ВЕСТНИК машиностроения

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ И ПРОИЗВОДСТВЕННЫЙ ЖУРНАЛ

10

2014

ИЗДАЕТСЯ С НОЯБРЯ 1921 ГОДА

Журнал входит в перечень утвержденных ВАК РФ изданий для публикации трудов соискателей ученых степеней

Журнал переводится на английский язык, переиздается и распространяется во всем мире фирмой "Аллертон Пресс" (США)

ООО «Издательство Машиностроение»
107076, Москва, Стромынский пер., 4

Адрес редакции:
107076, Москва,
Стромынский пер., 4.
Телефон: 8-(495)-661-38-80.
E-mail: vestmash@mashin.ru
www.mashin.ru

Журнал зарегистрирован 19 апреля 2002 г. за № 77-12421 в Комитете Российской Федерации по печати
Учредитель: А.И. Савкин

Индексы: **70120** ("Роспечать"),
27841 ("Пресса России"),
60264 ("Почта России")
Цена свободная

Отпечатано в ООО "Канцлер",
150008, г. Ярославль, ул.Клубная, д.4, кв.49.

Главный редактор А.И. САВКИН

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Алешин Н.П., д-р техн. наук, акад. РАН, **Братухин А.Г.,** д-р техн. наук, **Воронцов А.Л.,** д-р техн. наук, **Гусейнов А.Г.,** д-р техн. наук, **Дмитриев А.М.,** д-р техн. наук, член-корр. РАН (председатель секции обработки материалов без снятия стружки), **Драгунов Ю.Г.,** д-р техн. наук, член-корр. РАН, **Древаль А.Е.,** д-р техн. наук (председатель секции технологии машиностроения), **Кутин А.А.,** д-р техн. наук, **Омельченко И.Н.,** д-р техн. и экон. наук (председатель секции организации и экономики производства), **Кузин В.В.,** д-р техн. наук, **Попов Д.Н.,** д-р техн. наук, **Попов А.В.,** д-р техн. наук, **Рыбин В.В.,** д-р техн. наук, член-корр. РАН, **Салтыков М.А.,** д-р техн. наук, **Трегубов Г.П.,** д-р техн. наук, **Скугаревская Н.В.** (ответственный секретарь)

СОДЕРЖАНИЕ

КОНСТРУИРОВАНИЕ, РАСЧЕТ, ИСПЫТАНИЯ И НАДЕЖНОСТЬ МАШИН

Иванов А. С., Ермолаев М. М., Куралина Н. Н., Седова Л. А. — Конструирование муфт свободного хода редукторов . . . 3

Абрамов И. В., Абрамов А. И., Синицын А. Н., Синицына В. В. — Влияние механической сборки на напряженно-деформированное состояние деталей соединений с натягом . . . 8

Бровман М. Я. — Устойчивость системы балок при продольном изгибе . . . 11

Рубин А. М. — Расчетная модель контактной задачи для узкой пластины и системы крепежных соединений . . . 14

Паршин С. В., Паршин В. С. — Расчет показателя напряженного состояния металла при многооперационных процессах пластической деформации . . . 16

Каргин П. А. — Перспективы применения эвольвентных передач с несимметричными профилями зубьев . . . 18

Кузнецов А. П., Утенков В. М., Ширшов А. Г. — Оценка тепловых процессов в металлорежущих станках методами аналогии математических моделей физических процессов . . . 23

Фершалов А. Ю., Фершалов М. Ю. — Методика определения газодинамических и конструктивных характеристик проточной части большешаговых рабочих колес малорасходных турбин . . . 29

Гордеев Б. А., Охулков С. Н., Бугайский В. В., Осмехин А. Н. — Влияние остаточной магнитной индукции на амплитудно-частотные характеристики магнитореологических трансформаторов . . . 32

Галдин Н. С., Ерёмина С. В., Курбацкая О. В. — Программно-имитационный комплекс для моделирования основных механизмов мостового крана на ранних этапах проектирования . . . 39

Бардушкин В. В., Яковлев В. Б., Сычёв А. П., Сычёв А. А., Кириллов Д. А., Сорокин А. И. — Прогнозирование предельных значений прочностных показателей нетекстурированных матричных композитов с применением оператора концентрации напряжений . . . 42

Ольховик Е. О., Десницкий В. В. — Исследование влияния размерной точности отливки боковой рамы тележки грузового железнодорожного вагона на ее прочность . . . 47

Крюков С. А. — Шлифовальный инструмент из абразивного материала на основе составляющих разной зернистости . . . 49

Цикл статей
"Проблемы трибологии — трения, изнашивания и смазки"

Клебанов Я. М., Александрова М. Ю. — Влияние контактной приспособляемости на фреттинг неподвижных соединений деталей . . . 52

Фомин М. В. — Выбор посадок для опор скольжения с гидродинамическим смазыванием . . . 55

ТЕХНОЛОГИЯ МАШИНОСТРОЕНИЯ

Бахтиаров Ш. А., Волков В. В., Абубекерова Ю. Н., Тудоска А. Г. — Повышение эффективности контактно-эрозионной правки алмазных кругов на металлической связке . . . 60

Калашников А. С., Моргунов Ю. А., Калашников П. А. — Снижение трудоемкости сборки конических и гипоидных зубчатых передач . . . 63

Агеева Е. В., Хорьякова Н. М., Агеев Е. В. — Морфология и элементный состав медных электроэрозионных порошков, пригодных к спеканию . . . 66

Липатов А. А. — Адгезионные сколы твердосплавного инструмента при точении аустенитной стали . . . 68

Сошко В. А. — Термомеханический эффект в зоне резания металла с поверхностно-активной жидкостью . . . 75

Карпачев А. Ю., Николаев С. М. — Динамические характеристики отрезных фрез . . . 80

Серия статей
"Проблемы теории и практики резания материалов"

Ходжибергенов Д. Т., Есиркепов А., Шеров К. Т. — Построение рациональной схемы фрезерования металлов . . . 83

ОРГАНИЗАЦИЯ И ЭКОНОМИКА ПРОИЗВОДСТВА

Болнокин В. Е., Ивашов Е. Н., Князева М. П., Федотов К. Д. — Иерархическая структура технического моделирования с учетом экономических факторов . . . 85

CONTENTS

DESIGN, CALCULATION, TESTS AND RELIABILITY OF MACHINES

Ivanov A. S., Ermolaev M. M., Kuralina N. N., Sedova L. A. — Design of free-wheeling clutches of reducers

Abramov I. V., Abramov A. I., Sinitsyn A. N., Sinitsyna V. V. — Influence of mechanical assembly on stressed-de formed state of pressure coupling parts

Brovman M. Ya. — Stability of beam system at longitudinal bending

Rubin A. M. — Design model of contact problem for narrow plate and system of fastener joints

Parshin S. V., Parshin V. S. — Analysis of stressed state factor of a metal at multi-operation plastic deformation processes

Kargin P. A. — Perspectives of application of involute gears with non-symmetrical teeth profiles

Kuznetsov A. P., Utenkov V. M., Shirshov A. G. — Estimation of thermal processes in metalworking machine tools by methods of analogy of mathematical models and physical processes

Fershalov A. Yu., Fershalov M. Yu. — Methodic of determination of gas-dynamic and structural characteristics of air-gas channel of large-step rotor wheels of low emission turbines

Gordeev B. A., Okhulkov S. N., Bugai'skyi V. V., Osmekhin A. N. — Influence of residual magnetic induction on amplitude-frequency characteristics of magnetorheologic transformers

Galdin N. S., Eremina S. V., Kurbatskaya O. V. — Simulation software for modeling of principal mechanisms of bridge cranes at first stages of design

Bardushkin V. V., Yakovlev V. B., Sychev A. P., Sychev A. A., Kirillov D. A., Sorokin A. I. — Forecasting of limit values of strength characteristics of non-structured matrix composites using stress concentration operator

Ol'khovik E. O., Desnitskiy V. V. — Research of influence of dimensional accuracy of casting of bogie soiebar of rail freight car on its strength

Kryukov S. A. — Grinding tool from abrasive material on the base of components of different graininess

A series of articles
"Problems of tribology — friction, wearing away and lubrication"

Klebanov Ya. M., Aleksandrova M. Yu. — Influence of contact adaptability on fretting of parts fixed joints

Fomin M. V. — Selection of fits for slider bearings with hydrodynamic lubrication

MANUFACTURING ENGINEERING

Bakhtiarov Sh. A., Volkov V. V., Abubekerova Yu. N., Tudoska A. G. — Increase of effectiveness of contact-erosion dressing of diamond grinding wheels on metallic bond

Kalashnikov A. C., Morgunov Yu. A., Kalashnikov P. A. — Decrease of labor content in u assembly of bevel and hypoid gears

Ageeva E. V., Khor'yakova N. M., Ageev E. V. — Morphology and elemental composition of copper powders, made by electroerosion processing, which are suitable for sintering

Lipatov A. A. — Adhesive chips of carbide tool at turning processing of austenitic steels

Soshko V. A. — Thermomechanical effect in cutting zone of metal with surface-active liquid

Karpachev A. Yu., Nikolaev S. M. — Dynamic characteristics of cutoff cutters

A series of articles
"Problems of theory and practice of materials cutting"

Khodzhibergenov D. T., Esirkepov A., Sherov K. T. — Construction of rational scheme of metal milling

ORGANIZATION AND ECONOMICS OF PRODUCTION

Bolnokin V. E., Ivashov E. N., Knyazeva M. P., Fedotov K. D. — Hierarchical structure of engineering simulation taking into account economical factors

Технический редактор *Т. А. Шацкая*
Корректор *Т. В. Пчелкина*

Сдано в набор 05.08.2014. Подписано в печать 14.09.2014.
Формат 60 × 88 1/8. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 10,78.

Перепечатка материалов из журнала "Вестник машиностроения" возможна при обязательном письменном согласовании с редакцией журнала; ссылка на журнал при перепечатке обязательна.
За содержание рекламных материалов ответственность несет рекламодатель.

© ООО "Издательство Машиностроение", "Вестник машиностроения", 2014

КОНСТРУИРОВАНИЕ, РАСЧЕТ, ИСПЫТАНИЯ И НАДЕЖНОСТЬ МАШИН

УДК 621.81.001.24

А. С. ИВАНОВ, д-р техн. наук, М. М. ЕРМОЛАЕВ, Н. Н. КУРАЛИНА, Л. А. СЕДОВА (МГТУ им. Н. Э. Баумана), e-mail: a-s-ivanov@yandex.ru

Конструирование муфт свободного хода редукторов*

Выполнен анализ конструктивных исполнений муфт свободного хода, применяемых в качестве блокираторов обратного хода редукторов, и представлены их расчеты.

Ключевые слова: муфта свободного хода, блокиратор, цилиндрический и эксцентриковый ролики.

The analysis of structural design of free-wheeling clutches, used as wheel clamps of reverse of reducers, is performed, their calculations are also presented.

Keywords: free-wheeling clutch; wheel clamp; cylindrical and eccentric rollers.

При необходимости защиты привода от вращения в нежелательном направлении используют муфту свободного хода (блокиратор обратного хода), которая передает вращающий момент только в одном направлении и только до тех пор, пока частоты вращения ведущего и ведомого звеньев одинаковы. Как только частота вращения ведомого звена превысит частоту вращения ведущего звена, муфта автоматически разобщает сцепленные части.

Муфтами свободного хода оборудуют наклонные конвейеры и ковшовые элеваторы во избежание обратного хода груза при обесточенном приводе. Кроме того, применение муфты свободного хода дает возможность заменить самотормозящую червячную передачу с низким КПД несамотормозящими редукторами, имеющими высокий КПД.

Чем больше частота вращения вала, тем меньше вращающий момент на валу. Поэтому для уменьшения габаритных размеров муфту свободного хода желательно устанавливать на быстроходный вал редуктора или вблизи него. Редукторы со встроенными блокираторами обратного хода выпускают фирмы Flender, SEW-Eurodrive, Renold, Nord, Siemens и др.

Фирма Renold (Великобритания) в одинаковых корпусах *1* (рис. 1) выпускает цилиндро-коническо-цилиндрический (рис. 2, *а*) и цилиндро-червячный (рис. 2, *б*) мотор-редукторы. На валу червяка цилиндро-червячного мотор-редуктора допускается установка (рис. 2, *в*) роликовой муфты свободного хода *1*, у которой наружная обойма выполнена в виде крышки-стакана *2*; вращающий момент с вала на внутреннюю обойму передается шпонкой, а с наружной обоймы на корпус — силой трения, создаваемой силой затяжки винтов крепления обоймы к корпусу редуктора.

Рис. 1. Мотор-редуктор фирмы Renold

Роликовая муфта почти полностью исключает мертвые ходы и обеспечивает бесшумную работу мотор-редуктора. Ее недостаток — снижение точности срабатывания со временем в результате изнашивания роликов при проскальзывании. Конструктивное исполнение наружной обоймы муфты в виде крышки-стакана *2* компактно, но нетехнологично, так как деталь полностью изготовляется из высококачественной стали с последующей поверхностной термообработкой и шлифованием внутренней рабочей поверхности обоймы. Поэтому разработаны наружные обоймы и других исполнений: с пазом под торцевую шпонку (рис. 3, *а*); с продольными отверстиями под винты (рис. 3, *б*), при этом допуск на диаметр наружной цилиндрической поверхности обоймы соответствует допуску на диаметр наружного кольца подшипника; с передачей вращающего момента с обоймы на корпус по-

* Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства образования и науки по проекту 1403.

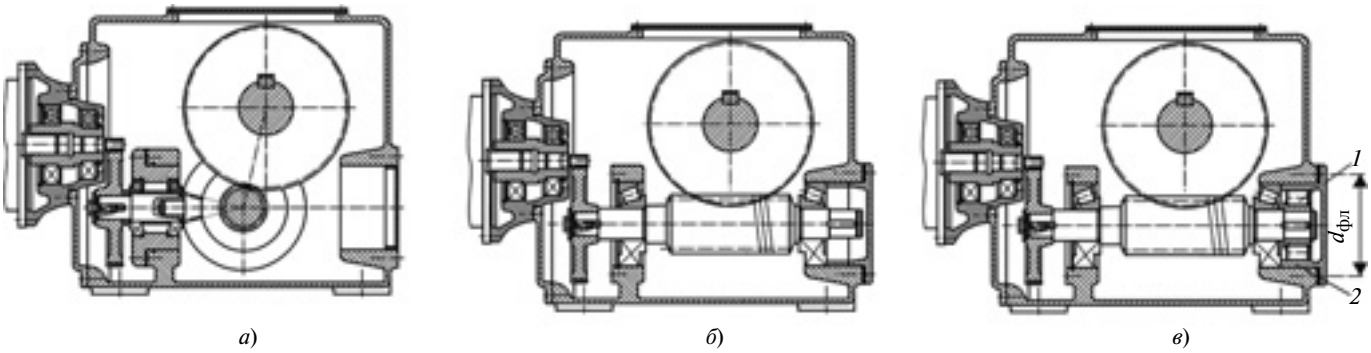


Рис. 2. Цилиндро-коническо-цилиндрический (*а*), цилиндро-червячный (*б*) и цилиндро-червячный с блокиратором (*в*) редукторы

садкой с натягом (рис. 3, *в*). В последнем случае на посадочный диаметр обойм фирмой Stieber предусмотрен допуск *r*6.

Варианты конструктивных исполнений блокираторов и установки их в редукторы приведены в каталогах [1, 2] фирм Stieber и Ringspann.

В вариантах передачи вращающего момента от наружной обоймы к корпусу силами трения (см. рис 2, *в* и рис. 3, *б*) необходимую силу затяжки винта вычисляют по формуле

$$F_{зат} = 2 \cdot 10^3 \frac{K[T]}{d_{фл} z_в f}, \text{ Н}, \qquad (1)$$

где $K = 1{,}5$ — коэффициент запаса по несдвигаемости; $[T] = 1{,}25T_{max}$ — предельный вращающий момент ($T_{max} \approx 2{,}4T$ — максимальный момент на валу при пуске, T — номинальный момент на валу, Н · м); $d_{фл}$ — средний диаметр фланца крышки останова, мм; $z_в$ — число винтов; f — коэффициент трения в стыке крышка—корпус.

Необходимый внутренний диаметр d_3 резьбы винта вычисляют с учетом заданного класса его прочности по формуле

$$d_3 \geqslant \sqrt{1{,}3\frac{4F_{зат}}{\pi[\sigma]}}, \text{ мм}, \qquad (2)$$

где $[\sigma] = \sigma_т/3$ — допустимое напряжение в винте ($\sigma_т$ — предел текучести материала, МПа).

Момент завинчивания винта

$$T_{зав} = 10^{-3} F_{зат} \times$$
$$\times \left[\text{tg}(\varphi'' + \psi)\frac{d_2}{2} + f_т \frac{d_т}{2}\right], \text{ Н} \cdot \text{м}. \qquad (3)$$

Здесь $\varphi'' = \text{arctg}(f_р/\cos\gamma)$ — приведенный угол трения ($f_р = 0{,}15$ — коэффициент трения в резьбе, $\gamma = 30°$ — угол наклона рабочей грани профиля резьбы); $\psi = \text{arctg}[P/(\pi d_2)]$ — угол наклона винтовой линии по среднему диаметру d_2 резьбы, где P — шаг резьбы, мм; $d_2 = d_в - 0{,}5P$ ($d_в$ — номинальный диаметр резьбы винта, мм); $f_т = 0{,}15$ — коэффициент трения на торце гайки; $d_т = 1{,}2d$ — средний диаметр торца гайки.

Роликовые муфты свободного хода передают вращающий момент с внутренней обоймы на наружную путем создания сил трения в контакте обойм с роликами. Эти силы пропорциональны нормальным силам в контакте. Под действием нормальных сил в обоймах и роликах возникают контактные напряжения σ_H, которые вычисляются по формуле Герца—Беляева [3], полученной для первоначального контакта по линии и справедливой при коэффициенте Пуассона $\mu = 0{,}3$:

$$\sigma_H = 0{,}418\sqrt{\frac{FE}{Rl_р}}, \text{ МПа}, \qquad (4)$$

где F — нормальная сила в контакте, Н; E — приведенный модуль упругости, МПа; R — приведенный радиус кривизны в контакте, мм; $l_р$ — длина ролика, мм.

Чтобы исключить возникновение лунок на поверхностях контакта и обеспечить требуемую контактную выносливость, рабочие поверхности обойм долж-

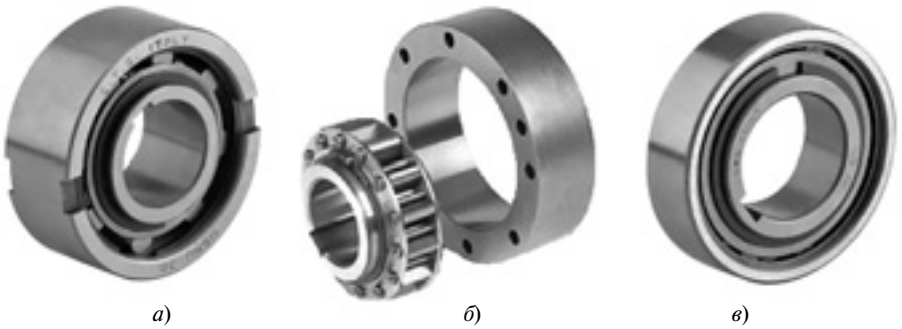


Рис. 3. Наружные обоймы блокиратора обратного хода:
а — с пазом под торцевую шпонку; *б* — с продольными отверстиями под винты; *в* — с передачей крутящего момента посадкой с натягом

ны иметь повышенную твердость. Поэтому обоймы целесообразно изготовлять из стали, подвергнутой цементации (59÷62 *HRC*) на глубину 0,8÷1,8 мм с обеспечением твердости сердцевины 35÷45 *HRC*. Для этого пригодна сталь 20Х. Реже для изготовления обойм используют стали 40Х (48 *HRC*), 12Х3 (59 *HRC*), У10 (60÷64 *HRC*), ШХ15 (59÷63 *HRC*), 12ХН3А (59÷62 *HRC*), 20ХГНР (60÷63 *HRC*) [4]. Для сталей с поверхностной твердостью ⩾60 *HRC* допустимое контактное напряжение $[\sigma]_H$ = 1500 МПа [3].

Роликовые муфты свободного хода выпускают с цилиндрическими и эксцентриковыми роликами.

Муфта с цилиндрическими роликами (рис. 4, *а*) состоит из звездочки (внутренней обоймы), роликов, обоймы (наружной), толкателей и пружин. Внутренний диаметр *D* обоймы — основной геометрический параметр муфты. Число роликов — от 3 до 8 (иногда больше). Диаметр и длина роликов, как правило, составляют: $d_р \approx D/8$; $l_р = (1{,}5 \div 2{,}0)d_р$. При значительной длине ролика иногда устанавливают по два толкателя на каждый ролик. Существуют муфты, не имеющие толкателей. В этом случае во избежание перекосов роликов устанавливают сепаратор.

Звездочка и обойма образуют сужающиеся в одном направлении полости, в которых располагаются ролики. Сужение характеризуется углом α. Чтобы не происходило выдавливания ролика в широкую часть полости, угол α/2 должен быть меньше угла трения; как правило, α ≈ 7° [3]. Каждый ролик отжимается толкателем в суживающуюся часть полости. Если ведущей является звездочка, то передача момента, т. е. блокировка вращения вала, происходит по часовой стрелке. Муфта передает вращающий момент [*T*], создавая на плече

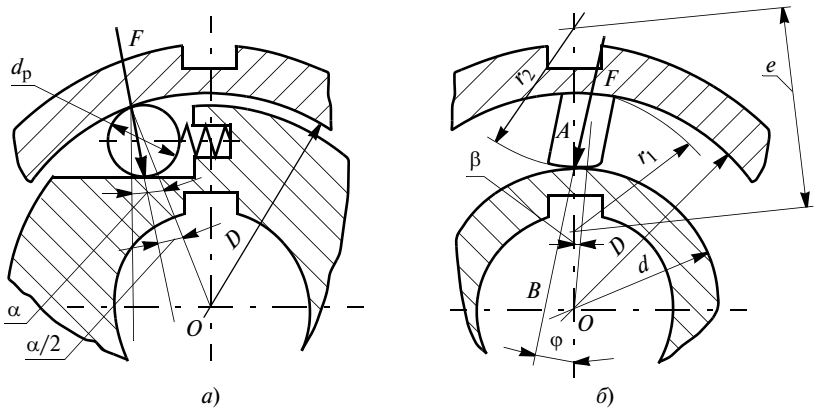


Рис. 4. Расчетные схемы муфт свободного хода с цилиндрическими (*а*) и эксцентриковыми (*б*) роликами

$$a = \frac{D}{2}\sin\frac{\alpha}{2}, \qquad (5)$$

(см. рис. 4, *а*) моменты от нормальных сил *F*, возникающих в контакте роликов с обоймой. Из условия равновесия этих моментов следует:

$$F = [T]/(za), \qquad (6)$$

где *z* — число роликов.

Приведенный радиус кривизны в контакте ролика со звездочкой составляет $R = 0{,}5d_р$. Подставив в формулу (6) значения силы и плеча из формул (4) и (5) при допускаемом контактном напряжении $[\sigma]_H$ = 1500 МПа для стальных деталей ($E = 2{,}1 \cdot 10^5$ МПа) и α = 7°, получим выражение для предельного момента [*T*], передаваемого муфтой:

$$[T] \leqslant Fza = \\ = 8{,}4 \cdot 10^{-4} d_р l_р z D, \text{ Н} \cdot \text{м}, \qquad (7)$$

где размерность величин *l*, $d_р$, *D* — миллиметры.

Муфта с эксцентриковыми роликами (рис. 4, *б*) состоит из цилиндрических обойм наружной с внутренним диаметром *D* и внутренней с наружным диаметром *d*. Между обоймами установлены эксцентриковые ролики с радиусами рабочих поверхностей r_1 и r_2. Особенности данных муфт — большое число эксцентриковых роликов и большие радиусы кривизны рабочих поверхностей по сравнению с муфтами с цилиндрическими роликами, что позволяет увеличить передаваемый момент. Из условия равнопрочности рабочих поверхностей внутренней и внешней обойм целесообразно обеспечивать одинаковые приведенные радиусы кривизны по двум линиям контакта ролика, назначая

$$r_1 \geqslant \frac{r_2 D}{Dd + 2r_2 d + 2r_2 D}. \qquad (8)$$

Ролики позволяют свободно вращаться внутренней обойме против часовой стрелки и заклинивают ее при вращении по часовой стрелке. Работоспособность муфты обеспечивается при угле φ ≈ 4° наклона линии, соединяющей точки контакта ролика с наружной и внутренней обоймами, к радиальному направлению.

Муфта передает вращающий момент *T*, создавая на плече *OB* моменты от нормальных сил *F*, возникающих в контакте (точка *A*) внутренней обоймы с каждым роликом. При этом

$$OB = \alpha = \frac{d}{2}\sin\varphi. \qquad (9)$$

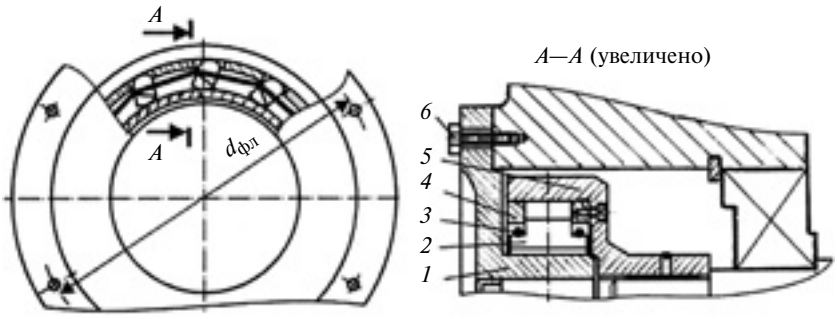


Рис. 5. Исполнение блокиратора свободного хода для установки на быстроходном валу

Геометрические параметры эксцентрикового ролика определяют: центральный угол между точками контакта ролика с внутренней и наружной обоймами

$$\beta = \varphi - \arcsin\left(\frac{d}{D}\sin\varphi\right); \qquad (10)$$

эксцентриситет ролика

$$e = \sqrt{\left(\frac{D}{2} - r_1\right)^2 + \left(\frac{d}{2} + r_2\right)^2 - 2\left(\frac{D}{2} - r_1\right)\left(\frac{d}{2} + r_2\right)\cos\beta}, \text{ мм.} \qquad (11)$$

Так как приведенный радиус кривизны в точке A

$$R = \frac{r_2 d}{d + 2r_2}, \qquad (12)$$

то момент $[T]$, который может передать муфта при $E = 2{,}15 \times 10^5$ МПа, коэффициенте Пуассона $\mu = 0{,}3$ и $[\sigma]_H = 1500$ МПа, составит:

$$[T] \leqslant Fza = \frac{3{,}1 \cdot 10^{-2} r_2 d_2 l_р z \sin\varphi}{d + 2r_2}, \text{ Н} \cdot \text{м}, \qquad (13)$$

где размерность величин $l_р$, d, D — миллиметры [формула получена аналогично формуле (7)].

При относительно большом числе роликов в блокираторе исключают индивидуальные прижимные устройства (см. рис. 4, *а*), заменяя их групповым устройством в виде сепаратора.

На рис. 5 показан блокиратор, в котором для исключения изнашивания рабочих поверхностей роликов при свободном ходе сепаратор *4* закреплен на наружной обойме *5*; в прямоугольные пазы сепаратора вставлены эксцентриковые ролики *2*, прижимаемые силой $F_{пр}$ к внутренней обойме двумя спиральными браслетными пружинами *3*, установленными в пазах торцов ролика. Для прочного соединения один конец браслетной пружины при навивке выполнен коническим и при сборке его ввинчивают в отверстие другого конца. Внутреннюю обойму *1* удерживают от вращения силы трения, создаваемые затяжкой шести винтов *6*, равномерно расположенных по окружности диаметром $d_{фл}$. При свободном ходе наружной обоймы с частотой вращения $n_{об} > n_{от} = (0{,}7 \div 0{,}8)n$ (где n — номинальная частота вращения вала) ролики, увлекаемые во вращение сепаратором, отходят от контакта с внутренней обоймой под действием центробежной силы $F_ц$ и контактируют только с рабочей поверхностью наружной обоймы. При частоте вращения $n_{об} \leq n_{от}$ ролики контактируют с внутренней и наружной обоймами, а при стремлении вращаться в другую сторону встают между ними враспор.

Задав частоту вращения $n_{от}$, обеспечивающую отрыв ролика от внутренней обоймы, определим необходимую силу воздействия двух пружин на ролик:

$$F_{пр} \approx 0{,}3 F_ц \frac{(D - d)\sin\varphi}{b}, \qquad (14)$$

где $F_ц = 0{,}001 w r_{цм} \omega^2$ — центробежная сила (рис. 6), действующая на эксцентриковый ролик, Н; $m \approx 0{,}4 \cdot 10^{-9} \rho_с (D - d) b l_р = 3{,}15 \times 10^{-6} (D - d) b l_р$ — масса стального ролика кг; $\rho_с = 7874$ кг/м^3 — плотность материала; $r_{цм} \approx 0{,}5d + 0{,}15(D - d)$ — радиус расположения центра масс ролика, мм; $\omega = \pi d n_{от}/30$ — угловая скорость наружной обоймы, рад/с, при которой следует обеспечить отрыв ролика от внутренней обоймы; b — ширина ролика, мм.

Допустимая окружная сила на браслетную пружину по условию прочности составляет

$$[F_t] = \frac{0{,}4 d_3^3 [\tau]}{d_2(1 + 1{,}45 d_3/d_2)}, \qquad (15)$$

где d_2 — средний диаметр витка пружины; d_3 — диаметр проволоки; $[\tau] = 650 \div 800$ МПа — допустимое касательное напряжение для углеродистой проволоки, закаленной в масле.

Изменение окружной длины браслетной пружины составит

$$\Delta = F_t/k, \text{ мм}, \qquad (16)$$

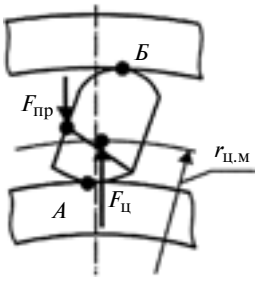


Рис. 6. Расчетная схема для определения необходимой силы нажатия браслетной пружины

где F_t — окружная сила, нагружающая браслетную пружину; k — жесткость пружины, Н/мм:

$$k = \frac{Gd_3^5}{8\pi d_1 d_2^3}; \qquad (17)$$

d_1 — средний диаметр браслетной пружины, мм; $G = 0{,}5E_п/(1 + \mu_п)$ — модуль упругости при сдвиге, МПа ($E_п$ — модуль упругости материала пружины, $\mu_п$ — коэффициент Пуассона).

Предположив, что браслетная пружина принимает форму правильного многоугольника, установим связи между силами F_t, $F_{пр}$ и центробежной силой $F_{ц.пр}$, действующей на прямой сегмент пружины (сторону многоугольника):

$$2F_{ц.пр}\cos\frac{\pi}{z} + F_{пр} = 2F_t\sin\frac{\pi}{z}. \qquad (18)$$

Здесь

$$F_{ц.пр} = \frac{m_{пр}}{z}\left(\frac{\pi n}{30}\right)^2\frac{d_1}{2}; \qquad (19)$$

$m_{пр} = 10^{-9}\rho_п\pi^2 d_1 d_2 d_3$ — масса пружины, кг; $\rho_п$ — плотность материала проволоки, кг/м^3.

Подставив формулы (15), (16) и (19) в формулу (18), получим необходимое изменение окружной длины браслетной пружины при завинчивании одного ее конца в другой на этапе сборки муфты:

$$\Delta = \frac{1}{2k\sin\pi/z} \times \left[F_{пр} + d_1\frac{m_{пр}}{z}\left(\frac{\pi n}{30}\right)^2\cos\frac{\pi}{z}\right]. \qquad (20)$$

Пример. Рассчитаем роликовую муфту свободного хода с эксцентриковыми роликами (см. рис. 5), устанавливаемую на валу червяка цилиндро-червячного мотор-редуктора (см. рис. 2, *в*). Известны: мощность двигателя $P_д = 0{,}55$ кВт; номинальная частота вращения его вала $n = 1375$ мин$^{-1}$; передаточное число быстроходной ступени мотор-редуктора $u_б = 9{,}2$; материал деталей муфты и браслетной пружины — сталь ($E = 2{,}1 \cdot 10^5$ МПа, $\mu = 0{,}3$, $\rho_с = 7874$ кг/м^3); внутренний диаметр подшипников червяка — 50 мм, наружный — 110 мм; средний диаметр фланца крышки останова $d_{фл} = 140$ мм; класс прочности винтов 10.9; число винтов $z_в = 4$; момент на валу червяка $T_ч = 9550P_д u_б/n = 35{,}15$ Н · м; $[T] = 1{,}25 \cdot 2{,}4\ T_ч = 105$ Н · м.

1. Из конструктивных соображений принимаем: $D = 92$ мм, $d = 75$ мм, $l_р = 16$ мм, $b = 15$ мм, $z_в = 8$, $r_2 = 20$ мм, $\varphi = 4°$. Задаем размеры браслетной пружины: $d_1 = 85$ мм, $d_2 = 3$ мм, $d_3 = 0{,}9$ мм.

2. По формулам (1)—(3) вычисляем силу затяжки винтов, их диаметр и момент завинчивания: $F_{зат} = 2800$ Н; $d_3 = 3{,}2$ мм. Принимаем $d_в = 6$ мм, шаг резьбы $P = 1$ мм, $T_{зав} = 3{,}33$ Н · м.

3. Из условия равнопрочности внутренней и наружной обойм по формуле (8) вычисляем радиус $r_1 = 10{,}162$ мм, принимаем $r_1 = 12$ мм.

4. По формулам (9)—(12) вычисляем: $a = 2{,}616$ мм, $\beta = 0{,}013$ рад, $e = 23{,}507$ мм, $R = 13{,}043$ мм.

5. Методом последовательных приближений по формуле (13) определяем необходимое число роликов. Задаемся числом z и вычисляем $[T]$. При $z = 3$ имеем $[T] = 100$ Н · м, при $z = 5$ имеем $[T] = 167$ Н · м. Так как по условиям примера $[T] = 105$ Н · м, то достаточно 5 роликов.

6. По формуле (17) определяем $k = 0{,}827$ Н/мм.

7. Принимаем $n_{от} = 0{,}8n = 120$ мин$^{-1}$.

8. Вычислив $F_ц = 0{,}483$ Н, по формуле (14) определяем необходимую силу нажатия пружин на ролик: $F_{пр} = 0{,}011$ Н.

9. По формулам (19) и (20) вычисляем $F_{ц.пр} = 39{,}6$ Н и $\Delta = 27{,}7$ мм.

10. Приняв $n_{от} = 0{,}7n$, повторяем расчет по пунктам 8 и 9, из которого получаем $\Delta = 21{,}2$ мм.

11. Из условия прочности браслетной пружины по формулам (15) и (16) определяем допустимую окружную силу $[F_t] = 54{,}2$ Н и допустимое изменение окружной длины пружины $\Delta = 65{,}5$ мм.

Таким образом, в данном случае при сборке муфты один конец браслетной пружины следует завинчивать в другой на глубину 21,2÷27,7 мм. Это обеспечивает безызносную работу роликов при частоте вращения вала $\geqslant(0{,}7\div0{,}8)n$. При этом браслетные пружины не потеряют прочности, так как расчетное $\Delta < 65{,}5$ мм.

Анализ результатов расчета показал, что муфту свободного хода можно устанавливать на быстроходном или промежуточном валах редукторов для обеспечения компактности привода.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Каталог** муфт свободного хода фирмы Stieber // www.stieber.de.

2. **Каталог** муфт свободного хода фирмы Ringspann // www.ringspann.com.

3. **Решетов Д. Н.** Детали машин: Учебник для вузов. М.: Машиностроение, 1989. 496 с.

4. **Мальцев В. Ф.** Механические импульсные передачи. М.: Машиностроение, 1978. 367 с.

УДК 621.88.084

И. В. АБРАМОВ, д-р техн. наук, А. И. АБРАМОВ, канд. техн. наук, А. Н. СИНИЦЫН, В. В. СИНИЦЫНА
(Ижевский ГТУ им. М. Т. Калашникова), e-mail: abramov@istu.ru

Влияние механической сборки на напряженно-деформированное состояние деталей соединений с натягом

Приведены результаты моделирования напряженно-деформированного состояния деталей соединения с натягом методом конечных элементов с учетом и без учета сил запрессовки при механической сборке.

Ключевые слова: соединение с натягом, напряженно-деформированное состояние, механическая сборка, метод конечных элементов.

The results of finite element method modeling of stressed-deformed state of pressure coupling parts with and without press-in forces at mechanical assembly are presented.

Keywords: pressure coupling; stressed-deformed state; mechanical assembly; finite element method.

Для расчетов соединений с натягом в настоящее время используют общепринятую методику Ляме—Гадолина, согласно которой напряженно-деформированное состояние (НДС) деталей в посадке рассчитывают, исходя из заданного натяга (рис. 1, *а*). На рис. 1, *б* показаны эпюры распределения окружных (σ_t) и радиальных (σ_r) напряжений в поперечном сечении деталей соединения согласно решению Ляме: наибольшие радиальные напряжения — на поверхности сопряжения деталей, а наибольшие окружные напряжения — на внутренней поверхности охватываемой детали.

Однако нагрузки, не связанные с натягом и возникающие при сборке данных соединений, до настоящего времени не учитывались, модели НДС деталей при разных способах сборки не описаны, влияние механической сборки на НДС деталей соединения не исследовалось.

При механической сборке на верхний торец охватываемой детали диаметром d действует суммарная сила запрессовки (рис. 2):

$$F_з = \pi d l p_к f_{тр},$$

где $p_к$ — контактное давление в соединении; $f_{тр}$ — коэффициент трения при осевом сдвиге; l — длина посадки (см. рис. 1, *а*).

Для исследования влияния механической сборки соединений с натягом на НДС деталей необходимо решить две независимые задачи: выполнить моделирование статического соединения с натягом в собранном состоянии, т. е. без учета способа сборки, и моделирование процесса механической запрессовки вала во втулку. Для этого используем метод конечных элементов (МКЭ), который позволяет определять НДС деталей сложной конструкции при разных граничных условиях. Объект численного моделирования — соединение с натягом $N = 6$ мкм полого вала и втулки при длине посадки $l = 10$ мм (см. рис. 1). Номинальный диаметр посадки $d = 10$ мм, внутренний диметр вала $d_1 = 4$ мм, наружный диаметр втулки $D = 30$ мм. Материал де-

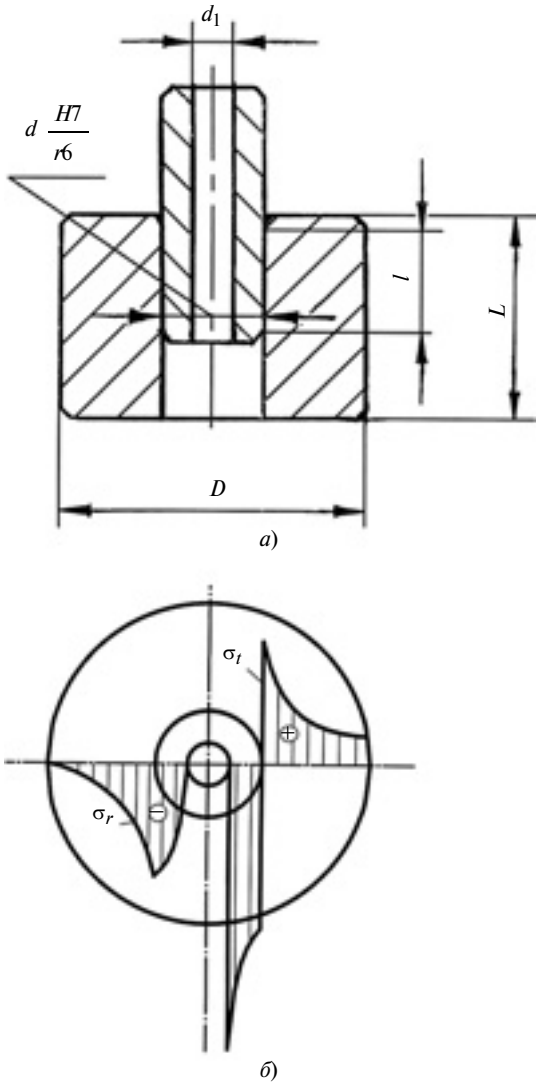


Рис. 1. Соединение с натягом (*а*) и эпюры распределения окружных σ_t и радиальных σ_r напряжений при расчетах НДС деталей соединения без учета способа сборки (*б*)

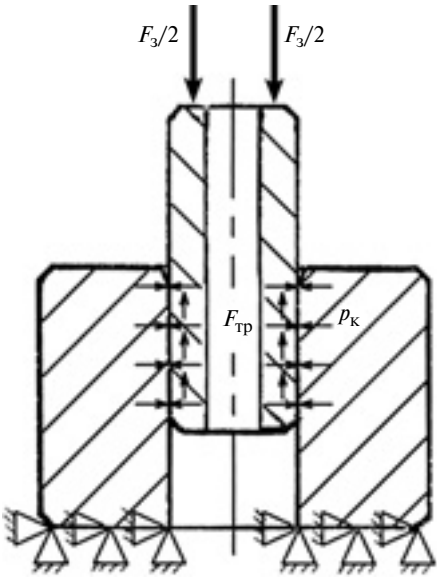


Рис. 2. Расчетная схема механической сборки соединений с натягом

талей — сталь 40 (предел текучести $\sigma_т$ = 1480 МПа, предел прочности $\sigma_в$ = 1750 МПа, модуль упругости $E = 2 \cdot 10^{11}$ МПа, коэффициент Пуассона μ = 0,3, плотность ρ = 7850 кг/м^3, коэффициент трения в контакте f = 0,18).

При моделировании соединения с натягом (рис. 3, *а*) используем конечно-элементную сетку (КЭС) из 453 осесимметричных элементов, при моделировании процесса запрессовки вала во втулку (рис. 3, *б*) — из 443 осесимметричных элементов. В предполагаемых зонах концентраций напряжений и их градиентов (контактные зоны и торцевые участки деталей) частота КЭС увеличена.

Граничные условия представлены условиями симметрии по оси *Y* и закреплениями нижнего торца втулки, ограничивающими перемещения всех узлов по осям *X* и *Y*. При моделировании процесса запрессовки задано перемещение верхнего торца вала по оси *Y* на величину посадки, т. е. на 10 мм.

На рис. 4 представлен график запрессовки, т. е. изменение интенсивности σ_i напряжений в характерной точке *A*, расположенной на охватываемой детали у торца соединения (см. рис. 3, *б*). Расчетная скорость перемещения вала составила v = 4 мм/с, сила запрессовки — $F_з$ = 3014,4 Н. Пик графика на рис. 4 объясняется деформацией в результате контакта сопрягаемых поверхностей (от первоначального контакта на фаске до образования элементарной цилиндрической поверхности), обусловленной накоплением кинетической энергии и скачкообразным преодолением энергетического барьера.

Эпюры окружных σ_t и радиальных σ_r напряжений в разных сечениях деталей соединения, полученные с учетом механической сборки, представлены на рис. 5, *а*—*в*; НДС рассматривается в момент завершения запрессовки.

Характер распределения радиальных и окружных напряжений в средней части сопряжения (см. рис. 5, *б*) идентичен характеру распределения напряжений, полученному при расчетах без учета способа сборки по методике Ляме—Гадолина. Напряженные состояния у торцов соединения, рассчитанные МКЭ с учетом способа сборки, отличаются от напряженных состояний, рассчитанных по методике Ляме—Гадолина. У нижнего торца соединения (см. рис. 5, *в*) радиальные напряжения на поверхности сопряжения превосходят окружные и являются наиболее опасными. У верхнего торца со-

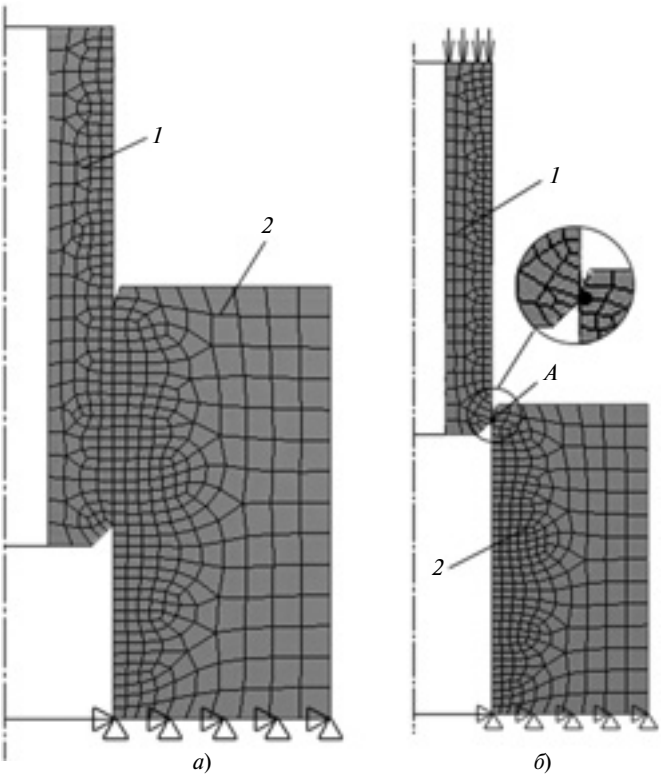


Рис. 3. КЭС соединения с натягом в статическом состоянии (*а*) и при запрессовке вала во втулку (*б*):
1 — вал; *2* — втулка; *A* — характерная точка на втулке

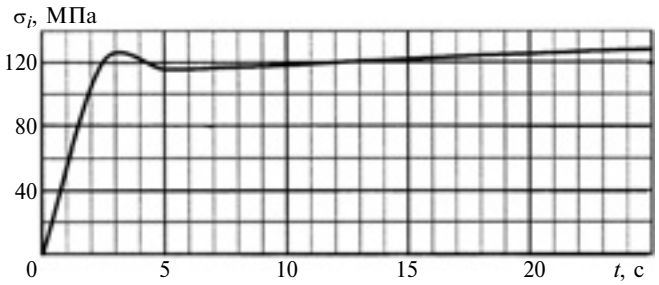


Рис. 4. Изменение интенсивности σ_i напряжений при запрессовке в характерной точке *A* охватываемой детали

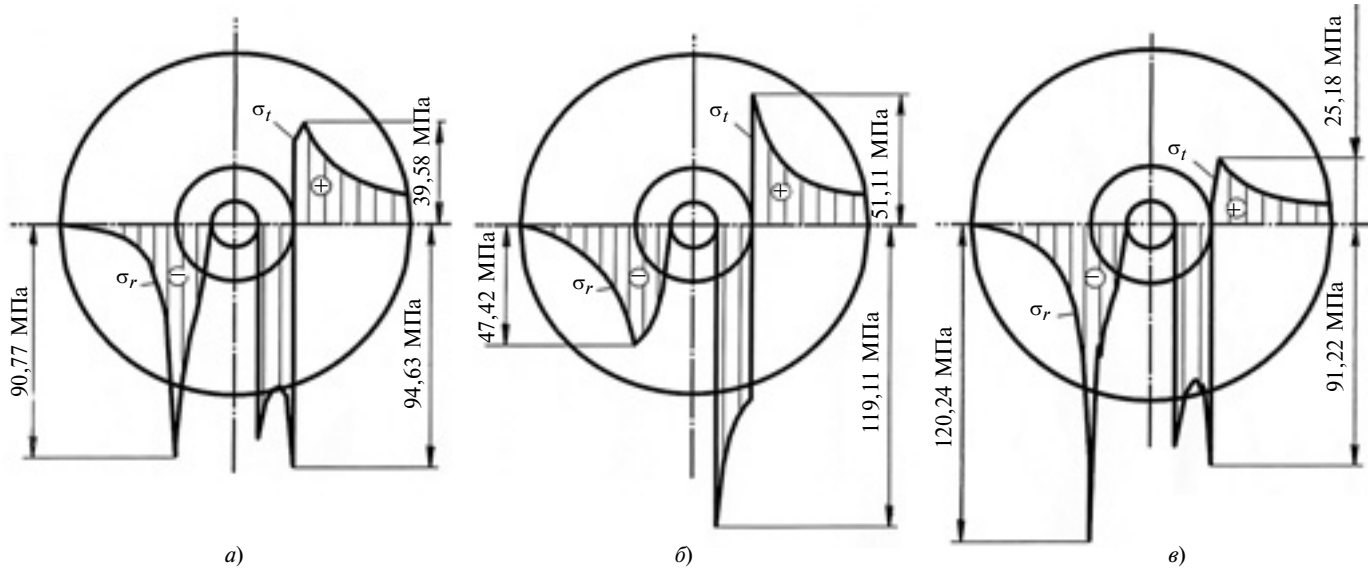


Рис. 5. Эпюры распределения σ_t и σ_r при расчете НДС с учетом механической сборки в поперечном сечении на расстоянии 0,5 (*а*), 5 (*б*) и 10 мм (*в*) от верхнего торца соединения

единения (см. рис. 5, *а*) радиальные напряжения по величине сопоставимы с окружными. Значительные радиальные напряжения у торца соединения объясняются наличием фаски.

На рис. 6, *а*, *б* (см. обложку) приведены диаграммы интенсивностей напряжений в деталях исследуемого соединения. По длине зоны контакта интенсивности напряжений охватывающей детали изменяются в диапазоне 83,24÷124,72 МПа при их определении без учета способа сборки, а при решении задачи с учетом сил запрессовки в диапазоне 86,37÷128,42 МПа. Охватываемая деталь в зоне контакта имеет менее напряженное состояние: интенсивность напряжений изменяется по длине зоны в диапазоне 29,52÷73,79 МПа без учета способа сборки и в диапазоне 2,27÷100,38 МПа с учетом сил запрессовки. Наибольшие напряжения наблюдаются на внутренней поверхности охватываемой детали.

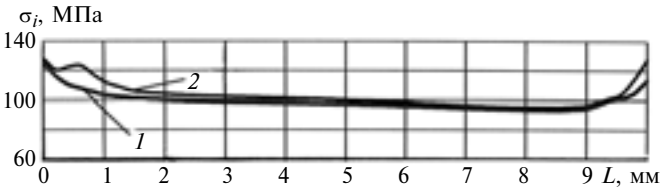


Рис. 7. Изменение интенсивности напряжений на втулке в области контакта по длине *L* соединения без учета способа сборки (*1*) и с учетом механической сборки (*2*)

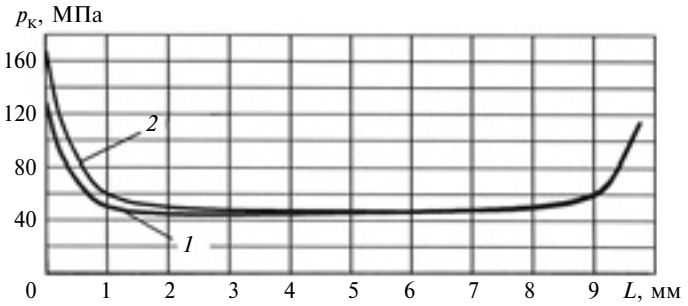


Рис. 9. Изменение контактных давлений $p_к$ по длине *L* соединения без учета способа сборки (*1*) и с учетом механической сборки (*2*)

Изменение интенсивности напряжений на охватываемой детали в области контакта по длине *L* соединения представлено на рис. 7. При учете процесса сборки на полученной зависимости $\sigma_i = f(L)$ наблюдается некоторое повышение значений на расстоянии 0,625 мм от верхнего торца соединения. Это объясняется деформациями в первый момент контакта сопрягаемых поверхностей. Максимальная разница интенсивностей напряжений при расчетах НДС с учетом механической сборки и без ее учета составляет 14,5 %.

Перемещение деталей в процессе механической сборки сопровождается возникновением осевых напряжений, достигающих 116,6 МПа (рис. 8, *б*, см. обложку), которые не рассматриваются в задаче Ляме—Гадолина. Наибольшая концентрация осевых напряжений наблюдается на охватываемой детали в области верхнего торца соединения. Диаграммы осевых напряжений в зоне контакта при расчете без учета способа сборки (рис. 8, *а*, см. обложку) в целом симметричны с незначительными акцентами у торцов охватываемой детали.

При расчете НДС с учетом механической сборки также имеют большие значения контактные давления $p_к$ (рис. 9). Наибольшая разница при их

УДК 621.771

М. Я. БРОВМАН, д-р техн. наук (ОАО "Оснастка", г. Тверь), e-mail: brovman@mail.ru

Устойчивость системы балок при продольном изгибе

Рассмотрена деформация конструкции, включающей в себя систему опорных балок. Показаны пути оптимизации числа балок для снижения металлоемкости и стоимости конструкции.

Ключевые слова: конструкция, балка, продольный изгиб, оптимизация.

The deformation of the structure, which includes a system of support beams, is considered. The ways of optimization of number of beams for decrease of metal consumption and cost of structure are shown.

Keywords: structure; beam; longitudinal bending; optimization.

Многие элементы машиностроительных конструкций работают в условиях нагружения при продольном изгибе. Расчеты балок на устойчивость рассмотрены в работах [1—4]. Как правило, конструктору приходится выбирать параметры не одной балки, а системы балок, которая обеспечивала бы надежность при известных нагрузках.

Допустим, необходимо расположить на балках (колоннах) длиной l некоторую платформу массой m. Можно создать несколько вариантов конструкции, изменяя, например, число балок, т. е. опереть платформу на три (рис. 1, *а*), четыре (рис. 1, *б*) или пять опорных балок, расположив пятую балку по центру платформы (на рис. 1, *б* показана штрихпунктирными линиями). Выбрать лучший вариант — задача конструктора.

Допустим, что используются n опорных балок, каждая из которых нагружена продольной силой

$$P = P_0/n = mg/n, \qquad (1)$$

где P_0 — суммарное вертикальное усилие, определяемое массой m; g — ускорение свободного падения.

Предельное усилие, соответствующее критической силе, при которой возможна потеря устойчивости конструкции, составляет [1, 2]

$$P = \mu \frac{EJ}{l^2}, \qquad (2)$$

где μ — коэффициент, зависящий от вида опор балки; E — модуль упругости ее материала; J — наименьший момент инерции сечения балки.

Например, для консольной балки $\mu = 0{,}25\pi^2 = 2{,}467$ [1—3].

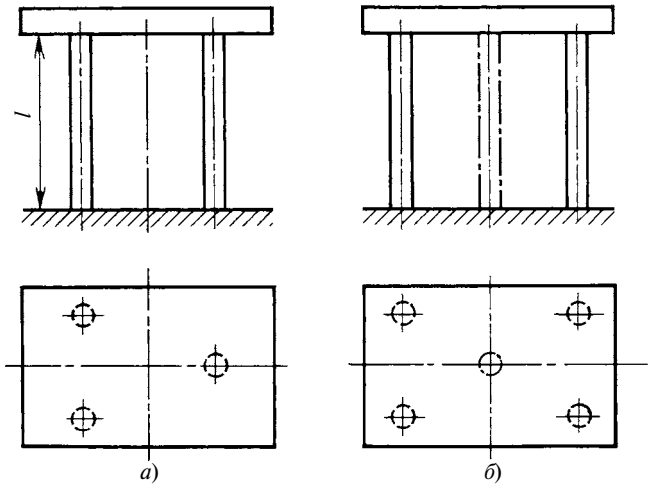


Рис. 1. Схемы конструкций с тремя (*а*) и четырьмя или пятью (*б*) опорными балками

(Окончание статьи. Начало см. на стр. 8)

определении без учета и с учетом способа сборки составила 31,6 % в области торца соединения с выступающей частью вала.

