ВЕСТНИК машиностроения

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ И ПРОИЗВОДСТВЕННЫЙ ЖУРНАЛ

5

2013

ИЗДАЕТСЯ С НОЯБРЯ 1921 ГОДА

Журнал входит в перечень утвержденных ВАК РФ изданий для публикации трудов соискателей ученых степеней

Журнал переводится на английский язык, переиздается и распространяется во всем мире фирмой "Аллертон Пресс" (США)

ООО «Издательство Машиностроение»
107076, Москва, Стромынский пер., 4

Главный редактор А.И. САВКИН

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Алешин Н.П., д-р техн. наук, акад. РАН, **Братухин А.Г.,** д-р техн. наук, **Воронцов А.Л.,** д-р техн. наук, **Гусейнов А.Г.,** д-р техн. наук, **Дмитриев А.М.,** д-р техн. наук, член-корр. РАН (председатель секции обработки материалов без снятия стружки), **Драгунов Ю.Г.,** д-р техн. наук, член-корр. РАН, **Древаль А.Е.,** д-р техн. наук (председатель секции технологии машиностроения), **Дроздов Ю.Н.,** д-р техн. наук, акад. РИА и РАК (председатель секции конструирования и расчета машин), **Кутин А.А.,** д-р техн. наук, **Омельченко И.Н.,** д-р техн. и экон. наук (председатель секции организации и экономики производства), **Кузин В.В.,** д-р техн. наук, **Попов Д.Н.,** д-р техн. наук, **Попов А.В.,** д-р техн. наук, **Рыбин В.В.,** д-р техн. наук, член-корр. РАН, **Салтыков М.А.,** д-р техн. наук, **Трегубов Г.П.,** д-р техн. наук, **Скугаревская Н.В.** (ответственный секретарь)

Адрес редакции:

107076, Москва,
Стромынский пер., 4.
Телефон: 8-(499)-748-02-91.
E-mail: vestmash@mashin.ru
www.mashin.ru

Журнал зарегистрирован 19 апреля 2002 г. за № 77-12421 в Комитете Российской Федерации по печати
Учредитель: А.И. Савкин

Индексы: **70120** ("Роспечать"),
27841 ("Пресса России"),
60264 ("Почта России")

Цена свободная

Отпечатано в ООО "Белый ветер",
115407, г. Москва, Нагатинская наб., д. 54, пом. 4

СОДЕРЖАНИЕ

КОНСТРУИРОВАНИЕ, РАСЧЕТ, ИСПЫТАНИЯ И НАДЕЖНОСТЬ МАШИН

Нахатакян Ф. Г. — О решении Н. М. Беляева задачи по определению контактной деформации цилиндров . . . 3

Благонравов А. А., Юркевич А. В., Солдаткин В. А., Терешин А. В. — Нагруженность ведущего кривошипа механического бесступенчатого трансформатора . . . 7

Касьянов В. Е., Роговенко Т. Н., Зайцева М. М. — Обеспечение заданного усталостного ресурса деталей машин с использованием малых выборок исходных данных . . . 10

Пшеницын А. А. — Компьютерное моделирование и настройка динамических характеристик распределенных систем . . . 15

Иванов А. С., Муркин С. В., Ермолаев М. М., Лычагин В. В., Дубовецкий Б. О. — Универсальный стенд для испытаний высокоточных редукторов . . . 19

Коноваленко И. В., Марущак П. О., Окипный И. Б. — Автоматизированный анализ рельефа поверхности разрушения псевдостереометрическим методом . . . 22

Атапин В. Г., Родионов А. И., Рыков А. А., Юрьев Г. С. — Испытания изделий больших размеров на инерционно-импульсное воздействие . . . 25

Александров И. К. — Энергетический расчет механического подъёмника на основе гиперболической модели КПД . . . 28

Горчев В. С. — Инженерный метод построения математических моделей автоматических линий . . . 31

Цикл статей "Проблемы трибологии — трения, изнашивания и смазки"

Крохалев А. В., Авдеюк О. А., Приходьков К. В., Кузьмин С. В., Лысак В. И. — Оптимизация составов порошковых твердых сплавов, используемых в подшипниках скольжения, смазываемых водой . . . 42

ТЕХНОЛОГИЯ МАШИНОСТРОЕНИЯ

Карпусь В. Е., Котляр А. В. — Анализ точности многоинструментной обработки на токарных станках . . . 45

Расторгуев Г. А. — Особенности обработки канавок в деталях машин . . . 50

Фомин А. А., Гусев В. Г. — Виброперемещения шпинделя под действием моментной и динамической неуравновешенности режущего инструмента . . . 56

Цикл статей "Проблемы теории механической обработки"

Воронцов А. Л. — Теоретическое обеспечение технологической механики. 5. Экстремальные принципы и проверка теоретических исследований в области механической обработки металлов. Часть 1 . . . 60

Серия статей «Проблемы теории и практики резания материалов»

Кремень З. И., Поповский Д. А., Юрьев В. Г. — Шлифование титановых сплавов шлифовальными кругами на основе эльбора и алмаза . . . 66

Бурочкин Ю. П. — Новые конструкции резцов с механическим креплением сменных многогранных пластин . . . 69

Обработка материалов без снятия стружки

Артес А. Э., Сосёнушкин Е. Н., Третьюхин В. В., Окунькова А. А., Гуреева Т. В. — Новые ресурсо- и энергосберегающие технологии изготовления деталей обработкой давлением . . . 72

Григорьев С. Н., Дмитриев А. М., Коробова Н. В., Толмачёв Н. С. — Снижение силы при штамповке стаканов путем совмещения закрытой прошивки заготовки и раздачи стенки поковки . . . 74

Щедрин А. В., Козлов А. Ю., Гаврилов С. А., Поляков А. О. — Влияние состава и применения металлоплакирующих смазочных материалов на поверхностное пластическое деформирование инструмента с регулярным микрорельефом . . . 79

ОРГАНИЗАЦИЯ И ЭКОНОМИКА ПРОИЗВОДСТВА

Речкалов А. В., Дунаев Д. Н., Даутова О. Р. — Среднесрочное планирование продаж и производства . . . 81

ТЕХНИЧЕСКАЯ ИНФОРМАЦИЯ

Тимофеев Б. П., Новиков Д. В. — Новые стандарты по точности зубчатых колес и передач — необходимое условие повышения конкурентоспособности отечественного редукторостроения . . . 85

Тарханов В. И. — Свойства крепежных деталей для работы при низких температурах . . . 87

CONTENTS

DESIGN, CALCULATION, TESTS AND RELIABILITY OF MACHINES

Nahatakyan F. G. — Towards N. M. Belyaev solution of the problem of contact deformation of cylinder components determination . . . 3

Blagonravov A. A., Yurkevich A. V., Soldatkin V. A., Tereshin A. V. — Burden of driving crank of mechanical stepless transformer . . . 7

Kas'yanov V. E., Rogovenko T. N., Zaitseva M. M. — Securing preset fatigue life of machine elements using small sample bench-mark data . . . 10

Pshenitsyn A. A. — Computational modeling and dynamic characteristics adjustment of distributed systems . . . 15

Ivanov A. S., Murkin S. V., Ermolaev M. M., Lychagin V. V., Dubovetskiy B. O. — Multi-purpose integration bed for tests of high-precision reducing gears . . . 19

Konovalenko I. V., Maruschak P. O., Okipnyi I. B. — Computer aided analysis of destruction surface topography by quasi-stereometric method . . . 22

Atapin V. G, Rodionov A. I., Rykov A. A., Yur'ev G. S. — Endurance of largeness objects on slow-response-pulse action . . . 25

Alexandrov I. K. — Energetical computation of power lift on the ground of hyperbolic model of output-input ratio . . . 28

Gorchev V. S. — Engineering method of mathematical model construction of transfer machines . . . 31

A series of articles "Problems of tribology — friction, wearing away and lubrication"

Krohalyov A. V., Avdeyuk O. A., Prihod'kov K. V., Kuz'min S. V., Lysak V. I. — Optimizing makeup of powder of hard alloys using in water greasing friction bearings . . . 42

MANUFACTURING ENGINEERING

Karpus' V. E., Kotlyar A. V. — Accuracy analysis of multiple-cutter lathing . . . 45

Rastorguev G. A. — Features of processing of the grooves in the details of machines . . . 50

Fomin A. A., Gusev V. G. — Arbor vibration displacement under action of moment and dynamic shift of cutting tool unbalance . . . 56

A series of articles "Problems of theory of machining work"

Vorontsov A. L. — Theoretic securing technologic mechanic. 5. Extremum principles and prove-out of theoretical studies of machine working metals. Part 1 . . . 60

A series of articles «Problems of theory and practice of materials cutting»

Kremen' Z. I., Popovskiy D. A, Yur'ev V. G. — Glazing titanium alloys by diamond-dressed and borazon-dressed wheels . . . 66

Burochkin Yu. P. — Modern incisor designs with clamped-on of exchangeable many-sided bases . . . 69

Materials treatment without metal removing

Artes A. E., Sosenushkin E. N., Tret'yuhin V. V., Okun'kova A. A., Gureeva T. V. — New resource-conscious production technologies and energy-saving technologies of fabrication operation through pressure shaping . . . 72

Grigor'ev S. N., Dmitriev A. M., Korobova N. V., Tolmachyov N. S. — Diminution of strength by closed die forging glasses by means of adjustment of high-necked insertion storage and dispensing twin forging wall . . . 74

Schedrin A. V., Kozlov A. Yu., Gavrilov S. A., Polyakov A. O. — Influence of composition and application of metal-plating lubrication on outward plastic behavior of work tool with regular microrelief . . . 79

ORGANIZATION AND ECONOMICS OF PRODUCTION

Rechkalov A. V., Dunaev D. N., Dautova O. R. — Medium-term planning sale and production . . . 81

TECHNICAL INFORMATION

Teemofeyev B. P., Novikov D. V. — Advanced standard on accuracy of gear wheel and delivery — necessary condition of competitive recovery of domestic gearbox production . . . 85

Tarhanov V. I. — Binder abilities required for low temperature operation . . . 87

Технический редактор *Т. А. Шацкая*
Корректор *Т. В. Пчёлкина*

Сдано в набор 04.03.2013. Подписано в печать 18.04.2013.
Формат 60 × 88 1/8. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 10,78.

Перепечатка материалов из журнала "Вестник машиностроения" возможна при обязательном письменном согласовании с редакцией журнала; ссылка на журнал при перепечатке обязательна.
За содержание рекламных материалов ответственность несет рекламодатель.

© ООО "Издательство Машиностроение", "Вестник машиностроения", 2013

КОНСТРУИРОВАНИЕ, РАСЧЕТ, ИСПЫТАНИЯ И НАДЕЖНОСТЬ МАШИН

УДК 620.173.21 –231.221

Ф. Г. НАХАТАКЯН, канд. техн. наук (ИМАШ им. А. А. Благонравова РАН), e-mail: filnahat7@mail.ru

О решении Н. М. Беляева задачи по определению контактной деформации цилиндров

Проанализировано решение Беляева по определению контактной деформации цилиндров. Выявлена ошибка и приведено правильное решение. Показано, что решение Беляева есть относительное перемещение двух точек упругого полупространства. Путем сопоставления этого результата с точным решением для круговых цилиндров установлено, что он является приближенным.

Ключевые слова: контактная задача Герца, контактная деформация цилиндров, решение Беляева.

Belyaev solution of the problem of contact deformation of cylinder components determination was analyzed. The mistake was found out and a proper solution was brought. It was shown, that Belyaev solution is relative displacement of two dots of elastic half-space. By comparison that result with accurate solution for circular cylinders was found that Belyaev solution was approx.

Keywords: hertz contact problem, contact deformation of cylinder components, Belyaev solution.

Определение контактной деформации цилиндров с параллельными осями имеет практическое значение. На основе этого показателя определяют контактную жесткость зубчатых зацеплений, роликовых подшипников и других ответственных узлов машин и механизмов. Герц, разработав теорию контактного взаимодействия упругих тел, не вывел зависимостей для контактной деформации цилиндров, ограничившись определением максимального контактного давления и полуширины полосы контакта [1]. В дальнейшем этой задачей занимались многие ученые [2—6], большинство из них [2—4] считали теорию Герца (модель — упругое полупространство) непригодной для определения контактной деформации цилиндров, так как теория Герца для этого показателя дает логарифмическую бесконечность [2].

Рассмотрим суть данного подхода. Пусть два бесконечных параболических цилиндра *1* и *2* соприкасаются до деформации по образующей (рис. 1). Точку *O* принимаем за начало прямоугольной системы координат, направляя ее таким образом, чтобы оси x и y находились в общей касательной плоскости. При этом ось x направим по общей образующей, а оси $z_{1,2}$ — внутрь каждого тела. Под действием нагрузки q ширина площадки касания увеличится, а распределенное удельное давление будет представлять собой половину эллиптического цилиндра.

В работе [2] показано, что напряжения σ_x, σ_y, σ_z в плоскости симметрии $y = 0$ внутри параболического цилиндра определяют по зависимостям

$$\left.\begin{aligned} \sigma_x &= -\frac{4q\nu}{\pi b^2}\left(\sqrt{b^2+z^2}-z\right); \\ \sigma_y &= -\frac{4q}{\pi b^2}\left(\sqrt{b^2+z^2}-z-\frac{b^2}{2\sqrt{b^2+z^2}}\right); \\ \sigma_z &= -\frac{2q}{\pi\sqrt{b^2+z^2}}. \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Тогда, используя равенство

$$E\frac{\partial w}{\partial z} = \sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y),$$

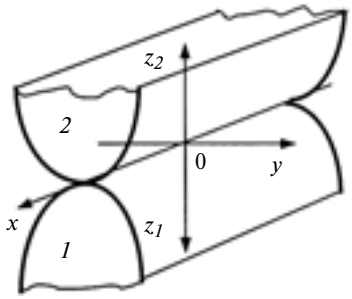


Рис. 1. Два бесконечных параболических цилиндра, соприкасающихся по образующей

с учетом выражения (1) легко найти перемещения $w(z)$ точек в плоскости симметрии [2]:

$$w(z) = \int_0^z \frac{\partial w}{\partial z}\,\mathrm{d}z = -\frac{2(1-\nu^2)q}{\pi E} \times$$

$$\times \left\{ \ln\left(\sqrt{1+\frac{z^2}{b^2}}+\frac{z}{b}\right) - \frac{\nu}{1-\nu}\frac{z}{b}\left(\sqrt{1+\frac{x^2}{b^2}}-\frac{z}{b}\right)\right\}, \qquad (2)$$

где ν и E — коэффициент Пуассона и модуль упругости материала; b — полуширина площадки контакта по Герцу.

В случае кругового давления (пространственная задача), с увеличением z до бесконечности $w(z = \infty)$ стремится к конечному пределу, который принимаем за меру сближения тел. В задаче о сжатии цилиндров в выражении (2) $w(z)$ с увеличением z неограниченно растет. На основании этого многие исследователи пришли к выводу [2—4] о непригодности метода Герца для решения данной задачи.

Однако, как показано в работе [6], эту задачу можно решить с использованием модели упругого полупространства.

Профессор Н. М. Беляев также считал [5], что на основании теории Герца можно эту задачу решить. Ему удалось решить её, применив теории потенциала. Для контактной деформации цилиндров он получил формулу

$$\alpha = \frac{4(1-\nu^2)q}{\pi E}\left[\frac{1}{2} - \ln\frac{b}{2}\right].$$

Однако видно, что эта формула не работает, так как под знаком логарифма находится размерная величина, что не раз отмечалось многими исследователями и на этом основании считается, что решение Беляева в части определения контактных деформаций упругих тел неверно.

В настоящей работе выявлена ошибка, допущенная Беляевым, и показано, что поставленная задача решается методом Беляева (модель — упругое полупространство). Кроме того, установлено, что полученное решение приближенное. Это видно из его сопоставления с точным решением.

Опуская некоторые детали, рассмотрим суть метода Беляева. Под действием сосредоточенной силы P в точке O_1 на упругое полупространство (рис. 2) компонента перемещения w по оси z будет определяться решением задачи Буссинеску [5]:

$$w = -\frac{P}{4\pi\mu} z\frac{\partial V_0}{\partial z} + \frac{P}{4\pi\mu}\frac{\lambda+2\mu}{\lambda+\mu} V_0,$$

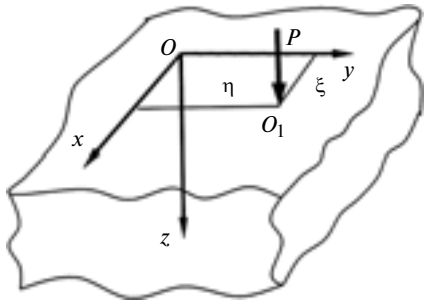


Рис. 2. Полупространство под действием сосредоточенной силы

где λ и μ — постоянные Ламе: $\lambda = \dfrac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}$; $\mu = \dfrac{E}{2(1+\nu)}$; V_0 — Ньютонов потенциал точки (для задачи Буссинеска):

$$V_0 = \frac{1}{\sqrt{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2+z^2}} = \frac{1}{\rho};$$

ξ и η — координаты смещения нагрузки от начала координат.

Для перемещений в точках полупространства под действием равномерно распределенной нагрузки q Беляев получил результат:

$$w = -\frac{q}{4\pi\mu} z\frac{\partial V_0^{\mathrm{e}}}{\partial z} + \frac{q}{4\pi\mu}\frac{\lambda+2\mu}{\lambda+\mu} V_0^{\mathrm{e}}, \qquad (3)$$

который совпадает с решением Лява, полученным другим способом. Здесь

$$V_0^{\mathrm{e}} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathrm{d}\xi}{\sqrt{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2+z^2}}$$

есть потенциал прямой линии (для задачи Лява).

Возьмем две точки с координатами (x, y, z) и (x_1, y_1, z_1) и введем обозначения $t = \sqrt{(y-\eta)^2+z^2}$ и $t_1 = \sqrt{(y_1-\eta)^2+z_1^2}$ (при указанной нагрузке потенциал не зависит от координаты x). Для определения относительного перемещения точки $A(x, y, z)$ относительно точки $A_1(x_1, y_1, z_1)$ Беляев составляет разность потенциалов:

$$V_0^{\mathrm{e}} = [V_0^{\mathrm{e}}] - [V_0^{\mathrm{e}}]_1 =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathrm{d}\xi}{\sqrt{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2+z^2}} -$$

$$- \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathrm{d}\xi}{\sqrt{(x_1-\xi)^2+(y_1-\eta)^2+z_1^2}} = \ldots = 2\left(\ln\frac{1}{t} - \ln\frac{1}{t_1}\right).$$

Однако далее вместо того, чтобы использовать по последней зависимости для определения относительного перемещения указанных точек потенциал

$$V_0^{\mathrm{e}} = 2\left(\ln\frac{1}{t} - \ln\frac{1}{t_1}\right) = 2\ln\frac{t_1}{t}, \qquad (4)$$

он переписывает потенциалы следующим образом:

$$[V_0^{\mathrm{e}}] = 2\ln\frac{1}{t} + \mathrm{const};$$

$$[V_0^{\mathrm{e}}]_1 = 2\ln\frac{1}{t_1} + \mathrm{const}$$

и утверждает, что с точностью до постоянной для определения деформаций и напряжений можно использовать потенциал V_0^{e}, т. е.

$$V_0^{\mathrm{e}} = 2\ln\frac{1}{t}. \qquad (5)$$

Для определения деформаций и напряжений эти утверждения правильны. Но что касается относительного перемещения точек, то для определения последних использовать формулу (5) нельзя, так как это приводит к ошибочному результату. Следует использовать формулу (4) — разность потенциалов двух точек. Далее, аналогично случаю первоначального касания в точке, Беляев использует эллиптический закон распределения нагрузки поперек полоски давлений, т. е. в этом случае эллипсоид давления переходит в бесконечный эллиптический цилиндр. Для определения перемещения от такой нагрузки необходимо в выражении (3) вместо q использовать элементарную нагрузку $p(\eta)\mathrm{d}\eta$ и предел интегрирования от $-b$ до $+b$:

$$\mathrm{d}w = -\frac{p(\eta)\mathrm{d}\eta}{4\pi\mu} z\frac{\partial V_0^{\mathrm{e}}}{\partial z} + \frac{p(\eta)\mathrm{d}\eta}{4\pi\mu}\frac{\lambda+2\mu}{\lambda+\mu} V_0^{\mathrm{e}}.$$

Тогда

$$w = -\frac{z}{4\pi\mu}\frac{\partial}{\partial z}\int_{-b}^{b} p(\eta)V_0^{\mathrm{e}}\mathrm{d}\eta + \frac{\lambda+2\mu}{4\pi\mu(\lambda+\mu)}\int_{-b}^{b} p(\eta)V_0^{\mathrm{e}}\mathrm{d}\eta. \qquad (6)$$

Введем обозначение $V^{\mathrm{e}} = -\frac{1}{2}\int_{-b}^{b} p(\eta)V_0^{\mathrm{e}}\mathrm{d}\eta$. Так как цель — определить относительное перемещение точек, то воспользуемся формулой (4):

$$V^{\mathrm{e}} = -\frac{1}{2}\int_{-b}^{b} p(\eta)\ln\frac{t}{t_1}\mathrm{d}\eta. \qquad (7)$$

Тогда зависимость (6) можно переписать как

$$w = -\frac{z}{2\pi\mu}\frac{\partial V^{\mathrm{e}}}{\partial z} + \frac{1}{2\pi\mu}\frac{\lambda+2\mu}{\lambda+\mu}V^{\mathrm{e}},$$

или $w = -\frac{z}{2\pi\mu}\frac{\partial V^{\mathrm{e}}}{\partial z} + 2\theta V^{\mathrm{e}}$.

Следовательно, на поверхности $z = 0$ имеем:

$$w = 2\theta V^{\mathrm{e}}, \qquad (8)$$

где $\theta = \frac{\lambda+2\mu}{4\pi\mu(\lambda+\mu)}$. Необходимо обратить внимание на то, что при определении параметров контакта двух тел уравнение совместности деформаций, перемещений и зазоров имеет вид:

$$w_1 + w_2 = \alpha - By^2, \qquad (9)$$

т. е. берется сумма упругих деформаций тел, где α — сближение; w_1, w_2 — упругие деформации первого и второго тела в рассматриваемом сечении; B — приведенная кривизна; y — координата данного сечения. Для определения же относительного перемещения двух точек одного тела необходимо взять разность потенциалов (7), т. е. рассматривать одно тело, а воздействие второго тела заменить на нагрузку и вычислить относительное перемещение. Для вычисления потенциала V^{e} по зависимости (7) воспользуемся методом Беляева [5].

Разность потенциалов имеет вид:

$$V^{\mathrm{e}} = [V^{\mathrm{e}}] - [V^{\mathrm{e}}]_1 =$$

$$= \frac{q}{2}\left[1 - 2\ln\frac{\sqrt{b^2+t}+\sqrt{t}}{2} - \int_t^{\infty}\frac{y^2/(b^2+s)+z^2/s}{\sqrt{(b^2+s)s}}\mathrm{d}s\right] -$$

$$- \frac{q}{2}\left[1 - 2\ln\frac{\sqrt{b^2+t_1}+\sqrt{t_1}}{2} - \int_{t_1}^{\infty}\frac{y_1^2/(b^2+s)+z_1^2/s}{\sqrt{(b^2+s)s}}\mathrm{d}s\right]$$

$$\text{или } V^{\mathrm{e}} = \frac{q}{2}\left[2\ln\frac{\sqrt{b^2+t_1}+\sqrt{t_1}}{\sqrt{b^2+t}+\sqrt{t}} - \int_t^{\infty}\frac{y^2/(b^2+s)+z^2/s}{\sqrt{(b^2+s)s}}\mathrm{d}s + \int_{t_1}^{\infty}\frac{y_1^2/(b^2+s)+z_1^2/s}{\sqrt{(b^2+s)s}}\mathrm{d}s\right], \qquad (10)$$

где t, t_1 — корни уравнения

$$\frac{y_i^2}{b^2+t_i} + \frac{z_i^2}{c^2+t_i} - 1 = 0. \qquad (11)$$

Тогда при переходе от эллипса к отрезку прямой без изменения массы с переменной (изменяется по эллиптическому закону) плотностью, когда одна полуось стремится к нулю, с учетом уравнения (11) для точек $z_1 = R$, $t_1 = z_1^2$ и точек отрезка $2b$ ($z = 0$, $t = 0$) из уравнений (8)—(10) получим выражение потенциала:

$$V^{\text{e}} = \frac{q}{2}\left[2\ln\frac{\sqrt{b^2+R^2}+R}{b} - \right.$$
$$- \int_t^\infty \frac{y^2/(b^2+s)+z^2/s}{\sqrt{(b^2+s)s}}\,\mathrm{d}s +$$
$$\left. + \int_{t_1}^\infty \frac{y_1^2/(b^2+s)+z_1^2/s}{\sqrt{(b^2+s)s}}\,\mathrm{d}s\right] =$$
$$= \frac{1}{2(\theta_1+\theta_2)}(\alpha - By^2).$$

Сопоставляя коэффициенты в правой и левой частях последнего уравнения при одинаковых степенях переменных [5], получим зависимость

$$\frac{q}{2}2\ln\frac{\sqrt{b^2+R^2}+R}{b} = \frac{1}{2(\theta_1+\theta_2)}\alpha$$

$$\text{или } \alpha = \frac{q}{2}2(\theta_1+\theta_2)2\ln\frac{\sqrt{b^2+R^2}+R}{b},$$

откуда при одинаковых материалах тел с учетом условия $b \ll R$, когда можно пренебречь отношением b^2/R^2 по сравнению с единицей, для определения сближения $\left(\text{с учетом } \theta = \frac{1-\nu^2}{\pi E}\right)$ окончательно получим:

$$\alpha = \frac{4q(1-\nu^2)}{\pi E}\left[\ln\frac{4R}{b} - 0{,}693\right]. \qquad (12)$$

В работе [6] показано, что для определения относительного перемещения двух точек A_0 и B в упругом полупространстве (параболический цилиндр) достаточно по формуле (2) определить разность перемещений этих точек:

$$\alpha_1 = w(z_{A_0}) - w(z_B).$$

В частности при $z_{A_0} = 0$ и $z_B = R$ получим:

$$\alpha_1 = w(0) - w(R) = \frac{2q(1-\nu^2)}{\pi E} \times$$
$$\times\left[\ln\frac{R}{b}\left(\sqrt{1+\frac{b^2}{R^2}}+1\right) - \frac{\nu}{1-\nu}\frac{R^2}{b^2}\left(\sqrt{1+\frac{b^2}{R^2}}-1\right)\right]. \qquad (13)$$

Следовательно, если требуется определить деформацию цилиндров радиуса R, достаточно взять удвоенную величину α_1. При $\nu = 0{,}3$ с учетом условия $b \ll R$, когда можно пренебречь отношением b^2/R^2 по сравнению с единицей в формуле (13), для определения контактной деформации окончательно получим формулу, совпадающую с формулой (12). Следовательно, метод Беляева, по сути, определяет относительное перемещение двух точек упругого полупространства.

Таким образом, ошибка Беляева заключалась в том, что он для определения перемещения вместо разности потенциалов двух точек взял потенциал в точке.

И последнее. В работе [6] приведено точное решение плоской контактной задачи по определению контактной деформации цилиндров радиуса R:

$$\alpha = \frac{4q(1-\nu^2)}{\pi E}\left[\ln\frac{4R}{b} - 0{,}5\right],$$

которое несущественно отличается от полученного методом Беляева решения [см. формулу (12)].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Hertz H.** Uber die Beruchtung fester elastischen Korper, Gesamelte Werke, Bd. 1. Leipzig, 1895. S. 155—174.
2. **Динник А. Н.** Избранные труды. Т. 1. Киев: АН УССР, 1952. 151 с.
3. **Ковальский Б. С.** Напряженное состояние и критерий прочности при контактном сжатии: Науч. записки. Т. 5. Харьков: Харьковский авиационный институт, 1941. 222 с.
4. **Джонсон К.** Механика контактного взаимодействия. М.: Мир, 1989. 510 с.
5. **Беляев Н. М.** Труды по теории упругости и пластичности. М.: Гостехтеориздат, 1957. 632 с.
6. **Нахатакян Ф. Г.** Об одном методе точного решения контактной задачи Герца для круговых цилиндров с параллельными осями // Вестник машиностроения. 2011. № 3. С. 3—6.

УДК 621.83.062.1

А. А. БЛАГОНРАВОВ, д-р техн. наук, заслуженный деятель науки и техники РФ (Курганский ГУ),
А. В. ЮРКЕВИЧ, канд. техн. наук, В. А. СОЛДАТКИН, А. В. ТЕРЕШИН (Институт машиноведения УрО РАН, г. Курган), e-mail: omtmkurgan@rambler.ru

Нагруженность ведущего кривошипа механического бесступенчатого трансформатора

Предложен расчет нагруженности ведущего кривошипа бесступенчатого трансформатора. Определены нагрузка и ее направление относительно кривошипа с конкретным рабочим радиусом.

Ключевые слова: механический бесступенчатый трансформатор, механический выпрямитель, ведущий кривошип, торсионный вал, угол закручивания.

Analysis of burden of driving crank of mechanical stepless transformer was offered. Load and its direction towards crank with concrete work radius were defined.

Keywords: mechanical stepless transformer, mechanical rectifier, driving crank, torsion shaft, torsion angle.

В работе [1] были представлены расчет внешней характеристики механического бесступенчатого трансформатора с колебательным движением внутренних звеньев при допущении, что эти колебания — гармонические, и кинематическая схема механизма, позволяющая изменять радиус ведущего кривошипа, вращение которого вызывает колебания коромысел механических выпрямителей, расположенных равномерно по окружности и соединенных с помощью торсионных валов с ведущими зубчатыми колесами суммирующего редуктора.

Для выполнения инженерных расчетов при проектировании необходимо, в частности, знать зависимость нагруженности шипа кривошипа от режима работы трансформатора. Решить эту задачу — цель данной статьи. При этом необходимо определить не только величину нагрузки на шипе кривошипа, что важно для расчета подшипника, но и ее направление относительно звена, которым может быть представлен кривошип с конкретным рабочим радиусом. Последнее важно для определения нагруженности других звеньев механизма регулирования.

Так же, как и в работе [1], колебания коромысел выпрямителей будем считать гармоническими с амплитудой $\varphi_0 = r/l$, где r — рабочий радиус кривошипа; l — плечо коромысла. Неравномерность нагрузки, связанную с конечным числом n выпрямителей, учитывать не будем.

На входной вал трансформатора при установившемся режиме действует вращающий момент от двигателя, уравновешенный моментом, возникающим от силы, действующей на шип кривошипа от коромысел включенных выпрямителей, которые передают через торсионы момент на суммирующий редуктор. Момент на входном валу определяется выражением

$$M_1 = Pr\sin\alpha, \qquad (1)$$

где P — равнодействующая сил от включенных выпрямителей; α — угол между вектором силы P и звеном, представляющим кривошип с рабочим радиусом r.

При гармонической модели передаточное отношение от входного вала до суммирующего редуктора равно $\varphi_0 i_т$, где $i_т$ — внутреннее передаточное отношение торсиона [1]. Суммирующий редуктор имеет не один входной вал, а n торсионных валов, соединяющих редуктор с выпрямителями. Средний за цикл момент на входе суммирующего редуктора

$$M_2 = c_т\varphi_{т.ср}n, \qquad (2)$$

где $c_т$ — угловая жесткость торсиона; $\varphi_{т.ср}$ — средний за цикл угол закрутки торсиона.

Так как выражения (1) и (2) связаны указанным выше передаточным отношением, то после сокращения на r получим:

$$P\sin\alpha = i_т c_т \varphi_{т.ср} n/l. \qquad (3)$$

Здесь величину $c_т\varphi_{т.ср}n/l$ можно рассматривать как среднюю за цикл арифметическую сумму сил, действующих на шип кривошипа от коромысел выпрямителей, а P — как среднюю за цикл геометрическую (векторную) сумму этих же сил, но с учетом того, что каждая из них повернута относительно предыдущей на угол $2\pi/n = \Delta\psi$.

Согласно работе [2] при гармоническом цикле угол закрутки торсиона

$$\varphi_т = \varphi_0[\cos\omega t_1 - \cos\omega t - i_т\omega(t - t_1)], \qquad (4)$$

где ω — угловая скорость входного вала; $\omega t_1 = \arcsin i_т$ — фазовый угол включения выпрямителя.

На рис. 1 представлена зависимость угла $\varphi_т$ закрутки торсионного вала от фазового угла ωt цикла. Угол закрутки равен разности ординат косинусоиды и прямой, определяющей изменение угла поворота выходного конца торсионного вала, вращающегося равномерно. На рис. 1 также показаны прямые, соответствующие внутреннему передаточному отношению $i_т = 0{,}5$ и 1. При $i_т = 0$ при любом значении фазового угла ωt угол $\varphi_т > 0$ и достигает максимального значения $2\varphi_0$ при $\omega t = \pi$, а при $i_т \to 1$ угол $\varphi_т \to 0$ и может быть больше нуля только вблизи $\omega t = \pi/2$.

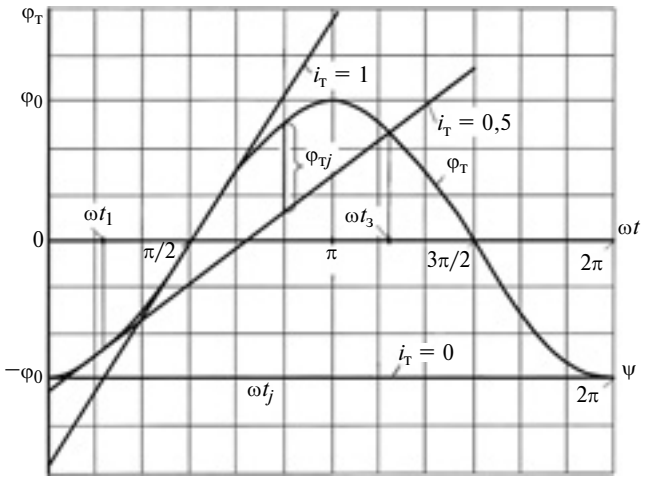


Рис. 1. Зависимость угла $\varphi_т$ закрутки торсионного вала от фазового угла ωt цикла и линии, соответствующие $i_т$ = 0; 0,5; 1

Сила P_j, действующая на шип кривошипа от коромысла j-го выпрямителя, равна углу $\varphi_{тj}$ закрутки торсиона, умноженному на угловую жесткость $c_т$ и деленному на плечо l коромысла. Направление этой силы определяется углом ψ_j, соответствующим положению j-го выпрямителя относительно начала отсчета фазового угла ωt. Арифметическая сумма сил определяется выражением $c_т l^{-1}\sum_1^n \varphi_{тj}$. Геометрическая сумма сил (равнодействующая) имеет вид:

$$P = c_т l^{-1}\sqrt{\left(\sum_1^n \varphi_{тj}\sin\psi_j\right)^2 + \left(\sum_1^n \varphi_{тj}\cos\psi_j\right)^2}. \qquad (5)$$

Здесь $c_т l^{-1}\varphi_{тj}\sin\psi_j$ и $c_т l^{-1}\varphi_{тj}\cos\psi_j$ — проекции силы P_j на оси координат, за одну из которых следует принять линию отсчета фазового угла ωt. Равнодействующая P должна быть направлена от шипа кривошипа к его оси под некоторым углом $\alpha \in 0...\pi/2$, что соответствует формуле (3).

Обозначим отношение геометрической суммы P к арифметической через λ. Тогда

$$\lambda = \left(\sum_1^n \varphi_{тj}\right)^{-1}\sqrt{\left(\sum_1^n \varphi_{тj}\sin\psi_j\right)^2 + \left(\sum_1^n \varphi_{тj}\cos\psi_j\right)^2}. \qquad (6)$$

Фазовый угол ωt изменяется непрерывно в диапазоне от 0 до 2π, а углы ψ_j — имеют постоянные значения в том же диапазоне. Поэтому при конечном числе n выпрямителей при изменении фазового угла ωt_1 включения выпрямителей в зависимости от внутреннего передаточного отношения $i_т$, число включенных выпрямителей изменяется скачком, а $\varphi_{тj}$ может принимать значения от $\varphi_т(\omega t = \psi_j)$ до $\varphi_т(\omega t = \psi_j + \Delta\psi)$.

Так как n в неявном виде входит и в числитель, и в знаменатель формулы (6), то n можно увеличить до $\Delta\psi \to 0$. Тогда ψ будет изменяться так же, как ωt, что позволит заменить в формуле (6) суммы определенными интегралами, деленными на 2π, и сократить полученные дроби на 2π. Обозначив фазовый угол $\omega t = \varphi$, получим формулу (6) в виде:

$$\lambda = \left[\int_{\varphi_1}^{\varphi_3} \varphi_т(\varphi)d\varphi\right]^{-1} \times$$

$$\times \sqrt{\left[\int_{\varphi_1}^{\varphi_3} \varphi_т(\varphi)\sin\varphi d\varphi\right]^{-2} + \left[\int_{\varphi_1}^{\varphi_3} \varphi_т(\varphi)\cos(\varphi d)\varphi\right]^{-2}}. \qquad (7)$$

Здесь $\varphi_3 = \omega t_3$ — фазовый угол выключения выпрямителя, определенный из решения трансцендентного уравнения $\cos(\omega t_1) - \cos(\omega t_3) - i_т\omega(t_3 - t_1) = 0$.

При изменении передаточного отношения $i_т$ величина λ не остается постоянной. При $i_т = 0$ пределы интегрирования расширятся от 0 до 2π. Так как $\cos\varphi$ — функция четная, а $\sin\varphi$ — нечетная, то члены, содержащие $\sin\varphi$ при суммировании взаимно уничтожаются. В соответствии с формулой (4) получим: $\varphi_т(\varphi) = \varphi_0(1 - \cos\varphi)$. Тогда при $i_т = 0$ получим:

$$\lambda = \int_0^{2\pi}(1 - \cos\varphi)\cos\varphi d\varphi \Big/ \int_0^{2\pi}(1 - \cos\varphi)d\varphi$$

или

$$\lambda = \left[\int_0^{2\pi}\cos\varphi d\varphi - \int_0^{2\pi}\cos^2\varphi d\varphi\right] \Big/ \left[\int_0^{2\pi} d\varphi - \int_0^{2\pi}\cos\varphi d\varphi\right],$$

где

$$\int_0^{2\pi}\cos\varphi d\varphi = 0; \quad \int_0^{2\pi}\cos^2\varphi d\varphi = \pi; \quad \int_0^{2\pi} d\varphi = 2\pi.$$

В результате получим $|\lambda| = 1/2$. Это важный результат, так как показывает, что в режиме останова, когда углы закрутки торсионов могут достигать максимального значения, сила, действующая на шип кривошипа, в 2 раза меньше суммы сил, создающих момент на входе в суммирующий редуктор.

При $i_т \to 0$ (см. рис.1) пределы интегрирования уменьшаются: $\varphi_1 = \pi/2 - \delta$; $\varphi_3 = \pi/2 + \delta$, где $\delta \to 0$. Тогда в выражении (7) члены, содержащие $\cos\varphi$, пропадают, а $\sin\varphi \to 1$, т. е. $\lambda \to 1$.

Таким образом, при изменении внутреннего передаточного отношения $i_т$ величина λ изменяется от 0,5 при $i_т = 0$ до 1 при $i_т = 1$. Можно предположить, что это изменение линейно. Тогда при $i_т = 0{,}5$ должно быть $\lambda = 0{,}75$. Для проверки этого предположения достаточно вычислить λ при $i_т = 0{,}5$ непосредственно по формуле (7). В результате по-

лучаем: λ ($i_т = 0{,}5$) = 0,805, т. е. зависимость $\lambda(i_т)$ не линейна, хотя нелинейность незначительна.

Аппроксимируем функцию $\lambda(i_т)$ кривой второго порядка вида

$$\lambda(i_т) = a_1 + a_2 i_т + a_3 i_т^2 .$$

Имея три значения $\lambda(i_т)$ при трех значениях $i_т$, составляем систему из трех уравнений, решая которую, находим значения a_1, a_2, a_3. В результате получим:

$$\lambda(i_т) = 0{,}5 + 0{,}72 i_т - 0{,}22 i_т^2 . \qquad (8)$$

Теперь можно вернуться к определению силы, действующей на шип кривошипа, и ее направления. Согласно принятому определению λ силу P, действующую на кривошип, находим по зависимости

$$P = \lambda c_т \varphi_{т.ср} n/l, \qquad (9)$$

ее направление в соответствии с формулой (3) определяется условием

$$\sin\alpha = i_т/\lambda. \qquad (10)$$

Величину $\varphi_{т.ср}(i_т)$ находим по предложенной в работе [2] и использованной в работе [1] зависимости

$$\varphi_{т.ср} = \varphi_0(b_1 + b_2 i_т + b_3 i_т^2 + b_4 i_т^3 + b_5 i_т^4), \qquad (11)$$

где $b_1 = 1{,}0$; $b_2 = -2{,}657$; $b_3 = 2{,}921$; $b_4 = -1{,}929$; $b_5 = 0{,}665$.

Благодаря свойству саморегулируемости даже при постоянном значении r, а следовательно и φ_0 = const, внутреннее передаточное отношение $i_т$ при изменении момента сопротивления на входном валу изменяется от 0 до 1. Покажем графически, как изменяются величина и направление силы P при изменении $i_т$.

На рис. 2 в подвижной системе координат, вращающейся вокруг точки a (проекция оси входного вала) с угловой скоростью ω по часовой стрелке представлен "складной" кривошип abc, рабочий радиус которого $r = ac$. Вдоль рабочего радиуса направлена ось изменения аргумента $i_т \in 0...1$. На ортогональной оси вправо откладываем функцию $F_1(i_т) = i_т/\lambda(i_т)$, а влево — функцию $F_2(i_т) = \lambda\varphi_{т.ср}/\varphi_0$, которая представляет собой в относительных величинах силу P. Из точки c радиусом $\rho = 1$ проведена четверть окружности для того, чтобы иметь линии синусов в соответствии с формулой (10). Задавая любое значение $i_{тj}$ и проектируя, как показано стрелками, на ось $i_т/\lambda$ и далее на дугу окружности, получаем точку, из которой в точку c направлен луч, соответствующий направлению силы P_j. Проектируя $i_{тj}$ на ось $\lambda\varphi_{т.ср}/\varphi_0$ и далее на прямую f, проходящую через точку c перпендикулярно ac, получим отрезок cf_j, равный относительной величине P_j. Проведя дугу окружности радиусом cf_j до пересечения с j-м лучом, получим точку d. Отрезок cd соответствует силе P_j. Проделав аналогичную операцию при разных значениях $i_{тj}$, получим кривую cde, которая будет геометрическим местом точек начал векторов $\overline{P}_j$, концы которых находятся в точке c. Заметим, что касательные к кривой cde в точках c и e горизонтальны. Поэтому кривая cde близка к половине эллипса с большой осью cd и малой осью, которая в 2 раза меньше. Доказывать это мы не будем, так как кривая cde — лишь иллюстрация значения, которое численно определяется формулами (9), (10).

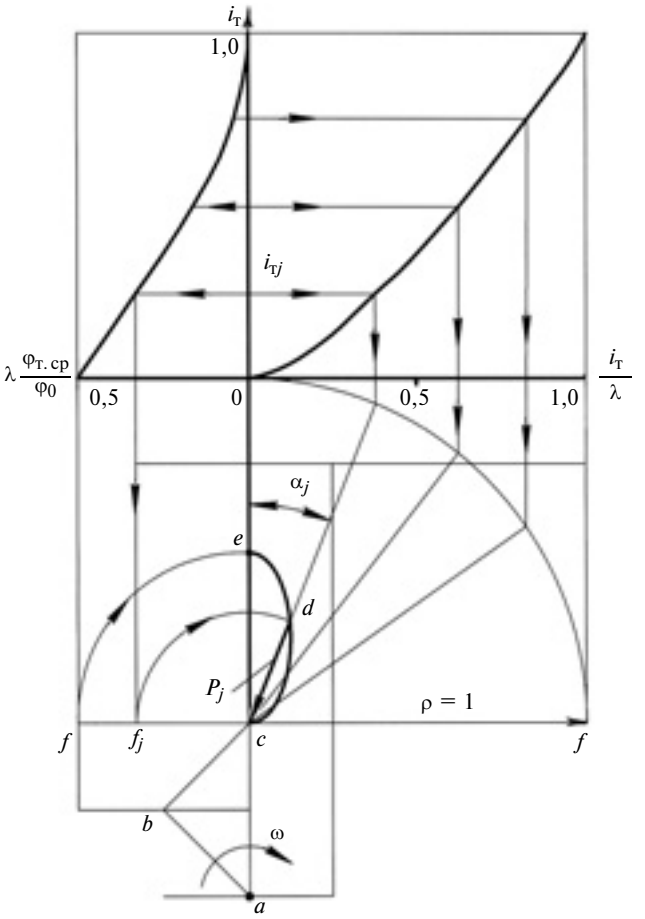


Рис. 2. Изменение величины и положения силы *P* при изменении $i_т$

Таким образом, величины и направления силы, действующей на шип кривошипа, определены. Этого достаточно для выполнения инженерных расчетов при проектировании.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Благонравов А. А.** Расчет внешней характеристики механического трансформатора с колебательным движением внутренних звеньев // Вестник машиностроения. 2011. № 10. С. 8—13.

2. **Благонравов А. А.** Механические бесступенчатые передачи. Екатеринбург: УрО РАН, 2005. 202 с.

УДК 621-192.001.5

В. Е. КАСЬЯНОВ, д-р техн. наук, Т. Н. РОГОВЕНКО, М. М. ЗАЙЦЕВА, кандидаты технических наук
(РГСУ, г. Ростов-на-Дону), e-mail: marinchal@rambler.ru

Обеспечение заданного усталостного ресурса деталей машин с использованием малых выборок исходных данных

Разработана модель обеспечения заданного усталостного ресурса машины с использованием малых выборок исходных данных, позволяющая оптимизировать усталостный гамма-процентный ресурс по удельным суммарным затратам.

Ключевые слова: надежность, усталостный ресурс, малая выборка, гамма-процентное значение, генеральная совокупность конечного объема, распределение абсолютных размахов.

Model of securing specific machine fatigue life using small samples of basic data was developed. This model allows optimizing endurance gamma-percentile life in accordance with specific aggregate costs.

Keywords: reliability, fatigue life, small sample, scale-active value, general totality of final volume, absolute swing disposal.

Повышение надежности техники для обеспечения эффективности ее функционирования является важной задачей машиностроительной отрасли [1].

В связи с уменьшением в последние годы объемов производства машин и финансирования научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ, связанных с повышением технического уровня, качества и надежности машин, заводы и конструкторские бюро вынуждены сокращать объемы и продолжительность испытаний создаваемых машин. Поэтому актуальны вопросы обеспечения заданного усталостного ресурса деталей машин с использованием малых выборок исходных данных по прочности и нагруженности, что будет способствовать ощутимому снижению трудоемкости и стоимости их изготовления.

Анализ выполненных исследований показал, что ранее разработанные методы оценки заданной надежности машины с использованием малых выборок исходных данных имеют ряд недостатков: отсутствие параметра сдвига; несостоятельность и неэффективность оценки параметров вероятностных распределений показателей надежности; получение разных результатов при одинаковых исходных данных и т. д.

Предлагаемый метод основан на модели, разработанной для повышения надежности и эффективности машины, в частности одноковшового экскаватора, и обеспечения заданного усталостного ресурса ее деталей [2].

В структурной схеме модели (рис. 1) предусмотрены шесть блоков: I — параметры, влияющие на техническую производительность машины; II — параметры, влияющие на удельные затраты; III — параметры малой выборки промежуточной совокупности конечного объема (ПСКО), генеральной совокупности конечного объема (ГСКО) предела выносливости σ_{-1} и ГСКО средневзвешенных напряжений $\sigma_{св}$; IV — параметры, необходимые для моделирования ресурса детали; V — параметры, влияющие на снижение предела выносливости; VI — параметры, необходимые для определения гамма-процентного ресурса детали.

Используемые обозначения: C_i — i-е удельные затраты на единицу выработанной машиной продукции ($i = 1, ..., k$; где k — число вариантов изготовления детали); $Ц_р$ — стоимость детали; $З_р$ — затраты на ремонт; $П_{тех}$ — техническая производительность машины; $K_{нап}$, $K_{раз}$ — коэффициенты, учитывающие наполнение ковша и разрыхления грунта; $П_т$ — теоретическая производительность машины; $V_к$ — емкость ковша; $t_ц$ — время цикла; γ_i и $\gamma_{оп}$ — вероятность безотказной работы (ВБР) и ее оптимальное значение, %; Q_i — вероятность отказа; $T_{р.д\gamma_i}$ — расчетный гамма-процентный ресурс детали; $A_{T_{р.д}}$, $B_{T_{р.д}}$, $C_{T_{р.д}}$ — параметры распределения ресурса детали; ψ_σ, Δ, ε_σ, K_σ — коэффициенты, учитывающие соответственно остаточные напряжения от сварки, состояние поверхности, влияние абсолютных размеров поперечного сечения на предел выносливости детали, концентрации напряжений; $K_{\sigma_д}$ — суммарный коэффициент изменения предела выносливости детали; $a_р$ — сумма относительных усталостных повреждений; N_0 — базовое число циклов нагружения; f — частота нагружения; $T_{р.д_i}$ — значения ресурса детали, полученные моделированием по формуле Велера—Серенсена—Когаева и выборочным данным по прочности и нагруженности; $T_{р.з}$ — заданный ресурс машины до ее списания; МВ — малая выборка; σ_{-1} — предел выносливости стали; $МВ_{\sigma_{св}}$ — малая выборка средневзвешенных напряжений; $A_{ПСКО}$, $B_{ПСКО}$, $C_{ПСКО}$ — параметры распределения ПСКО средневзвешенных напряжений; $A_{\sigma_{св}}$, $B_{\sigma_{св}}$, $C_{\sigma_{св}}$ и $A_{\sigma_{-1}}$, $B_{\sigma_{-1}}$, $C_{\sigma_{-1}}$ — параметры распределения ГСКО соответственно средневзвешенных напряжений в опасном сечении детали и предела выносливости;

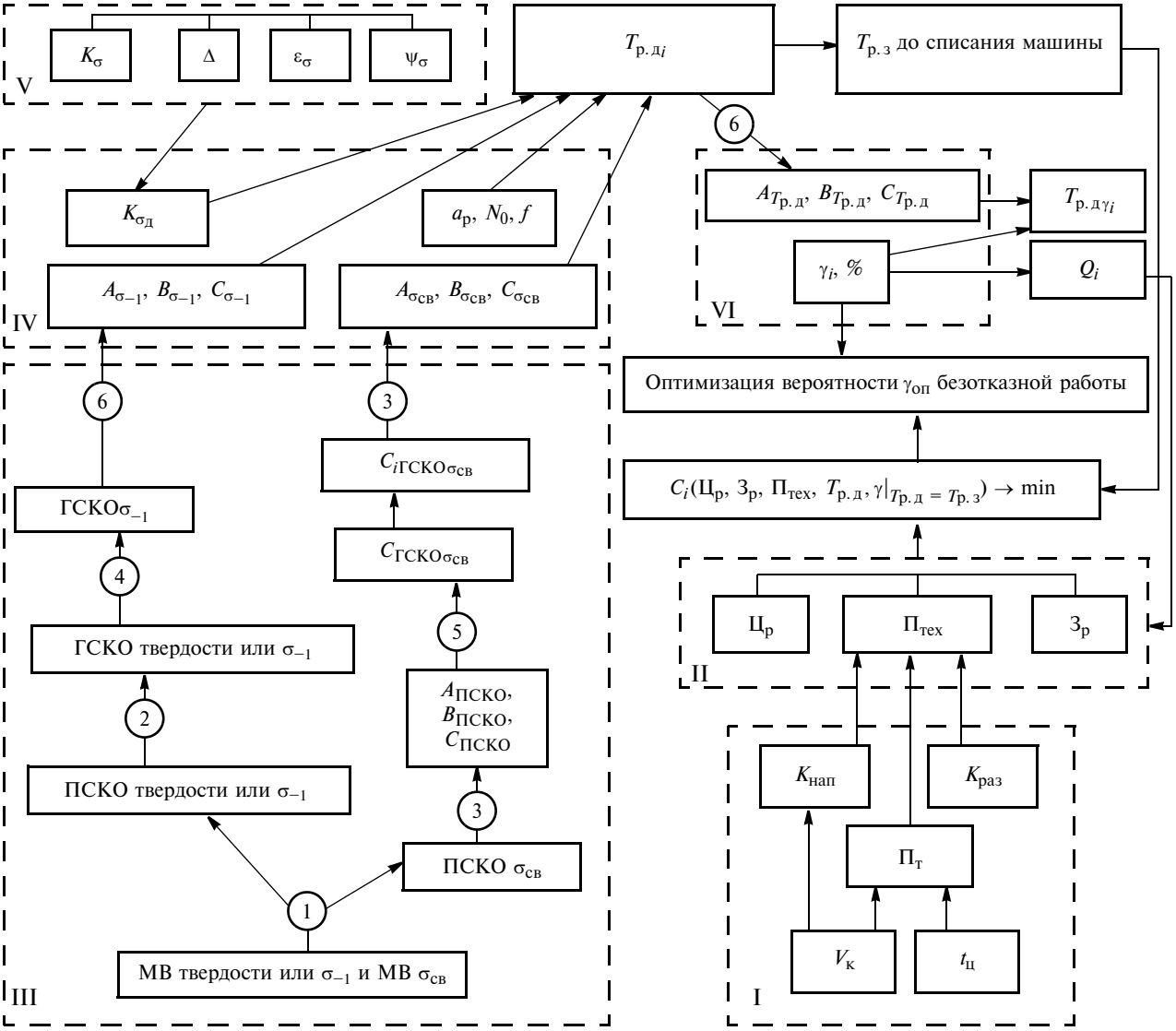


Рис. 1. Структурная схема модели обеспечения заданного усталостного ресурса деталей машин

$C_{ГСКО\sigma_{св}}$ и $C_{iГСКО\sigma_{св}}$ — параметр сдвига ГСКО средневзвешенных напряжений и его распределение, полученное моделированием; *1* — аналитический метод получения ПСКО по малой выборке; *2* — корреляционный метод (метод для определения параметров распределения Вейбулла для ГСКО); *3* — распределение Фишера—Типпета; *4* — двухступенчатый метод, позволяющий рассчитывать предел выносливости при использовании эмпирических формул корреляционной зависимости между твердостью, пределами прочности и выносливости; *5* — интервальное оценивание параметра сдвига распределения средневзвешенных напряжений; *6* — трехпараметрический закон Вейбулла.

Центральную часть данной модели занимают блоки для $\gamma_{оп}$ и $C_i\left\{Ц_р, З_р, П_{тех}, T_{р.д}, \gamma|_{T_{р.д} = T_{р.з}}\right\} \to \min$, предназначенные для оптимизации γ (вероятности P безотказной работы детали) по критерию оптимизации — удельным затратам $C_i \to \min$. Для этого необходимо рассчитать несколько значений C_i при разных исполнениях детали (разные стали, площади опасного сечения детали, варианты концентрации напряжений и т. п.).

Особенностью данной модели является предлагаемый метод статистического моделирования совокупности конечного объема (СКО) с использованием распределения абсолютных размахов [3] для оценки совокупностей объема $10n \leqslant N \leqslant 20n$, которая может являться промежуточной при дальнейшем переходе к ГСКО одним из известных методов.

Моделированная ПСКО складывается из n значений выборки, двух значений границ априорного интервала $[A, B]$ и $n_{доп}$ дополнительно смоделированных значений. Таким образом, $N_{ПСКО} = n + 2 + n_{доп}$.

Дополнительные значения моделируются между выборочными значениями характеристики x_i в соответствии с вероятностью размаха $W_{i,\,i+1}$ в количестве $n_{\text{доп}\,i}$ ($i = 1, ..., n - 1$), а также в интервалах $[A, x_1]$ и $[x_n, B]$ в количестве $n_{\text{доп}\,0}$ и $n_{\text{доп}\,n}$ соответственно [2].

