0}\right)^{a_3} (1 + \alpha K)^{b_1} \times$$

$$\times \left(1 + \frac{HB_a}{HB_{1,2}}\right)^{b_2} \left(1 + \gamma \frac{Sd_a}{V}\right)^{b_3}.$$

Полученная формула позволяет оценить интенсивность изнашивания пары трения скольжения при применении запатентованной магнитной противоизносной присадки в смазочные масла.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Кокора Ю. В.** Развитие транзитного потенциала Юга России // Транспорт Российской Федерации. 2010. № 1 (26). С. 12—16.

2. **Васильева Д. Р., Чанчиков В. А.** Внедрение инновационных технологий как фактор снижения затрат на эксплуатацию водного транспорта // Вестник Астраханского ГТУ. Сер. Экономика. 2011. № 2. С. 137—140.

3. **Румб В. К.** Прочность судового оборудования. Конструирование и расчеты прочности судовых валопроводов. СПб.: СПбГМТУ, 2008. 298 с.

4. **Пат. Рос. Федерации 2276681:** МПК C10L 1/18: Противоизносная присадка.

5. **Рещиков В. Ф.** Трение и износ тяжелонагруженных передач. М.: Машиностроение, 1975. 232 с.

6. **Дроздов Ю. Н., Юдин Е. Г., Белов А. И.** Прикладная трибология (трение, износ, смазка) / Под. ред. Ю. Н. Дроздова. М.: Эко-Пресс, 2010. 604 с.

УДК 621.951

Р. В. ГУСЕЙНОВ, д-р техн. наук, М. Р. РУСТАМОВА (Дагестанский ГТУ, г. Махачкала), e-mail: ragus05@mail.ru

Совершенствование обработки отверстий небольшого диаметра

Рассмотрен наиболее распространенный способ обработка отверстий спиральными сверлами. Показаны пути улучшения конструкций сверл. Даны рекомендации по интенсификации сверления отверстий небольшого диаметра.

Ключевые слова: отверстие, спиральные сверла, сверление.

The most abundant technology of holes treatment with the twist-drills was considered. Directions of twist-drills construction improvement were shown. The recommended guidelines for faster driving small diameter holes treatment were given.

Keywords: holes, twist-drills, parameters, drilling operation.

Анализ обработки отверстий на предприятиях показал, что их сверление осуществляется в основном на вертикально- и радиально-сверлильных станках. Выбор способа сверления зависит от диаметра отверстия, глубины сверления, точности размеров и расположения его оси, обрабатываемого материала и ряда других факторов. Для обработки отверстий небольшого диаметра широко применяют спиральные сверла. Сверление таких отверстий сложная технологическая задача.

Спиральные сверла имеют небольшую жесткость и прочность, что, учитывая плохое проникновение СОЖ в зону резания, предопределяет их весьма низкую стойкость. При сверлении отверстий диаметром до 3 мм большинство спиральных сверл ломаются до выработки своего ресурса. Это приводит к повышенному расходу инструмента, браку заготовок и увеличению себестоимости изделий. Кроме того, они имеют низкую производительность. Так, при обработке отверстий небольших диаметров в алюминиевых сплавах рекомендуемая подача не превышает 0,02÷0,05 мм/об [1]. В статье приводятся результаты исследования обработки отверстий спиральными сверлами, проведенного с целью повышения производительности и качества обработки.

Сверла в процессе работы совершают крутильные автоколебания с частотой 300÷1000 Гц. Для повышения производительности сверления необходимо повысить виброустойчивость инструмента путем подбора оптимальных параметров технологической системы "станок—присбособление—инструмент—деталь" (СПИД).

Сверление отверстий диаметром до 3 мм на станках с механической подачей принципиально не отличается от сверления отверстий большого диаметра. Спиральное сверло, представляющее собой стержень сложной формы, под действием крутящего момента и осевой силы в процессе резания испытывает угловые и продольные деформации, которые взаимосвязаны и взаимообусловлены. Под действием крутящего момента возникает деформация кручения, при этом угол спирали уменьшается, что вызывает удлинение сверла. Под действием осевой силы сверло испытывает деформацию сжатия, что приводит к угловым смещениям сечений сверла, в результате чего угол спирали увеличивается.

Изменение толщины среза при наличии колебаний может быть вызвано также влиянием следов, оставленных на поверхности резания предыдущей режущей кромкой сверла, и крутильными колебаниями сверла в течение предшествующей половины оборота.

Толщину среза $a(t)$, фактически снимаемую режущей кромкой сверла в данный момент времени, можно определить по формуле

$$a(t) = a + a_q(t), \qquad (1)$$

где $a = S\sin\varphi$; $a_q(t) = \delta\sin\varphi[\theta(t) - \theta(t - I/2)]$. Здесь S — подача сверла за полоборота; φ — половина угла при вершине сверла; θ — угловая деформация; δ — коэффициент депланации, устанавливающий связь между угловой и продольной деформациями сверла; $\delta\theta(t)\sin\varphi$ — изменение толщины среза, вызванное удлинением или укорочением сверла при крутильных колебаниях; $\delta\theta(t - I/2)\sin\varphi$ — изменение толщины среза с учетом вибрационного следа, оставленного предыдущей режущей кромкой; t — время одного оборота сверла.

При крутильных колебаниях сверла в соответствии с принципом Даламбера справедливо равенство $\overline{M}_{ин} + \overline{M}_{ден} + \overline{M}_{у} + \overline{M} = 0$, где $\overline{M}_{ин}$, $\overline{M}_{ден}$,

$\overline{M}_у$, $\overline{M}$ — моменты соответственно инерции, сопротивления, упругости и резания, или

$$I\theta(t) + \eta\theta(t) + C\theta(t) = M, \qquad (2)$$

где I — приведенный момент инерции сверла; η — обобщенный коэффициент сопротивления; C — коэффициент жесткости.

Правую часть уравнения (2) представим в виде

$$M = M[\upsilon - \theta(t)] - M[a(t)], \qquad (3)$$

где υ — скорость резания.

При сверлении образованию стружки предшествует сжатие металла заготовки в зоне контакта с передней и задней поверхностями сверла. Возникающие в этой зоне силы трения обусловливают появление высоких напряжений сжатия, наиболее существенных при сверлении глухих отверстий. В таких условиях деформируемый металл изменяет свои физические свойства и в первом приближении его можно представить сверхпластичным. Особенно это проявляется при сверлении отверстий небольшого диаметра.

Чтобы упростить расчет параметров процесса резания спиральными сверлами отверстий небольшого диаметра в быстрорежущей стали, сделаем следующие допущения: обрабатываемый материал изотропен; технологическая система близка к абсолютно жесткой; диаметр обрабатываемого отверстия равен диаметру сверла; в рассматриваемые моменты времени сверло деформирует объем материала, срезаемого за один оборот при заданной подаче S.

С учетом этих допущений для расчета величины $M[a(t)]$ справедливо выражение $M = 0{,}25\pi S\tau_з K K_т d^2 \times \times (1 - K_с^1 + K_с^2 K_п)$, где $\tau_з$ — минимальные касательные напряжения, возникающие в материале заготовки; K и $K_т$ — коэффициенты, характеризующие внешнее и внутреннее трения в зоне сверления; d — диаметр сверла; $K_с$ — отношение толщины сердцевины сверла к диаметру d; $K_п$ — коэффициент, характеризующий условия резания поперечной кромкой.

Коэффициент $K_т$ представим как $K_т = a(t)/a$.

Используя выражение (1), получим: $K_т = 1 + \delta[\theta(t) - \theta(t - I/2)]/S$.

С учетом запаздывания τ изменения момента резания при изменении толщины среза получим:

$$M = 0{,}25\pi S\tau_з k d^2(1 - K_с^2 + K_с^2 K_п) \times \times \{1 + \delta[\theta(t - \tau) - \theta(t - I/2 - \tau)]\}/S. \qquad (4)$$

Приравняем уравнения (4) и (2) и с учетом равенства (3) получим уравнение, описывающее крутильные колебания сверла при резании:

$$I\theta(t) + \eta\theta(t) + \theta(t) = M[\upsilon - \theta(t)] - - 0{,}25\pi S\tau_з r d^2(1 - K_с^2 + K_с^2 K_п) \times \times \{1 + \delta[\theta(t - \tau) - \theta(t - I/2 - \tau)]/S\}. \qquad (5)$$

Наибольшие трудности встречаются при разложении выражения $M[\upsilon - \theta(t)]$. При обычно принятом в исследованиях подходе нетрудно, изменяя скорость резания, измерить силу резания. Однако небольшие размеры сверла не позволяют при автоколебаниях получить зависимость $M(\upsilon)$ в широком диапазоне скоростей. Разработанная модель более полно отражает специфику автоколебательного процесса при сверлении отверстий небольшого диаметра.

Решение дифференциально-разностного уравнения (5) с запаздывающим аргументом может быть выполнено численным методом Рунге—Кутта. В первом приближении оно может быть решено аналитическим методом Ван-дер-Поля. При этом сделаем следующие допущения: запаздывание τ изменения момента резания от изменения толщины среза при колебаниях — постоянно; функция $M[\upsilon - \theta(t)]$ представлена рядом Тейлора в окрестности υ.

Аналитическое исследование уравнения (5) позволило наметить общие направления снижения амплитуды вибраций сверла. Решающее влияние на интенсивность автоколебаний сверла небольшого размера оказывают жесткостные и диссипативные свойства колебательной системы, а также режим резания. Кроме того, чем больше момент инерции инструмента, тем меньше депланация поперечного сечения сверла и амплитуда вибраций.

Увеличение момента инерции может быть достигнуто изменением геометрии сечения сверла при оптимальных форме и размерах стружкоотводящих канавок, а именно, выполнением четырех направляющих ленточек — по две ленточки на каждом пере и две дополнительные канавки. Площадь поперечного сечения и полярный момент инерции у четырехленточных сверл больше, чем у стандартных, что предопределяет их большую жесткость и, следовательно, меньшие вибрации инструмента. Пока такие сверла не нашли широкого применения в промышленности из-за их относительно высокой цены по сравнению со стандартными. Поэтому возникла необходимость усовершенствования спиральных стандартных сверл.

Анализ конструкции стандартного сверла показал, что его крутильная жесткость на несколько порядков ниже продольной жесткости. Отсюда следует, что перераспределением сил резания (крутящего момента) в направлении максимальной (продольной) жесткости можно существенно уменьшить амплитуду колебаний инструмента, что можно осуществить выбором оптимальных угла при вершине сверла и режимов резания.

Для того чтобы оценить эффективность предлагаемого способа повышения виброустойчивости инструмента при обработке внутренних отверстий, провели промышленные испытания. Была отработана оптимальная геометрия заточки сверл диа-

метром 3 мм при обработке алюминиевого сплава 1915Т (ГОСТ 4734—74). В результате испытаний было установлено, что наиболее эффективной является заточка с параметрами: $2\varphi = 340° \pm 5°$; $\alpha = 35°$ (у стандартных сверл $2\varphi = 118°$, $\alpha = 30°$). Сверла отличались стабильностью в работе, режущая кромка не ломалась. Применение таких сверл позволяет повысить режимы резания: $v = 78$ м/мин и $S = 0{,}4 \div 0{,}5$ мм/об, в то время как для стандартных сверл $v = 39$ м/мин, $S = 0{,}02 \div 0{,}05$ мм/об. Производительность, рассчитанная только с учетом увеличения подачи, повысилась более чем в 20 раз. При таких форсированных режимах резания сверло работает как прошивка, существенно снижаются тангенциальная составляющая силы резания, депланация поперечного сечения инструмента и, как результат, уменьшаются его вибрации при резании.

Необходимо иметь в виду, что описанный метод снижения вибраций инструмента можно использовать только для легкообрабатываемых материалов.

Сверла небольших диаметров должны быть заточены особенно качественно. Канавки должны быть шлифованными. Погрешности геометрии сверла, вызванные смещением поперечной кромки или ее середины относительно оси вращения, вызывают неравномерную работу режущих кромок и усиливают неблагоприятное влияние поперечной кромки. При больших отрицательных передних углах поперечная кромка при вращении скоблит обрабатываемый материал, в результате чего возникают большие нагрузки, вибрации и поломка сверл. Неблагоприятное влияние поперечной кромки возрастает еще больше при увеличении ее длины в связи с уменьшением жесткости инструмента и, следовательно, повышением интенсивности его вибраций.

Указанные факторы, а также значительные изменения твердости, диаметра сердцевины сверла и биения, возникающие при установке сверла, вызывают значительное рассеяние значений стойкости. Особенно неудовлетворительные результаты получены при смещении ε середины поперечной кромки относительно оси вращения: при $\varepsilon = 0{,}1 \div 0{,}15$ мм сверла оказались совершенно неработоспособными.

Следует иметь в виду, что применение кондукторных втулок удлиняет сверла и снижает их стойкость. Необходимо обеспечить минимальный вылет сверла из патрона и регулировку длины инструмента после переточки.

Для интенсификации процесса сверления в труднообрабатываемых сталях необходим правильный подбор СОЖ.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Справочник** технолога-машиностроителя. Т. 1. Под ред. А. Г. Косиловой и Р. К. Мещерякова. М.: Машиностроение, 1985. 656 с.
2. **Гусейнов Р. В.** Теоретическое исследование динамики сверления / Известия СКНЦ ВШ. 1991. № 1.

УДК 621.92

Ф. С. ЮНУСОВ, академик РАТН, д-р техн. наук, Р. Ф. ЮНУСОВ, канд. техн. наук (КНИТУ-КАИ, г. Казань), e-mail: ramil.box@mail.ru

Исследование точности обработки и стабилизации силы резания при полусвободном шлифовании

Рассмотрены возможности полусвободного шлифования и стабилизации радиальной составляющей силы резания, обеспечивающие снятие постоянного припуска и уменьшения разнотолщинности изготовляемых изделий.

Ключевые слова: полусвободное шлифование, точность обработки, сила резания, припуск.

Possibilities of semifree glazing and stabilization of the cutting force radial component, providing the permanent envelope of metal removal and reducing the variation in thickness of products being fabricated, were considered.

Keywords: semifree glazing , runout accuracy, cutting force, envelope of metal.

Полусвободное шлифование применяют при формировании поверхностей деталей, изготовляемых из листового проката разной толщины, с целью уменьшения исходной шероховатости поверхности и разнотолщинности стенок изделия.

Метод основан на копировании инструментом исходной поверхности и не может конкурировать по точности с методом шлифования с жесткой поперечной передачей. Однако при определенных условиях полусвободное шлифование может несколько повысить точность обработки, на что указывается в работах [1—3], но в них даны в основном качественные оценки повышения разнотолщинности стенок изделия.

Точность обработки при полусвободном шлифовании определяется постоянством толщины снимаемого слоя металла за проход инструмента и уменьшением локальных дефектов на обрабатываемой поверхности. Дефекты небольшой протяженности можно значительно уменьшить увеличением радиального давления в контакте инструмент — деталь и, следовательно, увеличением глубины шлифования в этой зоне. В результате разнотолщинность стенок изделия выравнивается. Однако если

дефект в виде выпуклости или впадины имеет большую протяженность, то незначительное увеличение радиального давления на участке выпуклости и уменьшение на участке впадины не дает заметного снижения разнотолщинности стенок изделия.

На основании предпосылки о динамическом равенстве скоростей врезания и выталкивания [4, 5] получены аналитические выражения для расчета снимаемого припуска за проход инструмента на любой стадии процесса как при стационарном, так и нестационарном режиме обработки.

Основное дифференциальное уравнение полусвободного шлифования для универсальных режимов имеет вид:

$$\frac{\mathrm{d}t_i}{\mathrm{d}\tau} KK_1 P_{\text{уд}}^n V - \frac{t^{1/2} V_{\text{д}}(1 \pm r/p)^{1/2}}{d^{1/2}}, \qquad (1)$$

где $\mathrm{d}t_i$ — изменение глубины врезания инструмента за определенный промежуток времени $\mathrm{d}\tau$; K и K_1 — коэффициенты, характеризующие влияние инструмента, скорости изделия и продольной подачи; $P_{\text{уд}}$ — удельная сила резания; V и $V_{\text{д}}$ — скорости резания и детали; r и d — радиус и диаметр заправки профиля инструмента.

Решив уравнение (1), определим глубину врезания для разных схем полусвободного шлифования.

1. При шлифовании частью торца жесткого инструмента

$$t = \frac{KK_1 P_y^{3/4} V(1 \pm r/p)^{1/2}}{V_{\text{д}} S_c^{1/2}} \left[1 - \frac{2}{l^{\tau\sqrt{B_1^3/A_1}} + 1}\right]^2, \qquad (2)$$

где $B_1 = V_{\text{д}}/d^{1/2}(1 \pm r/p)^{1/2}$; $A_1 = KK_1 P_y^{3/4} \times \times (1 \pm r/p)/(dS_c)^{1/2}$; S_c — скорость кинематического звена.

2. При шлифовании периферией жесткого инструмента

$$t = \frac{A_2}{B_1}\left[1 - \frac{2}{l^{\tau\sqrt{B_1^3/A_2}} + 1}\right]^2, \qquad (3)$$

где $A_2 = KP_y^{3/4} V(1 \pm r/p)^{5/8}/B_0^{3/4} d^{1/4}$ (B_0 — рабочая высота абразивного инструмента).

3. При шлифовании частью торца эластичного инструмента (бесконечные абразивные ленты с бочкообразным отрезным контактным роликом)

$$t = \frac{A_3}{B_2}\left[1 - \frac{2}{l^{2\tau B_2} + 1}\right]^2, \qquad (4)$$

где $B_2 = V_{\text{д}} E_{\text{д}}^{1/3} (1 \pm r/p)^{1/3}/(P_y d)^{1/3}$; $A_3 = KK_1 P_y^{1/3} \times \times VE_y^{2/3} (1 \pm r/p)^{2/3} \pi K_{\text{п}} d^{2/3}$, $K_{\text{п}}$ — коэффициент перекрытия строк.

4. При шлифовании периферией эластичного инструмента

$$t = \frac{A_4}{B_2}\left[1 - \frac{2}{l^{2\tau B_2} - 1}\right]^2, \qquad (5)$$

где $A_4 = KP_y^{1/2} VE_{\text{д}}^{1/2} (1 \pm r/p)^{1/2}/1{,}38(B_0 d)^{1/2}$.

Анализ выражений (2)÷(5) показал, что глубина шлифования как жестким, так и эластичным инструментом для различных схем шлифования определяется временем и длиной пути врезания. При $\tau = 0{,}1 \div 7$ с (в зависимости от схемы, режима и обрабатываемого материала) в выражениях (2)÷(5) величина в скобках практически становится равной единице, что указывает на период установившегося динамического равновесия скоростей врезания и выталкивания.

Для всех схем полусвободного шлифования, как следует из уравнений (2)÷(5), толщина t снимаемого слоя металла зависит от многих факторов процесса, которые можно условно разделить на четыре группы: 1) режимы шлифования (скорость резания, подача и скорость детали); 2) параметры шлифования [усилие прижима шлифовальной головки и угол ее наклона к вертикали, характеристика (показатель K) абразивного инструмента, динамическая жесткость контактного ролика при ленточном шлифовании]; 3) геометрические показатели (форма обрабатываемой поверхности, диаметр и радиус заправки профиля инструмента); 4) спорадические причины (например неуравновешенность инструмента, анизотропия обрабатываемого металла и наличие локальных дефектов на обрабатываемой поверхности).

Режимные факторы полусвободного шлифования, влияющие на постоянство снимаемого припуска за проход инструмента, не должны изменяться и должны легко регулироваться, например благодаря использованию в технологическом оборудовании электропривода с бесступенчатым изменением скоростей V, $V_{\text{д}}$ и S_c кинематических звеньев. Вторая группа факторов включает в себя как регулируемые факторы — P_y как функция силы $P_{\text{пр}}$ прижима инструмента и угол φ_0 наклона шлифовальной головки, так и нерегулируемые — режущая способность инструмента (коэффициент K) и жесткость контактного ролика, характеризуемая величиной $E_{\text{д}}$. При работе инструмента в режиме преобладающего самозатачивания величина K практически не изменяется. При постоянной окружной скорости ленточного шлифования величина $E_{\text{д}}$ также постоянна. Строго говоря, величину $E_{\text{д}}$ также можно регулировать, например при использовании пневматического контактного ролика с регулятором давления. Однако в практике шлифования в 90 % случаев используют обрезиненные контактные ролики, которые в процессе обработки

при V = const не изменяют свою жесткость. Управление регулируемыми параметрами осуществляют с помощью различных устройств.

К нерегулируемым факторам относятся геометрические параметры, которые определяются конструкцией обрабатываемого изделия и профилем производящей поверхности инструмента. Жесткий инструмент заправляют по радиусу $R_и$, который в процессе шлифования периодически восстанавливают. Качательные движения инструмента на угол α_i [6] обеспечивают более равномерный износ режущей поверхности по радиусу $R_и$, что практически исключает периодическую правку.

При обработке крупногабаритных деталей радиус ρ кривизны обрабатываемого профиля обычно больше 1000 мм и при его изменении в пределах 1000÷3000 мм глубина t врезания изменяется не более чем на 7 % [3]. Поэтому изменения ρ не приводят к значительным колебаниям толщины снимаемого слоя металла. Однако при наличии локальных дефектов на поверхности (сварных швов, выпуклостей и впадин даже в пределах допуска на толщину листа), имеющих небольшие значения ρ, величина t в зоне дефекта будет изменяться.

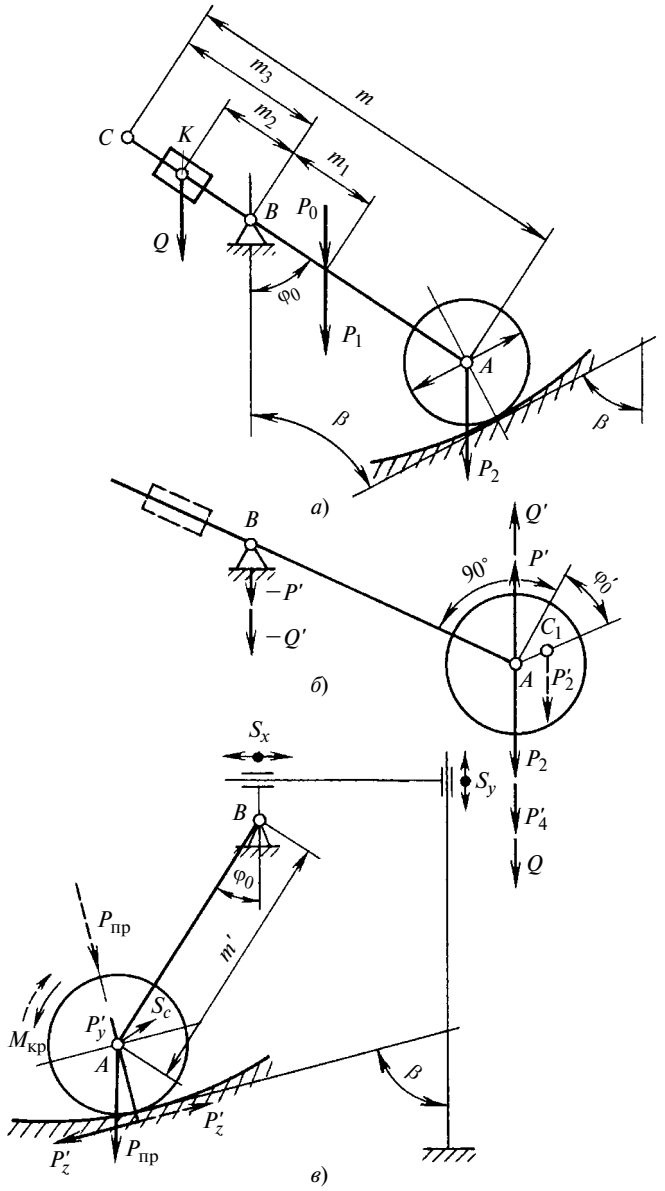


Рис. 1. Схемы для расчета силы прижима инструмента к детали (*а*), приведения сил (*б*) и сил резания (*в*)

Для анализа сил, действующих на шлифовальную маятниковую головку, подвешенную на шарнире B, рассмотрим схему на рис. 1, *а* в статике, где P_1 — вес рычага шлифовальной головки; P_2 — вес инструмента; P_0 — сила прижима от действия гидропневмосистемы или пружины (для упрощения расчетов считаем, что эта сила приложена в центре тяжести головки и совпадает по направлению с силой P_1); Q — сила тяжести груза-противовеса, приложена в точке K, которая может быть как внутри отрезка BA, так и вне его. Если считать штангу головки однородной, то точка приложения сил $P_1 + P_0 = P_4'$ будет находиться в середине отрезка CA. Таким образом, в статике в центре A инструмента будут приложены пять активных сил — Q, P_4', P_2, Q', P', а в точке B — две активные силы — Q' и P' (рис. 1, *б*), которые уравновешиваются реакцией шарнира. Все силы приложенные в точке A — вертикальные, их алгебраическая сумма составляет силу прижима инструмента:

$$P_{пр} = P_2 + P_4' + Q - (Q + P')$$

или

$$P_{пр} = P_2 + 0{,}5P_4'(1 - 1m_3/m) \pm Qm_2/m. \qquad (6)$$

Полученные зависимости справедливы для уравновешенного шлифовального круга, центр тяжести которого находится на оси, проходящей через точку A. Если центр тяжести инструмента не совпадает с осью вращения, то сила P_2 (вес круга) будет приложена в точке C_1 (см. рис. 1, *б*, сила P_2'). Перенеся силу P_2' из точки C_1 в точку A, как в случае уравновешенного круга, получим то же значение силы $P_{пр}$.