Таким образом, определение НДС деталей, собранных механическим способом, показало, что в процессе сборки детали испытывают дополнительное нагружение в результате запрессовки, что приводит к увеличению значений напряжений по сравнению с результатами расчета без учета способа сборки.

Учет влияния механической запрессовки на НДС деталей соединения с натягом обеспечит более точное назначение геометрических параметров сопрягаемых деталей и рациональный выбор их материалов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Напряженно-деформированное** состояние деталей соединения с натягом под действием изгибающего момента / И. В. Абрамов, А. И. Абрамов, А. Н. Синицын, В. В Синицына // Вестник машиностроения. 2010. № 8. С. 18—21.

2. **Теоретическое** обоснование новых способов сборки и разборки соединений с натягом / И. В. Абрамов, А. И. Абрамов, А. Н. Синицын, В. В. Синицына // Сборка в машиностроении и приборостроении. 2011. № 3. С. 11—15.

3. **Experimental** plant for interference fit disassembling / I. V. Abramov, A. I. Abramov, A. N. Sinitsyn at all. // Mechatronika—2011/ 14th International Symposium 2011. P. 90—92.

4. **Иванов А. С., Ермолаев М. М.** Работа соединения с натягом при передаче соединением изгибающего момента // Вестник машиностроения. 2009. № 5. С. 44—48.

Рассмотрим выбор числа n балок в конструкции с опорными балками круглого сечения диаметром D, момент инерции $J = \frac{\pi d^4}{64} = \frac{S^2}{4\pi}$, где S — площадь поперечного сечения балки. Приравняв правые части формул (1) и (2) и подставив значения J для балки круглого сечения, получим:

$$\frac{P_0}{n} = \frac{\mu E S^2}{4\pi l^2}, \qquad (3)$$

откуда $S = 2l\sqrt{\frac{\pi P_0}{\mu n E}} = 3{,}54l\sqrt{\frac{P_0}{\mu n E}}$.

Общая масса опорных балок

$$M = \rho l n S = 3{,}54 l^2 \sqrt{\frac{P_0 n}{\mu E}}, \qquad (4)$$

где ρ — плотность материала опорных балок.

Согласно формуле (4) с увеличением числа n балок, необходимых для обеспечения устойчивости конструкции при заданной нагрузке, их общая масса возрастает пропорционально $\sqrt{n}$, т. е. для снижения расхода металла надо уменьшать число опор.

Рассмотрим решение другой задачи. Задана масса M опорной конструкции, необходимо обеспечить удержание максимальной нагрузки $P_0 = mg$.

Выразим площадь S через массу M: $S = M/\rho n$. Подставив это выражение в формулу (3), получим:

$$P_0 = \frac{\mu E M^2}{4\pi \rho^2 l^4 n}. \qquad (5)$$

Согласно формуле (5), чем меньше число n, тем больше допустимая нагрузка P_0. Значения P_0, полученные по формулам (1) и (5), принимают меньшими для обеспечения определенного запаса по устойчивости конструкции.

Согласно формуле (4) замена четырех балок тремя дает возможность уменьшить массу в $\sqrt{4/3} = 1{,}155$ раза, что помимо экономии 15 % металла снижает затраты на монтажные, строительные работы и транспортные расходы. Если же задать массу M данного металла (с известными параметрами ρ и E), то согласно выражению (5) уменьшение числа опор с четырех до трех увеличит предельное усилие P_0 в 1,33 раза. Принимать число опорных балок $n < 3$ во многих случаях недопустимо из-за возможной потери устойчивости конструкции, но три опоры, как правило, устойчивость обеспечивают.

Следует учесть, что при уменьшении числа опорных балок уменьшается и возможность перегрузки одной из них из-за неравномерного распределения между ними усилия P_0. Для материалов с нелинейными зависимостями напряжений от деформаций следует вместо параметра E использовать другой параметр, но все выводы, приведенные выше, сохраняются.

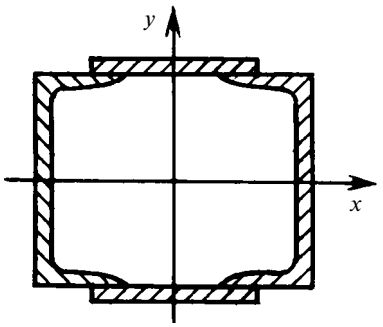


Рис. 2. Сечение опорной балки из двух швеллеров, соединенных планками

Структура формулы (2) сохраняется и во многих других случаях, например при нагружении так называемой следящей силой, когда $\mu = 20{,}05$ (см. [4] с. 136), или если в расчетных формулах используют момент инерции.

Эти выводы относятся и к балкам с квадратным поперечным сечением для которых $J = S^2/12$.

При деформации неупругих балок используют или приведенный модуль упругости, или касательный модуль [4], но так как структура формул сохраняется, то выводы справедливы и для этих задач.

Полученные результаты относятся не только к балкам с круглыми и квадратными поперечными сечениями. Рассмотрим балку из двух швеллеров, соединенных для устойчивости планками (рис. 2), причем сечение балки обеспечивает $J_x < J_y$ (оси координат x и y показаны на рис. 2).

Примем, что балка состоит из двух стальных горячекатаных швеллеров № 16 (ГОСТ 8240—79), момент инерции которых относительно оси x составляет $J_x = 1{,}494 \cdot 10^{-5}$ м^4 ([5], с. 145). Три балки с поперечным сечением, показанным на рис. 2, выдерживают нагрузку

$$P_{0_1} = 3\mu \frac{E}{l^2} 1{,}494 \cdot 10^{-5} = 4{,}482\eta \frac{E}{l^2} \cdot 10^{-5}.$$

В данном случае влиянием боковых планок, параллельных оси x, пренебрегаем ввиду их малой толщины; кроме того, они использованы для соединения двух швеллеров и могут располагаться не по всей длине балки.

Рассмотрим конструкцию с четырьмя опорными балками, каждая их которых имеет поперечное сечение, соответствующее рис. 2, но состоит из двух швеллеров № 14а [5] и имеет относительно оси x момент инерции $J_x = 1{,}09 \cdot 10^{-5}$ м^4.

Предельное усилие, выдерживаемое четырьмя балками, составляет:

$$P_{0_2} = 4\mu 1{,}09 \cdot 10^{-5}\frac{E}{l^2} = 4{,}36 \cdot 10^{-5}\mu\frac{E}{l^2}$$

и менее чем на 3 % отличается от P_{0_1}.

Следовательно, конструкция из четырех балок из швеллеров № 14а выдерживает почти такое же усилие, что и конструкция из трех балок из швеллеров № 16. Но суммарная масса четырех первых балок составляет 53,2l кг, а масса трех вторых балок — 42,6l кг, т. е. в 1,25 раза меньше, следовательно, уменьшение числа опорных балок в этом случае уменьшает металлоемкость конструкции на ≈25 %.

Таким образом, требуемую надежность конструкции можно обеспечить разным числом опорных балок, при этом их металлоемкость и стоимость существенно зависят от выбранной конструкции.

Приведем пример из опыта проектирования ОАО "Оснастка" опор корпуса печи для термической обработки сварных конструкций, которые предполагалось выполнить из четырех балок сваркой четырех листов из стали Ст.3 толщиной 20 мм с квадратным поперечным сечением 200 × 200 мм, момент инерции которого относительно оси симметрии составляет $7{,}845 \cdot 10^{-5}$ м^4. Согласно формуле (2) при $\mu = 2{,}467$, $E = 2 \cdot 10^{11}$ Н/м^2 и $l = 4$ м предельная нагрузка составит $P = 2{,}4 \cdot 10^6$ Н, а для системы из четырех балок — $P_0 = 9{,}6 \cdot 10^6$ Н. Для обеспечения запаса по устойчивости конструкций предельные нагрузки принимают равными $0{,}7P$ и $0{,}7P_0$.

Было предложено вместо четырех использовать три опорные балки (см. рис. 1, *б*) из тех же листов толщиной 20 мм, но с поперечным сечением 220 × 220 мм, момент инерции которого $J = 1{,}074 \cdot 10^{-4}$ м^4. Согласно формуле (2) $P = 3{,}64 \cdot 10^6$ Н, т. е. три балки выдержат нагрузку $10{,}9 \cdot 10^6$ Н, что превышает допустимую нагрузку $P_0 = 9{,}6 \cdot 10^6$ Н при четырех балках с сечением 200 × 200 мм.

Масса 1 м балки сечением 200 × 200 мм при толщине листов 20 мм равна 112,3 кг, а балки сечением 220 × 220 мм из тех же листов — 124,8 кг, т. е. масса четырех балок сечением 200 × 200 мм длиной 4 м составит 1797 кг, а трех балок сечением 220 × 220 мм — 1498 кг, что в 1,2 раза меньше.

Возможно и другое конструктивное решение, например три сварных квадратных балки из листов толщиной 20 мм с поперечным сечением 250 × 250 мм площадью $1{,}92 \cdot 10^{-2}$ м^2. Суммарная площадь поперечных сечений трех балок $5{,}76 \cdot 10^{-2}$ м^2 — такая же, как и у четырех балок с поперечным сечением 200 × 200 мм. Но момент инерции балки сечением 250 × 250 мм составит $1{,}67 \cdot 10^{-5}$ м^4 и три таких балки рассчитаны на нагрузку в $15{,}45 \cdot 10^6$ Н, что в 1,6 раза больше допустимой на четыре балки сечением 200 × 200 мм.

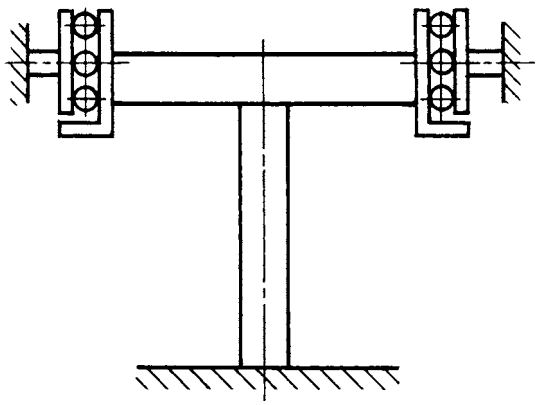


Рис. 3. Опорная балка с упорами от боковых смещений

В этом случае для изготовления балок требуется одинаковое для обеих вариантов количество листового металла, но при конструкции из трех опорных балок допустимая нагрузка в 1,5÷1,6 раза больше, что существенно повышает ее надежность.

Таким образом, в ряде случаев можно увеличить предельные нагрузки и надежность конструкции без увеличения массы расходуемого металла путем рационального его использования.

Если бы можно было использовать две опорные балки вместо трех, то масса уменьшилась бы еще в 1,22 раза, а при одной опоре — 1,73 раза, но это невозможно. Поэтому в каждом конкретном случае надо исследовать возможности уменьшения числа вертикальных опорных балок использованием боковых упоров (рис. 3). Создавать для этого дополнительные опорные конструкции нерационально, но если рядом имеются колонны (площадки), которые можно использовать в качестве опорных элементов (для предотвращения боковых смещений), то этот вариант следует проанализировать.

В некоторых случаях может быть рациональным уменьшение числа балок, воспринимающих вертикальную нагрузку, и использование для обеспечения устойчивости конструкции дополнительных опор, удерживающих платформу от горизонтальных смещений, нагрузки на которые гораздо меньше, чем на вертикальные опоры балки.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Вольмир А. С.** Устойчивость деформируемых систем. М.: Наука, 1967. 984 с.
2. **Тимошенко С. П.** Устойчивость упругих систем. М.: Гостехтеориздат, 1958. 567 с.
3. **Алфутов Н. А.** Основы расчета на устойчивость упругих систем. М.: Машиностроение, 1991. 334 с.
4. **Пановко Я. Г., Губанова И. И.** Устойчивость и колебания упругих систем. М.: Наука, 1979. 384 с.
5. **Анурьев В. И.** Справочник конструктора-машиностроителя. Т. 1. М.: Машиностроение, 1979. 728 с.

УДК 621.8. 001.573

А. М. РУБИН, канд. техн. наук (г. Москва), e-mail: bone-1@mail.ru

Расчетная модель контактной задачи для узкой пластины и системы крепежных соединений

Приведена расчетная модель контактной задачи для пластины и группы крепежных соединений с учетом взаимного влияния напряженного состояния соединений на распределение нагрузки в соединяемых элементах при растяжении и сжатии пластины.

Ключевые слова: болтовые и заклепочные соединения, пластина, контактная задача, расчетная модель, напряженное состояние.

The design model of contact problem for a plate and a group of fastener joints taking into account the influence of stressed state of joints on load distribution in joinable elements at tension and compression of the plate, is presented.

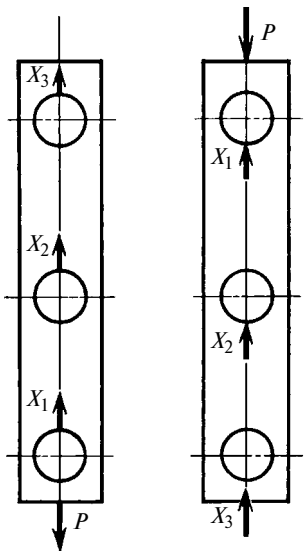
Keywords: bolted and riveted joints; plate; contact problem; design model; stressed state.

Крепежные соединения (болтовые, заклепочные и др.) находят широкое применение в авиационных и других машиностроительных конструкциях. С помощью начальных напряжений обеспечивается более равномерное распределение напряжений с учетом внешних нагрузок.

Начальные напряжения образуются при посадке крепежных деталей в отверстия соединяемых деталей с большими натягами. На основе испытаний изучаются вопросы определения напряжений и достижения предельных нагрузок в зависимости от числа рядов болтов в соединениях с натягом [1].

Для определения напряжений и предельных нагрузок в крепежных соединениях с натягом используют метод конечных элементов в сочетании с испытанием моделей поляризационно-оптическим методом. Рассматривают плоскую пластину с запрессованной круглой шайбой [2]. В работе [3] предложена методика расчета контактного давления в заклепочном соединении при действии усилия клепки в пластической области нагружения.

Напряженное состояние конструкций в общем случае зависит от расположения и, следовательно, от взаимного влияния крепежных соединений. Рассмотрим контактную задачу для пластины и группы крепежных соединений в двух случаях силовых воздействий — при растяжении и при сжатии пластины. Расчетную модель в целях простоты и наглядности строим для узкой полосы и одного последовательного ряда крепежных соединений (рисунок) в системе условных величин нагрузок и физических (расчетных) параметров конструкции.



Пластину по длине вдоль оси разбиваем на ряд равномерных участков, равных расстоянию между осями соединений, с единичной податливостью под действием растягивающих или сжимающих сил d. Контактное взаимодействие стержня соединения и полосы сводится к единичной податливости w. При этом распределение контактных сил по поверхностям взаимодействия пластины и стержня в рамках модели не рассматриваем. Воздействие распределенных контактных сил заменяем сосредоточенной силой X.

Растяжение пластины

Разрешающие уравнения строим по аналогии с расчетом резьбовых соединений. В идеализированной модели соединения наибольшая нагрузка приходится на первый (относительно опорного торца гайки) виток и уменьшается в направлении к последнему витку. Уравнения расчетной схемы соединения задают направление вектора контактных сил. При нагружении резьбового соединения происходит последовательное включение витков в работу.

По аналогии можно предположить, что подобным образом происходит распределение нагрузок в узкой пластине с рядом последовательно расположенных крепежных соединений при отсутствии зазоров и натягов.

На примере пластины с тремя крепежными соединениями (см. рисунок, *а*) составим систему уравнений последовательного изменения (уменьшения) контактных усилий:

$$\begin{cases} wX_1 = -X^{\delta 1}; \\ wX_1 - dX_1 = wX_2; \\ wX_2 - dX_2 = wX_3; \\ X_1 + X_2 + X_3 = P. \end{cases} \quad (1)$$

В системе уравнений (1) величина $X^{\delta 1}$ характеризует смещение условной заделки, установленной по оси первого (относительно силы P) соединения.

При $w = 2$ и $d = 1$ имеем $X_1 = 2X_2$ и $X_2 = 2X_3$.

Вектор контактных усилий при отсутствии натягов и зазоров направлен от первого соединения к последнему по убыванию нагрузки.

Ставится задача выравнивания значений неизвестных контактных сил X_i. В этом случае соединения следует устанавливать с посадкой h_i, с зазором (+) или натягом (−) в зависимости от растяжения или сжатия пластины.

Приняв нагрузку $P = 9$ и $X_i = 3$, получим:

$$\begin{cases} wX_1 = -h_1; \\ wX_1 - dX_1 - wX_2 = h_2; \\ wX_2 - dX_2 - wX_3 = h_3; \\ X_1 + X_2 + X_3 = P. \end{cases} \quad (2)$$

Система уравнений (2) при $X_i = 3$ устанавливает следующие посадки соединений с натягом: $h_1 = -6$; $h_2 = -3$; $h_3 = -3$.

Сжатие пластины

Вектор контактных усилий при отсутствии натягов и зазоров направлен по возрастанию нагрузки от первого к последнему соединению. В качестве аналога можно предложить систему заставленных книжных полок, установленных одна на другую, с раздвижными стеклянными вставками.

На примере конструкции для трех соединений (см. рисунок, *б*) составим систему уравнений последовательного изменения (увеличения) контактных усилий:

$$\begin{cases} wX_1 = X^{\delta 1}; \\ wX_1 + dX_1 = wX_2; \\ wX_2 + dX_2 = wX_3; \\ X_1 + X_2 + X_3 = P. \end{cases}$$

При $w = 2$ и $d = 1$ имеем $X_1 = 2/3X_2$ и $X_2 = 2/3X_3$.

Ставится задача выравнивания значений неизвестных:

$$\begin{cases} wX_1 = h_1; \\ wX_1 + dX_1 - wX_2 = h_2; \\ wX_2 + dX_2 - wX_3 = h_3; \\ X_1 + X_2 + X_3 = P. \end{cases} \quad (3)$$

При $P = 9$ и $X_i = 3$ система уравнений (3) устанавливает следующие посадки соединений с зазором: $h_1 = 6$; $h_2 = 3$; $h_3 = 3$.

Приведенное решение является лишь первым наиболее общим этапом расчета для упругой стадии нагружения соединений и пластины. Затем следует отработать контактную задачу для одного соединения с учетом распределения контактных усилий по поверхностям взаимодействия стержня и отверстия пластины. При этом решается осесимметричная контактная задача в связи с посадкой соединения, а затем контактная задача при действии в пластине сжимающих или растягивающих сил. И наконец, решается задача для всей системы соединений с учетом контактных и общих (растягивающих и сжимающих) деформаций в пластине и с учетом появления зон контакта и отрыва поверхностей взаимодействия.

В этом случае можно воспользоваться численным решением контактных задач методом попыток, используемым в строительной механике для систем с односторонними связями [4]. В соответствии с приведенным стержневым этапом расчета моделей соединения устанавливаем общий характер контактного взаимодействия соединений и пластины и намечаем исходную зону контакта и отрыва для метода попыток. Завершаются вычисления решением контактной задачи для всей системы и поиском оптимальной посадки соединений.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Ушаков Б. Н., Дунаев В. В.** Прочность предварительно-напряженных крепежных соединений летательных аппаратов // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2009. № 2. С. 40—45.

2. **Дашиpабданов В. Д., Ушаков Б. Н.** Определение напряжений и предельных нагрузок крепежных соединений с натягом методом конечных элементов // Изв. вузов. Машиностроение. 1986. № 6. С. 3—7.

3. **Шишкин С. С.** К расчету контактной нагрузки в заклепочных соединениях // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2010. № 6. С. 53—57.

4. **Рубин А. М.** Численный метод решения контактных задач // Машиноведение. 1980. № 1. С. 78, 79.

УДК 621.77.01

С. В. ПАРШИН, В. С. ПАРШИН, доктора технических наук (Уральский федеральный университет им. Б. Н. Ельцина, г. Екатеринбург), e-mail: netskater@mail.ru

Расчет показателя напряженного состояния металла при многооперационных процессах пластической деформации

Изложены принципы и приведены аналитические выражения для определения показателя поврежденности металла при пластических деформациях в несколько технологических переходов.

Ключевые слова: пластическая деформация, металл, многооперационные процессы, напряженное состояние, показатель, критерий разрушения.

The principles are described and the analytical expressions are given for determination of damage factor of a metal at plastic deformation at several manufacturing operations.

Keywords: plastic deformation; metal; multi-operation processes; stressed state; factor; failure criterion.

Установлено, что при обработке металлов давлением последовательные малые деформации позволяют без разрушения достигнуть суммарной степени деформации, превышающей степень деформации при одно- и двукратном деформировании.

Такие процессы характерны для высадки, глубокой вытяжки, холодной периодической прокатки труб и бухтового волочения проволоки, при которых суммарная степень деформации может быть весьма значительной. Для многих материалов имеются диаграммы пластичности, однако методика расчета показателя напряженного состояния при многооперационных процессах пластической деформации разработана недостаточно. В данной работе получены формулы, позволяющие определить поврежденность при многооперационных процессах деформирования.

При полигармоническом и асимметричном нагружении критерий разрушения в соответствии с работой [1] имеет вид:

$$\omega = \int_0^N \left[K_1 p n^{p-1} \sum_{k=1}^{r} \left(\frac{\omega_1}{\omega_k}\right)^p \frac{\lambda'_k}{\lambda_\text{р}} + \frac{\lambda_m}{N\lambda_\text{р}} \right] \mathrm{d}n < 1, \quad (1)$$

где ω_1 и ω_k — частоты первой и k-й степеней деформации; p — коэффициент Коффина; λ'_k и λ_m — переменные составляющие процесса деформирования; N — число циклов деформации до разрушения; $\lambda_\text{р}$ — степень деформации до разрушения, зависящая от показателя напряженного состояния.

Выражение (1) является обобщением известного уравнения Коффина—Мэнсона $\Delta\varepsilon N^m = \text{const}$ для случая нестационарного нагружения. Статистическая проверка выражения (1) показала хорошую сходимость опытных и расчетных данных.

Пренебрегая зависимостью сопротивления деформации от скорости деформирования (холодная деформация), полагаем $\omega_1 = \omega_k$, тогда

$$\omega = \int_0^N [K_1 p n^{p-1} \lambda'_k \lambda_\text{р}^{-1} + \lambda_m (N\lambda_\text{р})^{-1}] \mathrm{d}n < 1. \quad (2)$$

При многопереходном деформировании происходит накопление степени деформации, тогда $\lambda_m = \lambda_k(n-1)$. Для интегрирования примем, что при изменении n в пределах единицы степень деформации $\lambda'_k = 0{,}5\lambda_k$.

Для процессов деформирования, при которых степень деформации изменяется по переходам, можно принять:

$$\lambda_k = \lambda_{k_1} \sum_{j=1}^{m} a_j n^{\alpha_j};$$

$$\lambda_m = \lambda_{m_1} \sum_{k=1}^{n} b_k n^{\beta_k}, \quad (3)$$

где a_j, α_j, b_k, β_k — параметры аппроксимирующей кривой.

При различных показателях напряженного состояния и, следовательно, разной пластичности на переходах деформирования следует, вычисляя ω, провести суммирование по этим состояниям. После подстановки выражения (3) в интегральное уравнение (2) и суммирования получим:

$$\omega = \sum_{i=1}^{l} \int_0^N \left[\frac{K_1}{2} p n^{p-1} \frac{\lambda_{k_i}}{\lambda_{\text{р}_i}} \sum_{j=1}^{m} a_j n^{\alpha_j} + \right.$$

$$\left. + \frac{\lambda_{m_1}}{N\lambda_{\text{р}_i}} \sum_{k=1}^{n} b_k n^{\beta_k} \right] \mathrm{d}n < 1. \quad (4)$$

Использование критерия (4) разрушения позволяет, задавая число N переходов волочения, определить степень λ_{k_1} деформации за один проход из условия отсутствия разрушения или, задавая сте-

пень λ_{k_1} деформации за проход, определить допустимое число N переходов. Далее определяем суммарную степень деформации до разрушения.

Для случая, когда величина вытяжки по переходам уменьшается, примем $\lambda_{k_1} = \lambda_{k_1}(1 - \gamma n)$. Приняв $K_1 = 2$ и для углеродистой стали коэффициент $p = 0{,}5$ [1], получим:

$$\omega = \lambda_{k_1}\left[\sqrt{N} + N/2 - 1 - \right.$$

$$\left. - \gamma\left(N^2/3 + N^{\frac{3}{2}}/3 - N/2\right)\right]/\lambda_{\text{р}} < 1. \qquad (5)$$

Из уравнения (5) следует, что с увеличением N отношение $\lambda_{\text{р}}/\lambda_{k_1}$ возрастает. При $\lambda_{\text{р}} = \text{const}$ с увеличением N степень деформации λ_k уменьшается, а суммарная степень деформации до разрушения увеличивается. При волочении труб зоны деформации без оправки и на оправке имеют разную пластичность. В этом случае вместо выражения (5) получим:

$$\omega = \left(\sqrt{N} + \frac{N}{2} - 1\right)\left(\frac{\lambda_{kt}}{\lambda_{\text{р}t}} + \frac{\lambda_{kd}}{\lambda_{\text{р}d}}\right) -$$

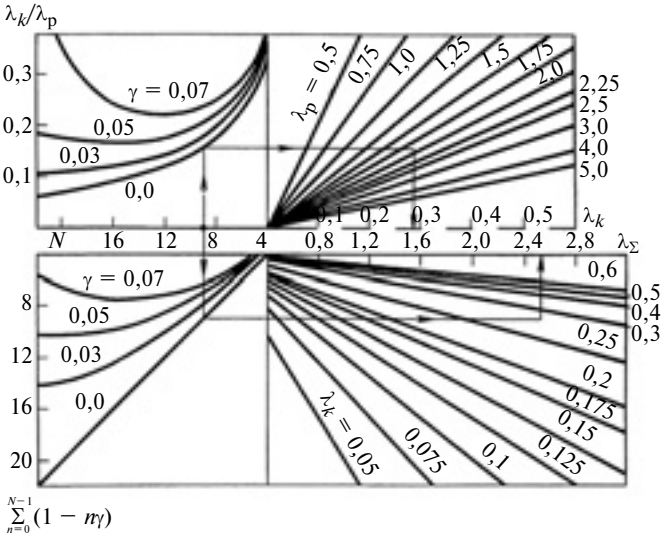
$$- \left(\frac{N\sqrt{N}}{3} + \frac{N^2}{3} - \frac{N}{2}\right)\left(\gamma_1\frac{\lambda_{kt}}{\lambda_{\text{р}t}} + \gamma_2\frac{\lambda_{kd}}{\lambda_{\text{р}d}}\right) < 1,$$

где λ_{kt} и λ_{kd} — степени деформации в первом проходе при обжатии соответственно стенки и диаметра трубы; $\lambda_{\text{р}t}$ и $\lambda_{\text{р}d}$ — степени деформации до разрушения в условиях обжатия стенки и диаметра трубы.

При волочении труб из стали 20 на подвижной оправке через волоку с углом $\alpha_{\text{в}} = 12°$ при $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$ коэффициент трения $f = 0{,}1$. Используя показатель напряженного состояния, найденный по формулам работы [2], а степень $\lambda_{\text{р}}$ деформации до разрушения — по данным работы [3] и принимая $\lambda_{kt} = 0{,}3\lambda_{kd}$, получим данные, приведенные в таблице.

По полученным формулам построена номограмма (рисунок), позволяющая при заданных N, $\lambda_{\text{р}}$ и γ определить отношение $\lambda_k/\lambda_{\text{р}}$ и суммарную степень λ_Σ деформации.

Операция	N	μ_t	μ_d	$\mu = \mu_t\mu_d$	$\Sigma\mu$
Волочение на подвижной оправке	6 10	1,300 1,175	1,07 1,05	1,39 1,28	7,10 7,95
Волочение на неподвижной оправке	6	1,170	1,10	1,29	4,60



Номограмма для определения единичной λ_k и суммарной λ_Σ степени деформации до разрушения при многопереходных процессах

Для оценки результатов расчетов по полученным формулам определили поврежденность при многопереходном волочении проволоки из стали 70, диаграмму пластичности которой получили с использованием известной методики [3]. Рассмотрели применяемый на практике маршрут волочения: ∅2,6—∅2,3—∅2,0—∅1,78—∅1,51—∅1,31—∅1,14—∅0,99—∅0,87—∅0,78 мм с суммарными значениями вытяжки $\Sigma_\mu = 11{,}1$ и степени деформации $\lambda_\Sigma = 2{,}4$. После подсчета показателя напряженного состояния по формуле, полученной на основании работы [2], и использования диаграммы пластичности из номограммы при $N = 9$ найдено, что суммарная степень деформации до разрушения составит 2,52, а суммарная вытяжка — 12,42.

Сходимость расчетных и экспериментальных данных позволяет рекомендовать приведенную методику для использования.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Малых Е. Т.** Об одном критерии разрушения от малоцикловой усталости при полигармоническом и асимметричном нагружении // Материалы всесоюзного симпозиума по малоцикловой усталости при повышенных температурах. Вып. 4. Челябинск: [Б. и.], 1974.

2. **Перлин И. Л., Ерманок М. З.** Теория волочения. М.: Металлургия, 1971.

3. **Богатов А. А., Мижирицкий О. И., Смирнов С. В.** Ресурс пластичности при обработке металлов давлением. М.: Металлургия, 1984. 144 с.

УДК 621.86

П. А. КАРГИН, канд. техн. наук (Донской ГТУ, г. Ростов-на-Дону) e-mail: chenna@yandex.ru

Перспективы применения эвольвентных передач с несимметричными профилями зубьев

Представлен обзор отечественных и зарубежных теоретических и экспериментальных исследований зубчатых эвольвентных передач с несимметричными профилями зубьев. Рассмотрены перспективы их применения в приводах машин.

Ключевые слова: эвольвента, несимметричный профиль зуба, переходная кривая ножки зуба, усталостные испытания.

The overview of domestic and foreign theoretical and experimental researches of involute gears with non-symmetrical teeth profiles is presented. The perspectives of their application in machine drives are considered.

Keywords: involute; non-symmetrical tooth profile; root fillet of dedendum; fatigue tests.

В стародавние времена зубья колес для мельниц обрабатывали лишь начерно (топором да долотом). Окончательную форму зубья приобретали в процессе приработки при малых нагрузках, причем в результате, как определили позже, профили зубьев были весьма близки к эвольвентным.

Эвольвенту как наилучшую кривую для профилирования зубьев колес предложил в 1767 г. российский академик Л. Эйлер [1]. К этому времени уже были известны кривые семейства циклоид. Эвольвентные зубья оказались существенно технологичнее циклоидальных, причем эвольвентные передачи по эксплуатационным свойствам превосходили циклоидальные.

Эвольвентные зубья с несимметричными профилями в 1838 г. впервые описал известный ученый-механик профессор Кембриджского университета Роберт Виллис [2]. Значительно позже, в начале XX века в работах немецких ученых К. Хента, М. Маага и О. Лаше эвольвентные зацепления с несимметричными профилями зубьев были исследованы более подробно с применением методов графического анализа и эмпирического конструирования [3].

Вплотную исследованием эвольвентных зубчатых передач с несимметричными зубьями и практическими расчетами геометрии таких передач и их характеристик занялся в 1970—1980-х годах ведущий специалист в области геометрии эвольвентных зубчатых передач профессор Э. Б. Вулгаков на основании разработанного им нового метода расчета зубчатых передач в так называемых обобщающих параметрах [4, 5]. Позже им самим, его учениками и последователями было опубликовано большое число работ в России и за рубежом о свойствах, изготовлении и испытании данных передач.

Задача настоящего обзора — проанализировать известные на сегодняшний день исследования передач с несимметричными зубьями, рассмотреть предложенные для них классификации, охарактеризовать экспериментальные работы, направленные на применение этих передач в технике, оценить первые опыты эксплуатации таких передач и их перспективы. Разумеется, автор не претендует на полный охват всех работ в этом направлении, "ибо нельзя объять необъятное".

Классификации передач с несимметричными зубьями

Рассмотрим две известные на сегодняшний день классификации передач с несимметричными зубьями. Первая представлена в работах [4, 5] и основана на способах образования профилей несимметричных зубьев. Согласно первому способу при образовании зуба соединяются две половины симметричных зубьев, эвольвентные профили которых развернуты с разных основных окружностей (рис. 1, *а*). Такой составной зуб будет характеризоваться не только двумя основными окружностями, но и двумя окружностями заострения зубьев. Данный способ использован в работах [4—8] при проектировании передач с несимметричными зубьями. При втором способе образования зубья имеют единую окружность заострения и разные основные окружности для образования эвольвент профилей (рис. 1, *б*). При этом нет необходимости использовать исходную симметричную конфигурацию зубьев, что дает бóльшую свободу использования составляющих частей зубьев. По второму способу спроектированы несимметричные зубья в работах [9, 10].

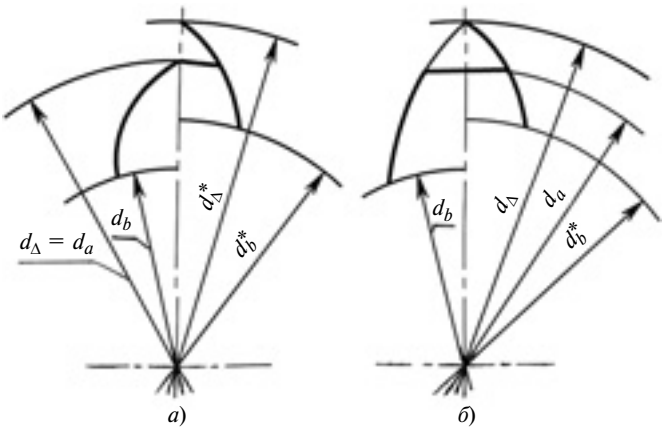


Рис. 1. Схемы образования несимметричных эвольвентных зубьев

Различные способы образования профилей зубьев приводят к неодинаковым свойствам составленных из них зацеплений и их разным качественным показателям. По мнению автора классификации, только проектирование обоими способами может показать, какой способ образования зубьев предпочтительнее в конкретном случае. Однако конкретные примеры сравнения передач, рассчитанных обоими способами, в публикациях не приведены.

В другой, более поздней классификации [11] параметры зацепления дополнены углами зацепления рабочих (α_w) и вспомогательных (α'_w) профилей и их отношением — коэффициентом асимметрии зубьев передачи $K = \dfrac{\cos\alpha'_w}{\cos\alpha_w}$. Очевидно, что для передачи с симметричными профилями зубьев $K = 1$, как будет показано далее, количественные изменения названных параметров приводят к изменению качественных характеристик передач, появлению у них новых свойств, а также к новым методам изготовления зубчатых колес.

Все приемлемые решения по синтезу геометрии передач с несимметричными зубьями в этой классификации по главным параметрам передач, их назначению и применению, методам синтеза и способам изготовления зубчатых колес разделены на три уровня.

Передачи уровня I, спроектированные и исследованные в нижеперечисленных работах, имеют параметры:

[6] — $\alpha_w = 33°$, $\alpha'_w = 25°$, $K = 1{,}0807$;

[11] — $\alpha_w = 32{,}08°$, $\alpha'_w = 27{,}54°$, $K = 1{,}0465$;

[9, 12] — $\alpha_w = 33°$, $\alpha'_w = 25°$, $K = 1{,}0807$; $\alpha_w = 36{,}66°$, $\alpha'_w = 29{,}9°$, $K = 1{,}0807$;

[7] — $\alpha_w = 40°$, $\alpha'_w = 30°$, $K = 1{,}0561$.

Как выяснилось при исследовании передач уровня I, их зубчатые колеса можно изготовлять обычной обкаткой, но с использованием специального реечного инструмента с несимметричными боковыми профилями [8]. Конечно, при этом возникают погрешности профилей зубьев колес, но они, как правило, малы так как передачи уровня I следует применять для умеренного повышения ресурса рабочих профилей, достигнутого ослаблением вспомогательных профилей.

Передачи уровня II характеризуются тем, что отношение углов зацепления рабочего и вспомогательного профилей (коэффициент K) значительно больше, чем в передачах уровня I (в некоторых случаях эти профили могут меняться функциями). Углы зацепления составляют 40÷50° для рабочих и 15÷25° для вспомогательных профилей, коэффициент асимметрии $K = 1{,}25 \div 1{,}4$. Так, в работе [11] синтезирована передача, несимметричные профили которой имеют: $\alpha_w = 45°$, $\alpha'_w = 15°$, $K = 1{,}366$; в работе [12] — $\alpha_w = 41°$, $\alpha'_w = 18°$, $K = 1{,}2602$; в работе [2] — $\alpha_w = 35°$, $\alpha'_w = 15°$, $K = 1{,}1792$ и $\alpha_w = 35°$, $\alpha'_w = 18°$, $K = 1{,}161$.

Таким образом, у передач уровня II большая разница углов зацепления профилей и повышенный коэффициент асимметрии ($K > 1{,}15$). Зубчатые колеса для них нельзя изготовить обкаткой посредством реечного инструмента, так как возникают большие погрешности профилей. Изготовить их можно методом копирования специальными дисковыми фрезами [13]. Геометрические расчеты таких передач выполняются без использования параметров исходного контура зуборезного реечного инструмента [11, 14]. По сравнению с передачами с симметричными профилями зубьев передачи уровня II могут иметь гарантированное двухпарное зацепление (при больших числах зубьев шестерни и колеса) и вследствие этого повышенные контактную и изгибную прочности рабочих профилей и при этом вполне работоспособное зацепление вспомогательных профилей.

Передачи уровня III имеют углы зацепления $\alpha_w = 10 \div 20°$, $\alpha'_w = 50 \div 89°$ и коэффициенты асимметрии $K = 2 \div 6$. На параметры данных передач накладываются еще более жесткие ограничения, чем в передачах уровня II (так называемое экстремальное проектирование). Вследствие малых коэффициентов ε_α и ε^*_α торцевого перекрытия разноименных профилей зубьев колеса передач должны быть косозубыми, а изготовлять их следует методом копирования, например посредством специальных дисковых фрез. Предпочтительны зубчатые колеса с малыми числами зубьев ($z \leqslant 10$), однако при $z < 5$ зубчатые колеса должны иметь слишком большую ширину. В работе [11] показано зацепление передачи с $z_1 = z_2 = 10$, $\alpha_w = 20°$, $\alpha'_w = 70°$, $\varepsilon_\alpha = 0{,}5$, $\varepsilon^*_\alpha = 0{,}8$ и $K = 2{,}748$.

К передачам уровня III следует отнести и передачу, синтезированную и изготовленную в металле [10, 15] со следующими параметрами: $z_1 = z_2 = 6$; $\alpha_w = 20°$; $\alpha'_w = 80°$; $\varepsilon_\alpha = 0{,}42$; $\varepsilon^*_\alpha = 0{,}44$; $K = 5{,}41$. Отметим, что использование в приводе передач уровня III позволяет достичь самоторможения привода при направлении вращения, обратном рабочему, и входе в зацепление вспомогательных профилей.

Сходные результаты исследования передач со свойством самоторможения получены в США [16]: углы зацепления тормозящих профилей должны достигать 75÷85°, а торцевые коэффициенты перекрытия лишь 0,4÷0,6, поэтому зубья колес должны быть винтовыми (косозубыми).

Таким образом, практически все известные синтезированные передачи укладываются в рамки данной классификации. Другие классификации передач с несимметричными профилями зубьев, неизвестны.

Синтез переходных кривых несимметричных зубьев

Мы рассмотрели только эвольвентные части профилей несимметричных зубьев. В настоящее время их проектирование не вызывает особых затруднений, поскольку эвольвента как кривая достаточно хорошо изучена, а проектирование и изготовление эвольвентных передач исчерпывающе разработаны еще в прошлом и начале текущего века [5, 13, 14, 17 и др.]. Необходимо только выдерживать основные геометрические и эксплуатационные требования, определяемые эвольвентными частями профилей (отсутствие заострения и заклинивания зубьев, достаточный коэффициент перекрытия, необходимая контактная и задирная прочности и т. д.). Однако некоторые характеристики симметричных и несимметричных зубьев напрямую зависят от формы переходной кривой, соединяющей эвольвентные части профилей зубьев, в частности изгибная прочность, заклинивание зубьев и т. п. Синтез переходной кривой для соединения соседних разнопрофильных зубьев рассматривался в одной из первых в России работ по этой тематике [18], в которой описан графоаналитический метод построения переходных кривых эвольвентных зубьев с большой асимметричностью профилей зубчатых колес, предназначенных для привода грузоподъемной машины с самоторможением при обратном ходе, т. е. передач уровня III. Использован метод инверсии, в результате применения которого получены относительные положения зубьев сопряженного колеса. Искомая переходная кривая с необходимым зазором охватывает найденную совокупность положений зубьев. Переходная кривая реализована в металле на действующей модели данной передачи [10].

В последующей работе [19] рассмотрен аналитический способ определения переходных кривых несимметричных зубьев для общего случая зацепления зубьев. Для этого на первом этапе, используя метод построения рулетт, связанных с перекатывающимися друг по другу начальными окружностями, находят координаты точек такой переходной кривой, которая скользит без зазора по вершинам зубьев сопряженного колеса. На втором этапе оформляется окончательная переходная кривая таким образом, что предварительная переходная кривая оказывается внутри окончательной кривой. Для этого следует индивидуально для каждого случая использовать простые и технологически пригодные отрезки дуг окружностей и отрезки прямых линий, не приводящие к повышенной концентрации напряжений в корне зуба. Таким образом, всю впадину зуба можно описать аналитическими зависимостями, что позволит выполнять расчеты зубьев на изгибную прочность (в частности методом конечных элементов) и изготовление зубьев методом копирования.

Задача оптимизации формы переходной кривой несимметричных зубьев решалась также с применением вычислительных средств в работах [20, 2], выполненных в США. Проектирование переходной кривой (выкружки) зуба начинали после того, как были полностью найдены геометрические параметры зуба. Исходная выкружка впадины зубьев — это, как и в наших работах, траектория вершин парного зуба в плотном зацеплении. Затем проводили оптимизацию профиля выкружки. При этом использовали три метода:

случайный поиск точек выкружки;

аппроксимацию кривой выкружки посредством различных тригонометрических функций;

расчет напряжений изгиба в точках линии выкружки с использованием сетки в конечно-элементной среде.

По окончании оптимизации профиль выкружки, обеспечивающий минимальную концентрацию напряжений, выводили в регистрирующее устройство вместе со значениями напряжений изгиба в расчетных точках. Приведены данные частного расчета профиля выкружки, обеспечившего снижение максимальных напряжений на 10 % по сравнению с выкружкой, полностью описанной дугой окружности.

Заметим, что все описанные способы расчета переходной кривой ножек зубьев с несимметричными профилями выполнены с использованием сходных методических подходов и результаты расчетов не противоречат друг другу. Поэтому задачу проектирования переходной кривой для колес с зубьями с несимметричными профилями можно считать решенной.

Экспериментальные исследования передач с несимметричными профилями зубьев

Первые значимые практические работы по изготовлению и экспериментальному исследованию зубчатых эвольвентных передач с несимметричными профилями зубьев были выполнены в России под руководством профессора Э. Б. Вулгакова [9]. В результате был введен в эксплуатацию самолет ИЛ-114 с двумя турбовинтовыми двигателями и планетарным редуктором воздушного винта ТВД ТВ7-117. В редукторе впервые было применено эвольвентное зацепление с зубьями с несимметричными профилями и углами зацепления $\alpha_w = 33°$ (внешнее зацепление) и $\alpha'_w = 29{,}9°$ (внутреннее зацепление) (рис. 2). При реверсе двигателя угол зацепления во внешнем зацеплении составлял 25°, во внутреннем — 36,66°, т. е. коэффициенты асимметрии в обоих зацеплениях были невысоки.

В результате был получен неоценимый опыт изготовления таких зубчатых колес, тем более что пришлось изготовлять колеса с несимметричными профилями с внешними и внутренними зубьями. Большое внимание было уделено контролю точно-

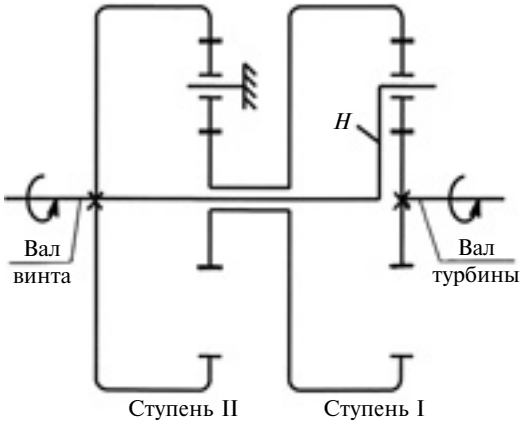


Рис. 2. Схема передач редуктора воздушного винта самолета ИЛ-114

сти профилей при изготовлении зубчатых колес, а также правильности положения сателлитов перед сборкой планетарного редуктора. Авторы особо указали на необходимость тщательного изготовления зубчатых колес и сборки редукторов, проведения постоянного контроля узлов зубчатых колес, осей сателлитов, зазоров в опорах. Кроме того, подчеркнуты необходимость сдаточного контроля по уровням вибраций, обязательного их анализа, а также завершения работ по тонкой фильтрации смазочного масла.

Как положительный результат отмечено снижение контактных напряжений на зубьях редуктора, что повысило ресурс передачи. Однако данных по повышению долговечности и надежности передачи, например по сравнению с аналогичными приводами с зубчатыми колесами с симметричными зубьями, авторы не привели.

В работе [20] выполнены исследования редуктора той же конструкции для турбовинтового двигателя ТВ7-117С, что и в работе [9], которые дополнены расчетом геометрии зубчатых колес редуктора по другой, усовершенствованной форме. Приведены распределения напряжений на зубе, полученные поляризационно-оптическим методом, и изограммы напряжений изгиба на зубе при приложении усилия на его рабочем профиле близко к вершине. Отмечается повышенная концентрация напряжений изгиба в области, близкой к точке приложения усилия на рабочем профиле, и на переходной кривой ножки вспомогательного профиля зуба. Изограммы напряжений в целом соответствуют современным представлениям о напряженно-деформированном состоянии зуба в зубчатой передаче с симметричными профилями зубьев.

Теоретические и экспериментальные работы по исследованию приводов с несимметричными профилями зубьев выполнены группой ученых США компании Boeing [2]. Изучались возможности применения таких передач в главной трансмиссии вертолетов, в которых применяли такие передачи с симметричными профилями зубьев (схемы передач трансмиссии, к сожалению, в работе не приведены). Характерным для вертолетов является длительный режим передачи рабочего крутящего момента в одном направлении при подъеме машины и существенно меньшего момента в противоположном направлении при опускании вертолета. Такая нагруженность привода делает весьма привлекательным применение в приводе зубчатых колес с несимметричными профилями зубьев, конструкция которых как раз и предполагает неравные нагрузки на рабочие и вспомогательные профили.

На оборудовании компании Boeing были изготовлены по традиционным техническим требованиям к зубчатым эвольвентным передачам серийных вертолетов экспериментальные передачи с несимметричными профилями зубьев. Последующие испытания на специализированном оборудовании включали в себя тесты на усталостную изгибную прочность на однозубовых образцах и тесты на задир контактирующих поверхностей зубьев. Результаты сравнивали с результатами, полученными для серийных образцов зубчатых колес с симметричными профилями зубьев. Переходные кривые ножек зубьев были выполнены с геометрией по окружности и оптимизированной конфигурации, описанной выше.

В работе [2] приведены подробные результаты испытаний на усталостную изгибную прочность, которая оказалась на ≈16 % выше средней выносливости базовых образцов с симметричными профилями зубьев, и на задир (улучшение составило около 25 %). Максимальные напряжения по изгибу снижены на рабочем профиле примерно на 5,5 % по сравнению с базовыми зубьями с симметричными профилями. В итоге получены рекомендации по использованию зубчатых колес с несимметричными профилями в высокоскоростных, критических по задиру условиях эксплуатации после дополнительных расширенных по объему испытаний по методике STBF (single-tooth bending fatigue test) — испытаний на изгибную усталость на однозубовом образце.

Перспективы применения эвольвентных зубчатых колес с несимметричными профилями зубьев

В настоящее время применение эвольвентных зубчатых колес с несимметричными профилями зубьев (по опубликованным работам) носит единичный характер [9, 12]. Подытожим вышеприведенные сведения о методах проектирования передач с несимметричными эвольвентными профилями зубьев на основе анализа выполненных отечественными и зарубежными учеными теоретических и экспериментальных исследований таких передач, т. е. оценим возможность широкого их применения.

Главным для применения зубчатых колес с несимметричными профилями зубьев является то,

что подавляющее большинство зубчатых передач современных машин передают вращение одной стороной (профилем) зубьев. К таким машинам относятся: машины, у которых направление вращения звеньев привода определено технологическим процессом; грузоподъемные машины, в приводах которых одни и те же профили зубьев контактируют при подъеме и опускании груза. Что же касается транспортных машин, то зубчатые колеса их приводов работают вторыми профилями только в режиме "торможение двигателем", но он составляет лишь небольшую часть полного пробега машины. В основном односторонняя передача вращающего момента характерна и для редукторов современных пассажирских самолетов, реверс двигателей которых осуществляется в течение малого времени.

Таким образом, именно одностороннее нагружение зубьев приводов в машинах обусловило исследования по синтезу зубчатых эвольвентных передач с перераспределением ресурса зубьев в пользу зубьев рабочего профиля.

Оценим конструкции наиболее распространенных приводов машин с позиций инженерной эффективности использования зубчатых колес с несимметричными профилями зубьев, а также коснемся сопутствующих экономических аспектов в виде дополнительных затрат на проектирование, изготовление и сборку таких приводов. Схемы рассматриваемых приводов не приводятся ввиду их известности.

1. Простейшие трехзвенные механизмы, включающие в себя два зубчатых колеса с внешним или внутренним зацеплением. В этом случае использование колес с несимметричными профилями зубьев наиболее эффективно по сравнению с более сложными приводами. Необходимо по литературным источникам, а также используя результаты собственных экспериментальных исследований, подобрать коэффициент асимметрии профилей, рассчитать геометрию профилей и зацепления, оценить привод по критериям прочности и эксплуатационным показателям в сопоставлении с аналогичной конструкцией с зубчатыми колесами с симметричными профилями зубьев. При этом следует учесть дополнительные затраты на проектирование и перестройку процесса изготовления зубчатых колес. По-видимому, в большинстве случаев решение о такой модернизации трехзвенного привода будет положительным.

2. Применение зубчатых колес с несимметричными зубьями в зубчатых приводах, имеющих более двух зубчатых колес и большие передаточные отношения. Их можно разделить на передачи с неподвижными осями зубчатых колес и передачи с подвижными осями некоторых зубчатых колес (сателлитов). Первые делятся на ступенчатые, у которых на промежуточных валах жестко установлено по два зубчатых колеса, и рядовые, в которых зубчатые колеса последовательно зацепляются друг с другом.

В ступенчатых передачах для каждой ступени геометрию зацепления можно рассчитывать отдельно, т. е. нет никаких новых обстоятельств по сравнению с рассмотренными выше простыми трехзвенными передачами. Иначе обстоит дело в рядовых передачах: здесь усиленные профили зубьев промежуточного зубчатого колеса, воспринимающие рабочую нагрузку от ведущего зубчатого колеса, после поворота на 180° в зацеплении с последующим зубчатым колесом уже не будут являться рабочими профилями. Поэтому в рядовой передаче, по-видимому, целесообразнее использовать зубья с симметричными профилями, тем более что сборка передач с симметричными профилями зубьев не требует ориентирования зубчатых колес на оси.

3. Сложные зубчатые передачи с сателлитами тоже можно разделить на две группы: с двухвенцовыми блоками сателлитов и одновенцовыми сателлитами, одновременно зацепляющимися с двумя зубчатыми колесами (например широко известный механизм 2К-Н или джемс). При двухвенцовых сателлитах их зацепления с парными им колесами автономны и как обычные ступенчатые передачи могут успешно проектироваться с усилением рабочих профилей. При использовании в передаче одновенцовых сателлитов условия применения зубчатых колес с несимметричными профилями аналогичны условиям для рассмотренных выше рядовых передач (каковыми они, собственно говоря, и являются после применения метода обращения движения Виллиса). Поэтому в таких передачах целесообразно применять все зубчатые колеса с симметричными профилями зубьев, при использовании которых расчет, изготовление и сборка привода существенно упрощаются.

Таким образом, в скором времени можно ожидать использования зубчатых колес с несимметричными профилями зубьев в трехзвенных зубчатых механизмах, в ступенчатых передачах с неподвижными осями колес, в планетарных и дифференциальных механизмах с двухвенцовыми блоками сателлитов. Существенные сдвиги должны произойти, по мнению автора, в ближайшие годы в применении таких зубчатых колес в самотормозящихся подъемных устройствах, где их использование позволит получить качественно новое свойство привода с улучшением при этом его эксплуатационных свойств [21, 15].

При переходе к новым конструкциям придется преодолеть психологические барьеры. Однако автор уверен, что сегодня это необходимо и неизбежно.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Артоболевский С. И.** Теория механизмов и машин. М.: Высшая школа, 1965. 367 с.

2. **Brown F. W., Davidson S. R., Hanes D. B.** Analysis and Testing of Gears with Asymmetric Involute Tooth Form and Optimized Fillet Form for Potential Application in Helicopter Main Drives // Gear Technology. 2011. June/July. P. 46—55.

УДК [621.9.06.011:621.9.06 — 529.08].001.572

А. П. КУЗНЕЦОВ, д-р техн. наук (МГТУ "Станкин"), В. М. УТЕНКОВ, д-р техн. наук, А. Г. ШИРШОВ (МГТУ им. Н. Э Баумана), e-mail: stankin-okm@yandex.ru, utenkov@bmstu.ru

Оценка тепловых процессов в металлорежущих станках методами аналогии математических моделей физических процессов

Рассмотрены особенности и общие принципы построения моделей формирования, анализа и оценки процессов в узлах и деталях металлорежущих станков при разных видах воздействий. Показана общность описания тепловых, упругих, электрических и гидравлических процессов в узлах станка, что обусловливает аналогию их математических моделей.

Ключевые слова: металлорежущий станок, тепловой процесс, модель, метод оценки.

The features and general principles of development of models of formation, analysis and estimation of processes in units and parts of metal working machine tools at different types of action are considered. The community of description of thermal, elastic, electrical and hydraulic processes in machine tool units is shown; this set conditions for analogy of its mathematical models.

Keywords: metalworking machine tool, thermal process, model, estimation method.

Высокие требования к параметрам точности изделий, получаемых обработкой на металлорежущих станках (МС), обусловливают необходимость повышения точности самих станков. Поэтому постоянно ведутся работы, направленные на достижение требуемых параметров точности станков на основных этапах их жизненного цикла — проектирования, производства и эксплуатации.

Использование численных методов, в том числе и метода конечных элементов (МКЭ), позволяет проводить упругие и тепловые расчеты для сложной механической системы, однако связь между процессами, протекающими в станках, и их точностью не всегда очевидна.

При проектировании станка необходимо обеспечить возможность быстрой оценки выполняемых операций и процессов в самом станке.

(Окончание статьи. Начало см. на стр. 18)

3. **Бах К.** Детали машин, их расчет и конструкция / Пер. с нем. под ред. И. М. Холмогорова, Н. С. Ачеркана. М.: Гос. науч.-техн. изд-во по машиностроению, металлообработке и черной металлургии. Т. 1. 1932. 720 с.

4. **Вулгаков Э. Б.** Соосные зубчатые передачи. М.: Машиностроение, 1987. 256 с.

5. **Вулгаков Э. Б.** Теория эвольвентных зубчатых передач М.: Машиностроение, 1995. 320 с.