Число дополнительных значений ставится в зависимость от абсолютных размахов, их вероятностей, объема ПСКО и объема выборки, т. е. $n_{\text{доп}\,i}(W_{i,\,i+1},\ F(W_{i,\,i+1}),\ N_{\text{ПСКО}},\ n)$ для $i = 1, ..., n - 1$. Таким образом:

$$N_{\text{ПСКО}} = n + 2 + \sum_{i=0}^{n} n_{\text{доп}\,i}(W_{i,\,i+1},\ F(W_{i,\,i+1}),\ N_{\text{ПСКО}},\ n).$$

Отсюда:

$$n_{\text{доп}\,i} = \frac{F(W_{i,\,i+1})}{W_{i,\,i+1}\left(\sum\limits_{j=1}^{n-1}\frac{F(W_{j,\,j+1})}{W_{j,\,j+1}} + F^* + F^{**}\right)} \times (N_{\text{ПСКО}} - n - 2),\quad i = 1, ..., n - 1;$$

$$n_{\text{доп}\,0} = \frac{F^*}{(x_1 - A)\left(\sum\limits_{j=1}^{n-1}\frac{F(W_{j,\,j+1})}{W_{j,\,j+1}} + F^* + F^{**}\right)} \times (N_{\text{ПСКО}} - n - 2);$$

$$n_{\text{доп}\,n} = \frac{F^{**}}{(B - x_n)\left(\sum\limits_{j=1}^{n-1}\frac{F(W_{j,\,j+1})}{W_{j,\,j+1}} + F^* + F^{**}\right)} \times (N_{\text{ПСКО}} - n - 2),$$

где $$F^* = \min_{1 \le i \le n-1}\left\{\frac{F(W_{i,\,i+1})(x_1 - A)}{W_{i,\,i+1}}\right\};$$

$$F^{**} = \max_{1 \le i \le n-1}\left\{\frac{F(W_{i,\,i+1})(B - x_n)}{W_{i,\,i+1}}\right\}.$$

Функция распределения абсолютных размахов $W_{r,\,s} = x_r - x_s$ ($r, s = 1, ..., n$) имеет вид [4]:

$$F(W_{r,\,s}) = \int_0^W f(W_{r,\,s})\mathrm{d}W_{r,\,s},$$

где $f(W_{r,\,s})$ — плотность распределения размахов (в общем виде):

$$f(W_{r,\,s}) = C_{r,\,s}\int_{-\infty}^{+\infty} P^{r-1}(x)p(x) \times [P(x + W_{r,\,s}) - P(x)]^{s-r-1}p(x + W_{r,\,s}) \times [1 - P(x + W_{r,\,s})]^{n-s}\mathrm{d}x;$$

$$C_{r,\,s} = \frac{n!}{(r-1)!(s-r-1)!(n-s)!};$$

$P(x)$ — функция распределения характеристики; $p(x)$ — плотность вероятности характеристики.

Для проверки достоверности полученных предлагаемым методом результатов проведен вычислительный эксперимент. В качестве исходных данных использована твердость по Бриннелю стали 09Г2С, широко применяемой в машиностроении. Анализ показал: 76÷86 % моделированных СКО по малым выборкам объема $n = 5, 10, 15$ однородны с исходной совокупностью по критерию Вилкоксона; 76÷88 % — имеют с ней общую генеральную совокупность по критерию Смирнова—Колмогорова.

Для дальнейшей оценки гамма-процентного ресурса требуется найти гамма-процентное значение прочностных характеристик. Поэтому проведено сравнение предлагаемого метода с существующими аналитическими методами [5] определения гамма-процентных значений прочностных характеристик сталей по малым выборкам.

Тенденции изменения рассчитанных относительных погрешностей следующие: при использовании аналитических методов погрешности находятся в диапазоне $\delta = 1 \div 25$ %; разработанного метода — в диапазоне 0,1÷10 %, при этом с возрастанием у погрешности снижаются.

Для перехода от ПСКО к ГСКО применяли ранее разработанный корреляционный метод, заключающийся в использовании коэффициентов перехода от параметров ПСКО к параметрам ГСКО, для расчета которых в зависимости от размаха R значений параметров определены уравнения степенной регрессии при индексах корреляции $I_{\text{к}} = 0{,}73 \div 0{,}91$ [6].

Параметры $A_{\text{ГСКО}}$, $B_{\text{ГСКО}}$, $C_{\text{ГСКО}}$ рассчитывали по формулам:

$$A_{\text{ГСКО}} = \frac{A_{\text{ПСКО}}}{f_a(R, n, N_{\text{ГСКО}})};$$

$$B_{\text{ГСКО}} = \frac{B_{\text{ПСКО}}}{f_b(R, n, N_{\text{ГСКО}})};$$

$$C_{\text{ГСКО}} = \frac{C_{\text{ПСКО}}}{f_c(R, n, N_{\text{ГСКО}})},$$

где $A_{\text{ПСКО}}$, $B_{\text{ПСКО}}$, $C_{\text{ПСКО}}$ — параметры соответственно масштаба, формы и сдвига трехпараметрического закона Вейбулла ПСКО.

Исследования показали, что разработанный метод позволяет получить гамма-процентное значение твердости ГСКО объема $N_{\text{ГСКО}} = 10^3 \div 10^6$ по малой выборке объема $n = 5$ при $\gamma = 99{,}9$ и 99,99 % с погрешностью 2÷9,6 %.

Для апробирования предлагаемой модели обеспечения заданного усталостного ресурса были отобраны образцы сталей 15ХСНД, 09Г2С, Ст3, для которых после измерения с помощью твердомера

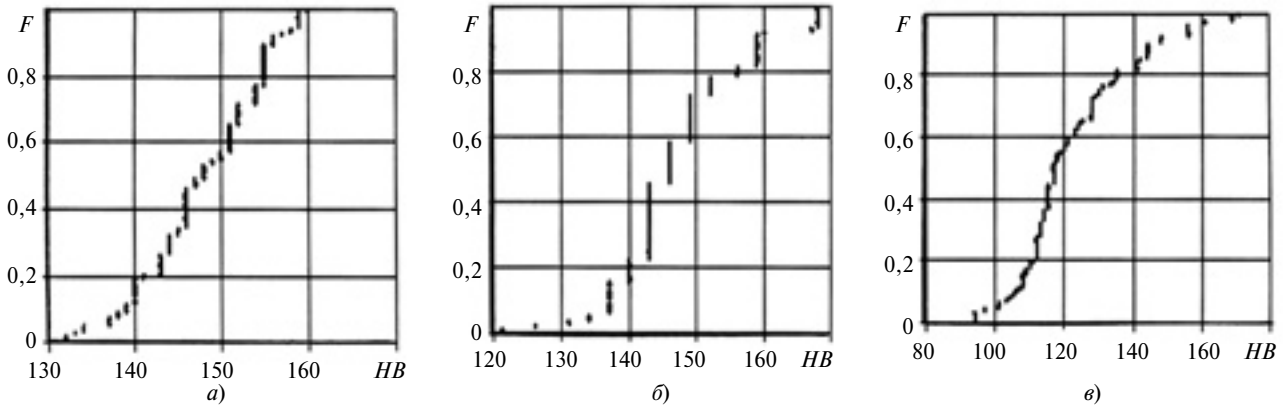


Рис. 2. Эмпирические функции распределения твердости *HB* сталей 15ХСНД (*а*), 09Г2С (*б*), Ст3 (*в*)

ТР 2140 твердости по Бриннелю малой выборки объема $n = 5$ и моделирования ПСКО ($N_{ПСКО} = 100$) построили эмпирические функции распределения (рис. 2).

Анализ известных эмпирических формул корреляционной зависимости твердостей *HB* и *HV*, предела прочности $\sigma_в$ и предела выносливости σ_{-1} показал целесообразность использования для легированной и углеродистой сталей соответственно формул: $\sigma_{-1} = 0{,}765\sigma_в - 123{,}4$; $\sigma_{-1} = 0{,}765\sigma_в - 123{,}4$.

В целях экспериментального определения напряжения, действующего в опасном сечении рукояти обратной лопаты одноковшового экскаватора (рис. 3), выполнено тензометрирование, перед которым датчик тарировали с помощью балки равного сопротивления. В результате получена осциллограмма амплитуд напряжений в опасном сечении *А—А* рукояти.

Так как традиционный метод расчета нагруженности при использовании амплитудных значений напряжений в опасном сечении детали приводит к занижению или завышению значений ресурса, осуществлен переход к средневзвешенным напряжениям. Полученная по малой выборке предлагаемым методом функция $F_{\sigma_{св}}$ распределения средневзвешенных напряжений $\sigma_{св}$ в рукояти показана на рис. 4. Максимальную нагруженность в опасном сечении рукояти предлагается определять как верхнюю доверительную границу к параметру сдвига закона Фишера—Типпета промежуточной совокупности конечного объема.

Исходными данными для моделирования ресурса рукояти экскаватора являются: марка стали — Ст3; толщина бокового листа $h = 8$ мм; базовое число циклов нагружения $N_0 = 3 \cdot 10^6$; сумма относительных усталостных повреждений $a_р = 1$; частота нагружения $f = 1{,}4 \div 2{,}7$ Гц; предел выносливости детали $\sigma_{-1д} = 57{,}3 \div 112{,}1$ МПа; показатель степени кривой усталости $m = 4{,}5 \div 9{,}2$; средневзвешенное напряжение в опасном сечении рукояти $\sigma_{св} = 64{,}1 \div 81{,}9$ МПА; коэффициенты, учитывающие: концентрацию напряжений $K_\sigma = 1{,}1 \div 1{,}2$; влияние абсолютных размеров поперечного сечения на предел выносливости детали $\varepsilon_\sigma = 0{,}9 \div 0{,}95$; состояние поверхности $\Delta = 0{,}98 \div 0{,}74$; остаточные напряжения от сварки $\psi_\sigma = 0{,}7 \div 0{,}89$.

Полученные предложенным методом значения ресурса T_{pi} аппроксимируются трехпараметриче-

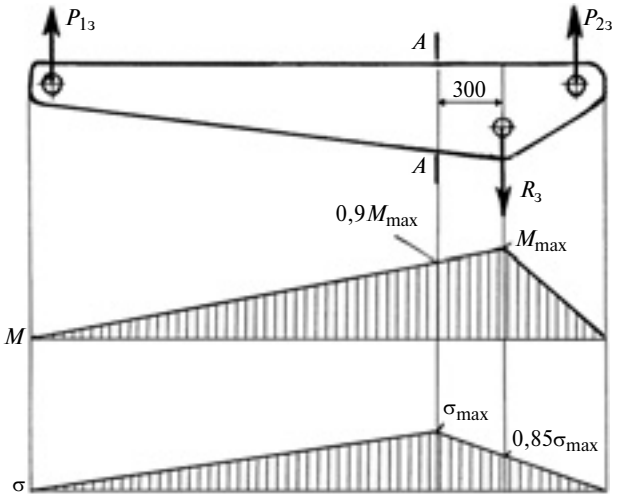


Рис. 3. Схема нагружения рукояти обратной лопаты одноковшового экскаватора и эпюры моментов *M* и напряжений σ

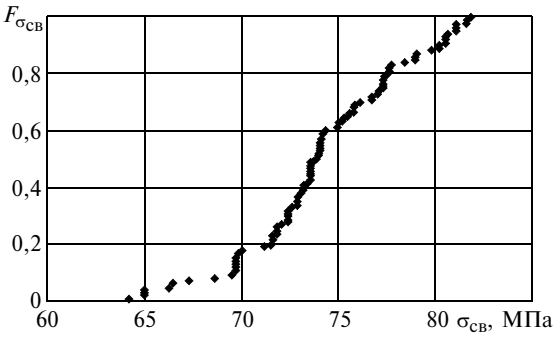


Рис. 4. Функция $F_{\sigma_{св}}$ распределения средневзвешенных напряжений $\sigma_{св}$ в рукояти

Эффективность исполнений рукояти экскаватора

Исполнение	Материал	h, мм	Площадь опасного сечения	$T_{р\,min}$, ч	ВБР	$Ц_{рi}$	$З_{рi}$	$З_{сумi}$
						тыс. руб.		
1	Ст3	8	Не увеличена	0,650	0,000046	53,8	167,7	113,8
2	Ст3	12		8,280	0,487	80,7	154,8	74,0
3	Ст3	12	Увеличена	13,940	0,855	96,9	119,5	22,6
4	09Г2С	8		2,450	0,283	73,7	167,2	93,5
5	09Г2С	12		17,140	0,951	110,5	118,8	8,3
6	15ХСНД	12		19,420	0,997	14,5	145,6	0,613

ским законом Вейбулла. Эмпирическая и аппроксимирующая функции $F_{Т_р}$ распределения ГСКО ресурса представлены на рис. 5.

Гамма-процентный ресурс рукояти

$$T_{р\gamma} = C + A\sqrt[B]{-\ln\left(\frac{\gamma}{100\ \%}\right)}$$

для γ = 99,9; 99,99 и 99,999 % соответственно составляет 779; 769 и 768 ч, что существенно ниже заданного (20 тыс. ч).

По полученным параметрам распределения усталостного ресурса рукояти одноковшового экскаватора проведена оптимизация ВБР — рассмотрены различные возможные исполнения рукояти.

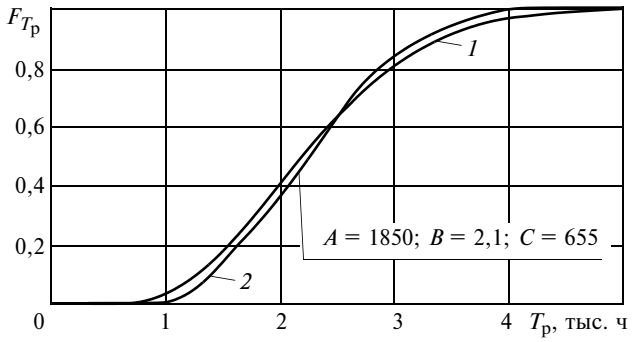


Рис. 5. Эмпирическая (*1*) и аппроксимирующая (*2*) функции $F_{T_р}$ распределения ГСКО ресурса $T_р$ рукояти

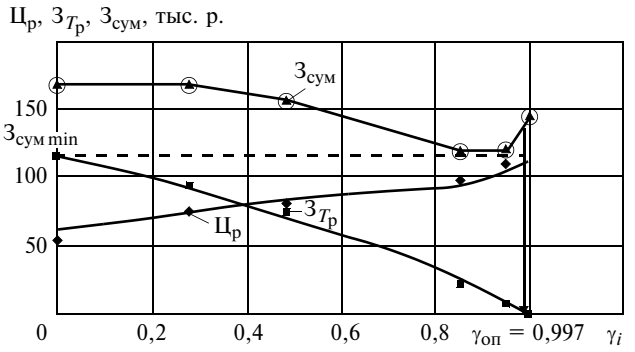


Рис. 6. Зависимости показателей затрат на производство и эксплуатацию рукояти с ресурсом 20 тыс. ч от ВБР

Для изменений прочностных характеристик и напряжения в опасном сечении рукояти при ресурсе 20 тыс. ч предложено: увеличить толщину бокового листа рукояти с 8 до 10 или 12 мм; заменить сталь Ст3 на сталь 09Г2С или 15ХСНД; увеличить площадь опасного сечения рукояти на 20 %.

Для рукоятей разных исполнений вычислим удельные затраты — отношение суммарных затрат на изготовление и эксплуатацию рукояти к объему разработанного экскаватором грунта за все время эксплуатации. Объем разработанного грунта как произведение производительности экскаватора на его ресурс величина детерминированная, поэтому рассматриваем изменение только суммарных затрат (не удельных) для каждого исполнения рукояти (таблица).

Суммарные затраты на производство и эксплуатацию рукояти складываются из ее стоимости, затрат на восстановление и ущерба от простоя экскаватора и связанного с ним комплекса машин при ее поломке. Минимальные суммарные затраты соответствуют ВБР, равной 0,951 (рис. 6), т. е. рукояти из стали 09Г2С толщиной h = 12 мм с увеличенной на 20 % площадью опасного сечения. Рекомендуется изготовлять рукоять из стали 15ХСНД с толщиной бокового листа h = 12 мм с увеличенной на 20 % площадью опасного сечения. При этом суммарные затраты увеличиваются на 15 %, но и ВБР увеличивается до 0,997 (что для строительной техники является приоритетным), а усталостный ресурс составит $T_{р\,min}$ = 19420 ч.

Функция распределения ГСКО ресурса рукояти одноковшового экскаватора из стали 15ХСНД толщиной 12 мм с увеличенной на 20 % площадью опасного сечения представлена на рис. 7.

Адекватность предлагаемой модели обеспечения заданного усталостного ресурса деталей оценивали сравнением полученных данных с экспериментальными. В лаборатории управления надежностью машин РГСУ проводили комплексные исследования надежности одноковшовых экскаваторов ЭО-3322А, ЭО-3322Б, ЭО-3322В, ЕК-12, ЕК-14, ЕК-18 Тверского экскаваторного завода (всего 35 шт.). Для

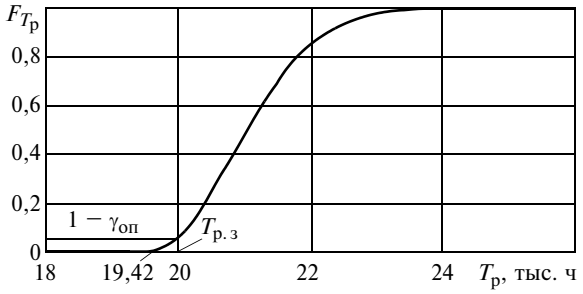


Рис. 7. Функция $F_{T_р}$ распределения ГСКО ресурса рукояти из стали 15ХСНД толщиной h = 12 мм с увеличенным на 20 % опасным сечением

γ = 99,9; 99,99 и 99,999 % получены соответственно экспериментальные гамма-процентные ресурсы $T_{р\ \gamma\ эксп}$ = 977; 914 и 888 ч. Расчетный и экспериментальные гамма-процентные ресурсы отличались на 13,5÷20 %.

Оптимизация ВБР рукояти экскаватора направлена на получение экономического эффекта в результате сокращения числа отказов и затрат на их устранение с учетом потерь от простоя экскаватора и связанного с ним комплекса машин. Годовой экономический эффект от применения разработанного метода вероятностно-статистического расчета и оптимизации усталостного ресурса рукояти одноковшового экскаватора с годовой программой выпуска 500 экскаваторов составит 92 500 р.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Когаев В. П., Дроздов Ю. Н.** Прочность и износостойкость деталей машин. М.: Высшая школа, 1991. 319 с.
2. **Зайцева М. М.** Обеспечение заданного ресурса деталей одноковшового экскаватора с использованием малых выборок исходных данных: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Ростов-на-Дону, 2010 г. Машинопись.
3. **Роговенко Т. Н., Зайцева М. М.** Метод получения совокупности конечного объема из малой выборки с помощью моделирования. Деп. в ВИНИТИ. 18.12.2008. № 970—В2008.
4. **Дэйвид Г.** Порядковые статистики. М.: Наука, 1979. 336 с.
5. **Касьянов В. Е., Дудникова В. В.** Повышение надежности и эффективности работы машины на основе увеличения усталостного ресурса деталей // Вестник машиностроения. 2009. № 11. С. 11—15.
6. **Касьянов В. Е., Роговенко Т. Н., Топилин И. В.** Определение минимального ресурса базовых элементов машин // Вестник машиностроения. 2003. № 3. С. 9—12.

УДК 621.643.001.57

А. А. ПШЕНИЦЫН, д-р техн. наук ("Севмашвтуз", г. Северодвинск), тел. (8184) 52-45-82

Компьютерное моделирование и настройка динамических характеристик распределенных систем

Рассмотрены вопросы управления поведением трубопроводных систем при колебаниях. Предложен алгоритм расчета, учитывающий влияние размещения инерционных и жесткостных элементов на динамические характеристики трубопровода, позволяющий оценить ожидаемую динамику в зависимости от проектных решений, для обеспечения эффективной виброзащиты изделий машиностроения

Ключевые слова: трубопроводная система, динамические характеристики, настройка, компьютерное моделирование, виброзащита.

Aspects of behavior administration of pipeline systems by oscillations were analysed. Computation algorithm taking into account influence of slow-response and stiffening elements arrangement on PL dynamic characteristics was offered. This algorithm allows to appraise wait dynamics depending on design decisions for providing effective protection against engineering products vibration.

Keywords: pipeline system, dynamic characteristics, adjustment, computational modeling, protection against vibration.

Настройка динамических характеристик трубопроводных систем является сложной задачей, поэтому в настоящее время для этих целей используют компьютерное моделирование и компьютерные программы для расчета статических и динамических нагрузок, резонансных частот и других характеристик механической системы.

Использование систем 3D-моделирования позволяет вести размещение оборудования и обвязку его трубопроводами, рассчитывать трубопроводные системы и уточнять размещение всего оборудования и трубопроводов не последовательно, а параллельно, что значительно сокращает сроки проектирования и уменьшает число ошибок, связанных с нестыковкой оборудования.

Рассмотрим проектирование пространственной распределенной динамической системы на примере проектирования стенда промывки гидравлических систем. Трехмерный проект стенда разрабатывали в системе SolidWorks 2009 [1], которая позволяет также рассчитать резонансные частоты в интегрированной системе SW Simulation.

Главная функция систем промывки заключается в обеспечении большой скорости рабочей среды и получении турбулентного режима течения по всей длине трубопровода, что не является рабочим режимом для промываемых трубопроводов. Как показала практика, при работе стенда промывки может возникнуть значительная вибрация как в самом стенде, так и в промываемой системе, что может привести к их разрушению (особенно при высоконагруженных системах с мощным оборудованием).

Динамический расчет системы трубопроводов выполняли методом конечных элементов (МКЭ) [2] с помощью специально разработанной программы [3, 4] и в модуле инженерного анализа SW Simulation с учетом геометрии трубопроводов. Результаты имели хорошую сходимость, при этом разработанная программа была неоднократно проверена при анализе реальных трубопроводных систем, что позволяет считать полученные данные достоверными.

При расчетах трубопроводную систему представляют в виде стержней кольцевого сечения, заполненных жидкостью, которые опираются на упругие опоры и имеют в своем составе инерционные объекты (клапаны, фильтры и т. п.). Применение конечно-элементной модели позволяет исключить недостатки расчета сложных трубопроводных систем. В качестве базовых конечных элементов используют стержни, динамические матрицы которых можно получить с высокой степенью аппроксимации.

Среди многообразных подходов к синтезу динамических характеристик выделим наиболее физически обоснованный метод модального синтеза, при котором в качестве исходной информации о свойствах конструкций используются данные об их собственных частотах и формах колебаний.

Алгоритм оценки чувствительности характеристик колебательной системы к изменению ее параметров реализован на основе процедур МКЭ в форме перемещений, метода кубической сплайн-интерполяции, а также метода корректирующих параметров [5].

Задача о вынужденных колебаниях пространственных разветвленных стержневых систем при кинематическом и силовом возбуждении решается МКЭ в форме перемещений. Систему разбивают на элементы так, чтобы точки расположения оборудования, опор, разветвлений совпадали с узлами конечно-элементной модели. Уравнение движения в матричной форме имеет вид:

$$([K] + i[R])\{y\} + [D]\{\dot{y}\} + [M]\{\ddot{y}\} = \{F\}e^{i\omega t}, \quad (1)$$

где $[K]$ — матрица жесткости; $[R]$ и $[D]$ — матрицы внутреннего и внешнего демпфирования соответственно; $[M]$ — матрица массы; $\{F\}$ — вектор внешней нагрузки.

Для оценки модальных характеристик используют частотное уравнение

$$K - k(\{s\}) - \lambda[M + m]\delta = 0, \quad (2)$$

где $[K - k(\{s\})]$ — матрица жесткости системы с учетом матриц жесткости промежуточных опор; s — предварительный натяг опор; $[M + m]$ — матрица инерции системы с учетом матриц сосредоточенных масс; λ и δ — собственные значения и векторы системы.

Трудности решения приведенных уравнений связаны с тем, что упругодемпфирующие элементы (УДЭ) опор выполнены из прессованной проволоки и имеют нелинейные характеристики [6]. Их жесткость и коэффициент потерь зависят от амплитуды колебаний. Колебательная система с выраженной нелинейностью отличается неизохронностью свободных колебаний, неоднозначностью зависимости амплитуды вынужденных колебаний от частоты гармонической вынуждающей силы, возможностью автоколебательных режимов. Свойство неизохронности означает, что частота свободных колебаний связана с амплитудой.

Для количественной оценки влияния нелинейности УДЭ исследован трубопровод длиной 2,6 м с наружным диаметром 32 мм и толщиной стенки 5 мм, защемленный на концах (рис. 1, *а*). Подвеску *1* (дополнительное крепление), состоящую из трех сло-

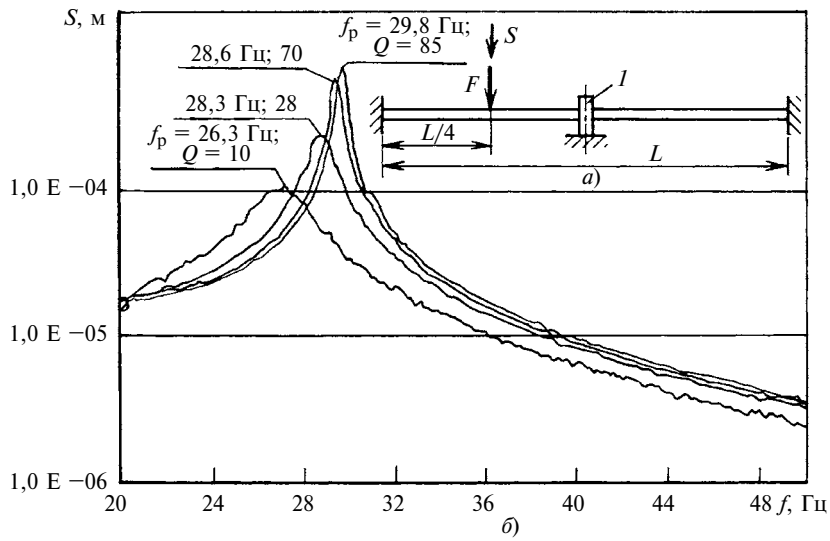


Рис. 1. Схема крепления трубопровода (*а*) и его АЧХ (*б*)

ев УДЭ толщиной 5 мм каждый, размещали на четверти и половине длины L пролета. На схеме крепления трубопровода (см. рис. 1, *а*) показаны точка приложения силы F и место измерения виброперемещения S.

Рассмотрим более детально резонансную характеристику трубопровода, соответствующую первой форме собственных колебаний. На рис. 1, *б* представлены амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) виброперемещения трубопровода в диапазоне частот $f = 20 \div 50$ Гц при различной мощности вибровозбуждения, отличающейся по уровню на 10 дБ. Для сравнения между собой эти АЧХ нормированы относительно вибровозбуждающей силы в 1 Н. Видно, что с увеличением уровня вибровозбуждения резонансная частота первой формы собственных колебаний трубопровода несколько уменьшается с уменьшением крутизны резонансного пика. Это свидетельствует о том, что с ростом амплитуды колебаний в системе уменьшается динамическая жесткость и растет коэффициент потерь. На рис. 1, *б* представлены значения резонансных частот $f_р$ и добротностей Q. При увеличении уровня вибровозбуждения трубопровода с подвеской из УДЭ на 30 дБ от минимального собственная частота $f_р$ первой формы колебаний уменьшилась на 2,5 Гц, а добротность Q — в 8,5 раз.

Приведенные результаты позволяют прогнозировать поведение системы при изменении режимов ее работы. Если по каким-то причинам возрастет мощность источников вибрации, например при изменении режима работы промываемых систем, то существует принципиальная возможность самоотстройки трубопроводных систем от резонансов и демпфирования резонансных явлений в трубопроводах.

Рассмотренные свойства УДЭ — зависимость его динамических характеристик (динамической жесткости и коэффициента потерь) от амплитуды деформации — позволяет значительно уменьшить вероятность резонансных колебаний, так как для возникновения резонанса кроме совпадения собственной частоты колебательной системы с частотой вибровозбуждения необходима и определенная амплитуда вибровозбуждения. И даже при близких значениях собственной частоты и частоты возбуждения автоматическое изменение собственной частоты и увеличение коэффициента потерь в УДЭ приведет к тому, что эти резонансные колебания будут менее опасны, чем в случае, когда система имеет линейные характеристики.

Для упрощения расчета системы, имеющей опоры, жесткости которых зависят от достигнутого динамического уровня деформации, предлагается комбинированный алгоритм определения избирательных областей влияния параметров виброактивных систем и поиска оптимальных параметров элементов конструкций.

Расчет трубопроводов МКЭ проходил в несколько этапов:

расчет собственно трубопровода только с учетом его геометрии и закрепления на концах;

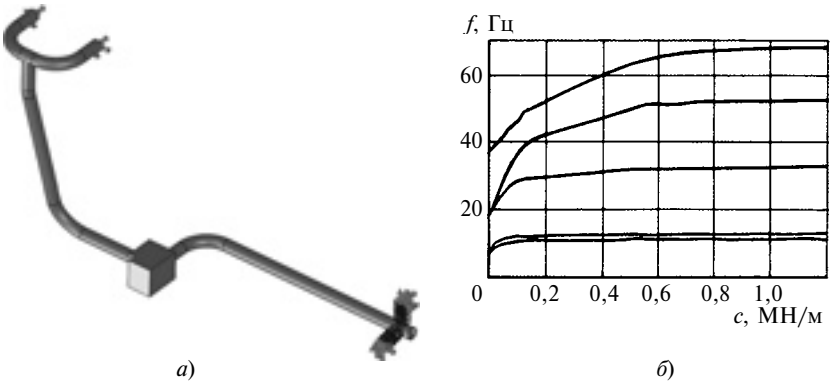
предварительное размещение инерционных объектов (клапанов, фильтров и пр.) и расчет трубопровода с данными объектами (рис. 2);

выбор расположения подвесок (мест дополнительного закрепления) и значений их жесткости (рис. 3 и 4).

Варьируя жесткостью концевой опоры (см. рис. 3, *б*), в качестве которой может быть приня-

а) *б*)

Рис. 2. Расчетная модель с инерционными объектами (*а*) и пятая форма ее колебаний (*б*)



а) *б*)

Рис. 3. Размещение концевой опоры (*а*) и зависимости частот *f* собственных колебаний трубопровода от жесткости *c* (*б*) (для выбора жёсткости концевой опоры)

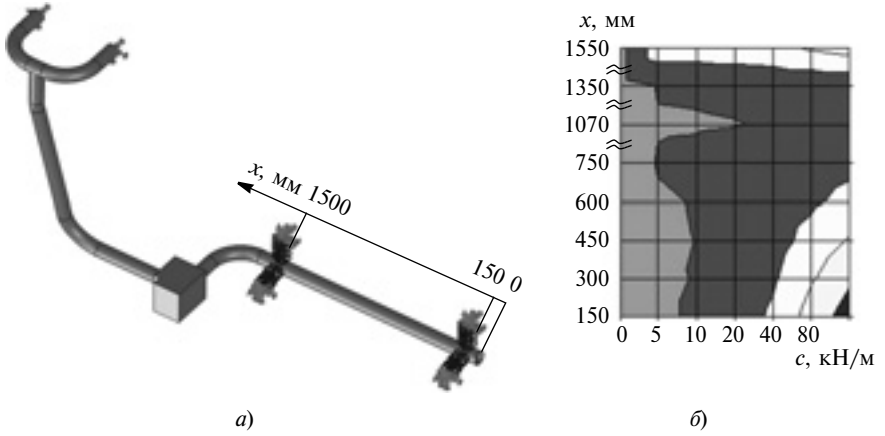


Рис. 4. Расположение промежуточной опоры (*а*) и диаграмма четвертой собственной частоты колебаний в зависимости от расположения и жесткости промежуточной опоры (*б*)

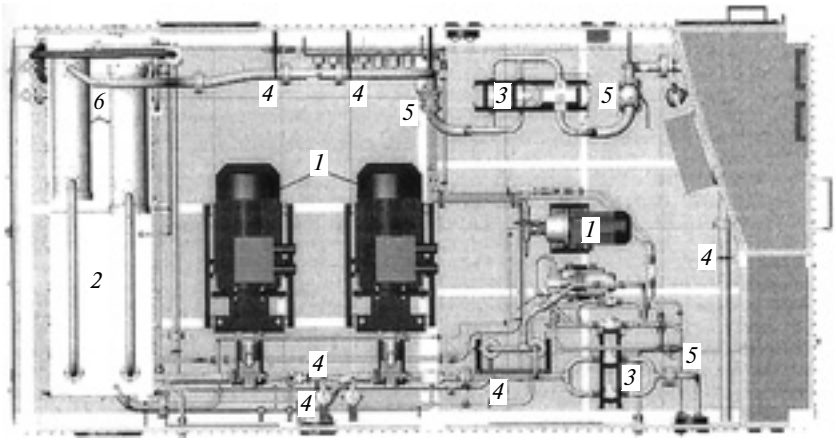


Рис. 5. Компоновка стенда

та, например, стенка расходного бака, возможно выполнить частотную отстройку исследуемого трубопровода от заданных источников колебаний. Изменяя размеры бака и координаты точки выхода из него трубопровода, можно динамические характеристики проектируемой системы привести к заданным значениям. Отметим, что описывающая систему конечно-элементная сетка покрывает и пластину, к которой приварен трубопровод.

Аналогично, варьируя размещение и жесткость промежуточной опоры (см. рис. 4), можно выполнить окончательную частотную доводку системы. На рис. 4, *б* выделены цветом области с интервалом изменения частоты 2 Гц, в которые попадает значение четвертой собственной частоты трубопровода в зависимости от жесткости опоры и координаты x ее установки. Например, при жесткости опоры $c = 5$ кН/м и координате $x = 300$ мм частота находится в интервале 30÷32 Гц, а при жесткости 20 кН/м и $x = 800$ мм — в интервале 32÷34 Гц. Подобные диаграммы облегчают выбор корректирующих параметров для обеспечения требуемых значений частоты.

Проанализировав полученные результаты с учетом возмущающих частот оборудования, провели корректировку геометрических линий трубопроводов и уточнили размещение их креплений в компьютерной модели стенда.

Применение классических принципов проектирования и расчета с учетом возможностей компьютерного моделирования и расчета МКЭ при возрастающей мощности ПЭВМ и разработка комбинированных алгоритмов на базе физико-математического аппарата колебаний распределенных систем с нелинейными опорами позволяют создать эффективную виброзащиты сложных изделий. После разработки основных узлов (насосных агрегатов *1*, бака *2* для рабочей жидкости, блоков фильтров *3* в напорной и сливной сетях, упругих опор *4* на базе элементов из прессованной проволоки, клапанов *5*, теплообменников *6*) получен вариант компоновки стенда (рис. 5), соответствующий заданным техническим требованиям.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **SolidWorks 2007/2008** Компьютерное моделирование в инженерной практике / А. А. Алямовский, А. А. Собачкин, Е. В. Одинцов и др. СПб.: БХВ-Петербург, 2008. 1040 с.

2. **Зенкевич О.** Метод конечных элементов в технике. М.: Мир, 1975. 542 с.

3. **Пшеницын А. А.** К оценке эффективности управления динамическими характеристиками трубопровода при проектировании // Вестник машиностроения. 2005. № 6. С. 35—38.

4. **Пшеницын А. А.** К вопросу о самокомпенсации высокотемпературных трубопроводов при упругом закреплении // Вестник машиностроения. 2009. № 3. С. 31—33.

5. **Зайцев А. Н., Пшеницын А. А.** Метод корректирующих параметров в расчете динамических характеристик распределенных систем // Проблемы машиностроения и автоматизации. 2011. № 1. С. 59—62.

6. **Лесняк А. Н., Пшеницын А. А.** Исследование нелинейности амортизаторов при статической и динамической нагрузке // Судостроение. 2005. № 2. С. 45—47.

УДК 621.833.6.001.4

А. С. ИВАНОВ, д-р техн. наук, С. В. МУРКИН, М. М. ЕРМОЛАЕВ,
В. В. ЛЫЧАГИН (МГТУ им. Н. Э. Баумана),
Б. О. ДУБОВЕЦКИЙ, канд. техн. наук (МГТУ "Станкин"),
e-mail: a-s-ivanov@yandex.ru

Универсальный стенд для испытаний высокоточных редукторов

Предложена конструкция стенда для испытаний редукторов, используемых в высокоточных приводах машин.

Ключевые слова: испытательный стенд, тормоз, датчик вращающего момента, инкрементный энкодер.

Design of reducing gears test fixture was offered; these gears are used in high-precision machine drives.

Keywords: test fixture, brake, torque measuring transducer, increment encoder.

Целью испытаний редукторов является контроль их технических параметров и ресурса. К контролируемым техническим параметрам относятся: вращающий момент на выходном валу; КПД; перегрузочная способность; уровни шума и вибрации; рабочая температура. Для высокоточного редуктора к ним добавляются люфт, кинематическая погрешность и крутильная жесткость. Как правило, испытания проводят на стендах с замкнутым контуром или на стендах с нагружателем в виде тормоза. В последнем случае используют электрический тормоз с торможением генератором при больших угловых скоростях или механический тормоз с фрикционным торможением (при малых угловых скоростях) [1].

По результатам испытаний редукторов на стенде с замкнутым контуром сложно определить КПД редуктора, так как измерить вращающие моменты на его входе и выходе затруднительно. Кроме того, такой стенд не приспособлен для испытаний необратимых редукторов и не обеспечивает контроль люфта и крутильной жесткости.

Стенд с нагружателем в виде электрического тормоза эффективен только в случае испытаний сразу двух редукторов, при этом необходимо, чтобы они были обратимыми.

Стенд с нагружателем в виде механического тормоза допускает испытания одного редуктора, при этом редуктор может быть как обратимым, так и необратимым. Поэтому этот стенд выбран прототипом универсального испытательного стенда, а в качестве нагружателя использовали электромагнитный порошковый тормоз (таблица) небольших размеров, который может стабильно поддерживать необходимый тормозной момент или изменять тормозной момент по заданной программе, если частота приложения нагрузки не превышает 10 Гц. Для увеличения тормозного момента допускается последовательное соединение двух тормозов, поскольку вал каждого тормоза рассчитан на двукратную перегрузку.

Электромагнитный порошковый тормоз создает тормозной момент (см. таблицу) независимо от частоты вращения его вала. Поэтому, если на выходном валу редуктора требуется иметь тормозной момент больше, чем может реализовать тормоз, то между редуктором и тормозом следует установить мультипликатор, который увеличит частоту вращения вала тормоза и, следовательно, увеличит рассеиваемую тормозом мощность (см. таблицу).

КПД редуктора определяют по формуле $\eta = T_2/(T_1 u)$, где T_1, T_2 — вращающие моменты на входном и выходном валах; u — передаточное число редуктора.

Во многих стендах выбранного типа, чтобы измерить вращающие моменты на входном и выходном валах редуктора, устанавливают корпуса двигателя и тормоза на подшипники, а вместо вращающих моментов измеряют реактивные моменты с помощью динамометров, встраиваемых между корпусами и рамой стенда. Например, так выполнен стенд [1] для испытаний волновых передач. Однако данный метод измерения вращающих моментов не рационален, если при изменении типа испытуемого редуктора двигатель заменяется на другой, и не точен, если между испытуемым редуктором и тормозом установлен мультипликатор, имею-

Основные технические данные электромагнитных порошковых тормозов

Тормоз	Тормозной момент, Н · м	Номинальная рассеиваемая мощность, кВт	GD^2 ротора, кг · м^2	Масса, кг
ПТ-2,5М1	0÷25	0,6	0,0035	15
ПТ-6М1	0÷60	1,6	0,013	25
ПТ-16М1	0÷160	4,0	0,035	50
ПТ-40М1	0÷400	10	0,18	115
ПТ-100М1	0÷1000	25	0,9	260
ПТ-250М1	0÷2500	50	1,6	423

Рис. 1

Рис. 2

Рис. 3

щий собственные потери на трение. Поэтому для измерения вращающих моментов на входе и выходе редуктора в разрабатываемом стенде использованы датчики вращающего момента типа TRB (рис. 1), которые могут измерять моменты от 1 до 20 000 Н · м и не требуют отключения при длительной работе стенда. Они напрямую подключаются к тензометрической станции ZET 017-T8, выпускаемой ЗАО "Электронные технологии и метрологические системы". Питание датчиков вращающего момента осуществляется от встроенного генератора тензостанции.

Редуктор целесообразно приводить во вращение синхронным двигателем с управлением его скоростью от частотного преобразователя, применение которого позволит экономить электроэнергию, снизить пусковые токи до минимально необходимых значений, уменьшить ударные нагрузки на редуктор и защитить двигатель.

Если в качестве приводного использовать двигатель Siemens типа 1LA7 (имеет мощность от 0,06 до 18,5 кВт и высоту оси вращения вала относительно опорной поверхности лап от 56 до 160 мм), то частотным преобразователем может служить преобразователь частоты серии PR6100, отличающийся высокой точностью и широким диапазоном регулирования частоты вращения.

Мертвым ходом кинематической цепи называют разность положений ведомого звена для одинаковых положений ведущего звена при прямом и обратном ходах кинематической цепи. Крутильная жесткость характеризуется отношением вращающего момента на выходном валу к соответствующему углу закручивания. Кинематическая погрешность испытуемого редуктора — это алгебраическая разность между погрешностями положений выходного вала в разные моменты времени работы редуктора.

Для контроля люфта, крутильной жесткости и кинематической погрешности использованы два инкрементных энкодера ЛИР 190А (рис. 2) или ЛИР 190Ф производства СКБ ИС, допускающие частоту вращения 4000 мин$^{-1}$: один соединен с выходным валом, разрешающая способность 3 600 000 дискрет (точность 2,5"); другой соединен с входным валом, разрешающая способность 2 000 000 дискрет (точность 15").

Энкодеры установлены на отдельных кронштейнах, закрепленных на раме стенда, и приводятся во вращение зубчато-ременными передачами, соединяющими их валы с входным и выходным валами редуктора, для чего на последних установлены шкивы зубчато-ременной передачи. Если использовать ремни с шагом зуба 5 мм, то ширину шкивов можно принять равной 16 мм; такие шкивы можно разместить на валах (концы валов — длинные, ГОСТ 12080—66) между заплечиками и муфтами. Энкодеры подключаются к устройству цифровой индикации УЦИ ЛИР-520 производства СКБ ИС.

Универсальный испытательный стенд должен обеспечивать установку и замену испытуемого редуктора без демонтажа остальных узлов. Поэтому для соединения входного и выходного валов редуктора с датчиками вращающего момента выбраны упругокомпенсирующие муфты Rotex типа A-H (рис. 3) фирмы KTR с клеммовым креплением на валах и продольным разъемом ступиц.

Схема стенда (вид сверху) приведена на рис. 4: *1* — электродви-

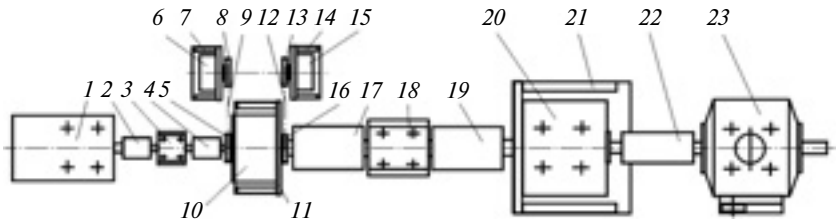


Рис. 4

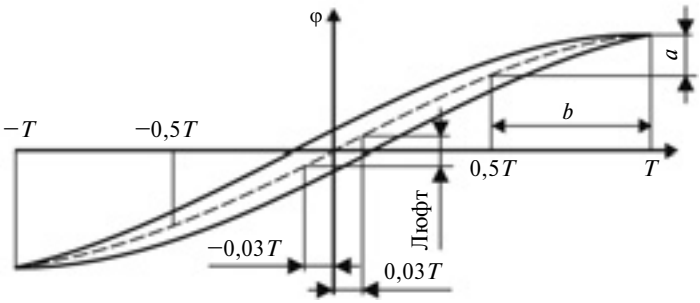


Рис. 5

гатель; *2*, *19* и *22* — компенсирующие муфты; *3* и *18* — датчики вращающего момента типа TRB; *4* и *17* — муфты Rotex типа A-H; *5*, *8*, *13* и *16* — шкивы; *6* — энкодер ЛИР 190Ф; *7*, *11*, *14* и *21* — кронштейны; *9* и *12* — зубчатые ремни; *10* — испытуемый редуктор (предполагается, что редуктор соосный, с фланцевым креплением); *15* — энкодер ЛИР 190Ф; *20* — мультипликатор; *23* — порошковый тормоз.

На рис. 5 показана петля гистерезиса, характеризующая точностные параметры редукторов, которая построена в координатах: T — вращающий момент на выходном валу; φ — угол закручивания звеньев кинематической цепи редуктора при прямом и обратном ходах. Люфт контролируется замером угла φ отставания выходного вала редуктора относительно входного вала при реверсе выходного вала и моменте T, составляющем 3 % от номинального.

Кинематическая погрешность измеряется в режиме холостого хода, как разность погрешностей положения выходного вала при прямом и обратном ходах.

Угловая жесткость контролируется при заторможенном входном вале редуктора. Угол поворота выходного вала измеряют при изменении вращающего момента на выходном валу от половины номинального значения до номинального. Вращающий момент на выходном валу создается рычагом, который крепят на валу с помощью соединения, подобного используемому для крепления муфты Rotex типа A-H (см. рис. 3), при этом снимают муфты с входного и выходного валов. На рычаг вешают грузы, последовательно изменяя вращающий момент от $0{,}5T$ до T с шагом $0{,}1T$. Входной вал стопорят соединением с пластиной, закрепленной на раме стенда. Отношение вращающего момента b (см. рис. 5) к соответствующему углу a закручивания дает крутильную жесткость проверяемого редуктора.

Подобным способом оценивают перегрузочную способность T_{max} редуктора. Отличие заключается в том, что грузы, навешиваемые на рычаг, изменяют момент последовательно от T до T_{max} с шагом $0{,}1T$. Значение T_{max} определяется моментом на выходном валу, при котором крутильная жесткость начнет понижаться, что свидетельствует о достижении предела текучести в одном из звеньев кинематической цепи редуктора.

Для оценки уровня шума и вибрации можно использовать переносной аппарат ZET 110 — шумомер, виброметр и регистратор, чувствительный к высокочастотным ударным импульсам в области частот, превышающих 20 кГц. Для проведения вибродиагностики редукторов целесообразно использовать комплекты аппаратуры на основе анализатора спектра ZET 017, разработанные ЗАО "Электронные технологии и метрологические системы" (г. Зеленоград).

Температуру разных частей корпуса можно измерять пирометром ПИТОН-106 или термопарами, подключенными к тензометрической станции 017-Т8.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Машины** и стенды для испытания деталей / Под ред. Д. Н. Решетова. М.: Машиностроение, 1979. 343 с.

2. **Иванов А. С., Муркин С. В.** Конструирование современных мотор-редукторов: Электронное учебное пособие. М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2012. 147 с, http://wwwcdl.bmstu.ru/rk3/Motor.html

ВНИМАНИЮ ПОДПИСЧИКОВ ЖУРНАЛА "ВЕСТНИК МАШИНОСТРОЕНИЯ"

Подписка на журнал принимается по каталогам:

"Роспечать" — индекс **70120**;
"Пресса России" — индекс **27841**;
"Почта России" — индекс **60264**.

УДК 670.191.33

И. В. КОНОВАЛЕНКО, канд. техн. наук, П. О. МАРУЩАК, д-р техн. наук, И. Б. ОКИПНЫЙ, канд. техн. наук (Тернопольский НТУ им. Ивана Пулюя, Украина), e-mail: laboratory22b@gmail.com

Автоматизированный анализ рельефа поверхности разрушения псевдостереометрическим методом[1]

Рассмотрена возможность автоматизации лабораторных исследований микроповерхностей разрушения материалов с помощью псевдостереопары. Метод можно использовать для определения геометрии зоны старта трещины вязкого отрыва.

Ключевые слова: разрушение материала, фрактодиагностика, изображение поверхности, автоматизированный расчет.

Possibility of laboratory research automation of microsurface material damage by means of non-stereoscopic pair was examined. This method may be used for determining the generalized set up area of crack ductile cleavage.

Keywords: rupture of material, fracto-diagnostic operation, surface mapping, computational analysis.

Известно, что пластическое деформирование материалов можно рассматривать как стадийный процесс эволюции масштабных уровней потери сдвиговой устойчивости [1]. При этом каждая стадия характеризуется самоорганизацией структурных составляющих по принципу масштабной инвариантности [1—3].

Активизация деформационных процессов обусловливает их локализацию и дальнейшее разрушение материала, механизм которого можно оценить по анализу изломов материалов или натурных конструкций, т. е. методами фрактодиагностики [5]. В настоящее время фрактодиагностику широко используют для экспертной оценки причин разрушения ответственных конструкций и развивают ее подходы с целью автоматизации исследований, повышения их достоверности и снижения трудоемкости. Активно разрабатывают новые экспериментально-расчетные методы анализа неоднородности полей перемещений и деформаций около концентраторов напряжений [6].

Наиболее информативными для фрактодиагностики являются методы объемного воспроизведения анализируемой поверхности, включая стереометрические, которые дают дополнительную информацию о причинах разрушения материала [7].

Несмотря на множество методов обработки цифровых изображений поверхности и формирования выводов о ее состоянии, в настоящее время остается актуальным создание универсального и эффективного подхода вторичной обработки данных фрактографического анализа. Псевдостереометрический метод позволяет, проанализировав несколько последовательно сделанных фотоизображений, воспроизвести высоту поверхностного рельефа [8], однако с точки зрения оценки параметров поверхности разрушения образцов материалов он недостаточно изучен.

Цель данной работы — автоматизация метода обработки изображений поверхности излома. Исследовали термообработанную сталь 15Х2МФА(II): закалка при 1000 °С в течение 6 ч в масле, отпуск (одноразовый) при 600 °С на воздухе. Механические свойства стали после такой термообработки: $\sigma_{0,2}$ = 900 МПа, $\sigma_в$ = 1000 МПа, δ = 15,8 %, ψ = = 39,2 % [7].

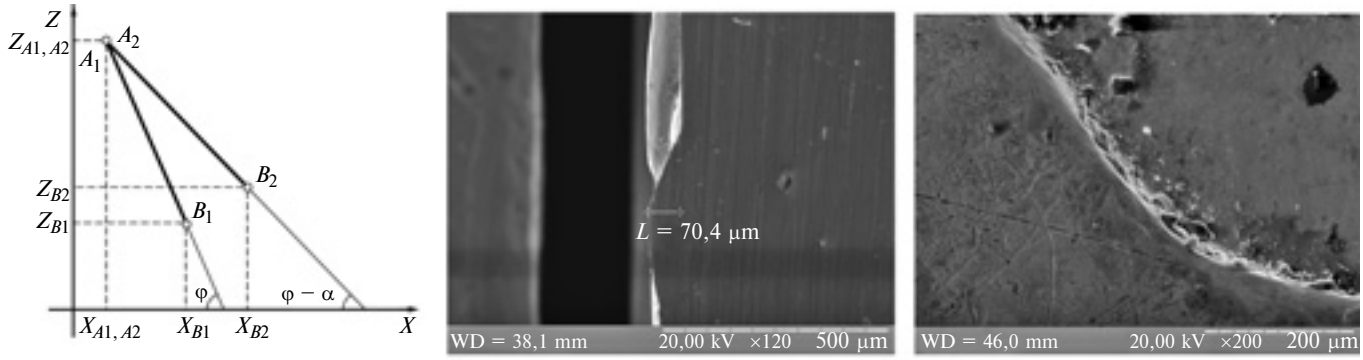
Трещиностойкость материала определяли на компактных образцах толщиной 19 мм. Предварительно на всех образцах выращивали усталостные трещины при коэффициенте асимметрии цикла нагружения $R = K_{min}/K_{max} = 0,1$ и частоте нагружения 40 Гц. Здесь K_{max}, K_{min} — максимальный и минимальный коэффициенты интенсивности напряжений. Относительная длина трещины составила 0,45÷0,55 ширины образца.

Формализация задач автоматизированного расчета высоты рельефа. Так как фотографическое изображение получено в цифровой форме, в работе использовали цифровую фотограмметрию [9]. Одна из основных задач — автоматизированная обработка топологических данных для воспроизведения высоты локальных участков поверхности.

Для определения высоты рельефных образований опытный образец размещали так, чтобы анализируемый участок поверхности был перпендикулярен оптической оси жестко зафиксированной цифровой фотокамеры. Получали первичное изображение I_1. Систему координат выбирали с учетом того, чтобы оси X и Y были ориентированы в плоскости анализируемой поверхности, а ось Z совпадала с оптической осью фотокамеры. Затем образец поворачивали вокруг оси Y на угол α = 2÷20° и при фиксированных параметрах съемки получали вторичное изображение I_2 анализируемого участка. Изображения I_1 и I_2 образуют стереопару, которая позволяет получить информацию о высоте (глубине) анализируемой поверхности.

На изображениях I_1 и I_2 идентифицировали положение базовой точки A и фиксировали ее координаты X_{A1} и X_{A2}. Далее на обоих изображениях выбирали

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке Государственного фонда фундаментальных исследований Украины. Регистрационный номер проекта 0112U005148.



а) *б*) *в*)

Рис. 1. Схема стереоскопического поворота (*а*), вид эталонной поверхности сбоку (*б*) и сверху (*в*) [4]

точку *B*, высоту которой необходимо определить относительно базовой точки *A*, и фиксировали ее координаты X_{B1} и X_{B2}. Высоту между точками *A* и *B* по оси *Z* определяли по формуле [4]

$$\delta Z_{ABN} = \delta X_{A1B1} \times \times \left(\mathrm{ctg}\alpha - \frac{\delta X_{A2B2}}{\delta X_{A1B1} \sin\alpha} \right), \qquad (1)$$

где $\delta X_{A1B1} = X_{A1} - X_{B1}$, $\delta X_{A2B2} = X_{A2} - X_{B2}$; $\delta Z_{A1B1} = Z_{A1} - Z_{B1}$.

Схема данного способа определения высоты показана на рис. 1, *а*.

Методика определения высоты элементов микрорельефа. Стереопары получали на сканирующем микроскопе РЭМ 106И при соблюдении тождественности увеличения обоих изображений, одинаковых уровнях яркости и контрастности, одном фокусном расстоянии для обеих фотографий [4, 8]. Полученную стереопару объекта до и после поворота на заранее определенный угол называют псевдостереопарой, так как изображение получают из одной точки пространства, тогда как для классического случая — из двух [4].

Угол поворота рассматриваемой поверхности изменяли с помощью гониометрического устройства микроскопа путем наклона предметного столика при его вращении вокруг своей оси. С определенными допущениями такой вид съемки можно назвать "псевдоконвергентным" [8].

Экспериментальная проверка стереоскопического метода на эталонных образцах с известной высотой микронеровностей (рис. 1, *б*, *в*) позволила установить, что отклонение измеренной высоты рельефа от истинных значений не превысило 4 %. Это подтверждает возможность применения данного метода для анализа геометрических неровностей поверхности разрушения, например при исследовании морфологии квазистатического отрыва и измерении высоты зоны вытягивания образцов стали 15Х2МФА(II).

Для определения высоты неровностей поверхности локального участка образца проводили серию дискретных поворотов образца вокруг оси *Y* с шагом $\alpha = 5°$. После каждого поворота при неизменных параметрах оптической системы получали повторное изображение анализируемой области (рис. 2).