При шлифовании идеально уравновешенным инструментом на маятниковую головку действуют: сила прижима $P_{пр}$ (рис. 1, *в*), радиальная P_y, касательная P_z и осевая P_x составляющие силы резания. Решив уравнение суммы моментов согласно работам [5, 10], получим:

$$|P_y'| = P_y = \frac{P_{пр}\sin\varphi_0}{1 \pm \mu\mathrm{tg}(\beta - \varphi_0)\cos(\beta - \varphi_0)}; \qquad (7)$$

$$|P_z'| = P_z = \frac{\mu P_{пр}\sin\varphi_0}{1 \pm \mu\mathrm{tg}(\beta - \varphi_0)\cos(\beta - \varphi_0)}. \qquad (8)$$

Из уравнений (7) и (8) следует, что составляющие P_y и P_z зависят прежде всего от силы $P_{пр}$ прижима, углов наклона головки φ_0 и обрабатываемого профиля β, а также направления вращения инструмента. Поэтому утверждения некото-

рых исследователей [8], что сила прижима является радиальным усилием, будет справедливо лишь при $\beta = \varphi_0 = \pi/2$. В других случаях величина P_y всегда будет отличаться от величины $P_{пр}$.

Если сила прижима перпендикулярна к площадке контакта, то получим [3]:

$$|P'_y| = P_y = \frac{P_{пр}}{1 \pm \mu \mathrm{tg}(\beta - \varphi_0)}. \qquad (9)$$

Из уравнения (9) следует, что и в этом случае сила P_y зависит от углов β и φ_0, хотя общая зависимость упрощается. При шлифовании фасонных поверхностей с переменным углом β для обеспечения перпендикулярности силы прижима в любой точке контакта инструмента с деталью необходимо создать довольно сложную систему [9]. Поэтому при обработке поверхностей с монотонно изменяющимся углом β следует изменять угол φ_0 согласно рекомендациям работы [10] или использовать специальные средства для стабилизации расчетного значения P_y.

При обработке маятниковыми головками дополнительная степень свободы инструмента позволяет изменять угол φ_0 наклона рычага головки, поэтому составляющую P_y силы резания определяем по зависимости (7) (при нормально уравновешенном инструменте). При заданном значении $P_{пр}$ и изменениях φ_0 и β сила P_y может значительно изменяться (рис. 2). При обработке плоских, конических и цилиндрических деталей (β = const) угол φ_0 изменяется обычно в результате волнистости, овальности и других отклонений.

Для стабилизации силы P_y разработано устройство со специальным грузом-компенсатором [11, 12], схема которого приведена на рис. 3. Шлифовальная головка, расположенная под определенным углом φ_0 к обрабатываемой поверхности, представляет собой рычаг *2* с инструментом *1* на одном конце и грузом *4* — на другом. В точке подвеса шарнира *3* жестко закреплен рычаг *5* с грузом-компенсатором *6*. В исходном положении шлифовальной головки вертикаль, проходящая через центр тяжести груза-компенсатора *6*, пересекает ось шарнирного подвеса *3*. Поэтому момент силы P_K относительно оси шарнира равен нулю. При обработке какой-либо неровности на поверхности головка приподнимается и угол φ_0 изменяется на величину $\Delta\varphi$. В результате сила P_y также изменится на некоторую величину ΔP_y и станет равной P_{y1}. В этом положении момент от силы груза-компенсатора *6* относительно оси шарнира уже не будет равен нулю и сила $P_{пр}$ увеличится или уменьшится. Груз-компенсатор необходимо установить так, чтобы при изменении угла φ_0 и, например, увеличении начального значения P_y момент, создаваемый грузом-

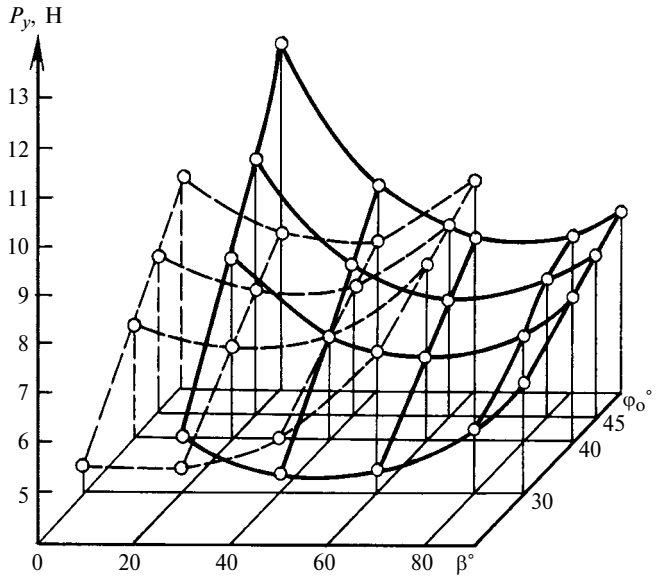


Рис. 2. Зависимости $P_y = f(\varphi_0; \beta)$

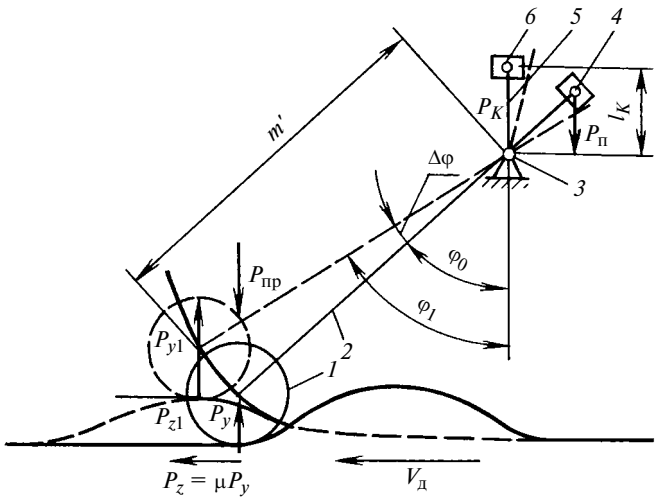


Рис. 3. Схема к расчету груза-компенсатора

компенсатором *6*, уменьшал силу $P_{пр}$ и тем самым компенсировал увеличение силы P_y.

В случае обработки плоских поверхностей ($\beta = \pi/2$) зависимость (7) приводится к виду:

$$P_y = P_{пр}\sin\varphi_0/(\sin\varphi_0 \pm \mu\cos\varphi_0). \qquad (10)$$

Просуммировав моменты всех сил относительно оси шарнирного подвеса при повороте шлифовальной головки на угол $\Delta\varphi$ (изменением угла β в виду малости отклонения от $\pi/2$ пренебрегаем) [3], получим:

$$\Sigma M = P_2 m'\sin\varphi_1 + \frac{P_1}{2}(m'\sin\varphi_1) + P_{пр}I_1\sin\varphi_1 - P_{y1}m'\sin\varphi_1 - \mu P_y(m'\cos\varphi_1 + r) - P_K I_K \sin\Delta\varphi + M_{кр} = 0.$$

Отсюда определим:

$$P_{y1} = \frac{P_{\text{пр}} - P_K \dfrac{I_K \sin(\pm\Delta\varphi)}{m' \sin\varphi_1}}{1 + \mu \operatorname{ctg}\varphi_1},$$

где P_2 — вес инструмента; P_1 — вес рычага головки; I_K — длина рычага с грузом-компенсатором *6*; I_1 — расстояние от оси шарнира до центра тяжести груза *4*; знак "−" — при $\varphi_1 < \varphi_0$, "+" — при $\varphi_1 > \varphi_0$. Из условия $P_{y1} = P_y$ имеем:

$$\frac{P_{\text{пр}} - P_K \dfrac{I_K \sin(\pm\Delta\varphi)}{m' \sin\varphi_1}}{1 + \mu \operatorname{ctg}\varphi_1} = \frac{P_{\text{пр}} \sin\varphi_0}{1 + \mu \operatorname{ctg}\varphi_0}. \qquad (11)$$

Решив равенство (11) относительно P_K, получим:

$$P_K = P_{\text{пр}} \frac{\mu m'}{l_K} \frac{1}{1 + \mu \operatorname{ctg}\varphi_0}. \qquad (12)$$

По формуле (12) рассчитаем вес груза-компенсатора *6* при обработке плоских горизонтальных поверхностей. Аналогично, просуммировав моменты всех сил относительно оси шарнирного подвеса рычага шлифовальной головки, получим:

при обработке конических поверхностей ($\varphi_0 = \beta$):

$$P_K \approx P_{\text{пр}} \frac{m'}{l_K} \cos\varphi_0; \qquad (13)$$

при обработке цилиндрических поверхностей — груз *6* расположен ниже оси шарнирного подвеса:

$$P_K = P_{\text{пр}} \frac{m'}{l_K} \frac{\cos\beta + \mu \sin\beta}{\cos(\beta - \varphi_0) + \mu \sin(\beta - \varphi_0)}. \qquad (14)$$

Анализ расчетов силы P_y показал, что при изменении угла φ_0 в пределах +10° начальная величина P_K изменяется при обработке плоских поверхностей без груза *6* — до 16 %, с грузом *6* — до 0,5 %; конических — соответственно до 20 и 5 %; цилиндрических — до 20 и 0,2 %, что согласуется с данными работы [10].

Следовательно, при использовании груза-компенсатора *6* постоянство радиальной силы достаточно точно поддерживается автоматически, что обеспечивает съем заданного припуска при наличии неровностей на обрабатываемой поверхности. Использование груза-компенсатора *6*, вес которого отличается от рассчитанного по формулам (12)÷(14), также обеспечивает регулирование силы P_y, но с меньшей точностью.

Экспериментально регулирование силы P_y проверили при обработке цилиндрической обечайки диаметром 2000 мм с искусственно созданной овальностью до 100 мм. В процессе шлифования начальный угол φ_0 значительно изменялся. Результаты измерения толщины стенки обечайки (рис. 4, *а*) в одном из диаметральных сечений микрометром Towan Wah приведены ниже:

Точка замера	1	2	3	4	5	6
Толщина стенки, мм:						
до обработки	10,05	10,02	10,08	9,9	10,06	10,0
после обработки	9,85	9,80	9,95	9,8	9,90	9,80

Точка замера	7	8	9	10	11	12
Толщина стенки, мм:						
до обработки	9,90	10,3	10,2	9,80	10,2	10,12
после обработки	9,75	9,8	9,78	9,78	9,95	9,90

Из рис. 4, *а* видно, что инструмент достаточно хорошо копирует овальность цилиндрической поверхности, одновременно увеличивая на выступах и уменьшая во впадинах съем металла. Приведенные результаты показывают, что толщина стенки (разность радиусов $X_{\max} - X_{\min}$) после обработки уменьшается в 2 раза.

Рассмотренная методика регулирования силы P_y применима лишь при β = const или небольших его изменениях. Если угол β изменяется в широких пределах, то использование груза не обеспечивает небольшую регулировку; из уравнений моментов и рис. 2 следует, что при изменении β и $\beta - \varphi_0 \neq$ const величина P_y изменяется значительно.

При шлифовании фасонных деталей, когда угол β изменяется от 0 до 90° (обработка эллиптических,

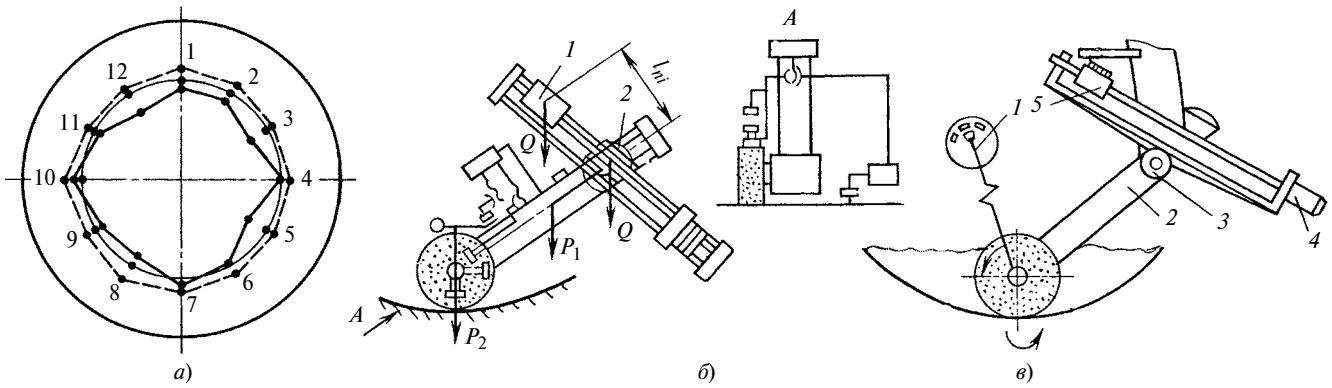


Рис. 4. Изменение разнотолщинности стенки цилиндрической обечайки до и после обработки (*а*); схемы регулирования силы P_y дискретным (*б*) и аналого-цифровым (*в*) методами

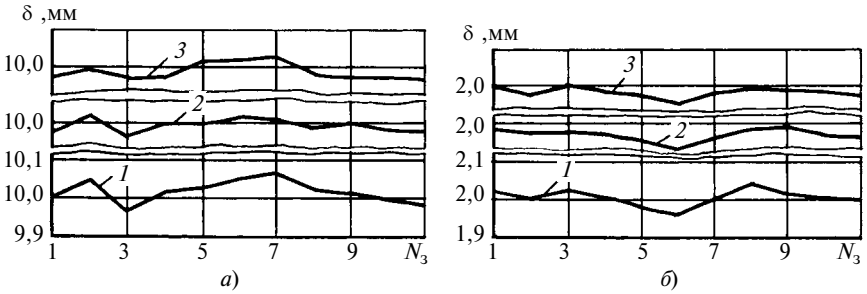


Рис. 5. Зависимости изменения снимаемого припуска от схемы обработки плоской (*а*) и фасонной (*б*) поверхностей:
1 — дискретная; *2* — с грузом-компенсатором; *3* — аналого-цифровая

сферических, параболических и других поверхностей вращения), силу P_y целесообразно регулировать изменением длины плеча груза-противовеса *1*, что обеспечит необходимую силу прижима инструмента к детали (рис. 4, *б*). Величина P_y при заданных P_1 и P_2 является функцией l_{ni} — положения груза-противовеса относительно оси качания головки *2*. Изменяя l_{ni}, можно управлять величиной P_y.

Уравнение момента сил относительно шарнирного подвеса имеет вид:

$$\Sigma M = P_2 m' \sin\varphi_0 + \frac{P_1}{2}(m' \sin\varphi_0) + Q l_{ni} \sin\varphi_0 - P_3 m_3 \sin\varphi_0 - P_y m' \cos(\beta - \varphi_0) - \mu P_y [m' \sin(\beta - \varphi_0) + r] + M_{кр} = 0. \quad (15)$$

Решив уравнение (15), определим

$$l_{in} = \frac{P_y m' [\cos(\beta - \varphi_0) + \mu \sin(\beta - \varphi_0)] - P_{пр} m' \sin\varphi_0}{Q \sin\varphi_0}. \quad (16)$$

Следовательно, при перемещении груза относительно оси подвеса шлифовальной головки на определенную величину можно обрабатывать фасонные детали с постоянной силой P_y.

На рис. 4, *б* приведена схема дискретного метода регулирования силы P_y [11], который позволяет при шлифовании крупногабаритных деталей с переменным радиусом кривизны поверхности поддерживать постоянной силу P_y с учетом износа абразивного круга. На рис. 4, *в* приведена схема аналого-цифрового метода регулирования силы P_y. Суть метода сводится к следующему. В систему управления станком введено информационное устройство *1*, определяющее изменение угла наклона шлифовальной головки *2* относительно оси подвеса *3* при обработке фасонных тел вращения. Сигнал с устройства *1* поступает на привод *4*, который за счет перемещения груза-компенсатора *5* поддерживает величину P_y постоянной.

Апробация схем регулирования величины P_y показала, что при шлифовании плоских поверхностей (рис. 5, *а*) наиболее эффективной является схема с грузом-компенсатором (кривая *2*), а при шлифовании фасонных поверхностей (сферического днища) (рис. 5, *б*) — аналого-цифровая схема (кривая *3*).

Таким образом, целесообразность использования схемы определяется формой обрабатываемой детали. При использовании универсального оборудования (обработка и плоских, и фасонных деталей) предпочтение следует отдать аналого-цифровой схеме, которая позволяет не только достаточно точно копировать исходный профиль, но и уменьшать разнотолщинность обрабатываемой детали, тем самым повышая точность обработки.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Фельдман Ю. Я.** Исследование бескопирного строчечного метода шлифования крупногабаритных фасонных тел вращения: Дис. ... канд. техн. наук. Казань, 1973. 184 с.
2. **Чамин А. Ф.** Исследование бескопирного ленточного шлифования с качательными движениями инструмента: Дис. ... канд. техн. наук. 1979. 176 с.
3. **Юнусов Ф. С., Фельдман Ю. Я.** Шлифование крупногабаритных деталей маятниковыми головками. М.: Машиностроение, 1981. 120 с.
4. **Фельдман Е. Ю., Юнусов Ф. С.** Закономерности врезания инструмента при полусвободном шлифовании // Алмазная и абразивная обработка деталей машин и инструмента: Межвуз. сб. науч. тр. Пенза: ППИ, 1987. С. 13—18.
5. **Фельдман Е. Ю., Юнусов Ф. С.** К вопросу глубины врезания инструмента при полусвободном шлифовании // Изв. вузов. Машиностроение. 1988. № 4. С. 142—147.
6. **Юнусов Ф. С., Юнусов Р. Ф.** Исследования закономерности съема металла при полусвободном шлифовании. Интенсивность съёма металла // Вестник машиностроения. 2011. № 7. С. 50—56.
7. **Фельдман Ю. Я., Фельдман Е. Ю.** Методика проектирования технологических процессов полусвободного шлифования маятниковыми головками // Алмазная и абразивная обработка деталей машин и инструмента: Межвуз. сб. науч. тр. Пенза: ППИ, 1985. С. 26—32.
8. **Фельдман Ю. Я., Чамин А. Ф., Фельдман Е. Ю.** Расчет параметров при финишном шлифовании маятниковыми головками // Прогрессивные методы обработки деталей летательных аппаратов и двигателей: Межвуз. сб. науч. тр. Казань: КАИ, 1986. С. 8—13.
9. **Распаченко В. И., Смирнов Г. Ф., Черницын В. С.** Средства зачистки проката. М.: Машиностроение, 1973. 271 с.
10. **Дружинский И. А.** Сложные поверхности. Л.: Машиностроение, 1985. 263 с.
11. **Фельдман Е. Ю., Климухин Ю. И.** Дискретное устройство регулирования усилия прижима инструмента к детали при бескопирном методе шлифования // Автоматизация и современные технологии. 1992. № 8. С. 2—4.
12. **Юнусов Ф. С., Фельдман Е. Ю., Климухин Ю. И.** Аналого-цифровая система управления бескопирным методом шлифования крупногабаритных фасонных деталей // Вестник машиностроения. 1994. № 9. С. 29—31.

УДК 621.762

Д. В. ОНИЩЕНКО, канд. техн. наук
(Дальневосточный федеральный университет, г. Владивосток),
e-mail: Ondivl@mail.ru

Эффективные углеродные агенты для механохимического синтеза тугоплавких соединений

Предложена энергосберегающая технология получения углеродных модификаций из растительного сырья. Показано, что структура и показатель ароматичности углеродных модификаций являются определяющими в механохимическом синтезе системы титан—углерод. Установлен самый эффективный из исследуемых углеродный агент для синтеза карбида титана.

Ключевые слова: растительное сырье, пиролиз, механосинтез, механоактивация, углеродный агент, тугоплавкие соединения, карбид титана.

Carboniferous variety energy-saving technology based on plant roughage was offered. It was demonstrated that carboniferous variety structure and aromaticity are diagnostic variables for mechanochemical synthetics of titan-carbon system. The most effective carboniferous agent for titanium carbide synthesis (among those researched) was assigned.

Keywords: plant roughage, pyrolysis, mechanosynthesis, mechanical activation, carboniferous agent, higher-melting-point materials, titanium carbide.

Тугоплавкие соединения — основа инструментальной керамики, нанокомпозитных материалов, антикоррозионных и износостойких покрытий. К тугоплавким соединениям относятся карбиды, бориды, нитриды, которые отличаются высокими температурой плавления, твердостью, химической стойкостью, жаростойкостью, малыми испаряемостью и сжимаемостью. Данный класс соединений в 60—70-е годы синтезирован и введен в применение группой исследователей под руководством Г. В. Самсонова и Т. Я. Косолаповой. Это способствовало решению многих научных и прикладных задач [1]. Развитие и совершенствование плазменной, механохимической и других технологий позволили получать данные соединения в ультрадисперсном и нанодисперсном состояниях, т. е. в виде порошков с размером частиц от 0,1 до 10 нм, что привлекло внимание инженеров-практиков, химиков-неоргаников и других исследователей, нашедшим им широкое применение в композитных системах универсального назначения [2]. Сегодня важной задачей является поиск новых энергосберегающих способов их синтеза из дешевого и экологически чистого сырья. Примером положительных результатов в данном направлении может служить получение углеродных агентов для механохимического синтеза карбида титана. Экспериментальные данные показали, что перспективными углеродными агентами могут стать модификации углерода, полученные из растительного сырья, например отходов сельского хозяйства [3, 4], и природный серебристый графит, несмотря на то, что в работе [5] показано, что механический синтез карбида титана TiC с применением серебристого графита невозможен ни при каких условиях. Данная работа является продолжением исследований в области тугоплавких соединений, в частности поиска оптимальных модификаций углерода в качестве углеродных агентов для синтеза карбида титана.

Углеродные модификации с аморфной, аморфно-кристаллической и кристаллической структурами для использования их в качестве углеродного агента при синтезе карбида титана получали по разработанной энергосберегающей технологии при температурах 900, 1150 и 1300 °С [6—9]. В качестве исходных материалов использовали различное растительное сырье: шелуху овса сорта Аллюр, пшеницы сорта Добрыня, лузгу гречихи сорта Агидель [10, 11]. Титан использовали в виде порошка ПТЭС-2 с дисперсностью частиц 150÷200 мкм и чистотой 99,8 %. Количество компонентов рассчитывали в соответствии с химической реакцией: Ti + C = TiC с учетом стехиометрии синтезируемого карбида титана, равной 0,8.

Механохимический синтез осуществляли на варио-планетарной мельнице Pulverisette-4 фирмы Fritsch (Германия). В качестве размалывающего тела использовали шары из твердого сплава ВК-6 диаметром 15 мм. Механореактор — герметический контейнер из коррозионно-стойкой стали с вставкой из твердого сплава ВК-6 с внутренним диаметром 75 мм и высотой 70 мм. Режим механохимического синтеза карбида титана: частота вращения главного диска — 400 мин$^{-1}$; частота вращения сателлитов — 800 мин$^{-1}$; среда — воздух; интенсивность (отношение массы исходных материалов к массе размалывающих шаров) — 1:27; заполнение механореактора — 30 %. В зависимости от используемого углеродсодержащего сырья задержка механохимического синтеза составляла от 24 до 83 мин. Температура и давление в механореакторе измерялись датчиками автоматически, встроенными в крышку варио-планетарной мельницы.

Фазовый состав синтезированных модификаций углерода и карбида титана определяли рентгенофазовым анализом на дифрактометре D8 ADVANCE (Германия) в медном K_α-излучении. Идентификация соединений, входящих в состав образцов, выполнена в автоматическом режиме

поиска EVA с использованием банка данных PDF-2. Распределение размеров частиц и гранулометрический состав устанавливали с помощью лазерного анализатора частиц Анализетте 22 NanoTec/MikroTec/XT фирмы Fritsch. Морфологию углеродсодержащего сырья исследовали с помощью инвертированного металлографического микроскопа MT 8530 фирмы Meiji Techno (Япония), оснащенного программой Thixomet PRO (Россия). Содержание серы и углерода в модификациях углерода и порошках карбида титана определяли с помощью анализатора серы и углерода CS 600 фирмы LECO (США). Фрагментарный состав модификаций углерода выполняли с помощью ЯМР-спектрометра Mercury-300 plus фирмы Varian (США) с разрешением 0,5 Гц при использовании ампул диаметром 5 мм.

Извлечение и отбор проб синтезированных соединений осуществляли после охлаждения механореактора при нормальной температуре в боксе биологической безопасности третьего класса AC_3 фирмы Esco (Сингапур), оборудованном вакуумной сушкой и ультразвуковой ванной.