6. **Каргин П. А.** Синтез эвольвентных зубчатых передач при свободном выборе параметров зуборезного инструмента. Ростов н/Д: РГАСХМ, 1998. 121 с.

7. **Болотовский И. А., Васильева О. Ф., Котельников В. П.** Эвольвентные зубчатые колеса с несимметричными зубьями // Вестник машиностроения. 1984. № 4. С. 15—17.

8. **Каргин П. А.** Синтез и оценка качества эвольвентной зубчатой передачи с несимметричными профилями зубьев // Изв. вузов. Машиностроение. 1998. № 10—12. С. 3—8.

9. **Вулгаков Э. Б., Капелевич А. Л.** Редуктор авиационного турбовинтового двигателя ТВ7-117 // Вестник машиностроения. 2000. № 11. С. 13—17.

10. **Каргин П. А.** Проектирование и испытание самотормозящейся зубчатой передачи // Вестник машиностроения. 2008. № 12. С. 3—6.

11. **Каргин П. А.** Зубчатые эвольвентные передачи с несимметричными профилями зубьев // Вестник машиностроения. 2009. № 11. С. 3—7.

12. **Вулгаков Э. Б., Капелевич А. Л.** Возможности несимметричных зубчатых передач // Вестник машиностроения. 1986. № 4. С. 14—16.

13. **Гавриленко В. А.** Зубчатые передачи в машиностроении. М.: Машиностроение, 1962. 531 с.

14. **Kapelevich A. L., Shekhtman Y. V.** Tooth Fillet Profile Optimization for Gears with Symmetric and Asymmetric Teeth // American Gear Manufacturers Association. Fall Technical Meeting. 2008. October. P. 12—14.

15. **Каргин П. А.** Исследование динамических свойств привода с самоторможением для грузоподъемных машин // Вестник машиностроения. 2013. № 8. С. 16—21.

16. **Kapelevich A. L., Taye E.** Self — Locking Gears: Design and Potential Applications // American Gear Manufacturers Association. 2010. October. P. 2—8.

17. **Kapelevich A. L., Ananiev W. M.** Gear Transmission density Maximization // Technology. 2011. November / December. P. 46—52.

18. **Каргин П. А.** Обоснование графического метода оформления впадин зубьев колеса с несимметричными профилями // Вестник ДГТУ. 2010. Т. 10. № 1 (44). С. 80—84.

19. **Каргин П. А.** Синтез переходной кривой эвольвентных зубьев колес с несимметричными профилями // Вестник машиностроения. 2011. № 3. С. 10—12.

20. **Application** of Gears with Asymmetric Teeth in Turboprop Engine Gearbox / A. S. Novikov A. G. Paikin, V. L. Dorofeev et al. // Gear Technology. 2008. January / February. P. 60—65.

21. **Каргин П. А.** Самотормозящийся привод с высоким КПД для грузоподъемных машин // Вестник машиностроения. 2011. № 5. С. 42—44.

Рис. 1. Классификация методов оценки точности металлорежущих станков

Сегодня при проектировании МС используются относительно простые и нетрудоемкие приближенные математические зависимости для оценки и расчета жесткости, а также упругих смещений деталей станка. Так, в работе [1] установлена связь между жесткостью деталей в стыках станка с учетом сил трения в каждом стыке и жесткостью станка в целом.

К сожалению, в настоящее время для расчета тепловых деформаций не существует приближенных зависимостей, аналогичных расчету упругих деформаций [2, 3]. Известен только упрощенный расчет тепловых деформаций с использованием гидравлической модели бака и моделирования с помощью графа связей [4].

Существующие методы оценки точности металлорежущих станков можно классифицировать (рис. 1) по способу получения исходной информации, виду преобразуемой информации и полноте информации о свойствах станка.

Математические методы оценки точности основаны на создании и решении системы уравнений, описывающих изменения показателей свойств отдельных деталей, узлов и их взамосвязи. Эти методы, как правило, применяют при проектировании станков, если требуется оценка, например, таких характеристик, как жесткость, теплостойкость и др. Математические методы также эффективны при сравнительной оценке различных конструктивных вариантов МС. Сложность получения достоверной оценки качества станка заключается в том, что описываемые показатели качества должны учитывать различные физические процессы, а исходные данные часто задаются некорректно. Поэтому математические методы в основном применяют для оценки отдельных свойств деталей, узлов, всего станка.

Экспериментальные методы оценки точности станка базируются на испытаниях с регистрацией и последующим сравнением полученных данных с заданной их точностью; в результате получают оценки соответствия характеристик и показателей свойств станка установленным значениям. Широкое применение экспериментальных методов объясняется их относительной простотой, достоверностью, низкой трудоемкостью и высокими воспроизводимостью и повторяемостью. Для оценки качества станка необходимо установить связи экспериментально полученных данных с выходными параметрами точности станка.

Комплексные экспериментально-математические способы получения исходной информации, преобразованные с помощью соответствующих моделей, также позволяют получить оценку точности станка.

Требуемую информацию можно получить физическим и математическим моделированиями. Физическая модель должна соответствовать исследуемому объекту по анализируемым процессам и влияющим на них факторам. Она представляет собой уменьшенную копию или модель, отражающую основные функции (например пара трения) или модель изменяющихся процессов (например электротепловые изменения). Математическая модель оценки качества станка реализуется с помощью средств вычислительной техники. Построение математической модели — сложная задача, но с ее помощью можно не только оценить качество станка, но и спроектировать станок с заданными свойствами.

Рассмотрим основные показатели точности МС и формирование их погрешностей [2].

Металлорежущий станок состоит из множеств деталей и узлов, которые могут быть неподвижными или подвижными. Причем некоторые элементы могут быть подвижными и неподвижными в зависимости от выполняемых ими функций.

Каждый элемент МС в соответствии с его основными свойствами характеризуется определенными показателями: геометрическими (размеры и форма); физико-механическими (характеристики материала); теплофизическими (теплопроводность материала).

Неподвижные и подвижные составляющие МС с учетом их функциональных связей образуют различные структуры: координатную, компоновочную, упругую, динамическую, тепловую, термоупругую и др.

Связи соответствующих МС определяются характером их взаимодействия: жесткое (неподвижное), упругое, термоупругое, упругопластическое.

Таблица 1

Физический процесс	Основной закон	Формула	Основные параметры процесса		
Тепловой	Фурье	$q = \alpha\Delta T$	Разность температур ΔT	Обратные термические сопротивления $1/\alpha$ и h/λ	Удельный тепловой поток q
Электрический	Ома	$U = RI$	Напряжение U	Сила тока I	Электрическое сопротивление R
Гидравлический	Бернулли	$Q = B\Delta p$	Разность давлений Δp	Расход Q	Гидравлическое сопротивление B
Упругий	Гука	$F = k\Delta$	Силовое смещение y	Сила F	Податливость μ

На МС и его отдельные составляющие воздействуют различные факторы: силовые, тепловые, которые в свою очередь могут быть постоянными, периодическими, случайными и систематическими, внутренними и внешними и т. д.

Все это формирует значения показателей точности МС, т. е. его погрешности: геометрические, кинематические, динамические, температурные, управления (аппроксимации).

Разработка единых подходов к оценке различных структур МС на базе аналогии протекающих физических процессов, обусловлена различными видами как систематических, так и переменных во времени воздействий.

При проектировании МС следует учитывать физические процессы, обусловленные воздействием силовых и тепловых факторов на различные структуры станка. Для их описания используем уравнения теорий упругости, теплопроводности, гидродинамики, электродинамики и т. п. Решения данных уравнений с начальными и граничными условиями и представляют собой аналитическое описание связей физических процессов, протекающих в МС.

В табл. 1 приведены основные величины, описывающие физические процессы, аналогичные процессам в МС. При создании моделей тепловых явлений в деталях и узлах МС будем использовать дополнительные величины: *электротепловой аналог; гидротепловой аналог; упруготепловой аналог.*

При моделировании для описания характеристик станка целесообразно использовать теорию графов [1], позволяющую описывать процессы на основании обмена мощностями между составляющими МС.

В табл. 2 приведены символы, используемые в различных физических системах. Так как зависимости между графическими символами могут быть записаны в виде уравнений пространства состояний или других уравнений с помощью графа связей, то можно создать сложную систему для описания различных энергетических систем.

В качестве примера рассмотрим модели, которые в металлорежущих станках, их деталях и узлах описывают упругие смещения, тепловые потоки, течение жидкости в трубопроводах и протекание тока в электрических цепях, что позволяет определить аналогичность и общие закономерности описания указанных физических процессов.

Тепловой поток через стенку

Рассмотрим тепловую модель (рис. 2) прохождения теплового потока через стенку [5]. С левой стороны стенки толщиной h — газ, с правой — жидкость. Известны: температуры газа ($T_г$) и жидкости ($T_ж$); коэффициенты теплоотдачи (конвекции) от газа к стенке ($\alpha_г$) и от жидкости к стенке ($\alpha_ж$); коэффициент λ теплопроводности стенки; толщина h стенки. Пусть система искусственно поддерживается в неравновесном состоянии. Определим температуры T_1 левой и T_2 правой поверхностей стенки и удельный тепловой поток q в рассматриваемой системе.

Согласно закону теплопроводности

$$q_\lambda = \frac{\lambda}{h}(T_2 - T_1), \tag{1}$$

где q_λ — удельный тепловой поток, Дж.

Согласно закону конвективного теплоообмена

$$\left.\begin{aligned} q_{\alpha_г} &= \alpha_г(T_г - T_1); \\ q_{\alpha_ж} &= \alpha_ж(T_2 - T_ж), \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

где $q_{\alpha_г}$, $q_{\alpha_ж}$ — тепловой поток между стенкой и внешней средой — газом или жидкостью соответственно, Дж.

Так как система поддерживается в неравновесном состоянии, для левой и правой поверхностей

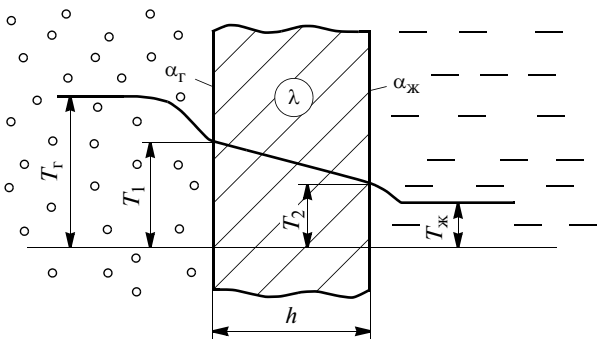


Рис. 2. Модель прохождения теплового потока через стенку

стенки удельные потоки подводимой и отводимой теплоты равны между собой:

$$q_{\alpha_г} = q_\lambda;$$
$$q_{\alpha_ж} = q_\lambda.$$

Подставив в уравнения (2) выражение для q_λ из формулы (1), получим:

$$\begin{cases} \alpha_г(T_г - T_1) + \dfrac{\lambda}{h}(T_2 - T_1) = 0; \\ \alpha_ж(T_ж - T_2) + \dfrac{\lambda}{h}(T_1 - T_2) = 0. \end{cases} \quad (3)$$

Решив систему уравнений (3), получим:

$$T_1 = \frac{T_г\alpha_г(\lambda/h + \alpha_ж) + T_ж\alpha_ж\lambda/h}{\lambda(\alpha_ж + \alpha_г)/h + \alpha_ж\alpha_г};$$

$$T_2 = \frac{T_ж\alpha_ж(\lambda/h + \alpha_г) + T_г\alpha_г\lambda/h}{\lambda(\alpha_ж + \alpha_г)/h + \alpha_ж\alpha_г}.$$

Удельный тепловой поток в рассматриваемой системе

$$q = q_{\alpha_г} = q_{\alpha_ж} = q_\lambda.$$

Подставив T_1 или T_2 в любую из зависимостей (2), определим удельный тепловой поток:

$$q = \frac{T_г - T_ж}{\dfrac{1}{\alpha_г} + \dfrac{1}{\alpha_ж} + \dfrac{h}{\lambda}}. \quad (4)$$

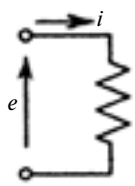
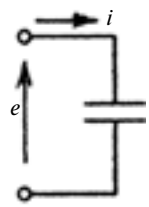
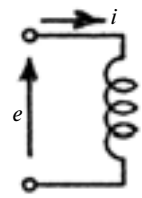
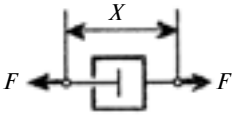
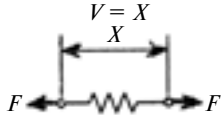
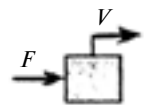
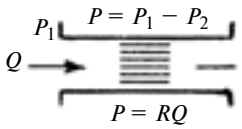
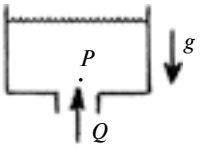
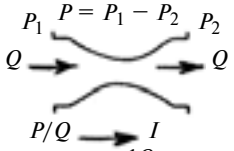
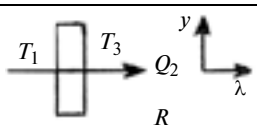
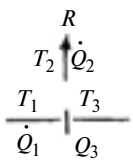
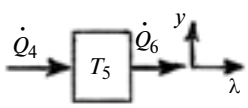
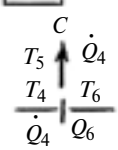
Зависимость (4) удельного теплового потока в дальнейшем будем сравнивать с зависимостью для определения упругих смещений.

Смещение для системы с последовательной схемой связи

Определим смещение для системы пружин в соответствии с моделью на рис. 3.

Таблица 2

Символы физических процессов в МС, используемые при моделировании

Система	Элемент сопротивления; формула	Емкостной элемент; формула	Инерционный элемент; формула
Электрическая	 $e/i \to R$ $e = Ri$	 $e/i \to C$ $i = C\dfrac{de}{dt}$	 $e/i \to I$ $e = L\dfrac{di}{dt}$
Механическая	$V = \dot{X}$  $F/V \to R$ $F = RV$	$V = \dot{X}$  $F/V \to C$ $V = C\dfrac{dF}{dt}$	 $F/V \to I$ $V = I\dfrac{dV}{dt}$
Гидравлическая	 $P = RQ$	 $Q = C\dfrac{dP}{dt}$	 $P = I\dfrac{dQ}{dt}$
Тепловая	  $\dot{Q}_2 = \dfrac{T_1 - T_3}{R}$	  $Q = Q_0 + \int\dot{Q}dt$ $Q = CT$	—

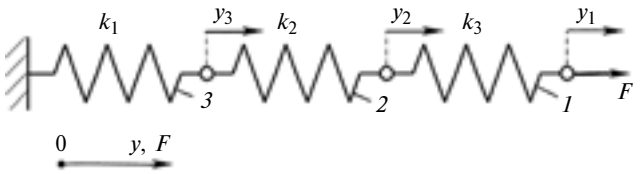


Рис. 3. Модель системы пружин

По закону Гука сила упругости пружины:

$$F_{\text{упр}} = k\Delta, \text{ Н},$$

где k — жесткость пружины, Н/мкм; Δ — сжатие (удлинение) пружины, мкм.

Составим уравнения силового равновесия для системы пружин, для чего необходимы уравнения равновесия для каждого узла 1÷3 системы пружин (рис. 4):

$$\left.\begin{aligned} k_1\Delta_1 &= F; \\ k_1\Delta_1 &= k_2\Delta_2; \\ k_3\Delta_3 &= k_2\Delta_2, \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

где k_1, k_2 и k_3 — жесткость пружин *1*, *2*, *3* (см. рис. 3) соответственно, Н/мкм; Δ_1, Δ_2, Δ_3 — сжатие (удлинение) пружин *1*, *2*, *3*, мкм.

Находим смещения (см. рис. 4):

$$\left.\begin{aligned} \Delta_1 &= y_2 - y_1; \\ \Delta_2 &= y_2 - y_3; \\ \Delta_3 &= y_3, \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

где y_1, y_2, y_3 — смещения узлов 1, 2, 3 соответственно, мкм.

Подставив формулы (6) в формулы (5), получим:

$$\begin{cases} k_1(y_1 - y_2) = F; \\ k_1(y_2 - y_1) + k_2(y_2 - y_3) = 0; \\ k_2(y_3 - y_2) + k_3 y_3 = 0. \end{cases} \quad (7)$$

Решая систему уравнений (7), определяем смещения в узлах:

$$y_1 = F\left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3}\right);$$

$$y_2 = F\left(\frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3}\right);$$

$$y_3 = F/k_3.$$

Прохождение постоянного тока в электрической цепи

Рассмотрим модель электрической цепи из трех последовательно соединенных резисторов *1—3* (рис. 5).

Сопротивления участков цепи 1—2; 2—3; 3—4 соответственно равны $R_{1\text{-}2}$, $R_{2\text{-}3}$, $R_{3\text{-}4}$. Напряжения на участках 1—2, 2—3, 3—4 соответственно составят:

$$U_1 = \varphi_2 - \varphi_1;$$

$$U_2 = \varphi_3 - \varphi_2;$$

$$U_3 = \varphi_4 - \varphi_3;$$

где φ_i — электрический потенциал в i-м узле.

Так как электрическая цепь (см. рис. 5) не имеет ответвлений, то сила тока I_Σ в ней одинакова на всех участках:

$$I_\Sigma = I_{1\text{-}2} = I_{2\text{-}3} = I_{3\text{-}4}.$$

Согласно закону Ома

$$I = U/R, \quad (8)$$

где I, U, R — сила тока, напряжение и сопротивление для всей цепи или ее участка.

Суммарное напряжение в цепи составит:

$$U_\Sigma = \varphi_4 - \varphi_1 = \\ = (\varphi_4 - \varphi_3) + (\varphi_3 - \varphi_2) + (\varphi_2 - \varphi_1) = \\ = U_{1\text{-}2} + U_{2\text{-}3} + U_{3\text{-}4}.$$

Из формулы (8) получим:

$$R_\Sigma = \frac{U_\Sigma}{I_\Sigma} = \frac{U_{1\text{-}2}}{I_{1\text{-}2}} + \frac{U_{2\text{-}3}}{I_{2\text{-}3}} + \frac{U_{3\text{-}4}}{I_{3\text{-}4}} = \\ = R_{1\text{-}2} + R_{2\text{-}3} + R_{3\text{-}4},$$

т. е. суммарное сопротивление R_Σ цепи равно сумме сопротивлений ее участков.

Стационарное течение жидкости по горизонтальным трубам

Рассмотрим трубопровод, в котором все трубы расположены горизонтально и соединены последовательно. Для поддержания стационарного течения жидкости при наличии сил внутреннего трения, тормозящих движение жидкости, необходимо под-

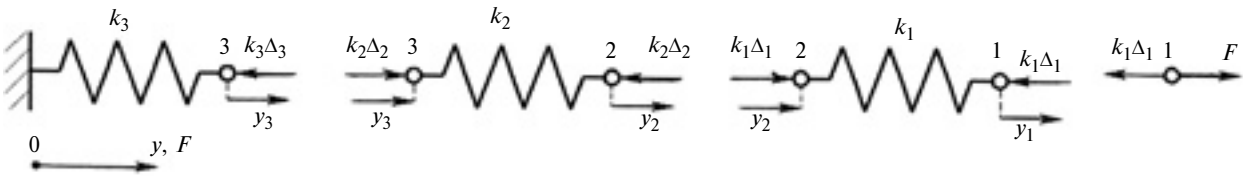


Рис. 4. Модель внутренних реакций в системе пружин

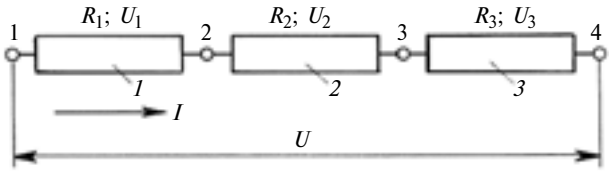


Рис. 5. Модель-схема электрической цепи

держивать постоянную разность давлений на входе и выходе, т. е. на концах трубы.

Будем считать, что для характерных скоростей и диапазона температур конкретной жидкости при ее течении в трубе распространенной конфигурации экспериментально или теоретически определено полное гидравлическое сопротивление и установлено, что связь перепада давления с расходом жидкости определяется соотношением:

$$\Delta p = BQ, \tag{9}$$

где Δp, B и Q — разность давлений, полное гидравлическое сопротивление и расход жидкости на участке трубопровода.

Объем трубопровода конечен и постоянен. Сжимаемостью жидкости пренебрегаем ввиду ее малой величины. Тогда при последовательном соединении различных труб расход Q — постоянная величина.

Пусть p_i — давление в i-м сечении трубопровода. Тогда верно следующее равенство:

$$\begin{gathered}\Delta p = p_4 - p_1 = \\ = (p_4 - p_3) + (p_3 - p_2) + (p_2 - p_1) = \\ = \Delta p_1 + \Delta p_2 + \Delta p_3.\end{gathered} \tag{10}$$

Таким образом, суммарный перепад Δp давления равен сумме перепадов давлений на участках трубопровода. Следовательно, из выражения (9) с учетом уравнения (10) имеем:

$$\frac{\Delta p}{Q} = B_\Sigma =$$

$$= \frac{\Delta p_1}{Q} + \frac{\Delta p_2}{Q} + \frac{\Delta p_3}{Q} = B_1 + B_2 + B_3,$$

где B_Σ — суммарные потери в трубопроводе; B_1, B_2 и B_3 — потери на участках 1—2; 2—3; 3—4.

Таким образом, суммарные потери давления в трубопроводе равны сумме потерь на каждом участке.

Сравнение различных моделей

Обозначим податливость в виде $\mu = 1/k$, где k — жесткость элемента механической системы. Запишем и сравним результирующие зависимости искомых величин различных моделей:

$$\left.\begin{aligned} y_\Sigma &= \frac{F}{k_\Sigma} = F\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} = F(\mu_1 + \mu_2 + \mu_3); \\ \Delta T &= T_г - T_ж = q\frac{1}{\alpha_г} + \frac{1}{\alpha_ж} + \frac{h}{\lambda}; \\ U_\Sigma &= I(R_{1\text{-}2} + R_{2\text{-}3} + R_{3\text{-}4}); \\ \Delta p_\Sigma &= Q(B_1 + B_2 + B_3). \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

Очевидно, что зависимости (11) имеют аналогичные структуры и могут быть записаны в обобщенном виде:

$$Y_\Sigma = C\Sigma X, \tag{12}$$

где Y_Σ — некоторая аддитивная величина; C — величина, которая постоянна на любом участке рассмотренных моделей; X — величина, играющая роль сопротивлений в рассмотренных моделях.

Следует отметить, что выявленная закономерность (12) приведена только для систем с последовательной схемой связи ее элементов. Можно также показать, что аналогичность структур зависимостей останется неизменной и для систем с параллельной схемой связи, а также для систем с комбинацией последовательных и параллельных схем связи.

Таким образом, структурная аналогия описания и результирующих зависимостей параметров тепловой, силовой, гидравлической и электрической моделей позволяет расширить области поиска решений для задач оценки точности станка на стадии проектирования его деталей и узлов. Также появляется возможность упростить процесс построения формализованных систем для анализа тепловой точности технологического оборудования на стадии проектирования. Использование при проектировании аналогии в построении и анализе упругой и тепловой моделей позволяет находить обобщенные оценки и решения, определять ранее скрытые связи и соотношения между различными параметрами деталей металлорежущих станков.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Чернянский П. М.** Основы проектирования точных станков. Теория и расчет: Учеб. пособ. М.: КНОРУС, 2010. 240 с.
2. **Кузнецов А. П.** Тепловое поведение и точность металлорежущих станков. М.: Янус-К, 2011. 256 с.
3. **Кузнецов А. П.** Тепловой режим металлорежущих станков. М.: МГТУ "Станкин", Янус-К, 2013. 480 с.
4. **Yto Y.** Thermal deformation in Machine tools. London—N. Y.: McGraw-Hill, 2010. 214 p.
5. **Прочность,** жесткость и устойчивость элементов конструкций. Теория и практикум: Решения задач механики методом конечных элементов / Под ред. Б. Г. Попова. М.: ИКЦ "Академкнига", 2008. 160 с.
6. **Яворский Б. М., Детлаф А. А., Лебедев А. К.** Справочник по физике для инженеров и студентов вузов. М.: Мир и Образование, 2006.1056 с.

УДК 621.165

А. Ю. ФЕРШАЛОВ, канд. техн. наук, М. Ю. ФЕРШАЛОВ
(Дальневосточный федеральный университет, г. Владивосток),
e-mail: afersh@list.ru

Методика определения газодинамических и конструктивных характеристик проточной части большешаговых рабочих колес малорасходных турбин[1]

Рассматривается эффективность рабочих колес осевых малорасходных турбин. Приведены математические регрессионные модели эффективности рабочих колес и угла выхода потока рабочего тела из рабочего колеса, а также методика определения газодинамических и конструктивных характеристик проточной части большешаговых рабочих колес.

Ключевые слова: турбина, малорасходная турбина, рабочее колесо, проточная часть, эффективность, коэффициент скорости.

The effectiveness of rotor wheels of axial-flow low emission turbine is considered. The mathematical regression models of effectiveness of rotor wheels and outlet angle of working body flow from rotor wheel, and also the methodic of determination of gas-dynamic and structural characteristics of air-gas channel of large-step rotor wheels, are presented.

Keywords: turbine; low emission turbine; rotor wheel; air-gas channel; effectiveness; speed coefficient.

Создание высокоэффективных двигателей — актуальная задача особенно в условиях роста цен на энергоресурсы. Для различных технических систем автономной энергетики мобильность и автономность могут достигаться использованием турбоприводов с ограниченным расходом рабочего тела (РТ). Применение в таких турбинах ступеней с полным подводом РТ приводит к недопустимо малым высотам лопаток, что вынуждает использовать сопловые аппараты (СА) с частичным подводом РТ (парциальные турбины) к рабочему колесу (РК) [далее такие турбины будем называть малорасходными (МРТ)]. В результате этого имеют место дополнительные потери энергии, затрачиваемой на вентиляцию в зоне неактивной дуги и на краях дуги подвода РТ. По данным Московского (МАИ) и Куйбышевского (КуАИ) авиационных институтов снижение степени парциальности с 1,0 до 0,15 осевых МРТ приводит к снижению КПД с 75 до 50 %.

Одним из возможных путей решения ряда проблем, обусловленных частичным подводом РТ к РК, является использование СА с малыми конструктивными углами выхода РТ из сопел [1]. Такое решение позволяет проектировать и изготовлять турбины с полным подводом РТ и исключает потери, обусловленные парциальностью.

Малые углы выхода потока из СА предполагают большие углы поворота потока в РК, что увеличивает толщину последнего при сохранении оптимального шага. Для обеспечения приемлемой толщины РК, работающих с СА конструкции [1], лопатки выполняются с большим относительным шагом (t/b = 1,12).

По данным Калужского турбинного завода увеличение коэффициента скорости в рабочей решетке полноразмерных турбин на 1 % повышает мощность ступени на 0,73 %. Для МРТ мощность в зависимости от увеличения коэффициента скорости рабочей решетки повышается больше, что обусловлено увеличением относительной толщины пограничного слоя.

Была поставлена задача — снизить потери энергии в РК, что позволит повысить эффективность работы турбинной ступени. Для этого необходимо решить проблемы аэродинамического совершенствования и оптимизации геометрических и режимных параметров проточных частей РК с большим углом поворота потока [2].

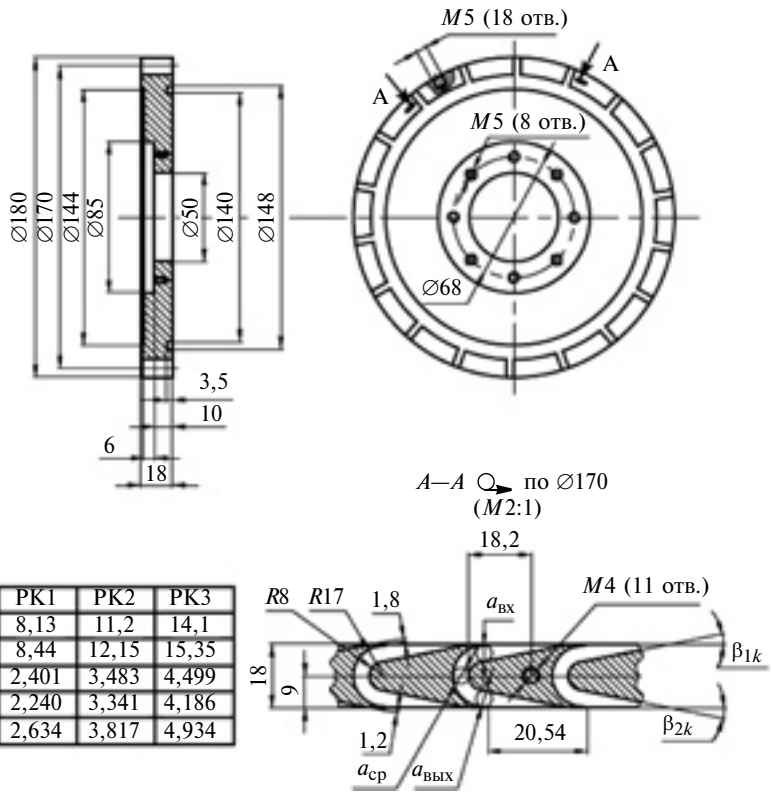
Исследования газодинамических характеристик проточной части большешаговых РК проводили на экспериментальном стенде [3], который позволял проводить синхронные замеры моментов, создаваемых потоком РТ на выходе из СА и при прохождении через колесо с осевым выходом. В результате испытаний были определены интегральные характеристики потока РТ (вектор скорости, температура, давление и плотность) в контрольных сечениях, а именно перед РК и за ним, что позволило определять коэффициент скорости РК.

Геометрические параметры модельных РК представлены на рисунке [3, 4].

На основании экспериментальных данных [4] получены аналитические зависимости коэффициента ψ скорости РК и угла β выхода потока РТ из него как полиномиальные модели второго порядка в виде [5]:

$$\psi;\ \beta_2 = b_0 + \sum_{i=1}^{3} b_i x_i + \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} b_{ij} x_i x_j.$$

[1] Исследование выполнено при поддержке Программы "Научный фонд" ДВФУ.



Параметр	РК1	РК2	РК3
β_{1k}	8,13	11,2	14,1
β_{2k}	8,44	12,15	15,35
$a_{вх}$	2,401	3,483	4,499
$a_{ср}$	2,240	3,341	4,186
$a_{вых}$	2,634	3,817	4,934

Модельные рабочие колеса

Здесь для коэффициента ψ скорости РК: b_i и b_{ij} — коэффициенты полинома; x_1 — угол входа потока в РК (β_1); x_2 — конструктивный угол входа потока в РК ($\beta_к$); x_3 — число Маха на выходе из РК по теоретическим параметрам (M_{w2t}); для угла β выхода потока из РК: b_i и b_{ij} — коэффициенты полинома; x_1 — конструктивный угол выхода потока из РК ($\beta_{2к}$); x_2 — число Маха на выходе из РК (M_{w2}); x_3 — характеристическое число (отношение U/C окружной скорости РК к скорости потока).

Коэффициенты регрессии (КР), полученные методом наименьших квадратов, представлены в табл. 1.

На основе полученных регрессионных моделей разработана методика, позволяющая определить конструктивные параметры РК, соответствующие максимально возможному коэффициенту скорости, при заданных параметрах на выходе из СА [6, 7], а также определить угол выхода потока РТ из РК, при необходимости проектирования следующей ступени турбины.

Данная методика применима в следующем диапазоне изменения параметров: число Маха на выходе из РК по теоретическим параметрам $|M_{w2t}| = 0{,}38 \div 2{,}82$; угол натекания потока на РК $|\beta_1| = 2{,}86 \div 31{,}72°$ и характеристическое число $|U/C| = 0 \div 0{,}66$.

Последовательность расчета

1. Задаются значения $|M_{w2t}|$, $|\beta_1|$ и $|U/C|$.

2. Переведем абсолютные величины в относительные следующим образом.

Число Маха на выходе из РК по теоретическим параметрам

$$M_{w2t} = \frac{|M_{w2t}| - \overline{M}_{w2t}}{M_{w2t\max} - \overline{M}_{w2t}},$$

где $\overline{M}_{w2t} = (M_{w2t\max} + M_{w2t\min})/2 = 1{,}22$; $M_{w2t\max}$ и $M_{w2t\min}$ — максимальное и минимальное значения в диапазоне проведенного эксперимента $|M_{w2t}| = 0{,}38 \div 2{,}82$.

Характеристическое число

$$U/C = \frac{|U/C| - \overline{U/C}}{(U/C)_{\max} - \overline{U/C}},$$

где $\overline{U/C} = 0{,}33$; $(U/C)_{\max}$ и $(U/C)_{\min}$ — максимальное и минимальное значения в диапазоне проведенного эксперимента $|U/C| = 0 \div 0{,}66$.

Угол натекания потока на РК

$$\beta_1 = \frac{|\beta_1| - \bar{\beta}_1}{\beta_{1\max} - \bar{\beta}_1},$$

где $\bar{\beta}_1 = 14{,}43$; $\beta_{1\max}$ и $\beta_{1\min}$ — максимальное и минимальное значения в диапазоне проведенного эксперимента $|\beta_1| = 2{,}86 \div 31{,}72°$.

3. Для поиска оптимального конструктивного угла входа РК определим экстремум функции ψ по β_{1k} и значение, соответствующее максимально возможному для заданных параметров значению ψ:

$$\beta_{1k} = -\frac{-b_2 + b_{12}\beta_1 + b_{23}M_{w2t}}{2b_{22}}.$$

Коэффициенты регрессии представлены в табл. 1.

Анализ полинома коэффициента скорости показал, что функция второго порядка имеет толь-

Таблица 1

Коэффициенты регрессии для определения коэффициента скорости РК и угла выхода потока из них

Коэффициент скорости РК		Угол выхода потока из РК	
КР	Значение	КР	Значение
b_0	0,8079	b_0	0,2501
b_1	0,1122	b_1	0,0621
b_{11}	−0,1920	b_{11}	0,0023
b_2	−0,0377	b_2	0,0030
b_{22}	−0,0125	b_{22}	−0,1148
b_3	0,1093	b_3	0,0262
b_{33}	−0,0499	b_{33}	−0,0317
b_{12}	0,0021	b_{12}	0,0524
b_{13}	−0,0730	b_{13}	0,0181
b_{23}	−0,0296	b_{23}	−0,0421

ко один экстремум, а так как коэффициент b_{22} при $\beta_{1к}$ отрицательный, то функция — выпуклая вверх, следовательно, этот единственный экстремум — максимум.

Существует вероятность, что экстремум будет находиться за пределами результатов эксперимента, тогда следует ограничиться значениями в диапазоне эксперимента, т. е. при $\beta_{1к} < 8{,}13°$ принять $\beta_{1к} = 8{,}13°$; при $\beta_{1к} > 14{,}10°$ принять $\beta_{1к} = 14{,}10°$. За пределами данного диапазона точность результата не гарантируется.

4. Рассчитаем ψ по регрессионной зависимости

$$\psi = b_0 + b_1\beta_1 + b_{11}\beta_1^2 + b_2\beta_{1k} + b_{22}\beta_{1k}^2 + b_3M_{w2t} + b_{33}M_{w2t}^2 + b_{12}\beta_1\beta_{1k} + b_{13}\beta_1M_{w2t} + b_{23}\beta_{1k}M_{w2t}.$$

5. В проведенных исследованиях геометрические параметры модельных РК взаимосвязаны, т. е. конструктивный угол входа однозначно определяет остальные геометрические характеристики. В исследовании рассмотрены три РК, что позволяет построить зависимость геометрических параметров как функцию второго порядка: $f(x) = ax^2 + bx + c$, где x — переменная, введенная как масштабный коэффициент для функциональной зависимости геометрических параметров.

Решая систему уравнений по известным трем РК получаем коэффициенты a_i, b_i и c_i для всех геометрических параметров (табл. 2).

По определенному выше $\beta_{1к}$, соответствующему максимально возможному ψ, находим оптимальное значение x:

$$x_{оп} = \frac{-b_1 \pm \sqrt{b_1^2 - 4a_1(c_1 - \beta_{1k})}}{2a_1}.$$

Выбираем корень данного уравнения, не превышающий единицу.

По $x_{оп}$ определяем остальные геометрические параметры, соответствующие максимально возможному ψ:

конструктивный угол выхода

$$\beta_{2к} = a_2x_{оп}^2 + b_2x_{оп} + c_2;$$

ширину канала на входе

$$a_{вх} = a_3x_{оп}^2 + b_3x_{оп} + c_3;$$

ширину канала в среднем сечении

$$a_{ср} = a_4x_{оп}^2 + b_4x_{оп} + c_4;$$

ширину канала на выходе

$$a_{вых} = a_5x_{оп}^2 + b_5x_{оп} + c_5.$$

6. Рассчитаем β_2 по формуле

$$\beta_2 = b_0 + b_1\beta_{2k} + b_{11}\beta_{2k}^2 + b_2U/C + b_{22}(U/C)^2 + b_3M_{w2} + b_{33}M_{w2}^2 + b_{12}\beta_{2k}U/C + b_{13}\beta_{2k}M_{w2} + b_{23}M_{w2}U/C,$$

где $M_{w2} = \psi M_{w2t}$ — число Маха на выходе из РК.

Коэффициенты регрессии угла выхода потока РТ из РК выбираем из табл. 1.

Данные расчеты позволяют профилировать высокоэффективные РК с большим углом поворота проточной части. Коэффициент скорости исследованных РК достигает 0,92 при $\beta_1 = 18{,}68°$, $\beta_{1к} = 8{,}13°$ и $M_{w2t} = 2{,}82$, что указывает на перспективность при создании новых сверхзвуковых турбинных ступеней с относительно малым расходом РТ.

Таблица 2

Коэффициенты функций геометрических параметров РК

Параметр	i	a_i	b_i	c_i
β_{1k}	1	−0,001420	2,985	11,116
β_{2k}	2	0,021500	3,455	11,873
$a_{вх}$	3	−0,000481	1,049	3,450
$a_{ср}$	4	0,000443	0,973	3,213
$a_{вых}$	5	0,000350	1,150	3,784

Проведенные исследования показали возможность использования полученных результатов для рабочих колес других типоразмеров, работающих на других РТ, с другими температурами и давлениями.

Методика моделирования, разработанная для этих целей, представлена в работах [8, 9].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **А. с. 857512 СССР:** Осевая турбина.

2. **Фершалов А. Ю., Грибиниченко М. В., Фершалов Ю. Я.** Газодинамические характеристики рабочих колес осевых турбин с большим углом поворота проточной части // Вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2012. № 1. С. 88—99.

3. **Фершалов Ю. Я.** Совершенствование сверхзвуковых осевых малорасходных турбин. Дис. ... канд. техн. наук. Владивосток, 2000.

4. **Фершалов А. Ю.** Повышение эффективности рабочих колес судовых осевых малорасходных турбин. Дис. ... канд. техн. наук. Владивосток, 2011.

5. **Левенберг В. Д.** Судовые малорасходные турбины. Л.: Судостроение, 1976. 192 с.

6. **Fershalov Ju. Yu., Sazonov T. V.** Experimental research of the nozzles // Advanced Materials Research. 2014. № 915, 916. С. 345—348.

7. **Fershalov M. Yu., Fershalov A. Yu., Fershalov Ju. Yu.** Calculation reactivity degree for axial low-account turbines with small emergence angles of nozzle devices // Advanced Materials Research. 2014. № 915, 916. С. 341—344.

8. **Фершалов Ю. Я.** Методика физического моделирования газодинамических процессов в проточной части турбомашин // Изв. высших учебных заведений. Авиационная техника. 2012. № 4. С. 71—74.

9. **Fershalov Yu.Ya.** Technique for physical simulation of gasodynamic processes in the turbomachine flow passages // Russian Aeronautics. 2012. Т. 55. № 4. С. 424—429.

УДК 621.752.3

Б. А. ГОРДЕЕВ, д-р техн. наук, С. Н. ОХУЛКОВ, канд. физ.-мат. наук, В. В. БУГАЙСКИЙ,
А. Н. ОСМЕХИН, канд. техн. наук (Институт проблем машиностроения РАН, г. Нижний Новгород),
e-mail: vibro@mts-nn.ru

Влияние остаточной магнитной индукции на амплитудно-частотные характеристики магнитореологических трансформаторов[1]

Показано влияние гистерезиса ферромагнитных сердечников на частотные характеристики магнитореологических трансформаторов гидроопор. Предложен способ устранения гистерезисного эффекта с помощью суммарного сигнала возбуждения и размагничивания ферромагнитных сердечников возбуждающих электромагнитов из отдельных импульсных сигналов.

Ключевые слова: магнитореологический трансформатор; гидроопора; остаточная магнитная индукция; магнитное поле; магнитореологическая жидкость; ферромагнитный сердечник; фазовый сдвиг; релаксация; амплитудно-частотные характеристики; передаточная функция; дроссельные каналы.

The influence of hysteresis of ferromagnetic cores on frequency characteristics of magnetorheologic transformers of hydromounts is shown. The way of elimination of hysteresis effect using summary signal of excitation and demagnetization of ferromagnetic cores of field magnets from separate pulse signals is suggested.

Keywords: magnetorheologic transformer; hydromount; residual magnetic induction; magnetic field; magnetic fluid; ferromagnetic core; phase shift; relaxation; amplitude-frequency characteristics; transfer function; throttle channel.

В магнитореологических трансформаторах (МРТ) недопустима остаточная магнитная индукция (т. е. гистерезисные эффекты) ферромагнитных сердечников возбуждающих электромагнитов (ВЭ), так как она увеличивает время переходных процессов при смене полярности внешнего магнитного поля [1—6], в результате чего возникает задержка между напряженностью H и магнитной индукцией B магнитного поля. Также на задержку между функциями H и B внешнего магнитного поля может оказывать влияние и скорость релаксации рабочей магнитореологической жидкости (МРЖ) [4, 5, 7]. Возникающие фазовые сдвиги функций H и B влияют на работу гидроопоры с МРТ, поэтому их необходимо учитывать и устранять при настройке гидроопоры с МРТ на заданные резонансные частоты [1—6]. Для этого в конструкцию активных гидроопор с МРТ вводят новые управляющие элементы — ферромагнитные сердечники ВЭ [1—5]. Это обусловливает необходимость решения следующих задач:

1) оценка мнимого частотного сдвига динамических амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) гидроопоры с МРТ при смене полярности внешнего магнитного поля с учетом гистерезиса в сердечниках МРТ и скорости релаксации МРЖ;

2) построение динамических АЧХ;

3) ликвидация остаточной магнитной индукции сердечников ВЭ;

4) ликвидация аномальной магнитной вязкости (АМВ) в дроссельных каналах МРТ — размагничивание МЖ переменным магнитным полем.

Оценка виртуального частотного сдвига от гистерезиса сердечников ВЭ

Рассмотрим три случая остаточной магнитной индукции ферромагнитных сердечников, создающие фазовые сдвиги между периодическими функциями $H = H_т \sin\omega t$ и $B = B_т \sin(\omega t - \varphi)$, которые составляют 10, 20 и 30 %, т. е. $\Delta\varphi_1 = 36°$; $\Delta\varphi_2 = 72°$; $\Delta\varphi_3 = 108°$.

Определим временны́е сдвиги между периодическими функциями H и B для сигнала возбуждения с частотой $f_в = 8$ Гц при периоде повторения вибросигнала $T_п = T_с = 0{,}125$ с ($T_с$ — период вибросигнала) на частоте вибросигнала по формуле $t_{з.в i} = \dfrac{\Delta\varphi_i}{2\pi} T_п$: $t_{з.в1} = 6{,}25 \cdot 10^{-3}$ с; $t_{з.в2} = 12{,}5 \cdot 10^{-3}$ с; $t_{з.в3} = 18{,}75 \cdot 10^{-3}$ с.

Рассчитаем мнимые частотные сдвиги, обусловленные временны́ми сдвигами между функциями H и B.

Фазовый сдвиг между периодическими функциями угловых частот ω_1 и ω_2 определяется уравнением [8—11]

$$\Delta\varphi = (\omega_1 - \omega_2)t = \omega_1 \Delta t, \qquad (1)$$

где Δt — временно́й сдвиг между периодическими функциями H и B электромагнитного поля ВЭ.

[1] Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант № 14-19-01637) и частичной финансовой поддержке РФФИ "Нелинейная волновая динамика и устойчивость роторных систем" (грант № 11-08-97066-Р_Поволжье, 2011 г.).

Из выражения (1) находим:

$$\Delta t = \frac{(\omega_1 - \omega_2)}{\omega_1} t;$$

$$\omega_2 = \omega_1 - \frac{\omega_1 \Delta t}{t}. \qquad (2)$$

Угловая частота ω_2 является мнимой частотой электромагнитного поля ВЭ в дроссельных каналах гидроопоры, она не совпадает с действительной угловой частотой ω_1 входного вибросигнала.

В уравнении (2) выражение $-\omega_1 \Delta t/t$ является мнимым частотным сдвигом магнитного поля, вычитаемым из действительной угловой частоты ω_1 вибросигнала [8—11]. Мнимый частотный сдвиг магнитного поля обусловлен временнóй задержкой сигнала возбуждения МРТ от гистерезиса сердечников ВЭ [1—6].

Разделив обе части уравнения (2) на 2π, перейдем от угловых частот ω к циклическим частотам f:

$$f_2 = f_1 - f_1 \Delta t/t, \qquad (3)$$

где $\Delta t/t = n$ — безразмерный коэффициент ($t = 1$ с — текущее время).

Таблица 1

Значения мнимых частот $f_{2.i}$ электромагнитного поля ВЭ в дроссельных каналах МРТ

j	$f_{1.j}$, Гц	$f_{2.1.j}$, Гц	$f_{2.2.j}$, Гц	$f_{2.3.j}$, Гц
0	8	7,950	7,900	7,850
1	25	25,150	24,700	24,530
2	50	49,700	49,375	49,063
3	75	74,532	74,063	73,600
4	100	99,375	98,875	98,125
5	125	124,219	123,438	122,653
6	150	149,063	148,125	147,188
7	175	173,907	172,813	171,719
8	200	198,150	197,500	196,250
9	225	223,594	222,188	220,782

Таблица 2

Значения мнимых частотных сдвигов Δf_i, обусловленных гистерезисом сердечников ВЭ

j	$f_{1.j}$, Гц	$\Delta f_{1.j}$, Гц	$\Delta f_{2.j}$, Гц	$\Delta f_{3.j}$, Гц
0	8	0,050	0,100	0,150
1	25	0,150	0,300	0,470
2	50	0,300	0,625	0,937
3	75	0,468	0,937	1,400
4	100	0,625	1,125	1,875
5	125	0,781	1,563	2,347
6	150	0,937	1,875	2,813
7	175	1,093	2,188	3,281
8	200	1,250	2,500	3,750
9	225	1,406	2,813	4,218

Тогда мнимая частота электромагнитного поля ВЭ имеет вид:

$$f_2 = f_1 - nf_1,$$

где $-nf_1 = \Delta f$ — мнимый частотный сдвиг, вычитаемый из действительной частоты f_1 вибросигнала.

По формуле (3) найдем мнимые частоты f_{2i} для определения АЧХ и ФЧХ гидроопоры с МРТ для рассмотренных ранее трех фазовых сдвигов между магнитной индукцией B магнитного поля и частотой входного вибросигнала: $f_{2.1} = 7{,}95$ Гц; $f_{2.2} = 7{,}9$ Гц; $f_{2.3} = 7{,}85$ Гц.

Аналогично рассчитываем остальные мнимые частоты, обусловленные гистерезисом сердечников ВЭ для всего диапазона частот гидроопоры с МРТ (табл. 1 и 2).

Влияние фазовых сдвигов функций магнитного поля на динамическую жесткость демпфирующей характеристики гидроопоры с МРТ

Один из основных этапов разработки активных гидроопор с МРТ — определение их динамической жесткости. По частотным передаточным функциям строят демпфирующие характеристики гидроопор (АЧХ) [2, 3].

Частотная передаточная функция для базовой линейной системы виброизоляции с МРТ имеет вид:

$$W(j\omega) = \frac{-m_{\text{им}}\omega^2 + bj\omega + c}{-(m + m_{\text{им}})\omega^2 + bj\omega + c},$$

где m — масса нагрузки на гидроопору с МРТ; $m_{\text{им}}$ — приведенная масса МРТ; b — гидравлический коэффициент трения МРЖ в дроссельных каналах; c — жесткость упругой обечайки, Н/м; ω — угловая частота возбуждения, рад; $j\omega$ — угловая комплексная частота.

Передаточная функция $W(j\omega)$ получена совместным решением системы механических и гидравлических уравнений, ее вид совпадает с видом передаточной функции, полученной операционным методом с использованием преобразования Лапласа. Такая функция при замене комплексной частоты $j\omega$ на комплексную величину s представляет собой отношение двух квадратных уравнений с постоянными коэффициентами [2, 3]:

$$W(s)_i = \frac{Y(s)_i}{X(s)_i} = \frac{b_2 s^2 + b_{1i} s + b_{0i}}{a_2 s^2 + a_{1i} s + a_{0i}}. \qquad (4)$$

По функции (4) в среде Excel построены АЧХ динамической жесткости гидроопоры с МРТ при

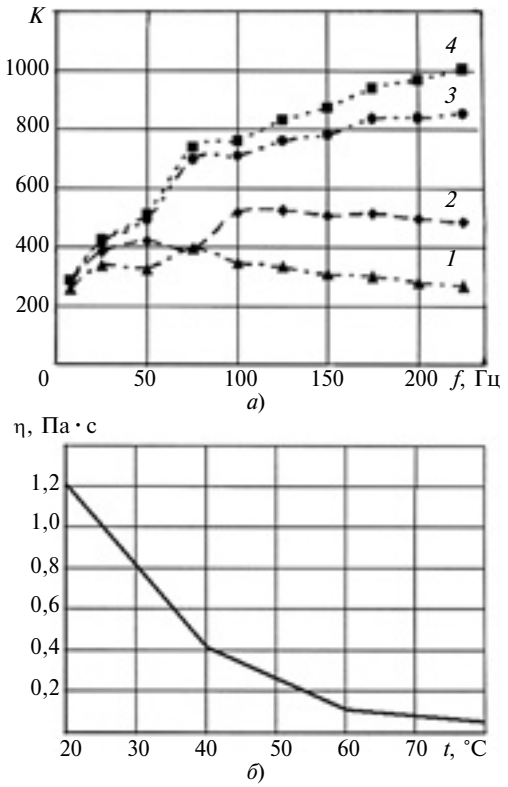


Рис. 1. АЧХ динамической жесткости *K* гидроопоры ОГ-90 для частот *f* возбуждения при температурах МРЖ *t* = 20 (*1*); 40 (*2*); 60 (*3*) и 80 °С (*4*) (*а*) и зависимость динамической вязкости η МРЖ гидроопоры (на основе глицерина) от температуры *t* (*б*)

разной температуре МРЖ (рис. 1, *а*). На рис. 1, *б* представлена зависимость динамической вязкости РМЖ гидроопоры (на основе глицерина) от ее температуры [1, 12], что необходимо учитывать при проектировании гидроопор.

Гидравлический коэффициент трения МРЖ в дроссельных каналах МРТ при изменении температуры также изменяется, т. е. является переменной величиной на каждой частоте возбуждения гидроопоры [1, 12]. Анализ АЧХ, приведенных на рис. 1, *а*, показал, что для настройки гидроопоры с МРТ на заданные частоты необходимо принудительное охлаждение МРЖ.

Также были определены экстремумы функций $W(s)$ для всех частот возбуждения в диапазоне температур МРЖ от 20 до 80 °С.

На рис. 2 (см. обложку) представлены гистограммы экстремумов функций $W(s)$ гидроопоры ОГ-90 с МРТ при разных частотах возбуждения и мнимых частотных Δf_i и фазовых $\Delta\varphi_i$ сдвигах, обусловленных гистерезисом ферромагнитных сердечников ВЭ при температуре МРЖ 20 °С.

Анализ гистограмм экстремумов функций $W(s)$ показал, что гистерезис в сердечниках МРТ оказывает отрицательное влияние на работу МРТ гидроопоры — возбуждение дроссельных каналов в МРТ происходит несинхронно с фазой вибросигнала.

Рассмотрим случай при АМВ МРЖ в дроссельных каналах [4, 5], т. е. когда в рабочей среде под действием внешнего магнитного поля образуются кластеры различной конфигурации, которые препятствуют ее движению по дроссельным каналам. Данный процесс аналогичен процессам, описывающим движение обычных жидкостей с различной вязкостью без влияния магнитного поля.

Аномальная магнитная вязкость МРЖ в дроссельных каналах МРТ представляет собой магнитное последействие, а именно: отставание от времени изменения намагниченности МРЖ, обусловленное остаточной магнитной индукцией в ферромагнитных сердечниках [4, 5]. В индукционных дроссельных каналах МРТ она влияет на время релаксации МРЖ при исчезновении внешнего управляющего магнитного поля.

На рис. 3 показаны графики изменения времени релаксации МРЖ в дроссельном канале из-за остаточной намагниченности сердечников ВЭ и АМВ МРЖ для феррита и стали после снятия ортогонального постоянного магнитного поля.

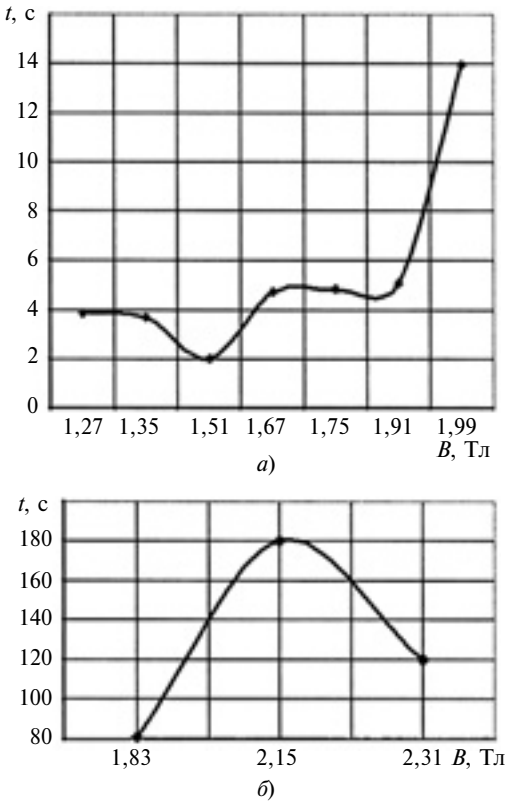


Рис. 3. Изменения времени релаксации МРЖ в дроссельном канале из-за остаточной намагниченности сердечников ВЭ и АМВ МРЖ для феррита (*а*) и стали (*б*) после снятия ортогонального постоянного магнитного поля

Из-за АМВ исходная намагниченность МРЖ может устанавливаться после изменения напряженности поля, т. е. снятия постоянного магнитного поля через некоторое время (от 10^{-6} с до десятков секунд) [4, 5, 7].

Это объясняется остаточной намагниченностью сердечников ВЭ [2—6], которые изготовляют из ферромагнетиков с доменной структурой.

Возобновление протекания МРЖ в индукционных дроссельных каналах через несколько десятков секунд после снятия внешнего постоянного магнитного поля объясняется наличием АМВ МРЖ и остаточной магнитной индукцией в ферромагнитных сердечниках МРТ.

Время релаксации ($10^{-7} \div 10^{-3}$ с) МРЖ определяется ее магнитной вязкостью, которая зависит от конечной скорости коллоидных частиц и задержки образования коллоидных частиц с обратной намагниченностью (от $10^{-8} \div 10^{-7}$ с). При воздействии переменного магнитного поля вязкость МРЖ уменьшается.