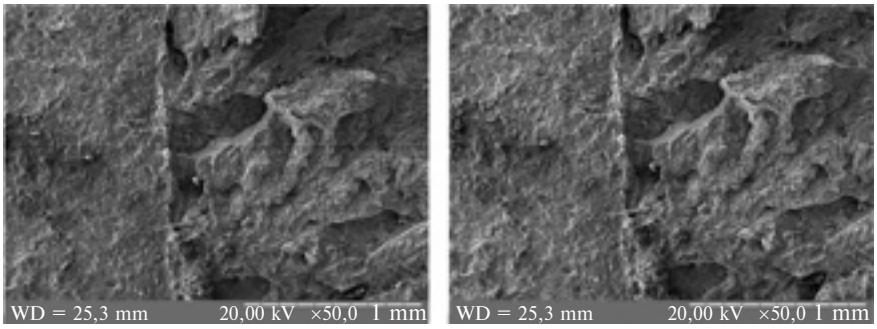
Базовое (I_1) и повторные (I_2, I_3, ...) изображения, полученные при поворотах образца, сохраняли в отдельных графических файлах и обрабатывали по специальной программе согласно алгоритму определения микронеровностей поверхности:

1) на базовом изображении выбирали пару характерных точек *A* и *B* и заносили их координаты (X_{A1} и X_{B1}) в память в пикселях (рис. 3, *а*);

2) на каждом из повторных изображений идентифицировали положение точек *A* и *B* и запоминали их координаты (X_{A2} и X_{B2}) в пикселях (рис. 3, *б*). По формуле (1) рассчитывали высоту δZ_{AB} между точками *A* и *B* вдоль оси, совпадающей с оптической осью микроскопа и камеры, и сохраняли ее значение;

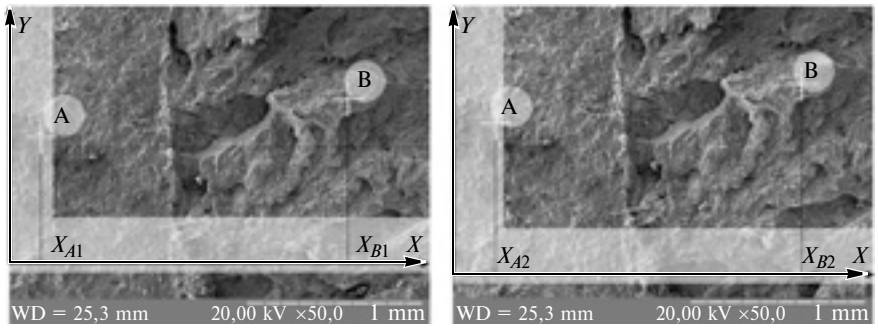
3) для повышения достоверности результата рассчитывали усредненную высоту между точками:

$$\delta Z_{AB} = \frac{1}{M} \sum_{N=1}^{M} \delta Z_{ABN}, \qquad (2)$$



а) *б*)

Рис. 2. Изображения поверхности образца:
а — первичное, до поворота; *б* — вторичное, после поворота на 5°



а) *б*)

Рис. 3. Первичное (*а*) и вторичное (*б*) изображения с идентифицированной парой точек *A* и *B*

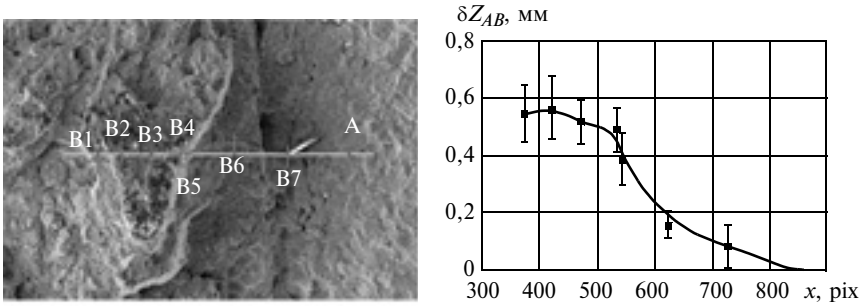
где M — число проанализированных пар изображений.

Переход от пиксельной системы измерений к метрической обеспечивался масштабированием.

Практическое определение высоты неровностей поверхности. Предложенную методику использовали для определения высоты зоны вытягивания трещины вязкого отрыва при разных углах α поворота образца относительно его начального положения. Исследования проводили при увеличении микроскопа от 50 до 150. Для исследованных образцов среднеквадратическое отклонение высоты δZ_{ABN}, определенное по формуле (1) для одних и тех же точек *A* и *B* при разных углах поворота, не превышало 0,05 мм.

Предложенная методика позволяет определить относительную высоту рассматриваемой точки изображения. Если выбрать совокупность точек, расположенных вдоль конкретной оси, то можно получить приблизительный профиль поверхности образца в данном сечении. На рис. 4, *а* показан фрагмент зоны вытягивания опытного образца с выбранными вдоль оси *X* точками, отклонения которых от горизонтали связаны с необходимостью выбора легко идентифицируемых точек, принадлежащих хорошо узнаваемым элементам поверхности.

На рис. 4, *б* показано изменение высоты рельефа поверхности исследуемого образца в анализируемой области. По оси *X* отложено расстояние от левого края изображения в пикселях, по оси *Y* — высоты анализируемых точек (см. рис. 4, *а*), рассчитанные по предложенной методике. Высоту каждой точки определяли при увеличениях от 60 до 150 и ряде значений углов поворота. Полученные результаты усредняли по формуле (2), далее для каждой точки рассчитывали среднеквадратическое отклонение и доверительный интервал полученной высоты. На рис. 4, *б* показаны интервалы доверительной вероятности 95 % для каждой точки.



а) *б*)

Рис. 4. Совокупность точек вдоль линии, параллельной оси *X* (*а*), и график их высот относительно базовой точки *A* (*б*)

На разброс значений, полученных для отдельных точек, влияют такие факторы, как точность определения угла стереоповорота, взаимная перпендикулярность оси поворота и направления наблюдения, увеличение стереопары, параллельность оси поворота вертикальному краю изображения, идентификация одних и тех же точек объекта на обоих изображениях [10—12]. В нашем случае точность величин факторов, кроме последнего, определялась возможностями сканирующего микроскопа РЭМ 106. На разброс полученных значений высоты рельефа наибольшее влияние оказывает точность идентификации пар анализируемых точек на обоих изображениях.

На погрешность идентификации точек также влияют особенности рельефа опытного образца, изменение освещенности при повороте, размер отдельных элементов изображения, четкость их границ и т. д. Важным фактором точности измерений является достаточно высокое разрешение изображения [10]. При небольшом разрешении погрешность ξ_X идентификации координаты точек может быть соизмерима с полученным значением δX_{AB}. Такая особенность может проявляться и при определенных комбинациях разрешения, угла поворота и высоты исследуемых микронеровностей. В общем случае условие получения достоверных результатов можно выразить как $\delta X_{AB} \gg \xi_X$.

Таким образом, доработан и автоматизирован метод определения высоты микронеровностей поверхности с помощью псевдостереопары, которая позволяет определить геометрию зоны старта трещины вязкого отрыва.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Панин В. Е.** Пластическая деформация и разрушение твердых тел как эволюция потери их сдвиговой устойчивости на разных масштабных уровнях // Вопросы материаловедения. 2002. № 1. С. 34—50.

УДК 620.178

В. Г. АТАПИН, д-р техн. наук, А. И. РОДИОНОВ, канд. физ.-мат. наук, А. А. РЫКОВ, канд. техн. наук, Г. С. ЮРЬЕВ, д-р техн. наук (Новосибирский ГТУ), e-mail: teormech@ngs.ru

Испытания изделий больших размеров на инерционно-импульсное воздействие

Проведен анализ центробежных стендов, ранее применявшихся для испытаний малогабаритных изделий, с целью использования их для импульсного разгона больших объектов.

Ключевые слова: центробежная сила, импульс ускорения, маховик, испытания.

Centrifugal stands analysis was realized with the object of their usage for impact dispersal of large plants. These stands were formerly used for test of small-scale makes.

Keywords: centrifugal force, acceleration pulse, flywheel, test.

Для испытаний малогабаритных изделий на ударное воздействие высокой интенсивности широко используют стенды с волноводным трактом для формирования плоской ударной волны, которая нагружает испытуемое изделие [1]. В качестве примера приведем технические характеристики испытательных стендов Рус. 1, К8-77 и ИЦ-30000/0.01, разработанных на кафедре теоретической механики и сопротивления материалов Новосибирского ГТУ.

Техническая характеристика стенда Рус. 1

Пиковое значение импульса ускорения	До $7 \cdot 10^4$ g
Длительность импульса, мкс	50÷100
Скорость ударника, м/с	До 40
Форма импульса ускорения	Полусинусоидальная
Масса испытуемого изделия, кг	0,3
Производительность, ударов/мин	2
Размеры стенда, мм	4500×700×1200

Техническая характеристика стенда К8-77

Пиковое значение импульса ускорения	$5 \cdot 10^4$ g
Длительность импульса ускорения, мс	0,05÷0,1
Скорость ударника, м/с	До 50
Форма импульса ускорения	Полусинусоидальная
Масса испытуемого изделия, кг	0,5
Производительность, ударов/мин	3
Размеры стенда, мм	1500×550×650

Техническая характеристика стенда ИЦ-30000/0.01

Пиковое значение импульса ускорения	$(5 \div 30) \cdot 10^3$ g
Длительность импульса ускорения, мс	5÷15
Форма импульса ускорения	Полусинусоидальная
Производительность, ударов/ч	20
Размеры испытуемого изделия, мм	40×40×40
Размеры стенда, мм	1200×750×600

(Окончание статьи. Начало см. на стр. 22)

2. **Герасимова Л. П., Ежов А. А., Маресев М. И.** Изломы конструкционных сталей: Справочник. М.: Металлургия, 1987. 272 с.

3. **Стадийность** локализованной пластической деформации при растяжении образцов сплава Д16АТ по данным акусто-эмиссии, картирования деформации на поверхности и тензометрии. Ч. 2. Образцы с надпилами различной глубины / С. В. Панин, А. В. Бяков, П. С. Любутин, О. В. Башков // Дефектоскопия. 2011. № 12. С. 43—54.

4. **Deep** microrelief measurement and stereo photography in scanning electron microscopy / D. A. Sakseev, E. M. Ershenko, S. V. Baryshev et. al. // Technical Physics. 2011. 56. N. 1. P. 127—131.

5. **Maruschak P., Baran D.** Degradation and cyclic crack resistance of continuous casting machine roll material under operating temperatures // Iranian Journal of Science and Technology, Transaction B: Engineering, 2011. 35 (M2). P. 159—165.

6. **Оценка** деформаций на мезоуровне при распространении усталостной трещины с использованием метода построения полей векторов перемещений / С. В. Панин, П. С. Любутин, Ю. П. Стефанов, П. О. Марущак // Тр. междунар. конф. "Повреждение материалов при эксплуатации, методы его диагностики и прогнозирования", 21—24 сентября 2009. Тернополь: Изд-во ТНТУ, 2009. С. 163—170.

7. **Toughness** and failure of heat resistant steel before and after hydrogenation / P. V. Yasniy, I. B. Okipnyi, P. O. Maruschak, et al. // Theoretical and Applied Fracture Mechanics. 2011. V. 56. P. 63—67.

8. **Ходжер Т. А.** Информационная система фотограмметрического моделирования микрообъектов для биологических исследований: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Иркутск.: Институт вычислительных технологий СО РАН, 2008. 17 с.

9. **Stach S., Cybo J.** Multifractal detection of overlaps based on a stereometric analysis of a fracture surface: Assumptions // Materials Characterization, 2006. 56 (4—5 Spec. iss.). P. 449—453.

10. **Roskosz S., Cybo J., Cwajna J.** Properties of sialon ceramics evaluated by means of multifractal, surface stereometry and quantitative fractography techniques // Materials Characterization. 2009. V. 60. P. 1151—1157.

11. **Wendt U., Stiebe-Lange K., Smid M.** On the influence of imaging conditions and algorithms on the quantification of surface topography // Journal of Microscopy. 2002. V. 207. P. 169—179.

12. **Reconstruction** of surface topographies by scanning electron microscopy for application in fracture research / J. Stampfl, S. Scherer, M. Gruber, O. Kolednik // Applied Physics A: Materials Science & Processing. 1996. V. 63. N. 4. P. 341—346.

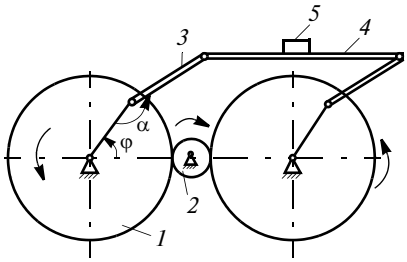


Рис. 1

Однако с увеличением размеров изделий необходимо увеличивать и диаметр волновода, что приводит к искажению плоского фронта ударной волны. В связи с этим при испытании больших изделий на импульсное воздействие следует использовать стенды иного принципа действия. В частности, для формирования ударного воздействия с небольшим ускорением ($\approx$500 м/с^2) можно использовать принцип свободного падения.

Более широкие возможности предоставляет центробежный стенд с поступательным движением испытуемого изделия [2] (рис. 1). Инерционно-импульсный механизм с поступательным движением стола-носителя рассматриваем как консервативную систему с двумя степенями свободы. Механизм включает: два маховика *1* — накопителя энергии, кинематически связанных между собой зубчатым колесом-синхронизатором *2*; два маятника-водила *3*, подвешенных на периферии маховиков; стол-носитель *4* с испытуемым изделием *5*. Механизм работает в горизонтальной плоскости.

В качестве обобщенных координат, определяющих положение механизма, взяты угол φ поворота маховика и угол α поворота маятника. Положительное направление угла α достигается размещением дисбаланса на маятнике, обеспечивающим наличие малого начального угла α_0.

Уравнения движения данной механической системы запишем в безразмерном виде:

$$\left.\begin{aligned} \ddot{\Psi}_0 &= \frac{\dot{\Psi}_0^2(1 - A\cos\alpha) + 2\dot{\Psi}_1\dot{\Psi}_0 + \dot{\Psi}_1^2}{A(\cos^2\alpha - C)}\sin\alpha; \\ \ddot{\Psi}_1 &= A\dot{\Psi}_0^2\sin\alpha - \ddot{\Psi}_0(1 - A\cos\alpha), \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

где A и C — константы:

$$A = \frac{2m_3Rl_3 + m_4R^2}{2I_3 + m_4R^2};$$

$$C_1 = \frac{2I_0 + (m_4 + I_{02}/r_2^2 + 2m_3)R^2}{2I_3 + m_4h_3^2}; \quad C = \frac{C_1}{A^2}.$$

Здесь $\dot{\Psi}_0 = \dot{\varphi}/\omega_0$, $\dot{\Psi}_1 = \dot{\alpha}/\omega_0$, $\ddot{\Psi}_0 = \ddot{\varphi}/\omega_0^2$, $\ddot{\Psi}_1 = \ddot{\alpha}/\omega_0^2$ — безразмерные угловые скорости и ускорения маховиков *1* и маятников *3*; ω_0 — угловая скорость маховиков в начальный момент времени; $\tau = \omega_0 t$; m_3, m_4 — массы соответственно маятника и стола с изделием; I_0, I_3, I_{02} — моменты инерции соответственно маховика *1*, маятника *3* и зубчатого колеса *2* относительно своих осей вращения; l_3 и R — расстояния соответственно от оси крепления маятника до его центра масс и от оси маховика до оси крепления маятника; r_2 — радиус зубчатого колеса *2*.

Система уравнений (1) решается при начальных условиях:

$$\tau = 0; \quad \varphi = 0; \quad \alpha = \alpha_0; \quad \dot{\Psi}_0 = 1; \quad \dot{\Psi}_1 = 0. \quad (2)$$

Абсолютное ускорение изделия *5* разложим на две составляющие: нормальную, направленную вдоль маятника к его оси вращения, и касательную, направленную перпендикулярно к нормальной в сторону углового ускорения маятника:

$$\left.\begin{aligned} \tilde{a}^\tau &= (A - 1)(\ddot{\Psi}_0\cos\alpha + \dot{\Psi}_0^2\sin\alpha); \\ \tilde{a}^n &= (\dot{\Psi}_1 + \dot{\Psi}_0)^2 - \dot{\Psi}_0^2\cos\alpha + \ddot{\Psi}_0\sin\alpha, \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

где $\tilde{a}^\tau = a^\tau/\omega_0^2 R$, $\tilde{a}^n = a^n/\omega_0^2 R$.

Расчет параметра A показал, что для разных конфигураций маятников ($A < 2$) при дальнейшем исследовании динамики инерционно-импульсного механизма можно принять $A = 1$. Из первой формулы системы (3) при $A = 1$ получим $\tilde{a}^\tau = 0$. В этом случае направление вектора ускорения любой точки изделия будет всегда совпадать с направлением нормали маятника, т. е. абсолютное ускорение изделия будет равно $\tilde{a}^n$. Из первого уравнения системы (1) найдем максимальное угловое ускорение маятника (при $\alpha = \pi$):

$$\dot{\tilde{\alpha}}_\pi = \sqrt{\frac{4A(C_1 + 1 - 2A)}{C_1 - A^2}}. \quad (4)$$

Из формулы (4) видно, что при $A = 1$ максимальная угловая скорость маятника будет всегда постоянна независимо от параметров маховика и равна двум. При уменьшении параметра C угловая скорость маховика снижается, а при $C < 5$ маховик вообще меняет направление вращения. Чтобы уменьшение угловой скорости маховика при максимальном раскрытии маятника ($\alpha = \pi$) не превышало 15 %, достаточно принять $C = 50$.

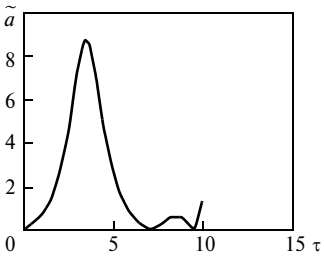


Рис. 2

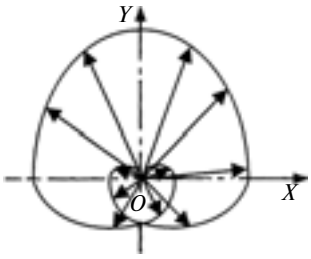


Рис. 3

Зависимость импульса ускорения, которое получает изделие, рассчитанное по формулам (3) при выбранных константах A и C, показана на рис. 2. Для достижения изделием максимального ускорения $20 \cdot 10^4$ м/с^2 при длительности импульса $21 \cdot 10^{-3}$ с достаточно разогнать маховик до начальной частоты вращения $n = 3185$ мин$^{-1}$, а расстояние R от оси вращения маховика до места крепления маятника равнялось 0,2 м. На рис. 3 показано изменение направления вектора ускорения во времени в системе координат XOY в любой точке изделия.

Таким образом, рассмотренная модель центробежного стенда с поступательным движением стола-носителя позволяет испытывать изделия больших размеров на импульсное воздействие повышенной интенсивности. Но в этом случае вектор ускорения в каждой точке изделия вращается вокруг своей точки приложения.

Рассмотрим копер [3], который ранее использовали для разгона ударников, и покажем, что его можно применить для разгона испытуемого изделия при прямолинейном поступательном движении. Кинематическая схема такого стенда показана на рис. 4. Основные элементы стенда: полый вал радиуса r_0; два груза массой m_1 каждый; четыре тела длиной l каждый; платформа с испытуемым изделием общей массой m_2; маховик массой m_3. После достижения валом, а вместе с ним всей конструкцией (кроме платформы с изделием) заданной угловой скорости срабатывает спусковой механизм. Платформа с испытуемым изделием получает импульсное ускорение. Предполагая, что угловая скорость конструкции остается постоянной во время работы стенда, уравнение движения данной механической системы в безразмерном виде, без учета сил трения, запишем в виде:

$$\ddot{z} = \frac{z\left[\dot{z}^2/(4L^2) + \left(1 - z^2/(4L^2)\right)^{3/2}\left(1/L + \sqrt{1 - z^2/(4L^2)}\right)\right]}{\left(1 - z^2/(4L^2)\right)\left[1 + 2M\left(1 - z^2/(4L^2)\right)\right]},$$

где $z = x/r_0$; $L = l/r_0$; $M = m_2/m_1$; $\ddot{z} = \ddot{x}/(\omega^2 r_0)$; x — координата, определяющая положение платформы с испытуемым изделием.

Решив уравнение при начальных условиях: $\tau = 0$, $\dot{z} = 0$, $z = 2L\cos(\alpha_0)$, определим импульс $A_j = \ddot{z}$ ускорения изделия при $M = 1$ и $L = l/r_0 = 12{,}5$ (рис. 5). Полный импульс ускорения формируется при изменении угла α от α_0 до $\pi/2$. Если $\omega = 100$ с$^{-1}$, то при $r_0 = 0{,}05$ м пиковое значение импульса ускорения изделия будет равно 3500 м/с^2 при длительности 0,03 с.

Заметим, что изменением массы m_1 грузов и частоты вращения вала можно варьировать амплитуду и длительность импульса ускорения.

Используя закон сохранения кинетического момента, можно оценить непостоянство угловой скорости механизма:

$$\Delta(I) = \frac{(2/L)(\sin\alpha - \sin\alpha_0) + \sin^2\alpha - \sin^2\alpha_0}{(1/L + \sin\alpha_0)^2 + 0{,}5I},$$

где $I = I_1/(m_1 l^2)$, I_1 — момент инерции маховика.

Чтобы при раскрытии механизма на угол $\alpha = 90°$ уменьшение угловой скорости не превышало 20 %, момент инерции должен быть $I = 10$ (рис. 6). Отсюда можно определить момент инерции маховика.

Рассмотрим схему стенда (рис. 7) по принципу действия близкого стенду на рис. 4. Основные элементы этого стенда: полый вал радиуса r_0; грузы *1* массой m_1 каждый; платформа с испытуемым изделием *2* массой m_2; маховик *3* массой m_3. Грузы, которые под действием центробежных сил движутся прямолинейно внутри маховика, соединены с платформой тросом. В начальный момент грузы находятся в покое относительно маховика вблизи оси вращения.

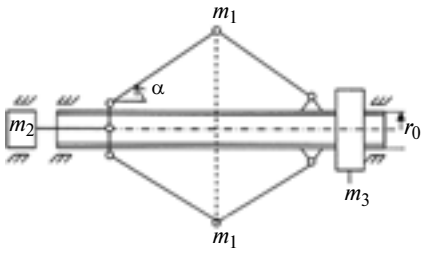


Рис. 4

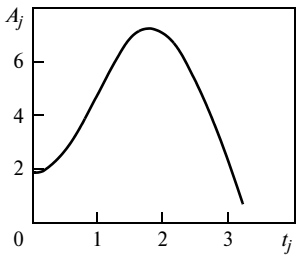


Рис. 5

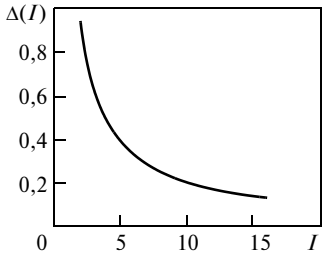


Рис. 6

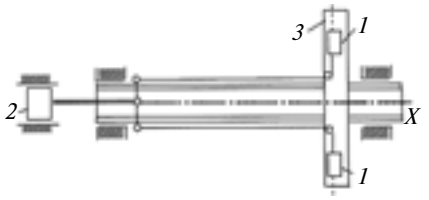


Рис. 7

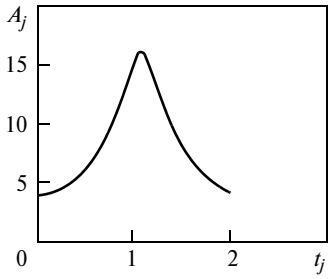


Рис. 8

После достижения маховиком необходимой частоты вращения срабатывает спусковой механизм (на рисунке не показан), поступательное движение грузов *1* относительно маховика преобразуется в прямолинейное движение платформы с испытуемым изделием. На этом этапе разгона платформы с изделием формируется первая фаза импульса ускорения. Дифференциальное уравнение, описывающее движение на этом участке, в безразмерном виде при начальных условиях $\tau = 0$, $z = 0$, $\dot{z} = 0$: $\ddot{z} = 2M(1 + z)$.

Вторая фаза импульса ускорения формируется при торможении платформы. Будем считать, что демпфирующая сила изменяется по закону $F = \mu(x - x_1)^3$, где x_1 — координата начала действия демпфирующей силы. Уравнение движения на этом участке (при $z \geqslant z_1$): $\ddot{z} = 2M(1 + z) - b(z - z_1)^3$, где $b = \mu r_0^1/(m_2\omega^2)$, $z = x/r_0$; $M = m_1/m_2$; $z_1 = x_1/r_0$; $\tau = \omega t$.

Таким образом, формируется полный импульс ускорения платформы с испытуемым изделием (рис. 8). Расчет выполнен при $M = 2$, $b = 100$, $z_1 = 2$. При $r_0 = 0{,}05$ м и $\omega = 100$ с$^{-1}$ получим амплитуду импульса ускорения 7600 м/с^2 с длительностью 0,02 с.

Возможности стенда позволяют не только варьировать длительность и амплитуду импульса ускорения, но и изменять его форму путем изменения демпфирующей силы.

Таким образом, показано, что центробежные стенды, применявшиеся ранее для испытания на ударные воздействия малогабаритных изделий, можно приспособить для испытания габаритных изделий на импульсное воздействие.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Ударные** стенды для испытания малогабаритных изделий / Г. С. Мигиренко, В. Н. Евграфов, А. А. Рыков, В. Ф. Хон. Иркутск: Изд-во Иркут. ун-та, 1987. 216 с.

2. **Стенды** и устройства для испытаний материалов и специзделий на ударные прочность и устойчивость / В. Г. Атапин, А. И Родионов, А. А. Рыков и др. // Научный вестник Новосибирского ГТУ. 2009. № 3 (36). С. 87—98.

3. **А. с. 836544 СССР.** Копер для ударных испытаний изделий.

УДК 629.113.62-235:621.85

И. К. АЛЕКСАНДРОВ, д-р техн. наук (Вологодский ГТУ), e-mail: alex@mh.vstu.edu.ru

Энергетический расчет механического подъёмника на основе гиперболической модели КПД

Предложен новый подход к энергетическому расчету механизмов и машин на примере механического подъемника.

Ключевые слова: энергетический расчет, потери, холостой ход, многозвенные кинематические цепи.

A fresh approach to energetical computation of mechanisms and machines by the example of motor hoist was offered.

Keywords: energetical computation, standby loss, idle pass, multilink chains.

В работах [1—7] и других публикациях автора показана необходимость существенной корректировки расчетных зависимостей, предлагаемых для энергетического анализа механических передач академическими курсами "Теория машин и механизмов" и "Детали машин". Такая корректировка связана с тем, что упрощенная математическая модель определения фрикционных потерь в элементах кинематической цепи, принятая в данных курсах, противоречит закономерностям трибологии. Желательно, чтобы перед прочтением статьи читатель ознакомился с работами [1—3, 6]. Более полное представление о новых принципах энергетического расчета дано в работе [5].

В данной статье рассматривается один из примеров энергетического расчета удлиненной кинематической цепи (КЦ), под которой понимаются многозвенные, разветвленные КЦ, а также сравнительно короткие КЦ с большим передаточным от-

Рис. 1. Общий вид подъемника с комплектом передвижных стоек П-238

ношением. Все указанные КЦ имеют значительные потери на холостой ход, и их энергетический расчет следует выполнять с использованием гиперболической модели КПД, учитывающей влияние нагрузочного режима работы механизма на величину КПД.

Кинематическая цепь механического подъемника состоит из двух последовательно соединенных передаточных механизмов червячного редуктора и винтовой пары с общим передаточным числом трансмиссии более 200. Это позволяет считать указанную КЦ удлиненной и вызывает сомнение то, что традиционный расчет обеспечит требуемую достоверность.

Для примера рассчитаем реальный механизм — подъемник с комплектом передвижных стоек П-238, предназначенный для вывешивания автомобилей и автобусов при техническом обслуживании и ремонте (рис. 1, 2).

Техническая характеристика подъемника

Максимальная грузоподъемность, т:	
одной стойки	4
комплекта стоек	16
Мощность асинхронного электродвигателя, кВт	3
Суммарная мощность привода, кВт	12
Масса, кг:	
одной стойки	630
подъемника	3400

Для энергетического расчета по традиционной методике использовали следующие исходные данные: грузоподъемность стойки $Q = 4000$ кг; червячный редуктор 461-8300 с передаточным числом $u = 16{,}5$; передача винт—гайка в сборе 463М-131.000 с упорной резьбой 65×12; электродвигатель с частотой вращения $n = 1430$ мин$^{-1}$.

Потребную мощность (кВт) привода определяли по формуле $N_1 = Qv/102\eta_\Sigma$, где v — скорость подъема платформы, м/с; η_Σ — предельное (традиционное) суммарное значение КПД трансмиссии.

Скорость подъема платформы определяли по формуле $v = \frac{n_в}{60} S$, где $n_в = n_д/u = 1430/16{,}5 = 86{,}7$ — частота вращения винта, мин$^{-1}$; $S = 12 \cdot 10^{-3}$ — шаг винта, м.

Получили $v = \frac{86{,}7}{60} 12 \cdot 10^{-3} = 0{,}0173$ м/с.

КПД рассчитывали по формуле $\eta_\Sigma = \eta_{ч.п}\eta_м^2 \times \eta_{п.к}^3 \eta_{в.п}$. Здесь $\eta_{ч.п} = 0{,}75 \div 0{,}82$ — КПД червячной пары; $\eta_м = 0{,}98$ — КПД упругой муфты; $\eta_{п.к} = 0{,}99$ — КПД подшипника качения; $\eta_{в.п} = \frac{\mathrm{tg}\lambda}{\mathrm{tg}(\lambda + \rho')}$ — КПД винтовой передачи, где $\lambda = \mathrm{arctg}\frac{S}{\pi d_2}$ — угол подъема резьбы ($d_2 = 56 \cdot 10^{-3}$ — средний диаметр резьбы винта, м); $\rho' = \mathrm{arct}gf' = \mathrm{arctg}\frac{f}{\cos(\alpha/2)}$ — скорректированный угол трения [$\alpha/2 = 10°$ — угол асимметричного профиля упорной резьбы, $f = 0{,}1$ — коэффициент трения (сталь по бронзе)].

Получили $\rho' = \mathrm{arctg}\frac{0{,}1}{\cos 10°} = 5{,}9°$.

КПД винтовой пары определяли по формуле

$$\eta_{в.п} = \frac{\mathrm{tg}\lambda}{\mathrm{tg}(\lambda + \rho')} = \frac{\mathrm{tg}3{,}9°}{\mathrm{tg}(3{,}9° + 5{,}9°)} = 0{,}395.$$

Тогда потребная мощность двигателя (без учета потерь на холостой ход трансмиссии):

$$N_1 = \frac{4000 \cdot 0{,}0173}{102 \cdot 0{,}276} = 2{,}46 \text{ кВт}.$$

На первых (опытных) образцах стоек были установлены электродвигатели, мощность которых

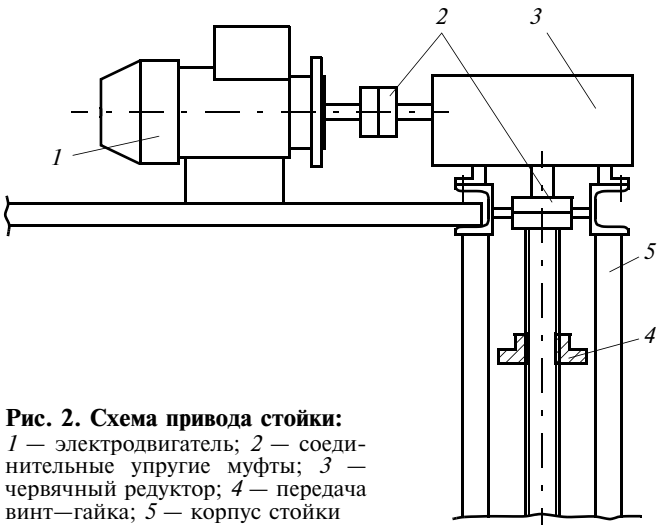


Рис. 2. Схема привода стойки:
1 — электродвигатель; *2* — соединительные упругие муфты; *3* — червячный редуктор; *4* — передача винт—гайка; *5* — корпус стойки

соответствовала расчетной. При производственных испытаниях она оказалась недостаточной. Двигатели часто перегружались и выходили из строя ввиду того, что конструкторы не учли потери на холостой ход механизма. Поэтому при серийном производстве стоек мощность двигателей была увеличена!!! Ниже приводится уточненный энергетический расчет подъемника с учетом потерь на холостой ход.

Расчет механических потерь на холостой ход привода подъемника с использованием прототипа

Экспериментальное прокручивание прототипа трансмиссии подъемника осуществляли при прямом и обратном направлениях в соответствии с запатентованной методикой [7]. Были учтены две особенности: 1) ввиду самоторможения винтовой пары обратный ход также осуществлялся принудительно; 2) определяемый момент сопротивления кроме момента холостого хода механизма учитывал и момент сопротивления, возникающий под действием усилия, необходимого на преодоление подъема собственной массы платформы (таблица).

По показаниям динамометра рассчитаем момент сопротивления $M_с = 9{,}81PR$, где P — усилие на динамометре, кг; R — плечо рычага, м.

Момент холостого хода определяем на основании прокручивания трансмиссии в двух направлениях и получаем уравнения:

для прямого хода (подъема) платформы

$$M_{с1} = M_1(G_п) + M_2(G_п) + M_х; \qquad (1)$$

для обратного хода (опускания) платформы

$$M_{с2} = M_1(G_п) - M_2(G_п) + M_х, \qquad (2)$$

где $M_1(G_п)$ — момент, затрачиваемый на преодоление сил трения в винтовой паре от действия платформы, Н · м; $M_2(G_п)$ — момент в винтовой паре, затрачиваемый на подъем платформы, Н · м; $G_п \approx 300$ — масса платформы, кг.

Результаты прокручивания привода подъемника на холостом ходу

Номер опыта	Показания динамометра, кг, при ходе платформы		Плечо R рычага, м	Момент сопротивления, Н · м, при ходе платформы		Момент $M_х$, Н · м
	прямом P_1	обратном P_2		прямом $M_{с1}$	обратном $M_{с2}$	
1	7,4	6,2	0,102	7,3	6,3	6,8
2	7,2	6,5				
3	7,3	6,3				
4	7,2	6,4				
5	7,3	6,3				
6	7,2	6,3				

После сложения уравнений (1) и (2) получили:

$$M_{с1} + M_{с2} = 2M_1(G_п) + 2M_х;$$

$$M_х = \frac{M_{с1} + M_{с2}}{2} - M_1(G_п).$$

Момент, приведенный к приводному валу, рассчитывали по формуле $M_1(G_п) = 9{,}81fG_п\frac{d_2}{2}/u_{общ}$, где $u_{общ} = u_{ч.п}u_{в.п}$ — общее передаточное число привода. Передаточное число червячной пары $u_{ч.п} = 16{,}5$; передаточное число винтовой пары $u_{в.п} = \pi d_2/S = 3{,}14 \cdot 56/12 = 14{,}66$.

Получили момент $M_1(G_п) = 9{,}81 \cdot 0{,}1 \cdot 300 \times \times \frac{56 \cdot 10^{-3}}{2}/241{,}9 = 0{,}034$ Н · м и момент холостого хода трансмиссии $M_х = \frac{7{,}3 + 6{,}3}{2} - 0{,}034 \approx 6{,}8$ Н · м.

Видно, что влияние потерь на подъем платформы незначительно и ими можно пренебречь.

Расчет энергетических параметров привода с учетом потерь на холостой ход

Для определения действительного КПД трансмиссии с учетом нагрузочного режима и потерь на холостой ход использовали гиперболическую зависимость КПД [1, 4, 6]:

$$\eta = \eta_\Sigma\left(1 - \frac{M_х}{M}\right), \qquad (3)$$

где M — текущий крутящий момент на приводном валу, определяемый как функция полезного момента $M_{пол}$:

$$M = M_{пол}/\eta_\Sigma + M_х. \qquad (4)$$

Полезную мощность привода определяли по формуле

$$N_{пол} = \frac{Qv}{102} = \frac{4000 \cdot 0{,}0173}{102} = 0{,}678 \text{ кВт}.$$

Угловую частоту вращения приводного вала определяли по формуле

$$\omega_д = \frac{\pi n_д}{30} = \frac{3{,}14 \cdot 1430}{30} = 149{,}7 \text{ с}^{-1}.$$

Полезный момент на приводном валу определяли по формуле

$$M_{пол} = \frac{1000N_{пол}}{\omega} = \frac{1000 \cdot 0{,}678}{149{,}7} = 4{,}529 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Согласно формуле (4) полный момент на приводном валу: $M = 4{,}529/0{,}276 + 6{,}8 = 23{,}24$ Н · м.

Согласно формуле (3) текущее (действительное) значение КПД передачи: $\eta = 0{,}276\left(1 - \frac{6{,}8}{23{,}24}\right) = 0{,}196$.

Потребная мощность двигателя с учетом потерь на холостой ход: $N_2 = \frac{Qv}{102\eta} = \frac{4000 \cdot 0{,}0173}{102 \cdot 0{,}196} = 3{,}46$ кВт.

Определяли относительную ошибку расчета потребной мощности по традиционной методике: $\Delta N = N_2 - N_1 = 3{,}46 - 2{,}46 = 1$ кВт и относительную ошибку $D = \frac{\Delta N}{N_2} 100 = \frac{1}{3{,}46} 100 = 28{,}9$ %.

Таким образом, игнорирование потерь на холостой ход трансмиссии при расчете по традиционной методике дает заниженную почти на 30 % потребность мощности приводного двигателя подъемника.

* * *

Автор обращается к читателям с предложением способствовать популяризации и развитию инновационных принципов энергетического расчета механизмов и машин. Просит поддержать идею широкого внедрения в учебный процесс подготовки специалистов технических специальностей таких дисциплин, как основы трибологии и энергетический анализ механизмов и машин (ЭАМиМ), способствующих внедрению в производство новых принципов энергетического анализа машин и созданию более энергоэффективных механических устройств.

В качестве элективной дисциплины (или факультатива) ЭАМиМ читается в технических вузах г. Вологды более 20 лет. ВоГТУ может предоставить вузам России методические материалы, необходимые для организации учебного процесса по данной дисциплине.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Александров И. К.** Энергетическая неэффективность разветвленных кинематических цепей // Вестник машиностроения. 2010. № 4. С. 20—28.
2. **Александров И. К.** Определение потерь в кинематических парах и механических трансмиссиях на основе закона Амонтона—Кулона // Вестник машиностроения. 2010. № 5. С. 8—15.
3. **Александров И. К.** Характерная методическая ошибка при анализе фрикционных сил в паре трения // Механика машин, механизмов и материалов. 2010. № 3 (16). С. 59—63.
4. **Александров И. К.** Определение граничного значения КПД кинематической цепи // Вестник машиностроения. 2011. № 6. С. 24, 25.
5. **Александров И. К.** Энергетический анализ механизмов и машин. Теоретическое и экспериментальное обоснование принципов исследования и определения энергетических потерь в механизмах и машинах: Монография. Вологда: ВоГТУ, 2011. 244 с.
6. **Александров И. К., Раков В. А.** Исследование потерь в опорах валов на основе закона Амонтона—Кулона // Вестник машиностроения. 2012. № 4. С. 3—6.
7. **Пат. 2037800 Рос. Федерации.** Способ определения технического состояния механических передач.

УДК 658.527.011.56.001.57

В. С. ГОРЧЕВ, канд. техн. наук (МГУПИ), тел.: (495) 484-49-40

Инженерный метод построения математических моделей автоматических линий

Предложен инженерный метод построения математической модели автоматических линий с учетом работы бункерных устройств, позволяющий определить в дифференциальных уравнениях слагаемые предельных переходов. Установлены принцип формирования сопряженных звеньев, их свойства и основное назначение — обеспечение неразрывности функций.

Ключевые слова: автоматическая линия, бункер, производительность, математическая модель, начальные условия, граф состояний, неразрывность функций.

Engineering method of mathematical model of automatic lines construction taking into account work of bunker devices was offered. This method affords to define additives of limiting process in terms of differential equation. Principle of conjugated links formation was established. Properties of these links and also their primary purpose - securing functions continuity — were defined.

Keywords: automatic line, batcher, production, mathematical model, initial conditions, state graph, functions continuity.

Методология построения математических моделей разработана достаточно подробно, но бункерные устройства вносят в работу автоматических линий (АЛ) коррективы и возникает необходимость в решении дополнительных задач:

1) определения в дифференциальных уравнениях слагаемых предельных переходов и состояний, при которых они выполняются;

2) определения сопряженных звеньев и их математических моделей с незаданными начальными условиями;

3) определения математических зависимостей для граничных функций;

4) создания теоретической базы для решения вышеперечисленных задач и надежного контроля.

Цель исследований — разработка инженерного метода построения математических моделей АЛ.

Используя метод исследования марковских процессов, рассмотрим построение математической

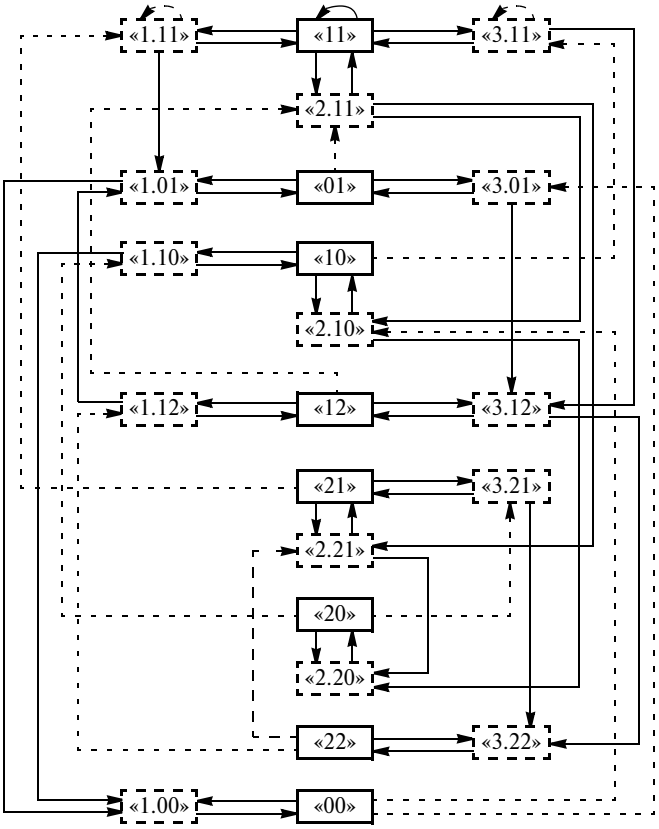


Рис. 1. Граф состояний АЛ структуры "3×2" с участками равной производительности без учета их совместных отказов и отказов бункера

модели на примере АЛ, состоящей из трех участков и двух бункеров между ними (структура "3×2"), учитывая следующие ограничения: 1) все участки имеют одинаковую производительность $q_1 = q_2 = q_3 = q$; 2) не учитываются совместные отказы участков; 3) надежность бункеров равна 1; 4) простаивающий участок или бункер не может отказать; 5) запас деталей в бункере измеряется продолжительностью расходования и накопления: $z\tau$, где z — уровень запаса в бункере — непрерывная величина, принимающая любые значения в интервале от 0 до z_{max} (z_{max} — максимальный запас); τ — время обработки одной детали на АЛ. Данная идеализация упрощает решение задачи и незначительно влияет на конечный результат (дискретность деталей следует учитывать при малых емкостях бункеров); 6) восстановление участка начинается сразу после отказа (система обслуживания без ожидания наладчиков).

Математические модели представляют собой дифференциальные уравнения и начальные условия, для определения которых используют размеченный граф состояний и понятие производной. Используя неразмеченный граф АЛ структуры "3×2" из работы [1] (рис. 1), построенный с учетом указанных выше ограничений, рассмотрим назначение элементов.

I. Граф состояний АЛ структуры "3×2" и его свойства

По центру графа расположены главные состояния — прямоугольники из сплошных линий, которые отличаются только состоянием бункеров. Каждый бункер имеет три состояния: 0 — бункер пуст; 1 — запас деталей на промежуточном уровне; 2 — бункер полон. С учетом этого главные состояния могут иметь обозначения: "00", "01", "10", "11", "12", "21" и т. д.

Штриховыми прямоугольниками обозначены состояния отказов с номерами отказавших участков; цифры после точки — состояния бункеров: "1.11", "2.11", "3.11" и т. д. Главное состояние совместно с состояниями отказов образует звено. Распределение главных состояний АЛ структуры "3×2" имеет иерархический характер из трех уровней:

"11"

"01"; "10"; "12"; "21",

"00"; "20"; "22".

Здесь уровень 0 — главные состояния, не содержащие "1"; уровень 1 — главные состояния, содержащие по одной "1"; уровень 2 — главное состояние, содержащее две "1" и являющееся вершиной распределения, его звено называют центральным звеном.

Каждый уровень формирует для соседнего верхнего уровня начальные условия, которые показаны на графе штриховыми стрелками. Начальные условия уровня 0 представляют собой точки, уровня 1 — граничные функции и т. д.

В свою очередь звенья каждого уровня формируют слагаемые предельных переходов для звеньев соседнего нижнего уровня, если бункер пуст или полон (одинарные сплошные стрелки). Отдельные звенья с помощью начальных условий и слагаемых предельных переходов объединяются в единую систему.

Центральное звено — единственное, не зависящее от слагаемых предельных переходов. Поэтому исследование начинается с решения центрального звена для того, чтобы определить слагаемые предельных переходов. Если найдено решение для центрального звена, то будет получено решение и для всей системы в целом.

II. Определение вероятностей того, что АЛ находится в конкретных состояниях, и перехода из этих состояний в другие

Основанием для определения вероятностей переходов АЛ являются показательные законы ее функционирования [2]:

$$\left.\begin{aligned} F(t) &= 1 - e^{-\lambda t}; \\ G(t) &= 1 - e^{-\mu t}, \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

где $F(t)$ — функция распределения интервалов времени между случайными отказами; $G(t)$ — функция распределения времени восстановления участков после отказов; λ и μ — интенсивности потоков отказов и восстановлений.

Формулы (1) позволяют для фиксированного интервала времени Δt определить вероятности:

1) перехода АЛ из главного состояния в свое состояние отказа:

$$P_{\text{гs} \to \text{so}} = 1 - \mathrm{e}^{-\lambda\Delta t} \approx$$
$$\approx 1 - \left[1 - \lambda\Delta t + \frac{(\lambda\Delta t)^2}{2!} - \frac{(\lambda\Delta t)^3}{3!} + \ldots\right] \approx \lambda\Delta t;$$

2) перехода АЛ из состояния отказа в свое главное состояние:

$$P_{\text{so} \to \text{гs}} = 1 - \mathrm{e}^{-\mu\Delta t} \approx$$
$$\approx 1 - \left[1 - \mu\Delta t + \frac{(\mu\Delta t)^2}{2!} - \frac{(\mu\Delta t)^3}{3!} + \ldots\right] \approx \mu\Delta t;$$

3) пребывание АЛ в течение времени Δt в своем состоянии отказа определяется как вероятность противоположного события:

$$P_{\text{so} \to \text{so}} = 1 - (1 - \mathrm{e}^{-\mu\Delta t}) = \mathrm{e}^{-\mu\Delta t} \approx 1 - \mu\Delta t;$$

4) что участок i за время Δt не откажет, определяется как вероятность противоположного события:

$$P_{\text{не от. уч. } i} = 1 - (1 - \mathrm{e}^{-\lambda_i\Delta t}) = \mathrm{e}^{-\lambda_i\Delta t} \approx 1 - \lambda_i\Delta t;$$

5) пребывание АЛ структуры "3×2" в течение времени Δt в своем главном состоянии; определяется как вероятность того, что не откажут участки 1, 2 и 3:

$$P_{\text{гs} \to \text{гs}} = \mathrm{e}^{-\lambda_1\Delta t}\,\mathrm{e}^{-\lambda_2\Delta t}\,\mathrm{e}^{-\lambda_{3i}\Delta t} \approx$$
$$\approx [1 - (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)\Delta t].$$

III. Вывод дифференциальных уравнений для вероятностей состояний

Проставив значения вероятностей переходов на графе состояний (см. рис. 1), получим размеченный граф (рис. 2), который не содержит главных состояний уровня 0 и их состояний отказов (чтобы не увеличивать его размеры). Одноименные вероятности переходов по каждой вертикали равны вследствие равенства производительностей участков.

Используя размеченный граф, рассмотрим, как изменение запасов деталей в бункерах влияет на уравнения вероятностей состояний.

Рассмотрим методологию вывода дифференциальных уравнений применительно к АЛ на примере состояния "2.11" центрального звена "11". Из обозначения "2.11" следует: отказал участок 2; участок 1 работает и в бункер 1 поступают обработанные детали, поэтому их запас увеличивается; участок 3 работает, извлекая детали из бункера 2,

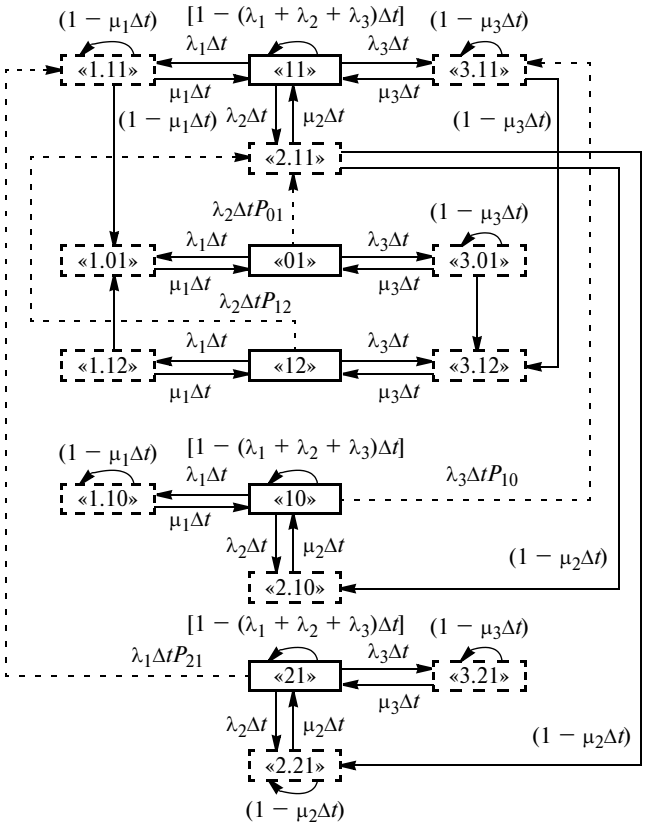


Рис. 2. Фрагмент размеченного графа состояний АЛ структуры "3×2"

поэтому запас деталей в нем снижается. Следовательно, распределение деталей по уровням в бункерах представляет собой поверхность.

Зафиксируем момент времени t и найдем вероятность $p_{2.11}(t + \Delta t, z_1\tau, z_2\tau)\Delta z_1\tau\Delta z_2\tau$ того, что в момент $t + \Delta t$ система будет находиться в состоянии "2.11". Вероятность соответствует объему прямоугольного параллелепипеда с основанием $\Delta z_1\tau\Delta z_2\tau$ и высотой $p_{2.11}(t + \Delta t, z_1\tau, z_2\tau)$. Это может произойти двумя способами (по числу стрелок, направленных в данное состояние; полукруглая стрелка на графе отсутствует; штриховые стрелки не учитываются, так как они формируют начальные условия).

Событие A: в момент t система с вероятностью $p_{2.11}(t, z_1\tau - \Delta z_1\tau, z_2\tau + \Delta z_2\tau)\Delta z_1\tau\Delta z_2\tau$ находилась в состоянии "2.11" и за время Δt с вероятностью перехода $(1 - \mu_2\Delta t)$ продолжала в нем оставаться. Тогда вероятность события A по теореме умножения вероятностей составит:

$$P(A) \approx (1 - \mu_2\Delta t) \times$$
$$\times\, p_{2.11}(t, z_1\tau - \Delta z_1\tau, z_2\tau + \Delta z_2\tau)\Delta z_1\tau\Delta z_2\tau.$$

Согласно функции $p_{2.11}(t + \Delta t, z_1\tau, z_2\tau)\Delta z_1\tau\Delta z_2\tau$ в момент времени $t + \Delta t$ аргументы должны иметь значения $z_1\tau$ и $z_2\tau$. Тогда в момент времени t их значения задаются по следующему правилу: если запас в бункере увеличивается, то аргумент должен иметь значение $z\tau - \Delta z\tau$; если убывает, то $z\tau + \Delta z\tau$.

Событие B: в момент времени t система с вероятностью $p_{11}(t, z_1\tau, z_2\tau)\Delta z_1\tau\Delta z_2\tau$ находилась в своем главном стоянии "11", за время Δt отказал участок 2 и система с вероятностью $\lambda_2\Delta t$ перешла в рассматриваемое состояние "2.11". Тогда вероятность события B по теореме умножения вероятностей имеет вид:

$$P(B) \approx \lambda_2\Delta t p_{11}(t, z_1\tau, z_2\tau)\Delta z_1\tau\Delta z_2\tau.$$

Таким образом, вероятность любого события определяется как произведение элементарной вероятности исходного состояния на вероятность перехода в рассматриваемое состояние.

По теории сложения вероятностей имеем:

$$p_{2.11}(t + \Delta t, z_1\tau, z_2\tau)\Delta z_1\tau\Delta z_2\tau \approx P(A) + P(B).$$

Подставив вероятности $P(A)$ и $P(B)$, получим:

$$p_{2.11}(t + \Delta t, z_1\tau, z_2\tau)\Delta z_1\tau\Delta z_2\tau \approx$$
$$\approx (1 - \mu_2\Delta t)p_{2.11}(t, z_1\tau - \Delta z_1\tau, z_2\tau + \Delta z_2\tau)\Delta z_1\tau\Delta z_2\tau +$$
$$+ \lambda_2\Delta t p_{11}(t, z_1\tau, z_2\tau)\Delta z_1\tau\Delta z_2\tau.$$

Разделив на $\Delta z_1\tau\Delta z_2\tau$, выполнив перенос в его левую часть слагаемого с множителем "1" и разделив все уравнение на Δt, получим:

$$\frac{p_{2.11}(t+\Delta t, z_1\tau, z_2\tau) - p_{2.11}(t, z_1\tau - \Delta z_1\tau, z_2\tau + \Delta z_2\tau)}{\Delta t} \approx$$
$$\approx -\mu_2 p_{2.11}(t, z_1\tau - \Delta z_1\tau, z_2\tau + \Delta z_2\tau) +$$
$$+ \lambda_2 p_{11}(t, z_1\tau, z_2\tau).$$

В функциях числителя изменяются все три аргумента: t, $z_1\tau$ и $z_2\tau$. Для получения частных производных по каждому аргументу прибавим и вычтем два слагаемых (на один меньше числа аргументов), которые задаются по следующему правилу: в первом слагаемом $p_{2.11}(t, z_1\tau, z_2\tau)$ аргументы не имеют приращений, второе слагаемое $p_{2.11}(t, z_1\tau - \Delta z_1\tau, z_2\tau)$ формируется из первого с отрицательным приращением того аргумента, который возрастает. Оба слагаемых формируют частную производную. Подставляя слагаемые в числитель со знаками "+" и "–", заменяем общую дробь на три слагаемых для получения производных по каждому аргументу, деля и умножая на соответствующие приращения аргументов:

$$\frac{p_{2.11}(t+\Delta t, z_1\tau, z_2\tau) - p_{2.11}(t, z_1\tau, z_2\tau)}{\Delta t} +$$
$$+ \frac{p_{2.11}(t, z_1\tau, z_2\tau) - p_{2.11}(t, z_1\tau - \Delta z_1\tau, z_2\tau)}{\Delta z_1\tau}\frac{\Delta z_1\tau}{\Delta t} -$$
$$- \frac{p_{2.11}(t, z_1\tau - \Delta z_1\tau, z_2\tau + \Delta z_2\tau) - p_{2.11}(t, z_1\tau - \Delta z_1\tau, z_2\tau)}{\Delta z_2\tau} \times$$
$$\times \frac{\Delta z_2\tau}{\Delta t} \approx -\mu_2 p_{2.11}(t, z_1\tau - \Delta z_1\tau, z_2\tau + \Delta z_2\tau) +$$
$$+ \lambda_2 p_{11}(t, z_1\tau, z_2\tau).$$

Переходя к пределу при Δt; $\Delta z_1\tau$; $\Delta z_2\tau \to 0$, получим:

$$\frac{\partial p_{2.11}(t, z_1\tau, z_2\tau)}{\partial t} + q\tau\frac{\partial p_{2.11}(t, z_1\tau, z_2\tau)}{\partial z_1\tau} -$$
$$- q\tau\frac{\partial p_{2.11}(t, z_1\tau, z_2\tau)}{\partial z_{21}\tau} = -\mu_2 p_{2.11}(t, z_1\tau, z_2\tau) +$$
$$+ \lambda_2 p_{11}(t, z_1\tau, z_2\tau).$$

Необходимо учитывать следующее:

1) функционирование АЛ — процесс стационарный, поэтому частные производные по времени равны нулю;

2) индекс при функциях указывает на то, что запасы деталей в бункерах 1 и 2 находятся на промежуточных уровнях, аргументы $z_1\tau$ и $z_2\tau$ содержат ту же информацию, поэтому круглые скобки с аргументами можно опустить;

3) производительность q и время τ обработки детали связаны выражением $q = 1/\tau$, откуда $q\tau = 1$.