На первом этапе исследования получены углеродные модификации с аморфной, аморфно-кристаллической и кристаллической структурами из растительного сырья при температурах пиролиза $T_п$ = 900; 1150 и 1300 °С. Углеродное сырье, полученное пиролизом при $T_п$ = 900 °С, имело аморфное строение и не идентифицировалось рентгенофазовым анализом (РФА). Продукты пиролиза, полученные при данной температуре из всех использованных растительных масс, представляли собой спеки и грубодисперсные порошки (рис. 1, *а*, см. обложку). При $T_п$ = 1150 °С получены углеродные модификации в виде легко разрушаемых порошковых агломератов (рис. 1, *б*) и с аморфно-кристаллическим строением. При $T_п$ = 1300 °С получены углеродные модификации в виде порошка дисперсностью менее 50 мкм (см. рис. 1, *в*, *г*) кристаллического строения. Присутствие незначительного количества NaCl обусловлено особенностями углеродных модификаций.

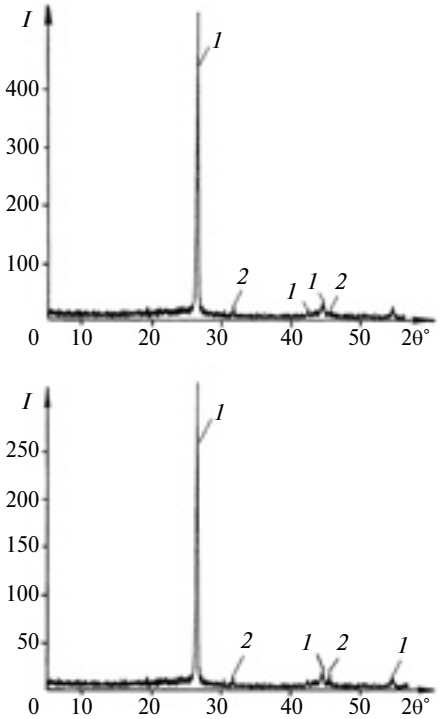


Рис. 2. Результаты РФА продуктов пиролиза из шелухи овса при $T_п$ = 1300 (*а*) и 1150 °С (*б*) (*I* — коэффициент интенсивности; θ — угол падения рентгеновского луча; *1* — графит; *2* — NaCl)

На рис. 2 представлены результаты РФА продуктов пиролиза из шелухи овса при $T_п$ = 1300 и 1150 °С.

Модификации углерода, полученные пиролизом из растительного сырья, использовали в качестве углеродсодержащего компонента для механохимического синтеза карбида титана. Для сравнения использовали традиционный углеродсодержащий агент — сажу ПМ-15 [12]. Механохимический синтез сопровождался скачкообразным повышением давления (рис. 3), что связано с температурным расширением среды. Резкое снижение давления обусловлено взаимодействием компонентов среды (кислорода и азота) с продуктами механохимического синтеза. При этом скачкообразного изменения температуры в механореакторе не наблюдалось, что объясняется высокой инерционностью термопары. Температура стенок механореактора, фиксируемая с помощью лазерного инфракрасного пирометра С-20.1 сразу после механохимического синтеза TiC, составила 85÷100 °С. Установлено, что структура углеродных модификаций, полученных при разных температурах пиролиза, влияет на время задержки синтеза.

При использовании в качестве углеродных агентов исследуемых модификаций углерода, кроме полученных из шелухи овса, механохимический синтез карбида титана при $T_п$ = 900 °С отсутствовал даже при активации исходных компонентов в течение 180 мин.

Для установления факторов, влияющих на протекание механохимического синтеза карбида титана, с помощью ЯМР-спектрометра проведены исследования фрагментарных составов модификаций углерода, полученных при разных температурах. Наибольший разброс значений выявлен по ароматичности — от 59,4 (модификация углерода из шелухи овса) до 85,1 (модификации углерода из лузги гречихи). При разных $T_п$ наименьшая ароматичность выявлена у модификации углерода из шелухи овса, наибольшая — у модификации из лузги гречихи.

Исследовано влияние ароматичности *fa* на время τ задержки

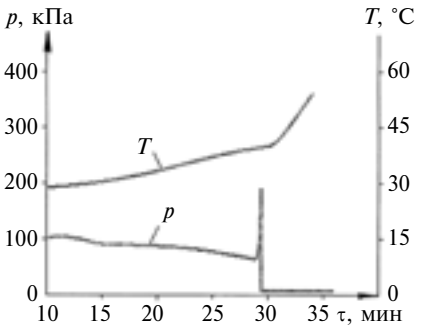


Рис. 3. Зависимости изменения температуры *T* и давления *p* в механореакторе от времени задержки τ механохимического синтеза системы Ti + C ($T_п$ = 1300 °С, сырье — шелуха овса)

механохимического синтеза карбида титана в зависимости от используемого сырья при получении модификации углерода при $T_п$ = 1300 °С (табл. 1). Установлено, что температура пиролиза значительно влияет на ароматичность углеродных модификаций (табл. 2). При увеличении температуры пиролиза снижается ароматичность и сокращается время задержки механохимического синтеза. Минимальной ароматичностью обладает углеродная модификация с кристаллической структурой, максимальной — модификация с аморфной структурой.

На рис. 4 представлен результат РФА продуктов механохимического синтеза из лузги гречихи при $T_п$ = 1300 °С.

Таблица 1

Влияние ароматичности на время задержки синтеза карбида титана в зависимости от используемого сырья

Сырье	*fa*, %	τ, мин
Сажа	46	24
Шелуха овса	50	28
Шелуха пшеницы	70	73
Лузга гречихи	76	86

Таблица 2

Влияние ароматичности и температуры пиролиза на время задержки синтеза карбида титана

$T_п$, °С	*fa*	τ
1300	49	28
1150	56	101
900	60	133

Таблица 3

Содержание серы и свободного углерода в саже и карбиде титана, синтезированного из разных углеродных модификаций при $T_п$ = 1300 °С, %

Наименование	С (свободный)	S
Сажа ПМ-15	0,5	0,19
Шелуха овса	0,35	0,012
Шелуха пшеницы	0,47	0,075
Лузга гречихи	0,58	0,085

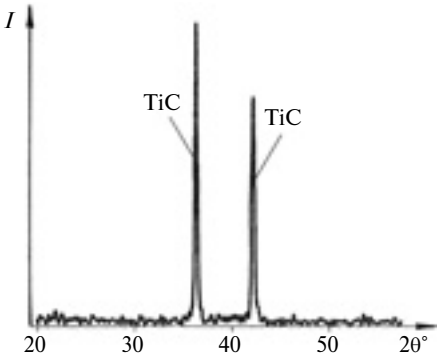


Рис. 4. Результат РФА продуктов механохимического синтеза из лузги гречихи при $T_п$ = 1300 °С

На рис. 5 (см. обложку) представлены морфологические строения порошков карбида титана, синтезированных с использованием модификации углерода из шелухи овса при разных температурах пиролиза. Наибольшей дисперсностью обладает порошок, полученный из углерода с графитизированной структурой путем пиролиза органического сырья при $T_п$ = 1300 °С. Размеры частиц карбида титана составили 0,5÷40 мкм, из них 80 % частиц размером менее 10 мкм.

Проведены исследования по влиянию сырья на содержание серы и свободного углерода в полученном карбиде титана. Наибольшее содержание серы (0,65 %) в саже ПМ-15, в углеродных модификациях: из шелухи овса — 0,04; из шелухи пшеницы — 0,075; из лузги гречихи — 0,14. Таким образом, наилучший результат у модификации, синтезированной из шелухи овса при $T_п$ = 1300 °С.

В табл. 3 приведены данные по содержанию серы и свободного углерода в саже и карбиде титана, полученном механохимическим синтезом с использованием разных углеродных модификаций. Наилучший результат получен при использовании углеродной модификации из шелухи овса.

Таким образом установлено, что модификация углерода из шелухи овса сорта Аллюр — самый эффективный агент для синтеза карбида титана. Химический состав карбида титана, синтезированного с использованием углеродных модификаций, полученных из растительного сырья, позволяет использовать его в порошковой металлургии.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Свойства**, получение и применение тугоплавких соединений: Справочник / Под ред. Т. Я. Косолаповой. М.: Металлургия, 1986. 928 с.

2. **Плазмохимический** синтез ультрадисперсных порошков и их применение для модифицирования металлов и сплавов / В. П. Сабуров, А. Н. Черепанов, М. Ф. Жуков и др. Новосибирск: Наука, 1995. 344 с.

3. **Онищенко Д. В., Рева В. П.** Получение нанопорошка карбида вольфрама методом механической активации // Физика и химия обработки материалов. 2011. № 2. С. 71—77.

4. **Онищенко Д. В., Рева В. П.** Получение нанопорошка карбида вольфрама методом механической активации // Физика и химия обработки материалов. 2011. № 2. С. 71—77.

5. **Попович А. А.** Механохимический синтез тугоплавких соединений: Монография. Владивосток: Изд-во ДВГТУ, 2003. 201 с.

6. **Пат. 67777 Рос. Федерации на полезную модель.** Устройство для изготовления анодного материала.

7. **Пат. 72358 Рос. Федерации на полезную модель.** Устройство для изготовления анодного материала.

8. **Пат. 2327255 Рос. Федерации.** Способ получения анодного материала.

9. **Пат. 2340042 Рос. Федерации.** Способ получения анодного материала.

10. **Получение** анодных матриц из возобновляемого растительного сырья — отходов сельскохозяйственных культур / Д. В. Онищенко, А. К. Цветников, А. А. Попович, В. Г. Курявый // Журнал прикладной химии. 2008. Т. 81. № 5. С. 1050—1052.

11. **Онищенко Д. В., Чаков В. В.** Возобновляемое растительное сырье как основа для получения функциональных нанокомпозитных материалов универсального назначения // Журнал прикладной химии. 2011. Т. 84. № 9. С. 1562—1566.

12. **Попович А. А., Василенко В. Н., Авакумов Е. Г.** Особенности механохимического синтеза карбида титана: Сб. науч. тр. Новосибирск: Наука, 1991. С. 176—183.

УДК 621.983.3:658.512.011.56.004

В. А. ЖАРКОВ, д-р техн. наук (г. Москва), e-mail: zharkov@netbynet.ru

Моделирование в системе Marc обработки материалов в машиностроении. Часть 2. Двухугловая гибка без прижима заготовки*

Представлены аналитические зависимости для расчета напряженно-деформированного состояния заготовки при двухугловой гибке без прижима заготовки и методология моделирования данного процесса в системе Marc.

Ключевые слова: двухугловая гибка, заготовка, напряженно-деформированное состояние, моделирование, система Marc.

Analytic laws for computing stress and strain state of stock material at double-angle bending in absence of blank holder and simulation of this process methodology in Marc system were given.

Keywords: double-angle bending, stock material, stress and strain state, simulation, Marc system.

Для рассматриваемого процесса обработки материалов давлением (ОМД), в данном случае двухугловой гибки без прижима заготовки, сначала выполним инженерный расчет напряженно-деформированного состояния (НДС) материала в процессе обработки для установления механики деформирования, а затем представим результаты математического моделирования и расчета основных параметров обработки в системе Marc (США, корпорация MSC Software).

Теория упругого изгиба

Форму и размеры заготовки для заданной детали определяем по формулам из справочников. При рабочем ходе пуансона на первой стадии обработки участок I (рис. 1) заготовки, находящийся под торцом пуансона до точки C, отходит от него (прогиб f) и выпучивается с радиусом R_1 кривизны, участок II изгибается — радиус R_3 кривизны, участок III остается недеформированным. На рис. 1 ввиду симметричности процесса показана только правая часть изготовления детали. На участке I имеет место чистый изгиб; упругая задача в полярных координатах (ρ, θ) с полюсом на оси симметрии имеет следующее аналитическое решение.

По закону упругости по толщине заготовки тангенциальное напряжение изменяется по линейной зависимости:

$$\sigma_\theta = E\delta = E(\rho d\theta - \rho_n d\theta)/(\rho_n d\theta) = E(\rho - \rho_n)/\rho_n,$$

где ρ_n — радиус кривизны нейтрального слоя (см. эпюру на рис. 1); E — модуль упругости.

В процессе изгиба заготовки для каждого этапа в области изгиба в каждом элементе (в каждом слое) заготовки будем рассчитывать интенсивность напряжений σ_i, равную растягивающему напряжению σ_θ в наружном слое. Как только в ка-

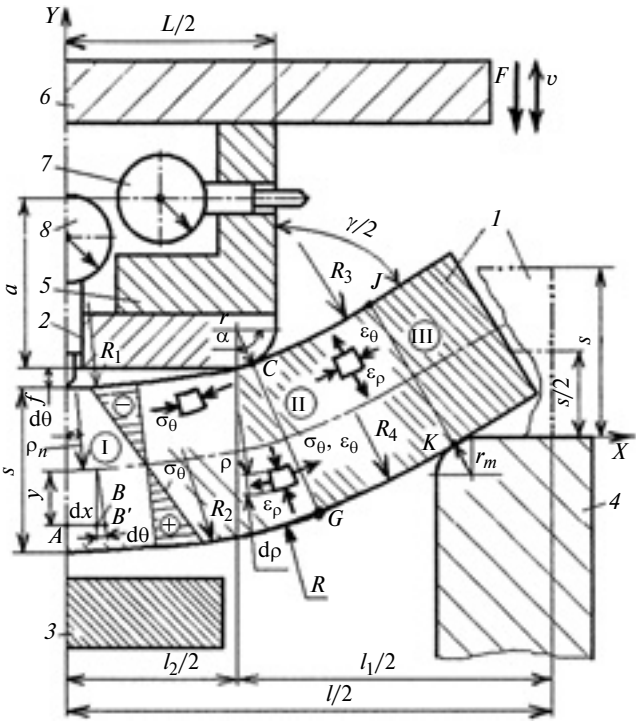


Рис. 1. Схема упругого изгиба:
1 — заготовка; *2* — пуансон; *3* — выталкиватель; *4* — матрица; *5* — плита для индикаторов; *6* — верхняя плита штампа; *7* и *8* — индикаторы

* Продолжение. Начало в № 8 за 2012 г.

ком-то элементе σ_i достигнет предела текучести $\sigma_т$, данный элемент перейдет в пластическое состояние; при этом изгибающий момент составит: $M_{e\sigma_т} = \sigma_т W$ (W — момент сопротивления сечения при изгибе). Для листовой заготовки толщиной s и шириной b имеем: $W = bs^2/6$; $M_{e\sigma_т} = \sigma_т bs^2/6$, $\rho_n = EWs/(2M_{e\sigma_т}) = (E/\sigma_т)s/2$. Если после укладки на штамп заготовка значительно упруго прогибается под действием равномерно распределенных сил от собственной массы, то эту кривизну следует добавить к $1/\rho_n$.

Теория упругопластического изгиба

На второй стадии обработки по мере перемещения пуансона часть e толщины s заготовки (рис. 2), испытывающая только упругие деформации, уменьшается. Для элементов, перешедших в пластическое состояние, решаем совместно уравнения равновесия

$$\frac{d\sigma_\rho}{d\rho} + \frac{\sigma_\rho - \sigma_\theta}{\rho} = 0 \qquad (1)$$

и пластичности

$$\sigma_\rho - \sigma_\theta = \pm\sigma_s \qquad (2)$$

для зон растяжения [знак минус в уравнении (2)] и сжатия по толщине, используя для определения

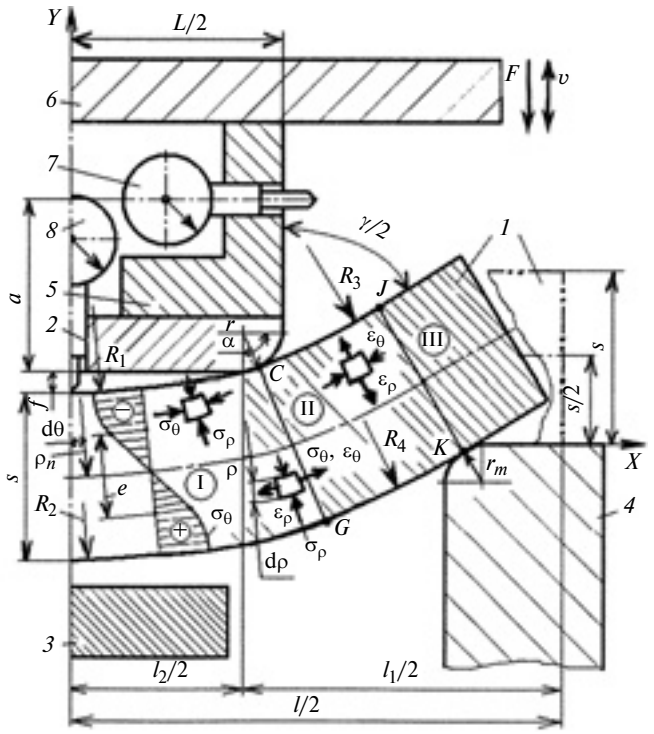


Рис. 2. Схема упругопластического изгиба

постоянной интегрирования граничные условия, по которым для зоны растяжения на наружной поверхности заготовки при $\rho = R_2$ и для зоны сжатия на внутренней поверхности заготовки при $\rho = R_1$ радиальное напряжение равно нулю ($\sigma_\rho = 0$). Получим распределение напряжений σ_ρ и σ_θ по толщине заготовки:

в зоне растяжения:

$$\sigma_\rho = -\sigma_s \ln(R_2/\rho);$$

$$\sigma_\theta = \sigma_s[1 - \ln(R_2/\rho)],$$

где ρ изменяется от $R_2 = \rho_n + s/2$ до $(\rho_n + e/2)$;

в зоне сжатия:

$$\sigma_\rho = -\sigma_s \ln(\rho/R_1);$$

$$\sigma_\theta = -\sigma_s[1 + \ln(\rho/R_1)],$$

где ρ изменяется от $R_1 = \rho_n - s/2$ до $(\rho_n - e/2)$.

Момент определяем из условия равновесия $M_{e-р} = \int_{-s/2}^{s/2} \sigma_\theta by dy$ (см. эпюру напряжения на рис. 2):

$$M_{e-р} = \sigma_s e^2 b/6 + \sigma_s(s^2 - e^2)b/4 = (\sigma_s s^2 b/12)[3 - (e/s)^2].$$

Относительное удлинение слоя, граничного между упругой и пластической областями, $\delta = (e/2)/\rho_n$; радиус кривизны нейтрального слоя $\rho_n = (E/\sigma_s)e/2$. На заключительном этапе данной стадии обработки в зоне контакта пуансона с заготовкой практически все элементы по толщине заготовки перешли в пластическое состояние ($e \approx 0$), и достигается максимальный момент пластического изгиба без учета упрочнения заготовки ($\sigma_s = \sigma_т$): $M_{р\sigma_т} = \sigma_т bs^2/4$; кривизна составляет $1/\rho_n = M_{р\sigma_т}/(EJ)$ и суммируется с рассчитанной кривизной для первой стадии гибки; J — момент инерции сечения относительно центральной оси (для листовой заготовки $J = bs^3/12$).

Теория пластического изгиба

На третьей стадии гибки очаг деформации окончательно смещается из центрального участка I, где элементы разгружаются и переходят из пластического состояние в упругое, на вновь образованный участок II с радиусом r кривизны (рис. 3). Решая в полярных координатах (ρ, θ) с полюсом в центре скругления кромки пуансона совместно уравнения равновесия (1) и пластичности (2) для зон растяжения и сжатия по толщине заготовки и используя для определения постоянной интегрирования

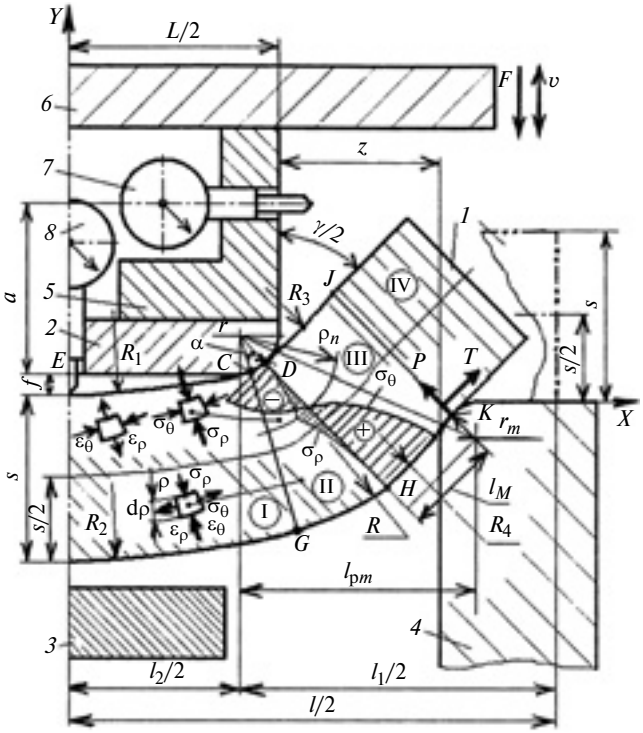


Рис. 3. Схема пластического изгиба

граничные условия, по которым для зоны растяжения на наружной поверхности заготовки при $\rho = R = r + s$ и для зоны сжатия на внутренней поверхности заготовки при $\rho = r$ радиальное напряжение равно нулю (контактное напряжение $\sigma_к$ значительно меньше $\sigma_т$, поэтому его не учитываем), получим распределение напряжений σ_ρ и σ_θ по толщине заготовки:

в зоне растяжения ($\rho_n \leqslant \rho \leqslant R$):

$$\sigma_\rho = -\sigma_s \ln\frac{R}{\rho};$$

$$\sigma_\theta = \sigma_s\left(1 - \ln\frac{R}{\rho}\right),$$

в зоне сжатия ($r \leqslant \rho \leqslant \rho_n$):

$$\sigma_\rho = -\sigma_s \ln\frac{\rho}{r};$$

$$\sigma_\theta = -\sigma_s\left(1 + \ln\frac{\rho}{r}\right).$$

Приравняв напряжение σ_ρ зон растяжения и сжатия, получим радиус нейтрального слоя $\rho_n = \sqrt{rR}$, который смещен от срединного слоя радиуса $\rho_m = (r + R)/2 = r + s/2$ к внутренней поверхности заготовки. Изгибающий момент определяем как сумму моментов, создаваемых напряжением σ_θ в зонах растяжения (σ'_θ) и сжатия (σ''_θ) относительно центра кривизны:

$$M_р = b\int_{\rho_n}^{R} \sigma'_\theta \rho d\rho + b\int_{r}^{\rho_n} (-\sigma''_\theta)\rho d\rho =$$
$$= \sigma_s bs^2/4 = 1{,}5\sigma_s W.$$

Поскольку на заключительном этапе предыдущей (второй) стадии обработки кривизна нейтрального слоя участка I заготовки под торцом пуансона была рассчитана при наибольшем изгибающем моменте, то на данной третьей стадии обработки кривизна участка I существенно не изменится. Напряжение текучести σ_s рассчитываем с учетом упрочнения по формуле [1]

$$\sigma_s = \sigma_т + \sigma_в(1 + \delta_р)\varepsilon_i^n, \qquad (3)$$

где $\sigma_в$ — предел прочности; $\sigma_т$ — предел текучести; $\delta_р$ — относительное равномерное удлинение.

Показатель n упрочения определяем из условия, что при испытании на растяжение в момент начала образования шейки $\sigma_s = \sigma_{в\,д} = \sigma_в(1 + \delta_р)$; $\varepsilon_i = \ln(1 + \delta_р)$. Логарифмированием получим:

$$n = \ln\{1 - \sigma_т/[\sigma_в(1 + \delta_р)]\}/\ln[\ln(1 + \delta_р)]. \qquad (4)$$

Интенсивность деформаций ε_i в наружном слое заготовки приближенно равна тангенциальной деформации ε_θ [2]: $\varepsilon_i \approx \varepsilon_\theta = s/(2r + s)$. Модуль упругости E, предел прочности $\sigma_в$, предел текучести $\sigma_т$ (или $\sigma_{0,2}$) и относительное равномерное удлинение $\delta_р$ определяем по ГОСТ 11701—84 и ГОСТ 1497—84; действительный предел прочности $\sigma_{в\,д} = \sigma_в(1 + \delta_р)$.

Рассмотрим плоское деформированное состояние очага деформации. При увеличении на $\Delta\alpha$ угла α охвата заготовкой кромки пуансона до значения $\alpha + d\alpha$ элемент заготовки с координатами ρ и θ переместится с радиальной (u) и окружной (v) компонентами перемещения. Условиям, что перемещение u не зависит от θ, а v зависит от θ и является линейной функцией от ρ, а следовательно, сечения остаются плоскими, толщина не изменяется, деформации представляют собой окружное удлинение в элементах снаружи нейтрального слоя, сжатие происходит внутри него, деформации совместны с напряжениями σ_ρ и σ_θ, кроме того, условию несжимаемости заготовки, записанному через радиальную ε_ρ и тангенциальную ε_θ деформации: $\varepsilon_\rho + \varepsilon_\theta = 0$, $\varepsilon_\rho = \partial u/\partial\rho$, $\varepsilon_\theta = (dv/d\theta)/\rho + u/\rho$ — удовлетворяют зависимости: $u = -1/(2\alpha)(\rho + \rho_n^2/\rho)$, $v = \rho\theta/\alpha$, где знак минус означает, что перемеще-

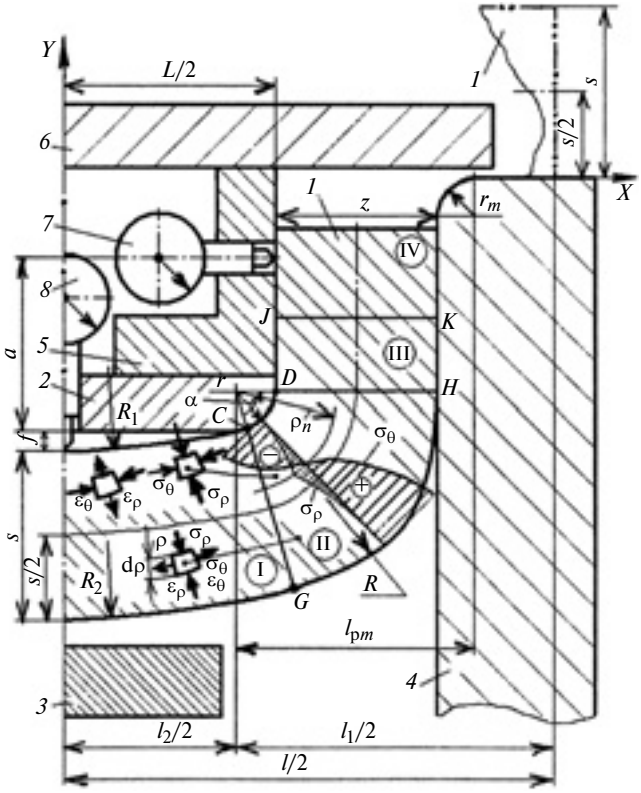


Рис. 4. Схема заключительного этапа гибки в штампе

ние u направлено к центру кривизны; θ — угол между радиусом и сечением, от которого начинается охват заготовкой кромки пуансона.