Релаксация МРЖ создает мнимые частотные сдвиги между АЧХ и обусловливает возбуждение МРТ гидроопоры на частотах вибросигналов [6, 7, 13]. Варьируя частоту и амплитуду магнитного поля можно создать вращение коллоидных частиц и тем самым уменьшить вязкость МРЖ. Для размагничивания на МРЖ воздействуют магнитным полем с частотой, обратно пропорциональной времени ее релаксации, например $f_{\text{рМРЖ}} = 3{,}0 \cdot 10^3$ Гц; $t_{\text{рМРЖ}} = 0{,}33 \cdot 10^{-3}$ с [2, 3, 7].

Определение виртуального частотного сдвига, обусловленного АМВ МРЖ в дроссельных каналах МРТ

Рассчитаем мнимые частоты $f_{2.i.j}$ с приращениями $\Delta f_{2.i.j}$, вызванными релаксацией разных МРЖ. Пусть время их релаксаций $\Delta t_{\text{р.1МРЖ}} = 0{,}315 \cdot 10^{-3}$ с, $\Delta t_{\text{р.2МРЖ}} = 0{,}625 \cdot 10^{-3}$ с и $\Delta t_{\text{р.3МРЖ}} = 0{,}925 \cdot 10^{-3}$ с. По формуле (3) определим мнимые частоты $f_{2.i}$ электромагнитного поля ВЭ с приращениями $\Delta f_{2.i}$ при возбуждении МРТ гидроопоры для МРЖ с $\Delta t_{\text{р.2МРЖ}} = 0{,}625 \cdot 10^{-3}$ с на резонансной частоте $f_{1.1} = 8$ Гц и заданных частотах возбуждения $f_{1.2} = 25$ Гц и $f_{1.3} = 50$ Гц, получим: $f_{2.1} = 7{,}995$ Гц; $f_{2.2} = 24{,}984$ Гц; $f_{2.3} = 49{,}968$ Гц.

Аналогично находим остальные мнимые частоты электромагнитного поля ВЭ, обусловленные релаксацией МРЖ для всего частотного диапазона работы гидроопооры (табл. 3).

Анализ полученных результатов показал, что релаксация МРЖ вызывает мнимые частотные сдвиги в АЧХ динамической жесткости гидроопоры (см. рис. 2), но они малы, поэтому в дальнейшем их не учитываем.

Таблица 3

Значения мнимых частот $f_{2.i.j}$ с приращениями $\Delta f_{2.i.j}$, обусловленных релаксацией МРЖ

j	$f_{1.j}$, Гц	$f_{2.1.j}$, Гц ($\Delta t_{\text{р.1РМЖ}}$)	$f_{2.2.j}$, Гц ($\Delta t_{\text{р.2РМЖ}}$)	$f_{2.3.j}$, Гц ($\Delta t_{\text{р.3РМЖ}}$)
0	8	7,99752	7,995	7,9922
1	25	24,99225	24,984	24,9756
2	50	49,98450	49,968	49,9510
3	75	74,97675	74,953	74,9270
4	100	99,96900	99,938	99,9025
5	125	124,96125	124,922	124,8780
6	150	149,95350	149,906	149,8540
7	175	174,94575	174,891	174,8294
8	200	199,93800	199,875	199,8050
9	225	224,93025	224,859	224,7810

Устранение остаточной магнитной индукции в сердечниках ВЭ и АМВ МРЖ в дроссельных каналах МРТ

Установлено, что время релаксации АМВ МРЖ в индукционных дроссельных каналах гидроопор с МРТ зависит от остаточной намагниченности ферромагнитных сердечников ВЭ [2—6].

Наблюдаемая АМВ МРЖ при выключенном внешнем магнитном поле МРТ гидроопоры является отрицательным фактором, поэтому сердечники ВЭ необходимо размагнитить [2, 3]. Для этого следует создать импульсное переменное магнитное поле, например с частотой размагничивая $f_{\text{р}} = 200$ Гц. В результате из-за быстрой смены полярности переменного магнитного поля домены в ферромагнитных сердечниках ВЭ не будут успевать выстраиваться, а будут находиться в хаотичном состоянии, что исключит остаточную магнитную индукцию, обусловленную гистерезисом ферромагнитных сердечников. Таким образом, импульсное переменное магнитное поле в индукционных дроссельных каналах будет препятствовать его открыванию, так как давление, создаваемое внешним магнитным полем ВЭ с магнитной индукцией и движением в дроссельном канале МРЖ МРТ гидроопоры, будет намного больше гидравлического давления от инерционной нагрузки [1—3].

Расчет времени релаксации МРЖ показал, что время переходных процессов, определяемое магнитной вязкостью мало́: $\Delta t_{\text{р.1МРЖ}} = 0{,}315 \cdot 10^{-3}$ с, поэтому в дальнейшем его не учитываем.

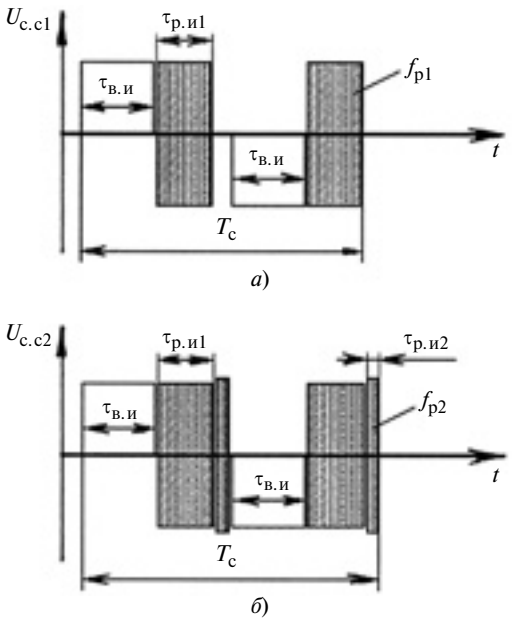


Рис. 4. Импульсные сигналы размагничивающего магнитного поля:
а — возбуждения и размагничивания ферромагнитных сердечников МРТ с $f_в$ и $f_{р1}$; *б* — возбуждения и размагничивания ферромагнитных сердечников МРТ с $f_в$, $f_{р1}$ и размагничивания МРЖ с $f_{р2}$; $U_{с.с}$ — суммарный сигнал возбуждения и размагничивания МРТ; $\tau_{в.и}$ — длительность сигналов возбуждения сердечников ВЭ МРТ; $\tau_{р.и1}$ и $\tau_{р.и2}$ — длительности сигналов размагничивания сердечников ВЭ МРТ и МРЖ

Переменное магнитное поле с частотой, обратно пропорциональной времени релаксации, $f_{р.РМЖ} = 3{,}0 \cdot 10^3$ Гц ликвидирует релаксацию МРЖ в дроссельном канале, обусловленную ее АМВ.

Уменьшение магнитной вязкости МРЖ в дроссельном канале не вызывает его открывания, так как давление, создаваемое со стороны внешнего магнитного поля с магнитной индукцией и движением МРЖ в дроссельном канале, будет больше гидравлического давления МРЖ.

Для синхронного закрывания и открывания дроссельных каналов необходимо устранять фазовые сдвиги между АЧХ динамической жесткости гидроопоры с МРТ и возбуждением самого МРТ с помощью переменного магнитного поля с частотой вибросигнала. Этого можно достичь только возбуждением сердечников МРТ и МРЖ с предварительным их размагничиванием, что обеспечивается суммарным сигналом возбуждения и размагничивания, состоящим из отдельных электромагнитных импульсных сигналов в блоке возбуждения МРТ гидроопоры (рис. 4, *а*, *б*) с частотами возбуждения ($f_в$), размагничивания ферромагнитных сердечников ($f_{р1}$) и размагничивания релаксации МРЖ ($f_{р2}$) [2, 3]. Так сформированный суммарный сигнал должен состоять из отдельных импульсных сигналов, включая и сигнал размагничивания релаксации МРЖ, например $f_{р2} = 3000$ Гц (см. рис. 4, *б*).

При размагничивании ферромагнитных сердечников ВЭ и релаксации МРЖ в ВЭ имеют место импульсные токи $I_{э.им}$, создаваемые импульсным переменным магнитным полем с индукцией B до 2,0 Тл и определяемые мощностью импульса размагничивания, которая на частоте $f_р$ размагничивания определяется по формуле [8—11]

$$P_{р.и} = \frac{U_{р.и}^2}{Z_э} \tau_{р.и} f_р. \qquad (5)$$

Здесь $U_{р.и}$ — амплитуда напряжения импульса размагничивания сердечников ВЭ и МРЖ на частоте размагничивания; $\tau_{р.и}$ — длительность импульсов размагничивания; $Z_э = N_в X_L$ — полное сопротивление ВЭ, где $N_в$ — число витков ВЭ; $X_L = 2\pi f_{р1} L_э$ — индуктивное сопротивление ВЭ ($L_э$ — индуктивность ВЭ).

Импульсы размагничивания следуют с удвоенной частотой вибросигнала ($2f_с$) и заполнением с частотой $f_р$ размагничивания, например $f_{р1} = 500$ Гц при $f_с = 50$ Гц (см. рис. 4, *а*). Амплитуда напряжения импульсов размагничивания $U_{р.и} = 300$ В.

Для сердечников ВЭ МРТ принимаем: длительность импульсов размагничивания $\tau_{р.и} = T_с/(2 \cdot 3{,}5)$ (до 1/7 периода вибросигнала; $T_с$ — период повторения вибросигнала), индуктивность ВЭ $L_э = 6{,}455 \cdot 10^{-3}$ Гн.

Рассчитаем импульсные токи ВЭ для размагничивания сердечников ВЭ и релаксации МРЖ в МРТ гидроопоры.

1. Определим импульсный ток размагничивания сердечников ВЭ при амплитуде напряжения импульса размагничивания сердечников $U_{р.и} = 300$ В.

Индуктивное сопротивление ВЭ при переменном токе с частотой размагничивания $f_{р1} = 500$ Гц составит [8] $X_{Lf_{р1}} = 2\pi f_{р1} L_э \approx 20$ Ом.

Полное сопротивление катушки ВЭ с числом $N_в = 715$ при частоте размагничивания $f_{р1} = 500$ Гц составит $Z_{эf_{р1}} = N_в X_{Lf_{р1}} = 14\,300$ Ом.

По формуле (5) определим мощность импульса размагничивания для сердечников ВЭ на частоте размагничивания $f_{р1} = 500$ Гц: $P_{р.иf_{р1}} = 8{,}99$ Вт.

Импульсный ток размагничивания для сердечников ВЭ находим по формуле [8—11]

$$I_{р.иf_{р1}} = \frac{U_{р.и}}{Z_{эf_{р1}}} \tau_{р.и} f_{р1} = 0{,}0299 \text{ А}.$$

Данный импульсный ток обеспечивает в импульсе магнитный поток $\Phi_{\delta\,м.и} = B_{\delta\,м}S_\delta \approx 0{,}2 \cdot 10^{-3}$ Вб, где $B_{\delta\,м}$ и S_δ — магнитная индукция и площадь поперечного сечения в полюсах ферромагнитных сердечников ВЭ; δ — магнитный зазор индукционных дроссельных каналов.

Таким образом, сердечники ВЭ МРТ размагничены импульсным переменным магнитным полем с индукцией $B = 1{,}885$ Тл и частотой размагничивания $f_{р1} = 500$ Гц. При этом дроссельный канал для дросселирования МРЖ остается закрытым.

2. Определим импульсный ток размагничивания релаксации для МРЖ.

Индуктивное сопротивление катушки ВЭ на переменном токе с частотой $f_{р2} = 3000$ Гц составит [8] $X_{Lf_{р2}} = 2\pi f_{р2}L_э = 121$ Ом.

На частоте размагничивания $f_{р2} = 3000$ Гц полное сопротивление катушки ВЭ с числом $N_в = 715$ составит $Z_{эf_{р2}} = N_в X_{Lf_{р2}} = 86515$ Ом.

По формуле (5) определим мощность импульса размагничивания при амплитуде напряжения импульса размагничивания сердечников $U_{р.и} = 300$ В для МРЖ на частоте размагничивания $f_{р2} = 3000$ Гц: $P_{р.иf_{р2}} = 8{,}92$ Вт. Тогда импульсный ток размагничивания $I_{р.иf_{р2}} = 0{,}0297$ А будет обеспечивать в импульсе магнитный поток $\Phi_{\delta\,м.и} \approx 0{,}2 \cdot 10^{-3}$ Вб, где $B_{\delta\,м}$ и S_δ — магнитная индукция и площадь поперечного сечения в полюсах ферромагнитных сердечников ВЭ; δ — магнитный зазор индукционных дроссельных каналов. Таким образом, МРЖ размагничена импульсным переменным магнитным полем индукцией $B = 1{,}885$ Тл при частоте размагничивания $f_{р2} = 3000$ Гц. При этом дроссельный канал для дросселирования МРЖ остается закрытым [3].

Аналогично рассчитываем импульсные токи размагничивания сердечников ВЭ и размагничивания МРЖ для остальных частот $f_{рi}$ в диапазоне рабочих частот гидроопоры с МРТ, т. е. до $f_в = 50$ Гц (табл. 4).

Расчеты импульсных токов размагничивания сердечников ВЭ МРТ и размагничивания МРЖ показали, что закрывание дроссельных каналов МРТ гидроопоры и последующее размагничивание сердечников ВЭ должно осуществляться суммарным сигналом, сформированным из отдельных импульсных сигналов возбуждения и размагничивания (см. рис. 4, *а*, *б*) [1—3].

Для одновременного закрывания дроссельных каналов и размагничивания сердечников ВЭ с последующим размагничиванием МРЖ в МРТ необходимо определить амплитуды напряжения импульсов размагничивания, частоты размагничивания ($f_{р1}$) сердечников ВЭ и размагничивания МРЖ ($f_{р2}$), а также временны́е интервалы импульсов возбуждения ($\tau_{в.и}$) и размагничивания ($\tau_{р.и}$) последовательных периодических импульсов [3].

В суммарном сигнале возбуждения и размагничивания длительности импульсов размагничивания сердечников ВЭ и релаксации МРЖ должны быть одинаковыми.

Период $T_{с.с}$ суммарного сигнала для возбуждения и размагничивания сердечников ВЭ и последующего размагничивания МРЖ разбиваем на равные временные интервалы $\tau_{р.и}$ следующим образом:

$$T_{с.с} = \left[\left(\frac{1{,}5}{7}\right) + \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{7}\right)\right] + \left[\left(\frac{1{,}5}{7}\right) + \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{7}\right)\right] T_с. \quad (6)$$

Здесь $(1{,}5/7)T_с = \tau_{в.и}$ — длительность сигналов возбуждения сердечников ВЭ; $(1/7 + 1/7)T_с = 2\tau_{р.и}$ — длительность сигналов размагничивания сердечников ВЭ МРТ и последующего размагничивания МРЖ; $T_с$ — период вибросигнала.

Данное временно́е разбиение суммарного сигнала возбуждения и размагничивания сердечников ВЭ и последующего размагничивания МРЖ на равные временны́е интервалы (см. рис. 4, *б*) обеспечивает полное закрывание дроссельных каналов МРТ, последующее размагничивание сердечников ВЭ и исключает АМВ МРЖ [2, 3].

Динамический диапазон электромагнитных импульсов размагничивания при $f_{р1} = 500$ Гц составляет $U_{и.р} = 300$ В (см. табл. 4). Уменьшить его можно только увеличением длительности импульсов размагничивания, следующих с удвоенной частотой вибросигнала ($2f_с$) и частотой заполнения $f_{р1}$

Таблица 4

Значения параметров импульсных сигналов возбуждения и размагничивания ферромагнитных сердечников ВЭ и МРЖ при равных длительностях их импульсов размагничивания

$f_в$, Гц	$f_{р1}$, Гц	$U_{р.и}$, В	$\tau_{р.и} = \tau_{р1}$, с	$\tau_{р.МРЖ} = \tau_{р2}$, с	$\tau_{в.и}$, с	$I_{р.и}$, А
10	100	60	0,0142	0,0142	0,02130	0,0299
20	200	120	0,0071	0,0071	0,01065	
30	300	180	0,0047	0,0047	0,00705	
40	400	240	0,0035	0,0035	0,00525	
50	500	300	0,0028	0,0028	0,00420	
50	**3000** ($f_{в2}$)	**300**	**0,0028**	**0,0028**	**0,00280**	

Примечание. Выделены значения параметров при исключении АМВ МРЖ (на частоте возбуждения $f_в = 50$ Гц): $f_{р2}$, Гц; $U_{р.и}$, В; $\tau_{р.и} = \tau_{р.МРЖ} = \tau_{р2}$.

Таблица 5

Значения параметров импульсных сигналов возбуждения и размагничивания при одновременном размагничивании ферромагнитных сердечников ВЭ и МРЖ за один интервал $\tau_{р.и}$ размагничивания

$f_в$, Гц	$f_{в1}$, Гц	$U_{р.и}$, В	$\tau_{р.и}$, с	$\tau_{в.и}$, с	$I_{р.и}$, А
10	100	30	0,0284	0,02130	0,0299
20	200	60	0,0142	0,01065	
30	300	90	0,0094	0,00705	
40	400	120	0,0070	0,00525	
50	500	150	0,0056	0,00420	
50	**3000** ($f_{в2}$)	**150**	**0,0056**	**0,00420**	

Примечание. Выделены значения параметров при исключении АМВ МРЖ (на частоте возбуждения $f_в$ = 50 Гц): $f_{р2}$, Гц; $U_{р.и}$, В; $\tau_{р.и}$, с; $\tau_{в.и}$, с.

(см. рис. 4, *а*). Это достигается при условии одновременного размагничивания сердечников ВЭ и МРЖ за один интервал $\tau_{р.и}$. Если временно́й интервал $\tau_{р.и}$ размагничивания увеличить в 2 раза, то амплитуда напряжения импульса размагничивания уменьшится вдвое [8—11], т. е. имеет место прямо пропорциональная зависимость. На основании этого выполнен перерасчет амплитуд напряжений электромагнитных импульсов с помощью отношения управляющих параметров размагничивания ВЭ МРТ гидроопоры: частоты $f_{р1}$ размагничивания, напряжения размагничивания $U_{р.и}$ на катушке ВЭ [1—3], и перерасчет токов размагничивания для ВЭ МРТ (табл. 5).

Отношение управляющих параметров размагничивания сердечников ВЭ и МРЖ при перестройке МРТ гидроопоры — величина постоянная [2]:

$$\frac{U_{р.и}}{f_{р1}} \approx 2\pi N_в \Phi_{р.и} \approx 2\pi N_в L_э I_{э.р.и} =$$

$$= 2\pi N_в \frac{X_L}{2\pi f_{р1}} = \text{const},$$

где $\Phi_{р.и}$ — импульсный магнитный поток размагничивания сердечников в полюсе ВЭ; $I_{э.р.и}$ — импульсный ток размагничивания ВЭ.

Таким образом, устранить остаточную магнитную индукцию сердечников ВЭ и АМВ МРЖ в дроссельных каналах МРТ можно суммарным ипульсным сигналом возбуждения и размагничивания. При этом в дроссельных каналах МРТ необходимо создавать постоянный магнитный поток для удержания МРЖ при размагничивании ферромагнитных сердечников ВЭ во всей полосе перестройки МРТ гидроопоры по частоте $f_в$ возбуждения, синхронной с частотой вибросигнала.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Системы** виброзащиты с использованием инерционности и диссипации реологических сред / Б. А. Гордеев, В. И. Ерофеев, А. В. Синев, О. О. Мугин. М.: Физматлит, 2004. 175 с.

2. **Физические** основы и конструкция индукционного магнитореологического трансформатора гидроопор / Б. А. Гордеев, С. Н. Охулков, А. Н. Осмехин, В. П. Горсков // Прикладная механика и технология машиностроения. 2011. № 2 (19). С. 52—68.

3. **Оптимальное** управление магнитореологическими трансформаторами гидроопор в системах виброзащиты / Б. А. Гордеев, С. Н. Охулков, А. Н. Осмехин, В. П. Горсков // Прикладная механика и технология машиностроения. 2011. № 2 (19). С. 31—42.

4. **Экспериментальное** исследование реологических свойств магнитных жидкостей в зависимости от величины напряженности внешнего магнитного поля / Б. А. Гордеев, В. В. Бугайский, С. Н. Охулков, А. Н. Осмехин // Прикладная механика и технология машиностроения. 2011. № 2 (19). С. 43—51.

5. **Динамика** протекания магнитореологической жидкости в дроссельных каналах при действии магнитных полей / Б. А. Гордеев, В. И. Ерофеев, С. Н. Охулков, А. В. Синев // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2007. № 2. С. 95—99.

6. **Переходные** процессы в магнитореологических заполнителях гидроопор при ударных нагрузках / Б. А. Гордеев, С. А. Булгакова, С. Ф. Тумаков, С. Н. Охулков // 8-я Всерос. науч. конф. "Нелинейные колебания механических систем". Т. 2. 2008. С. 85—90.

7. **Шульман З. П., Кордонский В. И.** Магнитореологический эффект. Минск: Наука и техника, 1982. 184 с.

8. **Бессонов Л. А.** Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле. М.: Высшая школа, 1978. 232 с.

9. **Спектор С. А.** Электрические измерения физических величин: Методы измерений. Л.: Энергоатомиздат, 1987. 320 с.

10. **Яворский Б. М., Детлаф А. А.** Справочник по физике. М.: Наука, 1964. 847 с.

11. **Справочник** по радиоэлектронным устройствам / Р. Г. Варламов, С. Д. Додик, А. И. Иванов—Цыганов и др. Под ред. Линде. Т. 2. М.: Энергия, 1978. 328 с.

12. **Влияние** температуры рабочей жидкости на динамические характеристики гидроопор / Б. А. Гордеев, В. В. Бугайский, А. Н. Осмехин и др. // Вестник машиностроения. 2012. № 12. С. 22—26.

13. **Магнитные** наночастицы для магнитореологических трансформаторов / Б. А. Гордеев, С. Н. Охулков, В. И. Привалов и др. // 1-я Всеросийская конф. "Проблемы механики и акустики сред с микро- и наноструктурой". 2009. С. 23, 24.

УДК 621.87:681.5

Н. С. ГАЛДИН, д-р техн. наук, С. В. ЕРЁМИНА, О. В. КУРБАЦКАЯ (СибАДИ, г. Омск),
e-mail: galdin_ns@sibadi.org

Программно-имитационный комплекс для моделирования основных механизмов мостового крана на ранних этапах проектирования

Предложены алгоритм и аналитические зависимости для расчета основных параметров механизмов передвижения и подъема груза мостовых кранов при проектировании.

Ключевые слова: моделирование, мостовой кран, механизмы передвижения и подъема груза, проектирование.

The algorithm and analytical dependencies for analysis of principal parameters of travelling and hoisting mechanisms of bridge cranes at their design are suggested.

Keywords: modeling; bridge crane; travelling and hoisting mechanisms; design.

Мостовой кран (МК) — одно из наиболее универсальных средств механизации монтажных и погрузочно-разгрузочных работ на промышленных предприятиях. Актуальными в настоящее время являются создание принципиально новых МК и совершенствование существующих, а также внедрение новых решений, направленных на повышение грузоподъемности, производительности и точности выполнения работ, расширение номенклатуры по грузоподъемности, использование различных приводов, улучшение технических характеристик и повышение качества [1—5].

Проектирование МК — сложный процесс, включающий синтез структуры объекта, выбор параметров элементов, исследование математической модели, анализ результатов и принятие решения [3, 4, 6]. Создание любого объекта включает в себя разработку: технического задания (ТЗ), технического предложения, эскизного проекта, технического проекта, рабочей документации.

Проектирование начинается с разработки ТЗ и тщательного анализа возможных решений. Затем создается математическая модель разрабатываемого объекта (процесса), построив которую, приступают к исследованию и изучению ее свойств, стремясь выяснить, в какой мере разработанный объект соответствует своему назначению. В целом для процесса проектирования характерна итерационная цикличность, причем на некоторых этапах приходится выполнять различные вычисления.

При проектировании конструктивную схему МК и основные его механизмы выбирают с учетом следующих факторов [1, 3]:

требований нормативно-технической документации;

совершенства компоновочной схемы МК;

совершенства компоновочной и кинематических схем механизмов передвижения крана и грузовой тележки и подъема груза;

рациональной силовой схемы нагружения металлоконструкции крана, обеспечивающей необходимые ее прочность и статическую и динамическую жесткости;

рациональных (минимальных, ограниченных) габаритных размеров;

минимальной металлоемкости (минимальной массы);

повышения производительности работы крана;

минимальных энергетических показателей (снижение энерговооруженности);

технико-экономических показателей (экономической эффективности инвестиций в новые технические решения, технологии и др.).

При проектировании требуется не только осуществить моделирование, но и выбрать оптимальное решение [3, 4, 6]. В общей постановке системная модель МК характеризуется [4, 6]:

совокупностями требований внешних (y_1, y_2, ..., y_m) и внутренних (x_1, x_2, ..., x_m) параметров, определяющих проект;

целевой функцией (критерием или критериями качества), позволяющей выбрать из альтернативных проектов лучший, обеспечивающий ее экстремальное значение.

Формирование математической модели проекта предполагает:

получение уравнений связи внутренних и внешних параметров:

$$y_1 = f(x_1, x_2, ..., x_n);$$
$$y_2 = f(x_1, x_2, ..., x_n);$$
$$\vdots$$
$$y_m = f(x_1, x_2, ..., x_n);$$

наложение ограничений на внешние параметры, т. е. учет требований:

$$\varphi_1(y_1, y_2, ..., y_m)\{\leq, =, \geq\}[y_1];$$
$$\varphi_2(y_1, y_2, ..., y_m)\{\leq, =, \geq\}[y_2];$$
$$\vdots$$
$$\varphi_m(y_1, y_2, ..., y_m)\{\leq, =, \geq\}[y_m];$$

наложение ограничений на внутренние параметры:

$$\varphi_1(x_1, x_2, ..., x_n)\{\leq, =, \geq\}[x_1];$$
$$\varphi_2(x_1, x_2, ..., x_n)\{\leq, =, \geq\}[x_2];$$
$$\vdots$$
$$\varphi_n(x_1, x_2, ..., x_n)\{\leq, =, \geq\}[x_n].$$

Однако создать конструкцию МК, полностью отвечающую всем предъявляемым требованиям, очень сложно ввиду противоречивости выдвигаемых требований. Например, требование необходимой прочности и жесткости металлоконструкции противоречит требованию минимальной массы (металлоемкости). Компромиссным решением может быть отказ от некоторых требований, не имеющих в конкретных условиях первостепенного значения [3].

Габаритные размеры, масса и работоспособность МК зависят от выбора рациональной силовой схемы конструкции [3]. К основным массогабаритным характеристикам крана относятся: грузоподъемность Q; масса крана $m_к$; длина пролета L; масса тележки $m_т$.

В связи с большим числом одновременно учитываемых требований к кранам, механизмам и узлам их оптимальное проектирование является, как правило, многокритериальной задачей, алгоритм которой (оптимизационный синтез) представлен на рис. 1.

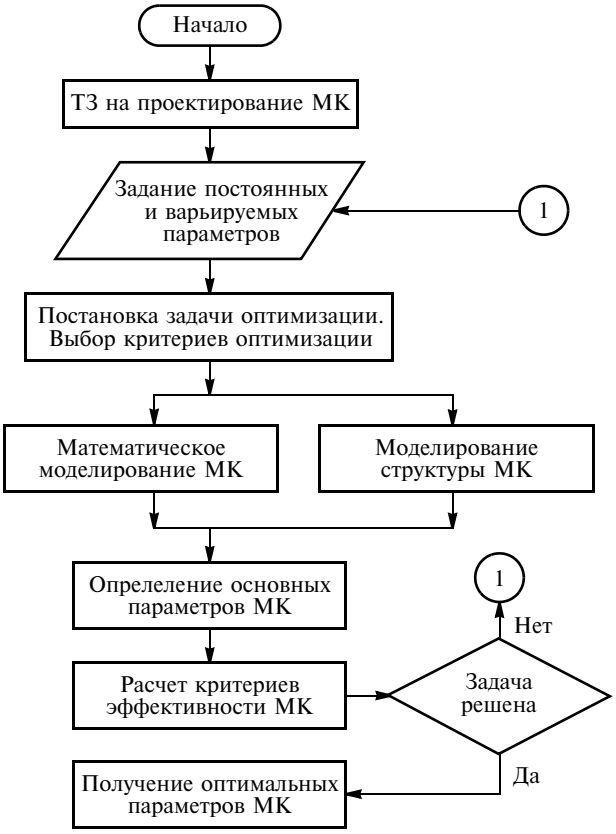


Рис. 1. Алгоритм проектирования (оптимизационного синтеза) МК

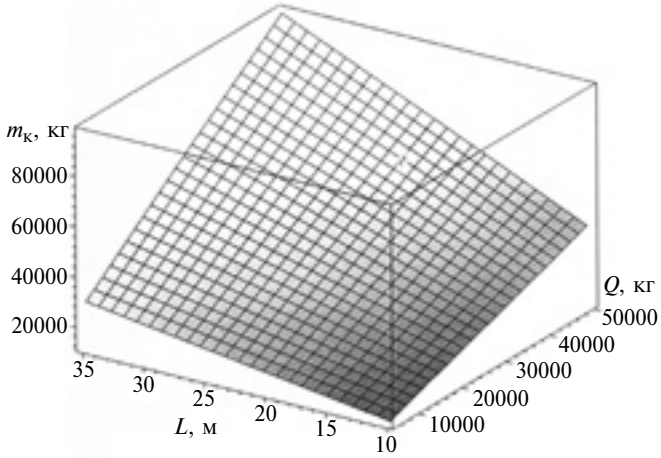


Рис. 2. Диаграмма массы $m_к$, грузоподъемности Q и длины L пролета МК

Многообразие существующих моделей МК позволяет установить определенные закономерности и новые тенденции в методах и средствах проектирования и разработать объективные рекомендации для определения их массогабаритных характеристик.

На основании статистического анализа технических данных МК [7] установлены функциональные зависимости между их основными массогабаритными характеристиками и получено уравнение регрессии в натуральных значениях факторов для определения массы крана:

$$m_к = 2549{,}475 + 0{,}358Q + 555{,}083L + 0{,}0333QL. \quad (1)$$

Диаграмма массы крана, грузоподъемности и длины пролета, рассчитанная по формуле (1), приведена на рис. 2.

От эффективной работы всех механизмов зависят производительность, безопасность производства и надежность крана в целом. Механизмы передвижения МК и тележки обеспечивают движение по рельсам с заданными скоростями.

Исходными данными для определения полезной мощности механизмов передвижения и подъема груза являются: номинальная грузоподъемность, скорость тележки, скорость подъема груза, режимы работы механизмов крана.

Полезная (статическая) мощность механизма передвижения крана определяется по формуле [8]

$$N_с = F_\Sigma v_к/(\eta_0 z_д), \quad (2)$$

где F_Σ — суммарная сила сопротивления передвижению; $v_к$ — скорость крана; η_0 — общий КПД механизма; $z_д$ — число двигателей.

Диаграмма силы F_Σ, грузоподъемности Q крана и диаметра $D_{х.к}$ ходового колеса приведена на рис. 3 [5].

Электродвигатель механизма передвижения крана выбирается из условия: $N_д \geq N_с$, где $N_д$ — мощность электродвигателя; $N_с$ — полезная мощность механизма передвижения.

Кроме определения мощности $N_с$ по формуле (2), электродвигатель проверяется по сцепной мощности.

Наиболее нагруженным механизмом, определяющим интенсивность эксплуатации крана, является механизм подъема груза, который в общем случае состоит из полиспаста, гибкого элемента,

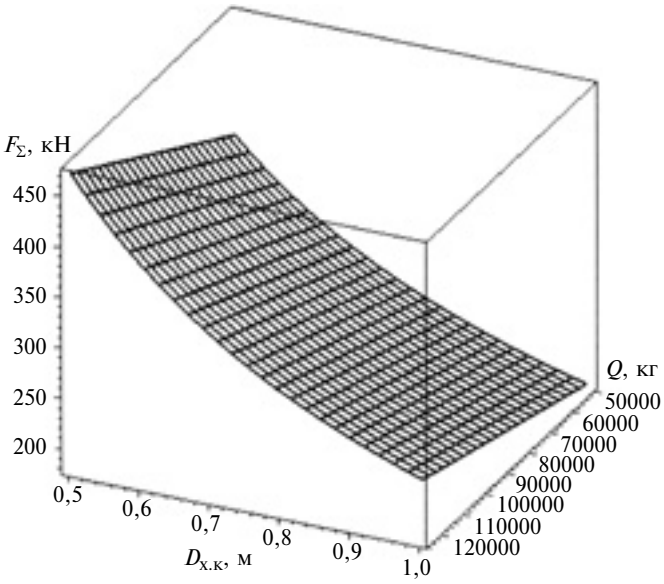


Рис. 3. Диаграмма суммарной силы F_Σ, грузоподъемности Q и диаметра $D_{х.к}$ ходовых колес МК

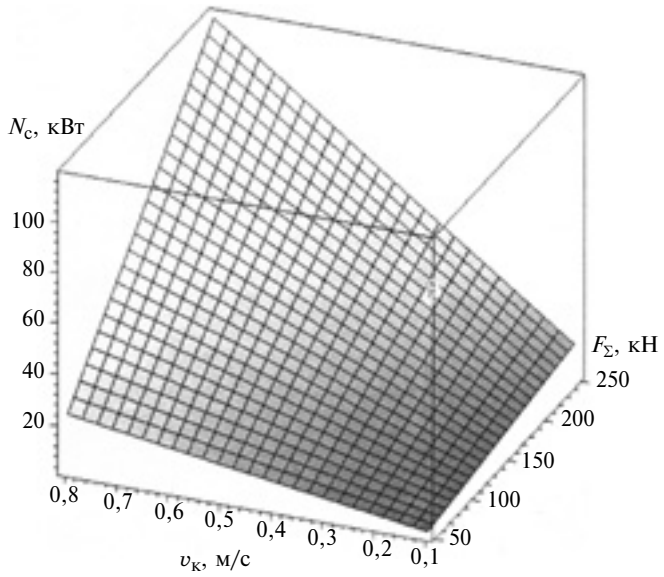


Рис. 4. Диаграмма полезной мощности $N_с$ механизма передвижения крана, его скорости $v_к$ и силы F_Σ при $z_д = 2$ и $\eta_0 = 0{,}85$

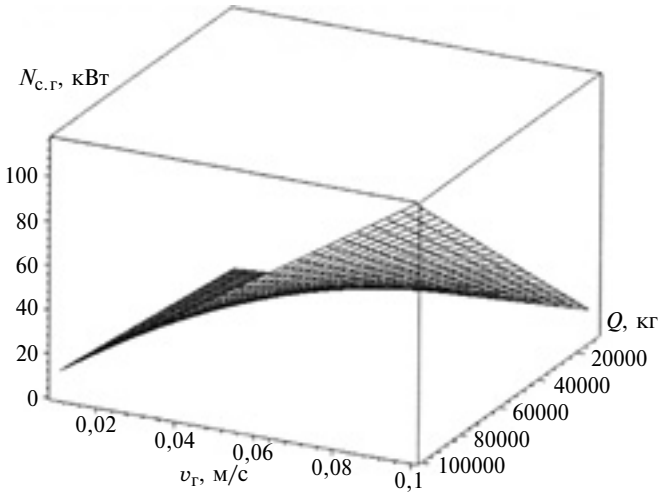


Рис. 5. Диаграмма полезной мощности $N_{с.г}$ механизма подъема груза, грузоподъемности Q и скорости $v_г$ подъема груза ($\eta_0 = 0{,}85$)

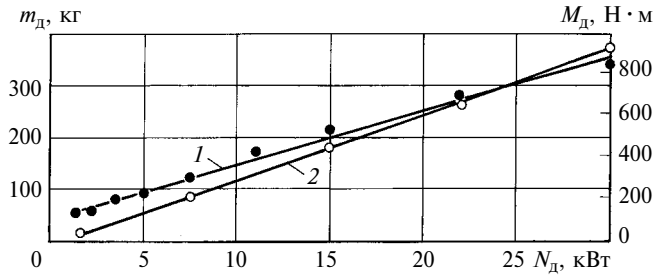


Рис. 6. Зависимости массы $m_д$ (*1*) и крутящего момента $M_д$ на валу (*2*) от мощности $N_д$ электродвигателя (ПВ 40 %)

электродвигателя, редуктора, муфт, тормоза, барабана.

Полезная (статическая) мощность механизма подъема груза определяется по формуле [8]: $N_{с.г} = Qgv_г/\eta_{0г}$, где g — ускорение свободного падения; $v_г$ — скорость подъема груза; $\eta_{0г}$ — общий КПД механизма.

Диаграмма мощности $N_с$, силы F_Σ и скорости $v_к$ крана приведена на рис. 4, а мощности $N_{с.г}$ от грузоподъемности Q и скорости $v_к$ на рис. 5.

На основании регрессионного анализа статистических технических данных электродвигателей, применяемых на кранах, установлены функциональные зависимости между их основными параметрами. На рис. 6 приведены зависимости массы $m_д$ (*1*) и крутящего момента $M_д$ (*2*) от мощности $N_д$ электродвигателя серии MTF.

Разработанный алгоритм, программно-имитационное обеспечение, функциональные зависимости позволяют рассчитать массогабаритные параметры, полезные мощности механизмов передвижения и подъема груза и другие характеристики МК, которые являются базой для прогнозирования их основных параметров на ранних стадиях проектирования.

УДК 539.3

В. В. БАРДУШКИН, В. Б. ЯКОВЛЕВ, доктора физико-математических наук (МИЭТ),
А. П. СЫЧЕВ, канд. физ.-мат. наук (Южный научный центр РАН, г. Ростов-на-Дону),
А. А. СЫЧЕВ, канд. техн. наук (Ростовский ГУПС), Д. А. КИРИЛЛОВ, А. И. СОРОКИН (МИЭТ),
e-mail: sap@rgups.ru

Прогнозирование предельных значений прочностных показателей нетекстурированных матричных композитов с применением оператора концентрации напряжений[1]

Выполнено численное моделирование предельных прочностных характеристик при сжатии композитов на эпоксидной смоле с дисперсными включениями из графита, бесщелочного стекла, меди и железа. Моделирование основано на обобщенном сингулярном приближении теории случайных полей с применением оператора концентрации напряжений и показателей прочностных свойств эпоксидной матрицы.

Ключевые слова: матричные композиты, включения, матрица, оператор концентрации напряжений, механическая прочность, моделирование.

The numerical modeling of limit strength characteristics at compression of composites on epoxy with disperse impurities from graphite, alkali-free glass, copper and iron is performed. The modeling is based on generalized singular approximating of random field theory using stress concentration operator and strength characteristics of epoxy matrix.

Keywords: matrix composite; impurities; matrix; stress concentration operator; mechanical strength; modeling.

Исследования физико-механических, в частности, упругих свойств неоднородных материалов ведутся в основном в двух направлениях: прогнозирование эффективных (эксплуатационных) и предельных (разрушающих) характеристик неоднородных материалов и их анализ. Для этого все больше используют методы моделирования и расчета, основанные на теоретическом анализе указанных свойств неоднородных сред [1—4].

При определенном внешнем воздействии в неоднородной среде, в отличие от однородной, внутри или на границах элементов неоднородности могут возникать существенные напряжения или деформации [3, 4] (в частности, превышающие приложенные), которые могут привести к перестройке структуры и/или разрушению материала [4—7]. Поэтому для определения эксплуатационных свойств неоднородных материалов исследуют напряжения и деформации, возникающие в отдельных элементах неоднородности, в зависимости от состава, структуры, формы и их концентрации, а также величины и характера внешнего воздействия [8, 9]. В частности, определяют предельные значения прочностных показателей неоднородных материалов [4, 10].

Так, в работе для двухкомпонентных нетекстурированных композитов выполнено моделирование их предельных прочностных показателей на основании разработанного авторами метода прогнозирования пределов прочности матричных композитов при сжатии в определенном направлении [10]. Рассматривалось их хрупкое разрушение. При моделировании использовали обобщенное сингулярное приближение теории случайных полей,

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке грантов РФФИ 13-08-00672а, 13-08-00732а, 14-08-00654а, 14-08-90015Бел-а.

(Окончание статьи. Начало см. на стр. 39)

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Александров М. П.** Подъемно-транспортные машины: Учеб. для машиностроит. спец. вузов. М.: Высшая школа, 1985. 520 с.

2. **Справочник** по кранам. Т. 2. Характеристики и конструктивные схемы кранов. Крановые механизмы, их детали и узлы. Техническая эксплуатация кранов / М. П. Александров, М. М. Гохберг, А. А. Ковин и др.; Под общ. ред. М. М. Гохберга. М.: Машиностроение, 1988. 559 с.

3. **Курсовое** проектирование грузоподъемных машин / С. А. Казак, В. Е. Дусье, Е. С. Кузнецов и др.; Под ред. С. А. Казака. М.: Высшая школа, 1989. 319 с.

4. **Галдин Н. С., Курбацкая С. В., Курбацкая О. В.** Особенности проектирования основных механизмов мостовых кранов // Вестник СибАДИ. 2012. № 5 (27). С. 21—25.

5. **Галдин Н. С., Курбацкая С. В., Курбацкая О. В.** Математическое моделирование силы сопротивления передвижению мостового крана // Вестник Воронежского ГТУ. 2013. Т. 9. № 3—1. С. 116—119.

6. **Норенков И. П.** Введение в автоматизированное проектирование технических устройств и систем. М.: Высшая школа, 1980. 311 с.

7. URL:http:/www.telferkran.ru.

8. **Ремизович Ю. В.** Транспортно-технологические машины. Омск: СибАДИ, 2011. 160 с.

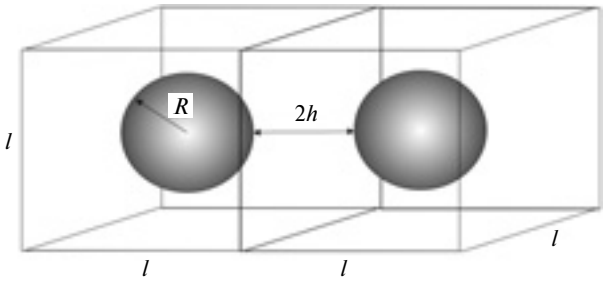


Рис. 1. Элемент микроструктуры двухкомпонентного нетекстурированного композита

понятие оператора концентрации напряжений и данные о прочностных свойствах матрицы. Проанализировали зависимости пределов прочности модельных композитов от состава и концентрации их компонентов. Для этого был введен безразмерный параметр микроструктуры, связывающий среднее расстояние между дисперсными включениями с их объемным содержанием в материале.

Рассмотрим подробнее введение безразмерного параметра микроструктуры в двухкомпонентном нетекстурированном композите [4, 11, 12]. Считаем, что включения в нем имеют сферическую форму приблизительно одинакового радиуса R, их положение в объеме матрицы является случайным, однако в целом материал предполагается статистически однородным. Поэтому считаем, что существует среднее расстояние между включениями, которое может быть связано с их концентрацией. Рассмотрим элементарный (усредненный) объем в виде куба с ребром $l = 2(h + R)$, в центре которого находится одно включение радиуса R (рис. 1). Тогда объем элементарной ячейки будет $V = l^3 = 8(h + R)^3$, а объем включения — $V_в = 4\pi R^3/3$ (здесь и далее индекс "в" относится к включению, "м" — к матрице). Среднее расстояние между включениями находим, анализируя два расположенных рядом элементарных объема. Считая, что концентрация включений $\upsilon_в = V_в/V$, получим $\upsilon_в = \frac{\pi}{6}(1 + h/R)^{-3}$; $\upsilon_м = 1 - \nu_в$.

Параметр h/R, характеризующий микроструктуру композита, выразим через концентрацию включений:

$$\frac{h}{R} = \sqrt[3]{\frac{\pi}{6\upsilon_в}} - 1. \qquad (1)$$

Максимально возможная концентрация включений будет при $h/R = 0$, что соответствует $\upsilon_в = \pi/6 \approx 0{,}52$; минимальная — при $h/R \to \infty$, что соответствует $\nu_в \to 0$. Указанный диапазон концентрации включений соответствует границам применимости метода расчета свойств рассматриваемых матричных композитов.

Поскольку используемый в работе метод прогнозирования предельных прочностных свойств матричных композитов основан на понятии оператора концентрации напряжений, остановимся подробнее на выводе соотношения для его вычисления в обобщенном сингулярном приближении теории случайных полей.

Для композитных материалов тензор $\mathbf{r}$ напряжений σ является случайной функцией координат и может быть представлен в виде суммы среднего значения и флуктуаций (далее для удобства, где возможно, компоненты тензоров и элементов матриц даны без индексов): $\sigma(\mathbf{r}) = \langle\sigma(\mathbf{r})\rangle + \sigma'(\mathbf{r})$. Угловые скобки здесь и далее определяют процедуру усреднения по ансамблю, которое для статистически однородных композитов, т. е. при выполнении гипотезы эргодичности, совпадает с усреднением по объему. Отметим, что для некоторой случайной величины $a(\mathbf{r})$ и композита, содержащего изотропные включения и матрицу, операция усреднения сводится к суммированию [2—4]:

$$\langle a(\mathbf{r})\rangle = \upsilon_в a_в + \upsilon_м a_м. \qquad (2)$$

В линейной теории флуктуации линейно зависят от средних значений: $\sigma'(\mathbf{r}) = P(\mathbf{r})\langle\sigma(\mathbf{r})\rangle$, где $P(\mathbf{r})$ — интегральный оператор, описывающий взаимодействие между включениями.

Тогда связь между локальными и средними напряжениями в материале можно представить уравнением $\sigma(\mathbf{r}) = (I + P(\mathbf{r}))\langle\sigma(\mathbf{r})\rangle$, где I — единичный тензор четвертого ранга.

Следовательно, локальные напряжения можно охарактеризовать безразмерным оператором концентрации напряжений (тензор четвертого ранга) $K^\sigma(\mathbf{r}) = I + P(\mathbf{r})$ [3, 4], связывающим локальные значения тензора напряжений $\sigma_{ij}(\mathbf{r})$ с внешними (средними) по материалу напряжениями $\langle\sigma_{kl}(\mathbf{r})\rangle$:

$$\sigma_{ij}(\mathbf{r}) = K^\sigma_{ijkl}(\mathbf{r})\langle\sigma_{kl}(\mathbf{r})\rangle, \quad i, j, k, l = 1, 2, 3. \qquad (3)$$

Оценка локального напряженно-деформированного состояния неоднородной среды при помощи оператора $K^\sigma(\mathbf{r})$ удобна тем, что исключается информация о характере внешнего механического воздействия, поскольку $K^\sigma(\mathbf{r})$ зависит только от материальных параметров среды и структуры материала [3, 4, 11—16].

Для корректного анализа локальной концентрации напряжений в композите, позволяющего учитывать взаимодействие элементов неоднородности, состав, структуру материала, форму и объем-

ное содержание включений, необходимо решить уравнение равновесия упругой неоднородной среды. Однако в общем случае рассчитать $K^{\sigma}(\mathbf{r})$ не удается, поэтому используют различные приближения. Одним из них, учитывающим перечисленные выше факторы, является обобщенное сингулярное приближение теории случайных полей [2, 4]. В нем используется только сингулярная составляющая тензора Грина уравнения равновесия, зависящая лишь от дельта-функции Дирака, а также вводится однородное тело сравнения, материальные константы которого входят в окончательное выражение для вычисления $K^{\sigma}(\mathbf{r})$. Физический смысл обобщенного сингулярного приближения заключается в предположении однородности полей напряжений и деформаций в пределах элемента неоднородности. В этом случае имеем [4]:

$$K^{\sigma}(\mathbf{r}) = \\ = c(\mathbf{r})[I - g(\mathbf{r})c''(\mathbf{r})]^{-1}\langle c(\mathbf{r})[I - g(\mathbf{r})c''(\mathbf{r})]^{-1}\rangle^{-1}, \quad (4)$$

где $c(\mathbf{r})$ — тензор модулей упругости; $c''(\mathbf{r}) = c(\mathbf{r}) - c_{\text{с}}$ — разность между величинами неоднородной среды и однородного тела сравнения, обозначенного далее индексом "с"; $g(\mathbf{r})$ — интеграл от сингулярной составляющей второй производной тензора Грина уравнения равновесия, являющийся тензором четвертого ранга.

Для вычисления компонент g_{ijkl} тензора $g(\mathbf{r})$ сначала необходимо рассчитать компоненты a_{iklj} тензора A четвертого ранга, а затем в a_{iklj} по двум парам индексов (i, j и k, l) провести операцию симметризации [2, 4]. Компоненты a_{iklj} тензора A определяем по формуле

$$a_{iklj} = -\frac{1}{4\pi}\int n_k n_j t_{il}^{-1}\,\mathrm{d}\Omega, \quad (5)$$

где $\mathrm{d}\Omega = \sin\theta\mathrm{d}\theta\mathrm{d}\varphi$, t_{il}^{-1} — элементы матрицы, обратной матрице T с элементами $t_{il} = (c_{\text{с}})_{iklj}n_k n_j$, n_k и n_j ($k, j = 1, 2, 3$) — компоненты вектора внешней нормали к поверхности элемента неоднородности.

Для элемента неоднородности сферической формы радиуса R компоненты вектора нормали определяем по формулам:

$$n_1 = \frac{1}{R}\sin\theta\cos\varphi; \quad n_2 = \frac{1}{R}\sin\theta\sin\varphi; \quad n_3 = \frac{1}{R}\cos\theta.$$

При расчетах двухкомпонентных нетекстурированных композитов с изотропными компонентами в формуле (4) примем: для включений $c(\mathbf{r}) = c_{\text{в}}$, $g(\mathbf{r}) = g_{\text{в}}$, $c''(\mathbf{r}) = c_{\text{в}} - c_{\text{с}}$; для матрицы $c(\mathbf{r}) = c_{\text{м}}$, $g(\mathbf{r}) = g_{\text{м}}$, $c''(\mathbf{r}) = c_{\text{м}} - c_{\text{с}}$. Тогда операторы $K^{\sigma}(\mathbf{r})$ для включения и матрицы с учетом формулы (2) примут вид:

$$K_{\text{в}}^{\sigma} = c_{\text{в}}[I - g_{\text{в}}(c_{\text{в}} - c_{\text{с}})]^{-1}\{\upsilon_{\text{в}}c_{\text{в}}[I - g_{\text{в}}(c_{\text{в}} - c_{\text{с}})]^{-1} + \\ + \upsilon_{\text{м}}c_{\text{м}}[I - g_{\text{м}}(c_{\text{м}} - c_{\text{с}})]^{-1}\}^{-1}; \quad (6)$$

$$K_{\text{м}}^{\sigma} = c_{\text{м}}[I - g_{\text{м}}(c_{\text{м}} - c_{\text{с}})]^{-1}\{\upsilon_{\text{в}}c_{\text{в}}[I - g_{\text{в}}(c_{\text{в}} - c_{\text{с}})]^{-1} + \\ + \upsilon_{\text{м}}c_{\text{м}}[I - g_{\text{м}}(c_{\text{м}} - c_{\text{с}})]^{-1}\}^{-1}. \quad (7)$$

Для модельных расчетов при операциях над тензорами использовали их матричную форму записи [2—4]. При этом ненулевые элементы c_{ij} ($i, j = 1, ..., 6$) матрицы тензора с модулей упругости для изотропного материала выразили через модуль E Юнга и коэффициент ν Пуассона:

$$c_{11} = c_{22} = c_{33} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)};$$

$$c_{44} = c_{55} = c_{66} = \frac{E}{2(1+\nu)};$$

$$c_{12} = c_{21} = c_{13} = c_{31} = c_{23} = c_{32} = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}.$$

При вычислении упругих характеристик однородного тела сравнения (для каждого из варьируемых значений параметра h/R) использовали метод самосогласования [2—4]. Для чего была организована итерационная процедура, в которой в качестве параметров $c_{\text{с}}$ тела сравнения брали значения тензора модулей упругости (в матричной форме), полученные на предыдущем шаге итерации. В качестве начальных значений параметров тела сравнения брали упругие характеристики в приближении Хилла, т. е. среднеарифметические значения в приближениях Ройсса $c_{\text{Reuss}} = [\upsilon_{\text{в}}(c_{\text{в}})^{-1} + \upsilon_{\text{м}}(c_{\text{м}})^{-1}]^{-1}$ и Фойгта $c_{\text{Voight}} = \upsilon_{\text{в}}c_{\text{в}} + \upsilon_{\text{м}}c_{\text{м}}$ [2]. Выход из итерационной процедуры осуществили при максимальной разности между модулями $c_{\text{с}}$ менее 0,01.

Кроме того, в формулах (6) и (7) при вычислениях компонент тензоров $g_{\text{в}}$ и $g_{\text{м}}$ по формуле (5) полагали $R = 1$.

Как указывалось, оператор концентрации напряжений [см. формулу (4)] зависит только от параметров среды и структуры материала. Поэтому, зная характер внешнего воздействия $\langle\sigma_{kl}(\mathbf{r})\rangle$ на композитный материал и опираясь на определение (3) для $K^{\sigma}(\mathbf{r})$, можно судить о характере и величине напряжения $\sigma_{ij}(\mathbf{r})$, возникающего внутри элемента неоднородности любого типа. Отметим, что возникающие локальные (внутренние) напряжения как в матрице, так и во включениях будут и по характеру, и по величине отличаться от приложенного воздействия $\langle\sigma_{kl}(\mathbf{r})\rangle$ [3, 4, 10].

В рассматриваемых композитах основополагающее значение имеет матрица, которая делает материал монолитным, перераспределяя механические напряжения между всеми элементами неоднородности. Разрушение матрицы приводит к потере композитом сплошности и, как следствие, разрушению изделия. Поэтому в используемом методе считается, что приложенная к композиту нагрузка (например, сжатие в определенном направлении) становится разрушающей тогда и только тогда, когда внутреннее напряжение в матрице начинает превышать предел ее прочности [10]. При этом внутреннее напряжение, возникающее в матрице при внешнем воздействии на композит, сравнивают со справочным значением предела прочности матрицы [17], которое должно соответствовать внешней нагрузке (например, сжатию, совершаемому в том же направлении, что и для рассматриваемого композита), приложенной к однородному телу, состоящему только из материала матрицы.

Далее рассмотрим модельные двухкомпонентные нетекстурированные композиты с изотропными компонентами. Упруго-прочностные свойства компонентов (при сжатии) для указанных материалов представлены в таблице [17—19].

Проведем численное моделирование и установим зависимости пределов их прочности при сжатии вдоль определенной оси лабораторной системы координат от изменения параметра h/R микроструктуры [см. формулу (1)].

В лабораторной системе координат xyz внешнее воздействие $\langle\sigma\rangle$ (МПа) задается матрицей

$$\langle\sigma\rangle = \begin{Vmatrix} \sigma_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{33} \end{Vmatrix}.$$

Рассмотрим случай внешнего сжимающего воздействия на матричные композиты: $\sigma_{11} = A$, $\sigma_{22} = \sigma_{33} = 0$ (параллельно оси x). Отметим, что в силу структуры рассматриваемых неоднородных

Компонент	Материал	E, ГПа	ν	$\sigma_м$, МПа
Эпоксидная матрица	ЭД-20	3,8	0,39	198
	ЭХД	4,5	0,36	320
	УП-610 + Э-181	5,4	0,42	336
	УП-610	5,2	0,41	347
Включение	Графит	10,9	0,235	—
	БЩ-стекло (СЩС)	76,2	0,220	—
	Медь	125,0	0,280	—
	Железо	217,0	0,270	—

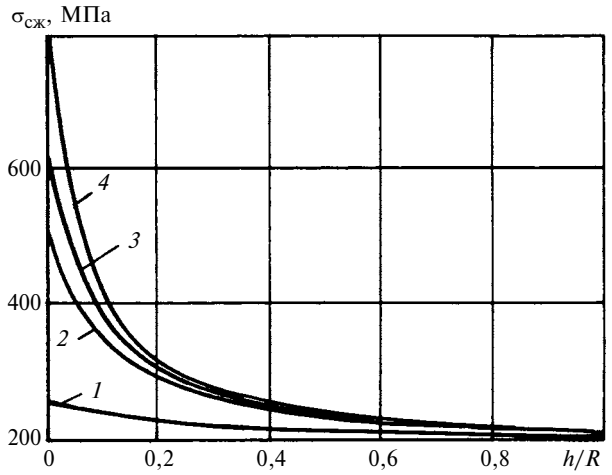


Рис. 2. Изменения предельного разрушающего напряжения $\sigma_{сж}$ для композитов на основе связующего ЭД-20 с включениями графита (*1*), БЩС (*2*), меди (*3*), железа (*4*) в зависимости от параметра h/R

материалов моделирование сжимающего воздействия в любом из направлений равносильно рассматриваемому случаю.