Таким образом, дифференциальное уравнение принимает вид:

$$\frac{\partial p_{2.11}}{\partial z_1\tau} - \frac{\partial p_{2.11}}{\partial z_{21}\tau} = -\mu_2 p_{2.11} + \lambda_2 p_{11}.$$

Знаки "+" и "–" перед частной производной указывают соответственно на увеличение и уменьшение деталей в бункере.

Аналогично выводятся уравнения для вероятностей состояний "11", "1.11" и "3.11" центрального звена "11" и математическая модель принимает вид:

$$p_{11} = \frac{\mu_1 p_{1.11} + \mu_2 p_{2.11} + \mu_3 p_{3.11}}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3};$$

$$-\frac{\partial p_{1.11}}{\partial z_1\tau} = -\mu_1 p_{1.11} + \lambda_1 p_{11}; \qquad (2)$$

$$\frac{\partial p_{2.11}}{\partial z_1\tau} - \frac{\partial p_{2.11}}{\partial z_2\tau} = -\mu_2 p_{2.11} + \lambda_2 p_{11}; \qquad (3)$$

$$\frac{\partial p_{3.11}}{\partial z_2\tau} = -\mu_3 p_{3.11} + \lambda_3 p_{11}, \qquad (4)$$

где функции $p_{1.11}$, $p_{2.11}$ и $p_{3.11}$ — поверхности, определяющие двумерные законы распределения деталей по уровням в бункерах 1 и 2.

По штриховым стрелкам на графе состояний находим для функций $p_{1.11}$, $p_{2.11}$ и $p_{3.11}$ начальные условия в предварительном виде:

$$\lambda_1\Delta t P_{21} \to p_{1.11}(z_{1-\max}\tau, z_2\tau);$$

$$\lambda_2\Delta t P_{12} \to p_{2.11}(z_1\tau, z_{2-\max}\tau);$$

$$\lambda_2\Delta t P_{01} \to p_{2.11}(0, z_2\tau);$$

$$\lambda_3\Delta t P_{10} \to p_{3.11}(z_{1x}\tau, 0),$$

где стрелки указывают, что значения слева должны быть преобразованы в аналитические функции справа; $z_{1-\max}$ и $z_{2-\max}$ — максимальные уровни запасов в бункерах 1 и 2.

Уравнения (2)—(4) содержат функции только своего звена, поэтому можно приступить к поиску их решений.

Уравнения звеньев главных состояний остальных уровней содержат слагаемые предельных переходов, т. е. функции других звеньев, когда их аргументы принимают максимальные значения или равны нулю. Рассмотрим вывод дифференциального уравнения вероятности состояния "2.10" отказа звена главного состояния "10" уровня 1, в котором выполняется предельный переход из состояния "2.11" отказа центрального звена "11". Вероятность $p_{2.10}(t + \Delta t, z_1\tau, 0)\Delta z_1\tau$ того, что в момент времени $t + \Delta t$ АЛ будет находиться в состоянии "2.10", 1, может произойти тремя способами. По теореме сложения вероятностей имеем:

$$p_{2.10}(t + \Delta t, z_1\tau, 0)\Delta z_1\tau \approx P(A) + P(B) + P(C), \quad (5)$$

где $P(A) \approx (1 - \mu_2\Delta t)p_{2.10}(t, z_1\tau - \Delta z_1\tau, 0)\Delta z_1\tau$;
$P(B) \approx \lambda_2\Delta t p_{10}(t, z_1\tau, 0)\Delta z_1\tau$.

Событие C: в момент t система с вероятностью $p_{2.11}(t, z_1\tau - \Delta z_1\tau, 0 + \Delta z_2\tau)\Delta z_1\tau z\Delta z_2\tau$ находилась в состоянии "2.11". За время Δt система с вероятностью $(1 - \mu_2\Delta t)$ продолжает в нем оставаться, а запас деталей в бункере 2 уменьшается до 0, и система переходит в состояние "2.10", формируя слагаемое предельного перехода. Тогда вероятность $P(C)$ имеет вид:

$$P(C) \approx$$
$$\approx (1 - \mu_2\Delta t)p_{2.11}(t, z_1\tau - \Delta z_1\tau, 0 + \Delta z_2\tau)\Delta z_1\tau z\Delta z_2\tau.$$

Подставив значения вероятностей $P(A)$, $P(B)$ и $P(C)$ в уравнение (5) и выполнив преобразования, получим:

$$\frac{p_{2.10}(t+\Delta t, z_1\tau, 0) - p_{2.10}(t, z_1\tau - \Delta z_1\tau, 0)}{\Delta t} \approx$$
$$\approx -\mu_2 p_{2.10}(t, z_1\tau - \Delta z_1\tau, 0) + \lambda_2 p_{10}(t, z_1\tau, 0) +$$
$$+ (1 - \mu_2\Delta t)p_{2.11}(t, z_1\tau - \Delta z_1\tau, 0 + \Delta z_2\tau)\frac{\Delta z_2}{\Delta t}\tau.$$

Чтобы получить частные производные, прибавим и вычтем слагаемое $p_{2.10}(t, z_1\tau, 0)$, заменим общую дробь на две для полученных производных по каждому аргументу (t и $z_1\tau$), разделим и умножим вторую дробь на приращение $\Delta z_1\tau$ и перейдем к пределу при Δt; $\Delta z_1\tau$; $\Delta z_2\tau \to 0$:

$$\frac{\partial p_{2.10}(t, z_1\tau, 0)}{\partial t} + q\tau\frac{\partial p_{2.10}(t, z_1\tau, 0)}{\partial z_1\tau} =$$
$$= -\mu_2 p_{2.10}(t, z_1\tau, 0) + \lambda_2 p_{10}(t, z_1\tau, 0) +$$
$$+ q\tau p_{2.11}(t, z_1\tau, 0).$$

Учитывая, что в стационарном режиме частная производная по времени равна 0, а $q\tau = 1$, получим:

$$\frac{\partial p_{2.10}}{\partial z_1\tau} = -\mu_2 p_{2.10} + \lambda_2 p_{10} + p_{2.11}(z_1\tau, 0).$$

Слагаемое $p_{2.11}(z_1\tau, 0)$ предельного перехода станет известно после решения уравнений (2)—(4) центрального звена "11". Аналогично выводятся уравнения вероятностей других состояний. Математическая модель звена "10" примет вид:

$$p_{10} = \frac{\mu_1 p_{1.10} + \mu_2 p_{2.10}}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3};$$

$$-\frac{\partial p_{1.10}}{\partial z_1\tau} = -\mu_1 p_{1.10} + \lambda_1 p_{10};$$

$$\frac{\partial p_{2.10}}{\partial z_1\tau} = -\mu_2 p_{2.10} + \lambda_2 p_{10} + p_{2.11}(z_1\tau, 0),$$

где функции $p_{1.10}$ и $p_{2.10}$ определяют одномерные распределения деталей по уровням в бункере 1 при расходовании и накоплении.

Штриховые стрелки позволяют для функций звена "10" составить начальные условия в предварительном виде:

$$\lambda_2\Delta t P_{00} \to p_{2.10}(0, 0);$$

$$\lambda_1\Delta t P_{20} \to p_{1.10}(2, 0).$$

Первое условие определяет плотность вероятности появления первой детали в бункере 1, второе — плотность вероятности того, что запас в бункере 1 снизится с максимального уровня. Математическая модель звена "10" содержит два дифференциальных уравнения и два начальных условия.

Интерес представляет случай, когда слагаемые предельных переходов формируются не по вертикали между уровнями, а по горизонтали внутри уровней. В качестве примера рассмотрим математические модели звеньев главных состояний "01" и "12" уровня 1.

Математическая модель звена "01"

Звено главного состояния "01" согласно графу (см. рис. 2) включает в себя главное состояние "01" и два состояния отказа "1.01" и "3.01". В состоянии отказа "1.01" выполняются два предельных перехода из состояний "1.11" и "1.12". Выведем дифференциальное уравнение вероятности состояния "1.01".

Найдем вероятность $p_{1.01}(t + \Delta t, 0, z_2\tau)\Delta z_2\tau$, того, что в момент времени $t + \Delta t$ АЛ будет находиться в состоянии "1.01", отказал участок 1 и в бункере 2 уменьшится запас деталей. Данная вероятность

вычисляется как сумма вероятностей четырех событий:

$$p_{1.01}(t + \Delta t,\ 0,\ z_2\tau)\Delta z_2\tau \approx$$
$$\approx P(A) + P(B) + P(C) + P(D). \qquad (6)$$

Событие A: АЛ в момент времени t находилась в состоянии "1.01" и оставалась в нем в течение Δt:

$$P(A) \approx (1 - \mu_1\Delta t)p_{1.01}(t,\ 0,\ z_2\tau + \Delta z_2\tau)\Delta z_2\tau.$$

Событие B: АЛ в момент t находилась в состоянии "01", за время Δt отказал участок 1 и АЛ перешла в рассматриваемое состояние "1.01":

$$P(B) \approx \lambda_1\Delta t p_{01}(t,\ 0,\ z_2\tau)\Delta z_2\tau.$$

Событие C: АЛ в момент t находилась в состоянии "1.11", за время Δt закончились детали в бункере 1 и АЛ перешла в состояние "1.01", формируя слагаемое предельного перехода:

$$P(C) \approx (1 - \mu_1\Delta t)p_{1.11}(t,\ 0 + \Delta z_1\tau,\ z_2\tau)\Delta z_1\tau\Delta z_2\tau.$$

Событие D: АЛ в момент t с вероятностью $p_{1.12}(t,\ 0 + \Delta z_1\tau,\ z_{2-\max}\tau)\Delta z_1\tau$ находилась в состоянии "1.12", за время Δt закончились детали в бункере 1, АЛ с вероятностью $(1 - \mu_1\Delta t)$ перешла в состояние "1.01", формируя второе слагаемое предельного перехода:

$$P(D) \approx (1 - \mu_1\Delta t)p_{1.12}(t,\ 0 + \Delta z_1\tau,\ z_{2-\max}\tau)\Delta z_1\tau.$$

Подставив вероятности событий A, B, C и D в уравнение (6), учитывая, что при $q_1 = q_2 = q_3 = q$ имеем $\Delta t = \Delta z_1\tau = \Delta z_2\tau$, и выполнив преобразования, получим:

$$\frac{p_{1.01}(t+\Delta t, 0, z_2\tau) - p_{1.01}(t, 0, z_2\tau + \Delta z_2\tau)}{\Delta t} \approx$$
$$\approx -\mu_1 p_{1.01}(t,\ 0,\ z_2\tau + \Delta z_2\tau) + \lambda_1 p_{01}(t,\ 0,\ z_2\tau) +$$
$$+ (1 - \mu_1\Delta t)p_{1.11}(t,\ 0 + \Delta z_1\tau,\ z_2\tau)\frac{\Delta z_1}{\Delta t}\tau +$$
$$+ (1 - \mu_1\Delta t)\frac{p_{1.12}(t, 0 + \Delta z_1\tau, z_{2-\max}\tau)}{\Delta t}.$$

Прибавив и отняв в числителе левой дроби слагаемое $p_{1.01}(t,\ 0,\ z_2\tau)$, а в правой дроби только отняв слагаемое $p_{1.12}(t,\ 0,\ z_{2-\max}\tau) = 0$, выполнив преобразования и переходя к пределу при Δt; $\Delta z_1\tau$; $\Delta z_2\tau \to 0$, получим:

$$\frac{\partial p_{1.01}}{\partial t} - q\tau\frac{\partial p_{1.01}}{\partial z_2\tau} = -\mu_1 p_{1.01} + \lambda_1 p_{01} +$$
$$+ p_{1.11}(0,\ z_2\tau)q\tau + q\tau\frac{\partial p_{1.12}(0, z_{2-\max}\tau)}{\partial z_1\tau}.$$

Слагаемое $p_{1.12}(t,\ 0,\ z_{2-\max}\tau) = 0$, так как функция выходит за пределы бункера 1, т. е. области своего определения. Внешним признаком этого служит то, что аргументы в круглых скобках при функции не совпадают с аргументами в индексе.

Однако производная в правой части уравнения не равна нулю, так как сначала дифференцируется функция $p_{1.12}(z_1\tau,\ z_{2-\max}\tau)$ по $z_1\tau$, а потом выполняется подстановка $z_1\tau = 0$.

Учитывая, что $q\tau = 1$ и для стационарного процесса частные производные по времени равны нулю, уравнение примет вид:

$$-\frac{\partial p_{1.01}}{\partial z_2\tau} = -\mu_1 p_{1.01} + \lambda_1 p_{01} + p_{1.11}(0,\ z_2\tau) +$$
$$+ \frac{\partial p_{1.12}(0, z_{2-\max}\tau)}{\partial z_1\tau}.$$

Из анализа слагаемых предельных переходов следует:

1) если при предельном переходе изменяется только один аргумент, то слагаемым является сама функция $p_{1.111}(z_1\tau,\ z_2\tau)$ с указанием предельного значения аргумента $p_{1.111}(0,\ z_2\tau)$; это слагаемое типа I;

2) если при предельном переходе изменяются оба аргумента функции $p_{1.12}(z_1\tau, z_{2-\max}\tau) \to p_{1.12}(0, z_2\tau)$, то слагаемым является частная производная функции $p_{1.12}(0,\ z_{2-\max}\tau)$ с указанием предельных значений обоих аргументов; это слагаемое типа II.

Аналогично выводятся уравнения для вероятностей состояний "01" и "3.01", математическая модель звена "01" принимает вид:

$$p_{01} = \frac{\mu_1 p_{1.01} + \mu_3 p_{3.01}}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3};$$

$$-\frac{\partial p_{1.01}}{\partial z_2\tau} = -\mu_1 p_{1.01} + \lambda_1 p_{01} + p_{1.11}(0,\ z_2\tau) +$$
$$+ \frac{\partial p_{1.12}(0, z_{2-\max}\tau)}{\partial z_1\tau}; \qquad (7)$$

$$\frac{\partial p_{3.01}}{\partial z_2\tau} = -\mu_3 p_{3.01} + \lambda_3 p_{01}.$$

Начальное условие $\lambda_3 P_{00} = p_{3.01}(00)$, где $\lambda_3 P_{00}$ — плотность вероятности появления первой детали в бункере 2.

В данной модели из двух уравнений задано одно начальное условие, функция $p_{1.12}(z_1\tau,\ z_{2-\max}\tau)$ в частной производной определяется решением математической модели звена "12":

$$p_{12} = \frac{\mu_1 p_{1.12} + \mu_3 p_{3.12}}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3};$$

$$-\frac{\partial p_{1.12}}{\partial z_1\tau} - \mu_1 p_{1.12} + \lambda_1 p_{12};$$

$$\frac{\partial p_{3.12}}{\partial z_1\tau} = -\mu_3 p_{3.12} + \lambda_3 p_{12} + p_{3.11}^{(1,2)} +$$
$$+ \frac{\partial p_{3.01}(0, z_{2-\max}\tau)}{\partial z_2\tau}. \qquad (8)$$

Начальное условие $\lambda_1 P_{22} = p_{1.12}(z_{1-\max}\tau, z_{2-\max}\tau)$, где $\lambda_1 P_{22}$ — плотность вероятности того, что запас деталей в бункере 1 снизиться с максимального уровня.

В данной математической модели из двух дифференциальных уравнений задано только одно начальное условие, функция $p_{3.01}(0, z_2\tau)$ в частной производной определяется решением модели звена "01".

Таким образом, звенья главных состояний "01" и "12" и их математические модели охвачены обратными связями в виде слагаемых с частными производными, такие звенья назовем сопряженными.

При построении математических моделей важна информация о числе слагаемых предельных переходов типов I и II, состояниях, из которых выполняются переходы; о числе сопряженных звеньев.

III. Принцип статического равновесия связей для определения слагаемых предельных переходов типа I и состояний, из которых они выполняются

Принцип статического равновесия связей базируется на двух замечательных свойствах.

Свойство 1. Число слагаемых предельных переходов типа I равно числу начальных условий

Используя граф состояний (см. рис. 1), определим число слагаемых предельных переходов и начальных условий, которые формируются при отказах участков 1, 2 и 3 (табл. 1).

Следовательно, распределение слагаемых предельных переходов в зависимости от структуры АЛ совпадает с распределением начальных условий [1].

Таблица 1

Участок	Предельные слагаемые (их число)	Начальные условия (их число)
1	"1.11" → "1.01" "1.01" → "1.00" "1.10" → "1.00" (3)	"21" → "1.11" "20" → "1.10" "22" → "1.12" (3)
2	"2.11" → "2.10" "2.11" → "2.21" "2.21" → "2.20" "2.10" → "2.20" (4)	"01" → "2.11" "12" → "2.11" "00" → "2.10" "22" → "2.21" (4)
3	"3.11" → "3.12" "3.12" → "3.22" "3.21" → "3.22" (3)	"10" → "3.11" "20" → "3.21" "00" → "3.01" (3)

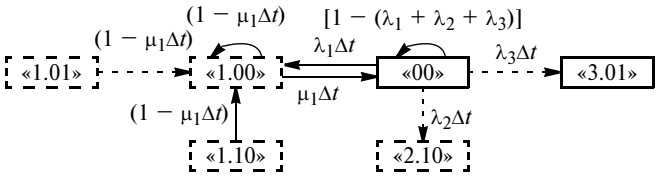


Рис. 3. Размеченный граф звена "00" главного состояния

Магический треугольник "B"

Структура АЛ	Число начальных условий	Сумма начальных условий
"1×0"	0	0
"2×1"	1 1	2
"3×2"	3 4 3	10
"4×3"	8 11 11 8	38
"5×4"	21 29 30 29 21	130
"6×5"	55 76 79 79 76 55	420
"7×6"	144 199 207 208 207 199 144	1308
"8×7"	377 521 542 545 545 542 521 377	3970
"9×8"	987 1364 1419 1427 1428 1427 1419 1364 987	11 822

Итак, в строке структуры "3×2" магического треугольника "B" указаны те же числа, что и при анализе графа состояний на рис. 1.

Свойство 2. Переходы типа I выполняются из состояний отказов тех звеньев, на которые указывают начальные условия

Из графа состояний звена "00" на рис. 3 следует, что при отказе участка 2 формируется начальное условие, штриховая стрелка которого направлена вниз в состояние отказа "2.10" звена "10". В ответ состояние отказа "1.10" звена "10" формирует слагаемое предельного перехода типа I (стрелка вверх) в состояние отказа "1.00" рассматриваемого звена "00".

При отказе участка 3 формируется начальное условие, штриховая стрелка которого направлена вправо, в состояние отказа "3.01" звена "01". В ответ состояние отказа "1.01" звена "01" формирует слагаемое предельного перехода типа I в состояние отказа "1.00" звена "00", подтверждая справедливость свойства 2, которое выполняется во всех случаях, что можно проверить по графу состояний (см. рис. 1).

Важным следствием свойства 2 является то, что оно позволяет заменить графы рис. 1 и 2 на более простые для отдельных звеньев типа звена "00" (см. рис. 3).

IV. Сопряженные звенья состояний и их свойства

Уравнения (7) и (8) указывают на то, что число слагаемых предельных переходов типа II равно числу сопряженных звеньев АЛ.

Таблица 2

Распределение главных состояний и их состояний отказов для АЛ структуры "3×2"

Номер группы	Главное состояние	Состояние отказов
1	00	1 - -
2	01	1 - 1
3	02	- - -)н
4	10	1 1 -
5	11	1 1 1
6	12	1 - 1
7	20	- 1 -
8	21	- 1 1
9	22	- - 1

Сопряженные звенья "01" и "12" обладают следующими свойствами:

1) главные состояния "01" и "12" при отказе участка 2 формируют начальные условия: $\lambda_2 \Delta t P_{01} \to \to p_{2.11}(0,\ z_2\tau)$; $\lambda_2 \Delta t P_{12} \to p_{2.11}(z_1\tau,\ z_{2-\max}\tau)$ для дифференциального уравнения вероятности состояния отказа "2.11" с двумя частными производными:

$$\frac{\partial p_{2.11}}{\partial z_1\tau} - \frac{\partial p_{2.11}}{\partial z_2\tau} = -\mu_2 p_{2.11} + \lambda_2 p_{11}$$

(по одному начальному условию на каждую производную) должен обеспечить неразрывность поверхности $p_{2.11}(z_1\tau,\ z_2\tau)$;

2) слагаемые предельных переходов типа II указывают на то, что математические модели сопряженных звеньев "01" и "12" необходимо решать совместно, чтобы исключить разрыв поверхности $p_{2.11}$;

3) признаком сопряженных звеньев являются сочетание запасов деталей "0-1" и "1-2" в двух соседних бункерах любой структуры, о чем свидетельствуют 6 пар сопряженных звеньев АЛ структуры "4 × 3", расположенных по столбцам:

"001" "010" "101" "011" "012" "201"

"012" "120" "112" "121" "122" "212"

При отказе участка в середине обозначений "0-1" и "1-2" приводят к образованию одной и той же поверхности: $p_{3.011}$, $p_{2.110}$, $p_{3.111}$, $p_{2.111}$, $p_{2.112}$, $p_{3.211}$, что указывает на формирование сопряженных звеньев;

4) важное свойство сопряженных звеньев — функции математической модели одного звена являются продолжением функций математической модели другого звена. Для сопряженных звеньев "01" и "12" такими функциями являются $p_{1.2}(z_1\tau,\ z_{2-\max}\tau)$ и $p_{1.01}(0,\ z_2\tau)$, $p_{3.01}(0,\ z_2\tau)$ и $p_{3.12}(z_1\tau,\ z_{2-\max}\tau)$; в точке "02" бункер 1 пуст, а бункер 2 полон, тогда справедливы равенства:

$$p_{1.12}(0,\ z_{2-\max}\tau) = p_{1.01}(0,\ z_{2-\max}\tau);$$

$$p_{3.01}(0,\ z_{2-\max}\tau) = p_{3.12}(0,\ z_{2-\max}\tau).$$

Именно эти равенства и восполняют недостающие начальные условия звеньев "01" и "12". Сочетание значений бункеров "0" и "2" в точке "02" указывает на то, что появление сопряженных звеньев связано с невозможными состояниями.

Используя знания о невозможных состояниях [1], определим число пар сопряженных звеньев, затем число слагаемых предельных переходов типа II. Согласно табл. 2—4 все пространство главных состояний АЛ разбивается на отдельные группы по 9 состояний в каждой группе. Невозможные состояния (НС) отмечены буквой "н". Группы с одним НС образуют последовательность β_m, группы из четырех НС — последовательность α_m. Значения этих последовательностей в зависимости от числа участков АЛ указаны в табл. 4. В более сложных АЛ, начиная со структуры "5×4", появляются группы с девятью НС. Число таких групп определяется формулой

$$C = 3^{m-3} - (\alpha_m + \beta_m).$$

Групп с числами НС, кроме 1, 4 и 9, не существует. При исследовании установлено, что число пар сопряженных звеньев соответствует числу НС последовательностей α_m и β_m, а группам с девятью НС соответствует одна пара сопряженных звеньев.

Таблица 3

Распределения главных состояний и их состояний отказов для АЛ структуры "4×3"

Номер группы	Главное состояние	Состояние отказов	Номер группы	Главное состояние	Состояние отказов	Номер группы	Главное состояние	Состояние отказов
1	000	1 - - -	10	100	1 1 - -	19	200	- 1 - -
2	001	1 - - 1	11	101	1 1 - 1	20	201	- 1 - 1
3	002	- - - -)н	12	102	- - - -)н	21	202	- - - -)н
4	010	1 - 1 -	13	110	1 1 1 -	22	210	- 1 1 -
5	011	1 - 1 1	14	111	1 1 1 1	23	211	- 1 - 1
6	012	1 - - 1	15	112	1 1 - 1	24	212	- 1 - 1
7	020	- - - -)н	16	120	1 - 1 -	25	220	- - 1 -
8	021	- - - -)н	17	121	1 - 1 1	26	221	- - 1 1
9	022	- - - -)н	18	122	1 - - 1	27	222	- - -

Таблица 4

Обозначение группы	Число участков в АЛ, m								
	3	4	5	6	7	8	9	10	11
α_m	0	1	3	8	21	55	144	377	....
β_m	1	2	5	13	34	89	233	610	....

Тогда число пар сопряженных звеньев можно определить как сумму:

$$N_{\text{пар_сопр_зв}} = 3^{m-3} - (\alpha_m + \beta_m) + 4\alpha_m + \beta_m = \\ = 3^{m-3} + 3\alpha_m, \qquad (9)$$

а также найти число слагаемых предельных переходов типа II:

$$S_{\text{сл_типа_II}} = 2(3^{m-3} + 3\alpha_m).$$

Проверим справедливость формулы (9) для следующих структур:

для "3×2": $N_{\text{пар_сопр_зв}} = 3^0 + 3 \times 0 = 1$, что совпадает с числом НС в табл. 2, формирующих пару сопряженных звеньев "01" и "12";

для "4×3": $N_{\text{пар_сопр_зв}} = 3^1 + 3 \times 1 = 6$, что совпадает с числом НС в табл. 3, формирующих 6 пар сопряженных звеньев (см. строку 3);

для "5×4": $N_{\text{пар_сопр_зв}} = 3^2 + 3 \times 3 = 18$;

для "6×5": $N_{\text{пар_сопр_зв}} = 3^3 + 3 \times 8 = 51$ и т. д.

Проверим формулу для АЛ структуры "5×4". Если в табл. 3 сначала перед всеми ее элементами слева приписать 0, затем — 1, а в третий раз — 2, и в каждом варианте главные состояния распределить по группам в зависимости от числа 1 в их обозначениях, то построим иерархическую структуру распределения ее главных состояний по уровням:

Вершина . . . . . "1111"

Уровень 3 . . . . . "0111", "1011", "1101", "1110", "11112", "11121", "12111", "2111";

Уровень 2 . . . . . "0011", "0101", "0110", "0112", "0121", "1001", "1010", "1012", "1100", "1120", "1122", "1201", "1210", "1212", "1221", "2011", "2101", "2110", "2112", "2211", "2121";

Уровень 1 . . . . . "0001", "0010", "0012", "0100", "0120", "0122", "1000","1200", "1220", "1222", "2001", "2010", "2012", "2100", "2120", "2122", "2201", "2210", "2212", "2221";

Уровень 0 . . . . . "0000", "2000", "2200" "2220", "2222".

Каждое состояние уровня 0 формирует для уровня 1 по 4 начальных условия, определяющих точки, через которые проходят функции одной переменной уровня 1; таких состояний — 5. Каждое состояние уровня 1 формирует для уровня 2 по 3 начальных условия, определяющих функции, через которые проходят поверхности от двух переменных уровня 2; таких состояний — 20. Каждое состояние уровня 2 формирует для уровня 3 по 2 начальных условия, определяющих поверхности от двух переменных, через которые проходят поверхности от трех переменных уровня 3; таких состояний — 21. Каждое состояние уровня 3 формирует для уровня 4 по 1 начальному условию, определяющих поверхности от трех переменных, через которые проходят поверхности от четырех переменных уровня 4; таких состояний — 8.

Вычислим общее число начальных условий, формируемых на всех уровнях:

$$N_{\text{нач_ус}} = 4 \times 5 + 3 \times 20 + 2 \times 21 + 1 \times 8 = \\ = 20 + 60 + 42 + 8 = 130.$$

Сравним их с числом начальных условий для структуры "5×4" в магическом треугольнике "*B*". Их совпадение указывает на то, что уровни иерархического распределения сформированы правильно. Каждый уровень в ответ на граничные условия формирует то же число слагаемых предельных переходов типа I.

Определим сопряженные звенья для уровней 3, 2 и 1, расположим их по столбцам, а под ними — простые состояния, получим общее число сопряженных пар звеньев и их распределение по уровням:

Уровень 3 . . . . . "0111", "1011", "1101", "12111", "11121", "11112", "2111", "1110";

Уровень 2 . . . . . "0011", "0101", "0110", "1001", "1010", "1201", "2101", "2011", "0121", "0112", "1210", "1012", "1120", "1212", "2112", "2121", "1100","1122", "1221", "2110", "2211";

Уровень 1 . . . . . "0100", "0001", "0010", "0122", "2001", "2010", "2201", "1200", "0012", "0120", "1222", ","2012", "2120", "2212", "1000", "1220", "2100", "2122", "2210", "2221".

Общее число сопряженных звеньев АЛ структуры "5×4" составляет: 3 + 8 + 7 = 18 и совпадает с числом, рассчитанным по формуле (9), что подтверждает её справедливость.

Используя магический треугольник "*A*" реальных состояний отказов [1] и формулу числа реальных главных состояний $N_{\text{рг}} = 5\alpha_m + 8\beta_m$, определим общее число уравнений любой структуры.

Магический треугольник "А"

Структура АЛ	Число реальных состояний отказов	Сумма реальных состояний
"1×0"	1	1
"2×1"	2 2	4
"3×2"	5 4 5	14
"4×3"	13 10 10 13	46
"5×4"	34 26 25 26 34	145
"6×5"	89 68 65 65 68 89	444
"7×6"	233 178 170 169 170 178 233	1331
"8×7"	610 466 445 442 442 445 466 610	3926
"9×8"	1597 1220 1165 1157 1156 1157 1165 1220 1597	11434

V. Определение начальных условий

При построении математической модели также определяются начальные условия. При исследовании центрального звена "11" получена математическая модель:

$$-\frac{\partial p_{1.11}}{\partial z_1\tau} = -\mu_1 p_{1.11} + \lambda_1 p_{11};$$

$$\frac{\partial p_{2.11}}{\partial z_1\tau} - \frac{\partial p_{2.11}}{\partial z_2\tau} = -\mu_2 p_{2.11} + \lambda_2 p_{11};$$

$$\frac{\partial p_{3.11}}{\partial z_2\tau} = -\mu_3 p_{3.11} + \lambda_3 p_{11},$$

а также указания на начальные условия, формируемые штриховыми стрелками графа состояний (см. рис. 2):

$$\left.\begin{aligned} &\lambda_1 \Delta t P_{21} \to p_{1.11}(z_{1-\max}\tau, z_2\tau);\\ &\lambda_2 \Delta t P_{12} \to p_{2.11}(z_1\tau, z_{2-\max}\tau);\\ &\lambda_2 \Delta t P_{01} \to p_{2.11}(0, z_2\tau);\\ &\lambda_3 \Delta t P_{10} \to p_{3.11}(z_{1x}\tau, 0). \end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

Слева от стрелки указаны вероятности (числовые значения), справа — неизвестные граничные функции, через которые должны проходить поверхности центрального звена "11". Таким образом, ставится задача: преобразовать числовые значения в аналитические функции.

В основу определения начальных условий положен принцип равенства элементарных вероятностей на концах штриховой стрелки [3]. Введем обозначения: $x = z_1\tau$, $y = z_2\tau$ и $z_{\max}\tau = 2$. Тогда первая граничная функция $p_{1.11}(z_{1-\max}\tau, z_2\tau)$ принимает вид $p_{1.11}(2, y)$. Поверхность $p_{1.11}(x, y)$ с ее граничной функцией $p_{1.11}(2, y)$ показана на рис. 4, она указывает на то, что отказал участок 1, запас деталей в бункере 1 уменьшается в соответствии с различными уровнями деталей в бункере 2, формируя граничную функцию и поверхность $p_{1.11}(x, y)$, начиная с максимального уровня; за время Δt запас деталей в бункере 1 уменьшился на Δx.

Следовательно, элементарная вероятность $P_{эл}$ криволинейного параллелепипеда с прямоугольным основанием $\Delta x \times y_{\max}$, ограниченного сверху поверхностью $p_{1.11}(x, y)$, равна его объему:

$$P_{эл} \approx \Delta x \int_0^{y_max} p_{1.11}(2, y)\mathrm{d}y \approx$$

$$\approx \Delta z_1\tau \int_0^{z_{2-\max}\tau} p_{1.11}(2, z_2\tau)\mathrm{d}z_2\tau,$$

где площадь под граничной функцией $p_{1.11}(2, y)$ умножается на приращение Δx.

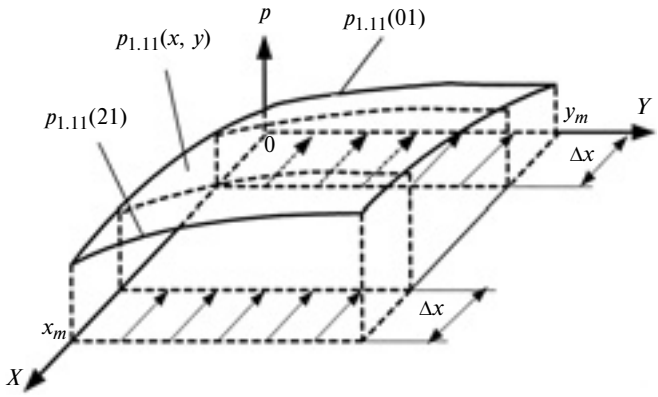


Рис. 4. Схема для определения граничных функций

Учитывая равенство вероятностей на обоих концах штриховой стрелки, имеем:

$$P_{21} \times \lambda_1 \Delta t \approx \Delta z_1\tau \int_0^{z_{2-\max}\tau} p_{1.11}(2, z_2\tau)\mathrm{d}z_2\tau.$$

При уменьшении Δt уменьшается Δx, задняя стенка элементарного параллелепипеда приближается к передней под граничной функцией $p_{1.11}(21)$, при переходе к пределу при Δt; Δx; $\Delta z_1\tau \to 0$ эти стенки совпадают, получаем точное равенство:

$$\lambda_1 P_{21} = q\tau \int_0^{z_{2-\max}\tau} p_{1.11}(2, z_2\tau)\mathrm{d}z_2\tau$$

или, так как $q\tau = 1$, имеем:

$$\lambda_1 P_{21} = \int_0^{z_{2-\max}\tau} p_{1.11}(2, z_2\tau)\mathrm{d}z_2\tau, \qquad (11)$$

где $\lambda_1 P_{22}$ — плотность вероятности запаса деталей в бункере 1 снизится с максимального уровня.

Равенство подтверждает, что штриховые стрелки действительно определяют начальные условия. В результате граничная функция оказалась под знаком интеграла, а на противоположной грани формируется слагаемое предельного перехода $p_{1.11}(0,1)$.

Определим форму (аналитический вид) граничной функции. Из рис. 4 следует, что граничная функция представляет распределение деталей по уровням в бункере 2, когда работают участки 2 и 3, образуя АЛ структуры "2×1", для которой существует решение А. П. Владзиевского [2]:

$$p_1 = \lambda_3 P_0 \frac{\mu_2 + \mu_3}{\lambda_2 + \lambda_3} \mathrm{e}^{\omega_{23} z_2\tau},$$

где $\omega_{23} = \dfrac{\lambda_3\mu_2 - \lambda_2\mu_3}{\lambda_2 + \lambda_3}$.

Индекс при коэффициенте ω указывает, что участки 2 и 3 работают. Функция $e^{\omega_{23} z_2 \tau}$ определяет форму искомой граничной функции. Умножив ее на коэффициент C, подставив в уравнение (11) и проинтегрировав, получим:

$$\lambda_1 P_{21} = \int_0^{z_{2-\max}\tau} C e^{\omega_{23} z_2 \tau} dz_2\tau =$$

$$= C \frac{1}{\omega_{23}} (e^{\omega_{23} z_{2-\max}\tau} - 1).$$

Коэффициент C определим по формуле

$$C = \frac{\omega_{23}\lambda_1 P_{21}}{e^{\omega_{23} z_{2-\max}\tau} - 1}.$$

Тогда граничная функция $p_{1.11}(21)$ принимает вид:

$$p_{1.11}(2, z_2\tau) = \frac{\omega_{23}\lambda_1 P_{21}}{e^{\omega_{23} z_{2-\max}\tau} - 1} e^{\omega_{23} z_2 \tau}. \qquad (12)$$

Аналогично выводим и другие граничные функции:

$$p_{2.11}(z_1\tau, 2) = \frac{\omega_{13}\lambda_2 P_{12}}{e^{\omega_{13} z_{1-\max}\tau} - 1} e^{\omega_{13} z_1 \tau},$$

где

$$\omega_{13} = \frac{\lambda_3\mu_1 - \lambda_1\mu_3}{\lambda_1 + \lambda_3} \text{ и т. д.} \qquad (13)$$

Правила задания параметров λ, μ и z в начальных условиях

Анализ формул (12) и (13) позволил установить:

Правило 1. В граничных функциях показатель при экспоненте формируется из параметров надежности λ и μ работающих участков.

Правило 2. В показателе при экспоненте указывается переменная x ($z_1\tau$) или y ($z_2\tau$) в зависимости от положения "1" в круглых скобках при граничной функции. Если "1" стоит на первом месте, указывается x ($z_1\tau$), если на втором месте — y ($z_2\tau$).

Правило 3. Граничная функция всегда формируется в той грани, от которой начинается движение бункерного запаса.

Правило 4. На противоположной грани (или смежной с ней) от граничной функции, у которой заканчивается движение бункерного запаса, формируется слагаемое предельного перехода, если бункер пуст или полон.

Если начальные условия формируются главными состояниями уровня 0:

$$\left.\begin{aligned} &\lambda_3 \Delta t P_{000} \to p_{3.010}(0, \Delta z_2\tau, 0); \\ &\lambda_2 \Delta t P_{220} \to p_{2.210}(2, z_{2-\max}\tau - \Delta z_2\tau, 0), \end{aligned}\right\} \qquad (14)$$

где функция $p_{3.010}(0, \Delta z_2\tau, 0)$ указывает на то, что за время Δt отказал участок 3, в бункере 2 появился запас $\Delta z_2\tau$ деталей, который продолжает увеличиваться; функция $p_{2.210}(2, z_{2-\max}\tau - \Delta z_2\tau, 0)$ указывает на то, что отказал участок 2, запас деталей в бункере 2 с максимального уровня понизился на $\Delta z_2\tau$ и продолжает уменьшаться; обе функции одной переменной $z_2\tau$ определяют плотность распределения деталей в бункере 2, то элементарные вероятности являются интегралами от этих функций, поэтому выражения (14) принимают вид:

$$\lambda_3 \Delta t P_{000} \approx \int_0^{\Delta z_2\tau} p_{3.010}(0, u, 0) du;$$

$$\lambda_2 \Delta t P_{220} \approx \int_{z_{2-\max}\tau - \Delta z_2\tau}^{z_{2-\max}\tau} p_{2.210}(2, u, 0) du.$$

По теореме Лагранжа о среднем значении интеграла имеем:

$$\lambda_3 \Delta t P_{000} \approx \Delta z_2\tau \times p_{3.010}(0, \xi, 0), \text{ где } 0 < \xi < \Delta z_2\tau;$$

$$\lambda_2 \Delta t P_{220} \approx \Delta z_2\tau \times p_{2.210}(2, \zeta, 0),$$
$$\text{где } z_{2-\max}\tau - \Delta z_2\tau < \zeta < z_{2-\max}\tau.$$

Разделив оба выражения на Δt, получим:

$$\lambda_3 P_{000} \approx \frac{\Delta z_2}{\Delta t}\tau \times p_{3.010}(0, \xi, 0);$$

$$\lambda_2 P_{220} \approx \frac{\Delta z_2}{\Delta t}\tau \times p_{2.210}(2, \zeta, 0),$$

а перейдя к пределу при Δt; $\Delta z_2 \to 0$, получим:

$$\lambda_3 P_{000} = q\tau \times p_{3.010}(0, 0, 0);$$

$$\lambda_2 P_{220} = q\tau \times p_{2.210}(2, z_{2-\max}\tau, 0).$$

Приняв во внимание, что $q = 1/\tau$, $q\tau = 1$, получим искомые начальные условия:

$$\lambda_3 P_{000} = p_{3.010}(0, 0, 0);$$

$$\lambda_2 P_{220} = p_{2.210}(2, z_{2-\max}\tau, 0).$$

В работе рассмотрены все вопросы построения математических моделей автоматических линий, даны решения с учетом принятых ограничений. Таким образом, разработан инженерный метод построения математических моделей АЛ.

Цикл статей
"Проблемы трибологии — трения, изнашивания и смазки"
(под общей редакцией академика Российской инженерной академии и академии космонавтики, д-ра техн. наук Ю. Н. Дроздова)

УДК 621.791.76:621.7.044.2

А. В. КРОХАЛЁВ, О. А. АВДЕЮК, К. В. ПРИХОДЬКОВ, кандидаты технических наук,
С. В. КУЗЬМИН, д-р техн. наук, В. И. ЛЫСАК, член-кор. РАН, д-р техн. наук (Волгоградский ГТУ),
e-mail: kroch@vstu.ru

Оптимизация составов порошковых твердых сплавов, используемых в подшипниках скольжения, смазываемых водой

Рассмотрены режимы трения в подшипниках скольжения и их влияние на коэффициент трения. Установлены корреляционные связи между показателями антифрикционных свойств карбидохромовых твердых сплавов, их структурой и твердостью. Дано объяснение установленным зависимостям.

Ключевые слова: подшипник скольжения, трение, антифрикционные свойства, твердый сплав, карбид хрома, твердость.

Friction operations in slide bearing and their influence on friction constant were examined. Correlations between exponent antifriction properties of carbide-chrome hard alloy metals, their structure and hardness were adjusted. Adjusted dependences were clarified.

Keywords: slide bearing, friction, antifriction properties, hard alloy, chromium carbide, hardness.

В технике прогресс ряда областей определяется созданием новых материалов для узлов трения, работающих в тяжелых условиях: повышенные или пониженные температуры, высокие скорости скольжения и удельные нагрузки, агрессивные среды, высокая разряженность, радиация и т. п. Поэтому перспективным направлением является разработка новых твердых сплавов триботехнического назначения и методов их получения.

Так, для изготовления деталей подшипников скольжения, работающих в паре с силицированным графитом при смазывании водой, в настоящее время используют сплавы карбида хрома Cr_3C_2 с никелем или нихромом, получаемые путем прессования и спекания. Замена традиционного никеля на титан и использование взрывного нагружения [1] позволяют отказаться от спекания и совместить процесс получения твердого сплава с его нанесением в виде покрытия на рабочие поверхности заготовок деталей узлов трения.

Цель исследований — изучение триботехнических свойств подобных материалов, выявление факторов, определяющих особенности процесса трения по силицированному графиту, и выработка рекомендаций по оптимизации их состава, обеспечивающих наиболее благоприятные условия трения и минимизацию износа.

Испытаниям на трение и изнашивание подвергали сплавы, содержащие 14, 22, 31 и 40 % титановой связки, что соответствовало ее содержанию C_{oTi} = 20; 30; 40 и 50 % по объему. Использованные для получения сплавов режимы нагружения обеспечивали их максимальную твердость *HV* и плотность, близкую к плотности монолитного материала [1, 2]. Испытания проводили на машине трения МИ-1М по схеме "штифт—кольцо" с врезанием по известной методике [3].

(Окончание статьи. Начало см. на стр. 31)

Разработанный инженерный метод построения математических моделей АЛ позволил установить принцип статического равновесия связей и принцип формирования сопряженных звеньев.

Проведенные исследования позволили создать теоретическую базу для построения математических моделей сложных АЛ, что может быть полезным для специалистов проектных организаций и научно-исследовательских институтов, занимающихся разработкой, исследованием и эксплуатацией автоматических линий.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Горчев В. С.** Число Фибоначчи и исследование пространства состояний однопоточных автоматических линий с накоплениями деталей // Вестник машиностроения. 2005. № 11. С. 33—43.

2. **Владзиевский А. П.** Автоматические линии в машиностроении. М.: Машгиз, Кн. 1. 1958. С. 358—377.

3. **Горчев В. С.** Метод преобразования числовых значений и аналитические функции для исследования автоматических линий с накоплениями деталей // Вестник машиностроения. 2003. № 2. С. 48—54.

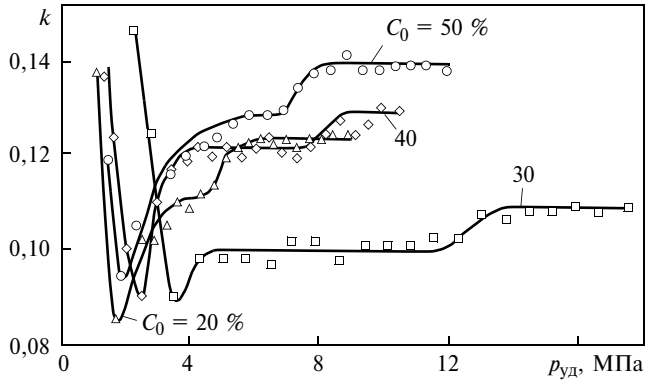


Рис. 1. Зависимости коэффициента *k* трения карбидохромовых твердых сплавов с титановой связкой от удельной нагрузки $p_{уд}$

Зависимости коэффициента *k* трения исследованных материалов в среде дистиллята от удельной нагрузки $p_{уд}$, приведенные на рис. 1, четко отражают переходы от одного режима трения к другому, характерные для диаграмм Герси—Штрибека [3, 4]. С увеличением нагрузки коэффициент трения сначала уменьшается (гидродинамическое и упругогидродинамическое смазывание), затем возрастает до некоторой величины, которая остается какое-то время неизменной (смешанное и граничное смазывание). При дальнейшем увеличении нагрузки коэффициент трения снова достаточно резко возрастает и останавливается на некотором значении (схватывание).

По полученным зависимостям коэффициента трения от удельной нагрузки можно установить численные значения показателей антифрикционных свойств исследованных материалов: предельные удельные нагрузки устойчивого преимущественно жидкостного трения ($p_ж$), граничного трения и перехода к схватыванию ($p_с$), минимальный коэффициент k_{min} преимущественно жидкостного трения, коэффициенты трения при граничном смазывании ($k_{гр}$) и в режиме схватывания ($k_с$).

Влияние содержания титановой связки на показатели свойств приведено на рис. 2. Это сложные зависимости. Исключением является минимальный коэффициент жидкостного трения, значение которого практически не изменяется с увеличением содержания связки. Была поставлена задача — найти зависимость между антифрикционными свойствами, структурой и прочностью исследуемых материалов.

Установлено, что коэффициенты трения при граничном смазывании и схватывании обратно пропорциональны твердости *HV*, а предельные нагрузки жидкостного трения и схватывания — отношению удельного объема $V_{к.ф}$ карбидной фазы в структуре сплава к его твердости *HV* (рис. 3).

Зависимости коэффициентов $k_{гр}$ и $k_с$ трения от твердости $(HV)^{-1}$ полностью соответствуют теоретическим представлениям триботехники [5], согласно которым площадь фактического контакта при одной и той нагрузке обратно пропорциональна твердости наименее твердого из трущихся материалов (в данном случае карбидохромового сплава), в поверхность которого будут внедряться выступы карбида кремния, входящего в состав силицированного графита. Увеличение же площади контакта ведет к повышению молекулярной составляющей силы трения и увеличению коэффициента трения скольжения.

Экстраполяция зависимостей коэффициентов трения от $(HV)^{-1}$ до нулевого значения, соответствующего нулевой площади фактического контакта, позволяет определить механическую составляющую коэффициента трения: $b = 0{,}065$.

Произведение $V_{к.ф}$ на величину $(HV)^{-1}$ представляет собой параметр, пропорциональный площади фактического контакта по карбидной фазе при одинаковой общей контактной нагрузке. Изменение предельной нагрузки жидкостного трения и предельной нагрузки схватывания при изменении данного параметра очевидно, так как карбид-

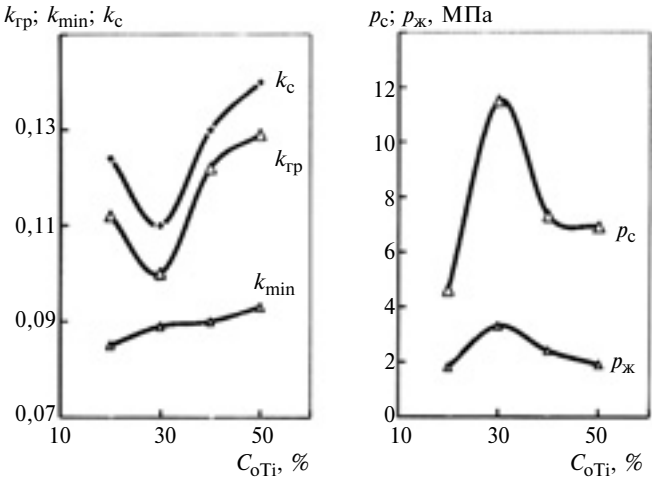


Рис. 2. Зависимости антифрикционных показателей $k_с$, $k_{гр}$, k_{min} (*а*) и $p_ж$, $p_с$ (*б*) карбидохромовых твердых сплавов с титановой связкой от содержания C_{oTi} титановой связки

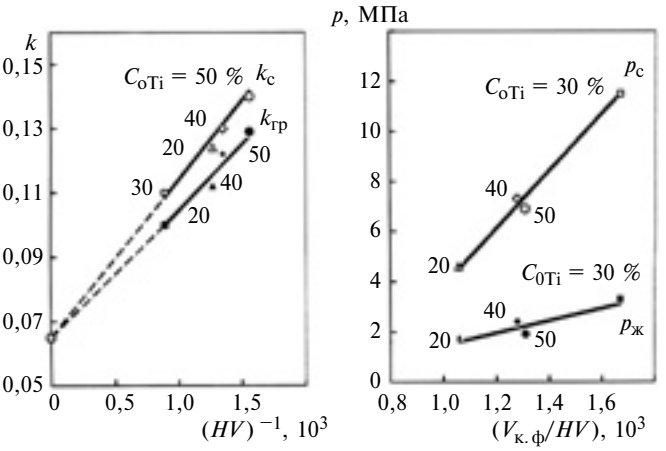


Рис. 3. Зависимости антифрикционных показателей сплавов от твердости и удельного объема $V_{к.ф}$ карбидной фазы

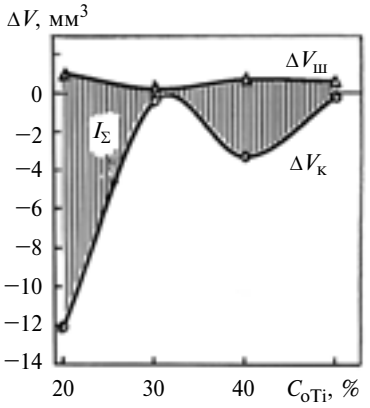


Рис. 4. Зависимость суммарного износа в паре трения "сплав на основе карбида хрома — силицированный графит" от содержания C_{oTi} титановой связки

ная фаза имеет большее сопротивление деформированию, чем металлическая матрица, и меньшую теплопроводность. Поэтому увеличение площади контакта по ней будет приводить к повышению локальной температуры и давления на площадках фактического контакта, что в свою очередь в режиме жидкостного трения должно способствовать снижению вязкости смазочной жидкости, уменьшению несущей способности жидкостного клина, увеличению вероятности нарушения его сплошности и, как следствие, уменьшению $p_ж$. При граничном трении это приведет к десорбции мономолекулярных слоев смазочной жидкости и повышению вероятности их разрушения, уменьшая тем самым p_c.

Зависимости износов образца ($\Delta V_{об}$) и контртела ($\Delta V_{к.т}$) от содержания титановой связки в исходной смеси порошков при получении твердых сплавов приведены на рис. 4. Здесь фактором, определяющим износы образцов из твердых сплавов при трении по силицированному графиту, также, как и в предыдущем случае, является отношение объема карбидной фазы в структуре сплавов к их твердости (рис. 5). Ухудшение условий трения с увеличением этой величины однозначно приводит к повышению износа твердых сплавов.

Зависимость изменения износа кольца из силицированного графита от состава сплава (см. рис. 4) имеет более сложный характер, чем зависимость изменения износа твердых сплавов. Однако и в этом случае можно установить однозначную прямую связь между экспериментальными данными по износу, структурой и твердостью исследуемых образцов. Износ кольца из силицированного графита прямо пропорционален отношению удельного объема карбидной фазы в структуре твердого сплава к корню квадратному из показателя твердости (см. рис. 5).

Поскольку показатель твердости материала обратно пропорционален фактической площади контакта, то корень из этой величины будет также обратно пропорционален среднему суммарному линейному размеру этой площади, т. е. среднему пути каждой точки поверхности кольца по площади фактического контакта. Доля данного пути, приходящаяся на карбидную фазу, пропорциональна объемному содержанию ее в сплаве.

Таким образом, износ кольца силицированного графита прямо пропорционален пути, проходимому при трении каждой точкой его поверхности по карбидной фазе контактирующего с кольцом твердого сплава, так как твердость карбида хрома соизмерима с твердостью карбида кремния и, видимо, именно при взаимодействии с ним происходит разрушение SiC, а значит и материала кольца.

Минимальный суммарный износ пары трения имеет место при C_{oTi} = 30 %. Также представляет интерес твердый сплав с C_{oTi} = 50 %. При несколько большем износе образца, чем у сплава с C_{oTi} = 30 % титана, суммарный износ пары трения практически такой же, как и у сплава с оптимальным содержанием титана.

Для корректного сопоставления свойств разработанных сплавов со свойствами уже известных и применяемых антифрикционных материалов по той же методике проведены триботехнические испытания силицированного графита СГП-0,5 и твердого сплава карбида хрома с никелем КХН-20, полученных традиционными методами. Анализ полученных результатов показал, что коэффициенты трения материалов на основе карбида хрома с титановой связкой при любых режимах трения несколько выше коэффициентов трения силицированного графита по силицированному графиту, но ниже, чем при трении КХН-20 по силицированному графиту.

Предельная нагрузка преимущественно жидкостного трения для сплавов карбида хрома с 30 % Ti выше, чем у пар трения "СГП-0,5 — СГП-0,5" и "КХН-20 — СГП-0,5". Для материалов на основе Cr_3C_2, содержащих 50 % Ti, предельные нагрузки

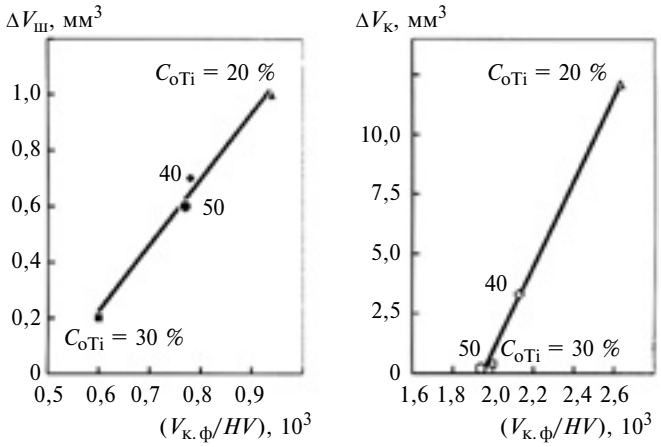


Рис. 5. Зависимости износов в паре трения "твердый сплав — силицированный графит" от твердости и относительного удельного объема карбидной фазы в сплаве

УДК 621.9

В. Е. КАРПУСЬ, д-р техн. наук, А. В. КОТЛЯР, канд. техн. наук (НТУ — Харьковский политехнический институт, Украина), e-mail: kotljar80@mail.ru

Анализ точности многоинструментной обработки на токарных станках

Проанализирована точность многоиструментной обработки на токарных станках комбинированным резцом, многорезцовой державкой и многошпиндельной головкой. Исследовано напряженно-деформированное состояние элементов технологической системы и их влияние на точность обработки.

Ключевые слова: многоинструментная обработка, точность, упругие деформации, комбинированный резец, многорезцовая державка, многошпиндельная головка, токарный станок.