Тогда получим: $-\varepsilon_\rho = \varepsilon_\theta = 1/(2\alpha)(1 - \rho_n^2/\rho^2)$; бесконечно малые приращения:

$$-d\varepsilon_\rho = d\varepsilon_\theta = -1/(2\alpha^2)(1 - \rho_n^2/\rho^2)d\alpha;$$

$$d\gamma_{\rho\theta} = 0;$$

конечные логарифмические деформации:

$$-e_\rho = e_\theta = \ln[\rho\alpha/(\rho_n\alpha)] = \ln(\rho/\rho_n);$$

относительные деформации:

$$\delta_\rho = \rho_n/\rho - 1;$$

$$\delta_\theta = (\rho\alpha - \rho_n\alpha)/(\rho_n\alpha) = \rho/\rho_n - 1.$$

На всех этапах на участке III между нормалями DH и KJ (рис. 3) момент, кривизна и напряжения плавно уменьшаются от рассчитанных значений для участка II до нуля на границе KJ с участком IV. После охвата заготовкой кромки пуансона и при дальнейшем ходе пуансона происходит пластическое спрямление искривленного на предыдущих этапах внеконтактного участка III между пуансоном и матрицей ($z = s$), а очаг деформации располагается на участке II напротив линии контакта заготовки со скруглением пуансона с частичным распространением на участки I и III (рис. 4). На каждом этапе, зная контуры внутреннего слоя заготовки и пуансона, можно определить прогиб f заготовки под торцом пуансона, координаты точек контакта пуансона и матрицы с заготовкой и угол наклона $\gamma/2$ двух боковых недеформируемых участков IV (см. рис. 3).

Проецируем силу F гибки, силу P реакции опор и силу $T = \mu P$ трения в двух точках контакта заготовки с матрицей на линию действия силы F [2]:

$$F = 2P[\sin(\gamma/2) + \mu\cos(\gamma/2)];$$

$$P = \sigma_s bs^2/(4l_M).$$

Здесь μ — коэффициент трения заготовки о матрицу; плечо l_M и угол $\gamma/2$ определяем из геометрических соотношений (см. рис. 3):

$$l_M = [l_{pm} - (r + s + r_m)\cos(\gamma/2)]/\sin(\gamma/2),$$

где $l_{pm} = r + z + r_m$.

Зазор между пуансоном и матрицей $z = (1{,}0 \div 1{,}3)s$ в зависимости от верхнего предельного отклонения от номинальной толщины s и других факторов. Например, при ходе пуансона $h = s + r + r_m$, при котором центры скруглений кромок пуансона и матрицы находятся на одном уровне, плечо $l_M = (r + z + r_m)\sin(\gamma/2)$, причем, если $z = s$, то $\gamma/2 = 0$. Работа деформации равна интегралу от силы F по ходу h пуансона.

Рассмотрим пружинение детали после гибки. После заключительного этапа обработки (на рис. 5 изогнутая деталь показана штрихпунктирной линией с двумя точками) и выталкивания детали из матрицы, форма детали искажается, точность размеров снижается (разгруженная деталь на рис. 5 показана сплошной линией). По закону упругости $\sigma = E\varepsilon = E\Delta l/l$ длина $l = (r + s)\alpha + c + p$ наружного слоя укорачивается на $\Delta l = \sigma l/E = \sigma_s[(r + s)\alpha + c + p]/E$, при этом $\mathrm{tg}\Delta\alpha = 2\Delta l/s$. Следовательно, расчетное значение угла пружинения

$$\Delta\alpha = K\mathrm{arctg}\{(2\sigma_s/E)[(r/s + 1)\alpha + c/s + p/s]\}. \quad (5)$$

Если c и p — показатели распространения пластических деформаций неизвестны, то принимаем $c = p = 0$. Коэффициент K учитывает принятые допущения и определяется как $K = \Delta\alpha_э/\Delta\alpha_т$, где экспериментальный $\Delta\alpha_э$ определяем на основании экспериментов или по справочникам для процесса гибки; теоретический $\Delta\alpha_т$ рассчитываем по формуле (5) при $K = 1$. Далее рассчитываем угол пружинения и учитываем его при проектировании штампа и оснастки. Если данные для $\Delta\alpha_э$ отсутст-

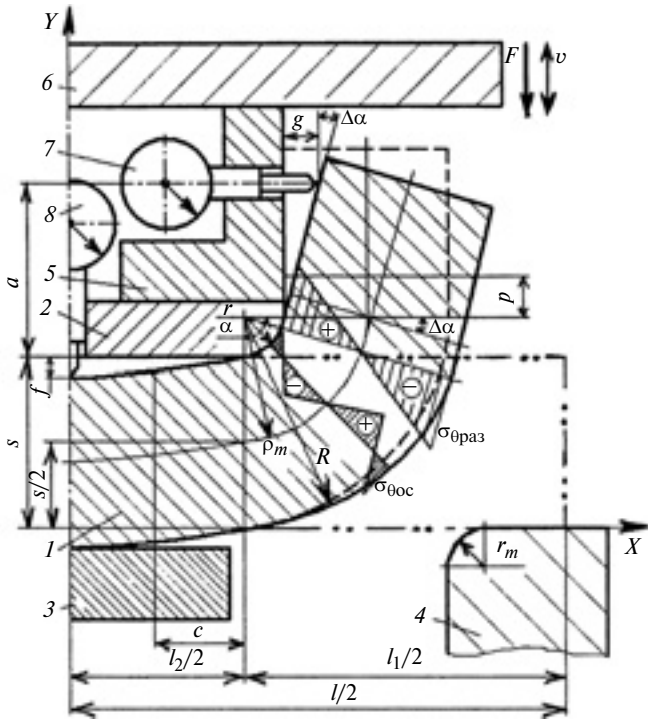


Рис. 5. Схема пружинения заготовки на угол Δα после гибки

вуют, то используем формулу (5) при $K = 1$. Оставшуюся после извлечения детали из штампа кривизну центральной части детали получим как разность между рассчитанной выше накопленной кривизной при нагрузке и кривизной после разгрузки: $1/\rho_n = M_{e\sigma_s}/(EJ)$, $M_{e\sigma_s} = \sigma_s b s^2/6$. Зная радиус внутреннего слоя заготовки ($\rho_n - s/2$) и контур пуансона, вписанный в дугу этого радиуса, определим прогиб f центральной части детали после разгрузки. На рис. 5 показана самоуравновешенная по условиям $\int_{-s/2}^{s/2} \sigma_\theta b y \mathrm{d}y = 0$ и $\int_{-s/2}^{s/2} \sigma_\theta b \mathrm{d}y = 0$ эпюра остаточных напряжений $\sigma_{\theta ос}$ в изготовленной детали, полученная как разность между эпюрой напряжения σ_θ при нагружении моментом $M_р$ при пластическом изгибе (см. рис. 4) и линейной эпюрой напряжения $\sigma_{\theta раз} = M_{e\sigma_s}(\rho - \rho_n)/J$ (см. рис. 5) при разгрузке моментом $M_{e\sigma_s}$ при упругом изгибе, при котором $\rho_n = \rho_m$. Методика расчета минимального радиуса изгиба без разрушения заготовки приведена в работе [3].

Компьютерное моделирование процесса

Как и в предыдущей статье, не будем использовать входные файлы, а воспользуемся графическими возможностями системы. На рис. 6 представлены четыре основных шага обработки. Параметры заготовки: $l = 222$ мм, $l_1 = 111$ мм, $B_m = 100$ мм, $r_m = 6$ мм, s (или s_0) = 1,2 мм, $B_р = B_m - 2s = 97{,}6$ мм, $r_р = r = 6$ мм, $z = s = 1{,}2$ мм, $\alpha = 90°$, $b = 100$ мм; материал — сталь 08Ю ОСВ (ГОСТ 9045—93); $\sigma_{0,2} = 190$ Н/мм^2, $\sigma_в = 305$ Н/мм^2 и $\delta_р = 0{,}231$.

При проектировании в графическом редакторе расчетная схема приняла окончательный вид (рис. 7, см. обложку). Разбиваем поперечное сечение заготовки по толщине s на $N_1 = 6$ и по длине l на $N_2 = 500$ прямоугольных конечных элементов (КЭ) с четырьмя узлами для модели упругопластического плоского НДС заготовки. Задаем граничные условия в узлах КЭ для перемещений и напряжений. Строим графики перемещения инструментов. Задаем контакты заготовки с каждым инструментом оснастки и коэффициенты трения для каждого контакта. Вводим в систему показатели свойств заготовки и приведенную выше зависимость интенсивности напряжений $\sigma_i = \sigma_s$ от интенсивности деформаций ε_i с учетом упрочнения заготовки при обработке [формула (3)] в виде табличных данных [3].

Получим зависимость [3], которую будем использовать в расчетах. Зададим выходные параметры. Рассматриваем только отношение эквивалентного напряжения к пределу текучести и накопленную эквивалентную пластическую деформацию. Система предусматривает различные режимы, например, поэтапную анимацию обработки заготовки и разгрузку детали с учетом пружинения согласно расчетной модели (рис. 8, см. обложку). На основе отношения эквивалентного напряжения к пределу текучести исследовали переход КЭ в пластическое состояние в конце упругого изгиба (первая стадия) (рис. 9, *а*, см. обложку), в конце упругопластического изгиба (вторая стадия) (рис. 9, *б*), в середине (рис. 9, *в*) и конце (рис. 9, *г*) пластического изгиба (третья стадия), при котором на противоположной стороне от середины скругления пуансона нейтральный слой заготовки уже разгрузился. Система позволяет определить остаточные напряжения в детали после разгрузки.

Для определения вероятности разрушения материала при ОМД используют два критерия:

1) разрушение в результате деформаций: точки с координатами ε_1 и ε_2 для всех элементов должны располагаться ниже диаграммы предельных деформаций (ДПД) материала с определенным запасом P_d пластичности по деформациям; при заданной абсциссе ε_2 принимаем ординату ε_1 до ДПД за 100 %;

2) разрушение в результате напряжений: точки с координатами σ_1 и σ_2 должны располагаться ниже

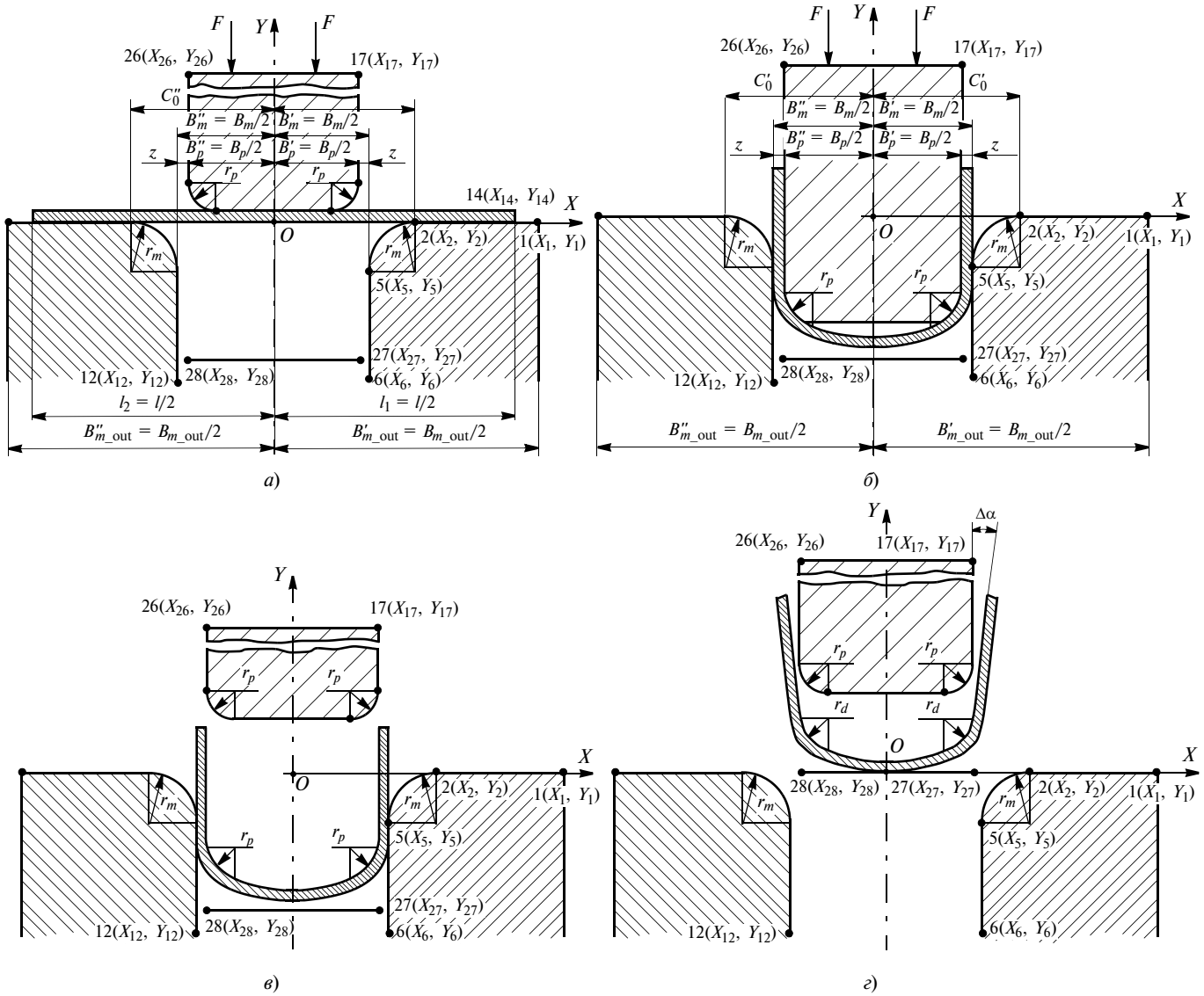


Рис. 6. Этапы обработки — положения заготовки и штампа:
а — исходное; *б* — после штамповки; *в* — пуансон поднят; *г* — деталь вытолкнута из штампа

диаграммы предельных напряжений (ДПН) материала с определенным запасом P_s пластичности по напряжениям.

ДПН строят с помощью ДПД по уравнениям связи. Ориентировочно, ДПН соответствует предельному эллипсу пластичности $\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2 = \sigma_s^2$. Здесь σ_s находим по формуле (3) при $\varepsilon_i = \ln(1 + \delta_p)$, а n — по формуле (4). При изгибе НДС наружного, не контактирующего с инструментом слоя заготовки, где действует наибольшее растягивающее напряжение, аналогично НДС образца при испытании на растяжение по ГОСТ 11701—84. Если коэффициент анизотропии $a_\theta = (\varepsilon_3 - \varepsilon_2)/(0{,}5\varepsilon_1)100$ [1] заготовки имеет небольшое значение, например менее 10 %, то в пластическом деформировании не учитываем анизотропию материала. Вероятность разрушения заготовки определяем по двум упрощенным критериям:

1) в результате деформаций: рассчитанный для каждого КЭ показатель $\varepsilon_i = 2/\sqrt{3}\sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_1\varepsilon_2 + \varepsilon_2^2}$ ($\varepsilon_1 = \varepsilon_\theta$, $\varepsilon_2 = \varepsilon_\rho$) должен быть меньше значения логарифмического равномерного удлинения $\varepsilon_p = \ln(1 + \delta_p)$: $\varepsilon_i < \varepsilon_p$ с запасом пластичности P_d по деформациям;

2) в результате напряжений: рассчитанный для каждого КЭ показатель $\sigma_i = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2}$ ($\sigma_1 = \sigma_\theta$, $\sigma_2 = \sigma_\rho$) должен быть меньше действительного предела прочности: $\sigma_i < \sigma_{вд}(1 + \delta_p)$ с запасом P_s пластичности по напряжениям.

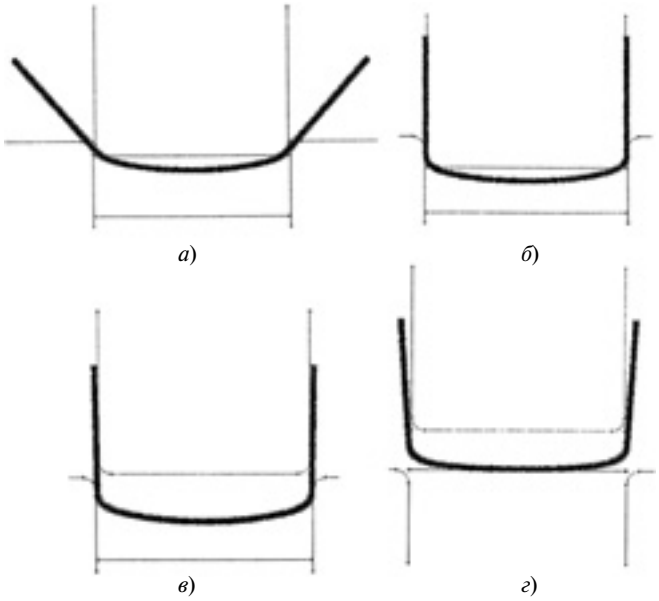


Рис. 8. Анимация этапов обработки:
а — промежуточное положение штампа; *б* — полки заготовки изогнуты на 90°; *в* — пуансон движется вверх; *г* — деталь вытолкнута

Анализ динамики очага деформации в процессе обработки показал, что отношение эквивалентного напряжения к пределу текучести нигде по толщине заготовки и никогда не превышает предельного значения $\bar{\sigma}_{\lim} = \sigma_{в}(1 + \sigma_{р})/\sigma_{0,2}$ с запасом $P_s = 20$ %. Следовательно, при заданном режиме обработки нет опасности разрушения заготовки.

Исследовали накопление пластических деформаций в каждом КЭ в конце упругого изгиба (рис. 10, *а*, см. обложку), в конце упругопластического изгиба (рис. 10, *б*), в середине (рис. 10, *б*) и конце (рис. 10, *г*) пластического изгиба. Система Marc позволяет определить упругие деформации, которые суммируются с пластическими деформациями заготовки, на всех этапах обработки и в изготовленной детали при разгрузке. Эквивалентная пластическая деформация ε_i нигде по толщине заготовки не превышают предельного значения $\varepsilon_{\lim} = \varepsilon_{р} = \ln(1 + \delta_{р})$ с запасом $P_d = 10$ %. Следовательно, при заданном режиме обработки нет опасности разрушения заготовки.

Моделированием процесса обработки при различных радиусах кромки пуансона по деформациям можно определить минимальный относительный радиус гибки $r_{\min}/s$, при котором эквивалентная пластическая деформация в КЭ по толщине заготовки на протяжении всей обработки близка к предельному значению $\varepsilon_{\lim}$ с запасом P_d, т. е. когда дальнейшее уменьшение радиуса кромки пуансона при прочих равных условиях приведет к образованию трещин на наружной поверхности заготовки.

Если моделирование указывает на опасность разрушения заготовки при данной обработке, то необходимо внести изменения: увеличить радиус кромки пуансона, использовать более пластичный материал заготовки или другой смазочный материал, изменить конфигурацию детали. Если выявлен большой запас пластичности, то можно использовать материал заготовки с более низкими свойствами.

Система Marc позволяет получить графики сил, действующих на заготовку при обработке. На рис. 11 (см. обложку) показан график силы F на перемещающемся пуансоне, который обусловлен формой, размерами и материалом заготовки, заданным углом изгиба, радиусом кромки пуансона и др. В данном случае большое влияние оказывают небольшой зазор ($z = s$), что вызывает большие силы трения, и спрямление в данном зазоре изогнутого участка III (см. рис. 4). Если задать ход пуансона так, что в нижнем крайнем положении он будет отстоять от неподвижного выталкивателя на толщину заготовки, то система выполнит расчет силы правки пуансоном выпученного центрального участка изогнутой детали.

Сравнение рассчитанных в системе Marc параметров обработки с экспериментальными данными показало удовлетворительную сходимость — погрешность не превышала 30 %. При моделировании перемещения инструмента сначала рассчитываются перемещения узлов всех КЭ заготовки, далее деформации как производные перемещений, затем напряжения по уравнениям, связывающим напряжения и деформации, поэтому точность параметров обработки, определенных на основе деформаций, значительно выше, чем на основе напряжений.

Моделирование в системе Marc значительно сокращает время проектирования технологических процессов, штампов и оснастки.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Жарков В. А.** Методология компьютерного проектирования технологических процессов с учетом анизотропии штампуемого материала // Кузнечно-штамповочное производство. Обработка материалов давлением. 2007. № 1.С. 30—42.

2. **Попов Е. А.** Основы теории листовой обработки. М.: Машиностроение. 1977. 280 с.

3. **Жарков В. А.** Моделирование в системе Marc обработки материалов в машиностроении. Часть 1. Одноугловая гибка // Вестник машиностроения. 2012. № 8. С. 67—72.

УДК 621.921.8

О. Ю. ЕРЕНКОВ, д-р техн. наук, С. О. ЕРЕНКОВ
(Тихоокеанский государственный университет, г. Хабаровск),
Е. И. ФАЛЕЕВА, канд. техн. наук (Хабаровская государственная академия экономики и права), e-mail: erenkov@list.ru

Исследования влияния параметров резания на тип стружки при точении полимерных материалов*

Представлены результаты экспериментальных исследований способов обработки капролона и фторопласта-4, установлена связь между режимами их резания и характером стружкообразования.

Ключевые слова: полимерный материал, точение, режим резания, деформация сдвига, коэффициент усадки.

The caprolin and ftoroplast-4 processing techniques experimental data were presented, the relationship between cutting these material mode and chip formation nature was determined.

Keywords: polymeric materials, turning, cutting modes, shear deformation, shrinkage rating.

При точении полимерных материалов качество поверхности во многом зависит от характера и величины их деформации. Внешним проявлением значительных пластических деформаций является усадка стружки [1], обусловленная сложнонапряженным состоянием материала, спецификой разрушения и изменениями его структуры и физико-химических свойств. Усадку стружки оценивают коэффициентами соотношениями соответствующих линейных размеров стружки ($L_c \times b_c \times a_c$) и срезаемого слоя ($L_o \times b_o \times a_o$) заготовки, т. е. коэффициентами укорочения $K_L = L_o/L_c$; уширения $K_b = b_c/b_o$: утолщения $K_a = a_c/a_o$, Так как объем пластически деформированного материала не изменяется, то $K_L = K_a$.

Эти коэффициенты можно использовать как базу для сравнительного качественного анализа влияния тех или иных факторов на характер стружкообразования. Многочисленными исследованиями [1] процессов резания различных конструкционных материалов установлено, что для пластичных материалов коэффициент усадки больше, чем для хрупких материалов. Так, при резании углеродистой стали $K_L = 2 \div 6$, при обработке чугуна $K_L = 1{,}5 \div 2{,}5$.

При резании полимерных материалов образуется стружка различных типов: простая прерывистая скалывания; сложная прерывистая скалывания; прерывистая стружка с трещинами [2], т. е. по виду стружки также можно оценить процесс стружкообразования.

Цель данной работы — экспериментальное исследование влияния режимов резания при точении заготовок из термопластичных полимерных материалов фторопласт-4 и капролон на процесс стружкообразования.

В первой серии экспериментов подача и глубина резания были постоянными: $S = 0{,}1$ мм/об, $t_p = 1$ мм. Скорость резания варьировали от 50 до 300 м/мин при обработке фторопласта-4 и от 100 до 400 м/мин при резании капролона. Коэффициент усадки определяли измерением толщины элементов стружки (табл. 1).

Во второй серии экспериментов исследовали влияние на характер стружкообразования и тип получаемой стружки глубины t_p резания, изменяя ее от 0,5 до 5 мм при постоянной подаче $S = 0{,}1$ мм/об и скорости резания $v = 100$ м/мин для фторопласта-4 и $v = 250$ м/мин для капролона (табл. 2).