Вычисления выполняли в следующем порядке. Для модельного композита фиксировали какое-либо значение параметра h/R. По формуле (7) вычисляли оператор $K_м^\sigma$ в связующем. Далее в $\langle\sigma\rangle$ задавали определенное положительное значение A. Опираясь на определение (3) оператора концентрации напряжений, вычисляли элементы σ_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) матрицы тензора напряжений в связующем. После этого сравнивали рассчитанное значение элемента σ_{11} со справочным значением прочности $\sigma_м$ связующего при сжатии (см. таблицу). При $\sigma_{11} < \sigma_м$ значение A увеличивали на 1 МПа и повторяли вычисление элементов σ_{ij} матрицы тензора напряжений для связующего до выполнения условия $\sigma_{11} > \sigma_м$; последнее значение A принимали как предел прочности $\sigma_{сж}$ при сжатии для всего композита. Фиксировали новое значение параметра h/R и повторно вычисляли предел прочности $\sigma_{сж}$ для модельного композита.

На рис. 2 приведены результаты численного моделирования пределов прочности $\sigma_{сж}$ модельных композитов на основе связующего ЭД-20 для указанного выше режима нагружения при изменении параметра h/R; в качестве наполнителя рассматривали дисперсные включения из графита (*1*), БЩС (*2*), меди (*3*) и железа (*4*) (см. таблицу).

На рис. 3 приведены результаты численного моделирования пределов прочности $\sigma_{сж}$ модельных композитов с дисперсными включениями БЩС для указанного выше режима нагружения при изменении параметра h/R. В качестве матрицы рассматривали эпоксидные связующие ЭД-20 (*1*),

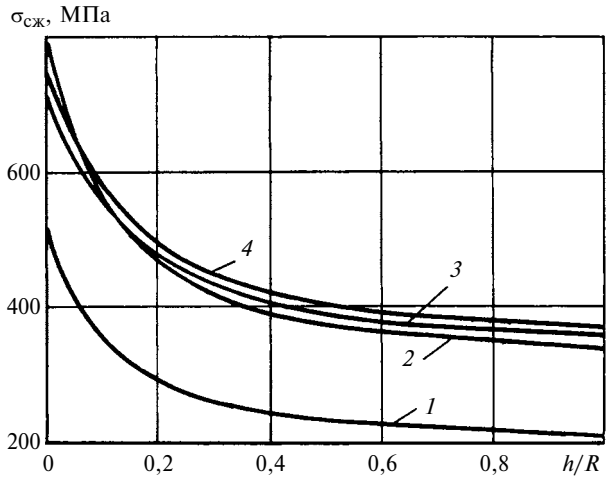


Рис. 3. Изменения предельного разрушающего напряжения $\sigma_{сж}$ для композитов с включениями БЩС на основе связующих ЭД-20 (*1*), ЭХД (*2*), УП-610 + Э-181 (*3*), УП-610 (*4*) в зависимости от параметра *h/R*

ЭХД (*2*), УП-610 + Э-181 (*3*) и УП-610 (*4*) (см. таблицу).

Исследования показали следующее.

В рассматриваемых дисперсно-наполненных композитах зависимости $\sigma_{сж}$ от параметра h/R микроструктуры имеют монотонный и нелинейный характер; причем при $0{,}1 < h/R < 0{,}4$ эта нелинейность проявляется в большей степени.

При средних расстояниях $h/R > 0{,}4$ значения $\sigma_{сж}$ стабилизируются. С увеличением h/R значения $\sigma_{сж}$ уменьшаются до значения $\sigma_м$ (см. таблицу).

Использование в рассматриваемых композитах в качестве наполнителя графита не дает значительного увеличения $\sigma_{сж}$. При увеличении же объемного содержания $\nu_в$ дисперсных включений БЩС, меди или железа (соответственно, при уменьшении параметра h/R) значение $\sigma_{сж}$ увеличивается более чем в 2 раза.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Физика** композиционных материалов / Н. Н. Трофимов, М. З. Канович, Э. М. Карташов и др. М.: Мир, 2005. Т. 1. 456 с; Т. 2. 344 с.

2. **Шермергор Т. Д.** Теория упругости микронеоднородных сред. М.: Наука, 1977. 399 с.

3. **Buryachenko V. A.** Micromechanics of heterogeneous materials. Berlin: Springer—Verlag, 2007. 686 p.

4. **Микромеханика** поликристаллов и композитов (напряженно-деформированное состояние и разрушение) / В. И. Колесников, В. В. Бардушкин, В. Б. Яковлев и др. Ростов на/Д: РГУПС, 2012. 288 с.

5. **Nikitin A. N., Yakovlev V. B.** Influence of the orientation of an isolated quartz granule inside textured mountain rock on the distribution of local stress near its surface // J. Earthquake Pred. Res. 1997. V. 6. N 2. P. 235—243.

6. **Yakovlev V. B.** Local stress-strain conditions of textured polycrystals under high pressure // High Pressure Research. 2000. V. 17. P. 375—383.

7. **Энергетический** подход при моделировании формирования текстуры в поликристаллах под влиянием внешних напряжений / В. И. Колесников, И. И. Чекасина, В. В. Бардушкин и др. // Вестник Южного научного центра РАН. 2008. Т. 4. № 3. С. 3—8.

8. **Объемная** плотность энергии деформации в волокнистых композитах на основе связующих с высоким содержанием эпоксидных групп / В. В. Бардушкин, И. В. Колесников, А. В. Лапицкий и др. // Вестник машиностроения. 2012. № 10. С. 28—32.

9. **Сычёв А. П.** Объемная плотность энергии деформации в антифрикционных тканых композитах // Вестник машиностроения. 2013. № 10. С. 19—22.

10. **О методе** прогнозирования предельных прочностных характеристик матричных композитов, основанном на использовании оператора концентрации напряжений / В. И. Колесников, В. В. Бардушкин, В. Б. Яковлев и др. // Экологический вестник научных центров ЧЭС. 2014. № 1. С. 45—51.

11. **Бардушкин В. В., Яковлев В. Б.** Характеристики локального напряженно-деформированного состояния в статистически однородных матричных композитах // Деформация и разрушение материалов. 2005. № 9. С. 38—42.

12. **Бардушкин В. В., Булах И. И., Яковлев В. Б.** Внутреннее напряженно-деформированное состояние в двухкомпонентном нетекстурированном композите // Оборонный комплекс — научно-техническому прогрессу России. 2006. № 2. С. 24—28.

13. **Победря Б. Е., Горбачев В. И.** Концентрация напряжений и деформаций в композитах // Механика композитных материалов. 1984. № 2. С. 207—214.

14. **Маслов Б. П.** Концентрация напряжений в изотропной матрице, армированной анизотропными включениями // Прикладная механика. 1987. Т. 23. С. 73—79.

15. **Локальные** физико-механические характеристики антифрикционных композитов для тяжелонагруженных узлов трения / В. И. Колесников, В. В. Бардушкин, А. В. Лапицкий и др. // Трение и смазка в машинах и механизмах. 2011. № 10. С. 3—7.

16. **Локальные** упругие характеристики антифрикционных композитов на основе связующих с высоким содержанием эпоксидных групп / В. В. Бардушкин, И. В. Колесников, А. П. Сычёв и др. // Экологический вестник научных центров ЧЭС. 2012. № 2. С. 11—18.

17. **Лапицкий В. А., Крицук А. А.** Физико-механические свойства эпоксидных полимеров и стеклопластиков. Киев: Наукова думка, 1986. 92 с.

18. **Гутников С. И., Лазоряк Б. И., Селезнев А. Н.** Стеклянные волокна. М.: МГУ, 2010. 53 с.

19. **Физические** величины: Справочник / Под ред. И. С. Григорьева, Е. З. Мейлихова. М.: Энергоатомиздат, 1991. 1232 с.

УДК 621.74.041

Е. О. ОЛЬХОВИК, канд. техн. наук, В. В. ДЕСНИЦКИЙ, д-р техн. наук (СПб ГПУ), e-mail: olhovick@gmail.com

Исследование влияния размерной точности отливки боковой рамы тележки грузового железнодорожного вагона на ее прочность

Исследовано влияние размерной точности отливки боковой рамы тележки грузового железнодорожного вагона на ее конструкционную прочность. Установлено, что смещение внутренней полости рамы может являться одной из причин ее преждевременного разрушения.

Ключевые слова: вагон, рама, метод конечных элементов, расчет, прочность, длительная прочность, надежность, размерная точность, литейные технологии.

The influence of dimensional accuracy of casting of bogie solebar of rail freight car on its structural strength is investigated. It is determined, that deflection of internal solebar cavity could be one of the reasons of its premature failure.

Keywords: railcar; ring-bridge; finite element method; analysis; strength; durability; reliability; dimensional accuracy; casting manufacturing processes.

За последние три года резко увеличилось число аварий на железнодорожном транспорте, связанных с изломами боковой рамы тележек грузовых вагонов [1]: в 2000—2005 гг. было не более двух аварий в год; в 2011 г. произошло 23 аварии; в 2012 г. — 24, за первые шесть месяцев 2013 г. — 32.

Наиболее характерным аварийным случаем является сквозной обрыв буксового проема тележки, т. е. полное разрушение боковой рамы. По статистике [1] в 75 % аварий разрушаются рамы, срок эксплуатации которых не превышает 3 лет, т. е. фактически новые. Основными причинами разрушения боковой рамы являются литейно-металлургические и технологические дефекты — газовые и усадочные поры (раковины) в литом металле, горячие и холодные трещины (внутренние остаточные напряжения) [2], засоры от размыва формы и нарушение размерной точности поперечных сечений отливки.

Большинство научно-исследовательских работ по конструктивной прочности боковой рамы посвящены анализу новых и существующих литейных технологий, выполняемому для предупреждения и уменьшения объема дефектов в отливке боковой рамы. Однако практически нет работ, в которых подробно рассматриваются такие дефекты, как изменение поперечных геометрических размеров (размерная точность изготовления) стенок отливки. При детальном расследовании аварий, связанных с разрушением боковой рамы, такие дефекты были обнаружены при визуальном и инструментальном контроле сечения места обрыва наружной челюсти (рис. 1, *а*, см. обложку). Размерную точность отливок боковых рам устанавливает ГОСТ 26645—85 "Отливки из металлов и сплавов. Допуски размеров, массы и припуски на механическую обработку". Для классов размерной точности 11—14 при габаритных размерах отливки 1600÷2500 мм допуск на размер может составлять до 20 мм.

За последние пять лет большинство литейных производств были полностью модернизированы, внедрены новые технологии формообразования, в том числе вакуумно-пленочная, применены химически твердеющие материалы для изготовления стержней и литейных форм. Благодаря повышению окончательной прочности формовочной смеси данные технологии обеспечивают максимальную точность отливок, но имеют ряд технологических сложностей, решение которых требует времени и большого опыта использования таких материалов. Кроме того, перенос классических литейных технологий с использованием песчано-глинистых формовочных смесей на новые материалы не обеспечивает нужного качества отливок.

В работе рассматривается влияние геометрической точности отливки в сечении буксового проема на конструкционную прочность рамы. На рис. 1, *б* показано сечение излома, в котором визуализируется значительное расхождение геометрических размеров — реальная толщина стенок отличается от стандартной толщины. Такое отклонение связано со смещением внутренней полости отливки к внешней стороне, что является литейным дефектом. Некоторые производители отливок считают, что смещение внутренней полости не является критическим, поскольку площадь поперечного сечения и внешние габаритные размеры остаются неизменными даже при нарушении внутренней геометрии.

При расчетах прочности боковую раму можно рассматривать как брус равного сопротивления изгибу (в районе буксового проема), тогда максимальные напряжения составят $\sigma_{max}(z) = M(z)/W_x(z)$ и можно считать, что изгибающий момент в выбранном локальном сечении будет постоянным. В этом случае несущую способность боковой рамы определяют момент M инерции и момент W_x сопротивления смещению.

Зная геометрические изменения поперечного сечения рамы, можно рассчитать изменение его конструкционной прочности. Для этого моделировали смещение внутренней полости боковой рамы с шагом в 1 мм, искусственно изменяя толщину стенки отливки с 14 до 25 мм. Для измененного по-

перечного сечения рассчитывали момент $W(x)$ сопротивления сечения как функцию от толщины стенки при изгибе. Это позволяет оценить изменение конструкционной прочности рамы в зависимости от толщины стенки. Расчеты показали, что при стандартной толщине стенки 20 мм момент $W(x) = 5{,}1 \cdot 10^5$ мм^4, а при изменении (смещении) толщины стенки на 1 мм конструкционная прочность снижается примерно на 4÷6 %. В этом случае критическим утонением стенки можно считать 2,5÷3 мм, при этом значительно снижается прочность рамы в районе пояса буксового узла, что может стать причиной обрыва наружной челюсти.

Одних аналитических расчетов недостаточно для качественной оценки конструкционной прочности боковой рамы, поскольку она имеет сложную переменную геометрию в осевом направлении, что не позволяет оценить влияние дополнительных нагрузок, возникающих при движении поезда. При эксплуатации боковая рама подвергается сложному статическому и динамическому силовым воздействиям. При этом из-за конструктивных особенностей напряженно-деформированное состояние (НДС) рамы в районе буксового проема становится неоднородным, близким к сложному косому или кососимметричному изгибу, сопровождающемуся действием продольных сил при набегании грузовых тележек друг на друга при движении поезда.

Для исследования влияния изменения толщины стенок отливки боковой рамы на ее конструкционную прочность в работе дополнительно выполнен анализ НДС методом конечных элементов (МКЭ) при статической нагрузке (рис. 2, см. обложку). При расчете за номинальную была взята отливка рамы со стандартной толщиной стенки 20 мм. Схема нагружения и закрепления соответствовала техническим условиям по ОСТ 32.183—2001 и нормативам [3, 4]. Расчетную схему эксплуатационных силовых нагрузок выбирали, исходя из того, что все весовые усилия распределяются по площади опоры, расположенной в зоне рессорного проема. Расчеты проводили при вертикальной нагрузке, соответствующей весу груза массой 22÷25 т и равномерно распределенной по всей поверхности контакта. Дополнительной действующей силой в буксовом узле была принята горизонтальная нагрузка в 3 т, возникающая при движении, торможении или страгивании поезда.

По расчетам максимальные напряжения не превышали 120 МПа (по 4-й теории прочности), что соответствует норме (коэффициент запаса прочности >2). Предельная вертикальная нагрузка (до потери несущей способности) и параметры напряженного состояния при основных расчетных нагрузках также соответствовали требованиям нормативов [3—5].

На рис. 3 (см. обложку) представлен результат расчета НДС исследуемой детали в вертикальном

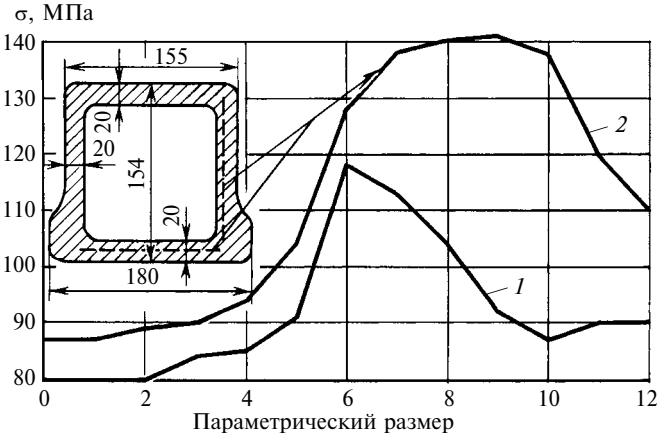


Рис. 6. Распределения напряжений в поперечном сечении буксового проема и его контур с линией (штриховая), для которой сделан расчет, рамы с нормальной толщиной стенки (*1*) и со смещенной на 3 мм внутренней полостью (*2*)

сечении. В локальных областях по радиусу $R55$ буксового проема и в наклонном поясе рамы, где наиболее часто образуются трещины, расчетные напряжения не являются критическими, причем в данном расчете моделировали максимальную вертикальную нагрузку — 3 т.

На следующем этапе исследований искусственно изменяли геометрию рамы: внутренняя полость буксового проема была смещена на 3 мм к внешней стороне, т. е. был ослаблен соединительный пояс и основание челюсти рамы. Далее МКЭ выполнили прочностной расчет при прежних нагрузках и граничных условиях, т. е. смоделировали наличие технологического дефекта. На рис. 4 (см. обложку) показано расчетное НДС рамы с утоненной стенкой. В нижнем углу проема по радиусу $R55$ видна зона концентрации напряжений, которые на 15÷20 % больше напряжений (по критерию интенсивности напряжений) для рамы с нормальной толщиной стенки. На соединительном поясе рамы также наблюдаются локальные участки с более развитыми напряжениями, чем у нормальной рамы.

Визуальный анализ места излома детали (рис. 5, см. обложку) подтвердил, что участок, на котором зарождается начальная усталостная трещина, смещен к внешней стороне рамы с дефектом в виде утонения стенки в результате смещения внутренней полости буксового проема и соединительного пояса, что совпадает с расчетной локализацией концентрации напряжений (см. рис. 4).

На рис. 6 показаны изменения расчетных напряжений в поперечном сечении буксового проема с симметричным контуром, в котором наиболее часто наблюдается разрушение рамы, проходящее по середине стенки детали. Для боковой рамы стандартного размера увеличение напряжений наблюдается в углу коробчатого сечения (см. рис. 6, кривая *1*), что соответствует результатам нагруже-

УДК 621.921

С. А. КРЮКОВ, канд. техн. наук (Волжский институт строительства и технологий — филиал ВолгГАСУ, г. Волжский), e-mail: dekmtf@visteh.net

Шлифовальный инструмент из абразивного материала на основе составляющих разной зернистости

Представлены методы разработки и расчета формовочных смесей, состоящих из абразивных материалов разной зернистости, для изготовления шлифовальных кругов.

Ключевые слова: шлифование, инструмент, зернистость, смесь, абразив.

The methods of development and analysis of moulding sands, consisting of abrasive materials of different graininess, for production of abrasive wheels are presented.

Keywords: grinding; tool; graininess; sand; abrasive.

Некоторые отечественные абразивные заводы выпускают бруски и шлифовальные круги, используя абразивные материалы разной зернистости. Однако рецептурный анализ показал, что формовочные смеси для одних и тех же по назначению, твердости и структуре инструментов составлены из абразивных материалов разной зернистости и при разных соотношениях их объемных долей.

В табл. 1 приведены выписки из рецептур Челябинского (ЧАЗ) и Волжского (ВАЗ) абразивных заводов, а также зернистости ($Z_к$, $Z_с$, $Z_м$) абразивных материалов и их объемное содержание ($V_к$, $V_с$, $V_м$) в формовочных смесях. Видно, что при одинаковом содержании абразива $Z_к$ содержание абразивов $Z_с$ и $Z_м$ может резко отличаться в разных формовочных массах, тоже относится и к объемному содержанию. Это говорит о том, что зернистость и содержание абразивов в смеси выбирают, как правило, произвольно без достаточного обоснования. Отсутствие до настоящего времени разработанных и апробированных научно-производственных рекомендаций по оптимальному составу смесей из абразивных материалов разной зернистости затрудняет изготовление инструментов с регламентированными структурно-механическими свойствами и повышенными эксплуатационными характеристиками.

Для обеспечения высоких эксплуатационных свойств инструмента размер зерен разных абрази-

Таблица 1

Завод	$Z_к$	$Z_с$	$Z_м$	$V_к$:$V_с$:$V_м$, об.%	K_{Z_1}	K_{Z_2}	K_{V_1}	K_{V_2}
ЧАЗ	80	50	16	63:29:8	1,6	3,1	0,46	0,42
ВАЗ	80	40	8	60:25:15	2,0	5,0	0,42	0,60
	125	50	8	60:25:15	2,5	6,5	0,42	0,60
	125	100	10	45:45:10	1,25	10,0	10,0	0,22

(Окончание статьи. Начало см. на стр. 47)

ния сложным изгибом с кручением. Повышенные напряжения в углах не представляют особой опасности, так как их можно компенсировать внутренними ребрами жесткости. При смещении внутренней полости распределение напряжений сохраняет тот же характер, но при большем среднем их значении и расширении локальной области действия высоких напряжений в углу и нижней части буксового проема по радиусу перехода *R*55, где наиболее часто и происходит обрыв боковой рамы.

Предотвратить опасные дефекты можно, используя современные методы автоматизированного проектирования [6, 7] в литейной технологии ответственных деталей транспортного машиностроения, что позволит повысить их конструкционную прочность.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Изломы** боковых рам тележек грузовых вагонов // Фотоальбом ОАО "РЖД". 2011.

2. **Ольховик Е. О., Десницкий В. В.** Разработка механической концепции образования горячих трещин в стальных отливках // Литейщик России. 2007. № 11. С. 21—25.

3. **ТТ ЦВ-32-695—2006.** Детали литые из низколегированной стали для вагонов железных дорог колеи 1520 мм. Рама боковая и балка надрессорная. Технические требования. М.: ОАО "РЖД", 2006. 32 с.

4. **Нормы** для расчета и проектирования вагонов железных дорог МПС колеи 1520 мм (несамоходных). М.: ГосНИИВ, ВНИИЖТ, 1996.

5. **ГОСТ 31236—2004.** Боковая рама тележки грузовых вагонов железнодорожных дорог колеи 1520 мм. Требования по эксплуатационной безопасности. Минск: Евразийский Совет по стандартизации, метрологии и сертификации, 2005. 11 с.

6. **Десницкий В. В., Ольховик Е. О.** Разработка методов автоматизированного проектирования литейной технологии изготовления отливок // Заготовительные производства в машиностроении. 2006. № 4. С. 7—10.

7. **Ольховик Е. О., Десницкий В. В.** Разработка методов автоматизированного проектирования литейной технологии стальных отливок арматуры нефтегазопроводов // Изв. вузов. Черная металлургия. 2006. № 12. С. 37—40.

вов в формовочной смеси должен быть подобран так, чтобы плотность упаковки зерен была оптимальной [1]. Зерна разных размеров в черепке инструмента должны иметь минимальное число степеней свободы и обеспечивать достаточную прочность "сырых" заготовок, обжиг без усадочных деформаций и повышенную прочность готового инструмента. Необходимая плотность упаковки достигается последовательным и рациональным уменьшением размеров зерен и подбором оптимального объемного содержания. Не допускается расслоение смеси при перемешивании, а при формовании заготовок должна обеспечиваться равномерная плотность во всем объеме изделия. Наиболее оптимальными являются смеси, составленные из абразивных материалов смежной зернистости, т. е. через один номер, что обеспечивает равные соотношения зернистостей и объемов.

По результатам теоретических и экспериментальных исследований и на основании модифицированной формулы Андреасена—Фуллера [2, 3] рассчитаны объемные содержания абразивов разной зернистости в формовочных смесях и их оптимальные соотношения:

$$V_{\text{к}} = \frac{100}{1 + K_{V_1} + K_{V_1} K_{V_2}}; \quad (1)$$

$$V_{\text{с}} = \frac{100 K_{V_1}}{1 + K_{V_1} + K_{V_1} K_{V_2}}; \quad (2)$$

$$V_{\text{м}} = \frac{100 K_{V_1} K_{V_2}}{1 + K_{V_1} + K_{V_1} K_{V_2}}, \quad (3)$$

где $K_{V_1} = V_{\text{с}}/V_{\text{к}}$; $K_{V_2} = V_{\text{м}}/V_{\text{с}}$.

Оптимальные значения $K_{V_{1\text{опт}}}$ и $K_{V_{2\text{опт}}}$ отношения объемов абразивов при разных заданных соотношениях зернистостей Z_1 определяли по уравнениям:

$$K_{V_{1\text{опт}}} = \left(K_{Z_1} - 1\right)/\sqrt{K_{Z_1}};$$

$$K_{V_{2\text{опт}}} = \left(\sqrt{K_{Z_1} K_{Z_2}} - 1\right)/\sqrt{K_{Z_2}}. \quad (4)$$

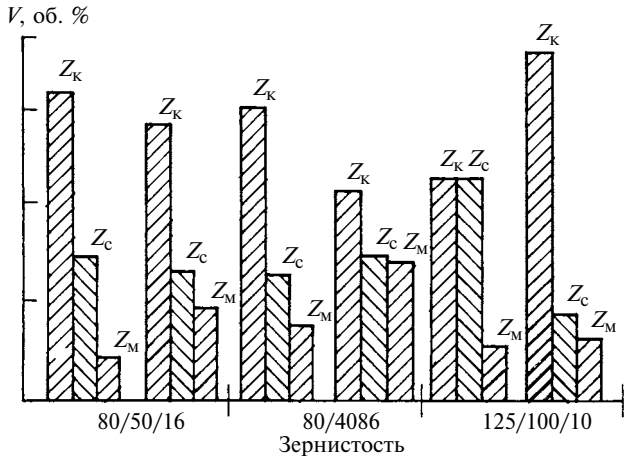


Рис. 1. Объемное содержание (V) крупных ($Z_{\text{к}}$), средних ($Z_{\text{с}}$) и мелких ($Z_{\text{м}}$) зерен в абразивных смесях по заводской (*1*) и рекомендуемой (*2*) рецептуре

Объемное содержание абразивов разных зернистостей рассчитывали по формулам:

$$V_{\text{к}} = 100/0{,}78\, K_{Z_1}^{\left(1 + K_{Z_1}^{-0{,}5}\right)}; \quad (5)$$

$$V_{\text{с}} = 100 - V_{\text{к}}/\left(1 + \sqrt{K_{Z_2}}\right)^{0{,}5}; \quad (6)$$

$$V_{\text{м}} = 100 - (V_{\text{к}} + V_{\text{с}}). \quad (7)$$

На рис. 1 показано объемное содержание в смесях крупных, средних и мелких абразивных материалов по заводской рецептуре (см. табл. 1) и по рекомендуемой рецептуре, рассчитанной по формулам (1)—(3), для оптимальных соотношений содержания зерен, определенных по формуле (4). Анализ абразивных смесей (см. рис. 1) показал значительную разницу процентного содержания зерен по всем зернистостям, что, естественно, влияет на структурно-механические характеристики и эксплуатационные показатели абразивных инструментов, изготовленных из этих смесей.

В табл. 2 приведены четыре варианта формовочных смесей, используемых на ВАЗе и рекомендуемых для изготовления обдирочных инструментов.

Таблица 2

Вариант смеси	Содержание V, об.%					Прочность $\sigma_{\text{в}}$, МПа
	54С100 F 20	54С63 F 30	54С25 F 60	25А20 F 70		
				стандартное	игольчато-пластинчатое	
I	60,0	25,0	10,0	—	—	5,4
II	56,6	26,6	16,8	—	—	5,8
III	55,6	26,1	—	18,3	—	6,9
IV	55,6	26,1	—	—	18,3	7,8

Вариант I соответствует заводской рецептуре смеси для обдирочных инструментов (54С100/63/25 ВТ5К3), предназначенных для обработки шлифовальных кругов. Вариант II смеси рассчитывали по формулам (5)—(7), исходя из соотношения зернистостей согласно заводской рецептуре. Запатентованные [4, 5] и полученные расчетом оптимальные формовочные смеси (варианты III и IV) отличаются тем, что в них вместо карбида кремния зернистостью 25 используют белый электрокорунд зернистостью 20. Введение в смесь адгезионно-активных к керамической связке мелких зерен электрокорунда создает более прочные связи между зернами карбида кремния, что повышает прочность черепка инструмента. Использование игольчато-пластинчатого зерна вместо стандартного зерна 25А20 дополнительно упрочняет мостики связки благодаря их лучшему армированию.

Для прочностных испытаний использовали образцы инструмента в виде восьмерок из абразивных смесей по вариантам, приведенным в табл. 2, с добавлением керамической связки, декстрина и воды. Образцы подвергали термообработке при температуре 1250 °С. Механическую прочность образцов определяли на испытательной машине УММ-5 по общепринятой методике. Из табл. 2 видно, что прочность образцов из смесей вариантов III и IV выше соответственно в 1,25 и 1,44 раза прочности образцов из смеси варианта I. При замене стандартного зерна 25А20 на зерно игольчато-пластинчатой формы прочность образцов повышается в 1,13 раза. Использование в исследуемых смесях стандартного зерна 25А20 вместо зерна 54С25 повышает прочность образцов примерно в 1,2 раза. Полученные данные показали практическую возможность значительного повышения прочности абразивных инструментов, изготовленных из смесей абразивов разных зернистостей или в случае замены зерен одного вида или формы другими.

Коэффициенты шлифования и стойкости обдирочных шлифовальных кругов, изготовленных из смесей вариантов I—IV (см. табл. 2), определяли при обработке посадочного отверстия и наружного диаметра кругов ПП 400 × 63 × 127 на станке РТ-103. Результаты испытаний представлены на рис. 2. Установлено, что шлифовальные круги с оптимальным объемным соотношением зерен в смеси (вариант II), аналогичным их соотношению по заводской рецептуре (вариант I), имеют коэффициент $K_Ш$ шлифования и стойкость T в 1,17 и 1,13 раза соответственно большие, чем заводские круги. При замене в смеси зерна 54С25 на зерно 25А20 коэффициент $K_Ш$ увеличивается в 1,53 раза, а стойкость T — в 1,27 раза по сравнению с серийным

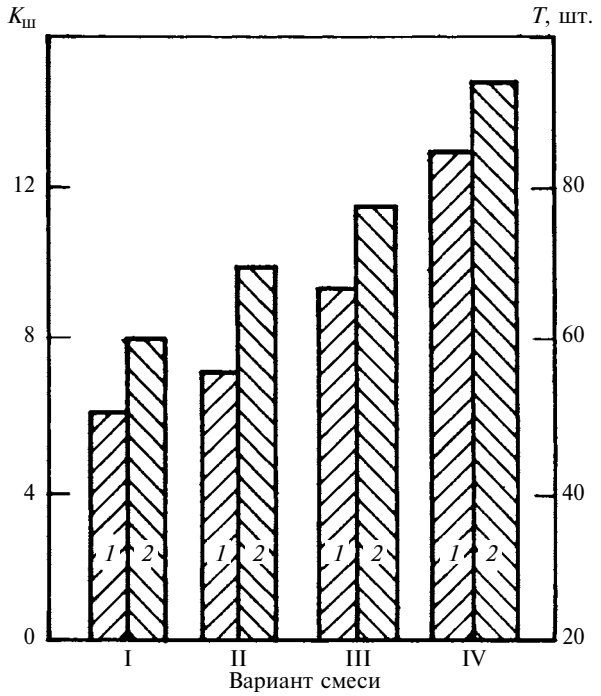


Рис. 2. Коэффициент шлифования $K_Ш$ и стойкость T обдирочных шлифовальных кругов при обработке посадочного отверстия (*1*) и наружного диаметра (*2*) шлифовальных кругов ПП 400 × 63 × 27

кругом. При использовании игольчато-пластического зерна вместо стандартного (вариант IV) коэффициент $K_Ш$ дополнительно повышается в 1,34 раза, а стойкость T — в 1,21 раза по сравнению с кругами, изготовленными из смеси варианта III.

Таким образом, инструменты, изготовленные из оптимальных по составу и содержанию абразивных смесей, по сравнению с заводскими инструментами имеют более высокую механическую прочность черепка (что позволяет повысить режимы шлифования), больший коэффициент шлифования и повышенную стойкость, обладают свойством самозатачивания и регенирации рабочей поверхности.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Крюков С. А.** Расчетное определение структуры и твердости абразивного инструмента с оптимальной плотностью заполнения зерном черепка // Справочник. Инженерный журнал. 2012. № 9 (186). С. 29—32.

2. **Пат. 2262434 Рос. Федерации.** Масса для изготовления абразивного инструмента.

3. **Пат. 2354534 Рос. Федерации.** Масса для изготовления абразивного инструмента.

4. **Попильский Р. Я., Пивинский Ю. Е.** Прессование порошковых керамических масс. М.: Металлургия, 1983. 176 с.

5. **Стрелов К. К., Кащеев И. Д., Мамыкин П. С.** Технология огнеупоров. М.: Металлургия, 1988. 258 с.

Цикл статей
"Проблемы трибологии — трения, изнашивания и смазки"
(под общей редакцией академика Российской инженерной академии и академии космонавтики, д-ра техн. наук Ю. Н. Дроздова)

УДК 539.621:004.942

Я. М. КЛЕБАНОВ, д-р техн. наук, М. Ю. АЛЕКСАНДРОВА (Самарский ГТУ), e-mail: Klebanov@mail.ru

Влияние контактной приспособляемости на фреттинг неподвижных соединений деталей

Рассматривается контактное взаимодействие деталей неподвижных соединений при циклическом нагружении. Установлена связь фреттинга и эффекта контактной приспособляемости сопряжений, а также влияние микрорельефа взаимодействующих поверхностей.

Ключевые слова: трение, приспособляемость, неподвижное соединение, фреттинг.

The contact interaction of parts in fixed joints at cyclic loading is considered. The relation between fretting and the effect of contact adaptability of couplings, and also the influence of microrelief of interactive parts, is determined.

Keywords: friction; adaptability; fixed joint; fretting.

Фреттинг контактных поверхностей неподвижных соединений — один из факторов, снижающих их ресурс. Появление фреттинг-усталости и фреттинг-коррозии обусловлено циклическими, и в частности вибродинамическими, нагрузками на соединения. Причина возникновения фреттинга — микропроскальзывание в зоне контакта.

Частичное проскальзывание в упругих системах с трением, испытывающих периодические нагрузки, после нескольких первых циклов нагружения может прекратиться, во всей зоне контакта будет иметь место сцепление. Этот процесс называется контактной приспособляемостью, условием которого является наличие таких остаточных напряжений, которые в сумме с напряжениями от внешних сил исключают дальнейшее скольжение. Остаточные напряжения возникают вследствие неоднородности поля скольжения в контакте. Аспекты контактной приспособляемости рассмотрены в работах [1, 2].

При исследовании условий возникновения контактной приспособляемости в конкретных соединениях используют численные методы, например метод конечных элементов (МКЭ). В работе [2] приведены рекомендации по формированию конечно-элементной сетки для решения задач численного анализа контактной приспособляемости. С учетом допущений МКЭ позволяет определить размеры зон скольжения, контактные напряжения и относительные смещения точек контактных поверхностей при циклическом нагружении. Получены диаграммы отношения Q/P (тангенциальной силы к нормальной силе) на контактной поверхности в зависимости от коэффициента f трения [2, 3], которые отражают характер контактного взаимодействия при циклическом нагружении. Характерные максимальные значения Q/P разграничивают зоны разных контактных взаимодействий и являются границами контактной приспособляемости (рис. 1).

После некоторого числа циклов нагружения проскальзывание может прекратиться, т. е. имеет место полная контактная приспособляемость. Возможна частичная контактная приспособляемость, когда на части поверхности есть проскальзывание, при этом амплитуды взаимного смещения точек контактных поверхностей постепенно сокращаются.

В анализе процессов фреттинга в соединениях используют карты режимов фреттинга, впервые введенные в работе [4]. В координатах нормальной силы P и амплитуды ω взаимных смещений выделяют зоны полного сцепления, частичного проскальзывания и полного скольжения. Существующие в настоящее время подходы к построению и использованию данных карт и их экспериментальное подтверждение рассмотрены в публикациях [5—8].

Карты режимов фреттинга и зависимости $Q/P = F(f)$ взаимосвязаны.

На рис. 1 показаны: фрагмент диаграммы взаимодействия двух тел прямоугольной формы при плосконапряженном состоянии [2]; диаграммы

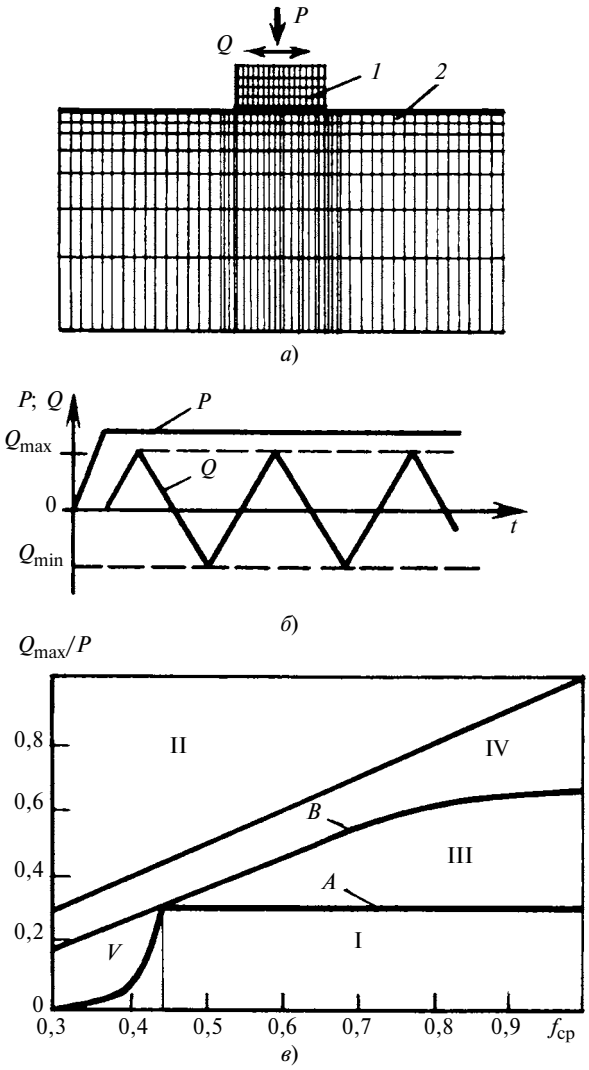


Рис. 1. Диаграмма взаимодействия двух тел (*1* и *2*) прямоугольной формы (*а*), режимы нагружения КЭ (*б*) и диаграмма $Q/P = F(f)$ с зонами различного взаимодействия (*в*):
I — полное сцепление с первого цикла нагружения; II — полное скольжение; III — полная или частичная контактная приспособляемость; IV — увеличивающееся частичное проскальзывание с первого цикла нагружения; V — постоянное частичное проскальзывание с первого цикла нагружения

нагружения и зоны с разным характером контактного взаимодействия. Число конечных элементов на линии контакта — 100 (см. рис. 1, *а*). Зона контактной приспособляемости имеет место при коэффициенте f трения, превышающем критическое значение $f_{кр} = 0{,}43$. Обозначим зависимости, ограничивающие зоны приспособляемости, следующим образом:

$$\begin{cases} \left.\dfrac{Q_{max}}{P}\right|_A = \varphi_A(f); \\ \left.\dfrac{Q_{max}}{P}\right|_B = \varphi_B(f). \end{cases} \qquad (1)$$

В зоне I с первого цикла амплитуда ω относительных перемещений и максимальные тангенциальные усилия Q_{max} связаны линейной зависимостью

$$\omega = jQ_{max}, \qquad (2)$$

где j — касательная податливость стыка.

По достижению контактной приспособляемости эта зависимость справедлива и для зоны III.

Тогда вместо выражений (1) можно записать:

$$\left.\frac{\omega}{jP}\right|_{A,\,B} = \varphi_{A,\,B}(f) \text{ или}$$

$$\lg P_{A,\,B} = \lg\omega_{A,\,B} - \lg j - \lg\varphi_{A,\,B}(f).$$

На картах фреттинга последние зависимости разделяют зоны I, III и IV. На рис. 2 для рассмотренного выше примера показана картина фреттинга для $f = 0{,}75$.

Зависимостям A и B при заданном коэффициенте трения должен соответствовать определенный безразмерный коэффициент. Наиболее обоснованным представляется коэффициент $\delta = \omega/(jP)$, введенный в работе [7].

Из выражений (1) и (2) получим: $\delta_{A,\,B} = \varphi_{A,\,B}(f)$.

Таким образом, между диаграммами $Q/P = F(f)$ [2] и картами фреттинга существует прямая связь, которая объясняет особенности разделения на зоны частичного и полного проскальзывания. По сути, зона так называемого частичного проскальзывания является зоной, где или очень низкий фреттинг, или он вообще отсутствует, что связано с полной или частичной контактной приспособляемостью. Это подтверждается и совпадениями зна-

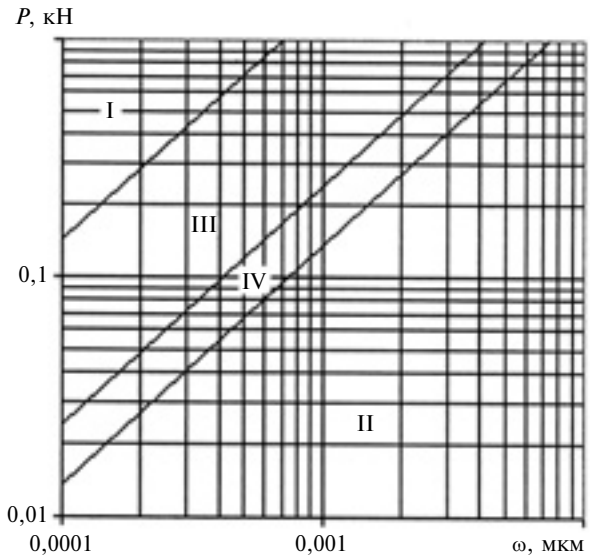


Рис. 2. Карта режимов фреттинга при взаимодействии двух тел прямоугольной формы (I—IV — см. рис. 1, *в*)

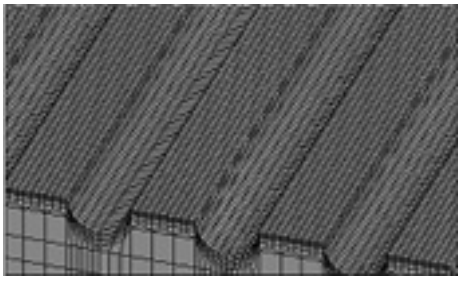


Рис. 3. КЭМ поверхности с регулярным микрорельефом в виде параллельных канавок

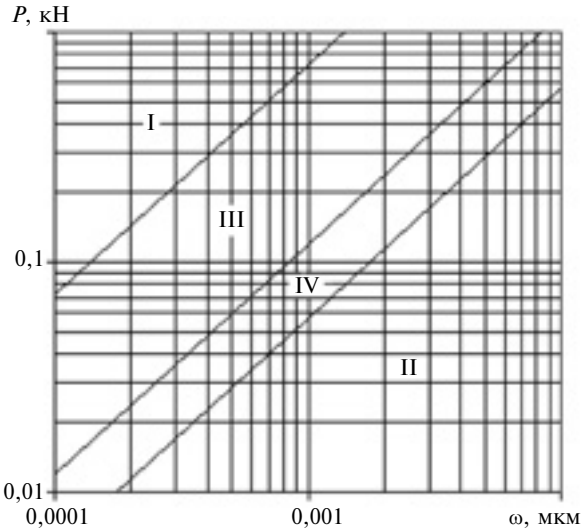


Рис. 4. Карта режимов фреттинга при взаимодействии двух тел прямоугольной формы, на одном из которых микрорельеф в виде параллельных канавок

чений рассматриваемых характеристик. В работе [7] экспериментально получены значения коэффициента трения и безразмерного параметра δ для этой зоны: $\delta < 0{,}6$ и $0{,}4 < f < 0{,}82$, а моделированием МКЭ в работе [2] установлено, что при большинстве условий контактного взаимодействия $\delta_B < 0{,}62$ при $f_{кр} \le f < 0{,}82$, где $f_р = 0{,}3 \div 0{,}53$.

На режимы фреттинга существенное влияние оказывает топография контактных поверхностей. Для снижения фреттинга изменяют микрорельеф контактных поверхностей.

Получены расчеты для случаев, когда на контактную поверхность одного из тел нанесен микрорельеф в виде параллельных канавок (рис. 3). Построенные диаграммы $Q/P = F(f)$ незначительно отличаются от диаграмм, полученных для контактирующих поверхностей без микрорельефа (см. рис. 1, *в*). Однако в связи с увеличением податливости стыка в результате нанесения микрорельефа границы областей на картах фреттинга (рис. 4) сдвигаются вправо, т. е. в сторону бóльших значений смещений.

Выполненные исследования позволили установить взаимосвязь между фреттингом и явлением контактной приспособляемости в неподвижных соединениях.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Klarbring A., Ciavarella M., Barber J. R.** Shakedown in elastic contact problems with Coulomb frictiong // International Journal of Solids and Structures. 2007. V. 44. P. 8355—8365.
2. **Клебанов Я. М., Александрова М. Ю.** Контактная приспособляемость при кулоновском трении упругих тел // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2012. № 4. С. 56—63.
3. **Churchman C. M., Hills D. A.** General results for complete contacts subject to oscillatory shear // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. 2006. V. 54. P. 1186—1205.
4. **Vingsbo O., Soderberg S.** On Fretting Maps // Wear. 1988. V. 126. P. 131—147.
5. **Progress** in fretting maps / Z. R. Zhou, K. Nakazawa, M. H. Zhu al. // Tribology International. 2006. V. 39. P. 1068—1073.
6. **Измайлов В. В., Левыкин Д. А.** Жесткость контакта и его фреттигостойкость // Межвуз. сб. науч. тр.: Механика и физика процессов на поверхности и в контакте твердых тел, деталей технологического и энергетического оборудования. Тверь: ТвГТУ, 2013. Вып. 6. С. 3—9.
7. **Varenberg M., Etsion I., Halperin G.** Slip index: a new unified approach to fretting // Tribology Letters. 2004. V. 17. № 3. P. 569—573.
8. **Kubiak K. J., Mathia T. G., Fouvry S.** Interface roughness effect on friction map under fretting contact conditions // Tribology International. 2010. V. 43. Issue 8. P. 569—573.

ВНИМАНИЮ ПОДПИСЧИКОВ ЖУРНАЛА "ВЕСТНИК МАШИНОСТРОЕНИЯ"

Подписка на журнал принимается по каталогам:

"Роспечать" — индекс **70120**;
"Пресса России" — индекс **27841**;
"Почта России" — индекс **60264**.

УДК 621.822.5.001.24

М. В. ФОМИН, канд. техн. наук (МГТУ им. Н. Э. Баумана), e-mail: marc081939@gmail.com

Выбор посадок для опор скольжения с гидродинамическим смазыванием

Представлены алгоритм и метод выбора посадок для стационарно нагруженных радиальных подшипников скольжения в режиме жидкостного трения с использованием обобщенной характеристики работы подшипника во всем диапазоне диаметральных зазоров.

Ключевые слова: подшипник скольжения, гидродинамическое смазывание, посадка.

The algorithm and the method of selection of fits for stationary loaded radial sliding bearings in mode of fluid friction using generalized characteristic of bearing operation in all range of diameter clearances are presented.

Keywords: sliding bearing; hydrodynamic lubrication; fit.

Для создания в подшипнике скольжения гидродинамического эффекта (режима жидкостного трения) необходимо обеспечить определенные соотношения между нагрузкой, диаметральным зазором, давлением подачи смазочного материала (СМ), его вязкостью и частотой вращения вала. При создании новых подшипниковых опор номинальный диаметр цапфы определяют исходя из прочности вала, а длину подшипника, марку СМ, параметры шероховатости рабочих поверхностей задают по рекомендациям в зависимости от типа механизма, подбирая при этом посадку и определяя минимальную толщину смазочного слоя, которая должна как минимум вдвое превышать суммарную высоту микронеровностей цапфы и вкладыша. Последнее необходимо для компенсации возможных погрешностей изготовления деталей и перекосов вала под нагрузкой. Расчеты ведут с учетом следующих допущений: вязкость и температура СМ в зазоре подшипника постоянны и равны средним значениям; его течение ламинарно. Основная трудность расчетов состоит в том, что большинство параметров, характеризующих работу подшипника, взаимозависимы. Расчет в замкнутой форме можно провести при известной вязкости, которая вначале неизвестна. Поэтому, как правило, задаются рядами значений температуры и диаметральных зазоров, добиваясь методом последовательных приближений выполнения условия теплового баланса. В итоге получают одну расчетную точку работы подшипника.

Тепловой баланс подшипника при прочих равных условиях зависит от его температуры и относительного эксцентриситета цапфы подшипника, который в рабочем диапазоне изменяется в узких пределах. Это позволяет, задавшись относительным эксцентриситетом, однозначно определить рабочую температуру из уравнения теплового баланса и вычислить все параметры, характеризующие работу подшипника. Таким образом, можно построить обобщенную характеристику работы подшипника, под которой понимают зависимость минимальной толщины смазочного слоя, средней температуры СМ, его объемного расхода и относительного эксцентриситета цапфы от диаметрального зазора в подшипнике. Обобщенная характеристика дает наиболее полную информацию о работе подшипника во всем диапазоне изменения диаметральных зазоров. Как будет показано далее, эта характеристика позволяет легко и обоснованно выбрать необходимую посадку.

На рис. 1 показано взаимное расположение цапфы и вкладыша подшипника скольжения при установившемся режиме. Диаметральный зазор в подшипнике равен разности диаметров отверстия и цапфы: $S = D - d$, относительный диаметральный зазор $\psi = S/d$, радиальный зазор $\delta = S/2$. Угол между направлением радиальной силы F_r и линией, соединяющей центры отверстия и цапфы, определяет угол φ_a нагрузки. Расстояние между этими центрами равно эксцентриситету e. Смазочный слой имеет минимальную толщину в сечении по линии, соединяющей центры вала и отверстия: $h_{\min} = \delta(1 - \chi)$, где $\chi = e/\delta$ — относительный эксцентриситет.

В подшипнике скорость тепловыделения составит

$$W_1 = F_r f v,$$

где f — коэффициент трения; $v = 0{,}5\omega d$ — окружная скорость цапфы, ω — угловая скорость цапфы.

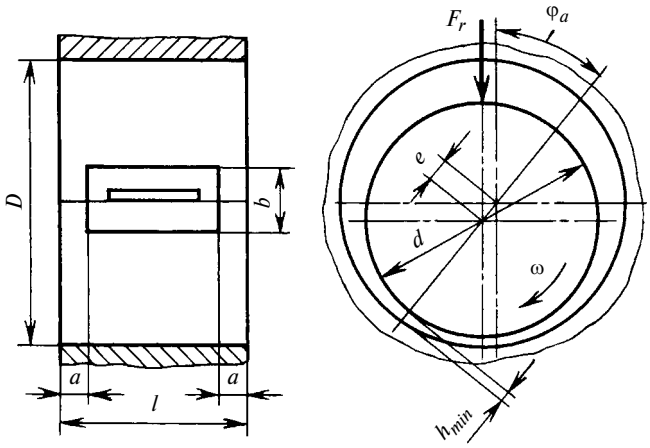


Рис. 1. Схема расположения цапфы и вкладыша подшипника скольжения при установившемся режиме

Коэффициент жидкостного трения вычисляют интегрированием элементарной силы сдвига по всему зазору протяженностью 2π:

$$f = \psi C_{\text{т}}/C_F,$$

где $C_{\text{т}}$ — коэффициент сопротивления вращению; C_F — коэффициент нагруженности, который получают из решения уравнения Рейнольдса численными методами.

Коэффициент C_F зависит от относительной длины подшипника $\lambda = l/d$, относительного эксцентриситета χ и угла Ω охвата (угол дуги несущего смазочного слоя с избыточным давлением). Значения C_F с учетом кривизны линии обрыва несущей области смазочного слоя представлены в табл. 1 [1].

Формула коэффициента $C_{\text{т}}$ получена М. В. Коровчинским:

$$C_{\text{т}} = \pi/\sqrt{1-\chi^2} + 0{,}5\chi C_F \sin\varphi_a.$$

Для подшипников бесконечной длины ($\lambda \to \infty$) траектория *1* центра O_2 цапфы (рис. 2) представляет собой полуокружность Л. Гюмбеля (O_1 — центр отверстия подшипника; O_2 — рабочее положение центра цапфы; O_3 — центр цапфы, которая касается поверхности вкладыша). Угол φ_0 нагрузки определяем из $O_1O_2O_3$: $\cos\varphi_0 = e/\delta = \chi$, тогда $\sin\varphi_0 = \sqrt{1-\chi^2}$.

Реальная траектория центра цапфы для подшипников конечной длины отличается от окружности (например, траектория *2* на рис. 2 для подшипника с относительной длиной $\lambda = 0{,}3$). При других относительных длинах подшипника траектории располагаются между приведенными на рис. 2

Таблица 1

Ω°	χ	Коэффициеть C_F при λ					
		0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	1,50
90	0,4	0,04	0,13	0,20	0,25	0,30	0,34
	0,6	0,13	0,37	0,56	0,67	0,78	0,87
	0,8	0,05	1,34	1,94	2,31	2,56	2,67
	0,9	1,97	4,22	5,49	6,21	6,64	7,24
120	0,4	0,05	0,17	0,30	0,41	0,50	0,59
	0,6	0,14	0,45	0,73	0,97	1,16	1,35
	0,8	0,52	1,53	2,31	2,82	3,16	3,35
	0,9	1,99	4,56	6,12	7,08	7,98	8,50
150	0,4	0,05	0,20	0,36	0,52	0,65	0,76
	0,6	0,15	0,48	0,86	1,18	1,52	1,80
	0,8	0,56	1,55	2,43	3,20	3,60	3,80
	0,9	2,01	4,69	6,40	7,44	8,11	8,56
180	0,4	0,05	0,20	0,38	0,53	0,68	0,80
	0,6	0,16	0,50	0,82	1,12	1,39	1,60
	0,8	0,57	1,60	2,52	3,20	3,64	3,98
	0,9	2,10	4,77	6,52	7,77	8,58	9,15

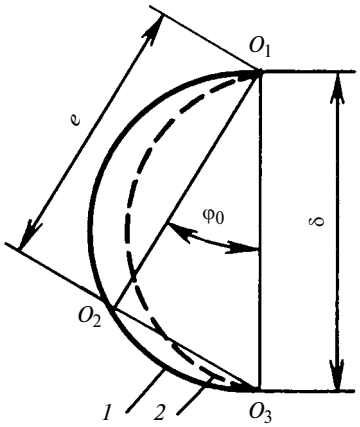


Рис. 2. Траектории центра цапфы подшипника при $\lambda \to \infty$ (*1*) и центра цапфы при $\lambda = 0{,}3$ (*2*)

траекториями. Синус угла нагрузки для подшипников конечной длины можно аппроксимировать зависимостью

$$\sin\varphi_a = (1 - e^{-\pi\lambda})\sqrt{1-\chi^2}.$$

Таким образом, коэффициент трения составит:

$$f = \psi\left\|\frac{\pi}{C_F\sqrt{1-\chi^2}} + 0{,}5\chi(1-e^{-\pi\lambda})\sqrt{1-\chi^2}\right\|. \qquad (1)$$

При постоянной нагрузке среднее условное давление в подшипнике можно представить уравнением

$$p_m = \frac{F_r}{dl} = \frac{\mu\omega}{\psi^2} C_F, \qquad (2)$$

где μ — динамическая вязкость СМ при рабочей температуре.