Accuracy of mechanical multi-lathe-tooling with multiple-unit incisor, gang tool and multiple spindle tool head was analyzed. Stress and strain state of manufacturing system elements and their influence on working accuracy was researched.

Keywords: mechanical multi-tooling, accuracy, elastic strains, multiple-unit incisor, gang tool, multiple spindle tool head, turning workstation.

Высокая стоимость современного металлорежущего оборудования предполагает максимально эффективное использование станочного времени путем объединения потенциальных возможностей как самих станков, так и соответствующей технологической оснастки. Повышение производительности обработки — наиболее целесообразный путь сокращения технологической себестоимости и, следовательно, повышения экономических показателей, например прибыли и интенсивности маржинальной прибыли, т. е. прибыли, приходящейся на единицу времени изготовления продукции. Один из способов повышения производительности станка — применение специальной оснастки, позволяющей проводить многоинструментную обработку [1].

Многорезцовую обработку на токарно-винторезных и токарных станках с ЧПУ можно осуществлять с помощью комбинированного резца [2], который дополнительно к базовому стандартному резцу оснащается одной или несколькими резцовыми вставками с режущими пластинами, регулируемыми на необходимые размеры обработки. Комбинированный резец (рис. 1) состоит из базового стандартного резца *1* и резцовой вставки *2* с прокладками *4—6*, закрепленными с помощью крон-

(Окончание статьи. Начало см. на стр. 42)

несколько меньше, чем для сплава с 30 % Ti, и даже ниже, чем для сплава КХН-20, но все же выше, чем для силицированного графита.

Предельная нагрузка схватывания материалов, полученных взрывом, существенно выше, а износ на порядок ниже.

Таким образом, для получения более высоких антифрикционных показателей и минимального износа твердых сплавов на основе карбида хрома при работе в паре с силицированным графитом в воде необходимо обеспечить как можно большую твердость сплава при наименьшем удельном объеме карбидной фазы в его структуре.

Для порошковых твердых сплавов системы "карбид хрома — титан" в полной мере этим требованиям удовлетворяют сплавы, содержащие 30 и 50 % металлической связки. Данный состав позволяет получить более высокие антифрикционные характеристики и износостойкость по сравнению с материалами, изготовленными традиционными способами.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Получение** износостойких покрытий из смесей порошков карбида хрома с металлической связкой с использованием взрывного нагружения / А. В. Крохалев, В. О. Харламов, С. В. Кузьмин, В. И. Лысак // Изв. ВолгГТУ. Сер. "Сварка взрывом и свойства сварных соединений". Вып. 4. 2010. № 5 (65). С. 117—122.

2. **Закономерности** формирования твердых сплавов из смесей порошков карбида хрома с титаном с использованием энергии взрыва / А. В. Крохалев, В. О. Харламов, С. В. Кузьмин, В. И. Лысак // Изв. вузов. Порошковая металлургия и функциональные покрытия. 2012. № 1. С. 32—37.

3. **Крохалев А. В., Авдеюк О. А., Джанта Андри Имули.** Методика экспериментального исследования режимов трения в подшипниках скольжения // Изв. ВолгГТУ. Сер. "Прогрессивные технологии в машиностроении". Вып. 7. 2011. № 13 (86). С. 20—23.

4. **Мур Д.** Основы и применения трибоники: Пер. с англ. М.: Мир, 1978. 488 с.

5. **Гаркунов Д. Н.** Триботехника. М.: Машиностроение, 1985. 424 с.

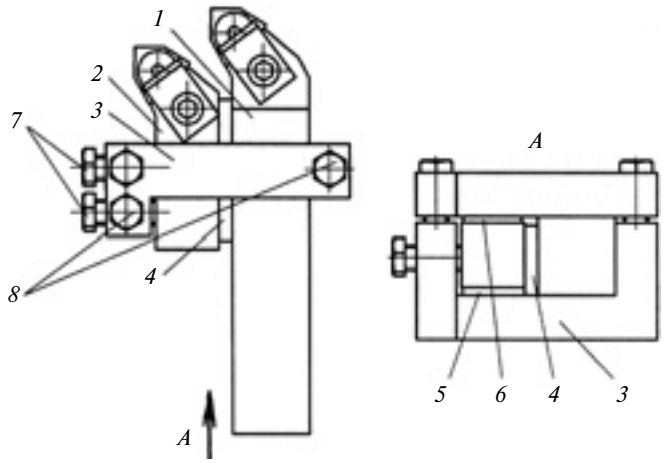


Рис. 1. Комбинированный резец

штейна *3* и болтов *7* и *8*. Настройка резца выполняется вне станка. Важным при определении целесообразности использования многорезцовой оснастки на токарных станках с ЧПУ является обеспечение приемлемой точности обработки с учетом повышения сил резания и некоторого снижения жесткости технологической системы при введении в конструкцию дополнительных элементов.

На рис. 2 приведена схема формирования погрешности обработки комбинированным резцом на токарном станке с ЧПУ. Погрешность многорезцовой обработки комбинированным резцом зависит от величины упругих деформаций составляющих технологической системы, которая включает переднюю и заднюю бабки, револьверный суппорт, заготовку и комбинированный резец.

Упругие перемещения передней и задней бабок приводят к смещению $\Delta_ц$ линии центров станка, влияющему на погрешность обработки в любом сечении детали, которое определяется из соотношения сторон подобных треугольников *ABC* и *ADE* (см. рис. 2, *а*) по формуле

$$\Delta_ц = \frac{(L-l)(\Delta_{з.б} - \Delta_{п.б})}{L} + \Delta_{п.б},$$

где L и l — длины заготовки и обработки, мм; $\Delta_{п.б}$ и $\Delta_{з.б}$ — упругие деформации передней и задней бабок, мм.

Упругие перемещения линии центров ($\Delta_ц$) и заготовки ($\Delta_з$) происходят в направлении силы P резания, под действием которой диаметр обрабатываемой поверхности увеличивается от номинального $d_н$ до фактического $d_ф$ (см. рис. 2, *б*).

Влияние упругих деформаций $\Delta_р$ комбинированного резца на погрешность обработки можно определить из треугольника *OFN* по формуле

$$\Delta_р = \sqrt{\left(\frac{d_н}{2} + \Delta_ц + \Delta_з + \Delta Y_р\right)^2 + \Delta Z_р^2} - \left(\frac{d_н}{2} + \Delta_ц + \Delta_з\right),$$

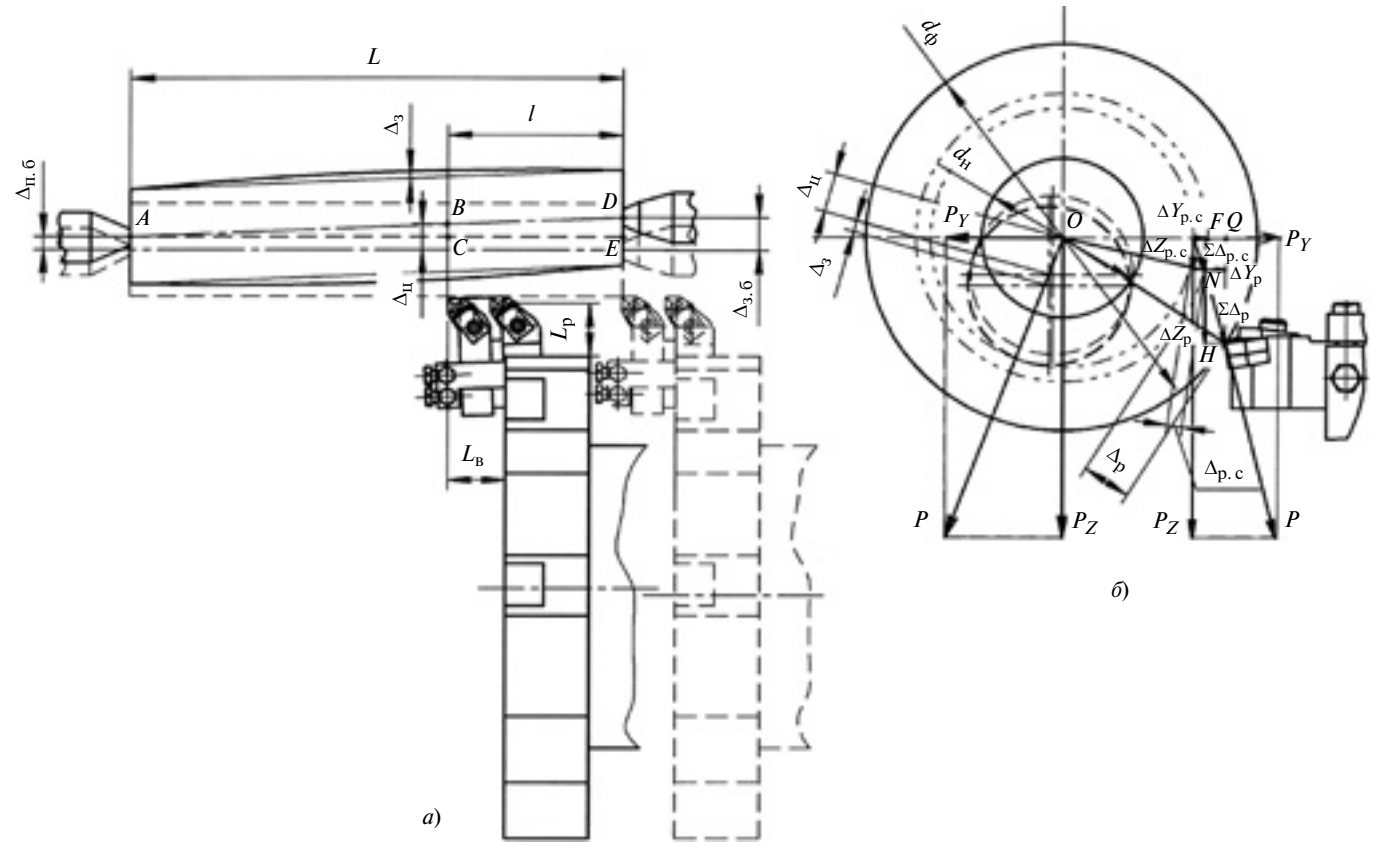


Рис. 2. Схема формирования погрешности обработки комбинированным резцом

где $\Delta Z_р$ и $\Delta Y_р$ — упругие перемещения комбинированного резца вдоль осей Z и Y, мм.

Длина катета OF включает номинальный радиус $d_н/2$ заготовки, перемещения линии центров ($\Delta_ц$), заготовки ($\Delta_з$), а также перемещение $\Delta Y_р$ комбинированного резца вдоль оси Y. Катет FN равен перемещению $\Delta Z_р$ резца вдоль оси Z. Гипотенуза ON равна фактическому радиусу $d_ф/2$ заготовки с учетом упругих перемещений линии центров ($\Delta_ц$), заготовки ($\Delta_з$) и комбинированного резца ($\Delta_р$).

Влияние упругих перемещений револьверного суппорта на погрешность обработки определяется из треугольника OQH по формуле

$$\Delta_{р.с} = \sqrt{\left(\frac{d_н}{2} + \Delta_ц + \Delta_з + \Delta_р + \Delta Y_{р.с}\right)^2 + \Delta Z_{р.с}^2} - \left(\frac{d_н}{2} + \Delta_ц + \Delta_з + \Delta_р\right),$$

где $\Delta Z_{р.с}$ и $\Delta Y_{р.с}$ — упругие перемещения револьверного суппорта вдоль осей Z и Y, мм.

Длина гипотенузы OQ — это фактический радиус заготовки с учетом упругих перемещений всех составляющих технологической системы.

Точность обработки исследовали путем моделирования напряженно-деформированного состояния (НДС) элементов технологической системы при разных значениях продольного $L_в$ и поперечного $L_р$ вылетов резца и резцовой вставки, а также диаметра и длины заготовки. К каждому элементу системы прикладывали силы, равные составляющим силы резания при глубине резания 1 и 4 мм. Для сравнения моделировали обработку стандартным резцом заготовок с теми же параметрами.

Результаты показали, что наибольшее влияние на погрешность обработки оказывают упругие перемещения задней бабки. Погрешность, вызванная упругими деформациями комбинированного резца, зависит от его продольного и поперечного вылетов и составляет не более 20 % от общей погрешности, вызванной деформациями всех элементов технологической системы. Влияние упругих перемещений передней бабки, револьверного суппорта и заготовки не превышает 10 %.

По сравнению с однорезцовой обработкой погрешность диаметральных размеров детали при обработке комбинированным резцом увеличилась в среднем в 2,1 раза. При глубине резания $t = 1$ мм погрешность обработки находится в пределах поля допуска после чистового точения, при $t = 4$ мм несколько превышает допуски на черновую обработку. Повысить точность обработки можно коррекцией координат исходного положения резца в соответствии с результатами исследования НДС элементов технологической системы. Разность между погрешностями обработки, полученными методом конечных элементов и экспериментально, не превышает 16 %.

Более широкие технологические возможности имеют многорезцовые державки с двумя и более резцами, устанавливаемыми в гнездах многопозиционной револьверной инструментальной головки токарных станков с ЧПУ [3]. Влияние упругих деформаций элементов технологической системы на погрешность обработки в этом случае показано на рис. 3, *а*, *б*. Экспериментально установлено, что погрешность обработки на 13 % отличается от результатов моделирования. Коррекция положения резцов в державке с трехрезцовой наладкой, выполненная вдоль оси Y, позволяет уменьшить погрешность обработки на 11 %.

Кроме комбинированных резцов и многорезцовых державок многоинструментную обработку на токарных станках можно выполнять многошпиндельной головкой [4], позволяющей одновременно обрабатывать несколько внецентренных отверстий в деталях типа фланца и диска (рис. 4). Головка состоит: из вала *1*, на котором выполнено зубчатое колесо, устанавливаемого в пиноли задней бабки токарно-винторезного станка или в пазу револьверной головки токарно-револьверного станка; основного корпуса *2*, который при обработке получает вращение от шпинделя станка через подвижные скалки *9*. При вращении основного корпуса зубчатые колеса *3*, перекатываясь по зубьям колеса неподвижного вала *1*, начинают вращаться, обеспечивая независимое вращение промежуточных валов *4* и шпинделей *5* с режущими инструментами. Фиксация независимых шпиндельных корпусов *6* в нужном положении осуществляется разжиманием разрезных вставок *7* в кольцевых пазах основного корпуса *2* с помощью болтов *8*.

Во время обработки подвижные скалки, перемещаясь по направляющим *10* качения, передают крутящий момент режущим инструментам. Зазоры в скалках регулируются зажимными клиньями *11*. Продольное движение скалок регулируется с учетом длины рабочего и холостого хода режущих инструментов перемещением гаек *12* и *13*. После завершения обработки скалки отводятся в исходное положение пружинами *14*. Беззазорное прилегание скалок к зажимным кулачкам патрона обеспечивается эксцентриковыми втулками *15*.

Использование многошпиндельной головки для токарного станка при обработке отверстий в деталях типа диска и фланца позволяет исключить операцию сверления, повысить производительность и снизить себестоимость обработки.

Необходимое условие применения многошпиндельной головки для токарного станка — обеспечение допустимой точности обработки, которая при сверлении регламентируется величиной разбивки отверстий и увода их осей.

В общем случае при обработке на сверло действуют осевая сила $P_о$, крутящий момент $M_{кр}$ и неуравновешенная радиальная сила $P_р$, которая является результатом действия неподвижной $P_н$ и вращающейся $P_в$ радиальных составляющих [5]. Неподвижная составляющая вызывает увод сверла и возникает при отклонении от перпендикулярности поверхности заготовки относительно оси сверла, а также при неправильном центрировании сверла при врезании и отклонении от симметричности заточки углов при вершине и задних углов, приво-

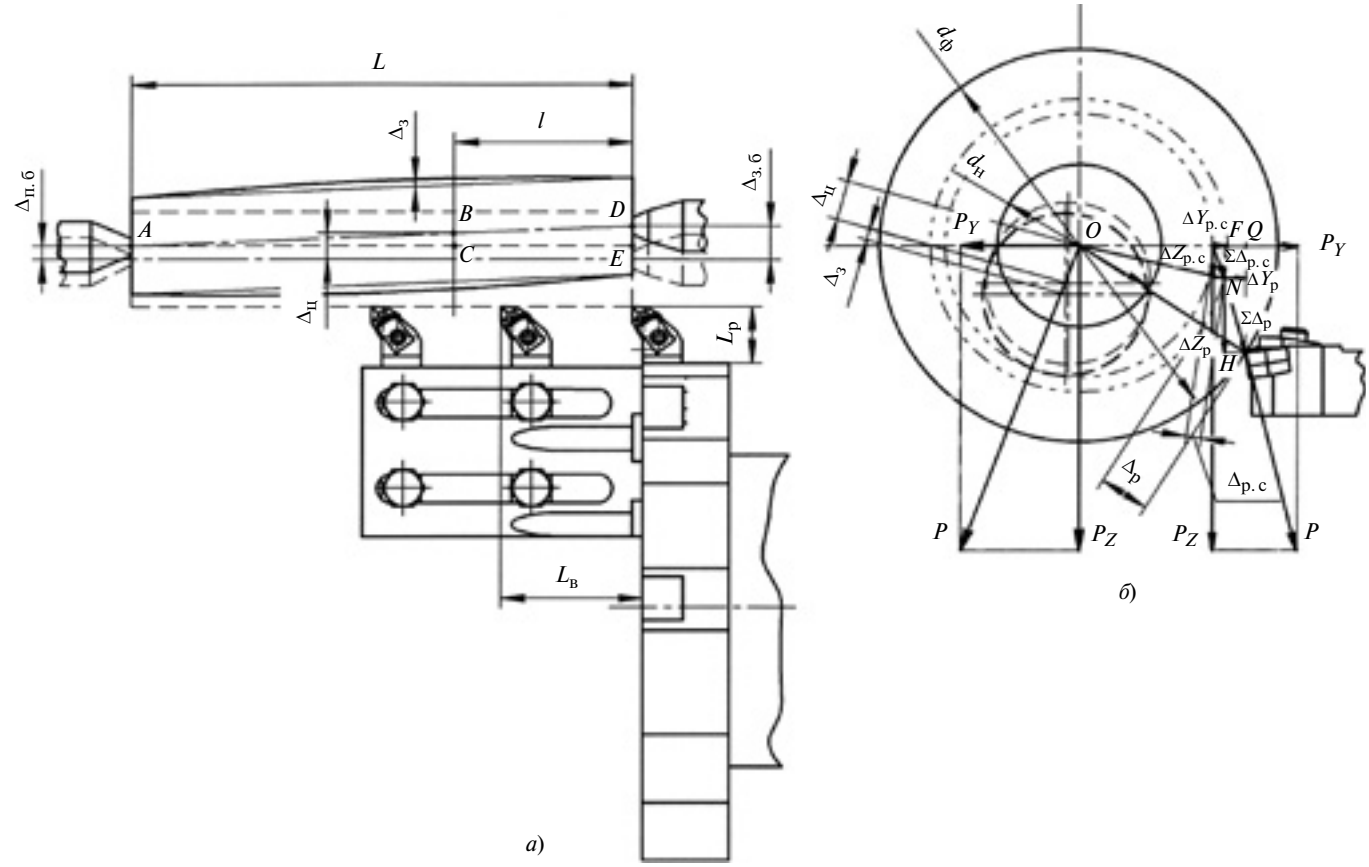


Рис. 3. Схема формирования погрешности обработки многорезцовой головкой

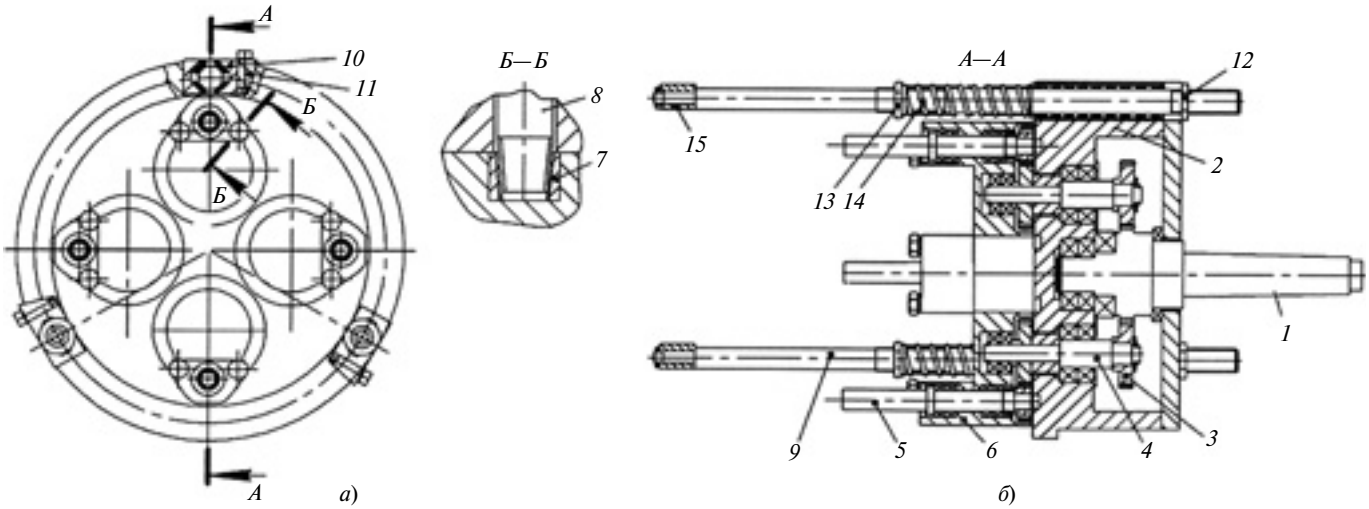


Рис. 4. Многошпиндельная головка для токарного станка

дящих к появлению угла наклона поперечной режущей кромки. Вращающаяся составляющая вызывает разбивку отверстия и является результатом отклонения от симметричности заточки режущих кромок сверла.

Величина $\Delta_о$ увода сверла в конце одноинструментной обработки (рис. 5, *а*) в случае одинаковой обрабатываемости материала детали по длине L отверстия рассчитывается по формуле, учитывающей начальное смещение вершины сверла и смещение сверла по длине обрабатываемого отверстия с учетом начального угла наклона консольных концов сверла:

$$\Delta_о = Y_0 + \mathrm{tg}\beta_0 L = Y_0 + \frac{Y_0}{l_0} L = = Y_0 + \frac{2Y_0}{d_{св}\mathrm{tg}\varphi} L,$$

где β_0 — начальный угол наклона конца консоли сверла; Y_0 — начальное смещение вершины сверла, мм; l_0 — длина режущей части сверла, мм; $d_{св}$ — диаметр сверла, мм; φ — главный угол в плане.

При использовании многошпиндельной головки для токарного станка помимо рассмотренных факторов на увод сверл влияют упругие деформации подвижных скалок, вызванные суммарным крутящим моментом, которые приводят к увеличению углов наклона консольных концов сверл и начального смещения их вершин (рис. 5, *б*).

Увод Δ сверл в конце обработки отверстий при использовании многошпиндельной головки для токарного станка определяется по формуле

$$\Delta = \Delta_о + \Delta_м = Y_0 + \mathrm{tg}\beta_0 L + Y_м + \mathrm{tg}\beta_м L = = Y_0 + \frac{2Y_0}{d_{св}\mathrm{tg}\varphi} L + Y_м + \frac{2Y_м}{d_{св}\mathrm{tg}\varphi} L,$$

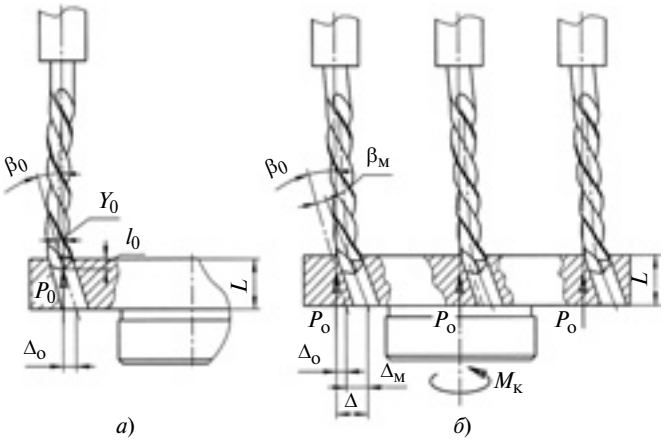


Рис. 5. Схемы формирования увода сверл при обработке отверстий на токарном станке одноинструментным резцом (*а*) и многошпиндельной головкой (*б*)

Обрабатываемое отверстие		Увод сверл, мм, при обработке	
Диаметр, мм	Длина, мм	одноинструментной	многоинструментной
5	10	0,06	0,11
10		0,11	0,14
20		0,16	0,17
10	5	0,05	0,09
	20	0,2	0,28
	30	0,28	0,39
	40	0,36	0,51

где $\Delta_о$ и $\Delta_м$ — увод сверла соответственно от действия неподвижной составляющей неуравновешенной радиальной силы и упругой деформации скалок многошпиндельной головки, мм; $\beta_м$ — угол наклона консольного конца сверла от деформации скалок; $Y_м$ — начальное смещение вершины сверла от упругой деформации скалок, мм.

Исследования НДС многошпиндельной головки для токарного станка позволили установить, что наибольшее влияние на увод сверл оказывает их длина: чем больше диаметр обработки, тем больше увод сверл. Значения увода сверл при одноинструментной обработке отверстий в детали типа фланец и многошпиндельной головкой для токарного станка приведены в таблице. Уменьшить увод и разбивку отверстий при сверлении можно с помощью передвижного кондуктора, устанавливаемого на подвижных скалках многошпиндельной головки.

Таким образом, применение комбинированного резца, многорезцовой державки и многошпиндельной головки для токарного станка позволяют расширить технологические возможности токарных станков и повысить производительность и экономичность обработки.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Карпусь В. Е., Котляр А. В.** Многорезцовая обработка на токарных станках с ЧПУ // Вестник машиностроения. 2007. № 12. С. 59—62.

2. **Пат. на корисну модель 24137 Україна:** МПК (2006) B23B 27/16. Комбінований різець.

3. **Пат. на корисну модель 24139 Україна:** МПК (2006) B23B 29/24. Багаторізцевий тримач.

4. **Пат. на корисну модель 36305 Україна:** МПК (2006) B23B 29/00. Багатошпиндельна головка для токарного верстака.

5. **Холмогорцев Ю. П.** Оптимизация процессов обработки отверстий. М.: Машиностроение, 1984. 184 с.

УДК 621.9.025.7: 338.312

Г. А. РАСТОРГУЕВ, д-р техн. наук (РУДН, г. Москва),
e-mail: rastorguev38@mail.ru

Особенности обработки канавок в деталях машин

Выполнена систематизация канавок различных конструкций. Рассмотрены методы их обработки. Предложены рациональные формы твердосплавных пластин для канавочных резцов.

Ключевые слова: канавка, вид обработки, канавочный резец, державка.

Arrangement of various design grooving was accomplished. Techniques of their processing were analyzed. Rational forms of carbide blades for grooving tool were offered.

Keywords: groove, handling type, grooving tool, toolholder.

В деталях машин и механизмов часто используются такие конструктивные элементы, как разного вида канавки. Будем рассматривать канавки как паз, прорезаемый резцом в детали вращения в перпендикулярном, параллельном и под углом к оси детали направлениях подачи при условии, что режущая кромка резца не доходит до оси [1].

Для рассмотрения особенностей данной обработки систематизируем существующее многообразие канавок, исходя из их назначения, формы, глубины и расположения относительно поверхности детали [2]. На рис. 1 показаны конструктивные исполнения канавок. По положению на поверхности различают канавки: наружные (рис. 1, *а—г*, *л*); внутренние (рис. 1, *д*, *е*, *и*, *к*); торцевые (рис. 1, *ж*, *з*). По форме различают канавки: прямоугольные с острыми углами или углами, к скруглению которых не предъявляются специальные требования (см. рис. 1, *а*, *б*); прямоугольные с углами, радиус скругления которых регламентирован техническими требованиями (см. рис. 1, *в*); прямоугольные, ширина которых в разы больше глубины (см. рис. 1, *г*); фасонные — трапецеидальные (см. рис. 1, *к*) и с радиусным дном (см. рис. 1, *и*, *л*), при точении которых режущая кромка инструмента не перпендикулярна к направлению подачи.

По направлению подачи режущего инструмента выполняют канавки радиальные, осевые и наклонные. По назначению различают канавки для выхода режущего инструмента (в основном шлифовальных кругов), для герметичных уплотнений, для установки стопорных и поршневых колец, смазочные и газоотводящие. Назначение канавки определяет технологию их изготовления и точность: неточные, средней точности и высокоточные. Неточные канавки, предназначенные в основном для выхода режущего инструмента, соответствуют, как правило, 14-му квалитету точности. Для герметичных уплотнений выполняют канавки средней точности, что соответствует 9÷10-му квалитетам точности; шероховатость поверхности $Ra < 1{,}25$ мкм, точность взаимного расположения и формы до 50 мкм. К высокоточным канавкам, например для поршневых колец, предъявляют более жесткие требования. По отношению глубины h к ширине b различают канавки: неглубокие ($h/b \leqslant 6$); средние ($6 < h/b \leqslant 14$) и глубокие ($h/b > 14$).

Рассмотрим формообразование канавок точением на универсальных токарных станках. Характер и последовательность прорезания канавок определяются их формой, точностью размеров и расположением, а также возможностью применения мерных (фасонных) резцов. В любом случае при прорезании канавки заготовка всегда совершает вращение вокруг своей оси, а режущий инструмент — движение подачи в разных направлениях. Следует учитывать, что выполнение канавок осложняется следующими факторами [2]:

небольшое сечение формируемой канавки затрудняет удаление образующейся стружки по сравнению с обычным продольным точением;

так как одновременно работают три кромки режущей части резца, то резец испытывает боль-

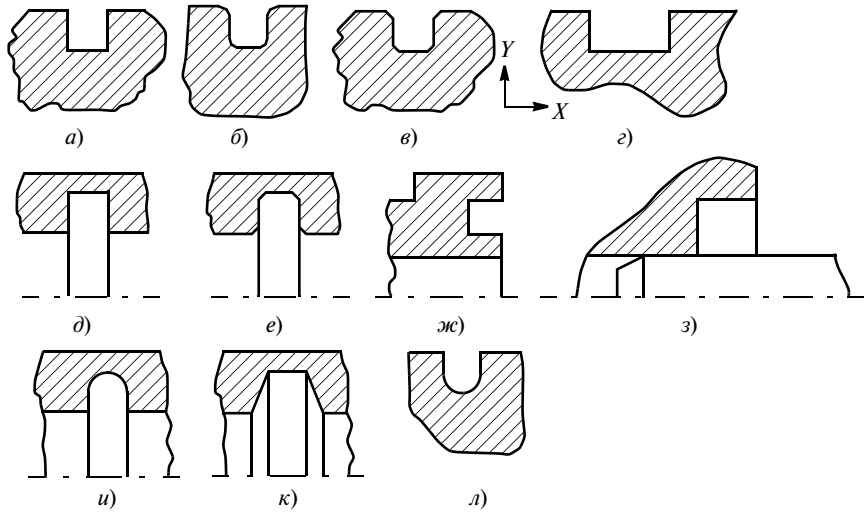


Рис. 1. Конструктивные исполнения канавок

шие удельные нагрузки, приводящие к его поломке;

повышенный износ режущего инструмента;

так как ширина рабочей части резца, особенно для прорезания глубоких и внутренних канавок, меньше длины, то и его жесткость меньше, что приводит к возникновению вибраций.

Основной способ обработки канавок шириной до 8 мм — прорезание одним резцом. Канавочный резец устанавливают строго по высоте центров станка с допуском ±0,1 мм, перпендикулярно к оси заготовки, что существенно влияет на стойкость инструмента (уменьшается возможность возникновения вибраций) и качество обрабатываемой канавки. Правильность установки проверяют угольником, прикладывая его одной стороной к цилиндрической поверхности детали, другой — к боковой поверхности резца, между угольником и резцом должен быть равномерный просвет.

Резцы с высокоточными пластинами геометрии GF, имеющие допуск на ширину ±0,2 мм, рекомендуются для работы с подачами 0,02÷0,25 мм/об. Пластины с геометрией GM более прочные и позволяют обрабатывать канавки с подачей 0,04÷0,3 мм/об [3, 4]. Высокоточные канавки имеют фаски и радиусы скругления, особо оговаривается перпендикулярность стенок канавки к оси детали. Такие канавки невозможно получить стандартными резцами, для них используют пластины специальной формы (16 исполнений Tailor Made), позволяющие одновременно с прорезкой канавки обрабатывать фаски и радиусы скругления. Преимущество обработки канавок за одно врезание состоит в том, что обеспечивается равномерный износ резца и появляется возможность контроля стружкообразования.

Если конструктивно требуется выполнение широкой канавки, то жесткость детали не всегда позволяет прорезать ее за один проход резца. Для получения наружных широких канавок и выемок применяют многопроходное врезание и плунжерное точение. Существует правило: если ширина канавки меньше глубины, то предпочтительнее многопроходное врезание (рис. 2, *а*, *1—5* — последовательность проходов), в противном случае выбирают плунжерное точение (рис. 2, *б*). При обработке тонкостенной и нежесткой детали следует использовать точение с врезанием под углом (рис. 2, *в*).

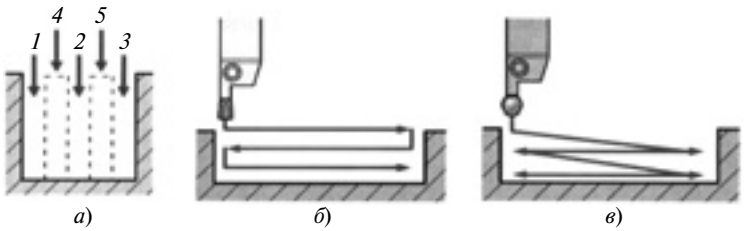


Рис. 2. Технологические схемы обработки широких канавок и выемок

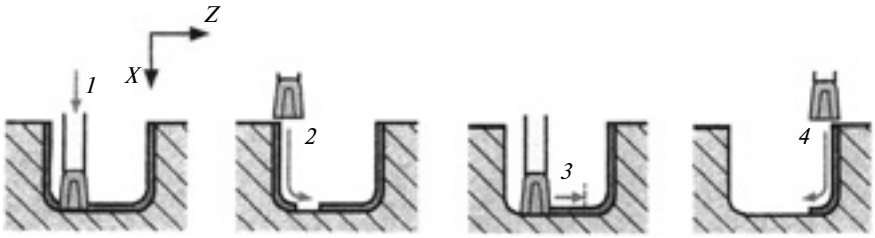


Рис. 3. Технологическая последовательность чистовой обработки наружных канавок

Многопроходное точение обеспечивает наилучший отвод стружки и высокую стойкость инструмента. При удалении стружки в работе не участвуют углы режущей пластины и стружка сходит непосредственно по центру пластины в середине стружколома с образованием остаточных колец. Рекомендуемая ширина промежуточных колец 0,6÷0,8 ширины пластины.

Точение с плавным врезанием под углом обеспечивает небольшие радиальные силы и снижает риск возникновения вибраций при обработке нежестких заготовок. Этот способ характеризуется хорошим стружкообразованием и меньшим образованием проточин, что делает его пригодным для обработки разных материалов в сложных условиях. Однако при точении этим методом число проходов увеличивается в 2 раза.

Рассмотренные выше методы обработки канавок относятся к черновым. Для получения канавки с заданной шероховатостью поверхностей требуется чистовая обработка, последовательность выполнения которой показана цифрами на рис. 3. Особое внимание необходимо уделять обработке радиусов на дне канавки. На станках с ЧПУ резец перемещается по заданной программе, в основном, вдоль оси *Z*. При этом вдоль основной режущей кромки образуется очень тонкая стружка, что может привести к затиранию и вибрациям [3]. Во избежание этого радиальная и осевая глубины резания должны быть в пределах 0,5÷1,0 мм.

Рекомендуется вести обработку по возможности с одного установа, что не всегда удается для деталей из труднообрабатываемых материалов. Современные режущие материалы, например CBN (кубический нитрид бора), позволяют заменить шлифование чистовой обработкой. В частности фирма Sandvik для обработки канавок предлагает твердосплавные пластины CoroCut со вставками из CBN геометрии TF или

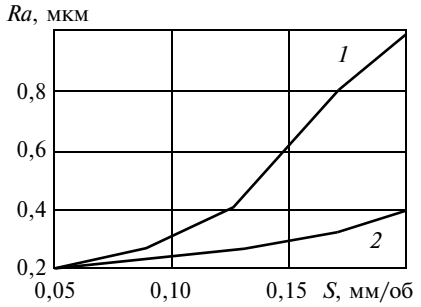


Рис. 4. Зависимости шероховатости обработанной поверхности от подачи при обработке твердосплавными резцами со стандартной геометрией (*1*) и с геометрией TF фирмы Sandvik (*2*)

ТМ, которые обеспечивают шероховатость обработанных поверхностей канавок $Ra < 0,5$ мкм и высокую размерную точность. При обработке этими пластинами достигается более высокое качество поверхности, чем при обработке обычными (рис. 4), благодаря эффекту зачистки Wiper, который возникает при некотором наклоне пластины под действием сил резания, когда главная режущая кромка работает как зачистная [4].

Канавки прорезаются как в закаленном материале, так и до его термической обработки: твердость материала заготовки 50÷65 *HRC*. Рекомендуемые режимы резания канавок в деталях из разных материалов резцами с твердосплавными пластинами GC1125 приведены в табл. 1.

Обрабатываемостью называют свойство металла поддаваться обработке резанием. Применительно к сталям и сплавам это свойство интерпретируется как влияние свойства материала на способность изнашивать режущий инструмент с той или иной интенсивностью. Физико-механические свойства обрабатываемых материалов (см. табл. 1) учитываются коэффициентом $K_о$ относительной обрабатываемости, предложенным А. И. Кондаковым и А. С. Васильевым [4]: $K_о = (K_{тс} + K_{бс})/2$, где $K_{тс}$ и $K_{бс}$ — коэффициенты относительной обрабатываемости материала соответственно при точении твердосплавными резцами и резцами из быстрорежущей стали.

Коэффициент $K_{тс} = v_{60}/145$, где v_{60} и 145 — скорости резания, соответствующие 60-минутной стойкости резцов при точении данного материала и эталонной стали 45. Коэффициент $K_{бс} = v_{60}/70$, где 70 — скорость резания при 60-минутной стойкости быстрорежущих резцов при точении эталонной стали 45. При $K_о < 0,6$ обрабатываемость оценивается как плохая, при $K_о = 0,6 \div 1,0$ — удовлетворительная, при $K_о > 1,0$ — хорошая [4].

Качество обработанных канавок зависит от многих технологических факторов, в частности, режимов резания, вылета державки резца, стружкодробления и др. Профиль канавок контролируют, как правило, специальными шаблонами. Отклонения от фактического профиля могут быть вызваны неточностью профиля резца

Таблица 1

Обрабатываемый материал			Твердость, *HB*	Режим резания [3]	
По ISO	По российским стандартам (типичный представитель)	$K_о$		скорость резания, м/мин	подача, мм/об
P (стали)	Углеродистые конструкционные стали (сталь 45, ГОСТ 1050—88)	1,0	229	115÷265	0,05÷0,5
	Легированные конструкционные стали (сталь 40Х, ГОСТ 4543—71)	1,07	217	108÷249	0,05÷0,5
	Низколегированные хладостойкие стали (сталь 09Г2С, ГОСТ 2390—88)	1,3	275	95÷205	0,05÷0,5
M (коррозионно-стойкие стали)	Коррозионно-стойкие стали (40Х13, ГОСТ 6532—72)	0,5	229	85÷190	0,05÷0,5
	Жаростойкие стали (20Х13, ГОСТ 5632—72)	0,57	197	100÷215	0,05÷0,5
	Жаропрочные стали (12Х17Н2, ГОСТ 5632—72)	0,6	285	75÷155	0,05÷0,5
K (чугун)	Серый чугун (СЧ 25, ГОСТ 1412—85)	1,0	180	110÷210	0,05÷0,5
N (цветные сплавы)	Алюминиевые сплавы АМ5 (АЛ19, ГОСТ 1583—93)	1,0	80	190÷1900	0,05÷0,8
	Медные сплавы (ЛЦ40С, ГОСТ 17711—93)	1,3	85	50÷500	0,05÷0,8
S (жаропрочные сплавы)	На основе железа-никеля (ХН35ВТЮ, ГОСТ 6532—72)	0,12	200	45÷80	0,05÷0,3
	На основе никеля (ХН60ВТ, ГОСТ 5632—72)	0,3	250	32÷50	0,05÷0,3
	Титановые сплавы (ВТ5Л, ГОСТ 19807—91)	1,0	950*	45÷80	0,05÷0,3
H (сверхтвердые материалы)	Материалы высокой твердости (закаленные стали)	0,1	60**	120÷125	0,05÷0,1
	Отбеленный чугун[1]	0,2	450	195÷200	0,05÷0,1

Примечания:
1. Рекомендованные режимы относятся к обработке с применением СОТС.
2. При обработке внутренних и торцевых канавок скорость резания должна быть на 30÷40 % ниже рекомендованных значений.
*Предел прочности на разрыв *Rm*, МПа.
**Твердость по шкале Виккерса, *HRC*.
[1]Обработка резцами с пластинами СВ20.

или погрешностью его установки, деформацией детали при обработке с чрезмерно большими подачами.

В табл. 2 приведены возможные отклонения, причины их возникновения и рекомендации по устранению при точении наружных канавок на токарных станках.

Внутренние канавки в деталях машин предназначены в основном для установки стопорных колец шириной 0,7÷3,0 мм. Большинство технологических методов обработки наружных канавок можно использовать и для обработки внутренних. Сложность внутреннего точения — удаление стружки из отверстия, особенно при нарезании канавок в отверстиях малого диаметра. Сначала стружка удаляется непосредственно из самой канавки, затем она движется под углом 90°, обходит державку резца и только потом удаляется из отверстия. Поэтому для удовлетворительного удаления стружки необходимо стремиться к максимально возможной разности диаметров обрабатываемого отверстия и оправки, т. е. выбирать более тонкую оправку. Но при этом необходимо учитывать возможное возникновение вибрации при работе нежестким инструментом с большим вылетом.

Одним из признаков неудовлетворительного стружкообразования при обработке внутренних канавок является слишком длинная стружка, которая может заминаться, что отражается на качестве обработки и становится причиной выхода из строя режущего инструмента. Это особенно важно при обработке канавок на малых диаметрах. Надежное стружкодробление обеспечивается при выполнении следующих рекомендаций:

канавку обрабатывают в направлении от дна отверстия к торцу;

используют плунжерное точение или точение вразгонку;

применяют пластины правого или левого исполнения для направления схода стружки;

СОЖ подают под достаточным давлением для снижения температуры в зоне резания и вымывания стружки из отверстия;

при обработке канавок в вязких материалах используют прерывистую подачу (микроостановки), что увеличивает стружкодробление;

выбирают соответствующую подачу, так как она определяет не только толщину стружки, но и ее форму в зависимости от геометрии инструмента.

Выбор оптимальных размеров режущего инструмента с учетом изложенных факторов является необходимым условием получения качественных канавок. Установлено, что вылет оправки (или державки) не должен превышать трех ее диаметров для стальных оправок и пяти диаметров для твердосплавных расточных оправок [3]. Оправки с вылетом от пя-

Таблица 2

Вид отклонения	Причины возникновения	Рекомендации по устранению
Не выдержана ширина канавки	Неточная ширина резца — при проточке канавки за один проход. Неточная настройка упоров станка — при плунжерном точении и точении вразгонку	Правильно заточить резец. Сделать контрольные риски и по ним проверить установку продольных упоров
Не выдержана глубина канавки	Ошибка при отсчете поперечной подачи по лимбу. Не выбран люфт винта поперечной подачи. Резец самозатягивается в деталь	Тщательный контроль глубины по шаблону или глубиномеру. Следить за выбором люфта. Уменьшить передний угол резца
Неперпендикулярность боковых сторон канавки к оси детали	Резец установлен неперпендикулярно к оси детали. Резец имеет малые вспомогательные углы в плане	Установить резец по шаблону. При заточке резца изменить вспомогательные углы в плане
Не выдержано заданное положение канавки относительно торца или уступа детали	Непрочно установлен резец относительно продольного упора	Установить резец по шаблону
Низкая шероховатость обработанных поверхностей канавки	Вибрации резца в результате большой его ширины или значительного вылета	Использовать более жесткий резец. Обработать канавку вразгонку или плунжерным методом (для широких канавок уменьшить подачу)
Слишком большой захват стружки резцом (подрыв)	Большой люфт в соединении винт—гайка поперечного суппорта. Биение шпинделя	Отрегулировать люфт. Отрегулировать передний подшипник шпиндельного узла
Наростообразование	Низкая температура в зоне резания. Неверно выбраны геометрия резца или материал пластины	Увеличить скорость резания. Использовать резец с острой режущей кромкой
Выкрашивание	Недостаточная жесткость резца. Завышенные режимы резания	Уменьшить вылет резца. Проверить правильность установки резца

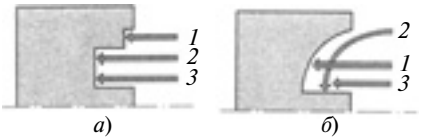


Рис. 5. Технологическая последовательность обработки фасонной торцевой канавки

ти до семи диаметров обеспечивают полное антивибрационное растачивание внутренних канавок. Выпускаются оправки правого и левого исполнения с диаметрами 16÷50 мм. Некоторые оправки имеют отверстия для внутреннего подвода СОЖ.

При обработке торцевых канавок державка режущего инструмента по отношению к режущей кромке пластины должна быть изогнута под углом 90°. Рекомендуется использовать канавочные пластины CaroCut с геометрией GM, TF, RM [3]. Режимы резания: скорость 100÷125 м/мин, радиальная подача 0,1 мм/об, осевая подача 0,15 мм/об. Такие канавки обрабатывают специализированным инструментом, при выборе которого необходимо учитывать величину как наружного, так и внутреннего диаметров.

Диаметр первого врезания определяется для каждого резца. При прорезании широкой торцевой канавки только первое врезание выполняется согласно ограничениям резца; при последующих врезаниях на меньших диаметрах в канавке будет достаточно места и для резца, и для стружки. Технологическая последовательность обработки фасонных торцевых канавок показана на рис. 5.

Черновая обработка (см. рис. 5, *а*): первый переход выполняется на самом большом диаметре, обеспечивается стружколомание, а не стружкодробление; второй переход — снимается припуск, равный 50÷80 % ширины канавки; третий переход — обработка внутренней стороны канавки, обеспечивается хорошее стружкодробление, подача может быть увеличена.

Чистовая обработка (см. рис. 5, *б*): первый переход — врезание на рабочую глубину; второй переход — обработка контура канавки и ее дна в направлении от перифирии к центру и вглубь; третий переход — формирование внутреннего диаметра канавки.

Основные рекомендации при обработке торцевых канавок:

минимизация вылета инструмента для снижения риска возникновения вибраций;

небольшая скорость подачи при первом врезании во избежание пакетирования стружки;

для обеспечения надежного стружкодробления обработку необходимо начинать с большего диаметра, переходя последовательно к меньшему;

если при первом врезании наблюдается неудовлетворительное стружкообразование, то следует перейти на прерывистое врезание.

В серийном производстве для обработки канавок используют токарные станки с ЧПУ благодаря их большим технологическим возможностям. Для уменьшения трудоемкости программирования канавки сложного профиля обрабатывают по типовой программе резцами за несколько переходов [6]: сначала выполняют черновую обработку, затем — чистовую. Критерии выбора черновой обработки (многопроходное врезание, плунжерное точение или точение с врезанием под углом) — глубина и ширина канавки. Чистовую обработку наружных канавок (рис. 6, *а*) выполняют последовательно по схемам, приведенным на рис. 6, *б* и *в*, а торцевых (рис. 7, *а*) — двумя одинаковыми резцами, отличающимися положением формообразующей вершины, по схемам, приведенным на рис. 1, *б* и *в* [6].

Черновая однократная обработка обеспечивает 12÷13 квалитеты точности и шероховатость поверхности Ra = 3,2 мкм. Для получения более качественной поверхности (Ra < 1,6 мкм) последний чистовой переход выполняют с меньшей подачей и большей частотой вращения. Для получения высокоточных канавок (7÷9 квалитеты точности) окончательную обработку осуще-

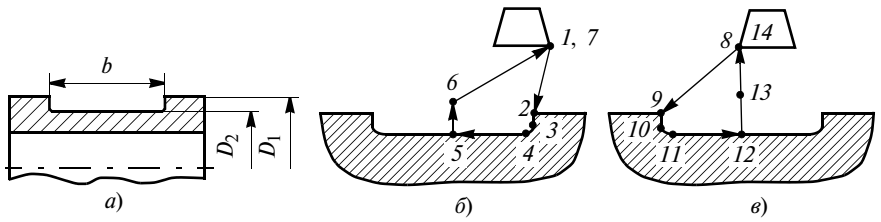


Рис. 6. Типовая схема чистовой обработки наружной канавки на токарно-винторезном станке МК6046

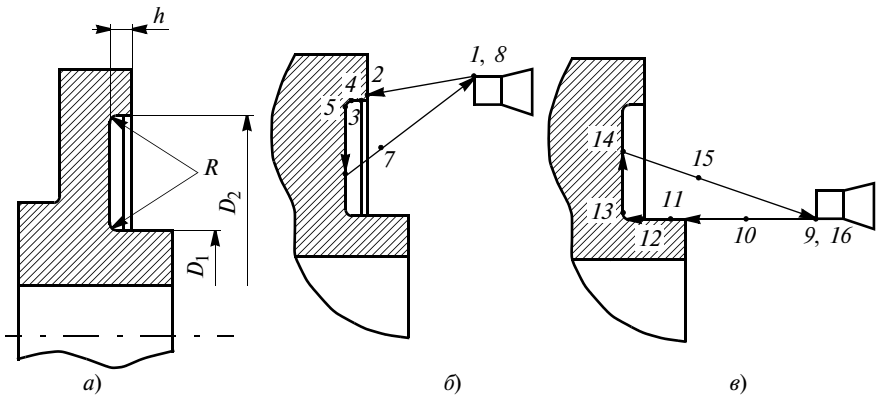


Рис. 7. Типовая схема чистовой обработки наружной торцевой канавки на токарно-винторезном станке МК6046

ствляют чистовыми резцами с предварительной коррекцией на заданный размер, которая определяется программой обработки.

Жаропрочные и титановые сплавы относятся к группе S по системе ISO/ANSI и подразделяются на три группы: на основе железа, никеля и титана. Эти сплавы обрабатываются хуже, чем конструкционные и коррозионно-стойкие стали (группа M). Существенное влияние оказывают отжиг или старение сплавов перед обработкой, так как при этом они могут изменять твердость от 150 до 440 *HB*. Низкая обрабатываемость сталей группы S диктует определенные требования к выбору режущего инструмента. Рекомендуется [3] использовать одно- и двухлезвийные инструменты с пластинами из сплава GC1105 с покрытиями PVD для получистовых операций и с пластинами из сплава S05F с покрытием MTCVD для черновой обработки. Скорость резания при черновой обработке 60 м/мин, чистовой — 50 м/мин; подача — 0,1 мм/об.

Для обеспечения удовлетворительного стружколомания и повышения стойкости режущего инструмента путем увеличения подачи рекомендуется титановые сплавы обрабатывать с применением СОЖ под высоким давлением (5÷7 МПа). Для этого используют специальные оправки Coromant Carto [3]. СОЖ подают через шпиндель станка непосредственно в зону резания. Создается гидравлический клин между передней гранью пластины и стружкой. Строго направленный поток СОЖ улучшает стружколомание и снижает температуру в зоне резания. Лучшие показатели обработки обеспечиваются при скорости струи 4÷60 м/с и ее толщине 0,15÷0,018 мм.

При резании с СОЖ проявляются ее смазочное, охлаждающее и моющее действия [7]. Смазочное действие способствует уменьшению трения и вероятности возникновения схватывания и адгезии контактирующих поверхностей инструмента, заготовки и стружки. Охлаждающее действие состоит в интенсивном отводе теплоты из зоны резания. Моющее действия проявляется в непрерывном удалении продуктов износа и мелкой стружки из зоны резания.

СОЖ выбирают исходя из физико-механических свойств материала заготовки и условий обработки. При обработке канавок в сталях группы P более эффективны масляные СОЖ, чем водные. На практике же ввиду санитарно-гигиенических недостатков масляных СОЖ предпочитают использовать водные при обработке твердосплавными резцами [7].

При нарезании канавок в заготовках из коррозионно-стойких, жаростойких и жаропрочных сталей и сплавов (группа M) основным видом изнашивания является адгезионно-усталостное. Поэтому чаще применяют СОЖ с высокими смазочными свойствами, содержащие противозадирные присадки. При черновой обработке рекомендуются водные СОЖ — аквол-6 (зарубежный аналог Superdge-7) и техмол-1; на чистовых переходах — масляные средневязкие СОЖ типа MP-6 (зарубежный аналог Dasco 4811) и MP-7 (Mobilmer 427).

При обработке заготовок из цветных сплавов (группа N) возможно образование на режущих кромках инструмента нароста, влияющего на качество поверхностного слоя канавок, поэтому резание выполняют с высокими скоростями. Для такой обработки рекомендуются СОЖ, обеспечивающие хорошее охлаждение: эмульсии повышенной концентрации или маловязкие СОЖ типа OCM-1 (аналог Honilo480, 481) и MP-4 (Dortan 33).

Высокая прочность и низкая теплопроводность титановых сплавов (группа S) обуславливают интенсивное тепловыделение и появление усталостных трещин. В зависимости от условий их обработки и структурно-фазового состояния поверхностного слоя при черновой обработке используют различные водные СОЖ, при чистовой — масляные.

Заключение

В зависимости от конструктивного исполнения и заданной точности в практике машиностроения применяют различные технологические методы обработки канавок. Процесс формообразования канавок вследствие ряда негативных явлений является сложным и малопроизводительным. Изложенные в статье в систематизированном виде особенности обработки канавок различного конструктивного исполнения позволяют выбрать оптимальный технологический метод получения их при разработке технологического процесса.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Высокопроизводительная** обработка металлов резанием / Под ред. Д. В. Виноградова. М.: Полиграфия, 2003. 301 с.

2. **К вопросу** о повышении производительности обработки канавочными и отрезными резцами / В. А. Залога, Д. В. Криворучко, Д. А. Миненко, Н. П. Кутовой // Вестник СумДУ. Сер. Технические науки. 2009. № 4. С. 125—134.

3. **Отрезка** и обработка канавок. Руководство фирмы Sandvik Coromant (Швеция). 2009. 81 с.

4. **Coro Key.** Каталог Sandvik Coromant (Швеция). 2008. 209 с.

5. **Кондаков А. И., Васильев А. С.** Выбор заготовок в машиностроении: Справочник. М.: Машиностроение, 2007. 560 с.

6. **Справочник** технолога-машиностроителя в 2 т. / Под ред. А. М. Дальского. Т. 1. М.: Машиностроение, 2001. 912 с.

7. **Смазочно-охлаждающие** технологические средства и их применение при обработке резанием: Справочник / Под общ. ред. Л. В. Худобина. М.: Машиностроение, 2006. 544 с.

УДК 621.914.1

А. А. ФОМИН, канд. техн. наук, В. Г. ГУСЕВ, д-р техн. наук (Владимирский ГУ), e-mail: fominl@mail.ru

Виброперемещения шпинделя под действием моментной и динамической неуравновешенности режущего инструмента

Представлены результаты исследования колебаний шпиндельного узла под действием моментной и динамической неуравновешенностей режущего инструмента, на основании которых можно прогнозировать вибрационное состояние технологической системы на этапе проектирования обрабатывающего оборудования.

Ключевые слова: режущий инструмент, горбыль, фрезерование, виброперемещения, неуравновешенность масс, качество обработки.

The results of investigation of spindle assembly oscillations under action of moment and dynamic cutter unbalances were presented. For reason given results it is possible to predict oscillating state of manufacturing system on design cycle of work facility.

Keywords: cutter, half log, cut, vibratory displacement, mass unbalance, treatment class.