Таблица 1

Коэффициент K_L усадки стружки при разной скорости резания

Материал заготовок	Скорость резания, м/мин							
	50	100	150	200	250	300	350	400
Капролон	—	1,98	1,91	1,85	1,85	1,84	1,55	1,5
Фторопласт-4	2,04	2,06	2,04	1,98	1,86	1,78	—	—

Таблица 2

Коэффициент K_L усадки стружки при разной глубине резания

Материал заготовок	Глубина резания, мм					
	0,50	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0
Капролон	1,9	1,85	1,78	1,67	1,41	1,24
Фторопласт-4	2,86	2,70	2,27	1,96	1,55	1,32

* Работа выполнена в рамках программы стратегического развития ФБГОУ ВПО "Тихоокеанский государственный университет".

Таблица 3

Коэффициент K_L усадки стружки при разной подаче

Материал заготовок	Подача, мм/об					
	0,08	0,11	0,17	0,2	0,25	0,28
Капролон	2,3	1,85	1,8	1,76	1,71	1,64
Фторопласт-4	2,6	2,50	2,16	1,84	1,39	1,22

В третьей серии экспериментов исследовали влияние подачи $S = 0{,}08 \div 0{,}28$ мм/об при $t_р = 1$ мм и таких же скоростях резания, как во второй серии экспериментов (табл. 3).

Анализ данных табл. 1 показал, что скорость резания влияет на стружкообразование, о чем свидетельствует уменьшение коэффициента усадки во всем исследованном диапазоне скоростей для обоих материалов, что объясняется следующим.

При механической обработке разрушение материалов, в частности полимерных, происходит либо в результате развития пластического деформирования до некоторого критического состояния, либо в результате образования и роста трещин (хрупкое разрушение). Поэтому отделение срезаемого слоя и образование стружки при резании полимерных материалов может происходить путем среза под действием касательных напряжений или путем отрыва под действием нормальных напряжений.

Возникновение того или иного вида нагружения в значительной степени обусловлено реологическими свойствами материала, важнейшее из которых — реакция полимерного материала на скорость деформации. В работе [3] представлены результаты исследований, подтверждающие, что при низкой скорости деформации наблюдается тенденция к пластичному излому с вязкой деформацией, а хрупкое разрушение имеет место при высокой скорости деформации. Таким образом, один и тот же материал в зависимости от характера напряженного состояния при резании и скорости деформации может проявить себя и как хрупкий, и как пластичный, о чем свидетельствует вид стружки — наличие сдвиговых полос.

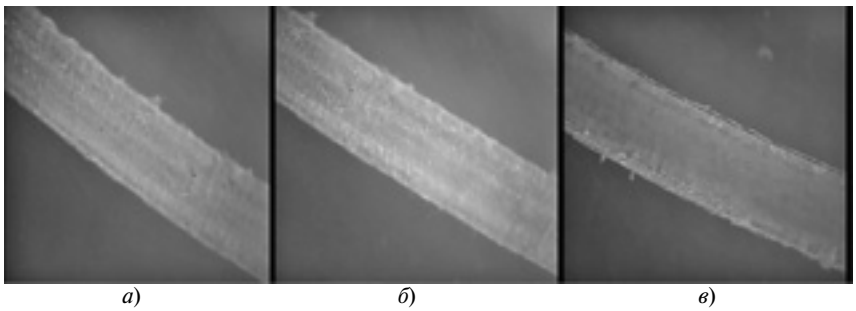
Согласно данным табл. 1, коэффициент K_L уменьшается с увеличением скорости резания. Такое изменение связано со сменой вязкого разрушения на хрупкое и переходом от непрерывной сливной стружки к непрерывной суставчатой (элементной) (рис. 1 и 2).

В данном случае можно говорить только о тенденции к такому переходу, так как коэффициент K_L изменяется в небольшом диапазоне, что коррелирует с незначительной разницей в строении стружек данных материалов при увеличении скорости резания.

С повышением скорости резания происходит запаздывание пластической деформации; в результате увеличивается угол сдвига, снижается общая степень деформации срезаемого слоя. Это обусловливает уменьшение доли деформации сжатия в деформационном цикле сжатие—сдвиг. При этом толщина элементов стружки уменьшается, а основной объем элемента стружки деформируется мало. В результате создаются условия для локализованного сдвига, который сопровождается в основном хрупким разрушением, т. е. доля вязкого механизма роста трещин в окрестности режущего лезвия при сдвиге элемента стружки уменьшается, что и является причиной некоторого изменения вида стружки при увеличении скорости резания.

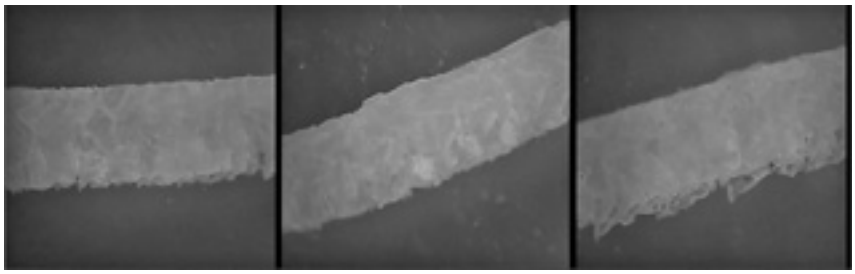
Согласно данным табл. 2 характер стружкообразования при точении заготовок из исследуемых полимерных материалов изменяется с увеличением глубины резания, о чем свидетельствует уменьшение коэффициента K_L усадки.

При увеличении глубины резания, а, следовательно, и длины



а) *б*) *в*)

Рис. 1. Стружки при токарной обработке со скоростью резания 100 (*а*), 200 (*б*), 400 м/мин (*в*)



а) *б*) *в*)

Рис. 2. Стружки при токарной обработке фторопласта-4 со скоростью резания 50 (*а*), 100 (*б*), 200 м/мин (*в*)

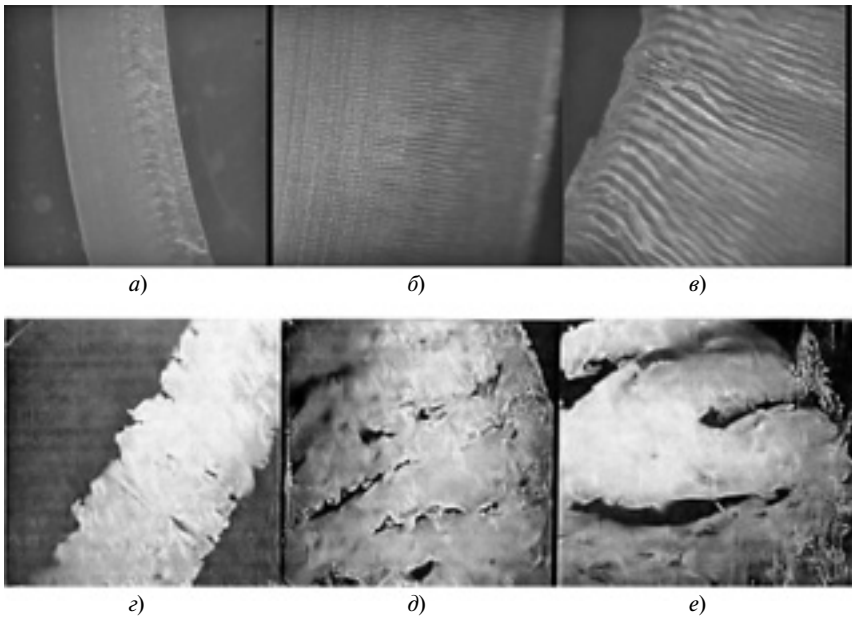


Рис. 3. Стружки при токарной обработке капролона (*а—в*) и фторопласта-4 (*г—е*) с глубиной резания 2 (*а*, *г*), 3 (*б*, *д*), 5 мм (*в*, *е*)

контакта режущих кромок с заготовкой, объем деформированного материала увеличивается. Кроме того, увеличивается сила P_z резания. В результате в объеме срезаемого материала уменьшается доля деформации сдвига и увеличивается доля деформации сжатия. Как уже отмечалось, твердые полимерные тела неоднородны как на макро-, так и на микроскопическом уровне. В жестких полимерах всегда имеются дефекты. Самые распространенные из них — микротрещины, пустоты, включения. В неоднородном полимере поле напряжений сжатия также неоднородно: концентрации напряжений наблюдаются в окрестностях дефектов.

Таким образом, при токарной обработке в результате неоднородной деформации сжатия и локализации сдвиговой деформации на стыках аморфной и кристаллической фаз полимерных материалов с увеличением глубины резания формируется суставчатая стружка (рис. 3, *а—е*), что свидетельствует об ухудшении условий стружкообразования и увеличении энергоемкости резания. Размеры отдельных элементов стружки увеличиваются при таких изменениях условий обработки, которые приводят к увеличению прежде всего напряжений сжатия. В результате ухудшается качество обработанной поверхности.

Процесс стружкообразования зависит и от подачи (см. табл. 3), на что указывает характер изменения коэффициента K_L усадки при изменении подачи: при увеличении подачи K_L увеличивается. Как известно [1], с увеличением подачи возрастают объем деформированного материала и сила резания аналогично тому, что имеет место при увеличении глубины резания. Следовательно, причины изменения характера стружкообразования при увеличении подачи и при увеличении глубины резания аналогичны.

Таким образом, экспериментально доказано, что при точении заготовок из исследованных полимерных материалов на стружкообразование максимальное влияние оказывает глубина резания, о чем свидетельствует уменьшение коэффициента усадки стружки при увеличении глубины резания. Установлено, что в результате неоднородной деформации сжатия и локализации сдвиговой деформации на стыках аморфной и кристаллической фаз полимерных материалов при токарной обработке с увеличением глубины резания наблюдается тенденция формирования элементной стружки.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Кудинов В. А.** Схема стружкообразования (динамическая модель процесса резания) // Станки и инструменты. 1992. № 10. С. 14—17; № 11. С. 26—29.

2. **Гаврилова А. В.** Повышение качества лезвийной обработки полимерных материалов путем предварительного механического деформирования заготовок: Автореф. ... дис. канд. техн. наук. Комсомольск н/А: 2009. Машинопись.

3. **Еренков О. Ю., Ивахненко А. Г., Хосен Р. И.** Новые комбинированные способы обработки полимерных материалов резанием на основе предварительных физико-химических и механических воздействий. Владивосток: Дальнаука, 2007. 219 с.

ВНИМАНИЮ ПОДПИСЧИКОВ ЖУРНАЛА "ВЕСТНИК МАШИНОСТРОЕНИЯ"

Подписка на журнал принимается по каталогам:

"Роспечать" — индекс **70120**;
"Пресса России" — индекс **27841**;
"Почта России" — индекс **60264**.

УДК 621.9:563.2

М. ЕНЕК, канд. техн. наук, Е. Э. ФЕЛЬДШТЕЙН, д-р техн. наук (Зеленогурский университет, Польша),
e-mail: M.Jenek@ibem.uz.zgora.pl

Влияние покрытий на базе многокомпонентных нитридов металлов на стружкообразование при точении улучшенных сталей

Показано влияние покрытий на основе многокомпонентных нитридов металлов на показатели стружкообразования при точении улучшенных сталей. Применение инструмента с покрытием снижает коэффициент утолщения стружки на 15 % и коэффициент трения на 10 %.

Ключевые слова: точение, улучшенная сталь, многокомпонентное покрытие.

Multicomponent metal nitrides coatings impact on chip formation figures in refined steel sharpening was shown. Application of tool having these coatings reduces increase in thickness factor 15 per cent down and reduces index of friction 10 per cent down.

Keywords: sharpening, refined steel, multicomponent coating.

Повышение производительности и качества обработки резанием во многом зависят от режущего инструмента. Для улучшения эксплуатационных показателей инструмента на лезвия наносят твердые износостойкие покрытия толщиной от 2 до 10 мкм. Решающее значение при выборе такого инструмента имеет экономичность обработки, так как он отличается повышенным периодом стойкости, который в 2—5 раз превышает период стойкости инструмента без покрытий [1—3]. К достоинствам данного инструмента можно отнести следующее [4—7]:

снижает взаимодействие материала режущего лезвия с обрабатываемым материалом;

способствует снижению сил резания на 20÷30 %;

уменьшает силы трения на контактных площадках на 25÷40 %;

снижает температуру в зоне резания на 90÷120 °С;

позволяет значительно увеличить скорость резания;

уменьшает расход электроэнергии на 60÷80 %.

Все это в той или иной степени снижает стоимость обработки. Использовать инструмент с покрытием рекомендуется при автоматизированной обработке [1, 2, 8]. Применяют однослойные и многослойные покрытия, отличающиеся химическим составом от обрабатываемого и инструментального материалов. Они могут выдерживать значительные нагрузки, например при обработке твердых сплавов [9, 10]. Чаще применяют покрытия типа MeC, MeN, Me(CN) и MeO [6, 7, 9, 11]. Возможности многокомпонентных покрытий типа $(Me_1, ..., Me_n)N$ на основе нитридов металлов еще мало изучены. Они отличаются высокими эксплуатационными свойствами и применяются при резании труднообрабатываемых материалов в тех случаях, когда однокомпонентные покрытия неэффективны [2, 10].

Цель данной работы — исследовать влияние многокомпонентных покрытий $(Me_1, ..., Me_n)N$ на стружкообразование.

Теоретические основы

В настоящее время применяют два способа исследований процесса резания: экспериментальный и аналитико-расчетный, т. е. компьютерное моделирование. Для последнего в качестве исходных данных кроме показателей свойств материалов детали и инструмента необходима информация об условиях пластического деформирования в зоне контакта, в частности об углах сдвига и углах трения (коэффициентах трения) [12].

Значения среднего коэффициента трения можно определить экспериментально, используя разрезной резец [13] или анализом поля скольжения на микрошлифах корней стружки [14]. Оба способа весьма трудоемки и требуют специальных приспособлений. Наиболее эффективным является расчетной метод на основе различных моделей зоны стружкообразования.

Анализ шлифов корней стружки, полученных при разных условиях обработки, показал, что преобразование срезаемого слоя в стружку происходит в области I, находящейся перед передней поверхностью. Во фронтальном сечении данная область имеет форму, близкую к треугольнику (рис. 1, *а*), одна из вершин которого находится в вершине режущего лезвия, а нижняя сторона *OL* располагается ниже номинального следа резания [12, 15, 16]. При используемых в настоящее время режимах (передний угол, толщина среза, скорость резания) ширина области I небольшая. Поэтому семейство одиночных криволинейных поверхностей скольжения можно заменить одной условной плоскостью сдвига, расположенной под углом Ф относительно вектора скорости резания (рис. 1, *б*) [12, 15]. Пренебрегая силами, действующими по задней поверхности, можно принять, что в процессе резания в зоне стружкообразования действуют две пары сил: нормальная F_{shN} и касательная F_{sh} силы на плоскости сдвига; нормальная $F_{\gamma N}$ и касательная F_{γ} силы на передней поверхности (рис. 1, *в*), которые

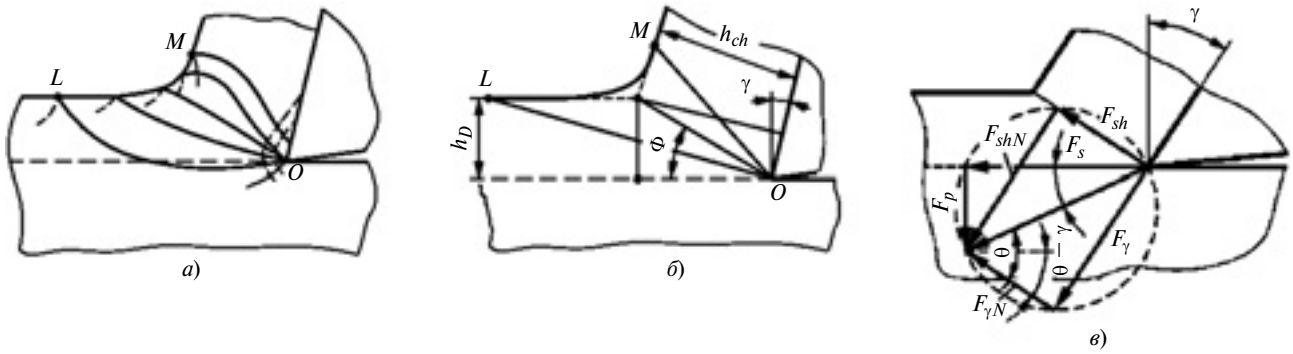


Рис. 1. Двухмерные модели:
а — зона стружкообразования треугольной формы; *б* — упрощенная схема с одиночной плоскостью сдвига; *в* — схема действия составляющих сил резания

складываются в равнодействующую силу R с проекциями: F_c — в направлении резания и F_p — перпендикулярной направлению резания (здесь и далее используются обозначения показателей резания по ISO 3002:1999). На основании анализа взаимодействия стружки с режущим лезвием разработаны математические модели для расчета средних углов Φ и коэффициента μ трения стружки на передней поверхности инструмента [17—20]. Анализ различных моделей показал [21], что для финишной обработки, при которой деформация стружки велика, а углы сдвига малы, наиболее точная модель представлена в работе [18].

Сначала при анализе основных параметров зоны стружкообразования определяли коэффициент k_h утолщения стружки. Для этого рассчитывали среднюю толщину $\bar{h}_D$ срезаемого слоя. При финишной обработке задействован только участок по радиусу скругления вершины резца. Средняя толщина срезаемого слоя в этом случае составит [12]:

$$\bar{h}_D = \frac{f}{1 - \frac{r_\varepsilon}{a_p}\left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{f}{2r_\varepsilon}\right)^2}\right]} \times$$

$$\times \sin\mathrm{arctg}\frac{1 - \frac{r_\varepsilon}{a_p}\left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{f}{2r_\varepsilon}\right)^2}\right]}{\sqrt{\left[2\frac{r_\varepsilon}{a_p} - 1\right] + \frac{r_\varepsilon}{a_p}\left(\frac{f}{2r_\varepsilon}\right)^2}}, \qquad (1)$$

где f — подача; a_p — глубина резания; r_ε — радиус скругления вершины.

Тогда средний коэффициент утолщения стружки

$$k_h = \frac{h_{ch}}{\bar{h}_D}, \qquad (2)$$

где h_{ch} — толщина стружки.

Расчеты угла Φ сдвига выполнены на основании зависимости, приведенной в работе [15]:

$$\mathrm{tg}\Phi = \frac{\cos\gamma + 0{,}05k_h}{0{,}9k_h - \sin\gamma}, \qquad (3)$$

где γ — передний угол.

Относительный сдвиг определяется как [22]:

$$\gamma_{sh} = \mathrm{ctg}\Phi + \mathrm{tg}(\Phi - \gamma). \qquad (4)$$

Средний коэффициент трения на передней поверхности рассчитывается по формуле [16, 18]:

$$\mu = \mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \Phi + \gamma\right). \qquad (5)$$

Условия исследований

В исследованиях использовали сменные неперетачиваемые пластины SPUN 120312 из твердого сплава Р25, на которые методом катодно-ионной бомбардировки (КИБ) на многофункциональной установке "Станкин-АПП-1" наносили покрытия (TiCr)N и (NbTiZr)N толщиной 2 и 4 мкм. Обрабатывали заготовки из стали С45 PN-EN 10083:1999 (аналог — сталь 45 ГОСТ 1050—88) в состоянии поставки и после термообработки, т. е. улучшенную по твердости до 42 HRC. ISO 3685:1993 рекомендует использовать данный материал в качестве эталона при исследовании процессов резания. Исследовали также сталь 40Н PN-89/H-84030 (аналог — сталь 40Х ГОСТ 4543—71) после термообработки, улучшенную до 42 HRC, которая применяется в тяжелонагруженных и ответственных деталях машин.

Точение выполняли резцом CSDPR 2020K12. Геометрия лезвия: $\varphi = \varphi_1 = 45°$; $\gamma = 5°$; $\lambda = 0$; $\alpha = 6°$; $r_в = 1{,}6$ мм. Режимы резания соответствуют финишной токарной обработке: скорость $v = 150$ м/мин, $a_p = 0{,}25$ мм; подача $f = 0{,}05 \div 0{,}125$ мм/об.

Измерения толщины стружки выполняли цифровым микрометром с точностью 0,01 мм. Исследовали изменения в процессе резания основных

параметров зоны стружкообразования: коэффициента k_h утолщения стружки; угла Ф сдвига; относительного сдвига γ_{sh}; среднего коэффициента μ трения на передней поверхности, при использовании разных инструментальных материалов, в том числе с покрытиями. На основе полученной информации разрабатывали математические модели, позволяющие сократить время и стоимость экспериментальных исследований, например по стойкости режущих инструментов [12, 21].

Результаты исследований

Расчетные показатели зоны стружкообразования представлены на рис. 2—4. Наилучшие результаты получены для стали С45 в состоянии поставки (см. рис. 2) во всем диапазоне подач при использовании покрытия (TiCr)N толщиной 2 мкм. Отмечено улучшение относительно показателей для пластин без покрытий по коэффициенту утолщения стружки (до 5 %) и остальным параметрам (на 10÷12 %). У инструмента с покрытием (TiCr)N толщиной 4 мкм зафиксировано некоторое снижение коэффициента трения (на 3 %) и относительного сдвига, а также улучшение по другим эксплуатационным показателям (на 5÷12 %). Режущие пластины с покрытием (NbTiZr)N независимо от толщины имели увеличенный коэффициент трения (на 4÷6 %), а прочие параметры стружкообразования снижены на 12÷18 % по сравнению с пластинами без покрытия.

Для улучшенной стали С45 наилучшие показатели наблюдались во всем диапазоне подач при использовании покрытия (TiCr)N толщиной 2 мкм (см. рис. 3). Улучшения по показателям при малых подачах составили 8÷10 %, с увеличением подачи их разница уменьшалась. При толщине покрытия (TiCr)N 4 мкм наблюдалась обратная картина: при больших подачах показатели улучшались на 6÷8 %, при малых подачах их разница была небольшой. Покрытие (NbTiZr)N ухудшало показатели стружкообразования, причем при малых подачах изменения были небольшими, а при больших подачах они составили 5÷8 % по сравнению с показателями для пластин без покрытия. Преимущество имели пластины с покрытиями толщиной 4 мкм.

При резании улучшенной стали 40Х наилучшие показатели стружкообразования зарегистрированы по всем диапазоне подач для покрытий (TiCr)N и (NbTiZr)N толщиной 2 мкм (на 7÷17 %), лучшие показатели у инструмента с покрытием (TiCr)N. Для режущих пластин с покрытием (TiCr)N толщиной 4 мкм улучшения по показателям стружкообразования составили 5÷9 % при небольших подачах и 1÷3 % при высоких. Результаты исследований инструмента с покрытием (NbTiZr)N толщиной 4 мкм во всем диапазоне подач показали ухудшение показателей на 4÷10 %.