Если относительный эксцентриситет $\chi \to 0$, то формула (1) для коэффициента трения при подстановке C_F, определенного по формуле (2), преобразуется в известную зависимость Н. П. Петрова:

$$f = \frac{\pi}{\psi}\frac{\mu\omega}{p_m}.$$

Таким образом, скорость тепловыделения в подшипнике составит:

$$W_1 = p_m dl\psi C_{\text{т}} v/C_F.$$

Количество теплоты, отводимое в единицу времени СМ, вытекающим через зазоры по торцам подшипника, определим по формуле

$$W_2 = Uc\rho(t_v - t_b),$$

где U — объемный расход СМ; c и ρ — удельная теплоемкость и плотность СМ; t_v и t_b — температуры СМ на выходе из подшипника и на входе в него.

Полный объемный расход СМ складывается из расходов через зазор в нагруженной зоне и ненагруженной, а также расхода через торцы смазочной канавки:

$$U = \psi dlv(q_1 + q_2 + q_3),$$

где q_1 и q_2 — коэффициенты торцевого расхода из ненагруженной и нагруженной зон (табл. 2); q_3 — коэффициент торцевого расхода через торцы смазочной канавки.

Коэффициенты q_2 и q_3 для канавок определяются формулами:

$$q_2 = \beta C_F \frac{p_e}{\lambda^2 p_m};$$

$$q_3 = \alpha C_F \frac{p_e}{\lambda^2 p_m}\left(\frac{l}{a} - 2\right)\frac{b}{d},$$

где p_e — давление подачи СМ; b — ширина канавки; a — длина ее закрытой части (см. рис. 1).

Как правило, коэффициенты α и β задают таблицами, но для удобства программирования можно воспользоваться аппроксимирующими зависимостями:

$$\beta = 0{,}33 + 0{,}48\chi^2 - 0{,}01\chi^3 - 10^{-3}\Omega;$$

$$\alpha = 0{,}19\chi + 0{,}17\sqrt{1-\chi^2} - 0{,}125,$$

где угол Ω — в градусах.

Таблица 2

Ω°	χ	Коэффициеть q_1 при λ					
		0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	1,50
90	0,4	0,083	0,064	0,047	0,035	0,027	0,021
	0,6	0,115	0,072	0,049	0,038	0,029	0,024
	0,8	0,101	0,065	0,046	0,034	0,024	0,020
	0,9	0,086	0,055	0,036	0,027	0,019	0,016
120	0,4	0,123	0,096	0,069	0,050	0,045	0,043
	0,6	0,149	0,115	0,820	0,064	0,052	0,048
	0,8	0,158	0,116	0,083	0,062	0,049	0,040
	0,9	0,152	0,107	0,072	0,054	0,041	0,033
150	0,4	0,150	0,128	0,107	0,088	0,075	0,062
	0,6	0,194	0,162	0,132	0,112	0,088	0,072
	0,8	0,216	0,172	0,131	0,103	0,081	0,067
	0,9	0,207	0,161	0,119	0,090	0,071	0,058
180	0,4	0,176	0,157	0,137	0,117	0,098	0,082
	0,6	0,236	0,207	0,175	0,145	0,119	0,099
	0,8	0,271	0,226	0,184	0,146	0,121	0,100
	0,9	0,268	0,216	0,168	0,131	0,106	0,089

На основании опыта проектирования подшипников скольжения относительная длина подшипников составляет $\lambda = 0{,}3 \div 1{,}5$, в зависимости от механизма их установки размеры смазочных канавок назначают из соотношений $b/d = 0{,}15 \div 0{,}25$, $a/l = 0{,}08 \div 0{,}12$, давление подачи СМ $p_e = 0{,}2 \div 0{,}5$ МПа.

Формулы коэффициента q_2 расхода СМ при других способах его подачи через различные канавки приведены в работе [2].

Количество теплоты, отводимое в окружающую среду от поверхности отдельного корпуса подшипника, составит

$$W_3 = k_\text{т} A_s (t_\text{к} - t_\text{о.с}),$$

где $k_\text{т}$ — коэффициент теплоотдачи; A_s — площадь поверхности корпуса подшипника, обдуваемая воздухом; $t_\text{к}$ — температура корпуса; t_0 — температура окружающей среды.

Свободная поверхность корпусов зависит от конструкции и размеров подшипников. В среднем она равна $20dl$, где d и l — диаметр и длина цапфы. К теплоотводящей поверхности корпуса условно прибавляют приведенную поверхность вала, равную $(5 \div 8)d^2$ на каждый выходящий из подшипника конец вала. Коэффициент теплоотдачи от корпуса $k_\text{т} = 10 \div 20$ Вт/(м$^2 \cdot$ °С), который можно уточнить по результатам, представленным в работе [3].

В первом приближении на входе в подшипник можно принять температуру СМ $t_b = 35 \div 40$ °С. Температуру t_v СМ на выходе из подшипника и температуру $t_\text{к}$ корпуса принимают с небольшой погрешностью в сторону повышения надежности, равной средней температуре t_m СМ в зазоре. Удельную теплоемкость СМ определяют по зависимости $c \approx 55/\rho^{-0{,}5}$, кДж/(кг $\cdot$ °С).

При принудительном циркуляционном смазывании встроенных подшипников величиной W_3 можно пренебречь. Тогда уравнение теплового баланса при стационарном режиме примет вид:

$$W_1 - W_2 = 0,$$

откуда средняя эффективная температура

$$t_m = \frac{p_m\left|\dfrac{\pi}{C_F\sqrt{1-\chi^2}} + 0{,}5\chi(1 - e^{-\pi\lambda})\sqrt{1-\chi^2}\right|}{c\rho(q_1 + q_2 + q_3)} + t_b.$$

Задаваясь рядом значений относительного эксцентриситета $\chi = 0{,}4$; 0,6; 0,8 и 0,9, который практически перекрывает весь рабочий диапазон допустимых эксцентриситетов, из уравнения теплового баланса определяют рабочую температуру СМ. Далее при этих значениях температуры находят динамическую вязкость СМ, которая в значительной мере зависит от рабочей температуры. Поэтому в справочной литературе, как правило, приводятся два значения вязкости при двух разных температу-

рах (табл. 3). Так как температурно-вязкостная характеристика СМ в логарифмических координатах близка к прямой линии, то вязкость при температуре t_m можно представить как

$$\mu = \mu_1 \exp\left\{\left(1 - \frac{t_m}{t_2 - t_1}\right)\ln\frac{\mu_1}{\mu_2}\right\}$$

где μ_1 и μ_2 — вязкости СМ соответственно при температуре t_1 и t_2.

По известной вязкости СМ находят:

относительный зазор, соответствующий тепловому балансу $\psi = \sqrt{C_F \mu\omega / p_m}$; диаметральный зазор $S = \psi d$; минимальную толщину смазочного слоя $h_{\min} = S(1 - \chi)/2$; объемный расход масла $U = \psi d l v(q_1 + q_2 + q_3)$.

По найденным значениям t_m, $h_{\min}$, U и S при заданных относительных эксцентриситетах строят обобщенную характеристику работы подшипника, плавно соединив расчетные точки (рис. 3). Далее определяют допустимые границы диаметрального зазора S. Например, рабочая температура подшипника во избежание быстрого старения СМ не должна превышать 80 °С. Минимальная толщина смазочного слоя не должна быть меньше допустимой $[h_{\min}] = 2(Rz_1 + Rz_2)$. Параметры шероховатости рабочей поверхности принимают: для цапфы $Rz_1 = 0{,}4 \div 3{,}2$ мкм; для вкладыша $Rz_2 = 1{,}6 \div 6{,}3$ мкм.

Если не проводится специальный расчет на устойчивость с целью предотвращения автоколебаний, характерных для турбин, надо иметь относительный эксцентриситет $\chi > 0{,}5$. При необходимости этот расчет можно выполнить по рекомендациям работы [2].

При наличии отдельного корпуса для подшипника величиной W_3 пренебрегать нельзя. В этом случае уравнение теплового баланса при установившемся режиме работы подшипника можно записать как:

$$G(t) = W_1 - W_2 - W_3. \qquad (3)$$

При заданном относительном эксцентриситете χ функция $G(t)$ является непрерывной, монотонной и имеет один корень, соответствующий тепловому балансу. Решение находят одним из численных методов, приняв в качестве начального приближения значение $t = 0$. Например, с помощью встроенной функции пакета Mathcad корень уравнения (3) можно найти

$$t := 0;\ t_m := \mathrm{root}(G(r),\ t).$$

Задаваясь рядом значений относительного эксцентриситета $\chi = 0{,}4$; 0,6; 0,8 и 0,9, вычисляют рабочую температуру СМ и определяют все параметры, характеризующие работу подшипника.

П р и м е р. Подобрать стандартную посадку для радиального подшипника скольжения при следующих условиях: радиальная нагрузка $F_r = 6480$ Н; частота вращения вала $n = 1450$ мин$^{-1}$; диаметр цапфы $d = 60$ мм; длина подшипника $l = 45$ мм; угол охвата $\Omega = 150°$; ширина смазочной канавки $b = 12$ мм; длина закрытой части канавки $a = 3{,}6$ мм; расчетная площадь поверхности корпуса $A_s = 0{,}04$ м^2; параметр шероховатости цапфы $Rz_1 = 1{,}6$ мкм; параметр шероховатости вкладыша $Rz_2 = 3{,}2$ мкм; в качестве СМ по табл. 3 выбрано масло И-Г-А-68 (динамическая вязкость $\mu = 0{,}0380$ Па · с при $t = 50$ °С и вязкость $\mu = 0{,}0073$ Па · с при $t = 100$ °С; плотность масла $\rho = 911$ кг/м^3); давление подачи масла в подшипник $p_e = 0{,}2$ МПа; коэффициент теплоотдачи от корпуса $k_t = 10$ Вт/(м^2 · °С).

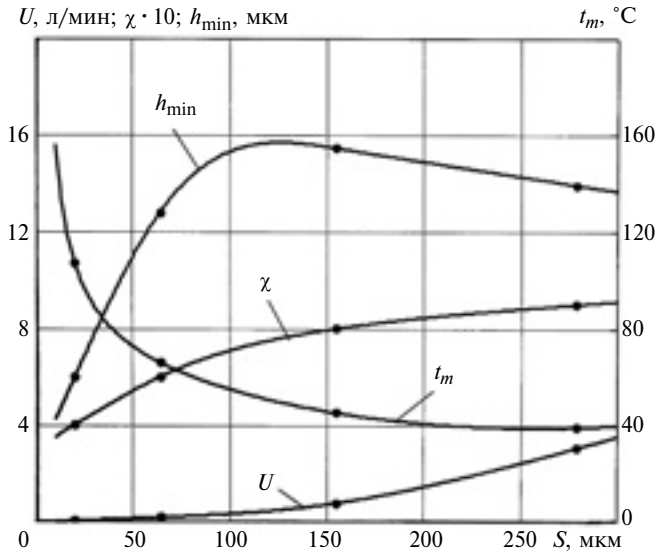


Рис. 3. Обобщенная характеристика работы подшипника

Таблица 3

Марка СМ	Динамическая вязкость μ, Па/с, при t		Средняя плотность ρ при 20 °С, кг/м^3
	50 °С	100 °С	
Тп-22с	0,0187	0,0040	870
Тп-30	0,0272	0,0051	900
Тп-46	0,0472	0,0077	900
И-Г-А-15	0,0114	0,0033	900
И-Г-А-32	0,0164	0,0044	890
И-Г-А-46	0,0270	0,0050	900
И-Г-А-68	0,0380	0,0073	911
И-Г-А-100	0,0442	0,0076	910
Тад-17и	0,1040	0,0159	907
МС-20	0,1315	0,0172	896
МК-22	0,1640	0,0205	905

Таблица 4

χ	C_F	q_1	q_2	q_3	$C_т$	t_m, °C	μ, Па · с	$\psi \cdot 10^3$	S, мкм	$h_{\min}$, мкм	U, л/мин
0,4	0,35	0,107	0,013	0,012	3,486	106,9	0,005	0,03	20	6,00	0,032
0,6	0,86	0,132	0,045	0,033	4,114	65,9	0,021	1,07	64	12,80	0,165
0,8	2,43	0,131	0,174	0,098	5,764	45,05	0,043	2,58	155	15,46	0,764
0,9	6,40	0,119	0,532	0,239	8,344	39,03	0,053	4,64	279	13,93	3,051

Решение:

1) относительная длина подшипника

$$\lambda = l/d = 0{,}75;$$

2) угловая скорость цапфы

$$\omega = \pi n/30 = 151{,}8 \text{ рад/с};$$

3) окружная скорость цапфы

$$\upsilon = \omega d/2 = 4{,}56 \text{ м/с};$$

4) среднее условное давление в подшипнике

$$p_m = F_r/(ld) = 2{,}4 \text{ МПа};$$

5) удельная теплоемкость масла

$$c = 5{,}5\frac{10^4}{\sqrt{\rho}} = 1822 \text{ Дж/(кг} \cdot {}^\circ\text{C)};$$

6) минимально допустимая толщина масляного слоя

$$[h_{\min}] = 2(Rz_1 + Rz_2) = 9{,}6 \text{ мкм}.$$

Далее вычислим значения всех параметров, характеризующих работу подшипника, при четырех значениях относительного эксцентриситета χ (табл. 4). При этом полученный расчетом объемный расход масла U, м^3/с приведен в U, л/мин.

Соединив кривыми полученные в результате вычислений точки, например с помощью встроенной функции сплайновой интерполяции пакета Mathcad, получим обобщенную характеристику работы подшипника во всем диапазоне диаметральных зазоров (см. рис. 3).

Проверим пригодность нескольких стандартных посадок из числа предпочтительных: ∅60 $H7/f7$ (38,8/81,2); ∅60 $H7/e8$ (43,1/152,9); ∅60 $H8/e8$ (73,5/138,5); ∅60 $H8/d9$ (116,4/203,6). Числители дробей в скобках соответствуют в микрометрах минимальным вероятностным зазорам, знаменатели — максимальным вероятностным зазорам, найденным по правилу трех сигм. Обобщенная характеристика работы подшипника показывает, что посадки ∅60 $H7/f7$ и ∅60 $H7/e8$ при минимальных вероятностных зазорах не обеспечивают запаса по толщине смазочного слоя и попадают в область повышенных температур. Посадки ∅60 $H8/e8$ и ∅60 $H8/d9$ с большим запасом обеспечивают режим жидкостного трения, но первая требует меньшего расхода масла, к тому же имеет больший запас на увеличение зазора в результате неизбежного изнашивания.

Таким образом, предпочтение следует отдать посадке ∅60 $H8/e8$. Если ни одна стандартная посадка не удовлетворяет критериям работоспособности, то в соответствии с обобщенной характеристикой можно назначить специальную посадку или скорректировать исходные данные. Применение пакета Mathcad с автоматическим построением обобщенной характеристики работы подшипника позволяет, изменяя в определенных пределах исходные данные (заменив СМ, изменив давление подачи СМ или параметры шероховатости и т. д.), добиться желаемого результата.

Учитывая некоторую неопределенность в назначении угла Ω охвата подшипника, расчет следует провести при нескольких его значениях.

Расчеты подшипников скольжения носят приближенный характер из-за большого числа допущений, однако благодаря свойству подшипников восстанавливать в условиях жидкостного смазывания нарушенный по каким-либо причинам режим работы эти допущения не имеют решающего значения. Данное свойство обусловлено наличием отрицательной обратной связи между комплексной характеристикой $\mu\omega/p_m$ режима работы и коэффициентом f трения в подшипнике в соответствии с диаграммой Герси.

В заключение отметим, что каким бы способом не проводились расчеты, построение обобщенной характеристики позволяет наиболее полно оценить работоспособность подшипников скольжения во всем диапазоне диаметральных зазоров.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Расчет** опорных подшипников скольжения: Справочник / Е. И. Квитницкий, Н. Ф. Киркач, Ю. Д. Полтавский и др. М.: Машиностроение, 1979. 70 с.

2. **Машиностроение.** Энциклопедия. Т. IV-1 Детали машин. Конструкционная прочность. Трение, износ, смазка / Под ред. Д. Н. Решетова. М.: Машиностроение, 1995. 864 с.

3. **Иванов А. С., Измайлов В. В.** Термическая проводимость плоского стыка // Вестник машиностроения. 2009. № 7. С. 41—43.

УДК 621.922.029:621.9.048

Ш. А. БАХТИАРОВ, В. В. ВОЛКОВ, кандидаты технических наук,
Ю. Н. АБУБЕКЕРОВА (Пензенский ГТУ), А. Г. ТУДОСКА
(ООО "СТМ-Технологии", Пенза), e-mail: vvv@pgta.ru,

Повышение эффективности контактно-эрозионной правки алмазных кругов на металлической связке

С целью повышения производительности и снижения расхода электрода-инструмента определены оптимальные технологические условия и режимы обработки контактно-эрозионной правки алмазных кругов на металлической связке.

Ключевые слова: контактно-эрозионная правка, алмазный круг, металлическая связка, электрод-инструмент.

In order to improve capability and cost saving of tool electrode, the optimal manufacturing conditions and modes of processing of contact-erosion dressing of diamond wheels on metallic bond are determined.

Keywords: contact-erosion dressing; diamond wheel; metallic bond; tool electrode.

Установлено [1], что контактно-эрозионная правка (КЭП) алмазных кругов (АК) с плоской торцевой рабочей поверхностью торцом вращающегося цилиндрического цельнометаллического электрода-инструмента (ЭИ) интенсифицирует контактно-эрозионный процесс в середине алмазоносного кольца, что создает условия для искажения профиля алмазного круга. При высоких электрических параметрах процесса на рабочем торце ЭИ образуется нарост из продуктов эрозии (рис. 1, *а*). Нарост *2* в форме шарового сегмента высотой *h* симметричен относительно оси вращения ЭИ *1*, поэтому формирует на торце алмазоносного кольца *3* АК вогнутую кольцевую поверхность глубиной Δ, т. е. искажает профиль АК.

Образование нароста можно устранить уменьшением начального напряжения постоянного тока. Однако данный способ имеет существенный недостаток — он значительно снижает производительность правки [2, 3]. Более эффективный способ предотвращения искажения профиля АК — использовать трубчатый ЭИ (рис. 1, *б*), внутренний диаметр *d* которого превышает ширину *H* алмазоносного кольца АК.

Для сравнения была осуществлена правка АК 12А2 150×10×5×32 АС6 80/63 М1 100 двумя цилиндрическими ЭИ диаметрами $D = 30$; 55 мм и двумя трубчатыми ЭИ тех же диаметров с внутренними диаметрами $d = 20$ и 40 мм. Материал ЭИ — сталь 45 (50...55 *HRC*), врезная подача — 0,2 мм/мин, частота вращения — 360 мин$^{-1}$.

Правку осуществляли на модернизированном универсально-заточном станке 3М642Е [4], оснащенном источником постоянного тока с регулируемым выходным напряжением, при частоте вращения шпинделя 2240 мин$^{-1}$ и прямой полярности (АК — анод, ЭИ — катод). В качестве СОЖ использовали 0,5 %-ный водный раствор кальцинированной соды, который подавали поливом (расход 1 л/мин).

Исследования показали, что с повышением выходного напряжения *U* постоянного тока увеличивается производительность *P* правки при использовании и ци-

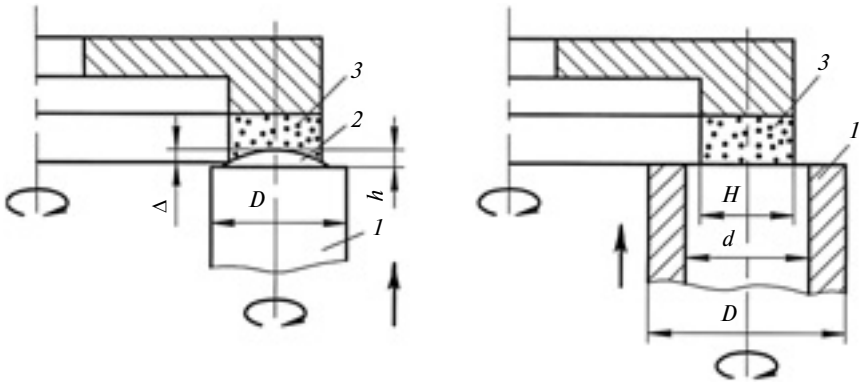


Рис. 1. Схемы КЭП цилиндрическим (*а*) и трубчатым (*б*) ЭИ

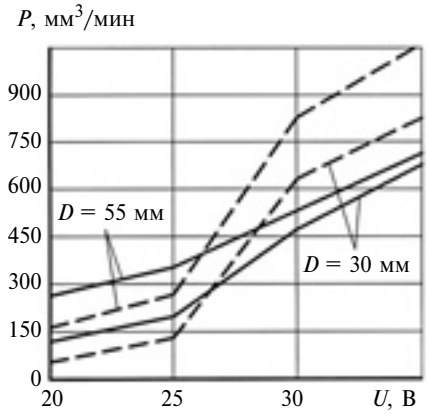


Рис. 2. Зависимости производительности *P* КЭП от напряжения *U* при использовании цилиндрического (——) и трубчатого (- - -) ЭИ

линдрического, и трубчатого ЭИ (рис. 2). Однако при $U < 25$ В цилиндрические ЭИ обеспечивают более высокую производительность, чем трубчатые, а при $U > 25$ В — наоборот. Это объясняется тем, что при $U < 25$ В рабочая сила тока $I = 20 \div 35$ А (в зависимости от конструкции и размеров ЭИ), контактно-эрозионный процесс протекает стабильно без образования нароста, определяющими факторами являются площадь контактно-эрозионного взаимодействия и длина дуги контакта [5]. Так как площадь взаимодействия и длина дуги цилиндрических ЭИ больше, чем трубчатых, то интенсивность правки в 1,3÷1,8 раза выше, а следовательно, выше и производительность.

При $U > 25$ В увеличиваются интенсивность контактно-эрозионного процесса и число электрических разрядов, вызванных межэлектродным пробоем. При $I > 65$ А на торце цилиндрического ЭИ начинает образовываться нарост. Для того чтобы исключить образование нароста, приходится снижать силу тока и интенсивность эрозионного процесса, а следовательно, и врезную подачу.

При правке трубчатым ЭИ все рабочие участки торцевой поверхности ЭИ периодически выходят из контакта с АК. Кроме того, улучшается охлаждение взаимодействующих поверхностей и вымывание продуктов эрозии из зоны обработки. Это предотвращает образование на ЭИ нароста, искажающего профиль АК, и позволяет править его при $I = 75 \div 85$ А, не снижая врезную подачу. В результате производительность правки трубчатым ЭИ при $U = 30 \div 35$ В выше производительности правки цилиндрическим ЭИ в 1,2÷1,6 раза.

Таким образом, при КЭП на высоком напряжении применение трубчатого ЭИ предотвращает образование на торце ЭИ нароста из продуктов эрозии и обеспечивает высокую производительность.

Исследованиями установлено, что при КЭП трубчатым ЭИ образование нароста возможно на его внутренней цилиндрической поверхности. Вращающийся АК *3* (рис. 3, *а*) выносит из зоны взаимодействия с ЭИ *1* продукты резания и эрозии: частицы эродированной стружки и связки, пары металла и т. д., которые попадают на внутреннюю цилиндрическую поверхность ЭИ и привариваются к ней, образуя нарост *2*, представляющий собой токопроводящий конгломерат. Он, как и ЭИ, взаимодействует с АК и вызывает контактно-эрозионное разрушение связки круга [6].

Образующийся нарост в зависимости от режима КЭП может искажать профиль АК или повышать эффективность правки. Рассмотрим эти условия.

Вследствие вращения ЭИ нарост имеет форму кольца и одинаковую толщину в радиальной плоскости. Если внутренний диаметр d превышает ширину H алмазного кольца АК *3* на величину, меньшую двойной толщины b

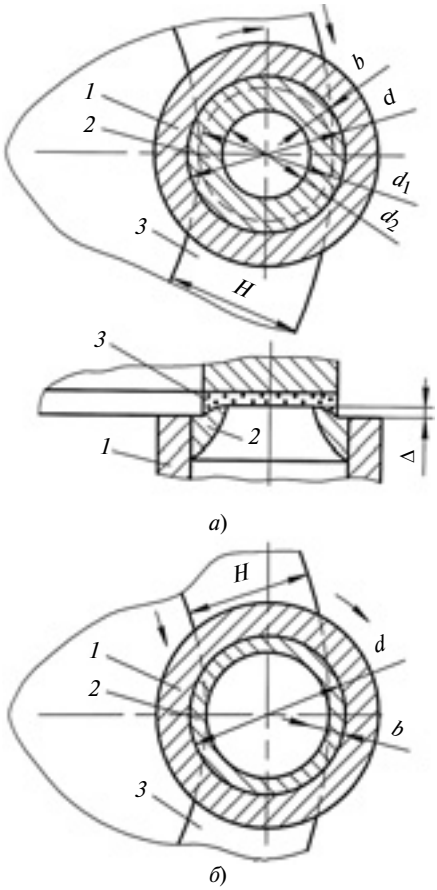


Рис. 3. Схема КЭП с образованием нароста на внутренней цилиндрической поверхности трубчатого ЭИ (*а*, $H - d < 2b$) и конструкция ЭИ, предотвращающая образование нароста (*б*, $H - d > 2b$)

нароста *2*, образуется кольцевой нарост диаметрами d_1 и d_2 на торцевой поверхности ЭИ, который находится постоянно в контакте с АК (см. рис. 3, *а*). То есть нарушается огибание обрабатываемой поверхности АК, при котором все точки рабочей поверхности ЭИ периодически выходят из контакта с АК. В результате происходят локализация эрозионного процесса с большой вероятностью возникновения электрической дуги и интенсивный съем алмазоносного слоя на этом участке, что приводит к формированию кольцевой вогнутости глубиной Δ на торце АК. Следовательно, внутренний диаметр трубчатого ЭИ должен превышать ширину алмазоносного кольца

не менее чем на двойную максимальную толщину нароста, образующегося на внутренней цилиндрической поверхности ЭИ в процессе правки.

Нарост, образующийся на цилиндрической поверхности ЭИ, увеличивает площадь рабочей торцевой поверхности ЭИ. Это повышает производительность правки и снижает расход правящего инструмента. Таким образом, можно повысить эффективность правки, используя вторичные продукты резания и эрозии. Трубчатый ЭИ с внутренним диаметром, значительно превышающим ширину алмазного кольца ($d \gg H$), обеспечивает интенсивное охлаждение и вымывание продуктов резания и эрозии. Это существенно уменьшает и даже устраняет образование нароста на цилиндрической поверхности ЭИ, а следовательно, и вторичное использование продуктов резания и эрозии в виде нароста.

Из вышеизложенного следует, что оптимальный внутренний диаметр d трубчатого ЭИ превышает ширину H алмазного кольца АК *3* на величину $2b$ (рис. 3, *б*). Это, во-первых, позволяет осуществлять правку при высоких электрических параметрах, обеспечивающих высокую производительность КЭП, не снижая ее точность; во-вторых, предотвращает образование той части нароста, которая искажает профиль АК; в-третьих, повышает эффективность правки, так как используются вторичные продукты резания.

На основании проведенных исследований разработан КЭП [7] с более высокими технико-экономическими показателями. Правку осуществляют в два этапа. На первом этапе правят в режиме электрической дуги. Процесс сопровождается переносом продуктов эрозии связки АК *3* на

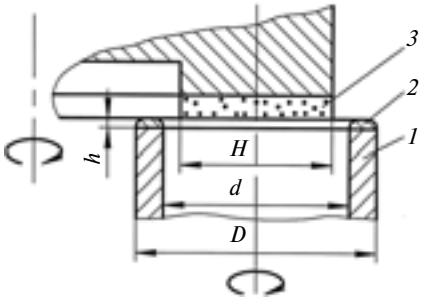


Рис. 4. Схема КЭП с образованием нароста на торцевой поверхности трубчатого ЭИ

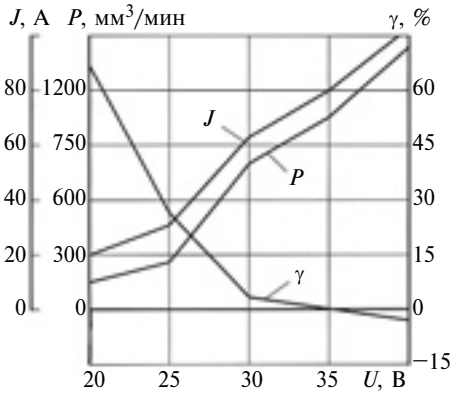


Рис. 5. Зависимости производительности *P* КЭП, относительного износа γ ЭИ и силы тока *I* от напряжения *U*

торцевую поверхность трубчатого ЭИ *1* и образованием на ней нароста *2* из продуктов эрозии (рис. 4). Увеличение высоты h нароста *2* и удаление связки АК приводят к изменению величины межэлектродного зазора и силы тока. Для поддержания постоянным межэлектродного зазора в процессе правки и для повышения стабильности обработки ЭИ отводят от АК со скоростью, обеспечивающей заданную силу тока.

Первый этап: $U = 40$ В, $I = 105 \div 115$ А; достигается высокая (1400 мм^3/мин) производительность правки и образование нароста на торце ЭИ при отсутствии абразивного износа γ ЭИ (рис. 5).

Второй этап: $U = 10 \div 20$ В, $I = 10 \div 30$ А; чистовой режим КЭП для создания равномерного рельефа рабочей поверхности АК путем шлифования нароста, сформированного из продуктов эрозии на торце ЭИ на первом этапе.

Новая схема КЭП обеспечивает высокую производительность правки, существенное снижение и даже полное устранение износа ЭИ и требуемое качество обрабатываемой поверхности АК.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Bakhtiarov Sh. A.** Improvement of contact erosion dressing of diamond wheels with an end working surface // Soviet Engineering Research. 1987. V. 7. N. 12. P. 56—57.

2. **Бахтиаров Ш. А.** Контактно-эрозионная правка алмазных кругов на металлической связке // СТИН. 2004. № 5. С. 34—36.

3. **Бахтиаров Ш. А.** Контактно-эрозионная правка алмазных кругов // Автоматизация и современные технологии. 2003. № 12. С. 9—11.

4. **Бахтиаров Ш. А.** Работоспособность алмазных кругов после контактно-эрозионной правки // Станки и инструмент. 1989. № 1. С. 18—19.

5. **Повышение** эффективности контактно-эрозионного профилирования алмазных шлифовальных кругов и алмазного профильного круглого шлифования / Ш. А. Бахтиаров, В. В. Волков, Ю. Н. Абубекерова, А. Г. Тудоска // Вестник машиностроения. 2013. № 1. С. 41—43.

6. **Bakhtiarov Sh. A.** Multi-electrode tool for contact-erosion dressing of diamond grinding wheels // Russian Engineering Research. 1999. V. 19. N. 8. P. 70—71.

7. **Пат. 2014183 Рос Федерации:** МПК^6 B23 H 7/00. Способ электроэрозионной правки алмазных кругов на металлических связках.

УДК 621.91

А. С. КАЛАШНИКОВ, д-р техн. наук, Ю. А. МОРГУНОВ, канд. техн. наук, П. А. КАЛАШНИКОВ, канд. техн. наук (МГМУ — МАМИ), e-mail: alexandr_kalashnikov45@rambler.ru

Снижение трудоемкости сборки конических и гипоидных зубчатых передач

Приведены сравнительный анализ разных способов чистовой обработки термически упрочненных зубьев конических и гипоидных передач: зубопритирка, зубохонингование, зубонарезание и зубошлифование, с позиций трудоемкости сборки и взаимозаменяемости зубчатых передач.

Ключевые слова: конические и гипоидные передачи, трудоемкость, сборка, зубопритирка, зубохонингование, зубонарезание, зубошлифование, взаимозаменяемость.

The comparative analysis of different methods of finish processing of heat strengthened teeth of cone and hypoid gears is given from the position of assembly labour and interchangeability of gears. The following methods are considered: gear lapping, gear honing, toothing and gear grinding.

Keywords: cone and hypoid gears; labour; assembly; gear lapping; gear honing; toothing; gear grinding; interchangeability.

Конические и гипоидные передачи с криволинейными зубьями служат для передачи механической энергии между пересекающимися и перекрещивающимися валами. Высокий КПД (50÷95 %), возможность передавать вращающие моменты валам, расположенным под углом до 180°, в большом диапазоне передаточных чисел (u = 1÷100) с окружными скоростями до 125 м/с способствуют широкому их применению.

Они используются в авиационных и судовых двигателях, узлах железнодорожных электро- и тепловозов, ветряных электроустановках, ведущих мостах автомобилей, тракторов и дорожных машин, редукторах общего назначения.

Эксплутационные показатели зубьев конических и гипоидных передач — плавность зацепления, изгибная и контактная выносливость, а также трудоемкость их сборки в значительной степени зависят от вида чистовой обработки.

Для чистовой обработки зубьев закаленных конических и гипоидных колес наибольшее применение в промышленности получили следующие способы: зубопритирка, зубохонингование, зубонарезание резцовыми головками с твердосплавными резцами и зубошлифование.

В таблице приведены сравнительные показатели разных способов чистовой обработки термически упрочненных зубьев (58...63 *HRC*) конических и гипоидных зубчатых колес.

Оценочным критерием обработки зубчатых колес являются: производительность, точность и шероховатость поверхности зубьев. При этом для качества их изготовления большое значение имеет воспроизводимость процесса.

Возможность выполнения профильной и продольной модификаций зубьев, обработка скруглений в основании зубьев, создание в поверхностных слоях остаточных напряжений сжатия позволяют повысить предел выносливости на изгиб в основании зуба и контактный предел прочности (сопротивление образованию питинга) [1—3].

Сравнительные показатели разных методов чистовой обработки зубчатых колес

<table>
<tr><th>Метод</th><th>Модули зубчатых колес, мм</th><th>Производительность</th><th>Степень точности</th><th>Ra, мкм</th><th>Подрезание основания зуба</th><th>Профильная и продольная модификации зубьев</th><th>Остаточные напряжения сжатия</th><th>Обработка скруглений в основании зуба</th><th>Подбор пары</th><th>Воспроизводимость процесса</th></tr>
<tr><td>Зубопритирка</td><td>⩽16</td><td>Высокая</td><td>6÷8</td><td>1÷2</td><td rowspan="3">Да</td><td rowspan="2">Нет</td><td rowspan="4">Да</td><td rowspan="3">Нет</td><td>Да</td><td rowspan="2">Удовлетворительно</td></tr>
<tr><td>Зубохонингование</td><td>⩽16</td><td>Очень высокая</td><td>6÷7</td><td>0,6÷1,6</td><td>Возможен</td></tr>
<tr><td>Зубонарезание твердосплавными резцами</td><td>1÷13</td><td>Средняя</td><td>5÷7</td><td>0,4÷1,2</td><td rowspan="2">Да</td><td rowspan="2">Нет</td><td rowspan="2">Отлично</td></tr>
<tr><td>Зубошлифование</td><td>0,7÷18</td><td>Высокая</td><td>4÷6</td><td>0,4÷1,6</td><td>Нет</td><td>Да</td></tr>
</table>

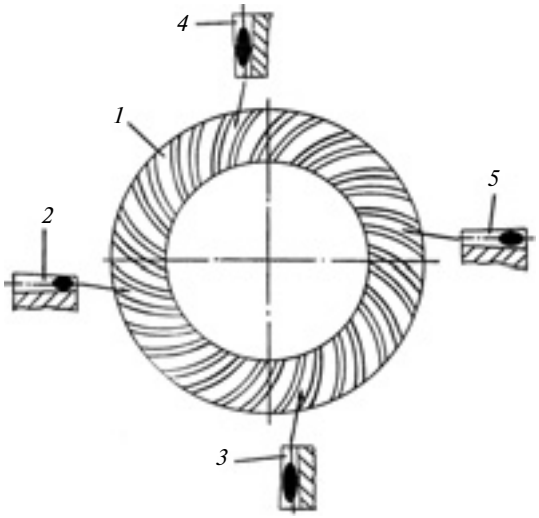


Рис. 1

Подрезание в основании зуба улучшает процесс резания, но значительно снижает предел выносливости на изгиб и эффективность предварительной обработки. Данная операция не требуется только при зубошлифовании.

При химико-термической обработке (ХТО) зубчатые колеса деформируются, снижается их точность, форма и расположение пятен контактов на зубьях становятся нестабильными [2].

На рис. 1 показано ведомое зубчатое колесо *1* с неравномерно расположенными пятнами *2—5* контакта. Для плавного и бесшумного зацепления конических и гипоидных передач после ХТО их подвергают чистовой обработке.

Зубопритирку выполняют для уменьшения шероховатости боковых поверхностей зубьев и небольших исправлений формы и расположения пятен контакта в целях достижения плавного и бесшумного зацепления зубьев. Припуск под притирку зубьев не оставляют, съем металла с наиболее деформированных участков может составлять до 0,03 мм. Так как исправляющий эффект зубопритирки незначителен, то после обработки осуществляют подбор зубчатых пар, т. е. определяют шестерни и зубчатые колеса, зацепления которых соответствуют требованиям чертежа.

У притертых зубчатых пар при окончательном контроле на контрольно-обкатном станке маркируют боковой зазор, например Б.З. 0,25 (рис. 2) и базовое расстояние шестерни (см. рис. 2, Б.Р. 128,1), при котором получены наилучшие результаты по форме и расположению пятна контакта и плавности зацепления. Так как контроль пары осуществляют под нагрузкой, составляющей 25÷50 % от максимальной нагрузки в механизме при эксплуатации, то при оценке пятна контакта выполняют необходимые корректировки.

Зубохонингование — обработка металлическими зубчатыми хонами специальной конструкции, на поверхности которых гальванически закреплен один слой зерен кубического нитрида бора. Зубохонингование выполняют на станках с жесткой кинематической связью между заготовкой и инструментом при снятии припуска до 0,1 мм со стороны зуба, что в отдельных случаях позволяет достичь стабильности процесса и полной взаимозаменяемости зубчатых передач. Однако воспроизводимость процесса в значительной степени зависит от качества ХТО. При больших деформациях зубьев после ХТО зубохонингование затруднено и не всегда обеспечивает требуемую точность зубьев. Поэтому после зубохонингования выполняют подбор пар и маркировку комплекта: номер, базовое расстояние шестерни, боковой зазор отмеченных зубьев.

Так как при зубопритирке, а в отдельных случаях и при зубохонинговании, не удается полностью устранить погрешности от предыдущих операций зубообработки и ХТО, то базовое расстояние A_1 шестерни (рис. 3), как правило, имеет отклонение,

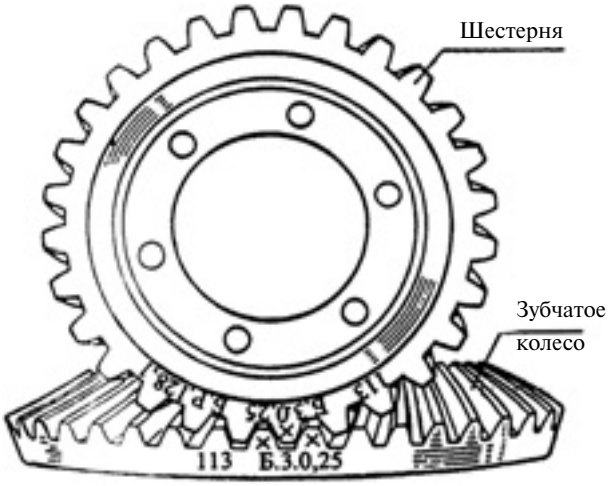


Рис. 2

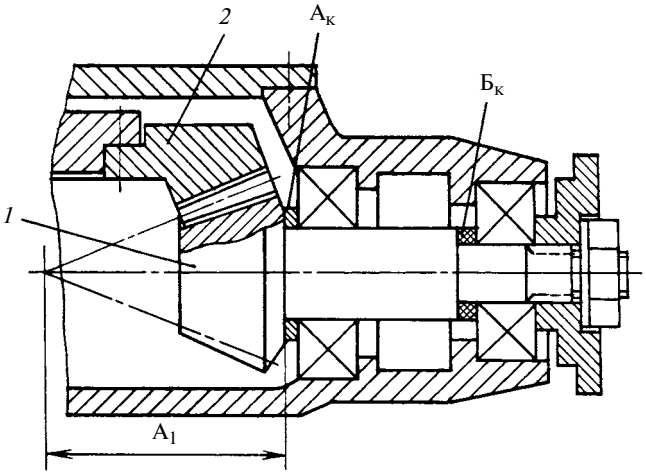


Рис. 3

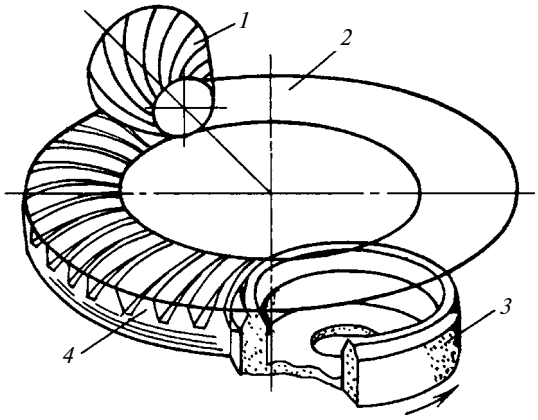


Рис. 4

что оказывает отрицательное влияние на форму и расположение пятна контакта.

Для устранения этого отклонения базовое расстояние A_1 при сборке должно точно соответствовать маркированному значению. Это обеспечивается ступенчатым компенсатором $A_к$ высокой точности. Требуемый боковой зазор отмеченных зубьев достигается перемещением зубчатого колеса по оси. Такая сборка весьма трудоемка и требует значительного времени.

Чистовую обработку термически упрочненных зубчатых колес конических и гипоидных передач зубонарезанием головками с твердосплавными резцами и зубошлифованием выполняют при жесткой кинематической связи заготовки и инструмента. С боковых поверхностей зубьев удаляют припуск, который значительно больше припуска при зубопритирке и зубохонинговании, поэтому устраняются большинство погрешностей зубчатого зацепления. Профильная и продольная модификации зубьев существенно повышают качество формы и расположения пятна контакта. Таким образом, достигаются высокая точность и полная взаимозаменяемость сопряженных элементов конической и гипоидной передач.

Зубонарезание закаленных колес конических и гипоидных передач твердосплавными резцовыми головками позволяет существенно снизить биение зубчатого венца (кинематическая точность) и отклонение шага (плавность работы). Зубчатые передачи, полученные этим способом, имеют высокую плавность зацепления. Он широко применяется в мелко- и среднесерийном производстве, когда имеется возможность использовать для нарезания термически неупрочненных и упрочненных колес один и тот же зуборезный станок.

Зубошлифование — скоростное микрорезание шлифовальными кругами, т. е. режущими элементами (абразивными зернами) с геометрически неопределенной режущей кромкой, характерной особенностью которых является отрицательный передний угол [4].

Шлифование зубьев конических и гипоидных колес — прерывистый процесс: резание прерывается после каждой впадины, инструмент отводят и поворачивают заготовку для обработки следующей впадины. Как правило, используют чашечные цилиндрические круги *3*, осевое сечение которых подобно резцам резцовых головок (рис. 4). При обработке шестерни *1* и зубчатого колеса *4* рабочая поверхность шлифовального круга воспроизводит зуб производящего колеса *2*.

Большинство зубчатых колес конических и гипоидных передач шлифуют обкаткой, т. е. шлифовальный круг *3*, заготовка *1* шестерни и заготовка *4* зубчатого колеса осуществляют движения обката [5].

Таким образом, установлено, что зубопритирка и зубохонингование зубчатых колес конических и гипоидных передач обеспечивают степень точности 6—8 (ГОСТ 1758—81). Однако эти способы, как правило, не обеспечивают получение полностью взаимозаменяемых зубчатых передач и требуют дополнительной операции — подбора пар и маркировки основных параметров, что значительно повышает трудоемкость их изготовления и сборки при установке в редукторе требуемых базового расстояния и бокового зазора.

Зубонарезание резцовыми головками с твердосплавными резцами и зубошлифование обеспечивают получение взаимозаменяемых пар со степенью точности 5—7. Поэтому при сборке не требуется регулировка базового расстояния шестерни с помощью ступенчатого компенсатора и установки бокового зазора отмеченных зубьев, что значительно снижает трудоемкость сборки. Это также упрощает конструкцию редуктора, в котором остается только один компенсатор, расположенный во внутреннем контуре размерной цепи и предназначенный для предварительного натяжения подшипниковых узлов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Калашников А. С., Моргунов Ю. А., Калашников П. А.** Современные методы обработки зубчатых колес. М.: Издательский дом "Спектр", 2012. 238 с.

2. **Виноградов В. М., Черепахин А. А.** Критерии оптимизации зубообрабатывающих операций, основанных на различных методах формирования зубьев // Известия МГТУ МАМИ, 2012. № 2 (14). Т. 2. С. 238—242.

3. **Шандров Б. В., Моргунов Ю. А., Саушкин Б. П.** Развитие и применение наукоемких технологий в производстве летательных аппаратов. // Известия МГМУ МАМИ. 2013. № 2 (16). Т. 2. С. 278—283.

4. **Шандров Б. В., Моргунов Ю. А., Калашников П. А.** Экспериментальные исследования припусков при непрерывном обкатном зубошлифовании // Справочник. Инженерный журнал. 2007. № 11. С. 17—22.

5. **Калашников А. С.** Технология изготовления зубчатых колес. М.: Машиностроение, 2004. 479 с.

УДК 621.762.27

Е. В. АГЕЕВА, канд. техн. наук, Н. М. ХОРЬЯКОВА, Е. В. АГЕЕВ, д-р техн. наук (Юго-Западный ГУ, г. Курск), e-mail: ageev_ev@mail.ru

Морфология и элементный состав медных электроэрозионных порошков, пригодных к спеканию[1]

Представлены результаты исследования морфологии и элементного состава медного порошка, полученного электроэрозионным диспергированием (ЭЭД) отходов электротехнической медной проволоки. Установлено, что основным химическим элементом в порошке, полученном ЭЭД, является медь (98,69 %).

Ключевые слова: медьсодержащие отходы, электроэрозионное диспергирование, медный порошок.

The results of research of morphology and element composition of copper powder, obtained by method of electroerosion dispergation of copper wire wastes, are presented. It is determined, that the main chemical element in the powder, obtained by electroerosion dispergation, is copper (98,69 %).

Keywords: copper wastes; electroerosion dispergation; copper powder.

При производстве полупроводниковых микроэлектронных устройств, как правило, используют меднение, так как медь является хорошим проводником. Металлизацию применяют при изготовлении таких технических элементов, как электроды и различные экраны, создавая металлические слои на поверхностях диэлектриков или полупроводников, т. е. на непроводящих или плохо проводящих материалах [1].

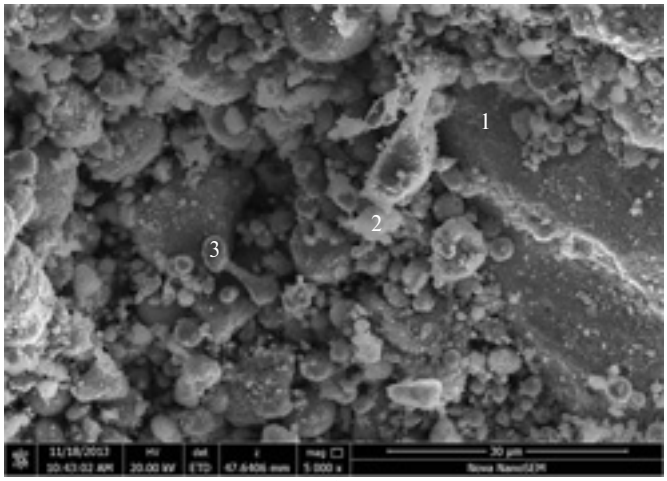
Наиболее перспективным способом получения медных слоев является гибридная технология печатных плат, которая основывается на спекании порошков [2].

Параметры исходных порошков: величина частиц, их форма, состояние поверхности, тип окислов, степень совершенства кристаллического строения, определяют скорость изменения плотности и свойства спеченных изделий. При одинаковой плотности спеченных материалов их механические и электрические свойства зависят от размеров частиц порошка — чем меньше частицы, шероховатость их поверхностей и дефекты кристаллического строения, тем выше эксплуатационные свойства изделия, так как повышаются диффузия, плотность и прочность изделий.

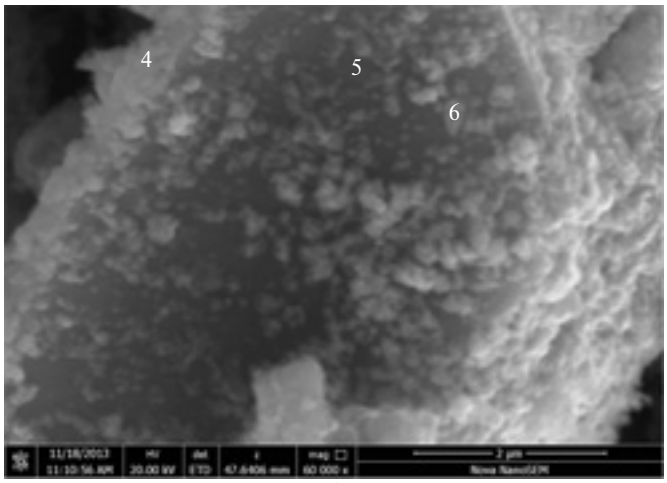
Наиболее перспективным методом получения порошка из медных отходов является метод электроэрозионного диспергирования (ЭЭД), который заключается в разрушении токопроводящего материала в результате локального воздействия кратковременных электрических разрядов [3—8].

Данный метод характеризуется относительно невысокими энергетическими затратами и высокой экологичностью процесса.

Для получения из отходов электротехнической медной проволоки (ТУ 16-705.492—2005) медного порошка методом ЭЭД использовали специально разработанную для этих целей установку [9, 10]. Проволоку загружали в реактор, заполненный рабочей жидкостью — дистиллированной водой. ЭЭД осуществляли на следующих режимах: емкость разрядных конденсаторов 33,5 мкФ, напряжение



а)



б)

Рис. 1. Фотографии медного порошка, сделанные с помощью растрового электронного микроскопа (1—6 — точки определения состава порошка)

[1] Работа выполнена по гранту Президента РФ № МК-1765.2013.8.

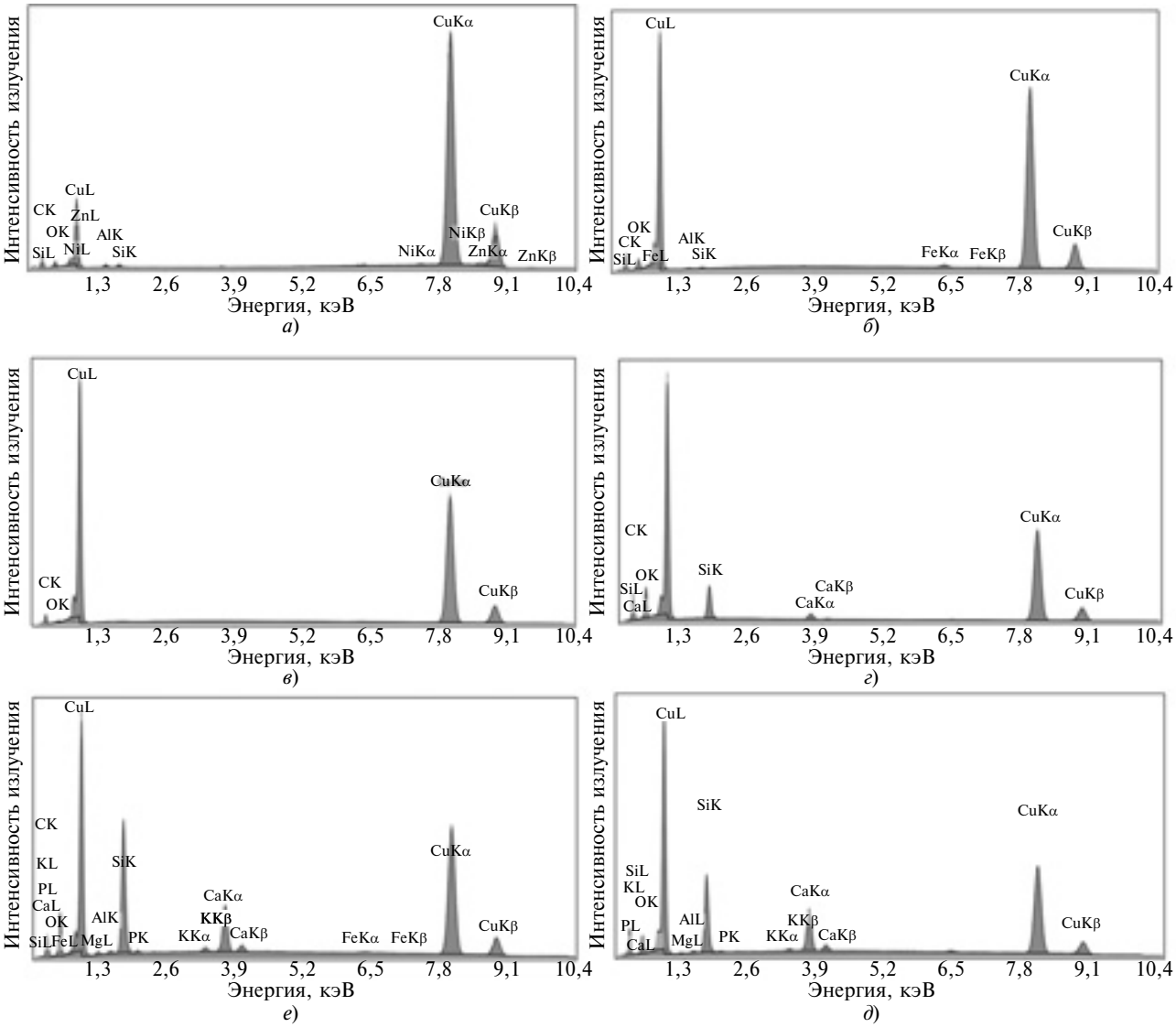


Рис. 2. Результаты определения состава медного порошка в точках 1 (*а*), 2 (*б*), 3 (*в*), 4 (*г*), 5 (*д*), 6 (*е*) (см. рис. 1)

200÷220 В, частота следования импульсов 28 Гц. В результате локального воздействия кратковременных электрических разрядов между электродами медная проволока разрушалась, образуя дисперсные частицы медного порошка.

В целях изучения морфологии и элементного состава частиц порошка, полученного методом ЭЭД из отходов медной проволоки, были сделаны снимки на растровом электронном микроскопе QUANTA 600 FEG, который обеспечивает большую глубину фокуса, что позволяет наблюдать объемное изображение изучаемой структуры (рис. 1, *а*, *б*).

На снимках в точках 1—6 с помощью энергодисперсионного анализатора рентгеновского излучения фирмы EDAX, встроенного в растровый электронный микроскоп, получены спектры характеристического рентгеновского излучения (рис. 2, *а*—*е*) (каждому химическому элементу соответствует пик определенной высоты).

Для точек 1—6 (см. рис. 1) безэталонным методом выполнен анализ химических элементов. Расчет сделан в автоматическом режиме, усредненный состав образца медного порошка представлен в таблице.

Усредненный состав образца медного порошка

Химический элемент	Содержание, мас.%	Погрешность, %
Cu	98,6900	0,0600
Si	0,1550	0,0080
Pb	0,0541	0,0027
P	0,0465	0,0023
Fe	0,0350	0,0017
Al	0,0346	0,0028
Ca	0,0303	0,0015
Ag	0,0179	0,0031
Zn	0,0173	0,0029
K	0,0043	0,0011
Ti	0,0042	0,0007

В данном случае концентрация для нормализации до 100 % составила 97,6 %, т. е. 2,4 % составляют химические элементы, находящиеся вне области безэталонного метода определения состава исследуемого вещества, к которым относятся H, Li, Be, B, C, N, O.