Механическая обработка отходов древесины, в частности горбыля, позволяет не только экономить материальные ресурсы, но и повысить конкурентную способность деревообрабатывающих предприятий. Фрезерование поверхностей горбыля осуществляется на высокой скорости резания (50 м/с и более), поэтому даже небольшая неуравновешенная масса инструмента вызывает большие инерционные центробежные силы, являющиеся источником повышенной вибрации системы станок—приспособление—инструмент—заготовка, что негативно влияет практически на все выходные параметры процесса обработки.

При отношении высоты фасонной фрезы к ее наружному диаметру $B/D > 0{,}3$ плечо между векторами дисбалансов моментной неуравновешенности инструмента примерно равно высоте фрезы, что существенно повышает значения моментной и динамической неуравновешенностей в формировании выходных параметров обработки и в первую очередь геометрической точности, шероховатости и волнистости обработанных поверхностей. В связи с этим актуальным представляется исследование колебаний шпиндельного узла под действием данных неуравновешенностей, на основании результатов которого можно прогнозировать вибрационное состояние технологической системы еще на этапе проектирования обрабатывающего оборудования.

Шпиндель станка для обработки горбыля[1] установлен в подшипниковых опорах *1* и *2*, на нем закреплена фасонная фреза *3* (рис. 1). В корпусе фрезы имеются продольные пазы, в которые вставлены режущие пластины *4* из инструментального материала Р6М5, обрабатывающие сучки *5*, которые в заготовке *6* имеют случайное расположение. Пластины *4* снимают также окоренной слой *7* (см. рис. 1, вид *А*), в результате чего получают обработанную поверхность *8* горбыля.

Внешняя рабочая нагрузка на данную технологическую систему представляет собой совокупность силы резания, неуравновешенной центробежной силы, обусловленной главным вектором дисбалансов $D_{\text{ст}}$ шпиндельного узла и инерционного изгибающего момента M пары сил P_1—P_2, вызванных главным моментом M_D дисбалансов. Приращения ΔP_z и ΔP_y силы резания вызваны обработкой сучков в горбыле, а также изменениями припусков по длине и ширине заготовки.

Система дифференциальных уравнений пространственных виброперемещений оси шпинделя с установленной фасонной фрезой под действием моментной неуравновешенности имеет вид:

$$\begin{cases} \dfrac{M_1}{l}\left(\dfrac{\mathrm{d}^2 y_2}{\mathrm{d}\tau^2} l + \left(\dfrac{\mathrm{d}^2 y_2}{\mathrm{d}\tau^2} - \dfrac{\mathrm{d}^2 y_1}{\mathrm{d}\tau^2}\right) f\right) - c_1 y_1 + c_2 y_2 - \\ - k\left(\dfrac{\mathrm{d}y_1}{\mathrm{d}\tau} - \dfrac{\mathrm{d}y_2}{\mathrm{d}\tau}\right) = 0; \\ \dfrac{M_1}{l}\left(\dfrac{\mathrm{d}^2 x_2}{\mathrm{d}\tau^2} l + \left(\dfrac{\mathrm{d}^2 x_2}{\mathrm{d}\tau^2} - \dfrac{\mathrm{d}^2 x_1}{\mathrm{d}\tau^2}\right) f\right) - d_1 x_1 + d_2 x_2 - \\ - k\left(\dfrac{\mathrm{d}x_1}{\mathrm{d}\tau} - \dfrac{\mathrm{d}x_2}{\mathrm{d}\tau}\right) = 0; \\ \dfrac{I\omega}{l}\left(\dfrac{\mathrm{d}y_1}{\mathrm{d}\tau} - \dfrac{\mathrm{d}y_2}{\mathrm{d}\tau}\right) + \dfrac{I_1}{l}\left(\dfrac{\mathrm{d}^2 x_1}{\mathrm{d}\tau^2} - \dfrac{\mathrm{d}^2 x_2}{\mathrm{d}\tau^2}\right) - \left(d_1 x_1 + k\dfrac{\mathrm{d}x_1}{\mathrm{d}\tau}\right) \times \\ \times (l+f) + \left(d_2 x_2 + k\dfrac{\mathrm{d}x_2}{\mathrm{d}\tau}\right) f = M\sin(\varphi_2 + \omega\tau); \\ \dfrac{I\omega}{l}\left(\dfrac{\mathrm{d}x_1}{\mathrm{d}\tau} - \dfrac{\mathrm{d}x_2}{\mathrm{d}\tau}\right) + \dfrac{I_1}{l}\left(\dfrac{\mathrm{d}^2 y_1}{\mathrm{d}\tau^2} - \dfrac{\mathrm{d}^2 y_1}{\mathrm{d}\tau^2}\right) - \left(c_2 y_2 + k\dfrac{\mathrm{d}y_2}{\mathrm{d}\tau}\right) f + \\ + \left(c_1 y_1 + k\dfrac{\mathrm{d}y_1}{\mathrm{d}\tau}\right)(l+f) = M\cos(\varphi_2 + \omega\tau), \end{cases} \quad (1)$$

где M_1 — приведенная масса, учитывающая массу фасонной фрезы и консольной части шпинделя; l — расстояние между опорами *1* и *2* шпинделя; x_1, x_2, y_1, y_2 — соответственно малые перемещения опор *1* и *2* при колебаниях шпиндельного узла при обработке горбыля; f — расстояние между опорой *2* и центром *С* фрезы; k — коэффициент демпфиро-

[1] Пат. 44279 Рос. Федерации: МПК B27C, 1/08. Станок для обработки горбыля.

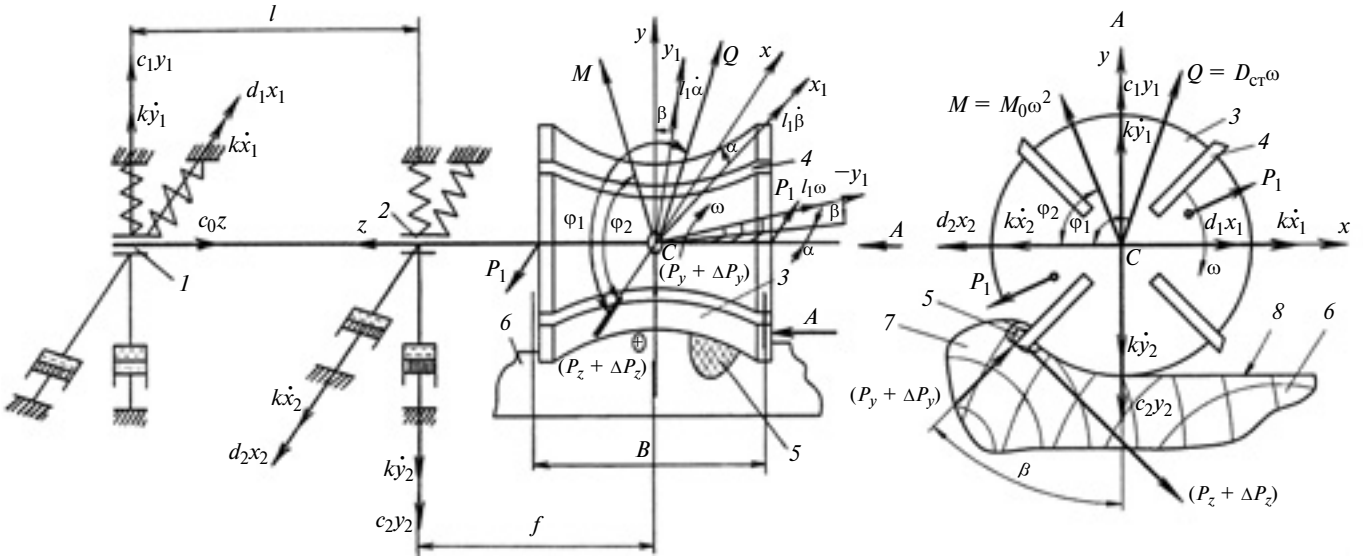


Рис. 1. Шпиндельный узел при внешней и реактивной нагрузках

вания опор; φ_1 — угол главного вектора дисбалансов $D_{ст}$; τ — текущее время фрезерования; ω — угловая скорость фрезы; c_1, c_2, d_1, d_2 — соответственно жесткости опор *1* и *2* в вертикальном и горизонтальном направлениях; I и I_1 — осевой и экваториальный моменты инерции фасонной фрезы; $M = M_D\omega^2$ — инерционный изгибающий момент, обусловленный действием главного момента M_D дисбалансов шпиндельного узла; φ_2 — угол главного момента дисбалансов.

Частное решение системы дифференциальных уравнений (1) имеет вид:

$$\left.\begin{aligned} x_1^M &= A_3\cos\omega\tau; \\ x_2^M &= A_4\cos\omega\tau; \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

$$\left.\begin{aligned} y_1^M &= B_3\sin\omega\tau; \\ y_2^M &= B_4\sin\omega\tau, \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

где x_1^M, x_2^M, y_1^M, y_2^M — малые перемещения опор *1* и *2* шпинделя в направлении координатных осей при моментной неуравновешенности; A_3, A_4, B_3, B_4 — искомые амплитуды колебаний.

Продифференцировав выражения (2) и (3), подставив результаты дифференцирования в систему (1), сравнив и приравняв коэффициенты правых и левых частей уравнений, получим систему из четырех линейных алгебраических уравнений, совместное решение которых с использованием правила Крамера позволяет найти амплитуды:

$$\left.\begin{aligned} A_3 &= \det(A_3)/\det(A_M); \\ A_4 &= \det(A_4)/\det(A_M); \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

$$\left.\begin{aligned} B_3 &= \det(B_3)/\det(A_M); \\ B_4 &= \det(B_4)/\det(A_M), \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

где $\det(A_M)$ — детерминант основной матрицы; $\det(A_3)$ $\det(A_4)$ $\det(B_3)$ $\det(B_4)$ — детерминанты вспомогательных матриц, полученных заменой соответствующего столбца основной матрицы на столбец свободных членов.

Основная матрица

$$A_м = \begin{pmatrix} \left(\frac{M_1\omega^2 f}{l} - c_1\right) & \left(c_2 - M_1\omega^2 - \frac{M_1\omega^2 f}{l}\right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \left(\frac{M_1\omega^2 f}{l} - d_1\right) & \left(d_2 - M_1\omega^2 - \frac{M_1\omega^2 f}{l}\right) \\ \frac{I\omega^2}{l} & -\frac{I\omega^2}{l} & -\left(\frac{I_1\omega^2}{l} + d_1(l+f)\right) & \left(\frac{I_1\omega^2}{l} + d_2 f\right) \\ \left(\frac{I_1\omega^2}{l} + c_1(l+f)\right) & -\left(\frac{I_1\omega^2}{l} + c_2 f\right) & -\frac{I\omega^2}{l} & \frac{I\omega^2}{l} \end{pmatrix} \qquad (6)$$

Детерминант основной матрицы

$$\det(A_{\text{м}}) = (M_1\omega^2 f/l - c_1)[c_1 l + (c_1 - c_2)f] \times$$
$$\times (M_1\omega^2 f/l - d_1)[(d_2 - d_1)f - d_1 l] +$$
$$+ (d_2 - d_1 - M_1\omega^2)[(l_1\omega^2/l + d_1(l + f)] +$$
$$+ (c_1 - c_2 - M_1\omega^2)I\omega^2/l(d_2 - d_1 - M_1\omega^2)(-I\omega^2/l) +$$
$$+ [c_1(l + f) + I_1\omega^2/l][(M_1\omega^2 f/l - d_1)(d_2 - d_1)f -$$
$$- d_1(d_2 - d_1 - M_1\omega^2)(-I_1\omega^2/l - d_1(1 + f)]. \quad (7)$$

Детерминанты матриц $\|A_3\|$ и $\|A_4\|$ имеют вид:

$$\det(A_3) = (c_2 - c_1 - M_1\omega^2)(M_1\omega^2 f/l - d_1)[d_1 l -$$
$$- (d_2 - d_1)f]M + (c_2 - c_1 - M_1\omega^2)(d_2 - d_1 - M_1\omega^2) \times$$
$$\times[Ml_1\omega^2/l + (l_1\omega^2/l + d_1(1 + f)M]; \quad (8)$$

$$\det(A_4) = (M_1\omega^2 f/l - c_1)(d_1 - M_1\omega^2 f/l) \times$$
$$\times [(d_2 - d_1)f - d_1 l]M - (d_2 - d_1 - M_1\omega^2)Ml_1\omega^2/l +$$
$$+ [l_1\omega^2/l + d_1(l + f)]M. \quad (9)$$

Детерминанты матриц $\|B_3\|$ и $\|B_4\|$ имеют вид:

$$\det(B_3) = (d_2 - d_1 - M_1\omega^2)[(M_1\omega^2 f/l - c_1)M \times$$
$$\times ((c_1 - c_2)f - c_1 l) - (c_2 - c_1 - M_1\omega^2)I\omega^2/lM -$$
$$- (c_2 - c_1 - M_1\omega^2)M(c_1(l + f) + I_1\omega^2/l)]; \quad (10)$$

$$\det(B_4) = (M_1\omega^2 f/l - d_1)[(c_1 - M_1\omega^2 f/l)M \times$$
$$\times (c_1 l - (c_1 - c_2)f - (c_2 - c_1 - M_1\omega^2)I\omega^2/lM +$$
$$+ (c_2 - c_1 - M_1\omega^2)M(c_1(l + f) + I_1\omega^2/l)]. \quad (11)$$

По выражениям (2)—(11) построена траектория движения оси шпиндельного узла при моментной неуравновешенности. Траектории точек оси, лежащих в плоскостях опор *1* и *2*, представляют собой эллипсы, а ось совершает угловые колебания с пересечением в точке *A* (рис. 2).

При динамической неуравновешенности система дифференциальных уравнений, описывающих колебания оси шпиндельного узла, имеет вид:

$$\begin{cases} \dfrac{M_1}{l}\left(\dfrac{d^2y_2}{d\tau^2}l + \left(\dfrac{d^2y_2}{d\tau^2} - \dfrac{d^2y_1}{d\tau^2}\right)f\right) - c_1y_1 + c_2y_2 - \\ - k\left(\dfrac{dy_1}{d\tau} - \dfrac{dy_2}{d\tau}\right) = Q\sin(\varphi_1 + \omega\tau); \\ \dfrac{M_1}{l}\left(\dfrac{d^2x_2}{d\tau^2}l + \left(\dfrac{d^2x_2}{d\tau^2} - \dfrac{d^2x_1}{d\tau^2}\right)f\right) - d_1x_1 + d_2x_2 - \\ - k\left(\dfrac{dx_1}{d\tau} - \dfrac{dx_2}{d\tau}\right) = Q\cos(\varphi_1 + \omega\tau); \\ \dfrac{I\omega}{l}\left(\dfrac{dy_1}{d\tau} - \dfrac{dy_2}{d\tau}\right) + \dfrac{I_1}{l}\left(\dfrac{d^2x_1}{d\tau^2} - \dfrac{d^2x_2}{d\tau^2}\right) - \left(d_1x_1 + k\dfrac{dx_1}{d\tau}\right) \times \\ \times (l+f) + \left(d_2x_2 + k\dfrac{dx_2}{d\tau}\right)f = M\sin(\varphi_2 + \omega\tau); \\ \dfrac{I\omega}{l}\left(\dfrac{dx_1}{d\tau} - \dfrac{dx_2}{d\tau}\right) + \dfrac{I_1}{l}\left(\dfrac{d^2y_2}{d\tau^2} - \dfrac{d^2y_1}{d\tau^2}\right) - \left(c_2y_2 + k\dfrac{dy_2}{d\tau}\right)f + \\ + \left(c_1y_1 + k\dfrac{dy_1}{d\tau}\right)(l+f) = M\cos(\varphi_2 + \omega\tau), \end{cases} \quad (12)$$

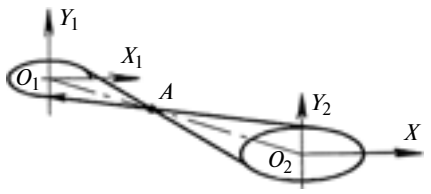


Рис. 2. Схема движения оси шпиндельного узла при моментной неуравновешенности инструмента

где $Q = D_{\text{ст}}\omega^2$ — инерционная центробежная сила, обусловленная главным вектором дисбалансов $D_{\text{ст}}$; φ_1 — угол главного вектора дисбалансов.

Частное решение системы дифференциальных уравнений (12) имеет вид:

$$\left.\begin{aligned} x_1^{M+Q} &= A_5\cos\omega\tau; \\ x_2^{M+Q} &= A_6\cos\omega\tau; \end{aligned}\right\} \quad (13)$$

$$\left.\begin{aligned} y_1^{M+Q} &= B_5\sin\omega\tau; \\ y_2^{M+Q} &= B_6\sin\omega\tau, \end{aligned}\right\} \quad (14)$$

где x_1^{M+Q}, x_2^{M+Q}, y_1^{M+Q}, y_2^{M+Q} — малые перемещения опор *1* и *2* шпинделя в направлении координатных осей под действием главного момента и главного вектора дисбалансов фрезы; A_5, A_6, B_5, B_6 — амплитуды колебаний, обусловленные динамической неуравновешенностью шпиндельного узла.

Амплитуды колебаний находим по формулам:

$$A_5 = \det(A_5)/\det(A_{M+Q});$$
$$A_6 = \det(A_6)/\det(A_{M+Q});$$
$$B_5 = \det(B_5)/\det(A_{M+Q});$$
$$B_6 = \det(B_6)/\det(A_{M+Q}),$$

где $\det(A_{M+Q})$ — детерминант основной матрицы; $\det(A_5)$, $\det(A_6)$, $\det(B_5)$, $\det(B_6)$ — детерминанты матриц $\|A_5\|$, $\|A_6\|$, $\|B_5\|$ и $\|B_6\|$.

Основная матрица линейных уравнений при воздействии на технологическую систему динамической неуравновешенности описывается выражением (6), а ее детерминант — выражением (7). Вспомогательные матрицы находим так же, как и для моментной неуравновешенности, при этом их детерминанты имеют вид:

$$\det(A_5) = Q[c_1 l + (c_2 - c_1)f](M_1\omega^2 f/l - d_1) \times$$
$$\times [(d_2 - d_1)f - d_1 l] - Q[c_1 l + (c_2 - c_1)f] \times$$
$$\times (d_2 - d_1 - M_1\omega^2)[I_1\omega^2/l + d_1(l + f)] -$$
$$- (c_2 - M_1\omega^2)M(M_1\omega^2 f/l - d_1)[(d_2 - d_1)f - d_1 l] +$$
$$+ (c_2 - c_1 - M_1\omega^2)M(d_2 - d_1 - M_1\omega^2) \times$$
$$\times [I_1\omega^2/l + d_1(l + f)] - (c_2 - c_1 - M_1\omega^2)I_1\omega^2/lQ \times$$
$$\times [(d_2 - d_1)f - d_1 l] + (c_2 - c_1 - M_1\omega^2) \times$$
$$\times I_1\omega^2/l(d_2 - d_1 - M_1\omega^2)M;$$

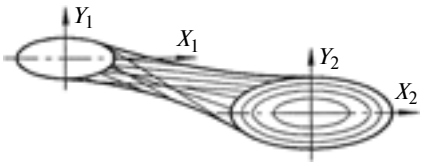


Рис. 3. Схема движения оси шпиндельного узла при динамической неуравновешенности инструмента

$$\det(A_6) = (M_1\omega^2 f/l - c_1)M[(d_2 - d_1)f - d_1 l] \times$$
$$\times (M_1\omega^2 f/l - d_1) + (M_1\omega^2 f/l - c_1)M(d_2 - d_1 - M_1\omega^2) \times$$
$$\times [(I_1\omega^2/l + d_1(l + f)] + (M_1\omega^2 f/l - c_1)(I_1\omega^2/l)Q \times$$
$$\times [(d_2 - d_1)f - d_1 l] - (M_1\omega^2 f/l - c_1)(I_1\omega^2/l) \times$$
$$\times (d_2 - d_1 - M_1\omega^2)M - Q(M_1\omega^2 f/l - d_1) \times$$
$$\times [(d_2 - d_1)f - d_1 l][I_1\omega^2/l + c_1(l + f)] -$$
$$- Q(d_2 - d_1 - M_1\omega^2)(I_1\omega^2/l)^2 +$$
$$+ Q(d_2 - d_1 - M_1\omega^2)[(I_1\omega^2/l + d_1(l + f)];$$

$$\det(B_5) = -(c_1 - c_2 - M_1\omega^2)Q[(d_2 - d_1)f - d_1 l] \times$$
$$\times [c_1(l + f) + I_1\omega^2/l] - (c_1 - c_2 - M_1\omega^2) \times$$
$$\times (d_2 - d_1 - M_1\omega^2)(I_1\omega^2/l)M + (c_1 - c_2 - M_1\omega^2) \times$$
$$\times (d_2 - d_1 - M_1\omega^2)M][c_1(l + f) + I_1\omega^2/l] +$$
$$+ [c_1 l + (c_1 - c_2)f](M_1\omega^2 f/l - c_1)Q[(d_2 - d_1)f - d_1 l] -$$
$$- [c_1 l + (c_1 - c_2)f](M_1\omega^2 f/l - c_1) \times$$
$$\times (d_2 - d_1 - M_1\omega^2)QM + [c_1 l + (c_1 - c_2]f] \times$$
$$\times Q(d_2 - d_1 - M_1\omega^2)I_1\omega^2/l;$$

$$\det(B_6) = (c_1 - c_2 - M_1\omega^2)(M_1\omega^2 f/l - d_1)(I_1\omega^2/l)M -$$
$$- (c_1 - c_2 - M_1\omega^2)(M_1\omega^2 f/l - d_1) \times$$
$$\times M[c_1(l + f) + I_1\omega^2/l] - (c_1 - c_2 - M_1\omega^2) \times$$
$$\times Q(I\omega^2/l)(-I_1\omega^2/l) - (c_1 - c_2 - M_1\omega^2) \times$$
$$\times [I_1\omega^2/l + d_1(l + f)][c_1(l + f) + I_1\omega^2/l] +$$
$$+ [c_1 l + (c_1 - c_2)f](M_1\omega^2 f/l - c_1)(M_1\omega^2 f/l - d_1)M +$$
$$+ [c_1 l + (c_1 - c_2)f](M_1\omega^2 f/l - c_1)[c_1 l + (c_1 - c_2)f] \times$$
$$\times [I_1\omega^2/l + d_1(l + f)] + [c_1 l + (c_1 - c_2]f] \times$$
$$\times Q(M_1\omega^2 f/l - d_1)I_1\omega^2/l.$$

По формулам (2) и (3) можно определить уровень вибрации шпиндельного узла при моментной неуравновешенности, а по формулам (13) и (14) — при динамической неуравновешенности при изменении в широком диапазоне жесткостей опор *1* и *2*, межопорного расстояния, длины консольной части, массы режущего инструмента, угловой скорости, моментов инерции и времени фрезерования, что необходимо для принятия обоснованных решений при проектировании станка, а также при моделировании процесса формирования обрабатываемой поверхности.

На основании расчетных данных, характеризующих внешнюю динамическую нагрузку на шпиндельный узел и его свойства, получены зависимости, связывающие колебания опор с инструментом с главным вектором и главным моментом дисбалансов режущего инструмента.

Динамическая неуравновешенность вызывает плоскопараллельное и угловое перемещение оси шпинделя, в результате чего огибающая последовательных положений оси в пространстве описывается однополостным гиперболоидом вращения (рис. 3).

Виброперемещения опор *1* и *2* вызывают колебания оси шпинделя, а именно точек, лежащих в плоскостях левого и правого торцов фрезы. Точка оси шпинделя, лежащая в плоскости левого торца инструмента, совершает колебательные движения относительно осей $X_{лт}$ и $Y_{лт}$ (рис. 4), которые описываются выражениями:

$$X_{лт} = x_2 + (f - 0{,}5B)(x_2 - x_1)/l;$$

$$Y_{лт} = y_2 + (f - 0{,}5B)(y_2 - y_1)/l.$$

Точка оси шпинделя, лежащая в плоскости правого торца фрезы, совершает колебательные движения относительно осей $X_{пт}$ и $Y_{пт}$:

$$X_{пт} = x_2 + (f + 0{,}5B)(x_2 - x_1)/l;$$

$$Y_{пт} = y_2 + (f + 0{,}5B)(y_2 - y_1)/l.$$

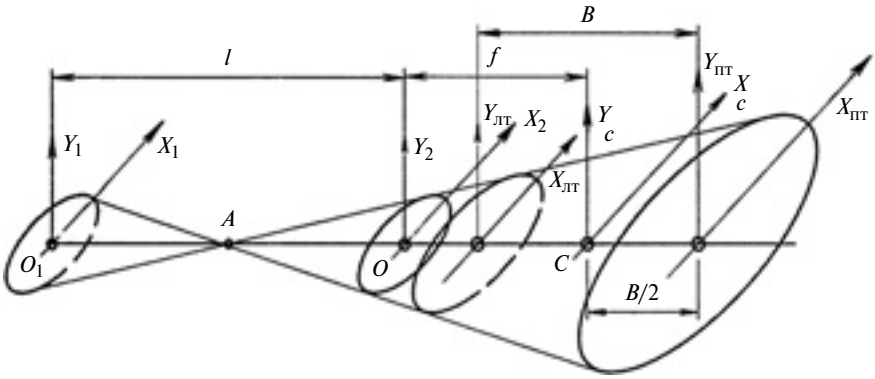


Рис. 4. Схема колебаний некоторых точек оси шпинделя, лежащих в плоскостях опор и левого и правого торцов режущего инструмента

Зная амплитуды виброперемещений оси шпинделя в опорных плоскостях и расстояние произвольной точки консоли шпинделя от опор *1* и *2* можно определить колебания этой точки в любом интервале времени обработки, что имеет важное значение, так как лезвия фасонной фрезы находятся на разных расстояниях от передней шпиндельной опоры, а колебания каждой точки влияет на формирование обрабатываемой поверхности.

УДК 621.9.04.001.24

А. Л. ВОРОНЦОВ, д-р техн. наук (МГТУ им. Н. Э. Баумана), e-mail: mt13@bmstu.ru

Теоретическое обеспечение технологической механики. 5. Экстремальные принципы и проверка теоретических исследований в области механической обработки металлов. Часть 1*

Заблуждения, похожие на правду, — самые опасные.

Адам Смит

Показана неточность понимания экстремальных принципов и влияния числа допущений на надежность теоретических результатов исследований в области механической обработки металлов. Обоснована необходимость тщательной экспериментальной проверки теоретических построений.

Ключевые слова: экстремальный принцип механики, кинематическая модель, экспериментальная проверка.

Understanding inaccuracy of extremum principles of was shown. Also influence of admission number on reliability of theoretical results of investigations in the area of metal tooling was presented. Necessity of careful experimental check of theoretical constructs was found.

Keywords: extremum principle of mechanic, kinematic model, experimental check.

Экстремальные принципы в механике первым применил Леонард Эйлер. В 1744 г. была опубликована написанная Эйлером первая книга по вариационному исчислению, в которой он впервые систематически изложил теорию упругих линий изгиба, разработанную с точки зрения вариационного исчисления. Эстафету подхватил Шарль Огюстен Кулон. Если Эйлер решал задачи механики в большей мере как математик, то Кулон впервые сформулировал именно механические методы верхней и нижней оценки, а также впервые ввел в науку критерий пластичности, известный как критерий наибольшего касательного напряжения. Критерий Кулона в настоящее время называют *условием пластичности Треска—Сен-Венана* (рассмотрен в статье [1]). Заметим, что именно Кулон первым исследовал и описал явление *упрочнения материалов*, а также дал ему научное объяснение.

Применительно к современной теории пластичности впервые теоремы о верхней оценке (так называемая кинематическая теорема) и о нижней оценке (статическая теорема) были строго доказаны в 1936 г. советским ученым, профессором, доктором технических наук Алексеем Алексеевичем Гвоздевым (1897—1986) — разработчиком многих станций Московского метрополитена и знаменитых сталинских высоток. Именно для повышения надежности этих уникальных по тому времени сооружений А. А. Гвоздев разработал и успешно применил при проектировании свои теоремы.

Ученик А. Н. Крылова, создатель известного метода интегрирования дифференциальных уравнений при решении краевых задач, выдающийся русский ученый-механик Иван Григорьевич Бубнов (1872—1919) неоднократно подчеркивал, что использовать правильно те или иные теоретические результаты может лишь тот, кто никогда не забывает всех допущений, положенных в их основу.

Исходя из этого, рассмотрим некоторые неверные представления, широко распространенные в научных суждениях по теории обработки металлов давлением (ОМД). Заметим, что изложенные далее в пп. 1—6 научные утверждения в равной степени применимы не только к теории ОМД, но и к механической теории резания. В данном цикле статей механической теории ОМД уделено значительно больше внимания только потому, что ее создатели (в отличие от создателей теории резания) изначально стремились опираться на математический аппарат и основные положения механики деформируемого твердого тела, в результате чего число соответствующих теоретических трудов ОМД в сотни раз превышает число аналогичных трудов по теории резания.

1. При изложении экстремальных принципов теоретического решения задач механики или ОМД авторы проявляют полное единодушие [2—7], формулируя

* Продолжение цикла. Начало — см. "Вестник машиностроения" № 1—4 за 2013 г., продолжение — № 6 за 2013 г.

их относительно *действительной* формы равновесия деформируемого тела с использованием терминов: действительная энергия, действительная мощность, действительная нагрузка, действительное поле скоростей и т. п. Примером могут быть две следующие классические формулировки, которые практически без изменений кочуют из одной книги в другую:

"Полная мощность достигает абсолютного минимума для действительного поля скоростей" [3, с. 292];

"Действительная форма равновесия тела отличается от всех возможных форм тем, что сообщает полной энергии минимальное значение" [3, с. 314].

Относительно действительной нагрузки формулируется в теории ОМД и верхняя оценка энергетическим методом, которая имеет наибольшее практическое значение, поскольку позволяет надежнее выбрать кузнечно-прессовое или прокатное оборудование, требующееся для осуществления проектируемого процесса обработки давлением, а также с большей гарантией оценить прочность и стойкость инструмента или, например, прочность заготовки при волочении или вытяжке с утонением стенки.

Но на практике исследователи часто сталкиваются с удивительным фактом: экспериментальное значение силы деформирования оказывается выше расчетного, полученного по принципу верхней оценки. Как правило, это объясняют погрешностью эксперимента или неточностью выбора расчетных данных: коэффициента трения, напряжения текучести и т. п. Все это может иметь место, но есть и еще одна важная причина, о которой многие даже не подозревают.

Допустим, исследователь получил абсолютно точные экспериментальные данные и также абсолютно точно знает реальные значения показателей, требующихся для расчета. Зададимся вопросом: получит ли он по формуле, выведенной с помощью принципа верхней оценки, значение например, силы деформирования, гарантированно большее, чем экспериментальное? По общепринятому мнению — получит, а в действительности — не получит.

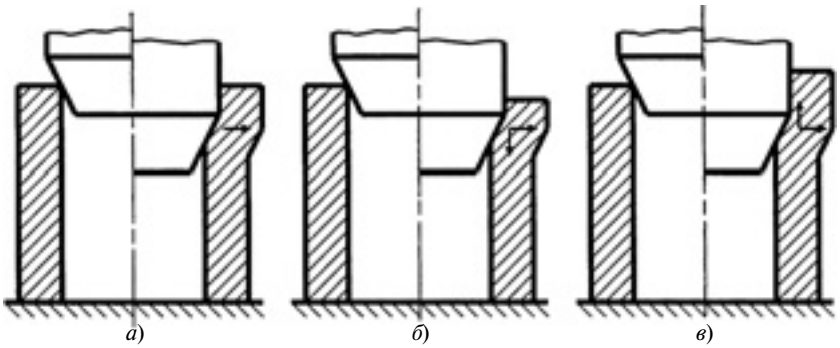


Рис. 1. Кинематически возможные схемы дорнования

Дело в том, что используемый в технической литературе термин "действительная нагрузка" по сути означает не реальное значение экспериментальной нагрузки, а значение, соответствующее *точному решению* поставленной задачи, т. е. решению, строго удовлетворяющему уравнениям, принятым в современной механике деформируемого твердого тела, и всем без исключения статическим и кинематическим граничным условиям рассматриваемой задачи (именно с использованием этих уравнений и условий и была доказана теорема о верхней оценке). А так как не только сама механика деформируемого твердого тела основана на значительных допущениях [1, 8], но и в конкретной решаемой задаче рассматривается не реальный объект, а его идеализированная модель, то результат точного теоретического решения принципиально не будет совпадать с точным экспериментальным значением, которое может быть как выше, так и ниже теоретического. Поэтому вопреки утверждению, что "вычисление верхней и нижней оценки позволяет, не решая полной системы уравнений для скоростей и напряжений, определить границы, в которых находится действительное усилие" [9, с. 164], реальное усилие вообще может находиться за пределами указанного диапазона.

Таким образом, *использование принципа верхней оценки вовсе не гарантирует получение оценки с запасом, а означает только наличие стремления результатов исследования к запасу относительно результатов точного решения*. Поэтому, по мнению автора, чтобы не вводить в заблуждение будущих специалистов в учебной литературе, следует или давать это четкое разъяснение, или шаблонную фразу "выше действительной оценки" заменить фразой "выше оценки, соответствующей точному решению полной системы уравнений теории пластичности".

2. Часто к достаточно строгим методам решения, использующим теорию пластического течения в сочетании с принципом верхней оценки [10], предъявляют требование экспериментально обосновать принятую для решения задачи *кинематически возможную* расчетную схему. Обсудим корректность такого требования. В качестве примера рассмотрим процесс дорнования отверстия, подробно исследованный в работе [11]. Для данного процесса можно предложить кинематически возможные расчетные схемы (рис. 1).

Схема на рис. 1, *а* предусматривает только радиальное течение металла в очаге пластической деформации, т. е. высота заготовки в процессе дорнования изме-

няться не будет. Схема на рис. 1, *б* предполагает радиальное течение металла с одновременным осевым течением вниз, т. е. высота заготовки в процессе дорнования будет уменьшаться. Согласно схеме на рис. 1, *в* имеет место радиальное течение металла с одновременным осевым течением вверх, т. е. высота заготовки в процессе дорнования будет увеличиваться.

В реальных процессах дорнования в зависимости от геометрических параметров и условий контактного трения наблюдаются все три вида течения металла. Но поскольку на практике возможное изменение высоты заготовки при дорновании довольно мало, то в работе [11] ставилась задача определения только энергосиловых параметров процесса, и для проведения математического анализа была выбрана наиболее простая схема (см. рис. 1, *а*). Если бы решалась задача возможно более точного определения изменения геометрии заготовки, то следовало бы выбрать расчетную схему, допускающую произвольное изменение высоты. Решение такой вариационной задачи наглядно продемонстрировано в работе [12] для намного более сложного, чем дорнование, процесса открытой прошивки. Тем не менее некоторые из занимающихся ОМД требовали от автора "обосновать применимость допущения" о неизменности высоты заготовки в процессе дорнования.

Между тем называть указанное положение допущением при применении достаточно строгого метода решения не вполне корректно. Ведь для решения задачи используется *кинематически возможное* поле скоростей течения и рассматриваемое положение математически формулируется как "осевая скорость $v_z = 0$". А при соблюдении уравнений теории пластичности использование кинематически возможной модели для оценки энергосиловых параметров процесса является *теоретически законным* независимо от того, изменяется ли в реальности высота заготовки или нет. При таком подходе в соответствии с теоремой Гвоздева мы *гарантированно* получаем верхнюю оценку, т. е. оценку напряжений и сил, стремящуюся к изменению в сторону запаса, что не так уж и плохо для практики. Таким образом, в нашей постановке рассматриваемое положение *не является допущением*, а представляет собой правомерное теоретическое действие, называемое выбором кинематически возможной модели и доказательств, экспериментальных подтверждений или оговорок. Иначе говоря, проводиться доказательно обоснованное теоретическое действие с гарантированными результатами. Эта ситуация аналогична использованию в математике для верхней оценки интегралов неравенства Коши—Буняковского, которое является не математическим допущением, а строго доказанным и потому вполне правомерным математическим методом: хотите получить верхнюю оценку сложного неберущегося интеграла — смело используйте доказанное неравенство Коши—Буняковского.

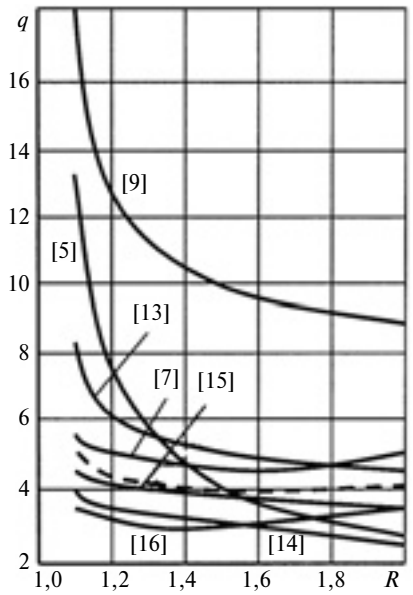


Рис. 2. Известные теоретические зависимости удельной силы выдавливания стаканов, отнесенной к напряжению текучести от относительного радиуса *R* матрицы при коэффициенте трения μ = 0,5, полученные:
[5] — Л. Г. Степанским; [7] — О. А. Ганаго; [9] А. Д. Томлёновым; [13] — М. В. Сторожевым; [14] — Е. А. Поповым; [15] — А. Г. Овчинниковым; [16] — Э. Томсеном; штриховая зависимость — эксперимент А. М. Дмитриева [25]

Кроме того, как верно подмечено в книге [5, с. 195], "экспериментально установленные скорости течения (и перемещения) независимо от точности их оценки также являются лишь кинематически возможными для системы уравнений пластического равновесия, которую строят не для реального тела, а для его модели".

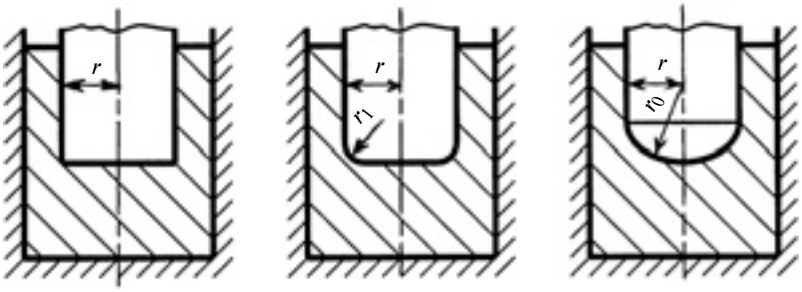
Другое дело, если для решения используется очень нестрогий инженерный метод. В этом случае выбор кинематически возможной расчетной схемы уже является именно допущением, так как в инженерных методах, как будет показано в следующей статье, во-первых, никогда не используется и не удовлетворяется полная система уравнений (для которой и была доказана кинематическая теорема), а во-вторых, часто принимаются противоречащие друг другу исходные предположения. Принятие же теоретически несовместимых допущений исключает гарантию получения строго определенного результата. Поэтому и подтверждение отдельных допущений ссылкой на экспериментальные наблюдения ничего не гарантирует. В итоге полученную инженерными методами оценку никак нельзя уверенно отнести ни к верхней, ни к нижней оценке: неожиданно для исследователя решение может получиться как завышенным, так и заниженным. Например, с помощью инженерного метода и одних допущений М. В. Сторожев [13] получил теоретические значения удельной силы обратного выдавливания стаканов, большие примерно в 1,5 раза реальных, а Е. А. Попов с помощью инженерного метода и других допущений [14] получил теоретические значения той же силы, меньшие примерно в 1,5 раза реальных (рис. 2).

Кроме того, при применении методов, основанных на сочетании теории пластического течения с кинематически возможными полями скоростей (подробно рассмотрены автором в трехтомнике [10]), пользователя вообще не должны заботить обоснования кинематических моделей. По отношению к таким теоретическим исследованиям вместо требования "обосновать применимость допущения" корректно поставить другой вопрос: будет ли полученная верхняя оценка с достаточной точностью соответствовать реальным результатам, и если будет соответствовать не всегда, то в каких пределах? Вот на этот вопрос и следует давать ответ путем тщательного сопоставления теоретических результатов с экспериментальными данными.

3. В связи с растущей потребностью в оптимизации процессов обработки давлением (в частности снижением энергозатрат и увеличением стойкости штампового инструмента путем подбора его оптимальной геометрии) часто сравнивают результаты различных решений без достаточных для этого оснований.

Например, для выдавливания стаканов в работе [5] теоретически получено, что при сферическом пуансоне и любом относительном радиусе R матрицы требуется меньшая сила, чем при пуансоне с плоским торцом. Из этого можно сделать противоречащий опытным данным (неверный) вывод, что первый пуансон всегда оптимальнее по силе, чем второй.

Поэтому следует обращать особое внимание на взаимосравнимость решений, получаемых для различных форм инструмента. Как правило, исследователи, даже используя в разных случаях один и тот же теоретический метод, выбирают для каждой задачи свои допущения, схематизацию очага деформации и граничные условия, руководствуясь при этом максимальным уменьшением трудоемкости математического решения, что приводит к несопоставимости результатов. Это имеет место даже в том случае, когда используют численные методы и для расчета параметров одного и того же процесса запускают один и тот же пакет стандартных программ метода конечных элементов (МКЭ), но на разных предприятиях.



а) *б*) *в*)

Рис. 3. Схемы выдавливания стакана пуансонами с разными торцами

Аналогичную ошибку часто делают и на основе экспериментальных исследований. Проведя ограниченное число опытов для узкого диапазона значимых параметров, полагают, что оптимальная форма инструмента установлена для всех возможных случаев, и дают однозначные практические рекомендации. Многочисленные примеры таких некорректных рекомендаций приведены в книге [10, т. 2, с. 5, 6] и в монографии [17, с. 337—338].

Критерии гарантированного получения взаимосравнимых теоретических решений в публикациях отсутствуют, поэтому их целесообразно четко сформулировать: *для получения взаимосравнимых решений, пригодных для определения оптимальной геометрии инструмента, необходимо, чтобы расчетные схемы, поля скоростей течения и граничные условия переходили одни в другие в сопряженных случаях разных форм инструмента (т. е. решения в сопряженных случаях математически должны полностью совпадать друг с другом); финальным критерием проверки взаимосравнимости является совпадение формул удельной силы деформирования в сопряженных случаях разных форм инструмента.* Многочисленные примеры получения взаимосравнимых решений приведены в трехтомнике [10].

Итак, если вы хотите, например, сравнить по силе выдавливания стакана оптимальность использования пуансона с плоским торцом, пуансона с радиусной фаской и пуансона со сферическим торцом произвольного радиуса (рис. 3), то для получения взаимосравнимых решений необходимо, чтобы решения при уменьшении радиусной фаски до нуля ($r_1 = 0$) или при увеличении радиуса сферического торца до бесконечности ($r_0 = \infty$) переходили в решение для пуансона с плоским торцом. Кроме того, необходимо, чтобы при увеличении радиусной фаски до радиуса цилиндрической части пуансона ($r_1 = r$) или при уменьшении радиуса сферического торца до $r_0 = r$, решения для радиусного и сферического пуансона переходили друг в друга. Конкретные примеры удовлетворяющих этим требованиям математических решений приведены в монографии [18, с. 335—372].

4. Распространено представление, согласно которому основной причиной практической неточности теоретических формул является принятие допущений [19, с. 120; 20, с. 240; 21, с. 182]. Иными словами, считают, что чем больше сделано допущений, тем меньше будет точность расчета по выведенным формулам. Поэтому во многих работах по теоретическому исследованию различных процессов ОМД вместо доказательства более высокой

точности выведенных формул путем сопоставления с экспериментальными данными утверждают, что полученные формулы точнее известных ранее, поскольку решение выполнено с меньшим числом допущений [6, с. 402; 21, с. 254].

Возможно, что из-за этого представления в большинстве книг по теории ОМД вообще не приведено фактически ни одного подтверждения точности полученных формул путем подробного сопоставления с экспериментальными данными (см., например, работы [5, 6, 9, 19, 21—23]).

Между тем меньшее число допущений на самом деле не гарантирует более высокую точность. Можно принять пять допущений, согласующихся с общими принципами используемого метода решения, и получить формулы большей практической точности, чем те, которые были получены с большей математической строгостью на основе одного грубого допущения (конкретный пример приведен в п. 5).

Вероятно, в рамках упомянутой традиции все авторы теоретических работ, посвященных, например, определению силы выдавливания стаканов, без конкретных сопоставлений заявляют об удовлетворительной сходимости результатов своих решений с опытными данными, несмотря на то, что эти результаты значительно (в 2—6 раз) отличаются друг от друга (см. рис. 2). Это говорит об отсутствии реальной объективной проверки теоретических результатов, при выполнении которой подавляющее большинство полученных формул, скорее всего, пришлось бы признать неудовлетворительными. Именно из-за отсутствия тщательной экспериментальной проверки среди производственников бытует афоризм, что "теория — это все то, что непригодно для практики".

5. Рассмотренное в п. 4 представление о том, что чем меньше сделано допущений, тем выше

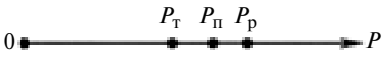


Рис. 4. Условное сопоставление реального и теоретических значений силы *P* пластической деформации

будет точность полученных теоретических результатов, логически приводит к распространенному мнению, что наивысшей практической точностью будет обладать решение задачи, выполненное по строгим правилам академической теории пластичности (см., например, [21, с. 182]), т. е. так называемое точное решение задачи.

Между тем академическая теория пластичности также построена на значительных допущениях, подробно проанализированных в работах [1, 8]. Во всех разновидностях этой теории дискретное строение вещества заменяется сплошным, используется закон парности касательных напряжений, который на самом деле является не законом, а следствием гипотезы центрального взаимодействия элементарных объемов. Кроме того, любые используемые условия пластичности или упрочнения, а также уравнения связи между напряжениями и деформациями обладают теми или иными недостатками, т. е. также являются гипотезами, и т. д.

Теперь представим, что есть две теоретические формулы для вычисления силы P, необходимой для осуществления конкретного процесса пластической деформации, одна из которых получена в результате точного решения, другая — в результате приближенного решения. Представим, что на ось, отображающую силу P, нанесено полученное с помощью сверхточного эксперимента точное *реальное* значение $P_р$ (рис. 4).

Допустим, что исходные данные, необходимые для теоретического расчета силы процесса, также известны с абсолютной точностью. При подстановке их *в точную формулу*, которая получена путем решения уравнений, построенных на различных общих допущениях, лежащих в основе механики деформируемого твердого тела, найденное значение $P_т$ силы принципиально будет отличаться от реального значения в ту или другую сторону.

Если те же исходные данные подставить в *приближенную формулу*, то найденное значение силы $P_п$ будет отличаться в ту или другую сторону от точного теоретического значения $P_т$. Очевидно, что $P_п$ вполне может отличаться от $P_т$ в сторону большей близости к реальному значению $P_р$ (см. рис. 4). Так как приближенные решения, как правило, получают для того, чтобы полнее учесть реальные факторы деформирования, препятствующие получению точного математического решения, то шансы на то, что практическая точность приближенного решения превзойдет точность безукоризненного, но идеализированного решения, еще более возрастают.

Поясним вышесказанное конкретным примером. Для осадки цилиндрической заготовки можно легко получить точное решение, если принять контактное трение равным нулю. В этом случае будет иметь место идеальное сжатие и, соответственно, точное теоретическое значение удельной силы осадки будет равно напряжению текучести. Значение удельной силы осадки можно также найти по формуле Зибеля, которая построена на большом числе грубых противоречивых допущений (они будут подробно рассмотрены в дальнейшем) и является приближенной, но зато учитывает коэффициент контактного трения. Согласно приведенным рассуждениям в большинстве случаев реальной осадки точность расчета по приближенной формуле Зибеля будет намного выше точности строгого идеализированного решения.

Это, однако, не означает, что чем больше предположений и чем примитивнее математический ап-

парат, тем выше будет практическая точность решения. Такие вольности, особенно когда они делаются без глубокого анализа последствий в рамках инженерных методов, могут не только не приближать, но и отдалять конечный теоретический результат от реального значения. Так как фундаментальные положения академических теорий пластичности прошли определенную экспериментальную проверку, то достаточно строгое использование этих положений при решении прикладных задач способствует приближению результата решения к наблюдаемому на практике значению, т. е. повышает вероятность того, что полученное теоретическое значение будет отличаться от реального в допустимых пределах. Поэтому следует не только учитывать все факторы, заметно влияющие на реальный процесс пластической деформации, но и стремиться по возможности повышать строгость теоретического исследования. При явных нарушениях подтвержденных общетеоретических закономерностей, грубых допущениях, а также математических ошибках очень мало шансов приблизиться к реальным значениям искомых величин и нет оснований надеяться, что практическая точность результатов такого теоретического анализа окажется выше точности результатов строгого академического решения той же задачи.

6. Даже если бы было возможно для любой задачи получить точные решения полной системы классических уравнений механики деформируемого твердого тела, полученные результаты никоим образом нельзя было бы назвать "точными экспериментами", поскольку сами классические уравнения получены на основе многочисленных допущений. В связи с этим результаты точных решений в принципе не будут совпадать с реальными истинными значениями.

А в МКЭ не только используются классические уравнения механики, но и добавляются различные допущения: используются упрощающие экстремальные принципы, непрерывность сплошной среды обеспечивается только в узлах, в результате чего нарушается даже условие постоянства объема; принимается, что поля перемещений, деформаций и напряжений для каждого элемента имеют упрощенный (например линейный) вид; применяется конденсация, т. е. снижение размерности системы уравнений исключением некоторых степеней свободы (например для листовой штамповки может приниматься, что толщина листа не изменяется) и т. д. Беспристрастный анализ показал, что многие результаты, полученные с помощью МКЭ, являются ошибочными или очень неточными. Несмотря на это, в современных статьях, авторы которых применяли МКЭ, становится все более модным использовать термин "*численный эксперимент*". Этим грубо искажается не только подлинное научное содержание, но и смысл слова "эксперимент", которое в соответствии со словарем русского языка означает опыт, т. е. *практическое познание* законов объективного мира, законов природы.

Некоторые авторы пошли еще дальше, опустив как ненужное и слово "численный". Например, в работе [24] читаем: "Методика экспериментального исследования основана на компьютерном моделировании процесса закрытой прошивки по специальной программе, основанной на методе конечных элементов. Целью первой серии экспериментов было подтвердить или опровергнуть существование оптимальной толщины стенки стакана. В третьей серии экспериментов взяты различные формы головок пуансона".

Ошибочность всех результатов, установленных в этих виртуальных "сериях экспериментов", обоснована в работе [25].

Любому применению МКЭ строго соответствует лишь слово "моделирование", которое означает исследование объектов познания *не в реальности*, а на их моделях. Поэтому, чтобы не вводить читателя в заблуждение, и надо употреблять выражение "*результаты численного моделирования процесса*" вместо применяемого "результаты численных экспериментов".

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Воронцов А. Л.** Теоретическое обеспечение технологической механики. 4. Условие пластичности, описание упрочнения и связь между напряжениями и деформациями // Вестник машиностроения. 2013. № 4. С. 62—70.
2. **Джонсон У., Меллор П.** Теория пластичности для инженеров. М.: Машиностроение, 1979. 567 с.
3. **Качанов Л. М.** Основы теории пластичности. М.: Наука, 1969. 420 с.
4. **Малинин Н. Н.** Прикладная теория пластичности и ползучести. М.: Машиностроение, 1975. 400 с.
5. **Степанский Л. Г.** Расчеты процессов обработки металлов давлением. М.: Машиностроение, 1979. 215 с.
6. **Сторожев М. В., Попов Е. А.** Теория обработки металлов давлением. М.: Машиностроение, 1977. 423 с.
7. **Теория** обработки металлов давлением / И. Я. Тарновский, А. А. Поздеев, О. А. Ганаго и др. М.: Металлургиздат, 1963. 672 с.
8. **Воронцов А. Л.** Теоретическое обеспечение технологической механики. 3. Необоснованность закона парности касательных напряжений // Вестник машиностроения. 2013. № 3. С. 62—66.
9. **Томленов А. Д.** Теория пластического деформирования металлов. М.: Металлургия, 1972. 408 с.
10. **Воронцов А. Л.** Технологические задачи теории пластичности. В 3 т. М.: Машиностроение, 2006. Т. 1. 474 с. Т. 2. 397 с. Т. 3. 475 с.
11. **Воронцов А. Л.** Напряженное состояние полой цилиндрической заготовки при дорновании отверстий // Вестник машиностроения. 2007. № 2. С. 72—77.
12. **Воронцов А. Л.** Исследование уменьшения высоты заготовки при прошивке // Вестник машиностроения. 2012. № 3. С. 67—71.
13. **Сторожев М. В., Попов Е. А.** Теория обработки металлов давлением. М.: Машиностроение. 1971. 424 с.
14. **Попов Е. А.** Некоторые варианты приближенного анализа опера-

УДК 621.922

З. И. КРЕМЕНЬ, д-р техн. наук, Д. А. ПОПОВСКИЙ
(ООО "Петербургский абразивный завод "Ильич", г. Санкт-Петербург),
В. Г. ЮРЬЕВ, канд. техн. наук (Санкт-Петербургский институт машиностроения), e-mail: yurev_mv@rambler.ru

Шлифование титановых сплавов шлифовальными кругами на основе эльбора и алмаза

Приведены результаты исследований шлифования титановых сплавов эльборовыми и алмазными шлифовальными кругами на керамической и органической связках. Показана возможность значительного повышения эффективности шлифования.

Ключевые слова: шлифование, титановый сплав, шлифовальный круг, эльбор, алмаз, коэффициент шлифования.

The findings of an investigation of titanium alloys glazing with CBN and diamond grinding wheels on ceramic and organic bunches were presented. Possibility of considerable efficiency glazing upgrading was shown.

Keywords: glazing, titanium alloy, grinding wheel, CBN, diamond, grinding-ratio.

Титановые сплавы широко используют для изготовления ответственных деталей авиационных двигателей, ракетной и космической техники, в судостроении, нефтяном и химическом машиностроении. Высокие требования к точности и качеству поверхности таких деталей могут быть реализованы на шлифовальных операциях; однако следует отметить, что шлифование титановых сплавов кругами из традиционных абразивов — электрокорунда и карбида кремния — представляет значительные трудности. Причиной этого, как показано в ряде работ [1—3], является высокая адгезионная и диффузионная активность титана относительно указанных материалов, которая приводит к резкому увеличению износа шлифовального круга: коэффициент шлифования составляет для инструмента из электрокорунда всего 0,5÷0,8, а из карбида кремния — 1,2÷2,8.

Абразивными материалами, не вступающими во взаимодействие с титаном, являются кубический нитрид бора (эльбор) и алмаз. В работе [4] показано, что износостойкость зерен этих материалов при контакте с титановыми сплавами в 30÷100 раз выше, чем у корунда и карбида кремния. Поэтому особый интерес представляет исследование процесса шлифования титановых сплавов с использованием шлифовальных кругов из эльбора и алмаза.

Еще одна причина снижения режущей способности инструмента при шлифовании титановых сплавов — интенсивное засаливание рабочей поверхности. Из-за высокой пластичности титана микрорезание происходит при значительно бóльшей глубине внедрения абразивных зерен в металл с образованием более крупных стружек, значительная часть которых заклинивается в порах шлифовального круга, способствуя его засаливанию. Уменьшить количество закрепившихся в порах стружек можно увеличением размеров пор. Специальные

(Окончание статьи. Начало см. на стр. 60)

ций обработки давлением // Машины и технология обработки металлов давлением. М.: Машиностроение, 1973. С. 168—177.

15. **Овчинников А. Г.** Основы теории штамповки выдавливанием на прессах. М.: Машиностроение, 1983. 200 с.

16. **Томсен Э., Янг Ч., Кобаяши Ш.** Механика деформаций при обработке давлением. М.: Машиностроение, 1969. 504 с.

17. **Воронцов А. Л.** Теория малоотходной штамповки. М.: Машиностроение, 2005. 859 с.

18. **Воронцов А. Л.** Теория штамповки выдавливанием. М.: Машиностроение, 2004. 721 с.

19. **Попов Е. А.** Основы теории листовой штамповки. М.: Машиностроение, 1977. 278 с.