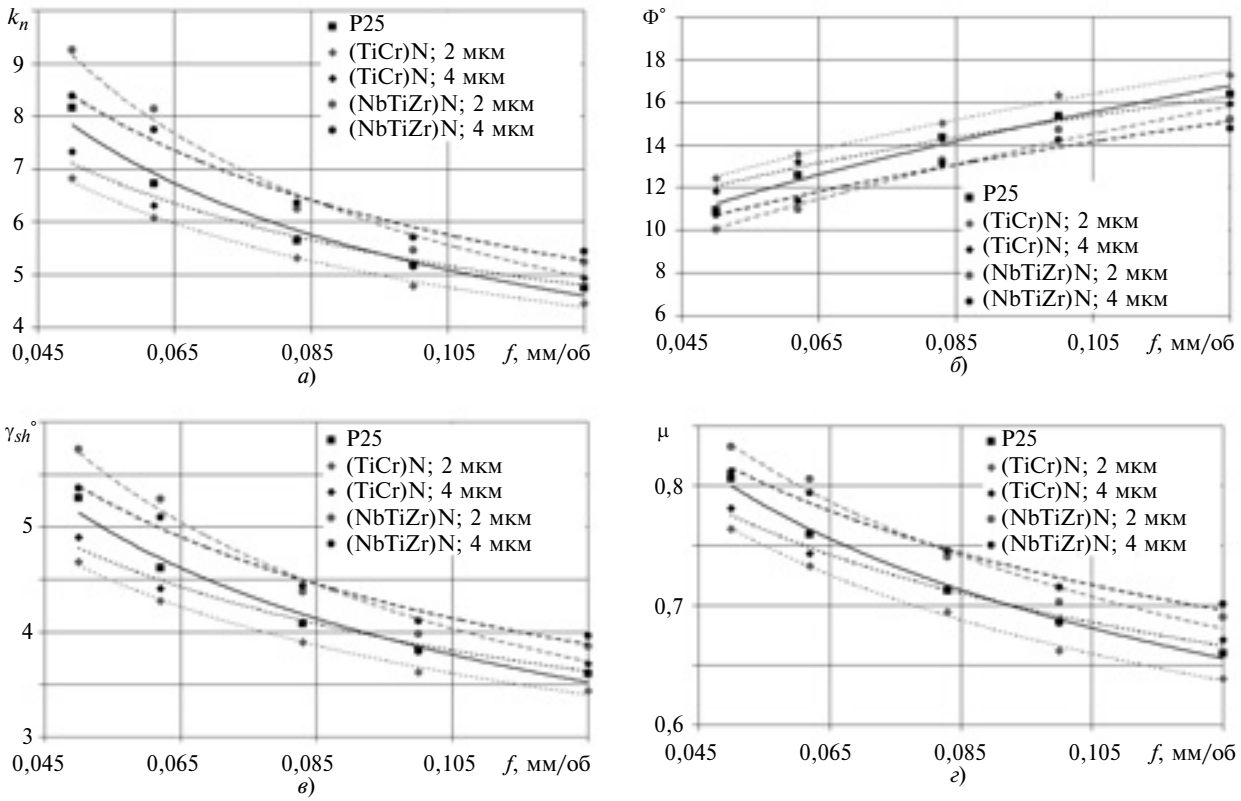


Рис. 2. Зависимости изменения показателей стружкообразования [k_h (*а*), Ф (*б*), γ_{sh} (*в*), μ (*г*)] от подачи *f* при точении стали С45 в состоянии поставки режущими пластинами с покрытиями (TiCr)N и (NbTiZr)N толщиной 2 и 4 мкм

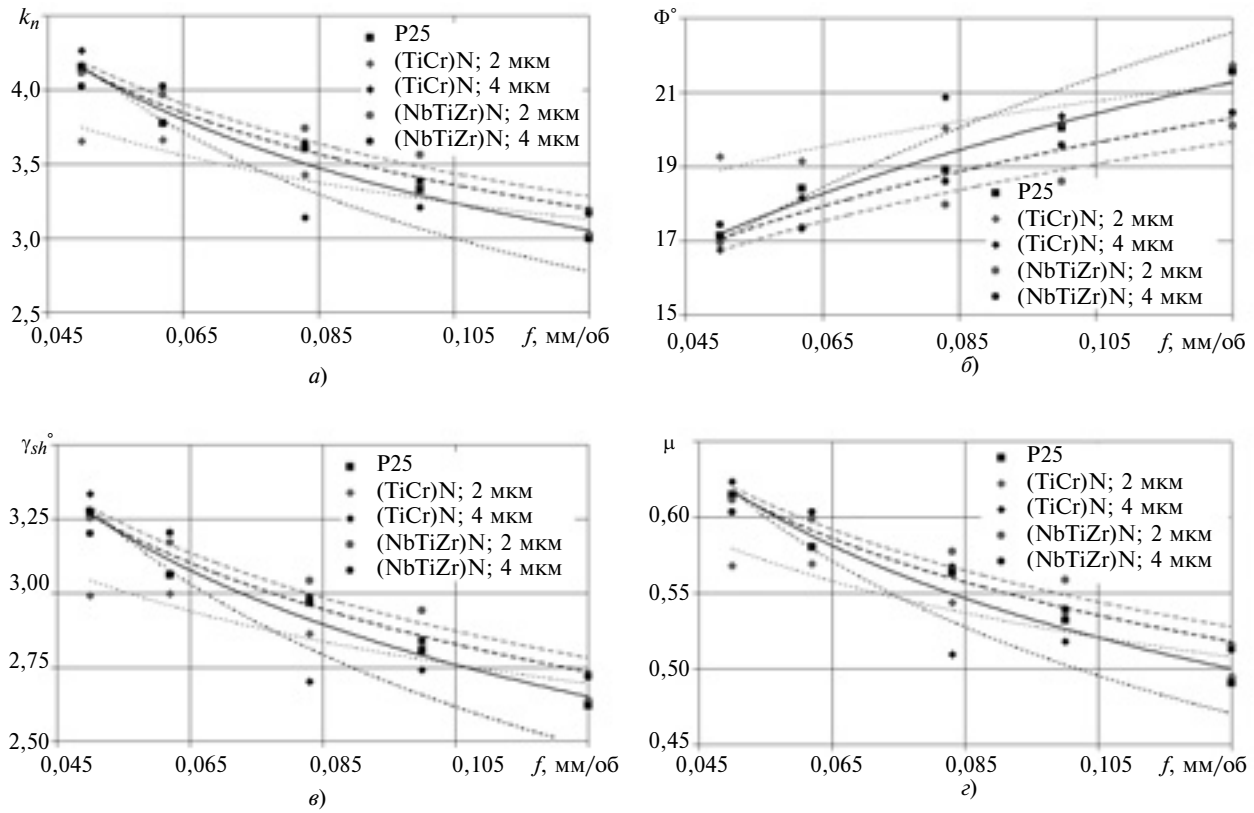


Рис. 3. Зависимости изменения показателей стружкообразования [k_h (*а*), Φ (*б*), γ_{sh} (*в*), μ (*г*)] от подачи *f* при точении улучшенной стали С45 пластинами с покрытиями (TiCr)N и (NbTiZr)N толщиной 2 и 4 мкм

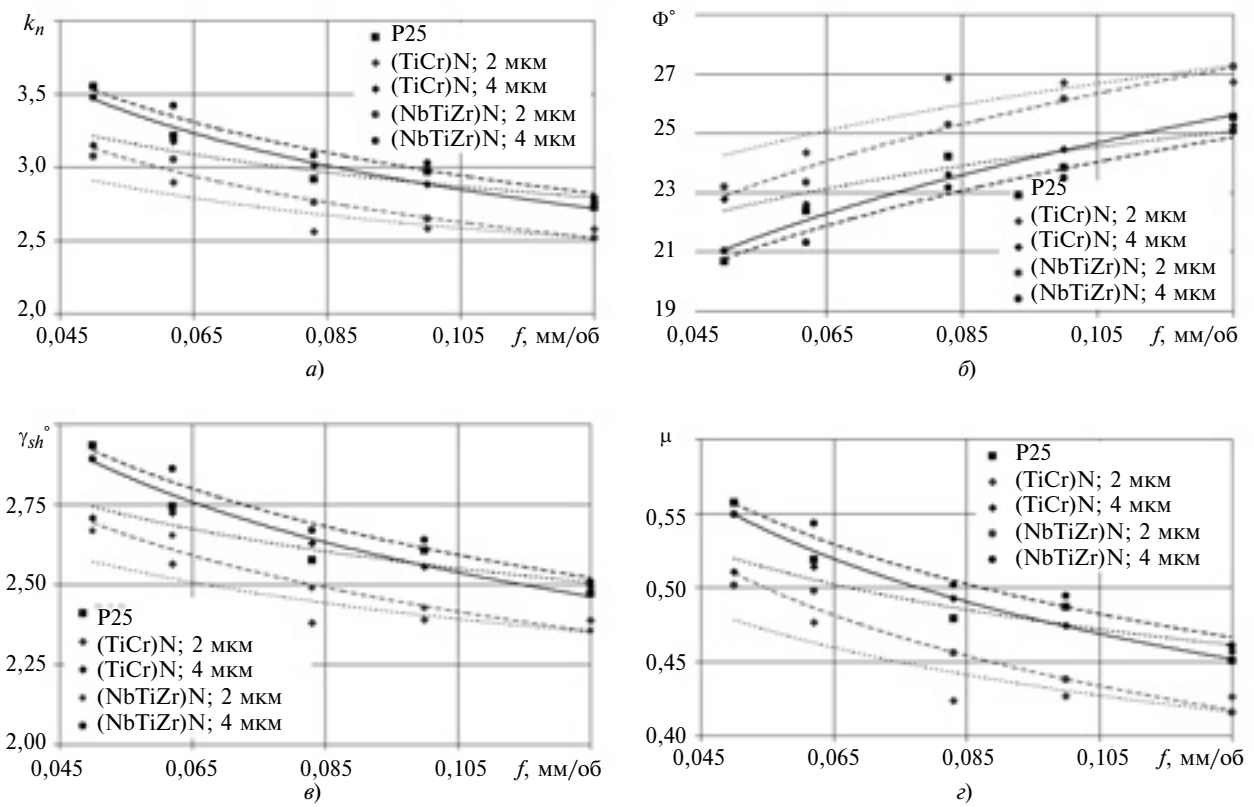


Рис. 4. Зависимости изменения показателей стружкообразования [k_h (*а*), Φ (*б*), γ_{sh} (*в*), μ (*г*)] от подачи *f* при точении улучшенной стали 40Х пластинами с покрытиями (TiCr)N и (NbTiZr)N толщиной 2 и 4 мкм

Таким образом, при резании инструментами с покрытиями существенно изменяются условия трения на контактных площадках, что уменьшает ширину полного и пластического контакта стружки с передней поверхностью инструмента и толщину переходной зоны пластических деформаций. Покрытие предотвращает диффузию материалов детали и инструмента, что приводит к увеличению угла сдвига, снижению деформации стружки и работы, необходимой для ее образования, а следовательно, к снижению расхода энергии при резании.

Исследования показали, что оптимальные состав и толщина покрытия обеспечивают улучшение показателей стружкообразования на 6÷18 %, особенно на малых подачах. Наиболее эффективное покрытие (TiCr)N обеспечивает снижение коэффициента трения до 10 %. Покрытие (NbTiZr)N эффективно только при обработке улучшенной стали 40Х.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Wysiecki M.** Nowoczesne materiały narzędziowe. Warszawa: WNT, 1997. 171 s.
2. **Kupczyk M.** Wytwarzanie i eksploatacja narzędzi skrawających z powłokami przeciwzużyciowymi. Poznań: Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, 2009. 445 s.
3. **Григорьев С. Н.** Эффективность процессов обработки. М.: МГТУ Станкин, 2006. 283 с.
4. **Васин С. А., Верещака А. С., Кушнер В. С.** Резание материалов. Термомеханический подход к системе взаимосвязей при резании. М.: МГТУ им. Баумана, 2001. 447 с.
5. **Boothroyd G., Knight W. A.** Fundamentals of Machining and Machine Tools. Boca Raton: CRC Press, 2006. 542 p.
6. **Trent E. M., Wright P. K.** Metal Cutting. Boston: Butterworth-Heinemann, 2000. 446 p.
7. **Holmberg K., Matthews A.** Coatings tribology. Properties, Mechanisms, Techniques and Applications in Surface Engineering. Tribology and interface engineering series. N 56. Amsterdam: Elsevier, 2009. 560 p.
8. **Przybylski L.** Strategia doboru warunków obróbki współczesnymi narzędziami. Kraków: Politechnika Krakowska, 2000. 286 s.
9. **Kupczyk M.** Inżynieria powierzchni. Powłoki przeciwzużyciowe na ostrza skrawające. Poznań: Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, 2004. 176 s.
10. **Григорьев С. Н., Волосова М. А.** Нанесение покрытий и поверхностная модификация инструмента. М.: МГТУ Станкин, 2007. 324 с.
11. **Григорьев С. Н., Воронин Н. А.** Технология вакуумно-плазменной обработки инструмента и деталей машин. М.: МГТУ Станкин, 2005. 507 с.
12. **Astakhov V. P.** Tribology of Metal Cutting. Tribology and Interface Engineering Series. N 52. London: Elselvier, 2006. 425 p.
13. **Gordon M. B.** The applicability of binomial law to the process of friction in the cutting of metals // Wear. 1967. N 10. P. 274—290.
14. **Roth R. N., Oxley P. L. B.** A slip-line field analysis for orthogonal machining based on experimental flow fields // Journal of Mechanical Engineering Science. 1972. N 14. P. 86—97.
15. **Зорев Н. Н.** Вопросы механики резания металлов. М.: Машгиз, 1956. 368 с.
16. **Grzesik W.** Advanced Machining Processes of Metallic Materials. Theory, Modelling and Applications. Amsterdam: Elsevier, 2008. 446 p.
17. **Ernst H., Merchant M. E.** Chip formation, friction and high quality machined surfaces // Surface Treatment of Metals. ASM. 1941. N 29. P. 299-378.
18. **Lee E. H., Shaffer B. W.** The theory of plasticity applied to a problem of machining // Journal of Applied Mechanics. 1951. N 18. P. 405—413.
19. **Панченко К. П.** Русские ученые — основоположники науки резания металлов. Жизнь, деятельность и избранные труды. М.: Машгиз, 1952. 220 с.
20. **Седоков Л. М.** Механические теории прочности. Томск: ТПИ, 1975. 140 с.
21. **Feldshtein E., Maruda R.** The analyze of friction conditions on a rake face when finish turning on the base of chip thickness changes // Tribologia. Teoria i Praktyka. 2010. N 4. P. 87—98.
22. **Grzesik W.** Podstawy skrawania materiałow metalowych. Warszawa: WNT, 1998. 382 s.

Сварка Реновация Триботехника

6-ая Уральская научно-практическая конференция

Организаторы: НТИ (ф) УрФУ, ОАО "НПК "Уралвагонзавод", ООО "Композит".

Конференция пройдет 01.02.2013 в Нижнетагильском технологическом институте (филиале Уральского федерального университета им. первого Президента России Б. Н. Ельцина).

Участвуют докладчики и слушатели.

Тезисы докладов (до трех страниц) принимаются до 25.12.12 по e-mail: 245901@mail.ru

Сборник докладов выйдет к началу конференции.

Предоставляется возможность посетить производственные участки плазменной закалки, наплавки, карбонитрации, а также танковый музей и музей горно-заводского дела. Выдаются сертификаты о повышении квалификации государственного образца. Организационный взнос — 500 р.

Подробнее на сайте: www.kompozit.ru
Тел.: +7 950-656-2575

Ответственный за программную часть конференции проф. Короткое Владимир Александрович.

УДК 621.787

А. В. ЩЕДРИН, канд. техн. наук, С. А. ГАВРИЛОВ
(Московский Государственный машиностроительный университет (МАМИ)), М. А. ЗИНИН (ОАО "НПП "Респиратор", г. Орехово-Зуево),
e-mail: FUEL7@yandex.ru

Оптимизация рецептуры металлоплакирующих смазок для комбинированного дорнования отверстий в заготовках из нешлифуемых цветных сплавов

Экспериментально исследовано комбинированное дорнование (протягивание) отверстий инструментом с регулярной микрогеометрией поверхности в условиях безызносности Гаркунова—Крагельского с применением металлоплакирующей композиции Валена.

Ключевые слова: дорнование, металлоплакирующая присадка, эффект безызносности.

The combined mandreling (drawing) holes with the tool having routine surface microgeometry under the Garcunov—Kragelskiy wear-resistance restrictions using the Valen metal cladding composition was experimentally researched.

Keywords: mandreling, metal cladding additive, wear-resistance effect.

В работах [1, 2] представлены результаты поисковых исследований технологических возможностей металлоплакирующей маслорастворимой присадки Валена, реализующей эффект безызносности Гаркунова—Крагельского [3].

Для получения дополнительной информации были проведены расширенные комплексные исследования метода комбинированного деформирующе-режущего дорнования (протягивания) отверстий инструментом с регулярной микрогеометрией поверхности [4].

В качестве обрабатывающего инструмента использовали сборные однозубые дорны (прошивки) [4] с деформирующими элементами с параметрами: диаметр по калибрующей ленте — 20 мм; углы рабочего и обратного конусов — 5°; ширина калибрующей ленты — 7 мм. Материал деформирующих элементов — быстрорежущая сталь Р6М5. Регулярный микрорельеф (РМР) рабочей поверхности деформирующих элементов выполнялся на исходном иррегулярном микрорельефе (ИМР), полученном после шлифования и полирования, в виде однозаходных винтовых канавок [4, 5] с радиусом 1,5 мм, шагом $Ш_К$ = 0,5 мм и глубиной на участке калибрующей ленты $Г_К$ = 8 и 20 мкм. Аналогичные профилограммы калибрующих лент деформирующих элементов представлены в работе [6]. Параметры $Г_К = Ш_К = 0$ РМР условно соответствуют исходному ИМР [4, 6].

В качестве экспериментальных образцов-заготовок использовали втулки из дюралюминия Д1 (121 *НВ*). Предварительная обработка отверстий втулок — растачивание с параметром шероховатости поверхности $Ra < 2$ мкм. Фактическая деформация на диаметр отверстия (натяг деформирования) варьировалась в диапазоне 0,1÷0,4 мм с шагом 0,1 мм. Обработку выполняли на испытательной машине при скорости дорнования 0,05 м/мин. В качестве базового смазочного материала использовали минеральное масло И-40 с добавкой металлоплакирующей медьсодержащей композиции Валена, реализующей эффект безызносного трения. Испытания проводили без присадки и с содержанием присадки C = 10 и 20 %.

На рис. 1÷3 приведены зависимости удельного усилия $q_д$ обработки [4] от фактической абсолютной деформации $i_ф$, характе-

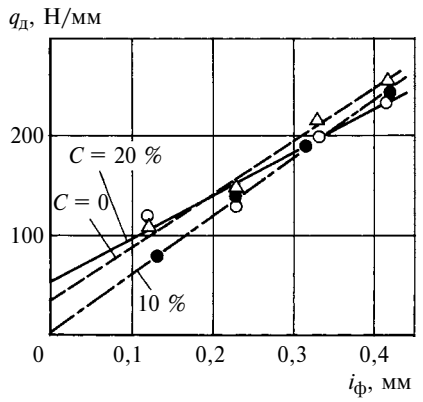


Рис. 1

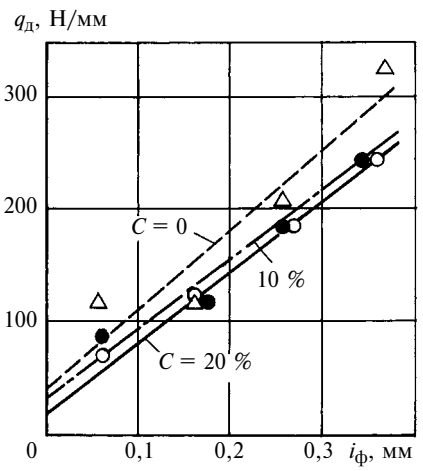


Рис. 2

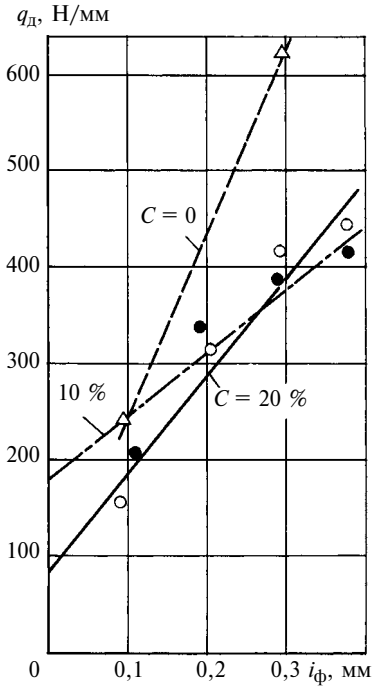


Рис. 3

ра и параметров микрогеометрии инструмента, а также содержания C присадки Валена. Предварительный анализ полученных зависимостей показал, что реализация эффекта безызносности в виде уменьшения усилия обработки возможна даже в условиях ИМР рабочей поверхности инструмента. Зависимости можно представить линейным уравнением

$$q_д = A_0 + A_1 i_ф, \qquad (1)$$

где A_0, A_1 — коэффициенты уравнения регрессии; $i_ф$ — фактическая абсолютная деформация на диаметр.

Для иррегулярного микрорельефа при $Г_к = Ш_к = 0$ (см. рис. 1):

$$\begin{cases} q_{д0} = 36{,}75 + 520{,}016 i_ф; \\ q_{д10} = 1{,}143 + 574{,}9 i_ф; \\ q_{д20} = 55{,}12 + 422{,}28 i_ф. \end{cases} \qquad (2)$$

Для регулярного микрорельефа при $Г_к = 8$ мкм, $Ш_к = 0{,}5$ мм (см. рис. 2):

$$\begin{cases} q_{д0} = 40{,}91 + 696{,}72 i_ф; \\ q_{д10} = 35{,}22 + 589{,}46 i_ф; \\ q_{д20} = 19{,}15 + 620{,}83 i_ф. \end{cases} \qquad (3)$$

Для регулярного микрорельефа при $Г_к = 20$ мкм, $Ш_к = 0{,}5$ мм (см. рис. 3):

$$\begin{cases} q_{д0} = 54{,}31 + 1879{,}96 i_ф; \\ q_{д10} = 182{,}57 + 639{,}66 i_ф; \\ q_{д20} = 88{,}59 + 1003{,}68 i_ф. \end{cases} \qquad (4)$$

По аналогии с работами [1, 2] динамический эффект будем оценивать относительным изменением усилия обработки: $\Delta q_д = \dfrac{q_{д0} - q_{дC}}{q_{д0}} 100$, где $q_{д0}$ и $q_{дC}$ — усилие обработки при равной фактической абсолютной деформации соответственно при отсутствии и наличии в масле И-40 присадки Валена (C в индексе — процентное содержание присадки). Другим оценочным параметром, как и в работах [1, 2], будет относительное изменение деформации исходного отверстия: $\Delta i_{фC} = \dfrac{i_{фC} - i_{ф0}}{i_{ф0}} 100$, где $i_{ф0}$ и $i_{фC}$ — фактическая абсолютная деформация при равном усилии обработки соответственно при отсутствии и наличии в масле И-40 присадки Валена.

Зависимости относительного усилия обработки $\Delta q_д$ от относительной абсолютной фактической деформации $\Delta i_ф$, содержания C присадки Валена и параметров микрорельефа ($Г_к = Ш_к = 0$) поверхности инструмента приведены на рис. 4. Зависимости деформации $\Delta i_{фC}$ при обработке с присадкой от усилия $q_д$ обработки, фактической деформации $i_{ф0}$ при отсутствии присадки (данная шкала введена для наглядности), содержания C присадки Валена и параметров микрорельефа ($Г_к = 8$ мкм, $Ш_к = 0{,}5$ мм) поверхности инструмента приведены на рис. 5. Анализ зависимостей показал значительное снижение энергосиловых затрат и повышение производительности обработки в виде увеличения абсолютной деформации. В сравнении с результатами аналогичных исследований [1, 2] при определенных содержании присадки Валена и микрорельефе поверхности инструмента наблюдается увеличение динамического эффекта и производительности обработки по мере увеличения деформации (рис. 6). Это объясняется накоплением смазочного мате-

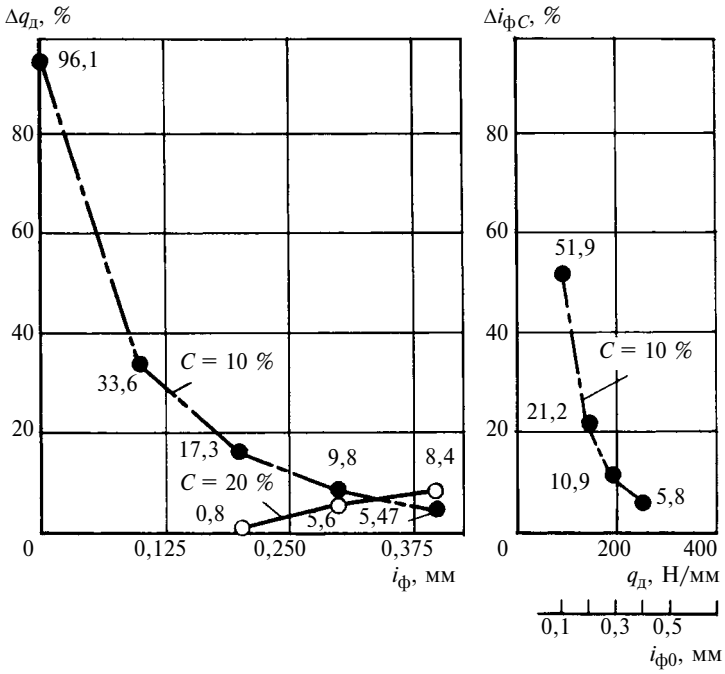


Рис. 4

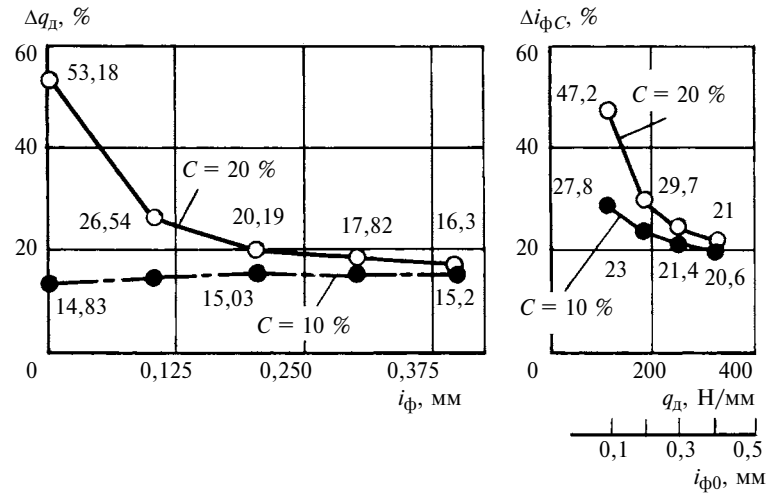


Рис. 5

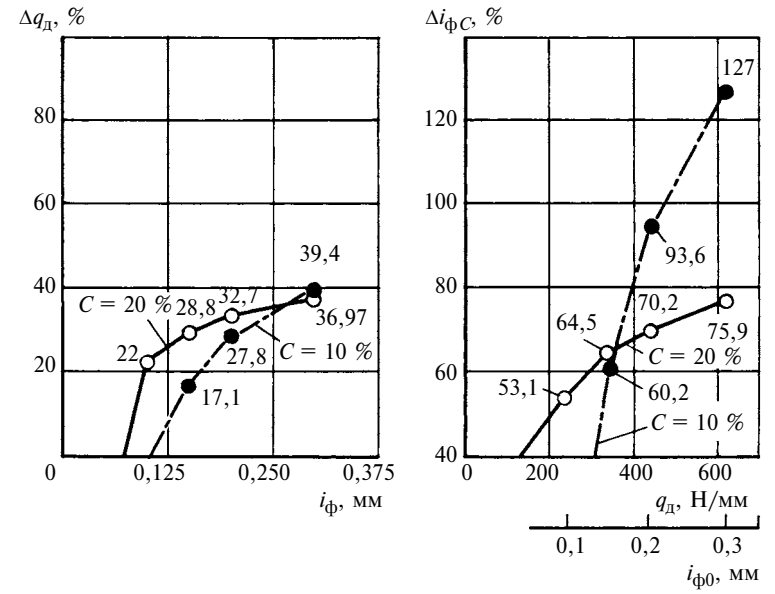


Рис. 6

риала в канавках РМР с параметрами $Г_к$ = 20 мкм, $Ш_к$ = 0,5 мм, излишки которого выдавливаются обрабатываемым материалом, что способствует снижению трения и изнашивания инструмента.