Таким образом, рентгеноспектральным микроанализом установлено, что основным химическим элементом в порошке, полученном методом электроэрозионного диспергирования из отходов электротехнической медной проволоки, является медь (98,69 %) и незначительное количество примесей (1,31 %).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Создание** металлических покрытий на диэлектрических поверхностях / А. И. Ивон, Р. И. Лавров, О. П. Мысов и др. // Вопросы химии и химической технологии. 2003. № 12. С. 116—119.
2. **Спекание** наноразмерного электровзрывного порошка меди / Г. Г. Савельев, А. И. Галанов, А. В. Денисенко и др. // Изв. Томского политехнического ун-та. 2004. Т. 307. № 2. С. 100—104.
3. **Агеев Е. В.** Получение порошков из отходов твердых сплавов методом электроэрозионного диспергирования // Электрометаллургия. 2011. № 10. С. 24—27.
4. **Агеев Е. В.** Форма и морфология поверхности частиц порошков, полученных электроэрозионным диспергированием твердых сплавов, содержащих вольфрам // Технология металлов. 2011. № 7. С. 30—32.
5. **Агеев Е. В.** Изучение физико-механических свойств твердосплавных порошков, полученных электроэрозионным диспергированием отходов // Упрочняющие технологии и покрытия. 2011. № 6. С. 8—14.
6. **Исследование** твердосплавных порошков, полученных электроэрозионным диспергированием вольфрамсодержащих отходов / Р. А. Латыпов, Г. Р. Латыпова, Е. В. Агеев, П. И. Бурак // Международный научный журнал. 2013. № 5. С. 80—86.
7. **Агеев Е. В., Сальков М. Е.** Получение порошковых наплавочных материалов методом электроэрозионного диспергирования отходов твердых сплавов для наплавки шеек коленчатых валов // Технология металлов. 2008. № 3. С. 34—37.
8. **Агеев Е. В.** Получение, исследование и практическое применение износостойких порошковых материалов из отходов вольфрамсодержащих твердых сплавов // Технология металлов. 2012. № 9. С. 36—45.
9. **Агеев Е. В., Агеева Е. В.** Разработка оборудования и технологии для получения порошков из отходов вольфрамсодержащих твердых сплавов, пригодных к промышленному использованию // Вестник машиностроения. 2013. № 11. С. 51—57.
10. **Пат. 2449859 Рос. Федерации:** МПК C2 B22F9/14. Установка для получения нанодисперсных порошков из токопроводящих материалов.

УДК 621.91.001.575

А. А. ЛИПАТОВ, канд. техн. наук (Волгоградский ГТУ), e-mail: leeandrej@yandex.ru

Адгезионные сколы твердосплавного инструмента при точении аустенитной стали

Проведены стойкостные испытания твердосплавного инструмента при точении аустенитной стали с периодическим прерыванием резания. Установлено, что снижение стойкости инструмента связано с адгезионными сколами.

Ключевые слова: аустенитная сталь, точение, твердосплавный инструмент, прерывистое резание, коэффициент термического расширения, адгезионные сколы.

The wear resistant tests of carbide tool at turning of austenitic steel with periodical interruption of cutting are carried out. It is determined, that decrease of wear resistance of tool is related to adhesion chips.

Keywords: austenitic steel; turning; carbide tool; interrupted cutting; coefficient of thermal expansion; adhesive chip.

Аустенитные стали относятся к труднообрабатываемым материалам и даже их простейшая обработка резанием (точение) в производственных условиях часто вызывает затруднения, что во многом связано с нестабильностью работы резцов из-за сколов режущей кромки.

Проведенными исследованиями [1] установлено, что при точении аустенитной стали 12Х18Н10Т с практически применяемыми скоростями v резания интенсивность собственно изнашивания резцов (далее непрерывное изнашивание в процессе обработки при отсутствии сколов будем называть регулярным или просто изнашиванием) невелика. Путь L резания до затупления (при относительно малом критерии затупления $h_з$ = 0,3 мм) измерялся километрами. При обработке со скоростью v > 50 м/мин наибольшую износостойкость имели резцы из титанотанталового твердого сплава ТТ20К9 с максимальным L при v = 60÷75 м/мин, при v < 45 м/мин лучшую сопротивляемость регулярному изнашиванию показал инструмент из сплава ВК6 [1]. Однако в последнем случае были зафиксированы сколы режущей кромки вместе с частью передней поверхности, связанные с входом или выходом резца из заготовки (далее термин "заготовка" относится к лабораторным исследованиям, термин "деталь" — к производству), предположительно вызванные налипанием обрабатываемого материала. Уменьшение подачи при врезании в

заготовку практически не влияло на интенсивность скалывания и поэтому не использовалось.

При точении аустенитных сталей на производстве вольфрамокобальтовый инструмент и скорости обработки $v < 40 \div 50$ м/мин часто используют не только на черновых операциях. Поэтому выявление причин сколов стало задачей настоящих исследований. В работе [1] интенсивность регулярного изнашивания определяли с учетом знания описанной в данной статье природы сколов. Предпринимались меры по их устранению: обрабатывали большие заготовки, что обеспечивало увеличение длины $L_п$ проходов и уменьшение числа n прерываний резания; сокращалось время между проходами и др.

Известно негативное влияние процессов при врезании в заготовку и выходе из нее на работоспособность инструмента при прерывистом резании, объясняемое термоциклическими явлениями [2] или отрывом инструментального материала в результате его адгезионного схватывания в зоне контакта с поверхностью инструмента в момент прекращения стружкообразования [3, 4]. Несколько иное объяснение дано в работе [5] на примере фрезерования коррозионно-стойкой стали: налипший на передней поверхности обрабатываемый материал ("нарост") после выхода зуба фрезы из заготовки срывается при следующем врезании. Вследствие его прочной адгезионной связи с поверхностью инструмента каждый срыв сопровождается выкрашиванием твердого сплава, названным адгезионным [5]. В работе [6] выкрашивание определяется как износ, связанный с отделением крупных частиц материала (до нескольких десятков карбидов).

В научно-технической литературе точение, как правило, рассматривается (за исключением обработки прерывистых поверхностей) как непрерывный процесс. Но так как на производстве токарной обработке подвергаются отдельные детали, то процесс периодически прерывается после обработки каждой детали, точнее, после обработки каждой поверхности (далее будем считать, что обрабатывается одна поверхность детали). При точении аустенитных сталей причиной сколов также называют "приваривание обрабатываемого материала к инструменту" [7] или "наличие на передней поверхности прочно приваренного к ней нароста" [8]. Однако при этом не учитывают прерывания обработки и, соответственно, не уточняют, когда и почему происходит скол: при выходе резца из заготовки, при врезании или в процессе резания. В проведенных исследованиях сколы непосредственно при резании фиксировались крайне редко, как и при исследовании регулярного изнашивания [1]. Поэтому более вероятно скалывание резцов, сходное с адгезионным выкрашиванием при фрезеровании [5]. По аналогии эти сколы токарного инструмента также были названы адгезионными. Однако как показано далее, они отличаются от выкрашивания [5] не только гораздо большими размерами отрываемых частиц твердого сплава, что может быть обусловлено большей подачей при точении и, соответственно, большей толщиной налипшей на инструменте стали, но и механизмом формирования.

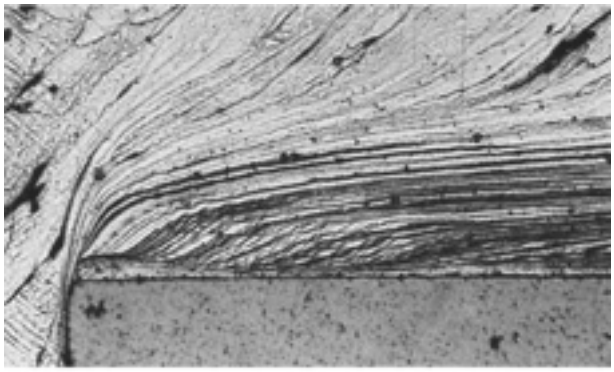
Для оценки влияния адгезионных сколов на работоспособность инструмента были проведены стойкостные испытания при продольном точении заготовок из аустенитной стали 12Х18Н10Т резцами из твердых сплавов ВК6 и ТТ20К9 без охлаждения. Моделировали обработку отдельных деталей. Обработку прерывали после прохождения резцом заданного пути $L_п$ резания (длины прохода). После завершения прохода рабочую подачу выключали в момент резания всей активной частью кромки, резец после небольшой паузы отводили от заготовки ("точение в упор": точение шейки вала до торца ступени большего диаметра, прорезка канавки, снятие фаски и др.). На производстве часто применяют "точение на проход": резец выходит из заготовки на рабочей подаче с постепенным уменьшением ширины среза (последней прекращает резание вершина инструмента) и перебегом за пределы обработанной поверхности (например, точение ступени вала наибольшего диаметра). Имитация точения на проход в лаборатории более материало- и трудоемка, так как требует предварительной прорезки на заготовке канавок для выхода резца.

При заданной длине проходов $L_п = 25$ м имитировали обработку небольших деталей. Между проходами выдерживали паузу (для контроля состояния режущей кромки) не менее 0,5 мин, достаточную для остывания резца. Опыты проводили на заранее обработанных (гладких) заготовках, что исключало хрупкие сколы при ударном воздействии на резец. Подача (0,3 мм/об), глубина резания (1,5 мм) и основные параметры резцов ($\gamma = 0$, $\alpha = 10°$, $\varphi = 45°$, $r = 0{,}3$ мм) были такими же, как при исследовании регулярного изнашивания [1] и контактных процессов [9, 10]. За критерий потери работоспособности инструмента (далее — критерий затупления, хотя для скалывания термин неточен) также была принята величина $h_з = 0{,}3$ мм. В данном случае это не ширина площадки износа, а расстояние от режущей кромки, включая вершину инструмента, до наиболее удаленной от нее точки задней поверхности, имеющей повреждения в виде трещин, сколов, выкрашиваний или износа. Строго говоря, резец следует считать вышедшим из строя после первого большого скола. Однако резание продолжали до достижения указанного критерия — для увеличения числа проходов и соответствующего повышения статистической достоверности оценки интенсивности скалывания.

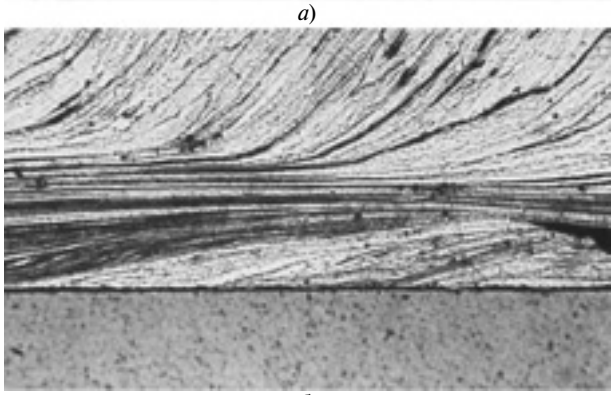
Для выбора скорости v диапазон скоростей, в котором образуются сколы, сопоставили с результатами исследования контактных процессов [9, 10].

Установили, что при v = 22÷45 м/мин, соответствующих наиболее активному скалыванию резцов из сплава ВК6, на их передней поверхности имеется застойная зона со смещенным наростом (рис. 1). Для этого вида контактного взаимодействия характерно наличие неподвижных упрочненных объемов металла на удалении от режущей кромки (смещенный нарост, рис. 1, *б*), тормозящих течение обрабатываемого материала на первой половине контакта — в большей по величине пластичной части зоны (рис. 1, *а*).

Пластическое течение вблизи от передней поверхности свидетельствует о высокой температуре в контакте, способствующей прочной адгезионной связи обрабатываемого металла с резцом (микронарост высотой не более 0,015 мм у режущей кромки не влияет на процесс, см. рис. 1, *а*). Торможение пластического течения смещенным наростом приводит к тому, что после выключения подачи при резании с уменьшающейся толщиной среза и соответствующим снижением температуры (на последнем обороте заготовки перед отводом резца) на резце формируется налип из обрабатываемой стали (рис. 2). Термин "налип" использован для того, чтобы не путать его с наростом, образующимся на передней поверхности в виде упрочненного клина, неподвижного при резании (в рассматриваемом случае при резании на месте будущего налипа имеется зона пластических деформаций, см. рис. 1, *а*).



а)



б)

Рис. 1. Застойная зона со смещенным наростом при резании стали 12Х18Н10Т резцом из сплава ВК6 с v = 30 м/мин; микрошлиф корня стружки (×250):
а — начало контакта (зона деформаций); *б* — конец контакта (смещенный нарост)

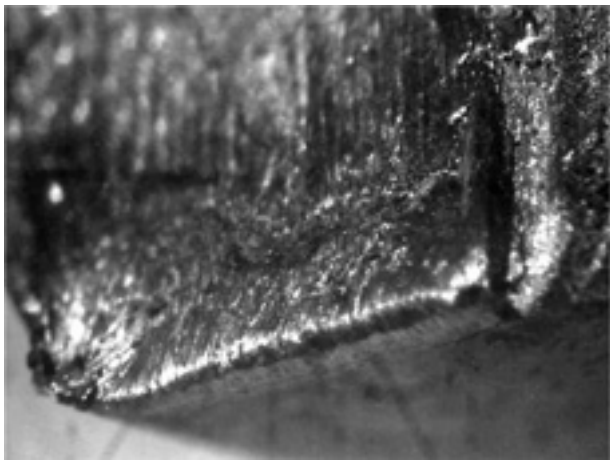
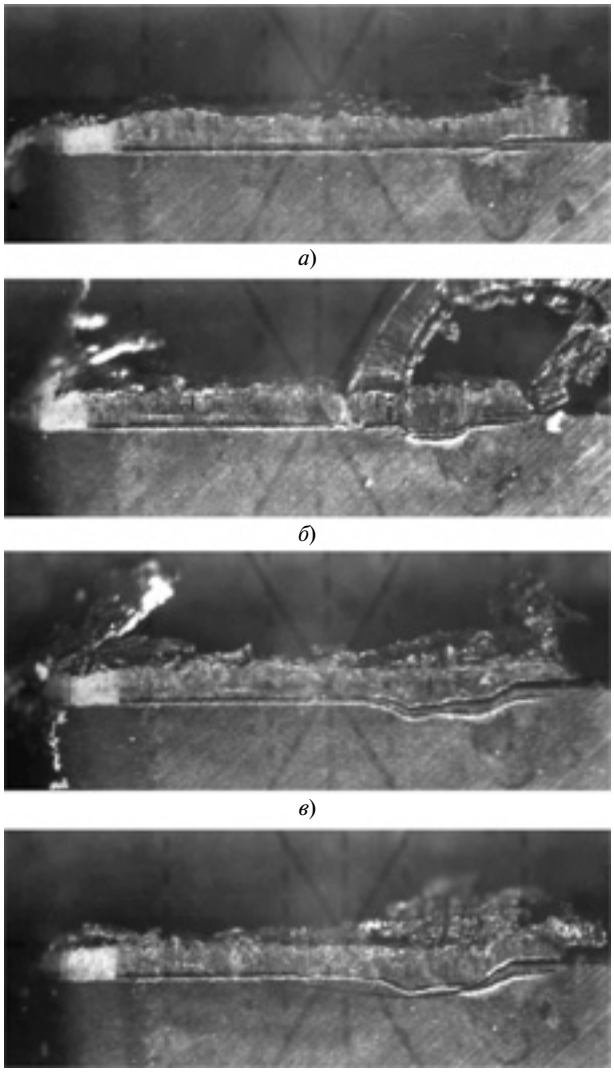


Рис. 2. Налип на передней поверхности резца из сплава ВК6 после обработки стали 12Х18Н10Т с v = 30 м/мин (×40)

Для испытаний были выбраны скорости, соответствующие разным видам контактного взаимодействия для резцов из сплава ВК6 [9, 10]: 15 м/мин с классическим наростом; 30 м/мин со смещенным наростом и застойной зоной; 60 м/мин с пластическим контактом — течение обрабатываемой стали по всей длине контакта, застойные явления полностью отсутствуют. Ввиду значительно меньшей, чем у сплавов ВК, теплопроводности титансодержащих твердых сплавов [11, 12] застойная зона со смещенным наростом на передней поверхности резцов из сплава ТТ20К9 фиксировалась при меньших скоростях v = 17,5÷25 м/мин [10]. Поэтому при v = 15 м/мин у сплава ТТ20К9 также наблюдался нарост, но меньшей высоты из-за близости к верхней границе своего скоростного диапазона, а при v = 30 и 60 м/мин — пластический контакт. На использование в экспериментах иных параметров и условий резания будет указано отдельно.

Отметим, что экспериментальные данные по числу n проходов до затупления и соответствующей длине L пути резания в условиях активного скалывания имели большой разброс. Для получения статистически достоверных результатов потребовалось бы слишком большое число опытов. Поэтому каждый опыт повторяли 5 раз, наименьший и наибольший результаты отбрасывали. Полученных качественных оценок в большинстве случаев оказалось достаточно для выявления физического механизма сколов и определения основных направлений противодействия им.

Длина L пути резания и число n проходов до затупления инструмента при моделировании обработки отдельных деталей (длина прохода $L_п$ = 25 м) и условиях регулярного изнашивания при точении стали 12Х18Н10Т приведены в таблице. Средние значения n округлены до целого, соответственно

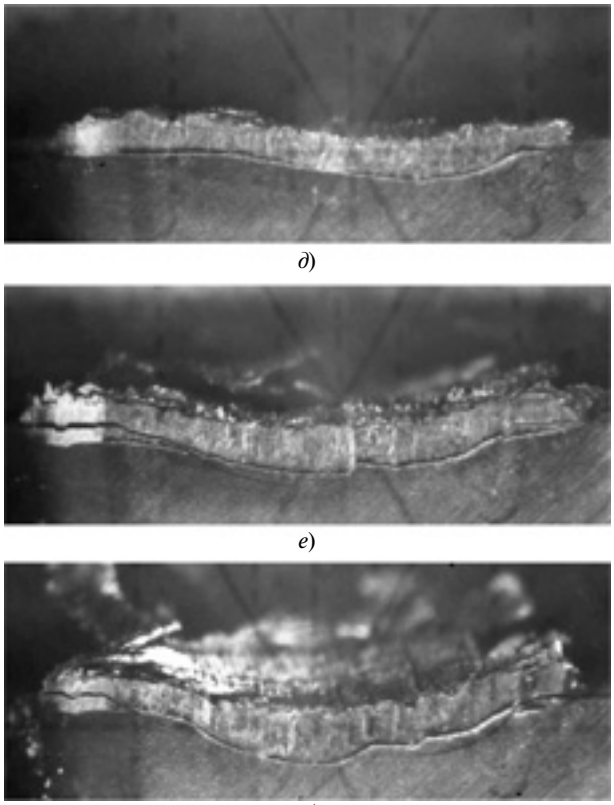


а)

б)

в)

г)



д)

е)

ж)

Рис. 3. Задняя поверхность резца из сплава ВК6 (×40) при точении стали 12Х18Н10Т с v = 30 м/мин ($L_п$ = 25 м):
а — L = 75 м (n = 3); *б* — L = 125 м (n = 5); *в* — L = 225 м (n = 9); *г* — L = 275 м (n = 11); *д* — L = 325 м (n = 13); *е* — L = 400 м (n = 16); *ж* — L = 450 м (n = 18)

скорректированы и величины L, суммарная длина L пути резания до затупления в условиях изнашивания приведена не по критерию $h_з$ = 0,3 мм износа на большей части ширины среза, как в работе [1], а по критерию $h_в$ = 0,3 мм опережающего износа вершины.

Скорость резания v, м/мин	Моделирование обработки отдельных деталей				Стойкостные испытания в условиях регулярного изнашивания	
	Твердый сплав					
	ВК6		ТТ20К9		ВК6	ТТ20К9
	L, м	n	L, м	n	L, м	
15	1550*	62*	775*	31*	>15000**	>8000**
30	475*	19*	3850	155	11200	6100
60	4050	162	5150	206	4900	8300

*Среднеарифметические данные, полученные при характерном для скалывания большом разбросе результатов отдельных экспериментов.

**Данные, полученные экстраполяцией стойкостных кривых $h_в(L)$.

Из приведенных данных видно, что при моделировании обработки отдельных деталей при скоростях ниже границы перехода к пластическому контакту значения L более чем на порядок ниже значений, полученных в условиях регулярного изнашивания. Особенно велика разница при точении резцами из сплава ВК6 со скоростью v = 30 м/мин, при которой наиболее четко идентифицирован механизм адгезионных сколов.

Этот механизм заключается в следующем. Образование трещин в твердом сплаве под застойной зоной наблюдалось в паузах между обработкой (не обязательно в каждой паузе), еще до следующего врезания при очередном проходе. Часто при измерении $h_з$ появление трещины фиксировалось с помощью инструментального микроскопа визуально в режиме реального времени. Скол происходил при одном из последующих врезаний (не обязательно первом) по границе уже сформировавшейся в паузе трещины. Фотографии задней поверхности резца (рис. 3) показывают последовательность адгезионного разрушения режущего лезвия. Для по-

лучения фотографии на рис. 3, *ж* опыт был продолжен и после достижения критерия $h_з = 0{,}3$ мм при $n = 16$ (см. рис. 3, *е*).

Появившиеся в твердом сплаве трещины (см. рис. 3). зарождаются на краях активной части режущей кромки (чаще на внешнем крае, на фото — справа); вначале трещина проходит по границе твердого сплава с налипшей сталью, что объясняется более низкой температурой и, соответственно, неполным адгезионным схватыванием на краях среза. По мере приближения к середине среза, где температура выше и сильнее адгезионное схватывание, трещина уходит в более хрупкий материал — твердый сплав.

Образование трещин в твердом сплаве связано с сохранением на резце после прекращения резания налипшего обрабатываемого материала (застойной зоны), его прочной адгезионной связью с инструментом и достаточной для остывания паузой между проходами (неизмеримо большей времени между резами при фрезеровании). Но основной причиной является большая разность коэффициентов термического линейного расширения аустенитной стали (для стали 12Х18Н10Т $K_\alpha = 18{,}3 \cdot 10^{-6}$ в диапазоне температур 20÷500 °С [13]) и твердого сплава (для сплава ВК6 $K_\alpha = 4{,}9 \cdot 10^{-6}$ в диапазоне температур 20÷800 °С; для любых вольфрамсодержащих твердых сплавов — не более $6{,}6 \cdot 10^{-6}$ [12]). При остывании резца после прекращения резания происходит сжатие (в направлении режущей кромки) прочно схваченной с ним стали. Твердый сплав тоже сжимается, но в гораздо меньшей степени. В результате на краях контакта в твердом сплаве возникают растягивающие напряжения (процесс подобен изгибу биметаллической пластины при изменении температуры), способные вызвать трещину.

Таким образом, адгезионное скалывание можно исчерпывающе (без используемого в литературе понятия "адгезионное сродство", якобы различного для разных сочетаний инструментального и обрабатываемого материалов) объяснить физическими свойствами аустенитной стали. Сохранение прочностных свойств при высоких температурах (жаропрочность) и увеличение теплопроводности с повышением температуры, облегчающее отвод теплоты в нагретую стружку, затрудняют температурное разупрочнение контактных слоев стали и способствуют сохранению застойных явлений до температур прочного адгезионного схватывания с инструментом [9]. А при большом значении K_α твердый сплав разрушается налипшей сталью при остывании. Адекватность представленного описания механизма скалывания подтверждают фотографии на рис. 3, анализ данных таблицы и результаты дополнительных экспериментов.

Во-первых, при резании с пластическим контактом (для ВК6 — при $v = 60$ м/мин, для ТТ20К9 — при $v = 30$ и 60 м/мин) после прерывания процесса на передних поверхностях резцов оставался лишь тонкий (до 10 мкм) слой стали. Адгезионные сколы (существенные повреждения режущей кромки на всей ее активной части) полностью отсутствовали, а путь L резания до затупления был меньше зафиксированного при регулярном изнашивании не на порядок, а лишь в 1,2÷1,6 раза (см. таблицу). При этом большая величина $L = 5150$ м у инструмента из сплава ТТ20К9 при $v = 60$ м/мин по сравнению с $L = 4050$ м у инструмента из сплава ВК6 (число n проходов составило соответственно 206 и 162) определяется меньшей интенсивностью регулярного изнашивания (при испытаниях на износ $L = 8300$ м у инструмента из сплава ТТ20К9 по сравнению с $L = 4900$ м у инструмента из сплава ВК6).

Кроме того, при моделировании обработки отдельных деталей со скоростью $v = 30$ м/мин почти на порядок лучшую работоспособность показали резцы из сплава ТТ20К9 ($L = 3850$ м) по сравнению с резцами из сплава ВК6 ($L = 475$ м) при числе n проходов соответственно 155 и 19, несмотря на гораздо меньший путь $L = 6100$ м в условиях регулярного изнашивания по сравнению с $L = 11200$ м у сплава ВК6. Причина — отсутствие для сплава ТТ20К9 в отличие от сплава ВК6 застойных явлений в контакте, порождающих адгезионные сколы. Преимущество твердому сплаву ТТ20К9 обеспечила, как ни парадоксально, низкая теплопроводность и соответственно большая, чем у сплава ВК6, температура в контакте, способствующая уменьшению граничной скорости перехода к пластическому контакту до 25 м/мин. Скорость $v = 30$ м/мин оказалась вне диапазона адгезионного скалывания. В результате при этой "черновой" скорости намного лучший результат в условиях частого прерывания резания показали получистовые резцы из сплава ТТ20К9.

Во-вторых, при резании с $v = 15$ м/мин адгезионные сколы резцов из сплава ВК6 имели место не на всей активной длине режущей кромки, а только на ее части. На трети ширины среза, граничащей с внешним краем контакта, трещина всегда проходила по границе оставшегося на резце нароста и твердого сплава без разрушения последнего. Из-за меньшей длины прочного адгезионного контакта и меньшего перепада температур при остывании меньшим оказалось и развиваемое сжимающимся наростом усилие, несмотря на его большую в несколько раз, чем у застойной зоны, толщину. Трещины при остывании инструмента фиксировались реже и были мельче. Соответственно меньше, чем при резании со скоростью $v = 30$ м/мин, были размеры и частота сколов, а число проходов до потери работоспособности — больше (см. таблицу). Вероятно, механизм скалывания при этом был ближе к механизму выкрашивания [5]. Однако в нашем случае даже при отсутствии трещин к разрушающим твердый сплав напряжениям, возникающим при

срыве нароста, добавились растягивающие напряжения, возникшие в инструменте ввиду разности коэффициентов расширения при остывании.

Меньшая теплопроводность сплава ТТ20К9 обусловила уменьшение высоты нароста, приближение зоны деформаций к передней поверхности и бóльшую температуру в контакте. Это способствовало установлению более прочной (и на большей части ширины среза), чем для сплава ВК6, адгезионной связи нароста с передней поверхностью (а также обеспечило больший перепад температур при остывании). В результате (см. таблицу) при $v = 15$ м/мин число проходов до затупления резцов из сплава ТТ20К9 оказалось в 2 раза меньше, чем для сплава ВК6 (могла сказаться и меньшая прочность сплава ТТ20К9).

В-третьих, был проведен аналогичный эксперимент для мартенситно-ферритной стали 14Х17Н2 (ВК6; $L_п = 25$ м), при резании которой также фиксируется застойная зона со смещенным наростом (см. рис. 4 в работе [10]). Эксперименты при резании со скоростью $v = 25$ м/мин, соответствующей этому виду взаимодействия, показали отсутствие крупных сколов описанного типа (наблюдались лишь разрушения режущего лезвия, промежуточные между сколами и выкрашиванием). Это можно объяснить тем, что коэффициент термического линейного расширения стали 14Х17Н2 ($K_\alpha = 11{,}0 \cdot 10^{-6}$ в диапазоне температур 20÷500 °С [13]) в 1,7 раза меньше, чем у аустенитной стали, и меньше отличается от K_α твердого сплава.

В-четвертых, для стали 12Х18Н10Т (ВК6; $v = 30$ м/мин) уменьшение паузы между проходами до минимума (включение рабочей подачи для следующего прохода через 1÷2 с после ее выключения по окончании предыдущего прохода — без отвода резца от заготовки) исключало остывание и затвердевание налипа. При этом в несколько раз снижались как частота, так и размеры сколов (эксперимент не доводили до получения износа $h_з = 0{,}3$ мм; после $n = 40$ и $L = 1000$ м величина $h_з$ составила в среднем 0,15 мм).

Следует отметить, что в ходе испытаний резец отводили от заготовки только после совершения ею не менее одного оборота вслед за остановкой подачи — толщина среза уменьшалась до нуля. Иначе на резце оставалась прилипшая стружка. Если толщина прилипшей стружки была больше высоты остатков застойной зоны, то трещина при остывании появлялась после каждого прохода, даже при $v = 90$ м/мин и выше. Следовательно, увеличение толщины оставшегося слоя аустенитной стали на передней поверхности негативно влияет на работоспособность инструмента. При обработке перлитных сталей налипания стружки не наблюдалось, а резкий отвод резца от заготовки использовали для изучения контактных процессов [14].

Прилипанию стружки после выключения подачи может способствовать и стружколом, затормаживающий сход стружки с передней поверхности резца. Следовательно, применение стружколомающих элементов в конструкции неперетачиваемых пластин и накладных стружколомов при обработке аустенитной стали может вызвать адгезионные сколы.

Исследования показали, что при точении аустенитных сталей следует учитывать прерывания процесса резания между проходами и сопутствующее им в определенных условиях адгезионное скалывание. При активных адгезионных сколах резцы теряют работоспособность в зависимости не от пройденного пути резания, а от числа завершенных проходов (обработанных деталей). Это подтвердили дополнительные опыты с разными длинами $L_п$ прохода (ВК6, $v = 30$ м/мин). При увеличении $L_п$ с 12,5 до 50 м число n проходов до затупления изменилось менее чем в 1,4 раза (с 23 до 17), тогда как путь L увеличился в 3 раза (с 288,5 до 850 м). Некоторое уменьшение n с ростом $L_п$ можно объяснить следующим образом. После врезания в течение определенного времени резец нагревается и температура в контакте повышается. Соответственно изменяется и картина контактного взаимодействия — в рассматриваемом случае несколько уменьшается высота смещенного нароста и всей застойной зоны (как и при возрастании скорости [10], только в меньшей степени). Это должно уменьшить вероятность появления трещины после прохода и глубину. Но с повышением температуры в контакте усиливается адгезионное схватывание стали о резцом. Кроме того, чем выше температура в момент прекращения резания, тем больше перепад температур при остывании инструмента, что также повышает вероятность скола и (или) увеличения размера скола при следующем врезании. В рассматриваемом случае с увеличением $L_п$ влияние усиления схватывания при повышении температуры оказалось больше влияния уменьшения застойной зоны. Так как температура интенсивнее возрастает в начале прохода, то число n проходов заметнее уменьшилось при возрастании $L_п$ с 12,5 до 25 м (от 23 до 19), чем при возрастании $L_п$ с 25 до 50 м (от 19 до 17). Для скоростей, больших 30 м/мин, в условиях достигнутого полного адгезионного схватывания уменьшение высоты застойной зоны может привести к снижению интенсивности скалывания.

Выход из режимов и условий обработки с активными адгезионными сколами обеспечивается переходом от резания с застойными явлениями на передней поверхности к пластическому контакту, т. е. повышением температуры резания (вариант перехода к наросту со снижением температуры до исчезновения прочного адгезионного схватывания не рассматривается). Поэтому основными техноло-

гическими путями противодействия адгезионному скалыванию являются повышение скорости резания и использование твердого сплава с меньшей теплопроводностью (желательно сократить и паузы между проходами). Для черновой обработки деталей из аустенитных сталей на производстве перспективным стал бы (гипотетически) твердый сплав, сочетающий большую прочность и сопротивляемость хрупким разрушениям при ударе (например, как сплавы ВК8 или ВК10) с низкой, как у титансодержащих сплавов, теплопроводностью. Положительно повлияло бы на стойкость резца (при вынужденной работе на режимах существования застойной зоны) увеличение коэффициента термического расширения инструментального материала.

Знание механизма адгезионных сколов позволяет прогнозировать влияние на их интенсивность и других технологических параметров.

Применение охлаждения при токарной обработке аустенитных сталей с умеренными скоростями нежелательно из-за снижения температуры резания и расширения диапазона скоростей адгезионного скалывания в большую сторону. Кроме того, применение СОЖ ускоряет остывание резца и трещины в твердом сплаве появляются быстрее даже при коротких паузах между обработкой. Для предотвращения адгезионных сколов можно использовать подогрев режущей кромки в паузах меду проходами, изначально предложенный для устранения термоциклического растрескивания хрупкого инструментального материала (керамики) [15]. В нашем случае подогрев резца в паузах предотвратил бы остывание и сжатие налипа, возникновение напряжений и растрескивание твердого сплава. Однако ввиду необходимости дополнительного оборудования и затрат энергии он вряд ли будет эффективным при обработке мелких и средних деталей на имеющихся станках.

Увеличение подачи S (толщины срезаемого слоя), с одной стороны, приводит к положительному эффекту — повышению температуры в контакте (хотя и не столь существенному, как при увеличении скорости резания). Поэтому с увеличением S верхняя граница скоростного диапазона адгезионных сколов (скорость перехода к пластическому контакту) сместится в сторону меньших значений v, т. е. диапазон сузится. С другой стороны, в сохранившемся диапазоне скоростей при большей толщине среза увеличатся размеры застойной зоны и оставшегося на резце налипа, увеличится и усилие, развиваемое налипом при сжатии, — сколы интенсифицируются.

Уменьшение глубины t резания приводит к уменьшению ширины среза и длины налипа вдоль режущей кромки, а следовательно, к снижению напряжений в твердом сплаве и интенсивности растрескивания. Однако уменьшение глубины t при том же припуске потребует большего числа проходов (врезаний и выходов), что отрицательно скажется на работоспособности инструмента.

Величина главного угла φ резца в плане определяет соотношение ширины и толщины срезаемого слоя (при фиксированной глубине t). При увеличении угла φ интенсивность адгезионных сколов уменьшается в результате уменьшения ширины среза (как при уменьшении t) и сокращения скоростного диапазона адгезионного скалывания в результате увеличения толщины среза (как при увеличении подачи S). Однако при сохранении взаимодействия с застойной зоной толщина налипа увеличивается (как и при увеличении S) и образование сколов активизируется.

Таким образом, возникает ряд оптимизационных технологических задач, в которых следует учитывать и зависимость высоты застойной зоны от скорости, требующих для решения дополнительных исследований. Следует также отметить, что для всех обрабатываемых материалов с аустенитной структурой (сталей и жаропрочных сплавов) характерно увеличение теплопроводности с повышением температуры [11], что должно обусловливать сохранение на передней поверхности инструмента застойных явлений даже при высоких температурах резания [9, 10]. Кроме того, аустенитные стали имеют большие коэффициенты термического линейного расширения, поэтому есть основание считать, что всем им свойственно адгезионное скалывание при токарной обработке. Для жаропрочных сплавов на никелевой основе в диапазоне температур 20÷500 °С величина K_α изменяется от $11{,}8 \cdot 10^{-6}$ (ХН55ВМТФКЮ) до $15{,}3 \cdot 10^{-6}$ (ХН77ТЮР) [13], что значительно меньше, чем для аустенитных сталей, и соответствует K_α для углеродистых и низколегированных сталей. Однако высокие температуры при резании жаропрочных сплавов, а следовательно, большие перепады температур при остывании резцов в паузах между обработкой делают весьма возможными адгезионные сколы.

Нельзя исключать и того, что процессы при остывании режущего лезвия с налипшим аустенитным материалом в паузах между резами влияют на стойкость твердосплавного инструмента и в случае прерывистой обработки, так как хотя продолжительность пауз между резами мала, но число врезаний/выходов — большое.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Липатов А. А.** Влияние величины критерия затупления на выбор марки твердого сплава при точении аустенитной стали // СТИН. 2006. № 6. С. 16, 17.

2. **Бердников Л. Н.** Снижение интенсивности хрупкого разрушения твердосплавного инструмента // Современный твердосплавный инструмент и рациональное его использование. Л.: Машиностроение, 1980. С. 86—90.

УДК 621.892

В. А. СОШКО, канд. техн. наук (Херсонский национальный ТУ, Украина), e-mail: soshking@mail.ru

Термомеханохимический эффект в зоне резания металла с поверхностно-активной жидкостью

Рассматривается влияние поверхностно-активной среды, в частности, положительно и отрицательно заряженных ионов водорода на прочность обрабатываемого металла при резании. Исследуется кинетика перемещения электроактивных частей плазмы к поверхностям металла и инструмента.

Ключевые слова: водород, поверхностно-активная среда, адсорбция, плазма, пластическая деформация, электронный газ.

The influence of surface-active medium, in particular, positive and negative hydrogen ions on strength of the processed metal at cutting is considered. The kinetics of displacement of electroactive plasma components to the surfaces of metal and tool is investigated.

Keywords: hydrogen; surface-active medium; adsorption; plasma; plastic deformation; electron gas.

Многообразие современных материалов обусловливает поиск эффективных способов их обработки, при которых нередко снимается небольшой объем металла с высокой скоростью в условиях совместного влияния на процесс резания активной технологической жидкости, широкого диапазона температур и внешней нагрузки. Снятие слоя металла при резании сопоставимо с его разрушением при других нагружениях, так как им предшествуют одни и те же процессы — развитие упругой и пластической деформации, зарождение микротрещин, рост существующих в материале дефектов. При этом механизмы их проявления под влиянием сред могут значительно различаться. Поэтому при изучении механизма резания металлов с применением технологических сред, как правило, используют знания физики твердого тела, физической химии поверхностных явлений и материаловедения, т. е. резание рассматривается как частный случай данных фундаментальных исследований. Однако в этих условиях резания такие классические модели, как упругое (гуково) тело, вязкая ньютонова жидкость и др., не дают удовлетворительного описания механического поведения тела [1].

В связи с этим сегодня в исследованиях наметились два направления: первое (общая тенденция) — получение необходимых параметров для формально построенных усложненных моделей на основе сопоставления решений конкретных задач с экспериментальными данными; второе — получение конкретных параметров усложненных моделей, связанных с микроструктурой материала и ее превращениями при механической обработке. В последнее время второе направление становится более перспективным. В работе предпринята попытка связать микропроцессы, происходящие в деформируемой системе металл—водород, с регистрируемыми макроэффектами, вызванными взаимодействием металла с окружающей средой.

Существующие сегодня взгляды на влияние различных жидких и газовых сред на процессы дефор-

(Окончание статьи. Начало см. на стр. 68)

3. **Андреев Г. С.** Влияние тепловых и адгезионных явлений на работоспособность твердосплавного инструмента при прерывистом резании // Вестник машиностроения. 1974. № 10. С. 71—74.

4. **Ташлицкий Н. И., Молчадский С. Г.** Резцы для прерывистого резания нагретой стали при зачистке сварных швов // Вестник машиностроения. 1972. № 6. С. 71—73.

5. **Uehara K., Kanda Y., Kobayashi A.** On the chipping phenomena of carbide cutting tools // CIRP Ann. 1977. 26. N. 1. P. 11—16 (русский перевод в РЖ "Экспресс-информация". Сер. "Режущие инструменты". 1978. № 4. Реферат 13).

6. **Подураев В. Н.** Резание труднообрабатываемых материалов: Учеб. пособие для вузов. М.: Высшая школа, 1974. 587 с.

7. **Накаяма К.** Обработка резанием труднообрабатываемых материалов // Кикай гидзюцу. 1977. Т. 21. № 8. С. 18—21. (Пер. с японского Ц — 29237. М.: ВЦЦ, 1974).

8. **Haberling E., Weigang H.-H.** Besonderheit beim Zerspannen hochwarmfester Werkstoffe // Maschinenmarkt. 1979. 85. N. 25. S. 426—429.

9. **Липатов А. А.** Влияние характера зависимости теплопроводности обрабатываемого материала от температуры на закономерности контактного взаимодействия и тип стружкообразования // СТИН. 2006. № 8. С. 37—40.

10. **Липатов А. А.** Особенности контактного взаимодействия при обработке высоколегированных сталей // Обработка металлов. 2012. № 4. С. 10—14.

11. **Резников А. Н.** Теплофизика процессов механической обработки материалов. М.: Машиностроение, 1981. 279 с.

12. **Третьяков В. И.** Основы металловедения и технологии производства спеченых твердых сплавов. М.: Металлургия, 1976. 528 с.

13. **Материалы** в машиностроении. Выбор и применение: Справочник / Под общ. ред. И. В. Кудрявцева. В 5 т. Т. 3. Специальные стали и сплавы / Под ред. Ф. Ф. Химушина. М.: Машиностроение, 1968. 446 с.

14. **Талантов Н. В.** Физические основы процесса резания, изнашивания и разрушения инструмента. М.: Машиностроение, 1992. 240 с.

15. **Пат. 4008631 США.** Металлорежущий станок. Изобретения за рубежом, Вып. 10. 1977. № 9.

мирования и разрушения твердого тела принципиально не изменились со времени выдвинутого П. А. Ребиндером положения о значимости физической обратимой адсорбции среды в упомянутых процессах [2, 3]. Вместе с тем, даже немногие работы в данном направлении свидетельствуют о том, что адсорбционный эффект является только первым этапом в цепи химических преобразований веществ, составляющих жидкую или газовую среду. Суть заключается в том, что при механической обработке металла (стали) резанием в любой жидкости, содержащей различные соединения водорода (даже вода), в стружке и на обработанной поверхности также будет содержаться водород [4].

Дальнейшие исследования показали, что поверхностно-активная среда (ПАС) под влиянием температуры и непрерывно образуемой и обновляемой в процессе резания каталитически активной ювенильной поверхности претерпевает многостадийные химические преобразования, на последнем этапе которых в зоне разрушения образуется водородная плазма. Это позволяет считать, что под влиянием ПАС прочность металла изменяется в результате физико-химического взаимодействия с ней заряженных частиц водорода (H^+ и H^-). Сам же процесс разрушения следует считать термомеханохимическим, так как он возникает в результате физико-химического преобразования активной среды в радикально активную и происходит при совместном действии внешних сил и ионизированного водорода. Адсорбцию следует рассматривать только как первый этап в цепи химических преобразований веществ, входящих в состав среды [4].

Влияние ПАС зависит от ее состава, который при прочих равных условиях определяет скорость и глубину химических преобразований и, главное, количественный выход образующихся заряженных частиц.

Многочисленные эксперименты в этой области позволили выделить, по меньшей мере, три главных аспекта: многостадийность химических реакций преобразования поверхностно-активной жидкости в радикально активную [4]; кинетику перемещения электроактивной и электропассивной частей плазмы к поверхностям обрабатываемого материала и инструмента и их проход вглубь; перемещение водорода в область пластической деформации перед острием микротрещины и его взаимодействие в этой области с металлом, способствующее радикальному снижению энергетических затрат на разрушение.

На основании известных данных и результатов исследований автора представлена гипотетическая модель влияния физически активных технологических жидкостей, используемых при резании, на энергозатраты при изготовлении металлических деталей. Рассмотрим процессы, происходящие в зоне контакта поверхностей инструмента и обрабатываемого металла, в пространстве между лезвием инструмента и полостью трещины, в локальной области материала с максимальными напряжениями, вызывающими перестройку и разрыв межатомных связей деформируемого материала.

Для понимания сложного в своей многоплановости процесса резания металла с использованием технологических жидкостей, содержащих десятки растворенных и эмульгированных в ней компонентов, прежде всего необходимо выявить процессы, которые протекают в экстремальных условиях в зоне разрушения и определяют не только физико-химические превращения среды, но и взаимодействие образовавшихся продуктов с металлом. Исходя из этого, рассмотрим значимость каждого из взаимодействующих объектов — режущего инструмента, обрабатываемого материала и технологической среды, в создании этих условий [4].

Обрабатываемый металл состоит из кристаллической решетки, в узлах которой, совершая тепловые колебания относительно положения равновесия, находятся ионизированные атомы и подвижные нелокализованные электроны проводимости, которые переходят в свободное состояние из валентных оболочек атомов металла, а ионы образуют наиболее энергетически рациональную кристаллическую решетку. Причем концентрация свободных электронов оказывается весьма большой. Поэтому электроны следует рассматривать как невзаимодействующие частицы, не имеющие объема и совершающие хаотическое тепловое движение в кристалле [5]. Валентные электроны, выходя из своих атомов, становятся обобществленными и образуют квантовый электронный газ, который находится в термодинамическом равновесии с кристаллической решеткой в результате соударений движущихся электронов с ионами решетки.

При контакте нагретого лезвия инструмента с холодным обрабатываемым металлом создается градиент температур. Основные носители — электроны, которые диффундируют из нагретой области (инструмента) в холодную (материал). В результате обрабатываемый металл обогащается основными носителями заряда и в нем возникает отрицательный объемный заряд, а инструмент обедняется электронами и приобретает положительный заряд [5, 6]. Таким образом, в системе "инструмент—обрабатываемый металл" электроны непрерывно "перекачиваются" в одном направлении — в обрабатываемый металл.

В существующем электрическом поле на хаотичное тепловое движение электронов накладывается направленное движение — дрейф, с которым связан направленный перенос электрического заряда, т. е. электрический ток. Обрабатываемый материал с отрицательным зарядом и инструмент с положительным зарядом обусловливают вектор перемещения водорода из плазмы: H^+ перемеща-

ется к обрабатываемому материалу, а H^- — к инструменту.

Важно, что поверхностная плотность свободных зарядов на острие (лезвии) больше, чем на других поверхностях инструмента. В то время как в области вершины трещины, наоборот, напряженность поля и поверхностная плотность зарядов минимальны. Поэтому вершина трещины как бы "отсасывает" из плазмы положительно заряженные частицы. Структурное и физическое состояние поверхности металла в вершине трещины во многом определяет место и скорость "входа" подлетающего к поверхности протона, о чем свидетельствует следующее.

Есть все основания полагать [7], что электроны проводимости, совершая тепловое движение, вылетают за пределы поверхности металлического тела. Поэтому около любой металлической поверхности существует постоянно обменивающееся электронами с поверхностью металла электронное облако, электроны которого находятся в динамическом равновесии с электронами металла. При этом электроны в облаке наблюдаются лишь на расстояниях порядка нескольких межатомных расстояний от поверхности.

Таким образом, наружные и внутренние поверхности металла, например границы зерен, следует считать окруженными тонким слоем электронов, придающим поверхностям отрицательный заряд. Модельно дислокацию можно представить в виде отрицательно заряженного бесконечно длинного цилиндра, окруженного положительным пространственным зарядом [8]. Кроме того, следует учитывать, что поверхности не только реального сплава, но и чистого металла всегда электрохимически гетерогенны, т. е. имеют участки с существенно разными по величине электрохимическими потенциалами [9]. Это означает, что поверхность металла разделена на микрокатодные и микроанодные участки, образующиеся в результате химической и фической неоднородностей поверхности.

Химическая неоднородность связана с наличием в металле неметаллических включений (микрокатодные участки), физическая неоднородность (микроанодные участки) является результатом как микронеоднородности структуры (разная ориентация кристаллов, наличие включений, границы зерен и т. д.), так и субмикронеоднородности поверхности (несовершенство кристаллической структуры, инородные атомы в кристаллической структуре и решетке и т. д.). Это позволяет в общих чертах описать модель перемещения электрически заряженных частиц водорода к поверхностям обрабатываемого металла и лезвию режущего инструмента.

В зазоре между лезвием и поверхностью металла на кончике трещины концентрируется водородная плазма. Протоны перемещаются в сторону обрабатываемого металла, а в направлении инструмента перемещается только часть отрицательных ионов, остальные перемещаются в направлении микроанодных участков вершины трещины. В результате такой избирательной адсорбции частиц водорода [10] дальнейшее развитие процесса перехода через поверхность в объем обрабатываемого металла разделяется в зависимости от знака электрического заряда водородных частиц и идет несколькими путями.

В работах [11—13] отмечается, что при контакте отрицательно заряженных частиц водорода с поверхностью возможно их взаимодействие с ионами кристаллической решетки, находящимися на микрокатодных участках поверхности металла (железа) по схеме $Fe + 2H^- = Fe^{2+}$ с образованием тонкодисперсного химического соединения, полностью отвечающего точным стехиометрическим формулам. Энергия активации этого процесса незначительна и составляет 7 ккал/моль [12]. Автор работы [10] считает, что даже при повышенных температурах железо не взаимодействует с водородом химически и не образует гидридов. Вероятно, в этом случае, микроанодные участки поверхности железа удерживают водород только путем физической адсорбции. Однако и в первом, и во втором случае важнее всего то, что взаимодействие металла с ионизированным водородом, имеющим отрицательный заряд, все же изменяет свойства анодных участков поверхности. Часть ионизированного водорода с отрицательным зарядом (H^-) при подлете к поверхности с отрицательным зарядом будет отталкиваться, а положительных (протонов H^+) — притягиваться. При этом часть протонов H^+ будет свободно проходить через поверхность, а часть — вступать в различные взаимодействия, например возможны реакции [14]: $H^+ + 2e \rightarrow H + H \rightarrow H_2$; $Me + H_2 \rightarrow Me - H + H$; $Me - H \rightarrow Me + H$. Причем, в результате первой реакции выделяется избыточная энергия (~100 ккал/моль), что более чем на порядок превышает энергию химической связи [11, 13]. Такие энергетические микровзрывы усиливают тепловое движение атомов твердого тела, изменяют его структуру и, естественно, влияют на прочность. В стали возможны следующие реакции водорода с карбидами: $4H + Fe_3C \rightarrow 3Fe + CH_4$ или $Fe_3C + 2H_2 \rightleftarrows 3Fe + CH_4$ [17, 18].

Следует отметить, что реакция разложения цементита возможна лишь при температуре выше 300 °С, которая легко достигается в зоне резания.

Поскольку в системе "металл—водород" возникает термоток, иногда достигающий больших значений (до 100 мА), то электроны проводимости перемещаются в ней с высокой скоростью [14, 15]. При этом прошедшие через поверхность металла положительно заряженные частицы будут увлекаться электронами проводимости, такое явление называют в физике эффектом электронного ветра [14, 15].

Увлечение протонов движущимися с огромной скоростью электронами проводимости настолько велико, что ионы движутся, как правило, против поля, подобно частицам с отрицательным зарядом [5, 14]. В этом случае скорость перемещения протона в металле превышает скорость деформирования, благодаря чему он, опережая перемещение режущего инструмента, будет постоянно находиться в области пластической деформации металла, которая распространяется на ≈ 4 мм перед вершиной растущей трещины [16].

При отсутствии градиента электрического потенциала в системе "металл — водород" перемещение протонов в материале возможно только за счет термодиффузионной составляющей. Скорость такого перемещения водорода значительно снижается и становится меньше скорости разрушения материала, поступление водорода в зону структурной перестройки и разрыва атомных связей запаздывает, и процесс разрушения идет без участия водорода.

Таким образом, частица водорода с отрицательным зарядом независимо от электрического потенциала взаимодействует с деформируемым металлом только в его приповерхностных слоях и вершине трещины. Протоны же, увлекаемые электронами проводимости, легко и с большей скоростью перемещаются в деформируемом материале, взаимодействуя с его структурными дефектами, неметаллическими включениями и др.

Согласно предлагаемой модели большая часть водорода с отрицательным зарядом, как и образующийся на последнем этапе химических преобразований полимерной цепи аморфизированный углерод в виде графита, будет перемещаться к лезвию инструмента, имеющего положительный заряд. В этом случае водород, взаимодействуя с углеродом, может образовывать метан, а остаток углерода в виде графита, накапливающийся в процессе резания на поверхностях инструмента, разделяет трущиеся поверхности его и обрабатываемого металла, что способствует повышению износостойкости режущего инструмента [4].

В составе плазмы в состоянии возбуждения и частичной ионизации могут находиться также и атомы водорода. В отличие от протонов они не могут проникать в электронные оболочки, однако как и отрицательные ионы H^- могут быть связаны с атомами металла определенными силами взаимодействия и находиться в междоузлиях кристаллической решетки металла, вызывая ее расширение и снижение прочности [17]. Вместе с тем, атом водорода в объем металла как электрически нейтрального элемента не будет увлекаться направленными потоками свободных электронов металла. В этом случае движущей силой диффузии атома водорода служит градиент химического потенциала [14], обеспечивающий его перемещение, но только со скоростью, значительно меньшей скорости разрушения (резания) металла. Следовательно, взаимодействие атома водорода с металлом возможно только в приповерхностных слоях. Это означает, что все изменения свойств металла, связанные с атомом водорода и его отрицательными частицами, ограничиваются приповерхностными слоями. Основные же изменения свойств металла связаны с протоном, взаимодействующим с атомами пластически деформируемого металла и его структурными дефектами, т. е. с процессами деформирования и разрушения, на которые затрачивается основная часть внешней энергии.

Опыты показали [4, 10], что в системе "железо — водород" протоны диффундируют транскристаллически по всей решетке без рассеяния. Причинной рассеяния являются нарушения периодичности — дефекты решетки и тепловые колебания атомов и ионов [5, 15]. Они же (поры, границы, поверхности, примесные атомы, дислокации и др.) являются ловушками для водорода и в сильно деформируемых областях вокруг устьев трещины снижают механическую прочность материала [10, 18].

Необходимо отметить, что по тем же причинам водород в металле радикально изменяет не только прочность, но и комплекс его физических свойств [17]. Наиболее ярко это проявляется в сверхпроводимости металлов и сплавов — без водорода она отсутствует, или в существенном изменении ее параметров, значительной перестройке магнитных свойств и др. [17].

Таким образом, только благодаря электропереносу водород перемещается в металле с большой скоростью, обеспечивая тем самым взаимодействие с металлом там, где происходит перестройка структуры и разрыв связей атомов деформируемого металла. Вызывая локальное изменение свойств металла, водород интегрально изменяет и его прочность.

Взаимодействие протонов водорода с металлом в зоне его разрушения — сложный процесс, включающий в себя реакции, протекающие на внешних и внутренних поверхностях — границах зерен и субзерен, дислокаций, атомов твердого тела, неметаллических включений.

Так, при взаимодействии протонов с ионами металла могут протекать реакции, при которых структурные изменения происходят с образованием или без образования химических соединений на внутренних поверхностях, а также реакции, при которых на внутренних поверхностях образуются молекулы химического соединения, переходящие тут же в газовую фазу [10, 17, 19]. Образование химического соединения возможно, если протон взаимодействует преимущественно с одним из компонентов сплава. Для многокомпонентных сплавов ситуация сложнее, так как возможно образование различных фаз соединения и преимущественное

взаимодействие протонов с отдельными компонентами металла [20, 21].

Согласно современным представлениям растворенные в кристаллической решетке атомы углерода, азота, хрома и др. под влиянием упругого взаимодействия притягиваются дислокациями, образуя так называемые облака Котрелла [22]. Дислокации при этом закрепляются и удерживаются сконцентрировавшимися вокруг них растворенными примесными атомами (например, углерода, азота, хрома и др.). Для отрыва дислокаций от облака необходимо дополнительное напряжение. Водород, взаимодействуя с такими атомами, вытесняет их из облака, что приводит к снижению напряжения трения в кристалле и увеличению при этом скорости движения дислокаций. Взаимодействие водорода с примесными атомами на внутренних поверхностях способствует выходу дислокаций на поверхность [4].

В итоге эти и другие радикальные изменения на микроуровне приводят к существенным изменениям на макроуровне, что облегчает процессы деформирования и разрушения металла, многократно снижает энергозатраты на эти процессы, улучшает обрабатываемость металла [4].