20. **Смирнов-Аляев Г. А.** Сопротивление материалов пластическому деформированию. Л.: Машиностроение, 1978. 368 с.

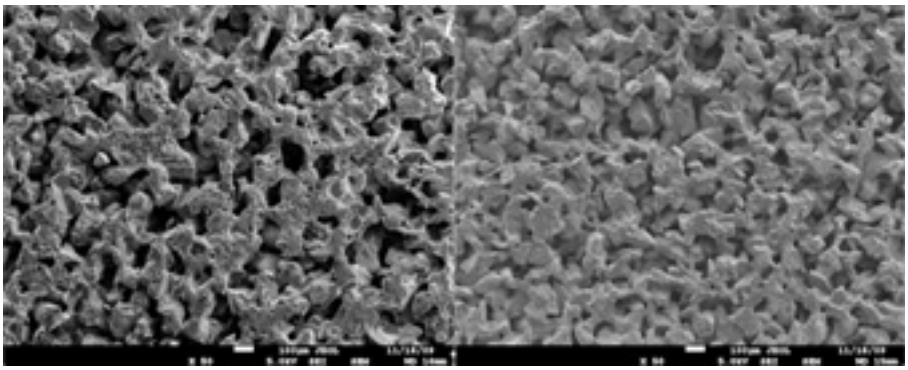
21. **Перлин И. Л., Ерманок М. З.** Теория волочения. М.: Металлургия, 1971. 448 с.

22. **Перлин И. Л., Райтбарг Л. Х.** Теория прессования металлов. М.: Металлургия, 1975. 448 с.

23. **Журавлёв А. З.** Основы теории штамповки в закрытых штампах. М.: Машиностроение, 1973. 222 с.

24. **Семёнов Е. И.** Закрытая прошивка с различной толщиной стенки стакана и с различным торцом пуансона // Прогрессивные технологии и оборудование кузнечно-штамповочного производства: Сб. науч. тр. междунар. науч.-техн. конф. М.: МГТУ МАМИ, 2003. С. 41—48.

25. **Дмитриев А. М., Воронцов А. Л.** Анализ решений, выполненных методом конечных элементов // Производство проката. 2004. № 4. С. 3—11.



а) *б*)

Рис. 1. Микрофотографии структуры шлифовальных кругов: АЭРОБОР (*а*); стандартный эльборовый (*б*) (×50)

крупнопористые эльборовые шлифовальные круги АЭРОБОР на керамической связке разработаны [5] и производятся в ООО "Петербургский абразивный завод "Ильич". Размеры пор таких кругов значительно (до 7 раз) превышают размеры пор (рис. 1, *б*) в стандартных эльборовых кругах [6].

Шлифование кругами из эльбора

Плоское шлифование образцов из сплава ВТ22, относящегося к группе труднообрабатываемых титановых сплавов, выполнялось кругом АЭРОБОР 1А1 150×10×32×5 ЛКВ50 В126 100 К 25 на станке 3Е642Е. Для сравнения применяли стандартный эльборовый круг аналогичной характеристики.

Плоское шлифование врезанием проводили на режимах: скорость шлифовального круга v = 25; 35; 50 м/с; скорость касательной подачи $v_{S_к}$ = 0,5÷1,5 м/мин; радиальная подача (подача на глубину) $S_р$ = 0,025÷0,2 мм/дв. ход. Скорость съема металла $Q_м$ = = 25÷150 мм^3/(мм · мин). В качестве смазочно-охлаждающей жидкости (СОЖ) использовали 5 %-ю эмульсию на основе эмульсола Mobilcut.

Определяли показатели шлифования: коэффициент $K_ш$ шлифования, параметр Ra шероховатости, приведенную эффективную мощность N^*. (Эксперименты по шлифованию выполнены инженером В. В. Чухновым и канд. техн. наук А. И. Лебедевым).

Зависимости коэффициента $K_ш$ и параметра Ra от скорости $Q_м$ съема металла приведены на рис. 2. Коэффициент $K_ш$ для круга АЭРОБОР в 10÷50 раз выше, чем для кругов из карбида кремния и электрокорунда и в 1,5÷2 раза выше, чем для стандартного шлифовального круга. АЭРОБОР обеспечивает параметр шероховатости Ra = 0,7÷1,2 мкм, а стандартный круг — Ra = 0,9÷1,8 мкм.

Установлено влияние скорости v шлифовального круга на

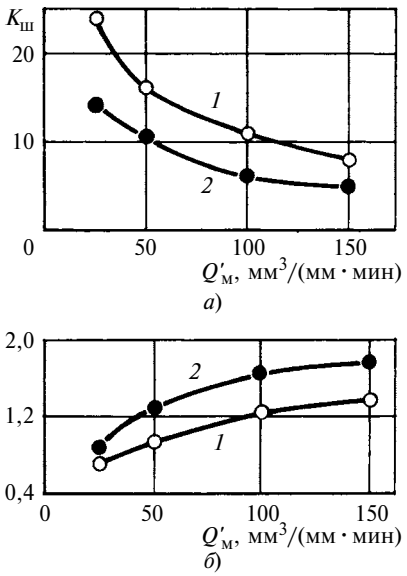


Рис. 2. Зависимость коэффициента шлифования $K_ш$ (*а*) и параметра шероховатости Ra (*б*) от скорости $Q'_м$ съема металла кругами АЭРОБОР (*1*) и стандартным эльборовым (*2*) (v = 35 м/с, сплав ВТ22)

показатели процесса (рис. 3). Повышение скорости v с 25 до 50 м/с приводит к увеличению коэффициента $K_ш$ в 4÷4,5 раза и уменьшению Ra в 2÷2,5 раза. Потребляемая мощность при этом возрастает примерно в 2 раза. Данные результаты свидетельствуют о целесообразности шлифования со скоростью не ниже 35 м/с. При скорости 50 м/с необходим более интенсивный подвод СОЖ для предотвращения образования прижогов.

Проведены эксперименты с использованием эльборового круга на органической связке (табл. 1).

Следует отметить, что и при использовании АЭРОБОРа и круга на органической связке при объеме снятого металла $Q_м$ = 3040 мм^3 засаливания рабочей поверхности не происходило; прижоги на шлифованной поверхности отсутствовали. На стандартном эльборовом круге при $Q_м$ > 1500 мм^3 наблюдались пятна засаливания, а на шлифованной поверхности — точечные и штриховые прижоги.

Шлифование алмазными кругами

Шлифование алмазными кругами на органической связке выполняли по двум схемам: "жесткой" — с регламентированной радиальной подачей (аналогично эльборовым кругам); "нежесткой" ("упругой") — с регламентированным усилием прижима образца к поверхности круга.

Результаты шлифования по "жесткой" схеме приведены в табл. 2.

При шлифовании алмазными и эльборовыми кругами на органической связке (объем снятого металла $Q_м$ = 3040 мм^3) засаливания и прижогов не наблюдалось. Отмечено более интенсивное, чем у кругов на керамической связке, изнашивание кромок круга, особенно при $S_р$ = 0,06 мм/дв. ход.

Для шлифования по "нежесткой" схеме разработано специальное устройство к станку 3М642, обеспечивающее требуемое уси-

Таблица 1

Показатели шлифования сплава ВТ22 эльборовым кругом на органической связке ЛКВ50 В126 100 В48 (v = 35 м/с, $v_{S_к}$ = 1,5 м/мин)

$S_р$, мм/дв.ход	$Q'_м$, мм^3/(мм · мин)	$K_ш$	Ra, мкм	N^*, кВт/мм
0,02	30	26	0,74	0,12
0,04	60	11	0,84	0,19
0,06	90	8	0,92	0,23

Таблица 2

Показатели шлифования сплава ВТ22 алмазным кругом на органической связке АС6М D126 100 В48 (v = 35 м/с, $v_{S_к}$ = 1,5 м/мин)

$S_р$, мм/дв.ход	$K_ш$	Ra, мкм	N^*, кВт/мм
0,02	30	0,72	0,09
0,04	13	0,77	0,13
0,06	11	0,84	0,18

лие $P_у$ прижима образца к поверхности круга. Держатель с образцом закреплен на двух плоских пружинах; при перемещении ходовым винтом ползуна с пружинами образец прижимается к рабочей поверхности круга. Требуемое усилие прижима устанавливается по деформации пружин (заранее проводится необходимая тарировка).

Образец из титанового сплава ПТ-3В ($\sigma_{0,2}$ = 750 МПа) шлифовали со скоростью v = 14,6 м/с кругом 1А1 125×16×32×5 АС6 D126 100 В. Приведенное усилие прижима образца к поверхности шлифовального круга составляло 1; 2; 3; 4 Н/мм, что обеспечивало давление в зоне контакта, равное соответственно 0,1; 0,2; 0,3; 0,4 МПа. СОЖ наносили на поверхность шлифовального круга контактным способом.

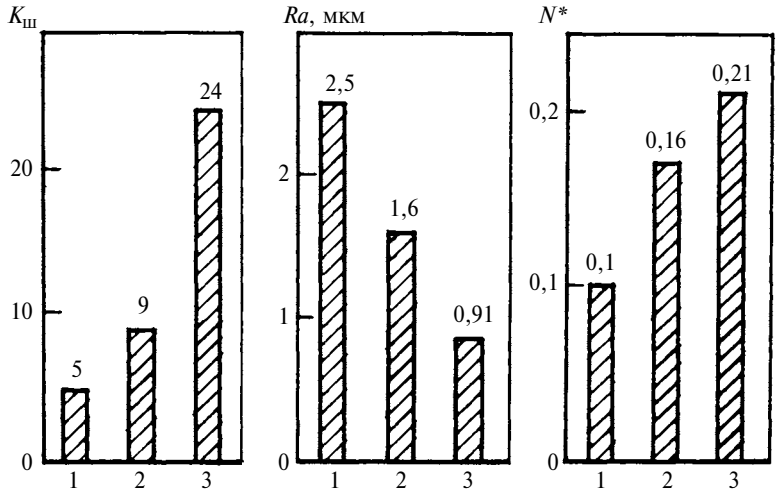


Рис. 3. Диаграммы показателей $K_ш$, Ra, N^* процесса шлифования при скорости круга 25 (*1*), 35 (*2*), 50 м/с (*3*) [сплав ВТ22, шлифовальный круг АЭРОБОР, $Q'_м$ = 100 мм^3/(мм · мин)]

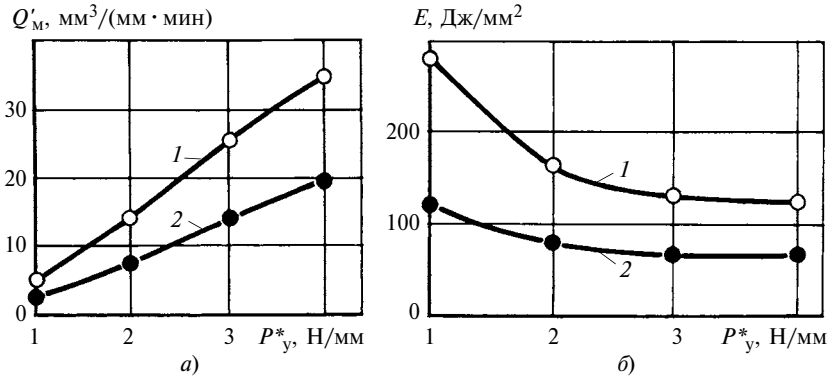


Рис. 4. Зависимости скорости $Q'_м$ съема металла (*а*) и затрат E энергии на шлифование (*б*) от усилия $P^*_у$ прижима при использовании в качестве СОЖ масла И20А (*1*) и воды (*2*) (шлифовальный круг АС6D126 100 В)

Согласно результатам экспериментов увеличение усилия $P^*_у$ прижима образца повышает скорость $Q'_м$ съема металла (рис. 4, *а*) и уменьшает затраты E энергии на сошлифовывание единицы объема металла (рис. 4, *б*). Кроме того, наблюдается повышение в 1,8÷2,1 раза скорости съема металла при использовании в качестве СОЖ масла И-20А по сравнению с водной СОЖ и, соответственно, уменьшение удельных затрат энергии на шлифование.

Установлено, что при "жесткой" схеме шлифования можно обеспечить скорость съема металла в 3÷6 раз большую, чем при "упругой" схеме. Вследствие этого "упругую" схему рекомендуется применять для финишного шлифования и полирования с использованием мелкозернистых алмазных кругов.

Использование различных составов СОЖ, подаваемых контактным способом, при шлифовании по "упругой" схеме не влияет на шероховатость шлифованных поверхностей. Изменение шероховатости установлено только при шлифовании кругами различной зернистости. Так, шероховатость поверхности, отработанной алмазным кругом зернистостью D126, составила Ra = (1,01 ± 0,16) мкм, а кругом зернистостью D76 — Ra = (0,73 ± 0,12) мкм.

Таким образом, результаты исследования показали значительные преимущества эльборовых кругов АЭРОБОР по сравнению с кругами из электрокорунда и карбида кремния при шлифова-

УДК 621.9.025

Ю. П. БУРОЧКИН, канд. техн. наук (Самарский ГТУ), e-mail: isap@samgtu.ru

Новые конструкции резцов с механическим креплением сменных многогранных пластин

Рассмотрены особенности уже используемых и предложены новые конструкции сборных токарных резцов с механическим креплением сменных многогранных пластин.

Ключевые слова: сборные резцы, механизм крепления, сменная многогранная пластина, производительность, стойкость.

Features of utilizable lathe tool structures were analyzed and modern ones with clamped-on exchangeable many-sided bases were offered.

Keywords: multiple cutters, binding mechanism, exchangeable many-sided base, production, endurance.

Практика показала, что стандартные сборные резцы с механическим креплением сменных многогранных пластин (СМП) имеют конструктивные недостатки:

1) отсутствие возможности закрепления на рабочей части инструмента СМП с разными углами при смежных вершинах;

2) нерациональное использование изношенных твердосплавных СМП;

3) сложность в сборке резцов, оснащенных одновременно режущими и опорными СМП, при эксплуатации в массовом производстве;

4) недостаточная надежность крепления СМП с центральным отверстием и без отверстия;

5) низкие технические возможности сборных резцов.

Для устранения первого недостатка разработаны [1] сборные резцы, позволяющие использовать в одной рабочей части корпуса СМП ромбической формы по ГОСТ 19057—80 и ГОСТ 19059—80 с разными углами ($\varepsilon = 80°$, $\varepsilon_1 = 100°$) при вершинах (рис. 1).

Резец состоит из корпуса *1*, на боковых сторонах которого имеются продольные пазы *2*. Прижимные планки *3* и *4* установлены на винте *5*. На концах прижимных планок выполнены скосы *6* и *7*, углы скосов режущей СМП *8* соответственно $\varepsilon/2$ и $\varepsilon_1/2$. Ромбическая режущая СМП *8* надета на установочную часть штифта *9* с эксцентриситетом *e* и закреплена прижимными планками и винтом.

Длина плеча планки при $\varepsilon = 80°$ составляет $l_2 = l - e$; при $\varepsilon_1 = 100°$ — $l_1 = l + e$, где l — рас-

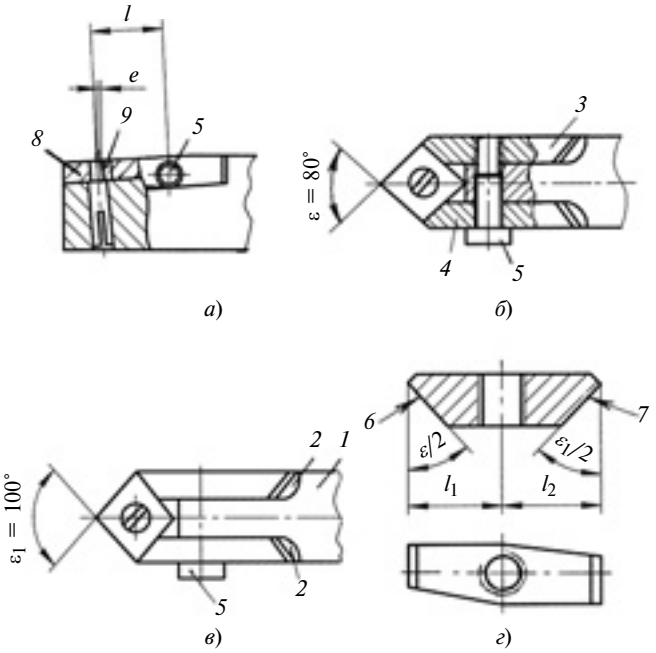


Рис. 1. Сборный резец с механическим креплением ромбической СМП:
а — общий вид; *б*, *в* — СМП при работе вершиной соответственно с углами $\varepsilon = 80°$ и $\varepsilon_1 = 100°$; *г* — прижимная планка

(Окончание статьи. Начало см. на стр. 66)

нии титановых сплавов. Высокие результаты получены также при использовании эльборовых и алмазных кругов на органической связке. Круги АЭРОБОР рекомендуется использовать при черновом и получистовом шлифовании, круги на органической связке — при чистовом и финишном шлифовании.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Износ** корунда и карбида кремния при шлифовании титановых сплавов / Н. И. Богомолов, Г. И. Саютин, И. В. Харченко и др. // Абразивы. 1973. № 6. С. 15—19.

2. **Носенко В. А.** Шлифование адгезионно-активных металлов. М.: Машиностроение, 2000. 262 с.

3. **Саютин Г. И., Носенко В. А.** Шлифование деталей из сплавов на основе титана. М.: Машиностроение, 1987. 80 с.

4. **Kremen Z. I.** A new generation of high-porous vitrified CNB grinding wheels // IDR. 2003. № 4. P. 53—56.

5. **Кремень З. И., Лебедев А. И.** Анализ возможностей управления пористостью шлифовальных кругов из эльбора с целью расширения областей их применения // Инструмент и технологии. 2008. № 30—31. С. 126—129.

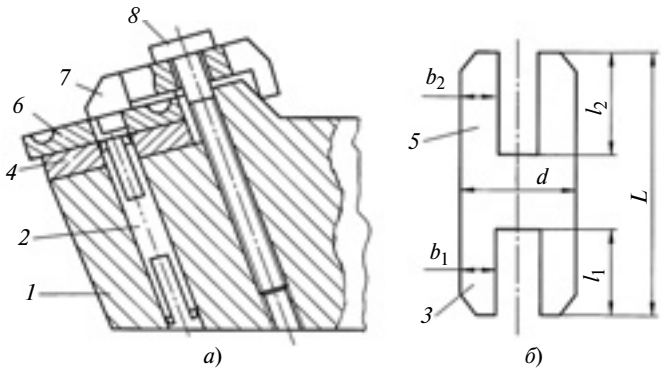


Рис. 2. Сборный резец (*а*) и специальный стержень (*б*)

стояние между центрами посадочной части штифта *9* и винта *5*. Величина эксцентриситета зависит от размеров ромбической режущей пластины: $e = m - m_1$, где m и m_1 — расстояния от вершин и до вписанных окружностей пластины с углами соответственно ε и ε_1.

Прижимные планки *3* и *4* фиксируются в продольных пазах *2*, выполненных на корпусе резца. При затягивании винта *5* планки *3* и *4* перемещаются до соприкосновения скосов *6* и *7* (упорные базовые поверхности) с боковыми поверхностями пластины *8* и закрепляют ее.

При работе другой вершины СМП прижимные планки *3* и *4*, штифт *9* и пластину *8* поворачивают на 180° в горизонтальной плоскости и закрепляют пластины.

Резцы данной конструкции используются на ОАО "Завод им. А. М. Тарасова" (г. Самара) для проточки якорей генераторов. Установлено, что при проточке одной вершиной СМП с $\varepsilon_1 = 100°$ якорей стойкость резцов в среднем повышается на 25÷30 %.

Кроме того, при обработке наружного диаметра роторов новыми сборными резцами с ромбической пластиной CNMG 120408-4025 шведской компании Sandvik Coromant с износостойким покрытием их стойкость в 3÷4 раза выше по сравнению с резцами СМП 10114-110416 (ГОСТ 19065—80) пятигранной формы из твердого сплава ВК8 без покрытия.

При применении стандартных сборных резцов не предусмотрено использование изношенных режущих СМП вместо опорных и крепление опорных пластин специальными штифтами, что обусловливает низкую производительность и усложняет сборку резцов, особенно при массовом производстве.

Для устранения данного недостатка разработана новая конструкция сборного резца [2]. Повышение эффективности обработки достигается возможностью перешлифовки (по периметру и толщине) режущей пластины до размеров опорной пластины и заменой винта крепления опорной пластины на специальный стержень (рис. 2). Резец состоит из корпуса *1*, в отверстии которого установлен стержень *2*, закрепленный с помощью жестко-упругих элементов *3*. На стержень *2* надета опорная пластина *4*, которая фиксируется элементами *5*. Режущая пластина *6* базируется на опорной пластине в гнезде корпуса и закрепляется с помощью прихвата *7* и винта *8*.

При перешлифовывании изношенных СМП снимают материал с передней или передней и опорной поверхностей соответственно на $\Delta S = 0{,}3$ мм или $\Delta S + \Delta S_1 = 0{,}6$ мм.

Для простоты эксплуатации резца элементы *3* выполнены с большей упругостью, чем элемент *5*, что обеспечивает натяг стержня, предотвращая его перемещение в отверстии корпуса резца. Менее упругие элементы *5* облегчают установку опорной пластины и компенсируют разброс размеров посадочных отверстий пластин, полученных методом спекания.

Конструктивные параметры стержня (см. рис. 2, *б*) зависят от параметров резца: $L = H - S$; $l = 0{,}35L$; $b_1 = 0{,}35d$; $b_2 = 0{,}2d$, где H — высота вершины резца; S — толщина режущей пластины; L — длина стержня; d — наружный диаметр стержня.

Новый сборный резец позволяет более рационально использовать режущие пластины. Его применение на ОАО "Завод им. А. М. Тарасова" на операции проточки наружной поверхности полюсов стартеров ВАЗа вместо напайного резца с пластиной из сплава Т5К10 позволило повысить стойкость инструмента в среднем на 15÷20 %. При этом сократилось время на подналадку станка.

При обработке с ограниченной рабочей зоной используют специальные сборные резцы [3], недостатком которых является то, что режущая сменная многогранная пластина прижимается к опорной плоскости гнезда корпуса только силой трения, что не гарантирует надежность ее крепления при повышенных режимах резания.

Для повышения надежности крепления пластины был разработан сборный резец новой конструкции (рис. 3) [4]. Инструмент имеет корпус *1* со

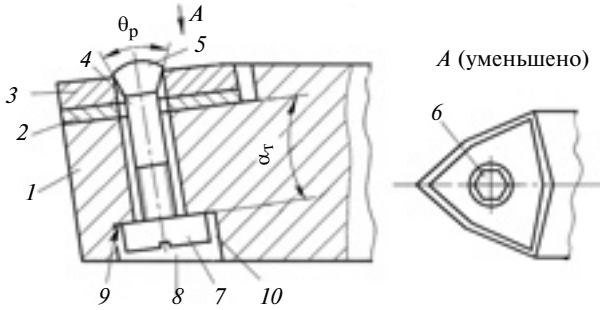


Рис. 3. Сборный режущий инструмент

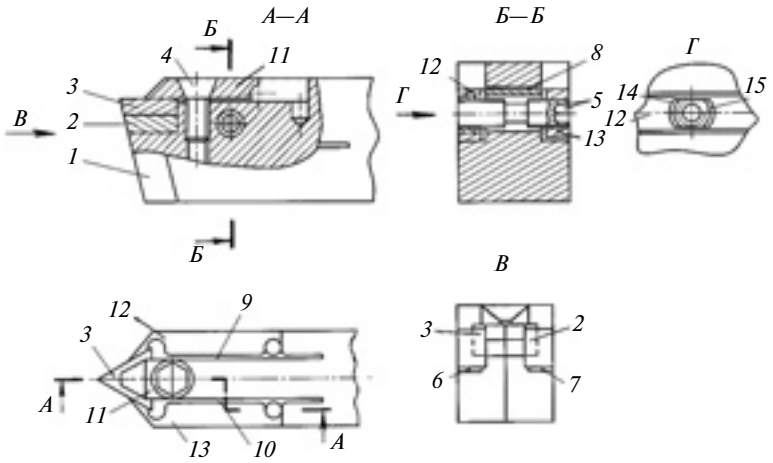


Рис. 4. Сборный режущий инструмент с новым зажимным механизмом крепления

ступенчатым отверстием *10*, опорную *2* и режущую сменную *3* пластины, качающийся элемент *4* с рабочей поверхностью *5* и шестигранным отверстием *6* под ключ, круглую гайку *7* со шлицем *8* под отвертку.

Сборка инструмента осуществляется следующим образом. В гнездо корпуса *1* помещают сначала опорную *2*, а затем режущую сменную *3* пластины. В отверстия пластины и корпуса вставляют элемент *4* и закручивают гайкой *7*. В результате взаимодействия торца гайки *7* с наклонным торцом *9* ступенчатого отверстия, выполненным под углом $\alpha_т \approx 3 \div 5°$ к опорной плоскости гнезда и равным углу самоторможения, элемент *4* поворачивается в отверстии *10*. Для свободного открепления пластины *3* рабочая поверхность *5* элемента *4* выполнена под углом $\theta_р = 12 \div 15°$. Данный инструмент обеспечивает надежное крепление режущей и опорной пластин, что позволяет вести обработку на повышенных режимах резанья.

В последние годы широкое распространение получило высокоскоростное ($u = 120 \div 150$ м/мин) многопроходное нарезание резьбы однолезвийными резцами, оснащенными трехгранными СМП с точно шлифованным профилем.

Для нарезания крупных резьб, что требует повышенной надежности резцов ввиду большой силы резания, разработан инструмент с новым зажимным механизмом [5] для крепления трехгранной СМП без отверстия (рис. 4). Сборный резец состоит из корпуса *1*, опорной *2* и режущей *3* сменных многогранных пластин, крепежного *4* и стягивающего *5* винтов. На корпусе *1* выполнены взаимно перпендикулярные горизонтальные *6—8* и вертикальные *9*, *10* узкие прорези, образующие с корпусом верхний *11* и боковые *12*, *13* упругие прихваты, которые взаимодействуют соответственно с передними и задней поверхностями пластины *3*. В боковом прихвате *12* выполнены отверстия и продольный паз *14*, в котором размещена гайка *15*. В гайке и прихвате *13* выполнены резьбовые отверстия с разнонаправленными резьбовыми витками с одинаковым шагом. Стягивающий винт *5* имеет также разнонаправленные резьбовые витки с одинаковыми шагами на концах.

Сборка инструмента осуществляется следующим образом. Сменные опорную *2* и режущую *3* пластины без отверстий устанавливают в базовый паз корпуса *1*. Стягивающий винт *5* одним концом ввинчивают в резьбовое отверстие прихвата *13*, а на другой конец навинчивают гайку *15*. При закручивании винта *5* боковые упругие прихваты *12* и *13* стягиваются, осуществляя базирование режущей пластины в осевом и поперечном направлениях инструмента и ее предварительное закрепление. Сверху пластина *3* закрепляется упругим прихватом *11* посредством крепежного винта *4*. Таким образом, наличие прихватов обеспечивает надежное закрепление как новых пластин, так и пластин, перешлифованных по периметру. Для нарезания треугольной метрической резьбы данными резцами можно использовать новые СМП трехгранной формы (ГОСТ 19045—80). Изношенные стандартные СМП (ГОСТ 19043—80) большего размера (l = 27,5; 22,0; 16,5 мм) перешлифовывают на пластины меньшего размера (соответственно l = 22,0; 16,5; 11,0 мм). Восстановленные СМП устанавливают и закрепляют в корпусах резцов соответственно меньших размеров.

Инструмент новой конструкции расширяет технологические возможности, обеспечивает продольное точение в двух направлениях параллельно оси детали (это обеспечивается новым механизмом крепления СМП) и повышает надежность обработки. Данные резцы используют для нарезания наружной резьбы с шагом от 1,5 до 5,0 мм.

Сборный режущий инструмент новой конструкции позволяет сократить затраты на дорогостоящие СМП из твердых сплавов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Пат. 2119849 Рос. Федерации.** Сборный резец.
2. **Пат. 2120355 Рос. Федерации.** Сборный резец.
3. **Драгун А. П.** Режущий инструмент. Л.: Лениздат, 1986. 271 с.
4. **Пат. 2256535 Рос. Федерации.** Сборный режущий инструмент.
5. **Пат. 2407611 Рос. Федерации.** Сборный режущий инструмент.

УДК 621.73

А. Э. АРТЕС, Е. Н. СОСЁНУШКИН, доктора технических наук, В. В. ТРЕТЬЮХИН,
А. А. ОКУНЬКОВА, кандидаты технических наук, Т. В. ГУРЕЕВА (МГТУ "СТАНКИН"), e-mail: k spd@stankin.ru

Новые ресурсо- и энергосберегающие технологии изготовления деталей обработкой давлением

Описаны технологические процессы изготовления деталей сложной конфигурации с продольными ребрами и кольцевым выступом.

Ключевые слова: штамповка, выдавливание, электроэрозионная обработка, матрица, лазер, локальный нагрев.

Processing production of complicated configuration parts having longitudinal stringers and collar were described.

Keywords: impact molding impact, extrusion, electric erosion machining, die, laser, area heating-up.

Эффективное внедрение научных идей в промышленность во многом зависит от их экспериментального подтверждения. Поэтому создание Государственного инжинирингового центра (ГИЦ) МГТУ "СТАНКИН", оснащенного современным металлообрабатывающим оборудованием, и обновление лабораторного оборудования кафедры систем пластического деформирования будут способствовать продвижению экспериментальных исследований [1, 2].

В ГИЦ уже реализован ряд новых технологических разработок кафедры: штамповая оснастка, изготовленная методами электроэрозионной обработки матриц; гидроабразивная резка заготовок для дальнейшей штамповки деталей из высокопрочного чугуна; фрезерование сложных ручьев полуматрицы для гибки труб и др. [3]. Примером может служить предпроектное исследование, проведенное авторами с целью разработки нового патентуемого технологического процесса комбинированного выдавливания из высокопрочного алюминиевого сплава В95Ц детали стержневого типа с относительно тонкими ребрами [4].

Работа выполнена по заказу ОАО "Тяжпрессмаш" и ФГУП "Базальт". На первом этапе необходимо было реализовать принципиальную возможность выдавливания тонких ребер (крыльчаток) в условиях всестороннего неравномерного сжатия. Матрица для выдавливания фланцевой части (с ребрами толщиной 2,5 мм) была изготовлена на электроэрозионном станке с высокой точностью формообразования пазов благодаря использованию программы Pro/Engineer.

С помощью указанной CAD/CAM-системы трехмерная модель детали была импортирована из формата IGES (Digital Representation for Communication of Product Definition Data — цифровое представление для коммуникации данных определения продукта) в двумерный/трехмерный векторный формат графики, используемый как универсальный многими CAD/CAM-системами. Далее использовали методику проектирования двухкоординатной электроэрозионной обработки для представления зоны обработки детали с целью моделирования траектории инструмента (непрофилированного электрода-проволоки) в соответствии с компьютерной моделью детали [5—7]. Основная сложность при проектировании обработки рабочей полости матрицы штампа — наличие восьми пазов шириной 2,5 мм, длиной 26 мм и высотой 60 мм. На основании модели обработки детали управляющая программа была сгенерирована на станок с ЧПУ с помощью постпроцессора, разработанного и изготовленного специалистами "СТАНКИНА". При бандажировании матрицы была зафиксирована ширина паза $2{,}5_{-0{,}1}$ мм.

Точность изготовления глубоких пазов в матрице обеспечивало использование двухкоординатного электроэрозионного вырезного оборудования SEIBU (Япония). Обработку выполняли специально спроектированной и изготовленной оснасткой,

Рис. 1. Поковка с тонкими продольными ребрами из сплава АД31

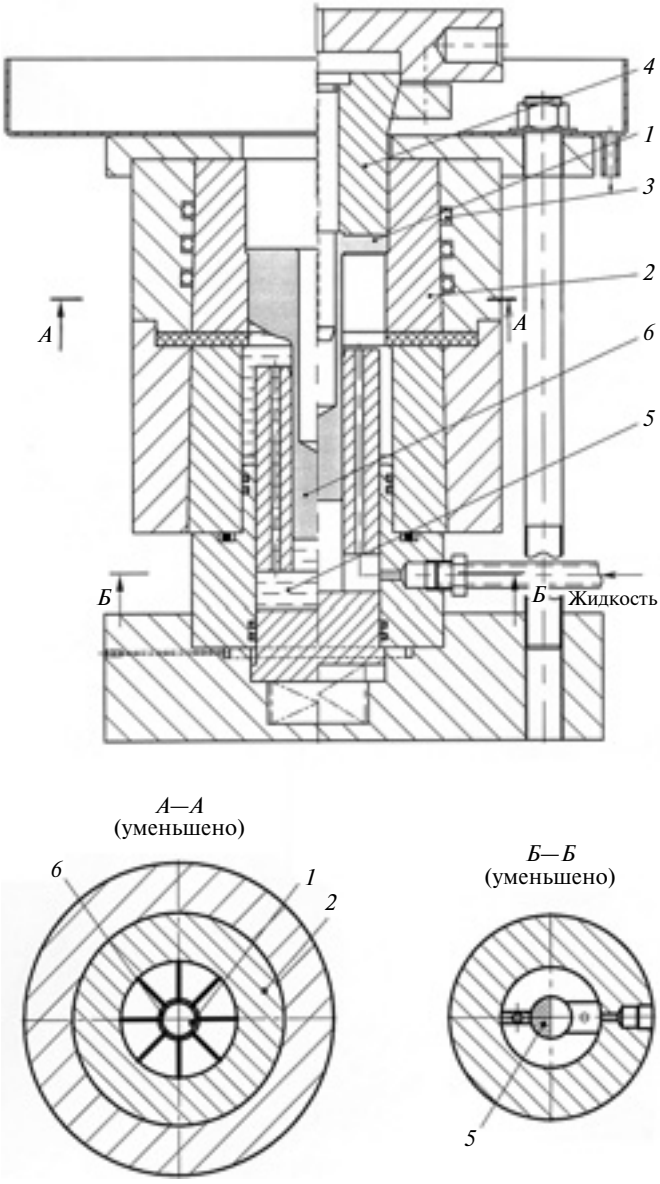


Рис. 2. Конструкция штампа

обеспечивающей положение заготовки в рабочей зоне станка [8]. Использовали стандартный электрод-проволоку из латуни диаметром 0,25 мм.

На рис. 1 представлена верхняя часть поковки, изготовленной из пластичного алюминиевого сплава на прессе усилием 2500 кН. Для оценки качества полученной поковки измеряли толщину ребер микрометром с точностью 0,001 мм. Толщину каждого ребра измеряли в трех точках, всего выполнили 72 измерения. При номинальной толщине ребра $s_{ном} = 2{,}515_{-0{,}4}$ мм минимальная толщина составила $s_{min} = 2{,}328$ мм, максимальная $s_{max} = 2{,}406$ мм. Анализ измерений показал, что все размеры находятся в пределах допуска с вероятностью, близкой к единице.

На рис. 2 представлена конструкция штампа для промышленного применения новой технологии, осуществляемой за два перехода. Первый переход — формообразование заготовки *1* с фланцем путем высадки цилиндрической заготовки, нагретой до 450÷470 °С. Второй переход — формообразование продольных ребер в зоне фланца заготовки путем прямого выдавливания. Для этого фланец заготовки *1* нагревают до 450÷470 °С, а матрицу *2* тэном *3* нагревают до 250÷300 °С. При возвращении пуансона *4* в исходное положение в закрытую полость матрицы *2* подается жидкость *5*, под давлением которой изделие *6* удаляется из матрицы. При этом обеспечивается качественное извлечение ребер из пазов матрицы.

На рис. 3, *а*, *б* представлены схемы устройства соответственно для локального нагревания стержневой заготовки и высадки выступа нагретого лазером участка металла.

Использование в 2009 г. в лаборатории кафедры инструментальной техники и технологии формообразования мощной лазерной установки (3 кВт) позволило разработать способ получения длинномерных стержневых изделий с кольцевым выступом, локальное нагревание металла которого обеспечивал лазер [9]. Промышленное внедрение патента планируется на ОАО "Водоприбор".

Способ высадки кольцевого выступа на длинномерной стержневой заготовке включает предварительное нагревание заготовки, например в электропечах, до температуры, равной 0,5÷0,7 от температуры высадки, а затем нагревание зоны

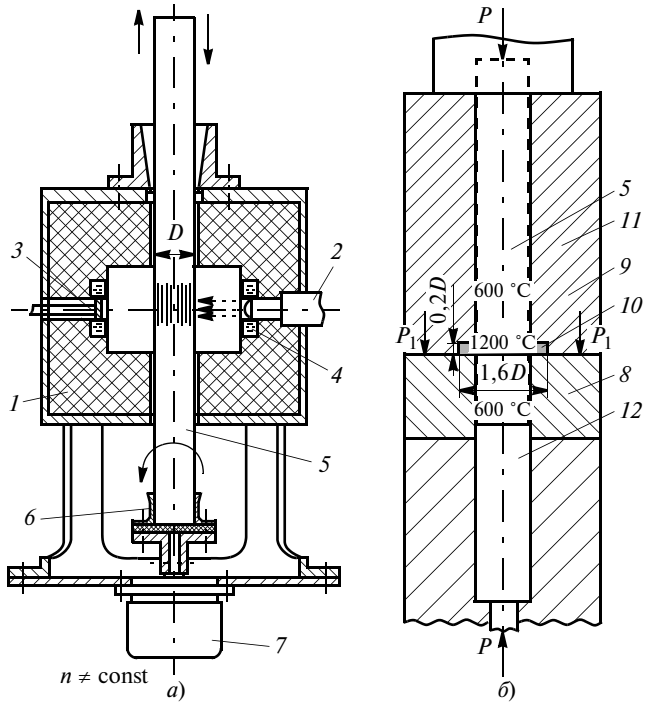


Рис. 3. Схемы устройства для локального нагрева стержневой заготовки (*а*) и высадки выступа нагретого лазером участка (*б*) металла:

1 — корпус; *2* — лазерный излучатель; *3* — пирометр; *4* — система водяного охлаждения; *5* — заготовка; *6* — цанговый патрон; *7* — электропривод; *8* и *9* — нижняя и верхняя полуматрицы; *10* — кольцевой выступ; *11* — пуансон; *12* — выталкиватель

деформирования до температуры высадки лазерным излучением. При этом заготовка вращается вокруг ее продольной оси.

Приобретение иттриевого лазера мощностью 3 кВт с оптоволоконной системой передачи излучения позволило бы организовать участок с несколькими постами: для локального нагревания заготовок при горячей штамповке; упрочнения поверхностей высоконагруженных штампов; сварки, пайки и др. Такой участок мог бы стать основой малого предприятия.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Григорьев С. Н.** Современные тенденции развития научно-образовательной деятельности МГТУ "СТАНКИН" // СТИН. 2010. № 6. С. 2—6.
2. **Григорьев С. Н.** Решение задач технологического перевооружения машиностроения // ИТО: Инструмент — технология — оборудование. 2008. № 10. С. 14.
3. **Артес А. Э., Сосёнушкин Е. Н., Третьюхин В. В.** Технологические возможности горячей объемной штамповки деталей арматуры из центробежных чугунных труб // Кузнечно-штамповочное производство. Обработка материалов давлением. 2008. № 10. С. 30—32.
4. **Заявка 2011153533 Рос. Федерации:** МПК[8] B21D 22/00. Способ изготовления стержневых изделий с продольными ребрами из алюминиевых сплавов.
5. **Окунькова А. А.** Особенности программирования электроэрозионного проволочного оборудования с ЧПУ // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2010. № 2. С. 3—10.
6. **Окунькова А. А.** Проектирование и изготовление формообразующих деталей пресс-форм при помощи интегрированных CAD/CAM-систем (при помощи использования Pro/Engineer) // Вестник МГТУ "Станкин". 2010. № 3 (11). С. 56—61.
7. **Рыбаков А. В. Окунькова А. А.** Решение задач технологической подготовки производства деталей, получаемых методом электроэрозионной проволочной обработки (на примере деталей пресс-форм в Pro/Engineer) // Вестник Брянского ГТУ. 2009. № 1 (21). С. 20—28.
8. **Окунькова А. А.** Автоматизация технологической подготовки производства деталей пресс-форм на оборудовании с ЧПУ методом электроэрозионной проволочной вырезки // Вестник МГТУ "СТАНКИН". 2008. № 4. С. 96—101.
9. **Пат. 2421294 Рос. Федерации:** МПК[7] B21J 5/08 (2006.01), B21K 1/06 (2006.01), B21K 29/00 (2006.01). Способ получения длинномерных стержневых изделий с кольцевым выступом.

УДК 621.777.24

С. Н. ГРИГОРЬЕВ, А. М. ДМИТРИЕВ,
Н. В. КОРОБОВА, доктора технических наук, Н. С. ТОЛМАЧЕВ
(МГТУ "СТАНКИН"), e-mail: rector@stankin.ru

Снижение силы при штамповке стаканов путем совмещения закрытой прошивки заготовки и раздачи стенки поковки

Приведены математические модели, объясняющие небольшую силу деформации при выдавливании деталей типа стакана способом, неудачно названным "прямым выдавливанием". Приведена рациональная конструкция штампа для получения таких деталей.

Ключевые слова: детали типа стакана, закрытая прошивка, раздача стенок поковок, штампы, конструирование.

Mathematical models were brought which explain origin of small energy of deformation during glass type detail impression by means that was awry named "direct extrusion". Rational design of stamp for getting such details was given.

Keywords: glass type details, high-necked insertion, flaring forging twin walls, stamps, design.

Детали типа стакана с конической расширяющейся придонной частью (рис. 1) широко применяются в производстве. Технология их штамповки включает операции, которые называют прямым и обратным выдавливанием.

М. В. Сторожев и Е. А. Попов в учебнике [1], неоднократно переизданном и переведенном на иностранные языки, а в 1974 г. удостоенном Государственной премии СССР, выдавливанием называют операцию, при которой "происходит истечение металла, заключенного в замкнутую полость, через отверстие в ней, форма которого определяет поперечное сечение выдавленного участка деформированной заготовки". Они отмечают, что штамповка выдавливанием принципиально не отличается от прессования прутков, профилей и труб из разных материалов. В то же время деформирование заготовки при получении поковок типа "стакан" авторы называют не выдавливанием, а закрытой прошивкой, которая отличается от открытой прошивки тем, что заготовка перед прошивкой помещается в матрицу.

В других публикациях выдавливание поковок типа "стакан"

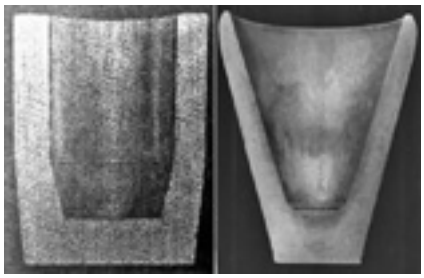


Рис. 1. Стаканы с конической придонной частью

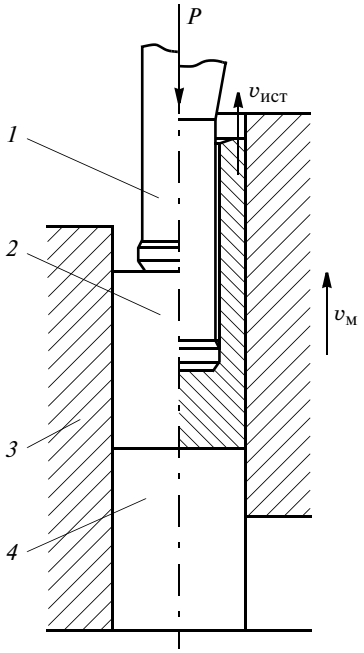


Рис. 2. Схема выдавливания с активными силами трения:
1 — пуансон; *2* — заготовка; *3* — матрица; *4* — выталкиватель

называют обратным выдавливанием. Объясняют это тем, что в процессах штамповки, применяющихся в производстве, металл заготовки вытекает в стенку поковки в направлении, противоположном направлению движения выдавливающего пуансона, на который давит ползун пресса (рис. 2). Это эффективная схема выдавливания стаканов, при которой создаются активные силы контактного трения. Если скорость $v_м$ перемещения матрицы больше скорости $v_{ист}$ истечения металла, то направление силы трения в контакте с матрицей способствует течению металла и позволяет снизить на 15÷20 % удельную силу выдавливания, создаваемую пуансоном. Такое снижение удельной силы позволяет в 2 раза и более повысить стойкость пуансонов. Схему на рис. 2 целесообразно применять для выдавливания деталей, имеющих одинаковый диаметр по всей высоте, и нельзя использовать для выдавливания деталей, показанных на рис. 1.

В публикациях применяют также термин "прямое выдавливание" в том значении, в каком авторы упомянутого учебника использовали термин "выдавливание". Термины "прямое выдавливание" и "обратное выдавливание" даются и в интернете.

В иностранных публикациях, в частности в книге Д. Эверхарда [2], термины "прямое выдавливание" и "обратное выдавливание (прессование)" применяют при описании операции штамповки поковок типа "стакан". Д. Эверхард приводит схему М. Куноги (рис. 3), опубликованную автором в 1966 г. при описании холодного выдавливания стаканов из стали. Здесь "прямое выдавливание" означает, что металл течет (в отличие от схемы на рис. 2) в направлении движения опускающегося вместе с ползуном пресса пуансона. В публикации указано, что сила, необходимая для деформирования заготовки, при таком выдавливании значительно уменьшается.

Из отечественных публикаций как пример приведем статью [3], в которой сказано: "...все данные исследования и внедрения в производство процесса обратного выдавливания полых цилиндрических изделий из сплошных заготовок в равной степени распространяются на процесс прямого выдавливания этих же изделий из сплошных заготовок". Авторы данной статьи, как и авторы схемы на рис. 2, исследовали выдавливание деталей с одинаковым диаметром по высоте.

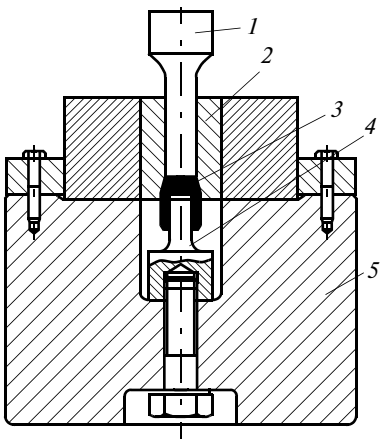


Рис. 3. Вариант инструмента для прямого выдавливания:
1 — верхний пуансон; *2* — матрица; *3* — изделие; *4* — нижний пуансон; *5* — опорная плита

Мы не можем полностью согласиться с таким выводом, поскольку при обратном выдавливании в неподвижной матрице (в отличие от схемы на рис. 2) площадь поверхности трения в контакте заготовки с матрицей совсем другая по сравнению с прямым выдавливанием. При обратном выдавливании по отношению к неподвижной матрице смещается только часть металла заготовки в очаге пластической деформации под торцом пуансона, имеющем относительно небольшую высоту, а также в выдавленной стенке стакана. Придонная часть заготовки остается неподвижной по отношению к матрице. При прямом выдавливании придонная часть, как и вся заготовка, проталкивается по поверхности матрицы, поэтому сила контактного трения и общая сила, деформирующая заготовку, больше, чем при обратном. Таким образом, сравнение сил при прямом и обратном выдавливании показывает, что они должны быть противоположными силам, описанным Д. Эверхардом.

При выдавливании с активными силами контактного трения (см. рис. 2) указанное различие стирается, поскольку присущие прямому и обратному выдавливанию площади поверхностей контактного трения могут быть созданы изменением скорости перемещения матрицы.

В 80-е годы XX столетия большой интерес таких исследователей, как А. Г. Овчинников, А. В. Хабаров, В. С. Белоусов, Е. П. Добряков, У. Джонсон, П. Меллор, вызвала схема, приведенная на рис. 3. Характерно, что авторы работ, посвященных исследова-

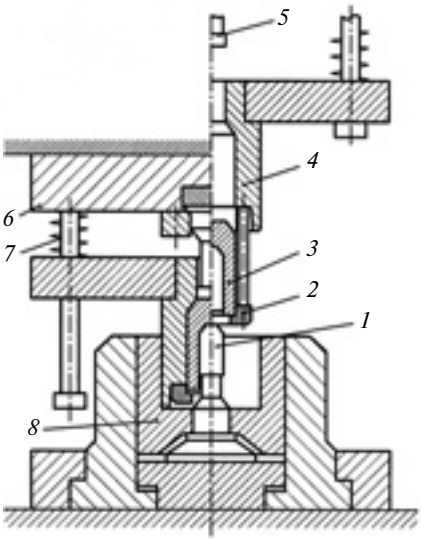


Рис. 4. Промышленный штамп для прямого выдавливания деталей типа "стакан"

нию этой схемы, сосредоточили внимание на том, что сила, необходимая для деформирования заготовки, при прямом выдавливании непременно снижается. Это нашло отражение в публикациях таких журналов, как "Известия вузов. Машиностроение" (1982, 1985 и 1986 гг.) и "Кузнечно-штамповочное производство" (1984 и 1985 гг.), в книге [4] и др. В этих работах теоретически и экспериментально подтверждено, что при штамповке по схеме на рис. 3 сила выдавливания меньше, чем при обратном выдавливании.

По мнению авторов, необходимость именно прямого выдавливания привела к созданию конструкции штампа, схематично показанной на рис. 4. Заготовку устанавливают на съемник *2*. При ходе ползуна пресса вниз матрица *4*, установленная на верхней плите *6*, опускается по направляющей *8* до упора в нижнюю часть штампа, при этом образуется постоянный зазор между коническими поверхностями пуансона *1* и матрицы *4*. Одновременно заготовка проталкивается пуансоном *1* в полость матрицы меньшего диаметра. При дальнейшем ходе вниз пуансон *5* выдавливает заготовку в зазор между пуансоном и матрицей. При этом матрица поджимается к нижней части штампа силой трения между деформируемой заготовкой и поверхностью матрицы меньшего диаметра, а на заключительной стадии выдавливания — пружинами *7*. При возвратном ходе ползуна пресса штампованная поковка *3* снимается с пуансона *1* съемником *2*.

Штампы, созданные по схеме на рис. 4, были изготовлены и прошли апробацию на нескольких машиностроительных заводах. При этом возникла проблема с удалением поковки. Так как штампы устанавливали на универсальные прессы без выталкивателей, то поковка *3* иногда застревала в матрице *4*. Обязательное же условие серийного производства — при открытии штампа поковка *3* должна всегда оставаться на пуансоне *1*. Именно этому было уделено большое внимание технологов. Тем не менее, поковка не всегда оставалась на пуансоне, что приводило к остановке процесса и необходимости демонтажа матрицы с целью извлечения поковки.

Авторы работ [5, 6] и инженер Н. Е. Попов подвергли сомнению предположение о том, что снижение деформирующей силы при способе, показанном на рис. 3, вызвано тем, что имеет место прямое выдавливание и металл течет в направлении, совпадающем с направлением движения деформирующего инструмента. Они обосновали это снижение рациональным сочетанием закрытой прошивки заготовки (по терминологии М. В. Сторожева и Е. А. Попова) и последующей раздачи формирующейся стенки стакана. Такая штамповка может быть осуществлена в штампе, конструкция которого приведена на рис. 5 [7]. Штамп работает следующим образом. При опускании верхней плиты с пуансоном *1* приводится в движение съемник *4*,

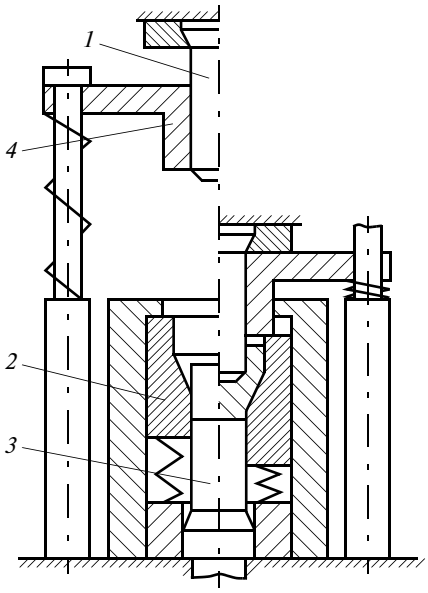


Рис. 5. Штамп для закрытой прошивки, совмещенной с раздачей заготовки в движущейся матрице

который в момент касания пуансоном заготовки начинает синхронно перемещать вниз матрицу *2*. По окончании выдавливания выталкиватель *3* удаляет штампованную поковку *5* из матрицы. Если поковка на пуансоне, то при обратном ходе пресса съемник *4* удаляет ее.

В работах [5, 6] проведен теоретический анализ закрытой прошивки заготовки и раздачи трубной части поковки, результаты которого подтверждены только отдельными экспериментами с заготовками из свинца. Для более полной их проверки провели многофакторный эксперимент (рис. 6). Исследовали изменения удельной деформирующей силы ($q/\sigma_s|_{r_1}$), действующей в поперечном сечении пуансона с радиусом r_1, и удельной силы, действующей на торец пуансона ($q/\sigma_s|_r$), относительно напряжения σ_s текучести. В математических моделях удельная сила в сечении r_1 обозначена как выходной параметр y_1, сила на торце пуансона — как выходной параметр y_2. В ходе эксперимента вы-

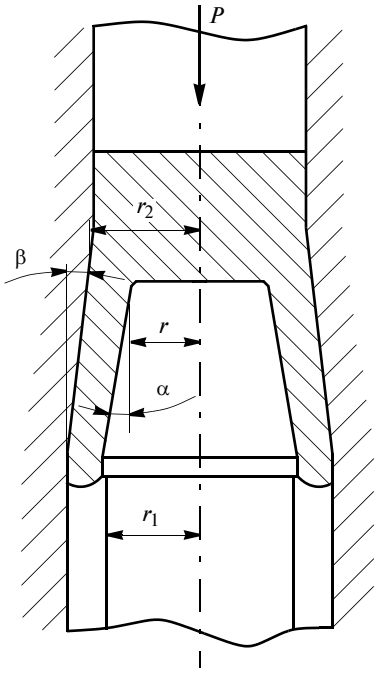


Рис. 6. Схема закрытой прошивки, совмещенной с раздачей трубной части стакана

ходные параметры изменялись в зависимости от следующих факторов (табл. 1): относительного радиуса ($r_2 = r_2'/r'$) поперечного сечении матрицы на уровне выхода металла из-под торца пуансона в коническую часть стакана; угла α конусности матрицы; относительного радиуса ($r_1 = r_1'/r'$) пуансона; отношения тангенсов углов (tgα/tgβ) конусности матрицы и пуансона. Здесь r, r_1, r_2 — радиусы пуансона, мм (см. рис. 6).

Отношение tgα/tgβ описывает раздачу стенки заготовки на конической части пуансона, а также дополнительное давление на раздаваемый материал при сужении зазора между пуансоном и матрицей, которое препятствует разрыву стенки при раздаче.

Полный факторный эксперимент при заданном числе варьируемых факторов должен включать $3^3 \times 2 = 54$ опыта. Результаты теоретических исследований показали значимое влияние только главных факторов [8]. Первые три фактора оказывают нелинейное влияние, четвертый — линейное. Целесообразно строить модель главных эффектов из восьми членов:

$$y = b_0 + b_1 r_2 + b_2\alpha + b_3 r_1 + b_4 \mathrm{tg}\alpha/\mathrm{tg}\beta + b_{11} r_2^2 + b_{22}\alpha^2 + b_{33} r_1^2. \quad (1)$$

Для нахождения коэффициентов модели (1) было достаточно девяти опытов (см. табл. 1).

Выдавливание проводили в штампе со сменными матрицами и пуансонами, установленном на универсальной испытательной машине УИМ-50 силой 500 кН с устройством для записи изменения силы по ходу деформирования. За удельную силу принято отношение силы выдавливания к площади сечения пуансона на уровне наибольшего диаметра полости стакана. Выдавливали заготовки диаметром 15 мм из сплава АД1. Напряжение σ_s текучести для определения относительных удельных сил устанавливали по диаграмме истинных напряжений, построенной по результатам испытания образцов на сжатие. Деление полученной удельной силы на напряжение σ_s дает относительную удельную силу y_1.