Проанализировав изменение коэффициентов уравнений регрессии систем (2)÷(4) в зависимости от содержания C присадки Валена, можно сделать вывод: дальнейшее существенное снижение усилия обработки возможно при увеличении содержания присадки до 25÷30 %.

На рис. 7÷9 приведены зависимости коэффициента $K_у$ уточнения по параметру шероховатости Ra обработанной поверхности отверстия [1, 2] образцов-деталей после дорнования от фактической абсолютной деформации $i_ф$, содержания C присадки и параметров микрорельефа поверхности инструмента: $K_у(Ra) = Ra_з/Ra_д$, где $Ra_з$ и $Ra_д$ — параметры шероховатости поверхности отверстия соответственно после предварительного растачивания и окончательного дорнования. Параметры микрорельефа: рис. 7 — $Г_к = Ш_к = 0$; рис. 8 — $Г_к$ = 8 мкм, $Ш_к$ = 0,5 мм; рис. 9 — $Г_к$ = 20 мкм, $Ш_к$ = = 0,5 мм.

Для инструмента с ИМР поверхности при увеличении содержания присадки Валена коэффициент $K_у$ уменьшается (см. рис. 7). Это связано с локализацией деформации части исходных микровыступов поверхности отверстия в образующемся слое сервовитной медной пленки. Существенное увеличение деформации исходных микровыступов поверхности, обусловленное большими значениями $K_у$ при применении инструмента с РМР (см. рис. 8 и 9), объясняется дополнительным

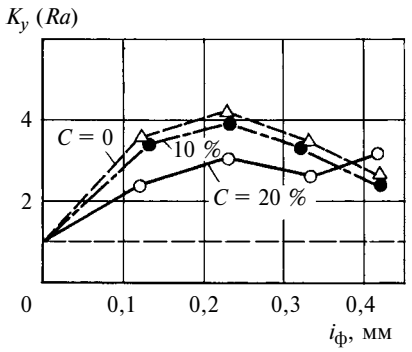


Рис. 7

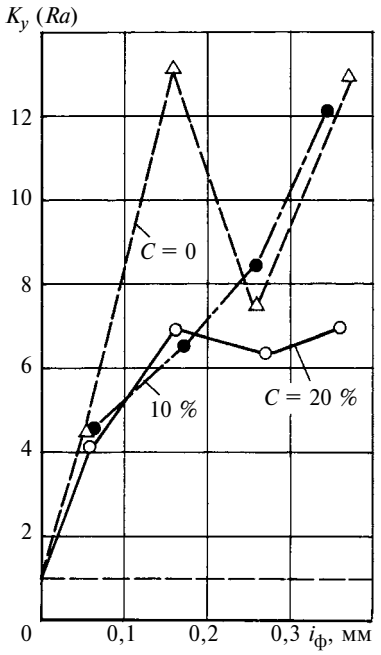


Рис. 8

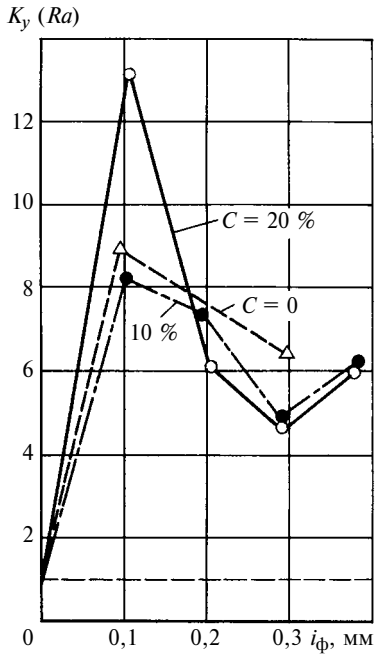


Рис. 9

многократным воздействием на микроуровне, так как каждый выступ РМР является микродеформирующим элементом эффективной формы [5].

По аналогии с работами [1, 2], усредняя коэффициент $K_у$ по диапазону $i_ф$, получим зависимости среднего коэффициента уточнения по параметру шероховатости поверхности отверстия образцов-деталей от содержания присадки Валена и параметров микрорельефа поверхности инструмента (рис. 10), анализ которых подтверждает высокую эффективность РМР и металлоплакирующих смазок. На рис. 10: *1* — $Г_к = Ш_к = 0$; *2* — $Г_к = 8$ мкм и $Ш_к = 0{,}5$ мм; *3* — $Г_к = 20$ мкм и $Ш_к = 0{,}5$ мм.

Критерием оптимизации рецептуры металлоплакирующих смазок является также точность — поле рассеяния значений диаметров получаемых отверстий $\Delta D_д$ (рис. 11, $Г_к = 20$ мкм, $Ш_к = 0{,}5$ мм) после дорнования от фактической абсолютной деформации $i_ф$ и содержания *C* присадки Валена. Анализ приведенных зависимостей показал, что по сравнению со штатными смазочными материалами металлоплакирующие смазки позволяют существенно (до 2 раз) повысить размерную точность. По аналогии с работами это можно объяснить минимизацией деформационных искажений отверстия в результате уменьшения усилий обработки при образовании сервовитной медной пленки, обладающей уникальными физическими свойствами [2, 6, 7].

Выполненный комплекс исследований в совокупности с результатами работы [2] позволяет оптимизировать рецептуру металлоплакирующих смазок, например для обработки нешлифуемых цветных сплавов при конкретных технологических условиях и требованиях.

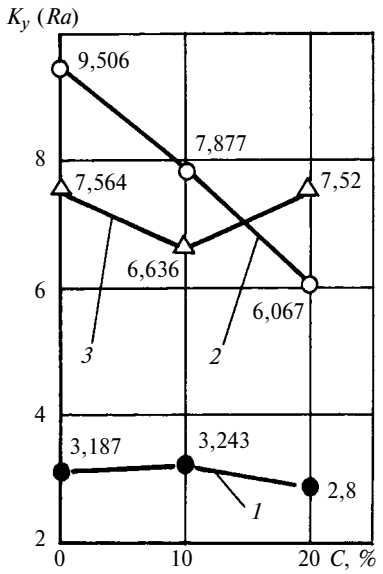


Рис. 10

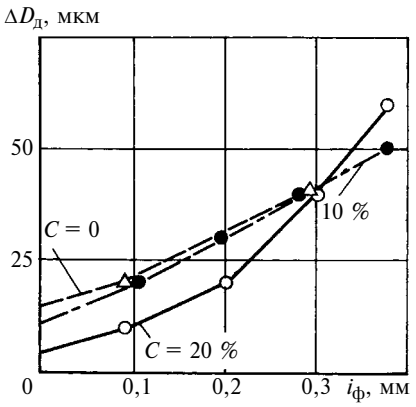


Рис. 11

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Расширение** возможностей комбинированного волочения инструментом с регулярной микрогеометрией путем применения металлоплакирующих присадок / А. В. Щедрин, А. А. Бекаев, Д. Н. Гаркунов и др. // Вестник машиностроения. 2011. № 4. С. 69—72.

2. **Влияние** металлоплакирующей присадки Валена на показатели комбинированной обработки / М. А. Зинин, С. А. Гаврилов, А. В. Щедрин, Д. Н. Гаркунов // Вестник машиностроения. 2011. № 9. С. 77—80.

3. **Гаркунов Д. Н., Крагельский И. В.** Эффект избирательного переноса при трении (эффект безызносности) // Диплом № 41. Открытия в СССР 1957—1967 гг. М.: ЦНИИПИ, 1968. С. 52—53.

4. **Повышение** эффективности комбинированного протягивания отверстий на основе регуляризации микрогеометрии поверхности деформирующих элементов / А. В. Щедрин, В. В. Ульянов, А. А. Бекаев, Н. Ю. Чихачева // Вестник машиностроения. 2009. № 9. С. 57—60.

5. **Трибология** как фундаментальная основа системного проектирования конкурентоспособных технологических объектов / А. В. Щедрин, В. В. Ульянов, Н. Ю. Чихачёва и др. // Ремонт, восстановление, модернизация. 2009. № 4. С. 15—20.

6. **Оценка** метода комбинированного прошивания отверстий с противодавлением технологической смазки / А. В. Щедрин, В. В. Ульянов и др. // Вестник машиностроения. 2008. № 1. С. 41, 42.

7. **Триботехника** (износ и безызносность) / Под ред. Д. Н. Гаркунова. М.: МСХА, 2001. 616 с.

УДК 621.735.3

Р. А. ОКУЛОВ, В. С. ПАРШИН, д-р техн. наук, А. П. КАРАМЫШЕВ, канд. техн. наук
(Уральский федеральный университет им. Б. Н. Ельцина, г. Екатеринбург),
e-mail: successfull555@gmail.com

Энергоемкость обработки заклепочной проволоки из дюралюминия волочением и радиальным обжатием

Проанализированы энергетические расходы на смещение единицы массы при производстве заклепочной проволоки из дюралюминия холодным волочением на стане многократного волочения и ковкой на радиально-обжимной машине AVS.

Ключевые слова: волочение, ковка, радиальное обжатие, эффективность, энергоемкость, заклепочная проволока.

Energy consumptions per the mass unit displacement at machining duralumin rivet wire through cold drawing on the multidie machine and by blacksmithing on the radial clamping machine AVS were analyzed.

Keywords: drawing, blacksmithing, radial clamping, efficiency of production, energy intensity, rivet wire, aluminium.

Для сравнения разных способов производства заклепочной проволоки из алюминиевых сплавов по экономичности и энергоэффективности необходим критерий оценки. Им может быть коэффициент k, учитывающий эффективность производства, для нахождения которого сравним два способа производства круглого сплошного профиля — холодное волочение и радиальное обжатие, по формуле

$$k = E_{\text{в}}/E_{\text{к}}, \qquad (1)$$

где $E_{\text{в}}$ и $E_{\text{к}}$ — энергоемкости волочения и ковки соответственно.

В соответствии с ГОСТ Р 51750—2001 "Методика определения энергоемкости при производстве продукции" энергоемкость может быть определена как

$$E = A/m, \qquad (2)$$

где A — совершаемая работа; m — единица массы смещенного металла.

Сравним энергоемкость получения заклепочной проволоки из алюминиевого сплава Д16 по ГОСТ 14838—78 и по специальным техническим условиям, для чего определим затраты энергий на смещение единицы массы на единице длины заклепочной проволоки от начального диаметра, равного 10 мм, до конечного диаметра 7 мм при производстве на волочильном стане и радиально-ковочной машине.

Для изготовления заклепочной проволоки на волочильном стане [1] сначала на горизонтальном гидравлическом прессе получают заготовку для дальнейшего волочения — горячепрессованный пруток, который далее сматывается в бухту и отжигается. Отожженная бухта поступает на стан однократного волочения с вертикальным барабаном, после которого вновь отжигается. Затем бухту наращивают путем сварки проволоки встык. Готовая бухта обрабатывается на станах многократного волочения проволоки до конечного размера.

Определим энергоемкость обработки на стане для многократного волочения дюралюминиевой проволоки от диаметра 10 мм до диаметра 7 мм за четыре перехода: ∅10 — ∅9 — ∅8 — ∅7,4 — ∅7 без отжига по формуле:

$$E = \sum_{i=1}^{k} E_i, \qquad (3)$$

где k — число переходов; E_i — энергоемкость волочения круглого профиля в проволоку с комбинированным продольным профилем рабочей зоны за один переход.

С учетом равенства (2) выражение (3) примет вид:

$$E_{\text{в}} = \frac{A_1}{m_1} + \frac{A_2}{m_2} + \frac{A_3}{m_3} + \frac{A_4}{m_4}, \qquad (4)$$

где $A_1 \div A_4$ — работы, совершаемые соответственно на переходах 1÷4; $m_1 \div m_4$ — единицы массы металла, смещенного на переходах 1÷4.

Работа, совершаемая на переходе, определяется выражением [2]

$$A_j = P_{\text{в}j} L_j, \qquad (5)$$

где $P_{\text{в}j}$ — усилие волочения j-го перехода; L_j — длина, обработанная за j-й переход.

Длина обработанной заготовки

$$L_4 = L_3\mu_3 = L_2\mu_2\mu_3 = L_1\mu_1\mu_2\mu_3, \qquad (6)$$

где $\mu_1 \div \mu_3$ — коэффициенты вытяжки на переходах 1÷3.

Подставив выражения (6) и (5) в равенство (4), получим:

$$E_в = \frac{P_{в1}L_1\mu_1}{m_1} + \frac{P_{в2}L_1\mu_1\mu_2}{m_2} + \frac{P_{в3}L_1\mu_1\mu_2\mu_3}{m_3} + \frac{P_{в4}L_1\mu_1\mu_2\mu_3\mu_4}{m_4}. \qquad (7)$$

Рассмотрим ковку на радиально-ковочной машине AVS-40 заклепочной проволоки из того же горячепрессованного прутка с ∅10 мм до ∅7 мм за один переход. Энергоемкость ковки:

$$E_к = A_к/m_к. \qquad (8)$$

Здесь $A_к$ — работа при радиальном обжатии:

$$A_к = N_к L_н/v, \qquad (9)$$

где $N_к$ — мгновенная мощность одного обжатия; $L_н$ — начальная длина заготовки; v — скорость подачи заготовки.

Для удобства анализа приравняем начальную длину $L_н$ заготовки к длине L_1 заготовки, обрабатываемой волочением перед первым переходом. Скорость подачи заготовки

$$v = S\omega/60, \qquad (10)$$

где ω — частота вращения заготовки; S — подача на одно обжатие.

Подставив выражения (9) и (10) в формулу (8), получим:

$$E_к = \frac{60N_к L_1}{m_к S\omega}. \qquad (11)$$

Переход	μ	m, кг	P, Н
Волочение			
1	1,235	0,145	3453
2	1,266	0,164	6950
3	1,169	0,104	8563
4	1,118	0,072	9261
Ковка			
1	2,04	0,642	14 370

Подставив в выражение (1) формулы (7) и (11) получим:

$$k = \left[\frac{P_{в1}L_1\mu_1}{m_1} + \frac{P_{в2}L_1\mu_1\mu_2}{m_2} + \frac{P_{в3}L_1\mu_1\mu_2\mu_3}{m_3} + \frac{P_{в4}L_1\mu_1\mu_2\mu_3\mu_4}{m_4}\right] \Big/ [60N_к L_1/(m_к S\omega)]. \qquad (12)$$

Сократив числитель и знаменатель выражения (12) на L_1, получим:

$$k = \frac{\dfrac{P_{в1}\mu_1}{m_1} + \dfrac{P_{в2}\mu_1\mu_2}{m_2} + \dfrac{P_{в3}\mu_1\mu_2\mu_3}{m_3} + \dfrac{P_{в4}\mu_1\mu_2\mu_3\mu_4}{m_4}}{60N_к/(m_к S\omega)}. \qquad (13)$$

Для определения коэффициента эффективности k по формуле (13) используем сведения по определению мгновенной мощности $N_к$ одного обжатия, приведенные в работе [2] для обжатия заготовок на радиально-ковочной машине AVS и методику определения усилий волочения [3]. При $P_{в1}$ = 3453 Н, $P_{в2}$ = 6950 Н, $P_{в3}$ = 8563 Н, $P_{в4}$ = 9261 Н, μ_1 = 1,235, μ_2 = 1,266, μ_3 = 1,169, μ_4 = 1,118, $N_к$ = 170 Вт, S = 0,001 м, ω = 710 мин$^{-1}$, m_1 = 0,145 кг, m_2 = 0,164 кг, m_3 = 0,104 кг, m_4 = 0,072 кг, $m_к$ = 0,642 кг получаем k = 11,21. Критерии сравнения ковки и волочения представлены в таблице.

Таким образом, установлено что в данном случае энергоемкость ковки в 11,21 раза меньше энергоемкости волочения, несмотря на то, что коэффициент k эффективности не учитывает затраты энергии при волочении на такие технологические операции, как отжиг, наращивание бухты и другие подготовительные работы. Кроме того, металл, обработанный ковкой, имеет более высокие механические свойства, чем металл, полученный другими способами обработки давлением. Это свидетельствует о целесообразности более широкого использования ковочных машин.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Изготовление** заклепочной проволоки из алюминиевых сплавов с применением радиально-ковочной машины / В. С. Паршин, А. П. Карамышев, И. И. Некрасов, П. П. Савинцев // Цветные металлы. 2002. № 4. С. 69, 70.

2. **Карамышев А. П., Некрасов И. И., Паршин В. С.** Определение усилия обжатия заготовок на радиально-ковочной машине AVS // Металлург. 2009. № 3. С. 61—63.

3. **Берлин И. Л., Ерманок М. З.** Теория волочения. М.: Металлургия, 1971. 448 с.

УДК 621.002.8:65.011.46

С. И. ПЕТРУШИН, д-р техн. наук, Р. Х. ГУБАЙДУЛИНА, канд. техн. наук (Юргинский технологический институт — филиал Томского политехнического университета), e-mail: victory_28@mail.ru

Утилизация как замыкающий этап жизненного цикла изделия машиностроения

Предложен принцип замкнутого жизненного цикла изделий (ЖЦИ). Рассмотрены задачи этапа утилизации как замыкающего звена обратной связи ЖЦИ и аспекты его оптимального функционирования для создания PLM-системы автоматизированного проектирования в машиностроении.

Ключевые слова: жизненный цикл изделия, маркетинг, обратная связь, утилизация, экономическое обоснование, ресурс.

Complete products life history (PLH) conception was proposed. Problems of salvage phase as chain coupling of backlink and sides of its optimal performance for PLM system of computer-aided design engineering development were considered.

Keywords: product life history, marketing, backlink, salvage, economic feasibility, life time.

Широко используемый комплексный показатель — жизненный цикл изделия (ЖЦИ), который включает в себя все этапы существования (от задумки до утилизации) применяется при разработке информационных CALS-технологий [1], охватывающих в основном проектирование и изготовление изделий (CAD/CAM/CAE/PDM-системы). Сегодня актуальны задачи по созданию глобальных автоматизированных систем управления ЖЦИ — Produkt Lifecycle Management (PLM), для успешной реализации которых в качестве объектов автоматизации необходимо выбирать прогрессивные технологии и современные средства организации машиностроительного производства. Совершенствование бизнес-процессов на предприятиях путем эффективного взаимодействия информационных и производственных технологий позволит повысить интеграцию в машиностроении.

Как правило, рассматривается разомкнутый ЖЦИ (рис. 1): предполагается, что изделие, последовательно проходя этапы маркетинговых исследований, проектирования, изготовления, эксплуатации и утилизации, прекращает свое существование, удовлетворив запросы потребителей. Однако незамкнутые функциональные цепи в аспекте теории автоматического регулирования и управления неэффективны. Для повышения управляемости и устойчивости системы ее следует замкнуть введением обратных связей. Построим замкнутый ЖЦИ с учетом положений, установленных в работах [2—5].

На рис. 2 приведен вариант функционирования замкнутого ЖЦИ применительно к машиностроительному предприятию. Все управление ЖЦИ сосредоточено в блоке маркетинга. Под маркетингом, как правило, понимают изучение и анализ сектора рынка, к которому относится данное изделие, что не вполне соответствует функциям данного этапа в нашей задаче. Можно использовать такое понятие, как инжиниринг, которое характеризует наукоемкий процесс комплексного и завершенного создания или технического перевооружения (реинжиниринг) производственных систем и включает в себя следующее: прогноз и комплексное планирование; маркетинг; технико-экономическое обоснование; разработку новой системы; ее ком-

Рис. 1. Схема разомкнутого ЖЦИ

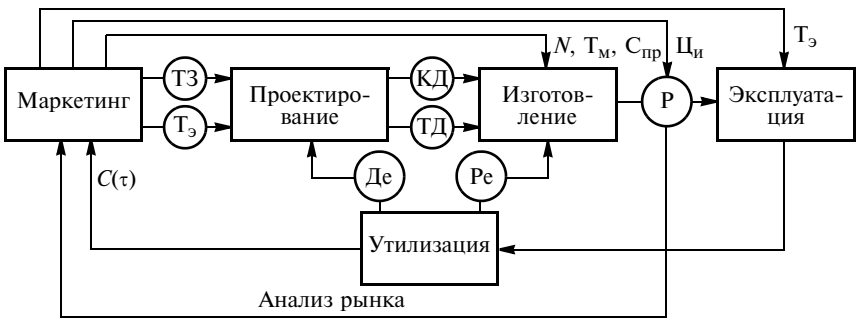


Рис. 2. Схема замкнутого ЖЦИ:
ТЗ — техническое задание; КД — конструкторская документация; ТД — технологическая документация; Р — рынок; Де — дефектация; Ре — реновация

плектную поставку; подбор и обучение специалистов; сдачу производственной системы под ключ, сервисное сопровождение. Таким образом, инжинирингом занимаются финансово самостоятельные венчурные фирмы, следовательно, и этот термин неточен для обозначения первого этапа ЖЦИ. Поэтому остановимся на маркетинге, придав ему расширенное значение.

Главная задача маркетинга заключается в разработке технико-экономического обоснования и технического задания на проектирование нового изделия. Однако он должен определять экономически обоснованный срок службы (ЭОСС) изделия $T_э$ [2], время $T_м$ его морального изнашивания, оптимальную программу выпуска (количество N продукции), плановую цену $Ц$ изделия, лимиты текущих расходов $C_{пр}$, капитальные вложения в производство, оптимальный такт выпуска, плановую прибыль предприятия и ряд других макроэкономических показателей (см. рис. 2). При этом этапе показатель $T_э$ является директивой оптимального конструирования изделия по критерию надежности [4] и одновременно рекомендацией по гарантированному сроку службы, который указывается в техническом паспорте изделия. Информация о цене изделия и ее изменении в зависимости от ситуации на основе "справедливости" относительно производителя и потребителя [2] поступает на рынок. Через обратную связь непрерывно осуществляется ее мониторинг. Блок маркетинга управляет также стратегическим планированием этапа изготовления, определяя через период $T_м$ морального изнашивания момент перехода на изготовление нового изделия [5]. Для решения этих задач на блок маркетинга поступает от службы утилизации информация по текущим затратам $C(\tau)$ на эксплуатацию изделия, которые определяют показатели $T_э$ и Ц ЖЦИ.

Изделие машиностроения характеризуется не только конструкцией, но и технологией изготовления. Поэтому в замкнутом ЖЦИ этап проектирования содержит и блок конструирования изделия (CAD), и блок проектирования технологических процессов (CAM) для его изготовления. По существу это этап технической подготовки производства, включающий в себя конструкторскую и технологическую подготовки. Через обратную связь в блок проектирования поступает информация о дефектации утилизированных изделий, которая позволяет оперативно вносить изменения в конструкторскую и технологическую документации с целью совершенствования выпускаемого продукта или создания новой улучшенной конструкции.

Рынок не относится к этапам ЖЦИ в связи с относительно кратким временем пребывания на нем изделия. Однако его роль крайне высока, так как данный этап является критерием эффективности всего ЖЦИ. Все ошибки менеджмента на предшествующих этапах здесь проявляются в виде упущенной прибыли и в ряде случаев могут привести даже к банкротству предприятия. Кроме того, рынок традиционно связан прямыми и обратными связями с маркетингом.

На этапе эксплуатации изделие переходит в собственность потребителя за исключением лизинговых операций. Однако оптимизация ЖЦИ требует постоянной связи между производителем и потребителем даже после совершения акта купли-продажи. Это обусловлено, с одной стороны, необходимостью сервисного обслуживания при эксплуатации изделия, с другой — стремлением производителя сохранить ранее завоеванные рынки сбыта и не потерять заказчика. Особенно важна эта связь, когда изделие уже выработало свой срок службы ($T_э$) и стоит вопрос о его замене [2]. Кроме того, как это будет показано далее, для замыкания ЖЦИ необходимо, чтобы изношенное изделие вернулось в службу утилизации производителя, что предполагает устойчивую информационную связь на современном уровне (телефон, e-mail и пр.) между производителем и потребителем изделия, а также эффективную рекламу. Перспективы развития последней просматриваются в использовании 3D-моделей, применяемых в PLM-системах.

Этап утилизации должен играть роль замыкающего звена обратной связи. Рассмотрим это подробнее.