Во многих научных работах и докладах на научных конференциях, посвященных изучению системы "металл — водород", рассматривалось значение водорода в охрупчивании металла. В определенной мере это справедливо для систем с высокой концентрацией водорода, когда перед исследованиями металл предварительно "накачивается" водородом электролитическим способом. Но такая оценка влияния водорода на свойства металла противоречит некоторым механизмам, действительно реализуемым в деформируемой системе "металл — водород", на что указывают следующие данные.

Железо и его сплавы на статистическое растяжение в условиях, моделирующих разрушение металла в вершине трещины при резании в водородной плазме, испытывали в специальной камере. Записывали диаграммы растяжения образца, деформируемого с разными скоростями в условиях вакуума и в водородной плазме с перемещением протона в направлении образца с положительным или отрицательным потенциалом. Установлено, что при прохождении через образец потока протонов H^+ предел текучести снижается на ~20 %, а длина площадки текучести на 80 % по сравнению с вакуумом или в среде H^- [23]. Следовательно, под влиянием протона H^+ на начальном этапе деформирования металла происходит его пластификация.

Приведенные данные указывают на возможность разработки новых составов технологических сред на основе высокомолекулярных соединений для обработки металлов давлением, обеспечивающих в результате химических преобразований макроцепи полимера высокую концентрацию активных форм водорода. Такие составы разработаны для производства холоднокатаных сталей, тонкостенных металлических труб, волочения проволоки, штамповки и др. и показали высокую эффективность [24].

Таким образом, изучение твердых тел, деформируемых в различных средах, и приведенные данные показали возможные направления использования водорода в различных технологиях и, в первую очередь, при механической обработке металлов резанием и давлением.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Механические** свойства новых материалов: Пер. с английского / Под ред. Г. И. Баренблатта. М.: Мир, 1966. 254 с.
2. **Ребиндер П. А.** // ДАН СССР. Сер. химия. М.: ОМЕН, 1936. № 5. 636 с.
3. **Лихтман В. И., Щукин Е. Д., Ребиндер П. А.** Физико-химическая механика материалов. М.: Изд-во АН СССР, 1962. 303 с.
4. **Сошко А. И., Сошко В. А.** Смазочно-охлаждающие средства в механической обработке металла. Ч. 1, 2. Херсон: Олди-плюс, 2008. 358 с.
5. **Блатт Ф.** Физика электронной проводимости в твердых телах: Пер. с анг. М.:Мир, 1971. 470 с.
6. **Хрусталев Ю. А., Дерягин Б. В.** // ДАН СССР, 1981. 257. № 2. 418 с.
7. **Адамсон А.** Физическая химия поверхности. М.: Мир, 1979. 568 с.
8. **Киттель Ч.** Квантовая теория твердых тел: Пер. с англ. М.: Наука, 1967. 524 с.
9. **Жуховицкий А. А., Шварцман Л. А.** Физическая химия. М.: Металлургия, 1968, 520 с.
10. **Галактионова Н. А.** Водород в металлах. М.: Металлургия, 1967. 303 с.
11. **Рогинский С. З.** Теоретические основы гетерогенного контактного катализа. Ч. 1, 2. М.: Изд-во АН СССР, 1936. 279 с.
12. **Sherman A., Eyring H.** J. Amer. Chem. Soc, 132. 2661 p.
13. **Smith D., Sims C.** Gases in Metals Clevelend, 1953. 97 p.
14. **Фикс С. Б.** Ионная проводимость в металлах и полупроводниках. М.: Наука, 1969. 289 с.
15. **Займан Д. Ж.** Электроны и фононы. М.: ИЛ, 1962. 277 с.
16. **Старков В. К.** Дислокационные представления о резании металлов. М.: Машиностроение, 1979. 159 с.
17. **Водород** в металлах / Под ред. Г. Алефельда и И. Фёлькля. Т. 1. М.: Мир, 1981. 475 с.
18. **Bernstein J. M.** Mater Sei. Eng. 1970. 6. № 1.
19. **Константы** взаимодействия металлов с газами: Справочник. М.: Металлургия, 1987. 367 с.
20. **Андриевский Р. А., Уманский Я. С.** Фазы внедрения. М.: Наука, 1977. 240 с.
21. **Андриевский Р. А., Янчур В. П., Максимов В. П.** // ФХОМ. 1975. № 3. 151 с.
22. **Макклинтон Ф., Аргон А.** Деформация и разрушение материалов. М.: Мир, 1970. 443 с.
23. **Тетерский В. А., Сошко А. И.** // Влияние рабочих сред на свойства металлов. Киев: Наукова думка, 1964. 51 с.
24. **Смазочно-охлаждающие** технологические средства для обработки металлов резанием: Справочник / Под. ред. С. Г. Энтелиса. М.: Машиностроение, 1986. 352 с.

УДК 539.3

А. Ю. КАРПАЧЕВ, канд. физ.-мат. наук, С. М. НИКОЛАЕВ (МГТУ им. Н. Э. Баумана), e-mail: a-karpachev@mail.ru

Динамические характеристики отрезных фрез

Рассмотрены два метода расчета частот и форм собственных колебаний дисковых отрезных фрез с переменной толщиной в радиальном направлении.

Ключевые слова: отрезная фреза, свободные колебания, динамические характеристики.

The two methods of analysis of eigenfrequencies and eigenvibrations of disk cutoff cutters with variable thickness in radial direction are considered.

Keywords: cutoff cutter; free vibrations; dynamic characteristics.

Повышение эффективности использования лезвийных инструментов и отрезных кругов в виде круглых пластин (дисков), связанное с повышением скорости резания, предполагает увеличение их угловых скоростей (частот вращения). Для исключения возникновения резонансных режимов при обработке материалов, т. е. для предотвращения потери динамической устойчивости инструмента при эксплуатации, параметры резания следует выбирать с учетом его предварительно определенных динамических характеристик.

Применяемые до настоящего времени отрезные фрезы, изготовляемые в соответствии с ГОСТ 2679—93 "Фрезы прорезные и отрезные" (рис. 1), имеют, как правило, переменную в радиальном направлении толщину h, поэтому для анализа их динамических характеристик используют соответствующие методы. Достоверные данные о собственных (динамических) характеристиках фрез позволят рассчитать режим работы инструмента и при необходимости осуществить контроль их качества при подготовке к работе.

Отрезную фрезу диаметром D в виде кольцевой пластины (диска) с переменной вдоль радиуса толщиной h, можно описать системой дифференциальных уравнений свободных колебаний диска [1—3] в векторно-матричной форме, которую можно представить одним уравнением

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\tilde{r}}\{Y\} = [B]\{Y\}. \qquad (1)$$

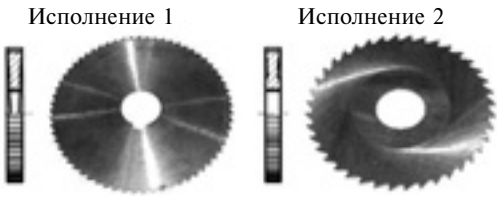


Рис. 1. Конструктивные исполнения отрезных и прорезных фрез

Здесь $\{Y\} = \{y_1, y_2, y_3, y_4\}^{\mathrm{T}}$; $y_1 = \tilde{w}$; $y_2 = \tilde{\theta}$, $y_3 = \tilde{M}$; $y_4 = \tilde{V}$; $[B]$ — матрица (4×4) переменных коэффициентов:

$$\left.\begin{aligned}
&b_{11} = 0;\ b_{12} = 1;\ b_{13} = 0;\ b_{14} = 0;\\
&b_{21} = \mu n^2/\tilde{r}^2;\ b_{22} = -\mu/\tilde{r};\ b_{23} = -1/k_h^3;\ b_{24} = 0;\\
&b_{31} = k_h^3(3+\mu)(1-\mu)n^2/\tilde{r}^2;\\
&b_{32} = -k_h^3(1-\mu)(1+\mu+2n^2)/\tilde{r}^2;\\
&b_{33} = -(1-\mu)/\tilde{r};\ b_{34} = 1;\\
&b_{41} = n^2k_h^3(1-\mu)(2+n^2+\mu n^2)/\tilde{r}^4 - k_h\tilde{\Omega}^2;\\
&b_{42} = k_h\tilde{q}\tilde{r} - k_h^3n^2(1-\mu)(3+\mu)/\tilde{r}^3;\\
&b_{43} = \mu n^2/\tilde{r}^2;\ b_{44} = -1/\tilde{r},
\end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

которые зависят от частоты $\tilde{\Omega}$, формы колебаний, определяемой числом n узловых диаметров, и коэффициента μ Пуассона.

Безразмерные параметры в уравнении (1): перемещения $\tilde{w}$ точек пластины (диска), углы $\tilde{\theta}$ поворота ее сечений, распределенный радиальный момент $\tilde{M}$, приведенную поперечную распределенную силу $\tilde{V}$ и радиус $\tilde{r}$ диска, можно перевести в размерные по формулам:

$$\tilde{w} = \sqrt{\eta}\,\frac{w}{h_0};\quad \tilde{\theta} = \frac{c}{h_0}\sqrt{\eta}\,\theta;\quad \tilde{M} = \frac{c^2\eta^{3/2}}{Eh_0^4}M;$$

$$\tilde{V} = \frac{c^3\eta^{3/2}}{Eh_0^4};\quad k_h = h/h_0;\quad \tilde{\Omega}^2 = \frac{c^4\eta\rho}{Eh_0^4}\Omega^2;\quad \tilde{r} = r/c,$$

где E — модуль упругости; ρ — плотность материала; h_0 — характерная толщина диска; $\eta = 12(1-\mu^2)$; $c = D/2$.

Для скользящего защемления диска фланцами диаметром $D_{\text{ф}}$ граничные условия имеют вид: $\tilde{w} = 0$, $\tilde{\theta} = 0$ при $\tilde{r} = \tilde{b}$; $\tilde{M} = 0$, $\tilde{V} = 0$ при $\tilde{r} = 1$, где $\tilde{b} = D_{\text{ф}}/D$.

Частоты свободных колебаний рассчитывали на основании уравнений (2) методом начальных параметров (МНП) [4—6], в котором для выбранной формы колебаний с числом n узловых диаметров и значения $\tilde{\Omega}$, заведомо меньшего значения собственной частоты, строили систему линейных алгебраических уравнений, удовлетворяющих граничным условиям на внешнем контуре. Изменяя частоту, находили значение $\tilde{\Omega}$, при котором определитель, состоящий из коэффициентов при принятых на-

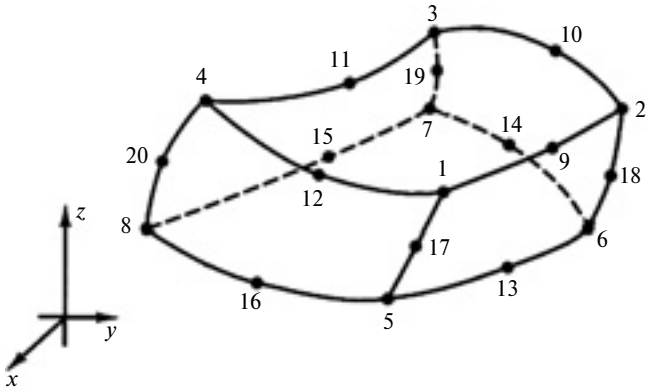


Рис. 2. Двадцатиузловой конечный элемент

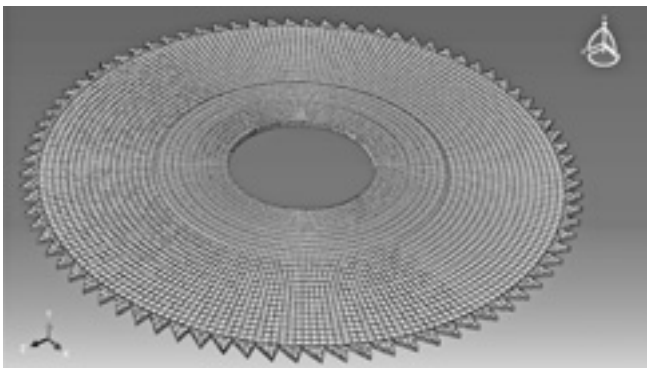


Рис. 3. Трехмерная конечно-элементная модель фрезы

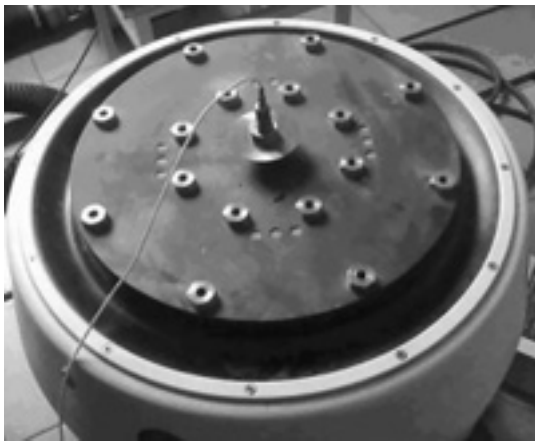


Рис. 5. Установка фрезы на вибростенде

чальных параметрах [4], $\|d_{ij}\| = 0$, где $i, j = 1, 2$ соответствует искомой частоте свободных колебаний.

Преимущества МНП — универсальность, высокая степень алгоритмизации, а следовательно, простота использования, что особенно касается расчета пластин (дисков) с переменными характеристиками.

Другой эффективный численный метод для расчета частот и форм собственных колебаний дисковых фрез — метод конечных элементов (МКЭ), в котором рассматриваемое тело разбивается на конечные элементы типа тетраэдра и октаэдра [7, 8]. Для каждого элемента задаются некоторые функции формы, которые позволяют определить его перемещения по перемещениям узлов, принятых в качестве неизвестных параметров. Для повышения точности расчетов использовали квадратичные элементы. На рис. 2 показан используемый в расчетах 20-узловой конечный элемент.

Квадратичные конечные элементы позволяют описать линейное распределение деформаций по элементу. Для решения задачи на собственные значения в данном случае достаточно одного элемента по толщине фрезы. На рис. 3 представлена трехмерная модель, полученная вращением профиля фрезы вокруг оси симметрии, нормальной к ее плоскости, с использованием комплекса Abaqus 6.12.

На основании решения формируемого частотного уравнения $[K]\{u\} = \Omega^2[M]\{u\}$, с использованием известного метода итерации подпространства [8] определяются частоты и формы собственных колебаний. Здесь $[K]$ — матрица жесткости системы; $[M]$ — матрица масс системы; $\{u\}$ — собственный вектор перемещений системы.

Исследовали фрезу диаметром $D = 63$ мм и толщиной $h_0 = 0{,}5$ мм (см. рис. 1, исполнение 2). Диаметр фланца $D_ф = 23{,}8$ мм. Исходные данные для расчетов: $E = 2{,}1 \cdot 10^5$ МПа [9]; $\rho = 8750$ кг/м^3; $\mu = 0{,}3$; $\tilde{k}_b = 0{,}383$; $k_h = 1{,}5$ при $\tilde{r} \leqslant 0{,}52$; $k_h = 0{,}7 + 0{,}2(\tilde{r} - 0{,}52)/0{,}48$ при $\tilde{r} > 0{,}52$.

Частоты собственных колебаний, рассчитанные указанными методами, приведены в таблице, а соответствующие им формы на рис. 4 (см. обложку). Для подтверждения их правомерности были проведены испытания на вибростенде Data Physics (рис. 5). Данные колебаний системы регистрировались лазерным сканирующим виброметром Polytec PSV-3D, работа которого основана на эффекте Доплера [10]. Измерения получали по фиксированным значениям виброскоростей точек объекта при изменении частот вынужденных колебаний. Главной составляющей каждой системы Polytec является лазерный доплеровский виброметр — высокоточный оптический датчик, определяющий виброскорости и виброперемещения в заданной точке при обнаружении смещения частоты лазерного излучения, отраженного от движущейся поверхности измеряемого объекта [11].

Метод расчета	Частота собственных колебаний фрезы, Гц		
	первая	вторая	третья
МНП	1115/−0,8 %	1136/+0,08 %	1279/+ 2%
МКЭ	1123/−0,08 %	1144/+0,79 %	1288/+2,7 %

Примечание. В знаменателе приведено процентное отклонение экспериментальных данных от расчетных: минус — в меньшую сторону, плюс — в большую.

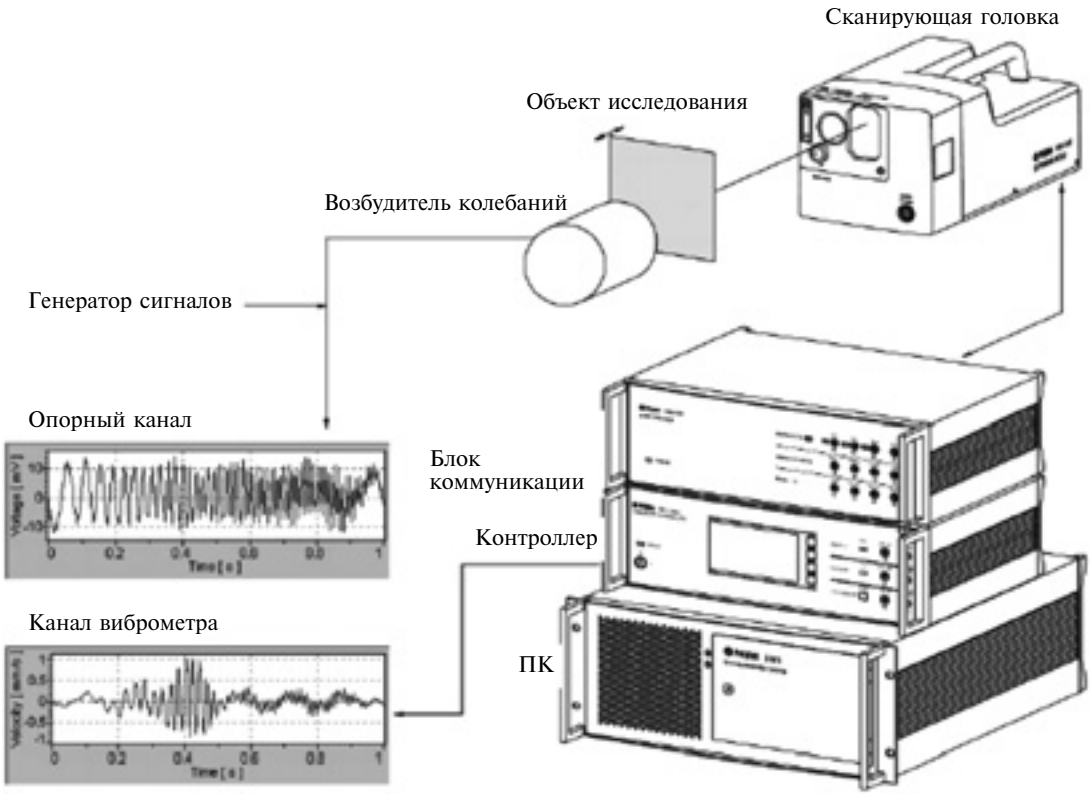


Рис. 6. Общий принцип регистрации данных с помощью системы Polytec

Для эффективного использования системы Polytec испытания проводили в соответствии с рекомендациями фирмы-производителя [12]. На рис. 6 приведена схема регистрации данных с помощью лазерного виброметра, согласно которой система работает следующим образом:

возбудитель создает колебания объекта исследования;

измеряющий луч от интерферометра, расположенного в сканирующей головке, с помощью зеркал фокусируется в точке сканирования на объекте и отражается;

отраженный луч взаимодействует с опорным лучом в сканирующей головке;

фотодетектор регистрирует интерференцию лучей;

декодер контроллера формирует напряжение, пропорциональное виброскорости, в направлении, параллельном измеряющему лучу;

напряжение оцифровывается и обрабатывается как сигнал виброметра.

Результаты экспериментов приведены на рис. 7 (см. обложку) в виде амплитудно-частотной характеристики и собственных форм колебаний фрезы.

Установлено удовлетворительное совпадение результатов расчета с данными эксперимента, что позволяет использовать предложенные МНЛ и МКЭ в исследованиях динамических характеристик конструкций фрез.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Карпачев А. Ю.** Свободные колебания круглых пластин при неравномерном нагреве // Изв. вузов. Машиностроение. 2005. № 4. С. 3—12.

2. **Карпачев А. Ю.** Собственные динамические характеристики вращающихся круглых пил при неравномерном нагреве // Вестник машиностроения. 2006. № 5. С. 32—36.

3. **Karpachev A. Yu.** Stability of plane equilibrium of mills in nonuniform heating // Russian Engineering Research. 2009. V. 29. N. 3. P. 272—275.

4. **Карпачев А. Ю.** Свободные колебания тонкого диска с радиальными прорезями по периферии // Изв. вузов. Машиностроение. 2012. № 6. С. 3—6.

5. **Ильин М. М., Колесников К. С., Саратов Ю. С.** Теория колебаний. М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2003. 271 с.

6. **Карпачев А. Ю.** Испытания отрезных фрез на устойчивость их плоской формы равновесия при неравномерном нагреве // Вестник машиностроения. 2009. № 3. С. 55, 56.

7. **Зенкевич О.** Метод конечных элементов в технике. М.: Мир, 1975. 543 с.

8. **Бате К., Вильсон Э.** Численные методы анализа и метод конечных элементов. М.: Стройиздат, 1982. 448 с.

9. **Карпачев А. Ю., Букеткин Б. В.** Исследования механических свойств стали Р6М5 при повышенных температурах // Вестник машиностроения. 2010. № 6. С. 40, 41.

10. **Карпачев А. Ю., Николаев С. М.** Исследование динамических характеристик дисковой пилы с радиальными компенсаторами // Вестник машиностроения. 2013. № 12. С. 40, 41.

11. **Кобаяси А.** Экспериментальная механика. В 2-х кн.: Пер. с англ. М.: Мир, 1990. 616 с.

12. **Ward Heylen, Stefan Lammens, Paul Sas.** Modal Analysis Theory and Testing // Katholieke Universiteit Leuven. Faculty of Engineering, Department of Mechanical Engineering. 2000. 37 с.

УДК 621.91.01

Д. Т. ХОДЖИБЕРГЕНОВ, д-р техн. наук, А. ЕСИРКЕПОВ (Южно-Казахстанский государственный университет им. М. Ауезова, г. Шымкент), К. Т. ШЕРОВ, д-р техн. наук (Карагандинский ГТУ, Казахстан), e-mail: had_ji@mail.ru

Построение рациональной схемы фрезерования металлов

Предложены новые схема фрезерования вязких и упрочняющихся при деформации материалов и конструкция фрезы, обеспечивающие в процессе обработки непрерывный контакт режущей кромки зуба с заготовкой, разработанного метода фрезерования.

Ключевые слова: точение, формообразование, изнашивание инструмента, трение скольжения, режущий клин, ротационный инструмент, плоскость сдвига.

The new scheme of milling of viscous and strengthened at deformation materials and the structure of mill are suggested, providing continuous contact between cutting tooth edge and workpiece during processing.

Keywords: turning; forming; tool wear; sliding friction; wedge; rotational tool; shear plane.

Все чаще в технике используют труднообрабатываемые металлы, такие как титан и его сплавы, алюминиевые сплавы и т. п., при фрезеровании которых использование традиционных цилиндрических фрез затруднительно из-за их геометрии и особенностей схемы обработки. Поэтому совершенствование схемы фрезерования и геометрии режущего инструмента — актуальные направления исследований.

Процесс резания предполагает значительные деформации [1], что обусловливает большое тепловыделение [2] и значительное изнашивание инструмента. Нельзя увеличить передний угол γ для того, чтобы улучшить процесс резания [3], не снизив прочность инструмента. При традиционной лезвийной обработке режущий клин характеризуется передним и задним углами резания и углом β клина, при выборе значений которых учитывается, что обеспечение прочности режущего клина обусловливается увеличением угла β [4], а улучшение процесса резания — минимизацией заднего угла α.

Для обеспечения требуемого качества обработанных поверхностей применяют различные методы механической обработки [5]. Обработку вязких и упрочняющихся материалов, склонных к образованию нароста, сложнолегированных и жаростойких сплавов, а также титана и его сплавов [3] выполняют на токарных и фрезерных станках.

Исследование обработки резанием вязких и упрочняющихся при деформации материалов затруднено из-за неравномерности процесса [6]. Кроме того, прерывистость резания ухудшает качество обработанной поверхности [7]. При резании цилиндрическими фрезами труднообрабатываемых материалов (например алюминиевых и титановых сплавов) кроме неравномерности процесса имеет место наростообразование [3].

Врезание зуба в заготовку происходит с ударом, что вызывает вибрацию всей системы, которая приводит к снижению стойкости фрезы, а в отдельных случаях и к полному разрушению режущей кромки, в результате повышается шероховатость обработанной поверхности. Чередование рабочего и холостого ходов зуба фрезы, разнотолщинность срезаемых слоев каждым зубом и непостоянство числа находящихся в работе зубьев обусловливают переменные значения возникающих при фрезеровании сил и моментов.

Образование нароста в процессе резания и прилипание обрабатываемого материала к режущим кромкам фрезы ухудшают качество обрабатываемой поверхности и снижают производительность обработки. Из-за упрочнения материала заготовки в результате деформирования зубом фрезы следующий зуб фрезы скользит по упрочненной поверхности, создавая большую силу трения, что является причиной значительного изнашивания задней поверхности зуба.

При встречном фрезеровании фреза, приподнимая заготовку, увеличивает зазоры между столом и направляющими станины, что может вызвать вибрации.

При попутном фрезеровании зуб фрезы с первого момента врезания снимает слой наибольшей толщины и испытывает максимальную нагрузку.

Для улучшения процесса фрезерования необходимо обеспечить непрерывность контакта фрезы с заготовкой. Кроме того, форма зуба должна удовлетворять следующим требованиям [3]:

1) обеспечивать достаточную прочность и для улучшения теплоотвода — массивность зуба;

2) образовывать межзубную впадину большого объема для размещения и отвода стружки;

3) допускать большое число переточек.

С учетом вышеизложенного были разработаны новый принцип фрезерования и конструкция цилиндрической фрезы (рис. 1), которая обеспечивает непрерывный контакт режущей кромки фрезы с заготовкой, что снижает силы трения, повышает стойкость режущего инструмента и улучшает качество обработанной поверхности.

Цилиндрическая фреза состоит из корпуса *1*, на котором параллельно установлены между кольцами *2*, *4*, *6* зубья *3*, *5*, *7* (рис. 2), закрепленные специальной гайкой *8* (см. рис. 1). Цилиндрическую фрезу устанавливают корпусом *1* в шпиндельную оправку консольного хобота с концевой подвеской горизонтально-фрезерного станка и закрепляют.

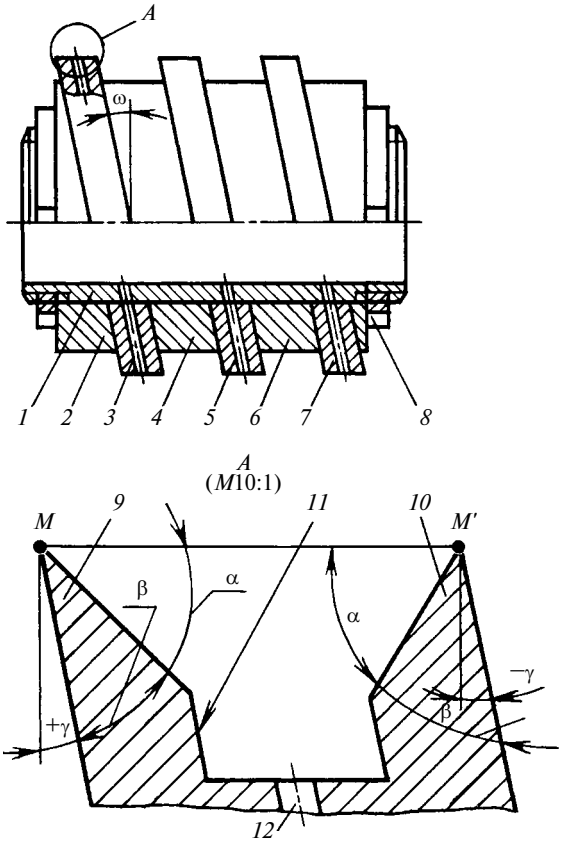


Рис. 1. Цилиндрическая ротационная фреза

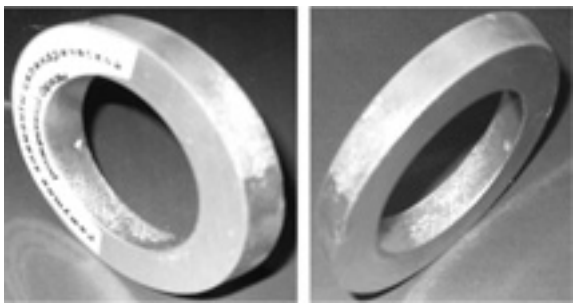


Рис. 2. Режущий элемент из Р6М5 цилиндрической ротационной фрезы

Геометрия режущей кромки зуба цилиндрической фрезы после заточки показана на выносном элементе *А* на рис. 1.

Цилиндрическая фреза имеет расположенные параллельно под углом $\omega = 22 \div 25°$ три зуба с режущими кромками *9* и *10*. Со стороны кромки *9* задний угол α резания составляет $15 \div 25°$, а передний угол γ резания — $22 \div 25°$, со стороны кромки *10* задний угол резания $\alpha = 15 \div 25°$, передний угол резания $\gamma = -22 \div -25°$.

Зубья фрезы изготовляют из быстрорежущих сталей, а для обработки твердых сталей и закаленных деталей из твердых сплавов и композитных материалов; элементы *1*, *2*, *4*, *6*, *8* фрезы выполняют из традиционных конструкционных сталей.

Для подачи смазочно-охлаждающей жидкости в зону резания струей высокого давления предусмотрено отверстие *12*.

Работа цилиндрической фрезы новой конструкции

Зубья *3*, *5*, *7* цилиндрической фрезы с углом наклона ω и режущими кромками *9* и *10* приводятся во вращение шпинделем станка. Зуб цилиндрической фрезы с углом наклона ω описывает траекторию в виде синусоидальной спирали: траектория точки *М* режущей кромки *9* — кривая *1* (рис. 3, *а*), траектория точки *М′* режущей кромки *10* (см. рис. 1) — кривая *2* (см. рис. 3, *а*). Кривая *1* состоит из дуги *АО* (первая половина оборота фрезы) и дуги *ОС* (вторая половина оборота). Кривая *2* аналогична кривой *1* и состоит из дуг *А′О′* и *О′С′*.

На втором обороте фрезы точки *М* и *М′* описывают кривые *1* и *2* в противоположном направлении (рис. 3, *б*). Таким образом, при совмещении траекторий за два оборота фрезы получим траекторию лемниската Бернулли (рис. 3, *в*), т. е. замкнутую кривую, что и обеспечивает непрерывность работы режущей кромки зуба.

Режущая кромка *9* (см. рис. 1) зуба входит в заготовку в точке *А* (см. рис. 3, *а*), деформирует поверхностный слой по касательной к направлению подачи до точки *О*, сдвигает срезанный слой (стружку) из зоны резания. В точке *О* режущая кромка выходит из контакта, вращается до точки *С* (холостой ход) и снова входит в контакт с заготовкой, продолжая процесс резания. При этом ширина срезаемого слоя не должна превышать половину амплитуды синусоидальной спирали (см. рис. 3, *а*, *в*, размер *h*) с учетом толщины *b* зуба.

Режущая кромка *10* (см. рис. 1) цилиндрической фрезы с передним углом резания $\gamma = -22 \div -25°$ срезает неровности обрабатываемой поверхности, "выглаживая" ее, что уменьшает шероховатость и улучшает качество обработки. Кроме того, исключается образование нароста на передней поверхности режущей кромки зуба.

Предложенная схема фрезерования с помощью цилиндрической фрезы обеспечивает трение качения вместо трения скольжения между срезаемым слоем и передней поверхностью режущей кромки зуба. Задний угол α минимизирует образование нароста и налипа-

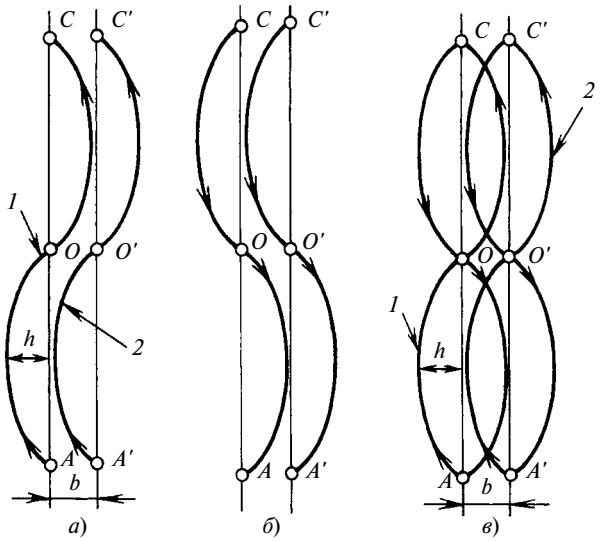


Рис. 3. Траектории режущих кромок зуба

ОРГАНИЗАЦИЯ И ЭКОНОМИКА ПРОИЗВОДСТВА

УДК 621.315:621.01/.03

В. Е. БОЛНОКИН, Е. Н. ИВАШОВ, доктора технических наук, М. П. КНЯЗЕВА, К. Д. ФЕДОТОВ (Московский институт электроники и математики национального исследовательского университета "Высшая школа экономики"), e-mail: eivashov@hse.ru

Иерархическая структура технического моделирования с учетом экономических факторов

Рассмотрены требования к стоимости научно-технического продукта, разрабатываемого для создания образцов. Представлена иерархическая структура технико-экономического проектирования для использования при реализации процесса адаптивного поведения хозяйственных субъектов по схеме "спрос—предложение".

Ключевые слова: иерархическая структура, техническое моделирование, научно-технический продукт, адаптивное поведение, паутинообразная модель, экономические факторы.

The requirements to the cost of scientific-technical product, designed for prototype job, are considered. The hierarchical structure of engineering-and-economical design for application at implementation of process of adaptive behavior of economic agents on supply—demand scheme is presented.

Keywords: hierarchical structure; engineering simulation; scientific-technical product; adaptive behavior; cobweb model; economical factors.

Ограничения по стоимости научно-технического продукта (НТП) определяют стоимость создания образца, превышение которой указывает на нецелесообразность выполнения этих работ. Стоимость НТП складывается из стоимости научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ (НИОКР), используемых материалов, топлива, энергии, основных фондов, трудовых ресурсов и других затрат, необходимых для выполнения соответствующих работ [1].

Стоимость НТП определяется формулой $C_{НТП} = C_м + C_{зп} + C_д + C_{с.п}$, где $C_м$ — материальные затраты при разработке образца; $C_{зп}$ — оплата труда; $C_д$ — дополнительные затраты; $C_{с.п}$ — стоимость работ, выполняемых сторонними предприятиями.

Стоимости НТП можно определять различными методами: альтернативным, предельно-результативным, интегральным, аналоговым, агрегатным.

При расчете стоимости НТП альтернативным методом главным критерием является соизмеримость пред-

(Окончание статьи. Начало см. на стр. 83)

ние обрабатываемого материала на режущие кромки. Исключается скольжение между обработанной поверхностью и фрезой, что повышает стойкость инструмента и производительность обработки.

При данной обработке в работе одновременно находятся все режущие кромки зубьев, благодаря чему процесс резания имеет равномерный характер, что исключает вибрации. Это в свою очередь значительно улучшает такие показатели качества обработки, как отклонение от плоскости и параметры шероховатости поверхности даже при обработке очень вязких материалов, сложнолегированных и жаростойких сплавов, титана и его сплавов.

Кроме того, уменьшается деформация обрабатываемого материала, так как направления главного движения и подачи совпадают, обеспечивается высокая стабильная скорость вращения фрезы. Площадь контакта инструмента со стружкой можно регулировать, изменяя угол φ.

Таким образом, фреза новой конструкции снижает энергоемкость процесса резания, увеличивает производительность обработки, улучшает качества обработанной поверхности и характеризуется высоким периодом стойкости.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Суннатов Б. М., Суннатов Б. М.** Пластические деформации в срезаемом слое при ротационной обработке металлов // VII междунар. науч.-прак. конф. "Новейшие научные достижения". София. 2011. С. 26—29.

2. **Ходжибергенов Д. Т.** Влияние режимов резания на поперечную усадку стружки при многолезвийной ротационной обработке // Техника машиностроения. 2011. № 77. С. 13—16.

3. **mww.coromant@sandvik.com.**

4. **Ходжибергенов Д. Т.** Особенности режуще-упрочняющего инструмента // Тяжелое машиностроение. 2013. № 3. С. 38—41.

5. **Ходжибергенов Д. Т.** Перспективные подходы к обработке материалов резанием // Машиностроитель. 2012. № 4. С. 37—42.

6. **Ходжибергенов Д. Т.** Исследование угла сдвига при ротационной обработке // Обработка металлов. 2012. № 5 (55). С. 22—27.

7. **Суннатов Б. М., Ходжибергенов Д. Т.** Особенности многолезвийного ротационного режущего инструмента // VII междунар. науч.-практ. конф. Польша. 2011. С. 22—27.

полагаемых затрат, необходимых при его создании, с затратами, требующимися для усовершенствования уже существующих аналогичных продуктов. При этом обязательным является совпадение множеств выполняемых ими задач. Для этого необходимо проанализировать возможности нового продукта [1].

При установлении стоимости НТП разными методами используют разные определяющие критерии:

при предельно результативном методе критерием являются затраты на разработку и изготовление образцов, которые определяются по статистическим данным;

при интегральном методе ассигнования на разработку с учетом закупок установленного числа образцов не должны превышать суммарные лимиты ассигнования;

при аналоговом методе полная стоимость разработки образца должна соответствовать уровню затрат на разработку его аналога с учетом отличия применяемой элементной базы и условий работы;

при агрегатном методе стоимость разработки образца не должна превышать предельную суммарную стоимость эскизного и технического проектирований, разработки конструкторской документации, изготовления и отладки опытного образца.

Предельную стоимость на математическое обеспечение (МО) определяют по формуле

$$C_{МО} = C_к N_{ор} + C_к \left(\frac{100 - \sum_{i=1}^{n} X_i}{100} \right) N_з,$$

где $C_к$ — стоимость разработки одной команды, определенная по нормам на трудозатраты в соответствии с установленным на предприятии порядком; $N_{ор}$ — число разрабатываемых оригинальных команд; $N_з$ — число заимствованных команд; n — число этапов разработки МО, предшествующих этапу, на котором происходит заимствование программного обеспечения [1]; X_i — коэффициент, определяемый этапом разработки программ: техническое задание — 5; блок-схема — 10; программирование — 15; транслятор — 3; автономная отладка — 24; комплексная отладка — 25; стыковка программ — 2; документирование — 6; опытная эксплуатация — 8; корректировка — 2.

В общем виде иерархическую структуру технико-экономического проектирования можно представить следующим образом:

$$\mathrm{extr}F(X, F) = \left\{ \left\{ \left\{ \left\{ f_{j_i, j_{i-1}}^{k_{ji}} (X_{j_i, j_{i-1}}), \varphi_{j_{i-1}, j_{i-2}}^{l_{j_{i-1}}} (X_{j_i, j_{i-1}}, \right.\right.\right.\right.$$

$$\left. X_{j_{i-1}, j_{i-2}}, Y_{j_{i-1}, j_{i-2}}), k_{j_i} = 1, ..., K_{j_i}, l_{j_{i-1}} = 1, ..., L_{j_{i-1}} \right\}$$

$$\left. j_i = 1, ..., M_{i, j_{i-1}} \right\} j_{i-1} = 1, ..., M_{i-1} \Big\} i = 1, ..., I \Big\};$$

$$G(X, Y) \leqslant B, \; C_{j_{i-1}} (X_{j_i, j_{i-1}}, X_{j_{i-1}, j_{i-2}}, Y_{j_{i-1}, j_{i-2}}) \leqslant B_{j_{i-1}};$$

$$\left\{ G_{j_i, j_{i-1}} (X_{j_i, j_{i-1}}) \leq B_{j_i, j_{i-1}}, j_i = 1, ..., M_{i, j_{i-1}} \right\}$$

$$j_{i-1} = 1, ..., M_{i-1};$$

$$X_{j_i, j_{i-1}} \subset X_{j_{i-1}} \subset X, \quad j_i = 1, ..., M_{i, j_{i-1}, j-1} = 1, ..., M_{i-1};$$

$$X_{j_i, j_{i-1}} = \varphi_{j_i, j_{i-1}} (X_{j_{i-1}}), \; X_{j_{i-1}, j_{i-2}} \cap Y_{j_{i-1}, j_{i-2}} = \varnothing.$$

Здесь i — индекс уровня ЛПР (индекс уровня модели); I — множество индексов уровней моделей; j_i — индекс модели i-го уровня; M_i — множество индексов моделей i-го уровня; j_i, j_{i-1} — индекс модели i-го уровня, подчиненной j_{i-1}-й модели $(i-1)$-го уровня; X — множество всех переменных всех моделей; Y — множество агрегатных состояний; $X_{j_{i-1}}$ — множество переменных моделей i-го уровня, подчиненных j_{i-1}-й модели $(i-1)$-го уровня; $X_{j_i, j_{i-1}}$ — вектор переменных j_i-й модели i-го уровня, подчиненной j_{i-1}-й модели $(i-1)$-го уровня; $X_{j_{i-1}, j_{i-2}}$ — вектор переменных j_{i-1}-й модели $(i-1)$-го уровня, подчиненной j_{i-2}-й модели $(i-1)$-го уровня; $Y_{j_{i-1}, j_{i-2}}$ — множество переменных j_{i-1}-й модели $(i-1)$-го уровня, не принадлежащих множеству X; $f_{j_i, j_{i-1}}^{k_{j_i}}$ — k_{j_i}-й показатель выбора моделей i-го уровня, подчиненных j_{i-1}-й модели $(i-1)$-го уровня; K_{j_i} — множество индексов показателей выбора моделей i-го уровня, подчиненных j_{i-1}-й модели $(i-1)$-го уровня; $\varphi_{j_{i-1}, j_{i-1}}^{l_{j_{i-1}}}$ — $l_{j_{i-1}}$-й показатель выбора j_{i-1}-й модели $(i-1)$-го уровня, не принадлежащий множеству показателей моделей i-го уровня; L_{j_i} — множество индексов таких показателей; $G(X, Y)$ — общие ограничения для всех моделей; $G_{j_i, j_{i-1}} (X_{j_i, j_{i-1}})$ — ограничения на модели i-го уровня, подчиненные j_{i-1}-й модели $(i-1)$-го уровня; $G_{j_{i-1}} (X_{j_i, j_{i-1}}, X_{j_{i-1}, j_{i-2}}, Y_{j_{i-1}, j_{i-2}})$ — ограничения на j_{i-1}-ю модель $(i-1)$-го уровня.

Отметим некоторые соотношения между введенными понятиями:

$$M_{i, j_{i-1}} \in M_i, \; \bigcup_{j_{i-1}}^{M_{i-1}} M_{i, j_{i-1}} = M_i, \; M_{i-1} = M_{i-1, j_{i-2}};$$

$$X_{j_{i-1}} = \bigcup_{j_i} X_{j_i, j_{i-1}};$$

$$\left\{ f_{j_{i-1}, j_{i-2}}^{k_{j_{i-1}}} \right\} = \left\{ f_{j_i, j_{i-1}}^{k_{j_i}} \right\} \cup \left\{ \varphi_{j_{i-1}, j_{i-2}}^{l_{j_{i-1}}} \right\}.$$

Одноуровневая и двухуровневая модели являются частными случаями построенной иерархической модели [2].

Одноуровневая модель принятия решений соответствует одному ЛПР (локальный выбор эффективных реше-

ний), которая из общей модели получается фиксированием индекса j_i:

$$\text{extr}\left\{ F_{j_i, j_{i-1}}(X_{j_i, j_{i-1}}) = \left\{ f^{k_{j_i}}_{j_i, j_{i-1}}(X_{j_i, j_{i-1}}) \right\} \right.$$

$$\left. k_{ji} = 1, \ldots, K_{j_i, j_{i-1}} \right\};$$

$$G(X, Y) \leqslant B, \; G_{j_i, j_{i-1}}(X_{j_i, j_{i-1}}) \leqslant B_{j_i, j_{i-1}}.$$

Двухуровневая модель получается из общей модели, фиксированием индекса некоторой модели $(i-1)$-го уровня при рассмотрении всех подчиненных ей моделей. В этом случае имеем следующее формальное представление [2]:

$$\text{extr} F(X, Y) = \text{extr} F_{j_{i-1}}(X, Y) = \left\{ \left\{ f^{k_{j_i}}_{j_i, j_{i-1}}(X_{j_i, j_{i-1}}), \right.\right.$$

$$\varphi^{l_{j_{i-1}}}_{j_{i-1}, j_{i-2}}(X_{j_i, j_{i-1}}, X_{j_{i-1}, j_{i-2}}, Y_{j_{i-1}, j_{i-2}}), \; k_{j_i} = 1, \ldots, K_{j_i},$$

$$\left. \left. l_{j_{i-1}} = 1, \ldots, L_{j_{i-1}} \right\} j_i = 1, \ldots, M_{i, j_{i-1}} \right\};$$

$$G(X, Y) \leqslant B, \; C_{j_{i-1}}(X_{j_i, j_{i-1}}, X_{j_{i-1}, j_{i-2}}, Y_{j_{i-1}, j_{i-2}}) \leqslant B_{j_{i-1}};$$

$$\{ G_{j_i, j_{i-1}}(X_{j_i, j_{i-1}}) \leqslant B_{j_i, j_{i-1}}, j_i = 1, \ldots, M_{i, j_{i-1}} \};$$

$$X_{j_i, j_{i-1}} = \varphi_{j_i, j_{i-1}}(X_{j_{i-1}}).$$

Предложенную иерархическую структуру технико-экономического проектирования можно использовать при реализации процесса адаптивного поведения хозяйственных субъектов по схеме "спрос—предложение".

Наиболее известным примером основных предположений по адаптивному поведению хозяйственных субъектов является паутинообразная модель рыночного равновесия, реализующая процесс "нащупывания" равновесной цены [3]. Эта динамическая модель получена из статической модели спроса и предложения.

Предположим, что предложение S реагирует на изменение цены p с лагом в один период, в то время как спрос D определяется ценой и обе эти зависимости линейны: $D_t = a + bp_t$; $S_t = a_t + b_t p_{t-1}$.

Возникает вопрос, почему предложение ведет себя подобным образом?

Во-первых, модель относится к продукции, которая не производится мгновенно — требуется фиксированный промежуток времени, совпадающий по величине с дискретном времени.

Решающим ограничением является то, что производители считают, что цена, установленная в начале периода, не изменится за все время периода и является основой для выбора объемов производства в следующем периоде.

Существенным предположением модели является очистка рынка. В каждом периоде рынок устанавливает такую цену, при которой спрос поглощает весь объем предложения, т. е. нет поставщиков с непроданным товаром и потребителей с неудовлетворенным спросом. Следовательно, можно записать: $D_t = S_t$, $bp_t - b_1 p_{t-1} = a_1 - a$. Тогда общее решение соответствующего однородного уравнения имеет вид: $A(b_1/b)^t$, а частное решение: $p_e = (a_1 - a)/(b - b_1)$. Предположим, что p_0 известно, тогда $A = p_0 - p_e$ и общее решение имеет вид:

$$P_t = (p_0 - p_e)(b_1/b)^t + p_e. \quad (1)$$

В этом случае частное решение получает экономическую интерпретацию статической цены равновесия. Из уравнения (1) видно, что если начальное значение цены p_e установлено, то $p_t = p_e$, т. е. цена фиксируется на уровне p_e (естественно, что никакие экзогенные возмущения не возникают). Это означает, что наблюдается статическое равновесие.

Другой способ проверить это утверждение — проанализировать поведение цены в соответствии с уравнением (1).

Как правило, график спроса имеет отрицательный угол наклона ($b \leq 0$), а предложения — положительный. Таким образом, $b_1/b \leq 0$ и цена будет колебаться вокруг своего равновесного значения. Эти периодические колебания могут осуществляться с постоянно увеличивающимся или уменьшающимся периодом в зависимости от соотношения $|b_1| \Leftrightarrow |b|$ (символ $\Leftrightarrow$ означает меньше, равно или больше), т. е. в зависимости от того, превосходит ли угол наклона кривой спроса угол наклона кривой предложения.

Как видно из уравнения (1), условие стабильности, при котором цена сходится (не важно каким образом) к равновесному значению, в любом случае $|b_1/b| \leqslant 1$, т. е. $|b_1| \leq |b|$.

В паутинообразной модели точка равновесия стабильна, если угол наклона кривой спроса больше, чем угол наклона кривой предложения.

Эта теорема описывает лишь стабильность паутинообразной классической модели, но не гарантирует того, что для модели, содержащей некоторые дополнительные условия, условия стабильности останутся теми же.

Рассуждения, опирающиеся на предположения о неизменности уровня рыночных цен, используемые для планирования уровня продаж, на практике, как правило, оказываются неправомерными. Способ совершенствования паутинообразной модели — использование адаптивных ожиданий [4]. Планы, которые принимаются в каждый данный период, зависят не только от текущих цен, но и от ожидания будущих цен. Эти ожидания будем толковать, как правило, однозначно и жестко, полагая, что у каждого индивида складываются определенные представления о том, какой будет цена товара в том или ином периоде. Разумеется, такое предположение чрезвычайно жестко. В действительности оно неправомерно по двум причинам.

Во-первых, ожидания людей зачастую не связаны с условиями рынка (например с изменениями спроса). Это может быть справедливым для условий монополии, так что предположение о существовании точных ценовых ожиданий служит только частичным выражением посылки о совершенной конкуренции, которой мы придерживались в ходе всего исследования.

Во-вторых, у людей вряд ли вообще могут сформироваться точные ожидания, что еще важнее. Они не пред-

полагают, что цена, по которой можно будет продавать определенную продукцию, в будущем окажется высокой, считая, что, вероятнее всего, установится определенная цена (или несколько цен), от которой однако возможны отклонения в той или иной степени. Появляется затруднение, к которому следует относиться очень серьезно.

При обсуждении вопроса о том, чем определяется принимаемый в итоге план, следует представить, что данный индивид выбирает между разными линиями поведения, которые приводят к определенному результату с неодинаковой вероятностью. Если даже самая вероятная из ожидаемых в будущем в каком-либо периоде цена сохраняется неизменной, готовность индивида принять план, согласно которому в этом периоде должна быть совершена продажа или покупка, может оказаться под сомнением. Например, он потеряет уверенность в том, что цена все-таки установится на предполагаемом уровне, если увеличится разброс ее возможных значений. Можно полагать, что увеличение этого разброса приведет к уменьшению готовности индивида разрабатывать планы, в соответствии с которыми в определенном периоде должны совершаться продажи или покупки.

Если это так, то увеличение разброса в значениях цены приведет к таким же последствиям, что и снижение ожидаемой цены в случаях, когда индивид планирует продажу, или повышение ожидаемой цены в случаях, когда он планирует покупку. Обсуждая все проблемы, связанные с факторами, определяющими планы при необходимости допустить неопределенность ожиданий, следует считать самое вероятное значение цены не репрезентативной ожидаемой ценой, а суммой наиболее вероятных цен плюс-минус поправка на неопределенность ожиданий (или на риск): $p_t^e - p_{t-1}^e = \beta(p_{t-1} - p_{t-1}^e)$, где $\beta < 1$.

Предположим формально, что ожидается установление тех или иных точных цен, т. е. у людей формируются точные ценовые ожидания. Но будем готовы к тому, чтобы интерпретировать эти определенные ожидания как особые величины, которые наилучшим образом отражают условия неопределенности действительных ожиданий.

Запишем: разностное уравнение $p_t^e - (1 - \beta)p_{t-1}^e = \beta p_{t-1}$; общее решение соответствующего однородного уравнения $P_t^e = A(1 - \beta)^t$ и соответствующее частное решение $p_t^e = \beta \sum_{i=0}^{\infty} (1 - \beta)^i p_{t-1-i}$.

Общее решение первого уравнения имеет вид: $p_t^e = A(1 - \beta)^t + \beta \sum_{i=0}^{\infty} (1 - \beta)^t p_{t-1-i}$, где величиной $A(1 - \beta)^t$ можно пренебречь для существенно больших t. Это означает, что ожидаемая цена представляет собой средневзвешенную величину с убывающими во времени весами всех наблюдавшихся цен.

Так как $S_t = a_1 + b_1 p_t^e$, $S_{t-1} = a_1 + b_1 p_{t-1}^e$, то $p_t^e = (S_t - a_1)/b_1$, $p_{t-1}^e = (S_{t-1} - a_1)/b_1$, тогда получим: $(S_t - a_1)/b_1 = (1 - \beta)(S_{t-1} - a_1)/b_1 + \beta p_{t-1}$, откуда $S_t = (1 - \beta)S_{t-1} + a_1^\beta + b_1^\beta p_{t-1}$.

Поскольку $D_t = S_t$ для всех t по условию, а в $D_t = a + bp_t$, то вместо S_t и S_{t-1} можно подставить $a + bp_t$ и $a + bp_{t-1}$, следовательно, получим:

$$p_t - [(b_1/b - 1)\beta + 1]p_{t-1} = (a_1 - a)\beta/b.$$

Частное решение последнего уравнения — цена равновесия. Общее решение соответствующего однородного уравнения: $p_t = A[(b_1/b - 1)\beta + 1]$.

Таким образом, общее решение: $p_t = A[(b_1/b - 1)\beta + 1] + p_e$, где $A = p_0 - p_e$ — начальное отклонение.

Условие стабильности: $|(b_1/b - 1)\beta + 1| \le 1$, т. е. $-1 \le (b_1/b - 1)\beta + 1 \le 1$, $-2 \le (b_1/b - 1)\beta \le 0$, получим: $1 - 2/\beta \le b_1/b \le 1$.

Если учесть первоначальное условие стабильности теоремы о рыночном равновесии $|b_1/b| \leqslant 1$, получим:

$$-1 \le b_1/b \le 1. \qquad (2)$$

Так как имеем $0 \le \beta \le 1$, то получим: $2/\beta \le 2$.

Таким образом, имеем:

$$1 - 2/\beta \le -1. \qquad (3)$$

Следовательно, неравенство (2) менее строгое, чем неравенство (3). Поэтому использование адаптивных ожиданий делает модель более стабильной. Применение адаптивных ожиданий является одним из классических приемов стабилизации траектории динамической системы. Однако важен и тот факт, что не все динамические системы одинаково реагируют на введение этой стратегии управления. Известны случаи, когда адаптивные ожидания оказывались недостаточно рациональными для совершенствования механизмов управления и приводили к обратному результату — снижению стабильности в результате сужения интервалов.

Таким образом, введение адаптивных ожиданий в паутинообразную модель рынка является недостаточно эффективным, так как это не всегда может адекватно отобразить процесс установления равновесной цены. Наиболее удачным приемом повышения степени адекватности этой модели является введение в нее генетических алгоритмов [5].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Смирнов С. А.** Оценка интеллектуальной собственности: М.: Финансы и статистика, 2002. 352 с.
2. **Системный** анализ: Проектирование, оптимизация и приложения / А. Н. Антамошкин, М. Воловик, В. Ганженко. Т. 2. Красноярск: Сибирская аэрокосмическая академия, 1996. 290 с.
3. **Акофф Р. Л., Сасиени М.** Основы исследования операций / Под ред. И. А. Ушакова. М.: Мир, 1971. 203 с.
4. **Разумихин Б. С.** Физические модели и методы теории равновесия в программировании и экономике. М.: Наука, 1975. 304 с.
5. **Болнокин В. Е., Хо Д. Лок.** Адаптивное управление на базе нечетких регуляторов и нейросетевой технологии. Воронеж: Научная книга, 2012. 280 с.