Удельную силу на торце пуансона измеряли с помощью листовых датчиков — медных пластин, которые профилированной стороной крепили пластилином к торцу пуансона. После выдавливания искажение профиля датчика (пластины) измеряли на инструментальном микроскопе МИР-12, и с помощью тарировочных кривых в зависимости от ширины сплющенного участка профиля датчика определяли давление на торце пуансона. Тарировочные кривые строили по результатам сжатия профилированного датчика (аналогичного прикрепляемому к торцу пуансона), расположенного между двумя гладкими закаленными плитами. Силу сжатия варьировали, искажение (сплющивание) профиля датчика при каждой фиксированной силе измеряли на инструментальном микроскопе и строили зависимость ширины сплющенного участка профиля от действовавшего на него давления. Образец выдавленного стакана приведен на рис. 1, справа.

После проверки статистической значимости рассчитанных коэффициентов моделей (1), исключения из моделей членов, значимость коэффициентов которых не подтвердилась, получили следующие модели:

$$q/\sigma_s|_{r_1} = 48{,}76 + 20{,}8 r_2^2 - 62{,}16 r_2 - 0{,}089\alpha; \quad (2)$$

$$q/\sigma_s|_r = 4{,}93 + 4{,}8 r_1 - 5 r_2 - 0{,}112\alpha. \quad (3)$$

Табилца 1

Матрица плана эксперимента

Номер опыта	Значение фактора				y_1 ($q/\sigma_{s\|r_1}$)	y_2 ($q/\sigma_{s\|r}$)
	r_2	α°	r_1	tgα/tgβ		
1	1,2	6	1,1	1,15	3,9	3,8
2	1,35	9	1,2	1,15	1,7	2,3
3	1,5	15	1,3	1,15	1	1,9
4	1,5	9	1,1	1,15	1,5	1,5
5	1,2	15	1,2	1,15	2,5	3,1
6	1,35	6	1,3	1,15	2,1	3,5
7	1,35	15	1,1	1,25	1,8	1,9
8	1,5	6	1,2	1,25	1,8	2,7
9	1,2	9	1,3	1,25	3,3	4,7

Анализируя модели (2) и (3), отметим, что значимость членов, описывающих влияние отношения tgα/tgβ на силы выдавливания, не подтвердилась. Это объясняется тем, что при внедрении в заготовку пуансонов с углами α и β конусности вектор силы, деформирующей заготовку, имеет наибольшую составляющую в направлении к оси пуансона. Поэтому деформируемый металл обжимает пуансон по боковой поверхности, не оказывая при этом существенного влияния на силу выдавливания, действующую вдоль оси пуансона со стороны ползуна пресса.

Для определения зависимостей относительных удельных сил $q/\sigma_s|_{r_1}$ и $q/\sigma_s|_r$ от каждого из трех факторов — r_2, α, r_1, влияние которых признано значимым, определены средние арифметические значения удельных сил (табл. 2). По ним построены зависимости на рис. 7: штриховые линии — удельные силы $q/\sigma_s|_r$, приложенные к торцам пуансонов; сплошные линии — удельные силы $q/\sigma_s|_{r_1}$, действующие в пуансонах в сечении r_1 (см. рис. 6).

Из рис. 7 видно, что приведенные величины удельных сил на торце пуансона не отличаются от удельных сил при закрытой прошивке заготовок. Выдавливаемый из-под торца пуансона материал заготовки подвергается раздаче на конической поверхности пуансона. При этом напряжения от раздачи направлены к оси пуансона и не оказывают дополнительного влияния на силу выдавливания. Однако площадь поперечного сечения пуансона при переходе от торца с радиусом r к калибрующему пояску с радиусом r_1 существенно увеличивается (см. рис. 6).

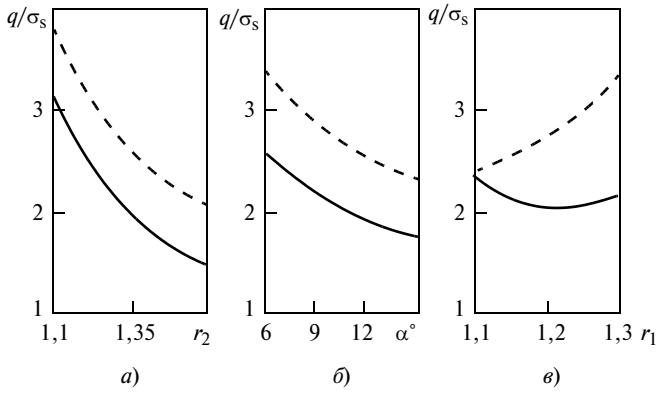


Рис. 7. Зависимости относительных удельных сил $q/\sigma_s|_{r_1}$ и $q/\sigma_s|_r$ выдавливания от параметров r_2, α и r_1 инструмента

Изложенное выше позволяет заключить, что снижение силы выдавливания по схеме М. Куноги является результатом рационального сочетания закрытой прошивки заготовки и раздачи на пуансоне стенок формирующегося при прошивке стакана. Результат не зависит от того, течет материал деформируемой заготовки в направлении перемещения ползуна пресса или в обратном направлении.

Следовательно, характерное для рассматриваемой схемы выдавливания снижение деформирующей силы может быть получено при использовании штампа, схема которого приведена на рис. 5. В отличие от штампа на рис. 4 в штампе на рис. 5, установленном на обычный пресс, не возникает проблем с извлечением поковки из матрицы. Оно осуществляется выталкивателем пресса.

Таблица 2

Среднее арифметическое относительных удельных сил

Уровень фактора	r_2			α°			r_1		
	1,2	1,35	1,5	6	9	15	1,1	1,2	1,3
$q/\sigma_{s\|r_1}$	3,23	1,87	1,43	2,6	2,17	1,77	2,4	2	2,13
$q/\sigma_{s\|r}$	3,87	2,57	2,03	3,33	2,83	2,3	2,4	2,7	3,37

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Сторожев М. В., Попов Е. А.** Теория обработки металлов давлением. М.: Машиностроение, 1977. 423 с.
2. **Эверхард Д.** Холодное прессование металлов: Пер. с англ. М.: Машиностроение, 1968. 145 с.
3. **О холодном** выдавливании полых цилиндрических изделий из малоуглеродистой стали / Д. П. Кузнецов, В. Н. Рогожин, П. И. Татаринов и др. // Кузнечно-штамповочное производство. 1972. № 6. С. 48.
4. **Джонсон У., Меллор П.** Теория пластичности: Пер. с англ. А. Г. Овчинникова. М.: Машиностроение, 1979. 267 с.
5. **Воронцов А. Л.** Технологические задачи теории пластичности. Т. 2. М.: Машиностроение-1, 2006. 397 с.
6. **Дмитриев А. М., Воронцов А. Л.** Технология ковки и объемной штамповки. Ч. 1. Объемная штамповка выдавливанием: Учеб. для вузов по специальности "Машины и технология обработки металлов давлением". М.: Высшая школа, 2002. 400 с.
7. **А. с. 1238877 СССР:** МКИ B21 K21/00. Способ изготовления деталей типа стаканов и устройство для его осуществления.
8. **Дмитриев А. М., Коробова Н. В., Ступников В. П.** Методы факторного планирования эксперимента в обработке давлением: Учеб. пос. для вузов. М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 1999. 105 с.

УДК 621.778

А. В. ЩЕДРИН, канд. техн. наук (Университет машиностроения "МАМИ"),
А. Ю. КОЗЛОВ (ООО МЗ "ТОНАР", г. Орехово-Зуево),
С. А. ГАВРИЛОВ (ОАО "НПП "Респиратор", г. Орехово-Зуево),
А. О. ПОЛЯКОВ (000 МЗ "ТОНАР", г. Дрезна), e-mail: t-5511@yandex.ru

Влияние состава и применения металлоплакирующих смазочных материалов на поверхностное пластическое деформирование инструмента с регулярным микрорельефом

Представлены результаты исследований охватывающего поверхностного пластического деформирования в условиях противодавления металлоплакирующего смазочного материала при применении инструмента с регулярным микрорельефом.

Ключевые слова: эффект безызносности, металлоплакирующий смазочный материал, редуцирование, охватывающее поверхностное пластическое деформирование, регулярный микрорельеф.

The results of the investigation of wraparound superficial plastic behaviour in backpressure conditions of metal-plating lubricant when work tool with regular microrelief is used were presented.

Keywords: effect of unstaleness, metal-plating lubricant, pressure reduction, wraparound superficial plastic behavior, regular microrelief.

Методы охватывающего поверхностного пластического деформирования (редуцирование, калибрование, волочение и др.) можно значительно усовершенствовать применением инструмента с регулярным микрорельефом и металлоплакирующих смазочных материалов, реализующих эффект безызносности при трении [1, 2].

В работе [3] представлены результаты экспериментальных исследований процесса редуцирования в условиях самовозбуждаемого противодавления металлоплакирующих смазочных материалов по канавкам регулярного микрорельефа рабочей поверхности инструмента [4]. Для получения дополнительной информации проведены комплексные исследования.

На рис. 1 представлена конструкция приспособления для реализации редуцирования в условиях противодавления металлоплакирующих смазок, которое состоит из толстостенного цилиндра *1*, имеющего полость *2* для смазочно-охлаждающего технологического средства (СОТС). В верхней части цилиндра *1* установлена деформирующая фильера *3*, рабочий канал которой упрочнен регулярным микрорельефом (на рис. 1 не показан), представляющим собой систему канавок и выступов правильной геометрической формы. При редуцировании через фильеру *3* заготовки *4* в полости цилиндра создается необходимое давление СОТС, в результате чего оно течет по канавкам регулярного микрорельефа канала фильеры.

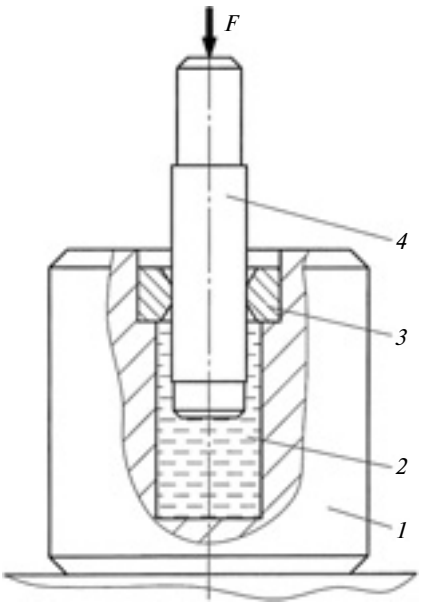


Рис. 1. Приспособление для редуцирования в условиях самовозбуждаемого противодавления СОТС

В качестве заготовок использовали штоки из стали 40Х (223 *HB*) с номинальной длиной обрабатываемого участка 60 мм. Цилиндрические заготовки обрабатывали шлифованием с точностью размеров до 0,02 мм, получая поверхности с шероховатостью Ra = 0,329÷0,714 мкм.

В качестве обрабатывающего инструмента (аналогично работам [1—3]) для сопоставимости исследований применяли деформирующие фильеры из инструментальной стали 9ХС (58÷61 *HRC*) с параметрами: диаметр рабочего канала $20^{+0,03}$ мм; ширина калибрующей ленты 5 мм; углы рабочего и обратного конусов 5°. Рабочий канал инструментов упрочнялся регулярным микрорельефом в виде однозаходных винтовых канавок радиусом 1,5 мм с шагом 0,5 мм, глубиной $Г_К$ на участке калибрующей ленты соответственно 6,5 и 10 мкм.

Продольная профилограмма калибрующей ленты представлена на рис. 2. Регулярный микрорельеф выполняли на токарном станке, используя алмазный выглаживатель. В качестве смазочного материала использовали минеральное масло И-40 с добавлением металлоплакирующей присадки Валена, которая реализует эффект безызносности при трении. Содержание присадки варьировали от 0, 10 до 20 % по объему.

Номинальную абсолютную деформацию $i_Н$ заготовки варьировали от 0,05 до 0,20 мм с шагом 0,05 мм. Скорость редуцирования составила 0,05 м/мин.

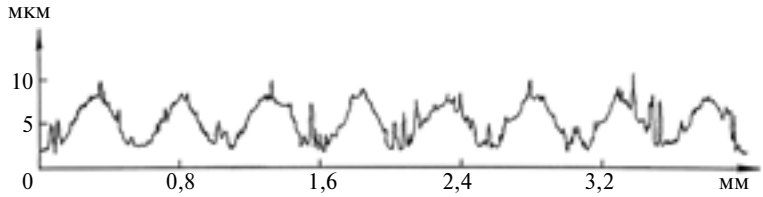


Рис. 2. Продольная профилограмма калибрующей ленты фильеры, упрочненной регулярным микрорельефом

На рис. 3 представлена зависимость удельного усилия $q_д$ обработки от фактической абсолютной деформации $i_ф$, содержания присадки Валена и технологии применения смазочного материала. Анализ показал, что в условиях противодавления металлоплакирующего смазочного материала при $i_ф > 0{,}12$ мм можно добиться снижения энергосиловых затрат.

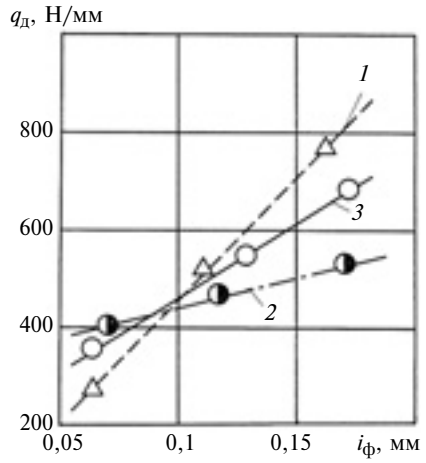


Рис. 3. Зависимости удельного усилия $q_д$ редуцирования от фактической абсолютной деформации $i_ф$, содержания C металлоплакирующей присадки в масле И-40 и технологии ее применения:
1 — обработка без противодавления, $C = 0$; *2* и *3* — обработка с противодавлением соответственно при $C = 10$ и 20 %

При редуцировании без реализации противодавления СОТС при использовании только масла И-40 возникает адгезия обрабатываемого материала на инструменте и наблюдается существенный рост удельного усилия обработки.

Полученную закономерность можно представить в аналитическом виде:

$$q_д = (-35{,}59 + 4624{,}39 i_ф) \text{ Н/мм при } C = 0 \text{ и } Г_к = 10 \text{ мкм};$$

$$q_д = (328{,}77 + 1447{,}7 i_ф) \text{ Н/мм при } C = 10\ \% \text{ и } Г_к = 6{,}5 \text{ мкм};$$

$$q_д = (134{,}05 + 2848{,}39 i_ф) \text{ Н/мм при } C = 20\ \% \text{ и } Г_к = 6{,}5 \text{ мкм}.$$

Таким образом, при обработке с противодавлением СОТС удельное усилие редуцирования, составляющее в среднем $i_ф = 0{,}125 \div 0{,}2$ мм можно уменьшить на 8,8÷23,9 %. При этом наблюдается усиление эффекта снижения энергосиловых затрат по мере увеличения деформации заготовки. Это объясняется тем, что на поверхности рабочего канала инструмента появляется серовитная медная пленка, обладающая уникальными физическими свойствами, т. е. существенно снижается коэффициент трения, что является параллельной генерацией эффекта Ребиндера.

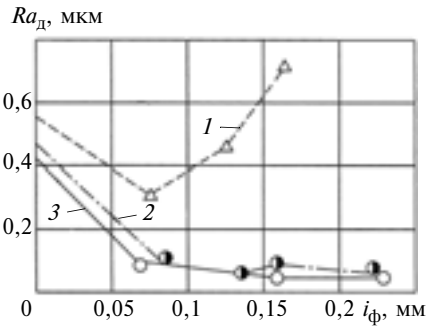


Рис. 4. Зависимости параметра *Ra* шероховатости обработанной поверхности от $i_ф$, содержания присадки в масле И-40 и технологии ее применения:
1 — обработка без противодавления, $C = 0$; *2* и *3* — обработка с противодавлением соответственно при $C = 10$ и 20 %

На рис. 4 приведены зависимости параметра *Ra* шероховатости обработанной поверхности от $i_ф$, анализ которых показал, что даже при использовании инструмента с регулярным микрорельефом при обработке без противодавления маслом И-40 может возникать адгезия материала, что ухудшает качество обработанной поверхности. И наоборот, редуцирование с противодавлением СОТС исключает адгезию и повышает качество обработки. Это подтверждают зависимости (рис. 5) коэффициента $K_у = Ra_з/Ra_д$ уточнения [1—3] от фактической абсолютной деформации $i_ф$, где $Ra_з$ и $Ra_д$ — параметры шероховатости поверхностей соответственно заготовки и обработанной детали. Адгезия ухудшает шероховатость поверхности (см. рис. 5, за-

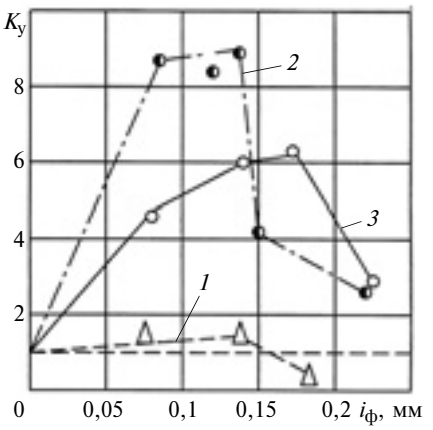


Рис. 5. Зависимости коэффициента $K_у$ уточнения от $i_ф$, содержания присадки в масле И-40 и технологии ее применения:
1 — обработка без противодавления, $C = 0$; *2* и *3* — обработка с противодавлением соответственно при $C = 10$ и 20 %

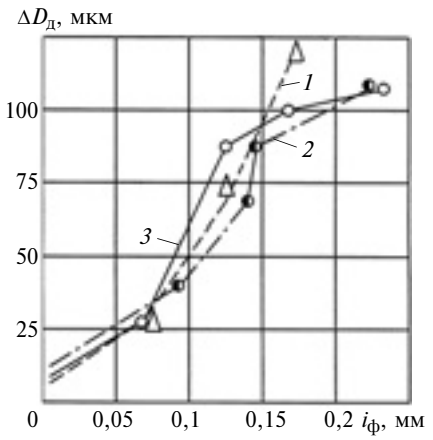


Рис. 6. Зависимости рассеяния значений диаметра детали от $i_ф$, содержания присадки в масле И-40 и технологии ее применения:
1 — обработка без противодавления, $C = 0$; *2* и *3* — обработка с противодавлением соответственно при $C = 10$ и 20 %

ОРГАНИЗАЦИЯ И ЭКОНОМИКА ПРОИЗВОДСТВА

УДК 65.012.2

А. В. РЕЧКАЛОВ, д-р техн. наук, Д. Н. ДУНАЕВ, О. Р. ДАУТОВА
(Уфимский государственный авиационный технический университет),
e-mail: dunaevdn@gmail.com

Среднесрочное планирование продаж и производства

Рассматриваются процессы и совместное использование планирования продаж и операций, теории ограничений систем, системы функциональности основного планирования, ресурсов предприятия, что позволяет выстроить бизнес-процесс и среднесрочное планирование производства на предприятии.

Ключевые слова: планирование, среднесрочное планирование, оперативное производственное планирование, теория ограничений.

Phenomenon and sharing planning sales and plays, theories of limitation of symmetrical multiprocessing system, functionality systems of main planning, enterprise resource systems, which allow to marshal business process and medium-term planning production on the shop floor, are analyzed.

Keywords: planning, medium-term planning, day-to-day production planning, limitation theory.

Оперативное производственное планирование (ОПП) — неотъемлемая часть деятельности машиностроительного предприятия, так как данное производство характеризуется сложностью выпускаемой продукции, продолжительным временем изготовления, большим числом используемых материалов.

Традиционная система ОПП представляет собой ежемесячное номенклатурное планирование на основе графиков производства продукции. При этом существует ряд проблем:

система оперативного планирования с учетом продолжительности циклов производства и времени ожидания заказанных материалов (24÷30 мес.) требует номенклатурного плана производства и поставок на аналогичный горизонт планирования, что для большинства предприятий практически невыполнимо;

качество ОПП напрямую зависит от периода планирования (день, реже неделя), при этом увеличение горизонта планирования ведет к резкому увеличению времени расчета, которое зачастую превышает время, требуемое на представление планов;

(Окончание статьи. Начало см. на стр. 79)

висимость *1*). Использование при обработке в СОТС 10 % присадки Валена приводит к снижению параметра шероховатости поверхности почти в 9 раз. При добавлении в СОТС 10 и 20 % присадки (см. рис. 5, зависимости *2* и *3*) в области абсолютной деформации ($i_ф \approx 0{,}1 \div 0{,}13$ мм) наблюдается наибольшее значение $K_у$. Дальнейшее уменьшение $K_у$ возможно связано с передеформированием в результате интенсификации эффекта Ребиндера.

На рис. 6 представлены зависимости рассеяния значений диаметра обрабатываемой деталей от $i_ф$. При $i_ф > 0{,}15$ мм, исключив адгезию материала, можно на 10÷20 % повысить точность обработки: средняя овальность не превышает 4,5 мкм, среднее отклонение профиля в продольном сечении — 55 мкм.

Полученные результаты можно использовать для параметрического синтеза [5] комбинированного редуцирования.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Повышение** эффективности методов комбинированного волочения за счет регуляризации микрогеометрии рабочей поверхности инструмента / А. В. Щедрин, В. В. Ульянов, В. М. Скоромнов и др. // Вестник машиностроения. 2006. № 11. С. 58—60.

2. **Расширение** возможности комбинированного волочения инструментом с регулярной микрогеометрией путем применения металлоплакирующих присадок / А. В. Щедрин, Д. Н. Гаркунов, Э. Л. Мельников и др. // Вестник машиностроения. 2011. № 4. С. 62—72.

3. **Гаврилов С. А., Щедрин А. В.** Совершенствование технологий применения металлоплакирующего кондиционера в методах комбинированной обработки // Вестник машиностроения. 2012. № 6. С. 75—78.

4. **Пат. 2063861 Рос. Федерации.** Способ деформирующе-режуще-выглаживающего прошивания, редуцирования поверхностей.

5. **Трибология** как фундаментальная основа системного проектирования конкурентоспособных технологических объектов / А. В. Щедрин, В. М. Скоромнов, В. В. Ульянов др. // Ремонт, восстановление, модернизация. 2009. № 4. С. 15—20.

в последнее время предприятия перестали рассчитывать потребности в мощностях и трудовых ресурсах из-за значительных затрат ручного расчета или отсутствия необходимой исходной информации и программного обеспечения при использовании вычислительной техники.

В связи с вышеперечисленными факторами предприятие вынуждено сокращать горизонт оперативного планирования (ГОП) до 6÷12 мес., а планирование потребностей в ресурсах с длительными циклами обеспечения, т. е. критических ресурсов (материалов, оборудования, специалистов редких профессий), выходящих за рамки ГОП, осуществлять вручную, основываясь на опыте руководителей и специалистов плановых служб, что снижает точность планирования и приводит к управлению по дефициту.

Поэтому необходима методология расчета критических ресурсов на 24÷30 мес., сохранив ГОП (6÷12 мес.) для формирования номенклатурных планов. Для этого предполагается процесс разбить на два уровня: верхний — планирование критических ресурсов с использованием информационной технологии, и нижний — ГОП. Такой подход укрупненного планирования основывается на планировании продаж и операций (sales and operations planning, далее S & OP).

Планирование продаж и операций

Принцип планирования S & OP широко используется в Европе и Америке. На рис. 1 приведена структура процесса планирования, где в иерархии планирования S & OP занимает промежуточное место, а именно между стратегическим планированием (3÷5 лет) и ОПП (12 мес.), объединяя тем самым бизнес-план, который выражается в денежных единицах, с производственными планами, которые выражаются в натуральных единицах (штуки, тонны и т. д.).

Рис. 1. Структура процесса планирования

S & OP обеспечивает формирование планов высокого уровня и согласование планов предприятия в области сбыта, финансов, разработки новых и развития существующих продуктов, производства, снабжения и др. Эффективное применение S & OP обеспечивает прозрачность бизнеса, четкое управление запасами готовой продукции, строгое выполнение обязательств перед потребителями, качественное обслуживание.

S & OP разрабатывается на основе стратегического плана, призвано конкретизировать стратегические показатели деятельности предприятия, включает в себя следующие обобщенные показатели: объем производства, реализацию продукции, имеющиеся объемы запасов, потребляемые ресурсы.

Данный подход не отменяет календарное планирование дат запуска в производство и закупки необходимого объема материалов, а дополняет его, являясь связующим звеном между стратегическим и MRP планированием.

Слишком большой ассортимент выпускаемой продукции и закупаемых материалов, а также отсутствие подтвержденного номенклатурного спроса в рамках горизонта планирования затрудняет и замедляет прогнозирование. В этих случаях рекомендуется осуществлять планирование по группам продуктов.

S & OP обеспечивает:

наличие ключевых связей между стратегическим планированием и бизнес-планированием и системой детального планирования и исполнительной системой предприятия;

утвержденное S & OP является регулятором календарных планов, по сути, это бюджет, который устанавливается руководством предприятия для разработки главного календарного плана и всех последующих.

Теория ограничения систем

В основу теории ограничения систем (ТОС) [2—4] положена парадигма выделения из всего спектра запланированных ресурсов наиболее критических (в каждый момент времени — только один) и принятия решений по их обеспечению.

ТОС предлагает концентрировать организационные ресурсы на устранение ограничений, конфликтов, которые мешают предприятию полностью реализовать свой потенциал. У каждого предприятия имеются ограничения (узкие места), которые могут сводить на нет все усилия по повышению эффективности производства.

Элия Голдратт — автор ТОС, утверждает, что в конкретный момент времени в системе присутствует только одно узкое место (УМ), которое и определяет скорость всего потока, поэтому в первую очередь необходимо снять ограничение именно на этом участке.

ТОС предполагает пятишаговый непрерывный процесс устранения ограничений.

Шаг 1. Найти ограничения. Сначала выявляют нежелательные факторы (симптомы проблем) в производственном процессе. Строят карту операционного потока, на которую наносят последовательность операций от поставки сырья до выпуска продукта, при этом оценивают производительность каждого этапа. Выявляют звено с самой низкой

производительностью. Как правило, наиболее эффективным способом поиска УМ является поход в цеха. Узкое место там, где наибольшее число проблем и наибольший объем незавершенной работы.

Шаг 2. Принять решение по использованию УМ.

Шаг 3. Подчинить работу остальных элементов системы ритму участка с УМ. Размер партий деталей и ритм их поступления в производство определяется ритмом УМ.

Шаг 4. Расширить ограничение. Увеличение пропускной способности УМ увеличивает производительность предприятия.

Шаг 5. Вернуться к шагу 1.

Если рассматриваемый участок перестал быть узким местом — запустить процесс снова и искать новое, поднимая тем самым систему на новый уровень производительности.

Основное планирование

Объемно-календарный план (master production schedule, далее MPS) — результат планирования, целью которого является поиск целесообразной программы деятельности предприятия на определенный период времени. Полученный план регулирует производство и закупку материалов.

Производственный план (мастер-план, бюджет производства), как правило, составляется в системе функционального управления для стратегического планирования деятельности предприятия и представляет собой модель продаж, составленную по различным прогнозам: прогноз на основе исторических данных; прогноз на основе заказов клиентов, прогноз по исследованиям спроса.

Мастер-план составляют по укрупненным классификаторам продукции на достаточно длительный срок (горизонт планирования), т. е. не менее одного года, желательно больше, с разбивкой по кварталам или месяцам (периоды планирования) в зависимости от динамики производства [5]. Данный подход реализуется в ERP системах (Enterprise Resource Planning — планирование ресурсов предприятия) функциональностью основного планирования — инструмента планирования критических мощностей и материалов в условиях неопределенной номенклатуры продаж. Его можно использовать для выявления материалов, которые в значительной степени влияют на прибыль предприятия или, будучи ведущими позициями, задействуют критический объем ресурсов, а также для отдельной проверки и планирования данных материалов с помощью специальных инструментов [6].

Цель основного планирования — сокращение складских затрат и повышение стабильности планирования.

Возможности основного планирования: прогнозирование; планирование в разрезе номенклатурных семейств; планирование критических материалов; планирование критических мощностей; выравнивание загрузок; горизонтальное представление плана; интерактивная обработка результата планирования; планирование резервного запаса.

Объемно-календарное планирование

Рассмотренные выше составляющие системы являются основой для построения системы объемно-календарного планирования (ОКП). Таким образом, новый подход заключается в объединении S & OP с TOC и ее реализации в функциональности основного планирования, заложенной в ERP системах, а также оптимизации параметров спроса и плана поставок для наилучшего достижения целей, отраженных в бизнес-плане.

На выходе получаем согласованные планы спроса, поставок и потребности в критических ресурсах, что обеспечивает результативное среднесрочное производственное и финансовое планирование и повышение качества оперативного управления производством.

Насколько обоснован такой подход по сравнению с полноценным номенклатурным планированием? Во-первых, укрупнение номенклатуры до групп продуктов позволяет повысить качество прогнозирования спроса в условиях неопределенности. Во-вторых, появляется возможность планировать на большие горизонты, обеспечивая при этом своевременный и обоснованный заказ материалов с длительным циклом поставки, а также принятие решений по расширению УМ. В-третьих, упрощается оперативное планирование путем сокращения горизонта планирования и включения в номенклатурный производственный план подтвержденных покупателями заказов.

Внедрение и эксплуатация ОКП

Внедрение ОКП затрудняется следующим [1]. Это совершенно новый процесс, поэтому цель — не улучшение, а освоение, что подразумевает значительные перемены. Такие перемены требуют участия и лидерства высшего руководства, а рабочее время специалистов высшего ранга дорого стоит. При этом, как правило, ожидается скорый и стабильный прогресс, а если этого не наблюдается, усилия ослабевают и все может сойти на нет.

Чтобы этого не случилось, необходимо иметь четкий план действий. Процесс внедрения ОКП имеет три основных этапа (рис. 2), начинается с установления ограничений номенклатуры и мощности предприятия, из которых выбирают пилотную группу и применяют для нее ОКП. В случае положительного результата, принимают решение о полноценном внедрении всех критических ресурсов и материалов предприятия. Затем осуществляется интеграция с финансовой системой.

После успешного внедрения процесс планирования будет со-

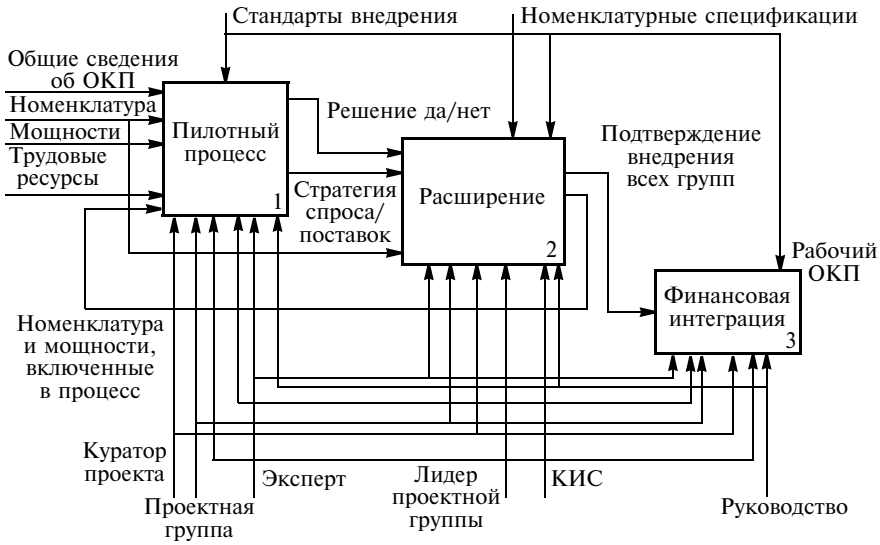


Рис. 2. Этапы внедрения ОКП

ответствовать схеме, представленной на рис. 3.

Ежемесячное планирование начинается с подготовки исходных данных: доступные мощности, остатки незавершенного производства (НЗП), материалы. Затем составляется спрос на весь горизонт планирования, который является основой плана поставок. Утвержденный план проходит предварительное обсуждение, во время которого он уточняется, далее план передается на утверждение высшему руководству.

После составления прогноза спроса на готовые изделия формируются варианты графиков сборки, на которые накладывают ограничения по срокам поставки критических компонентов. Полученные варианты сверяют с данными по доступным мощностям. В случае их нехватки план поставок пересматривается. Таким образом, формируется согласованный по ресурсам план отгрузок.

ОКП имеет цикличный характер и предоставляет информацию в виде бизнес-метрик и финансов. Результатом ОКП являются: план поставок; план мероприятий по расширению УМ; план пополнения критических трудовых ресурсов; план заказов критических материалов; план продаж.

Согласуя вышеуказанные планы с бюджетной системой и оперативным производственным планированием получают инвестиционный бюджет, бюджет доходов и расходов (БДР), бюджет движения денежных средств (БДДС) и план закупок, соответствующие реальным потребностям предприятия (рис. 4), что обеспечивает их своевременное финансирование и уменьшает риски управления предприятием по дефициту в будущем.

Таким образом, объединяя TOC, S & OP и функциональность основного планирования получают основу для формирования ОКП и повышения качества оперативного планирования. При данном подходе горизонт планирования, покрывающий в среднесрочной перспективе совокупный цикл производства и закупки критических материалов, может составлять от одного до двух лет.

ОКП обеспечивает создание оптимального бизнес-плана, по-

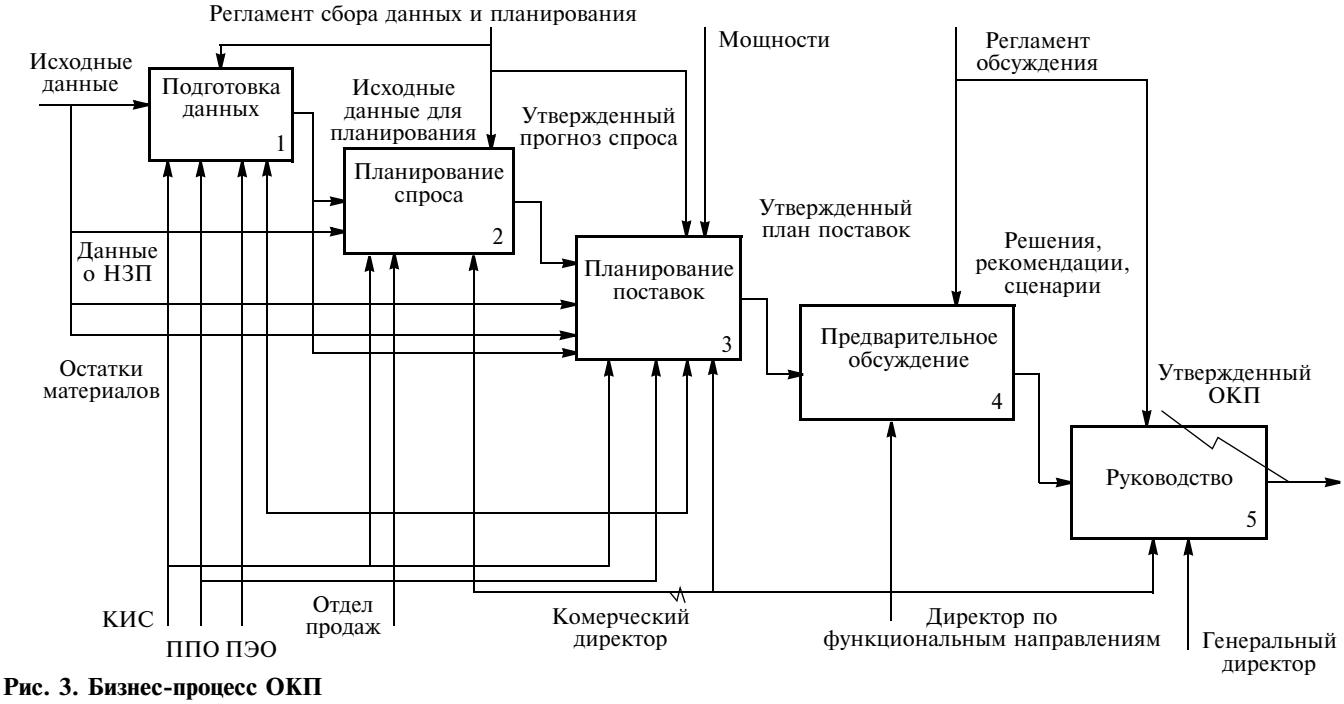


Рис. 3. Бизнес-процесс ОКП

УДК 621.833.15

Б. П. ТИМОФЕЕВ, д-р техн. наук (НИУ ИТМО, г. Санкт-Петербург), Д. В. НОВИКОВ (ОАО "НПО "Карат"), e-mail: dima_novikov.spb@mail.ru

Новые стандарты по точности зубчатых колес и передач — необходимое условие повышения конкурентоспособности отечественного редукторостроения

Рассматриваются аспекты построения новой системы стандартизации в области зубчатых передач в соответствии с ISO, направленные на повышение конкурентоспособности отечественной продукции.

Ключевые слова: зубчатые колеса, зубчатые передачи, точность, стандарты.

Aspects of construction of new standardization system in the area of gearing in accord with ISO are analyzed. They are aimed on competitive recovery of domestic product.

Keywords: gear wheels, gearing, accuracy, standards.

В отечественном редукторостроении последние 25—30 лет наблюдается регресс, в частности по разработкам и производству зубчатых колес и передач. Импортируемые в Россию сегодня редукторы на порядок превосходят отечественные по нагрузочной способности и имеют преимущества по КПД и надежности. Однако их сопоставление затруднено несоответствием показателей качества на продукцию, изготовляемую в России и за рубежом. Кроме того, российская нормативно-техническая документация по точности устарела, так как не корректировалась уже более 30 лет. Поэтому предлагается разработка системы стандартизации, не противоречащей ISO, которая будет способствовать повышению конкурентоспособности отечественных редукторов.

ГОСТ 1643—81 для всех степеней точности зубчатых колес и передач устанавливает следующие показатели точности: кинематическую точность, плавность работы, нормы контакта зубьев зубчатых колес в передачах. Кроме того, допускает комбинирование норм по этим показателям. А также устанавливает виды сопряжения зубчатых колес в передачах и допуски на боковой зазор. При этом допускается не придерживаться четкого соответствия между видом сопряжения зубчатых колес в передаче и допуском на боковой зазор.

(Окончание статьи. Начало см. на стр. 81)

скольку все планы сбалансированы с учетом планируемых производственных мощностей. С помощью ОКП легко определить необходимые объемы товарных запасов, основываясь на планах обслуживания клиентов, используя их для определения оптимального страховочного запаса.

ОКП можно реализовать с помощью системы функциональности основного планирования в ERP, что не требует дополнительного программного обеспечения.

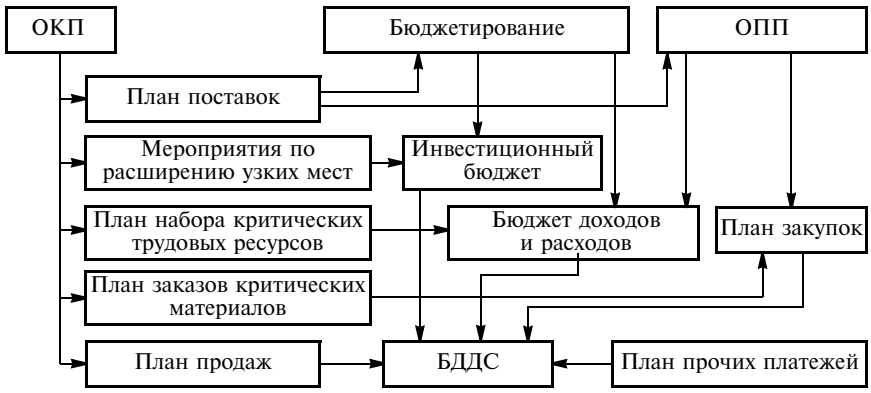


Рис. 4. Объединение всех видов планирования

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Уоллас Т., Сталь Р.** Планирование продаж и операций. СПб.: Питер, 2010. 272 с.
2. **Голдратт Э.** Цель. Процесс непрерывного совершенствования. М.: Попурри, 2009. 512 с.
3. **Голдратт Э.** Цель-2. Дело не в везении. М.: Манн, Иванов и Фербер, 2011. 280 с.
4. **Голдратт Э.** Цель-3. Необходимо, но недостаточно. Киев: Необхідно та достатньо. 2009. 245 с.
5. **Колесников С.** // MPS. http://www.osp.ru/cw/2000/13/4116.
6. **Планирование** ведущих позиций. http://help.sap.com/saphelp_afS64/helpdata/ru/f4/7d253c44af11d182b40000e829fb fe/frameset.htm.

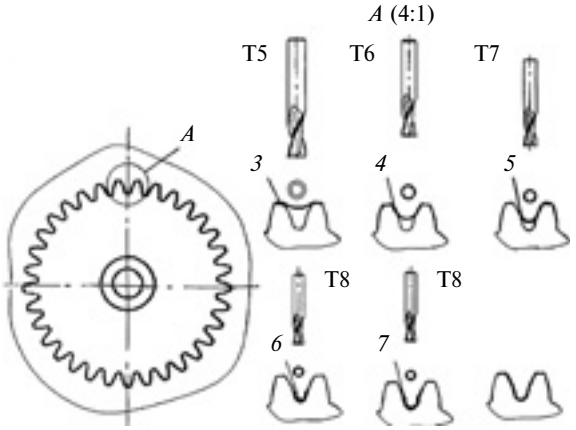
Установлены шесть классов отклонений межосевого расстояния, обозначаемых в порядке убывания точности римскими цифрами от I до VI. Казалось бы, конструктор должен проставлять все установленные ГОСТом [1] нормы на чертежах зубчатых колес или на чертеже зубчатой передачи. Однако почти всегда они проставляются только на чертеже зубчатого колеса. Для чертежа зубчатой передачи их можно было бы рассчитать, если бы ГОСТом устанавливались в соответствии со схемой передачи показатели точности и на ее другие элементы: корпус, плату, подшипники, валы и т. д.

В ГОСТе [1] отмечено, что допуск на кинематическую погрешность зубчатой передачи равен сумме допусков на кинематические погрешности ее зубчатых колес, но ничего не сказано о погрешностях незубчатых элементов зубчатой передачи. Кроме того, не учитываются передаточное отношение, эксцентриситет при сборке и т. д. Однако специалистам приборостроения известно, что только путем изменения класса точности подшипников в зубчатой передаче можно изменить на порядок ее кинематическую погрешность.

Что же касается комбинирования разных степеней кинематической точности и плавности работы, то достаточно редко (при значительных передаточных отношениях) можно изготовить и ведущее, и ведомое зубчатые колеса с одной и той же степенью точности по всем четырем показателям: кинематической точности, плавности работы, контакта зубьев передачи и бокового зазора. В этом случае есть трудность в обозначении зубчатых колес и передач.

ГОСТ 21092—82 признает общепринятую практику: нормы точности по ГОСТ 1643—81 для зубчатых передач переносятся на чертежи зубчатых колес без каких-либо изменений, т. е. параметры, предусмотренные ГОСТом для зубчатых колес на рабочих осях, проставляются на чертеже относительно базовых (технологических) осей. Такая позиция абсолютно оправдана, поскольку по ЕСКД нормы точности ставят относительно оси, имеющейся на чертеже. На чертеже же зубчатого колеса никакой рабочей оси нет и быть не может. Кроме того, в ГОСТе [2] предлагается верный, но недоработанный способ определения параметров зубчатой передачи с учетом погрешностей монтажа, т. е. очевидны два принципиально разных подхода к параметрам точности зубчатых передач на рабочих осях, где ГОСТ 21098—82 основывается на практике применения нормативной документации.

Таким образом, гарантировано только одно положение исходного контура относительно оси заготовки с весьма большим допуском. При этом изменение фактической точки, сочетающей параметры x_{1d} и x_{2d}, означает получение вполне определенных свойств зубчатой передачи, а их размещение в прямоугольнике с координатами вершин ($x_{1\min}$; $x_{2\min}$), ($x_{1\min}$; $x_{2\max}$), ($x_{1\min}$; $x_{2\max}$), ($x_{1\max}$; $x_{2\min}$), наоборот указывает на широкое варьирование свойств зубчатой передачи при изменении основных параметров x_1 и x_2. Можно ли утверждать, что кинематическая точность, плавность работы, нормы контакта и бокового зазора — независимые параметры? Конечно, нет! Так как они обусловлены единым процессом зубообработки при заданной технологической системе станка. Говорить о независимых признаках можно было бы только в том случае, если бы частично развязать их получение в процессе зубообработки.



Фрагмент операционной карты зубчатого колеса

Например, для обеспечения различного съема материала в ходе шлифования на станке Niles используют при предварительном зубофрезеровании "фрезы под шлифование", которые отличаются увеличенной высотой головки зуба. Для снижения шероховатости поверхности зуба применяют диагональную подачу инструмента [3, 4].

Рассмотрим изготовление зубчатой передачи с параметрами: $m = 1$, $z_1 = 33$, $z_2 = 60$; нарезание выполняется на фрезерном станке с ЧПУ DECKEL MAHO DMU 60T концевыми фрезами Sandvik. Фрагмент операционной карты зубчатого колеса $z_1 = 33$ представлен на рисунке.

При измерении параметров точности установлено, что радиальное биение отсутствует, а степень точности по нормам плавности — 8, что можно было предвидеть. Это связано с дискретностью перемещения оси инструмента, а также с отжатием концевых фрез, особенно малого диаметра.

Именно это обстоятельство позволяет утверждать, что предусматривать комбинирование норм в стандарте не следует. Но тогда в ГОСТе не обосновано наличие четырех норм. В ISO нет норм на кинематическую точность, плавность работы, контакт и боковой зазор. Вместо кинематической точности используется амплитуда циклических погрешностей частоты вращения зубчатого колеса, а вместо плавности работы — амплитуда циклической погрешности частоты входа зубьев в зацепление и т. д.

Высокочастотные составляющие погрешности по плавности работы передачи частично представлены погрешностью f_f профиля. Однако главным способом борьбы с высокочастотной составляющей является фланкирование, т. е. модификация

профиля, что отражено и в ГОСТе, и в ISO без противоречий.

Шесть классов отклонений межосевого расстояния (в порядке убывания точности от I до VI) используют чрезвычайно редко, так как это приводит к переопределению параметров обработки ввиду взаимосвязанности параметров точности, обусловленной технологией в совокупности с технологической системой станка.

Как правило, повышение точности по всем параметрам связано с расчетом режимов резания на этапе черновой обработки. Так, при использовании зубошевингования в качестве окончательной обработки трудно обеспечить плавность работы, поэтому применяют предварительную прорезку впадин зубьев без обкатки профилем, рассчитанную таким образом, чтобы при окончательном фрезеровании съемы материала по левым и правым профилям были приблизительно одинаковыми. Далее работает принцип технологического наследования признаков.

Применимы не только геометро-кинематические способы повышения точности, но и способы повышения жесткости отдельных узлов или станка в целом, снижения припусков и скоростей (т. е. усилия резания) [5—7].

Обеспечение различных параметров точности возможно разными технологическими приемами. Каждому технологическому процессу с конкретной технологической системой станка при определенном режиме работы соответствует набор параметров точности, причем совпадение их степеней — дело случая. Как правило, они не совпадают. Тогда возникает вопрос: надо ли указывать степень точности по каждому параметру или можно ограничиться одним в этом случае, имеющим самую грубую степень точности.

В основе ГОСТ 1643—81 лежит метод изготовления зубчатых колес обкаткой, что и имелось в виду при допущении возможности комбинирования норм точности. При современных методах изготовления зубчатых колес комбинирование норм точности приводит к превышению указанных в стандарте допусков. Поэтому предлагается разработать новую систему стандартов, исключив противоречия действующих сегодня ГОСТов. Конечно, только создание корректной нормативно-технической документации не поднимет уровень производства редукторов. Необходимы замены: станочного парка, средств и методов контроля, а также подготовка высококвалифицированных специалистов. Однако продуманные и технически грамотные нормативы способствуют повышению конкурентоспособности выпускаемой продукции.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **ГОСТ 1643—81.** Передачи зубчатые цилиндрические. Допуски. М.: Изд-во стандартов, 1989. 45 с.
2. **ГОСТ 21098—82.** Цепи кинематические. Методы расчета точности. М.: Изд-во стандартов, 1983. 30 с.
3. **Исследование** загрузки режущих кромок обкатных инструментов / А. Р. Лангофер, Д. Т. Бабичев, Г. Н. Райхман, Б. К. Шунаев // Пути повышения эффективности использования инструментальных материалов: Тез. докл. науч.-техн. конф. Минск: 1983. С. 81—84.
4. **Райхман Г. Н., Бабичев Д. Т.** Исследование формы поверхности зубьев, образованных двухпараметрическим движением линии // Машиноведение. 1980. № 4. С. 51—59.
5. **Тимофеев Б. П., Абрамчук М. В.** Анализ недостатков ГОСТ 1643—81 // Вестник конференции молодых ученых СПбГУ ИТМО. Т. 2. 2004. С. 39—42.
6. **Тимофеев Б. П., Абрамчук М. В.** Рекомендации ISO 1328 в части становления параметров точности зубчатых колес и передач // Сб. науч. тр.: II Межвузовская конф. молодых ученых СПбГУ ИТМО. Т. 2. 2005. С. 127—131.
7. **Тимофеев Б. П., Абрамчук М. В.** Рекомендации по организации контроля бокового зазора в зубчатых передачах // Науч.-техн. вестник СПбГУ ИТМО. Вып 28. 2006. С. 206—210.

УДК 621.882

В. И. ТАРХАНОВ, канд. техн. наук (Ульяновский ГТУ), e-mail: l.yakovleva@ulstu.ru

Свойства крепежных деталей для работы при низких температурах

Показано, что крепежные детали, работающие при низких температурах, следует изготовлять из коррозионно-стойких сталей А2 и А4. Обоснована необходимость активного контроля их водородного охрупчивания.

Ключевые слова: резьбовые крепежные детали, аустенитная сталь, низкая температура, прочность, водородное охрупчивание.

It was shown that binders working in low temperature conditions should be made from corrosion-resistant A2 and A4 steels. Necessity of active control of their hydrogen embrittlement was established.

Keywords: threaded fasteners, austenitic steel, low temperature, strength, hydrogen embrittlement.

При освоении районов с холодным климатом используются машины и механизмы, способные работать при низких температурах. Техническими требованиями к изделиям, работающим в районах с очень холодным климатом, предусматривается минимальная рабочая температура −60 °С. Стандарты [1, 2] распространяются только на резьбовые детали из углеродистых нелегированных или легированных сталей, способных сохранять свойства при температуре не ниже −50 °С. Поэтому в изделиях, предназначенных для районов с очень холодным климатом, целесообразно применять резьбовые детали из коррозионностойких аустенитных сталей А2 и А4 [3, 4] (табл. 1).

Стали марки А2 относятся к наиболее часто применяемым коррозионно-стойким сталям, например в аппаратах для химической промышленности, но их нельзя использовать в условиях контакта с хлорсодержащими соединениями, в частности с морской водой. Кислотоустойчивые стали марки А4, легированные молибденом, более устойчивы к коррозии, поэтому их применяют в кораблестроении. Нижний предел рабочей температуры с учетом степени деформации для деталей из стали А2 равен −200 °С для всех видов крепежных изделий; из стали А4 равен −60 °С для болтов и винтов и −200 °С для шпилек.

При изготовлении болты и винты подвергаются большей деформации, чем шпильки. В связи с наличием в стали А4 легирующего молибдена стабильность аустенита уменьшается, вследствие чего нижний предел отрицательных температур при длительной работе болтов и винтов повышается до −60 °С. В табл. 2 приведены механические свойства болтов, винтов, шпилек [3] и гаек [4] при условии, что длина свободной резьбы стержневой детали, находящейся под нагрузкой, не меньше диаметра d резьбы.

В маркировке болтов, винтов и гаек с резьбой с $d \geqslant 5$ мм и шпилек с $d \geqslant 6$ мм используют обозначение их класса прочности, например: А2-50 — болт из холоднодеформированной аустенитной коррозионно-стойкой стали с пределом прочности на разрыв не менее 500 МПа; А2-70 — гайка типа 1 из холоднодеформированной аустенитной коррозионно-стойкой стали с напряжением от пробной нагрузки не менее 700 МПа.

Проникновение водорода в крепежные детали приводит к потере пластичности, образованию ультрамикроскопических трещин или хрупкому разрушению при внутренних напряжениях, которые значительно ниже минимального предела текучести. Чаще всего это происходит в сталях, не подверженных заметному снижению предела текучести при стандартных испытаниях на растяжение, и обычно называется замедленным хрупким разрушением [5] или водородным охрупчиванием [6]. Отличительные особенности такого разрушения — внезапность и макрохрупкий излом. Атомарный водород может внедриться в крепежные детали во время механической и термической обработок, газового науглероживания, очистки, травления и фосфатирования.

Таблица 1

Химический состав аустенитных сталей, %

Сталь	C	Si	Mn	P	S	Cr	Mo	Ni	Cu
А2	0,1	1	2	0,05	0,03	15÷20	—	8÷19	4
А4	0,08	1	2	0,045	0,03	16÷18,5	2÷3	10÷15	1

Таблица 2

Механические свойства резьбовых деталей из аустенитных сталей

Сталь		Класс прочности резьбовых деталей	Напряжение от пробной нагрузки, МПа
болтов, винтов и шпилек	гаек		
А2	—	50	500
А4	А2	70	700
—	А4	80	800

Обнаружить водородное охрупчивание крепежных изделий при нормальной температуре позволяют экспериментальные методы, которые применяются для болтов, винтов, шпилек, фланцевых гаек, тарельчатых пружинных шайб и других стальных деталей, находящихся под действием растягивающей нагрузки.

При испытании, которое применяется для активного контроля, крепежные изделия нагружаются в диапазоне предела текучести или разрушающего вращающего момента. Для разных типов крепежных изделий применяют соответствующие испытательные устройства. Например, для нагружения болтов, винтов и шпилек используют приспособление, состоящее из двух параллельных стальных пластин с одним или несколькими отверстиями. При испытаниях длина свободной резьбы стержневой детали, находящейся под нагрузкой, должна быть не меньше ее диаметра, а за пределы гайки должно выходить не более пяти витков резьбы. Для испытаний коротких винтов одна из пластин должна иметь резьбовые отверстия, в которые их ввинчивают без использования гаек и затягивают до головки. Для болтов и винтов с неплоскими опорными поверхностями под головкой следует устанавливать соответствующую пластину или шайбу. Перед испытанием изделия смазывают жидким или пластичным смазочным материалом, не содержащим активную серу. Испытания необходимо проводить с осторожностью, так как хрупкие крепежные изделия могут внезапно разрушиться и нанести травму.

Точность результатов испытаний на предварительную нагрузку зависит от продолжительности времени после нее: вероятность обнаружения водородного охрупчивания значительно снижается, если испытание изделий проводить более чем через сутки после окончания технологического процесса.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **ГОСТ Р 52627—2006 (ИСО 898-1:1999).** Болты, винты и шпильки. Механические свойства и методы испытаний. М.: Изд-во стандартов, 2006. 48 с.
2. **ГОСТ Р 52628—2006 (ИСО 898-2:1992, ИСО 898-6:1994).** Гайки. Механические свойства и методы испытаний. М.: Изд-во стандартов, 2006. 36 с.
3. **ГОСТ Р ИСО 3506-1—2009.** Механические свойства крепежных изделий из коррозионно-стойкой нержавеющей стали. Ч. 1. Болты, винты и шпильки. М.: Стандартинформ, 2010. 42 с.
4. **ГОСТ Р ИСО 3506-2—2009.** Механические свойства крепежных изделий из коррозионно-стойкой нержавеющей стали. Ч. 2. Гайки. М.: Стандартинформ, 2010. 24 с.
5. **Бендышев О. Л., Петько В. В., Фридман Я. Б.** О причинах замедленного разрушения болтов из высокопрочных сталей // Вестник машиностроения. 1960. № 7. С. 21—23.
6. **ГОСТ Р ИСО 15330—2010.** Изделия крепежные. Испытание на предварительную нагрузку для обнаружения водородного охрупчивания. Метод с применением параллельных несущих поверхностей. М.: Стандартинформ, 2011. 29 с.