В работе [2] рассматривается такой вариант замены изделий, когда старое изделие не реализуется потребителем. Если изделие реализуется и полученные средства тратятся на приобретение нового изделия, то для потребителя это равносильно снижению цены на новое изделие, в то время как для производителя и продавца эта цена не изменилась. В этом случае баланс интересов нарушен и возникает ситуация диктата потребителя, т. е. решение не оптимально. Заметим, что при использовании вырученной суммы от реализации старого изделия не на покупку нового ситуация относительно системы производитель—потребитель будет расцениваться как отсутствие реализации устаревшего изделия.

Рассмотрим случай, когда потребитель возвращает старое изделие. Данная практика имеет место в автомобильной промышленности ФРГ, Японии и ряда других стран в связи с кризисом 2008 г. и активно поддерживается правительством. Подобное решение в 2010 г. было принято в России относительно АвтоВАЗа и пролонгировано на 2011 г., что было вызвано в первую очередь падением спроса на данную продукцию. Однако это означает снижение цены для потребителя и ее неизменность для производителя, т. е. опять имеет место диктат потребителя. Этот дис-

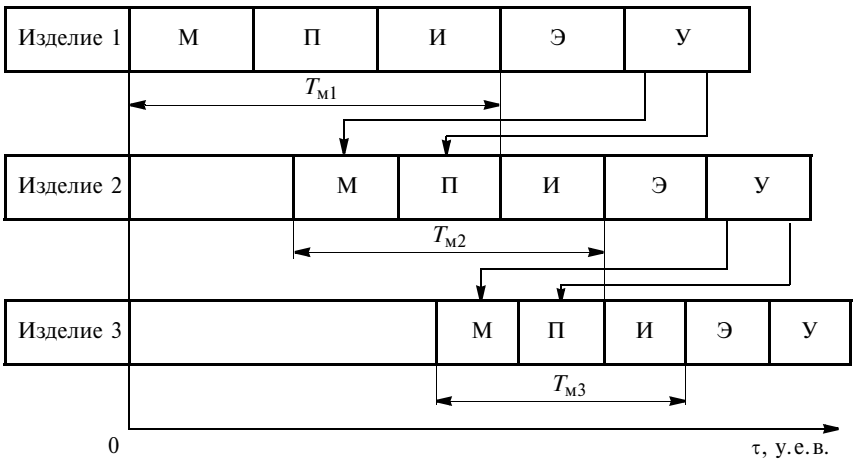


Рис. 3. Мультипликаторный ЖЦИ:
М — маркетинг; П — проектирование; И — изготовление; Э —эксплуатация; У — утилизация; $T_{м1}$—$T_{м3}$ — время морального изнашивания изделий

баланс интересов устраняется уменьшением планового ЭОСС. Однако заметим, что последний вариант замены старого изделия новым более благоприятен для производителя в силу ряда причин.

Во-первых, получив в свое распоряжение изношенное изделие, изготовитель может путем дефектации и диагностики получить полную информацию о причинах его выхода из строя и установить закономерности его физического изнашивания [$C(\tau)$], т. е. определить коэффициенты эмпирических зависимостей, приведенных в работе [2], что позволит, в свою очередь, уточнить ЭОСС данного изделия и установить "справедливую" цену. Во-вторых, ряд узлов и деталей изношенного изделия можно восстановить и повторно использовать в новых изделиях. И наконец, преимущество данного варианта замены заключается в том, что стимулируются решения по экологическим вопросам. Сегодня наблюдается увеличение автомобильных, авиационных, корабельных и прочих свалок. Поэтому внедрение принципа "кто произвел изделие, тот его и утилизирует" заставит решать экологические проблемы. Так, в атомной энергетике давно уже существует практика возврата ядерного топлива для переработки на место его производства. Конечно, для этого требуются изменения в международном и российском законодательствах.

Данную концепцию замыкания ЖЦИ необходимо рассматривать на этапах маркетинга и проектирования и учитывать в расчетах текущих издержек в период эксплуатации изделия, поэтому утилизация изделия является неотъемлемой частью ЖЦИ. Таким образом, утилизация изделия связана с оптимизацией ЖЦИ и снижением экологической нагрузки на окружающую среду, при этом при замыкании ЖЦИ обратными связями повышается качество выпускаемой продукции и решаются задачи дефектации изношенного изделия и реновации его частей.

Основная задача дефектации — получение информации о нарушениях работоспособности изделия в целом и его составных частей с последующей ее статистической обработкой. Так как в этих данных в первую очередь заинтересованы конструктор и производитель изделия, то на предприятии следует создать специальную службу по рекламации и утилизации отслуживших свой срок изделий.

Для контроля дефектов следует использовать современные методики с новейшими средствами дефектоскопии. Необходимо предусматривать сортировку составных частей изделия на подлежащие восстановлению и повторному использованию или переработки.

Для использования замкнутого ЖЦИ изделие должно быть доработано для обеспечения полноценной диагностики его текущего и конечного состояний, например можно оснастить изделие датчиками (микрочипами), формирующими сигналы об интенсивности изнашивания отдельных элементов [2].

Часть сборочных единиц и деталей машины, выработавшей свой ресурс при дефектации окажутся вполне работоспособными. Как правило, это базовые и корпусные части изделия, которые проектируются с большим запасом прочности. Чем больше в изделии таких элементов, тем выше оптимальность конструкции согласно принципам проектирования [4]. Такие детали можно с минимальными затратами восстановить и использовать в аналогичных изделиях или как запасные части. Для этого разработано немало технологий, позволяющих полностью восстановить начальный ресурс детали. Примером такой реновации может служить восстановление изношенных металлорежущих станков, все более широко применяемое на станкостроительных предприятиях Западной Европы. В новом станке используют станину и корпусные детали отработавшего свой срок станка. Кроме экономии на изготовлении новых частей в данном случае повышается точность модернизированного станка, так как материал прежней станины подвергся естественному старению, т. е. уже произошла релаксация внутренних остаточных напряжений, что минимизирует деформацию и коробление основы станка, поэтому исходная геометрическая точность сохраняется более длительное время.

Дальнейшее развитие замкнутых ЖЦИ с учетом долговременного функционирования произ-

УДК 621.882:539.4

В. Я. ГЕРАСИМОВ, д-р техн. наук (Курганский ГУ, г. Курган), Д. Н. ПАРЫШЕВ (ЗАО "Курганстальмост", г. Курган), e-mail: rector@kgu.kurgan.ru

Изготовление стержневых резьбовых изделий с заданными точностью и прочностью

Показана возможность прогнозирования точности и прочности изделий с нарезанной резьбой с помощью вероятностной оценки изменения среднего диаметра резьбы и временного сопротивления.

Ключевые слова: болты, средний диаметр, резьба, прочность, кривая распределения.

Possibility of forecasting precision and strength of products having threaded screw using probabilistic assessment of mean diameter and ultimate resistance variance was shown.

Keywords: screw bolts, mean diameter, screw, strength, distribution curve.

При изготовлении стержневых крепежных изделий с резьбовым участком необходимо обеспечить требуемые точность и прочность. В серийном производстве эти вопросы решаются на основании статистической обработки результатов контроля метизной продукции [1, 2].

В статье показаны возможности прогнозирования точности и прочности на примере болтов М22×2,5 с нарезанной резьбой. Была выполнена вероятностная оценка изменения среднего диаметра резьбы и временного сопротивления как основной характеристики прочностных свойств стержневых крепежных изделий. При этом учитывали, что от среднего диаметра резьбы зависят механические свойства крепежных изделий [3].

При статистической обработке выборочно определяли среднее значение (a) диаметра резьбы и среднее квадратическое отклонение (σ):

$$a = \frac{1}{n}\Sigma X_i; \quad \sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum(X_i - a)^2},$$

где X_i — значения контролируемого параметра; n — размер выборки.

С учетом рекомендаций РД 50-398—83 [4] приняли $n = 50$.

Для построения теоретической кривой распределения определяются значения функции $y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(X_i - a)^2}{2\sigma^2}}$. При этом учитывали правило "трех сигм", согласно которому значения y_0, y_1 и y_2 функции определяются при следующих значениях аргумента: $X = a$; $X = a \pm \sigma$; $X = a \pm 2\sigma$. Для среднего диаметра резьбы получили: $y_0 = 10$; $y_1 = 6$; $y_2 = 1$. По этим значениям построена кривая *1*

(Окончание статьи. Начало см. на стр. 82)

водств с систематической заменой выпускаемых изделий новыми позволит повысить прибыльность и конкурентоспособность машиностроительной отрасли.

На рис. 3 приведена схема мультипликаторного ЖЦИ, состоящего из трех циклов. Время $T_м$ морального изнашивания каждого последующего изделия перекрывает время $T_м$ предыдущего изделия этапами маркетинга и проектирования, наследуя необходимую информацию с этапа утилизации предыдущего изделия, что способствует созданию более совершенной продукции. Таким образом, происходит множественное замыкание ЖЦИ, повышающее устойчивость системы в целом.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Шалумов А. С., Никишин С. И., Носков В. Н.** Введение в CALS-технологии. Ковров: КГТА, 2002. 137 с.

2. **Петрушин С. И., Губайдулина Р. Х.** Оптимизация этапа эксплуатации изделий машиностроения // Вестник машиностроения. 2010. № 7. С. 68—72.

3. **Петрушин С. И., Губайдулина Р. Х.** Определение оптимальной программы выпуска изделий // Вестник машиностроения. 2011. № 2. С. 80—85.

4. **Петрушин С. И., Губайдулина Р. Х.** Принципы оптимального проектирования машин и механизмов // Современные проблемы машиностроения. Тр. V междунар. науч.-техн. конф. Томск: ТПУ, 2010. С. 597—605.

5. **Петрушин С. И.** Техноэкономика. Оптимизация жизненного цикла изделий машиностроения. Томск: ТПУ, 2010. 139 с.

(рис. 1) нормального распределения с учетом "базового" значения $y_0 = 10$ исследуемой функции при $X = a$. Диапазон среднего диаметра определяется с учетом максимального и минимального значений: $\Delta X = X_{max} - X_{min} = 0{,}18$ мм. Расчетная ширина интервалов при их числе, равном шести, $R = \Delta X/6 = 0{,}03$ мм. Кривая *2* эмпирического распределения построена методом группировки с определением числа n_i наблюдений для каждого интервала значений диаметра резьбы. Наибольшая плотность заполнения вероятностного поля составила 62 и 100 % при значениях аргумента $a \pm \sigma$ и $a \pm 2\sigma$. Кроме того, можно оценивать распределение значений среднего диаметра резьбы в полях допусков 6*g* и 8*g*.

На втором этапе исследования была выполнена статистическая обработка значений временного сопротивления механически разрушенных болтов при указанной выборке. С учетом того, что значения временного сопротивления $\sigma_в$ (МПа) представляют ряд больших чисел, было принято логарифмически-нормальное распределение [4, 5].

Выборочные среднее и среднее квадратическое отклонения определяли по формулам:

$$a_l = \frac{1}{n}\Sigma \lg X_i; \quad \sigma_l = \sqrt{\frac{1}{n-1}\Sigma(\lg X_i - a_l)^2},$$

где X_i — значения механических свойств (временного сопротивления).

Плотность распределения вероятностей определяли по формуле

$$y = f(x) = \frac{m}{\sigma_l\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{(\lg X - a_l)^2}{2\sigma_l^2}},$$

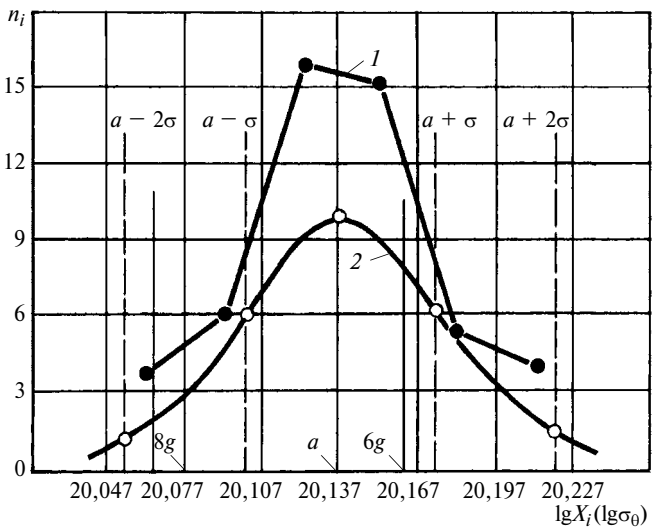


Рис. 1. Кривые теоретического (*1*) и эмпирического (*2*) распределения значений среднего диаметра резьбы на болтах

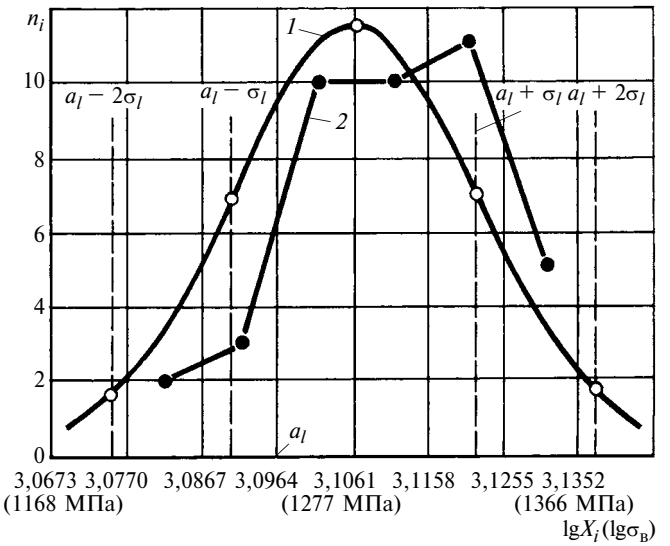


Рис. 2. Кривые теоретического (*1*) и эмпирического (*2*) распределения значений временного сопротивления при механических испытаниях болтов

где $m = \lg e = 0{,}4343$ — коэффициент при переходе от натуральных логарифмов к десятичным.

Расчетные значения функции $y = f(x)$ составили: $y_0 = 11{,}5$; $y_1 = 7$ и $y_2 = 1{,}8$.

Кривая *1* нормального распределения и эмпирическая кривая *2* показаны на рис. 2, где по оси абсцисс отложены значения $\lg X_i$ (или $\lg\sigma_в$), в скобках указано временное сопротивление. Сравнение кривых распределения показало, что диапазонам $a_l \pm \sigma_l$ и $a_l \pm 2\sigma_l$ соответствует заполнение вероятностного поля на 68 и 100 %, что свидетельствует о достаточно высокой точности вероятностной оценки.

Полученные результаты подтверждают стабильность технологии изготовления болтов и указывают на возможность эффективной оценки качества крепежных изделий статистическим методом.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Солонин И. С.** Применение математической статистики в технологии машиностроения. Свердловск: Средне-Уральское изд-во, 1966. 200 с.
2. **Парышев Н. В., Копырин В. И., Герасимов В. Я.** Статистическая обработка результатов механических испытаний высокопрочных болтов для мостовых конструкций // Транспортное строительство. 2000. № 4. С. 10, 11.
3. **Герасимов В. Я., Герасимова О. В.** Контроль качества стержневых крепежных изделий по изменению среднего диаметра резьбы // Технология машиностроения. 2006. № 12. С. 33—35.
4. **РД 50-398—83.** Методические указания. Расчеты и испытания на прочность в машиностроении. Методы механических испытаний. Планирование механических испытаний и статистическая обработка результатов. М.: Изд-во стандартов, 1984. 200 с.
5. **Парышев Д. Н., Герасимов В. Я.** Сравнение вероятностного поля для болтов по временному сопротивлению и электропроводности // Транспортное строительство. 2008. № 8. С. 14, 15.

УДК 519.6

А. В. ТЕРНОВОЙ, канд. техн. наук (КГТА им. В. А. Дегтярева, г. Ковров),
e-mail: kgta.tikm@yandex.ru

Оценка неравнопрочности конструкции при выборе оптимального варианта

Предложен универсальный показатель неравнопрочности конструкции, используемый на этапе проектирования при выборе оптимального варианта по критерию равномерности распределения напряжений.

Ключевые слова: метод конечных элементов, неравномерность, поле напряжений, равнопрочность.

Integrated arrangement of structure strength disbalance was proposed. It will be used in design decision of optimum variant phase based on criterium of stress distribution uniformity.

Keywords: finite element method, non uniformity, stress field, strength balance.

Термин "равнопрочность" в зависимости от решаемой задачи подразумевает равные напряженности, нагруженности, надежности двух или нескольких объектов. Для достижения равнопрочности деталей, узлов, конструкций разрабатывают методы и алгоритмы оптимального проектирования с применением компьютерных средств. В процессе выбора наиболее рационального варианта конструкции достижение наиболее равномерного распределения напряжений по объему, отдельным сечениям или поверхностям объекта остается на втором плане. При этом простые и универсальные критерии равнопрочности (неравнопрочности) конструкции в арсенале инженера-исследователя или отсутствуют, или требуют разработки специальных алгоритмов в составе используемого автоматизированного расчетного комплекса.

Цель данной работы — разработка универсального показателя, характеризующего неравномерность полей напряжений и используемого при обосновании выбора оптимальной конструкции, т. е. наиболее равнопрочной из нескольких вариантов.

Приняты условия:

простота при использовании минимального числа стандартных статистических характеристик для расчетных комплексов, реализующих метод конечных элементов (МКЭ);

применение для объектов любой конфигурации (топологии, мерности);

чувствительность к неограниченно широкому диапазону расчетных напряжений;

нечувствительность (робастность) к локальным отклонениям и местным неоднородностям полей напряжений, вызванным различными причинами.

Для выработки и обоснования показателя неравнопрочности при анализе полей статических напряжений проведены две серии расчетов напряженно-деформированного состояния (НДС) на 3D-моделях тонких пластин круговой и эллиптической форм, которые ранее использовались для определения эффективных размеров конечных элементов, обеспечивающих совпадение результатов точного (метод теории упругости) и приближенного (МКЭ) решений[1].

Сначала рассчитывали напряжения в тонких круглых пластинах двух типов: постоянной толщины и профилированных, т. е. с переменной толщиной по радиусу. Для выравнивания полей напряжений в круглых пластинах профилирование выполняли "вручную" путем рационального перераспределения материала из зоны с пониженными напряжениями в зону с повышенным напряжением. Основа сопоставимости однотипных вариантов плоских и профилированных пластин — совпадение их массы (или объема). В качестве исследуемых зон во всех случаях принимали наружные поверхности пластин.

Рассматривали по три типоразмера круглых пластин каждого типа, отличающихся номинальной толщиной δ, которая для профилированных пластин была переменной: плоские — $200\times200\times5$; $200\times200\times10$, $200\times200\times15$ мм; профилированные — $200\times200\times5\div6{,}8$; $200\times200\times10\div14$, $200\times200\times14\div19$ мм.

Затем рассчитывали плоские эллиптические пластины с параметрами: $b/h = 0{,}25$; 0,5 и 0,75 (где b и h — соответственно большая и малая ось эллипса) и толщиной $\delta = 5$; 10 и 15 мм. В качестве обобщенной величины напряженности приняли эквивалентное напряжение $\sigma_э$, вычисляемое по теории энергии формоизменения Мизеса.

При анализе НДС пластин с использованием МКЭ получены поля напряжений для каждого рассматриваемого варианта. Для примера на рис. 1 приведено поле эквивалентных напряжений в круглой пластине $200\times200\times10$ мм. В автоматическом режиме рассчитывали статистические показатели: среднее эквивалентное напряжение $\sigma_{э.с}$, максимальное эквивалентное напряжение $\sigma_{э\,max}$, минимальное эквивалентное на-

Рис. 1. Поля эквивалентных напряжений $\sigma_э$ в круглой плоской пластине размерами $200\times200\times10$ мм

[1] **Терновой А. В.** Выбор эффективных параметров конечных элементов при решении плоской задачи теории упругости // Вестник машиностроения. 2011. № 5. С. 3—6.

Тип пластины	Размеры, мм	Вид пластины	Площадь поверхности, мм^2	Вес, Н	$\sigma_{э.с}$	$\sigma_{э\,max}$	$\sigma_{э\,min}$	$\sigma_{э.с.кв}$	R	Выравнивание поля напряжений, %
Круглая	200 × 200 × 5	Плоская	314,16	1,23	1442	2617	815	1525	3,39	47,32
	200 × 200 × 5÷6,8	Профилированная	314,34	1,23	1342	1726	760	1362	2,30	
	200 × 200 × 10	Плоская	314,16	2,45	363	672	202	385	3,52	
	200 × 200 × 10÷14	Профилированная	314,96	2,45	360	467	217	365	2,18	62,50
	200 × 200 × 15	Плоская	314,16	3,7	163	329	89	174	3,96	20,57
	200 × 200 × 14÷19	Профилированная	315,23	3,7	153,3	153,6	79,43	157,7	3,28	
Эллиптическая	200 × 200 × 5	Плоская	76,35	—	126	386	8	150	56,16	—
	200 × 200 × 10				34	131	3	41	56,26	
	200 × 200 × 15				17	86	2	22	52,84	
	200 × 200 × 5		152	—	488	1244	132	544	10,53	
	200 × 200 × 10				124	341	31	140	12,41	
	200 × 200 × 15				57	190	13	66	17,25	
	200 × 200 × 5		228,76	—	979	2082	449	1049	4,97	
	200 × 200 × 10				248	535	111	267	5,21	
	200 × 200 × 15				122	282	48	122	6,41	

пряжение $\sigma_{э\,min}$, и среднеквадратическое эквивалентное напряжение $\sigma_{э.с.кв}$ (таблица).

В качестве показателя неравнопрочности принят коэффициент неравномерности поля эквивалентных напряжений:

$$R = \frac{\sigma_{э\,max}}{\sigma_{э\,min}} \frac{\sigma_{э.с.кв}}{\sigma_{э.с}}.$$

Здесь $\sigma_{э.с.кв} = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n} \sigma_{эi}^2}{n}}$, где $\sigma_{эi}$ — эквивалентное напряжение в i-й точке исследуемой области; n — число измерений (дискретность) в поле эквивалентных напряжений. Тогда

$$R = \frac{\sigma_{э\,max}}{\sigma_{э\,min}} \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} \sigma_{эi}^2}}{\sum_{i=1}^{n} \sigma_{эi}} \sqrt{n}.$$

При абсолютно равномерном распределении напряжений независимо от конфигурации конструкции должно выполняться равенство $R = 1$. Тогда критерием выбора наиболее равнопрочного варианта $V_{оп}$ из ряда вариантов V_i конструкций принимаем приближение действительных значений R к единице: $V_{оп} = V_i|_{\leftarrow \min R}$.

Предлагаемый показатель R — адекватная количественная характеристика неравнопрочности исследуемых объектов и при незначительных, и при значительных изменениях формы конструкции. Так, при оптимизации толщины круглых пластин (рис. 2) путем их профилирования значение R при прочих равных условиях существенно (от 20 до 60 %) уменьшается (см. таблицу и рис. 3), т. е. $R \to 1$, что указывает на его высокую чувствительность к слабым воздействиям при незначительном изменении формы пластины вследствие перераспределения материала.

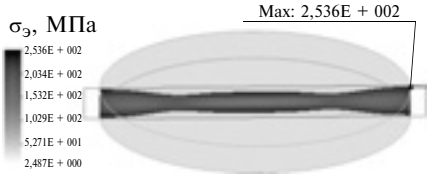


Рис. 2. Поле эквивалентных напряжений $\sigma_э$ в профилированной круглой пластине размерами 200×200×14÷19 мм

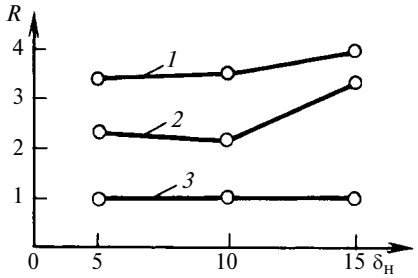


Рис. 3. Зависимости изменения показателя неравнопрочности *R* от номинальной толщины $\sigma_н$ и конфигурации круглых пластин (*1* — плоские; *2* — профилированные; *3* — абсолютно равнопрочные)

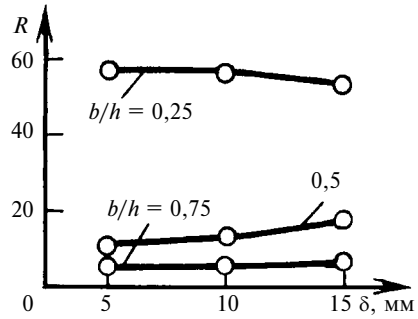


Рис. 4. Зависимости изменения показателя неравнопрочности *R* от толщины δ и отношения *b/h* пластин эллиптической формы

Пример оценки неравнопрочности эллиптических пластин с помощью коэффициента приведен на рис. 4. Анализ полученных зависимостей показал высокую чувствительность R к существенным изменениям профильных сечений при замене круглых пластин на эллиптические. С уменьшением b/h показатель R возрастает с 5 до 56. Кроме того, толщина δ пластин оказывает разное влияние: при $b/h = 0{,}5 \div 0{,}75$ показатель R увеличивается на 30÷70 %, при $b/h = 0{,}25$ — уменьшается на 6 %.

Таким образом, предложенный показатель R неравнопрочности можно применить при поиске оптимального варианта конструкции, если необходимо обеспечить равнопрочность конструкции и рациональное распределение материала по ее объему, критерием оптимизации является $R \to 1$.