ВЕСТНИК машиностроения

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ И ПРОИЗВОДСТВЕННЫЙ ЖУРНАЛ

2

2015

ИЗДАЕТСЯ С НОЯБРЯ 1921 ГОДА

Журнал входит в перечень утвержденных ВАК РФ изданий для публикации трудов соискателей ученых степеней

Журнал переводится на английский язык, переиздается и распространяется во всем мире фирмой "Аллертон Пресс" (США)

ООО «Издательство Машиностроение»
107076, Москва, Стромынский пер., 4

Адрес редакции:
107076, Москва,
Колодезный пер., д. 2А.
Телефон: 8-(495)-661-38-80.
E-mail: vestmash@mashin.ru
www.mashin.ru

Журнал зарегистрирован 19 апреля 2002 г. за № 77-12421 в Комитете Российской Федерации по печати
Учредитель: А.И. Савкин

Индексы: **70120** ("Роспечать"),
27841 ("Пресса России"),
60264 ("Почта России")

Цена свободная

Отпечатано в ООО "Канцлер",
150008, г. Ярославль, ул. Клубная, д. 4, кв. 49.
Оригинал-макет: ООО «Адвансед солюшнз».
119071, г. Москва, Ленинский пр-т, д. 19, стр. 1.
Сайт: **www.aov.ru**

Главный редактор А.И. САВКИН

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Алешин Н.П., д-р техн. наук, акад. РАН, **Братухин А.Г.,** д-р техн. наук, **Воронцов А.Л.,** д-р техн. наук, **Гусейнов А.Г.,** д-р техн. наук, **Дмитриев А.М.,** д-р техн. наук, член-корр. РАН (председатель секции обработки материалов без снятия стружки), **Драгунов Ю.Г.,** д-р техн. наук, член-корр. РАН, **Древаль А.Е.,** д-р техн. наук (председатель секции технологии машиностроения), **Кутин А.А.,** д-р техн. наук, **Омельченко И.Н.,** д-р техн. и экон. наук (председатель секции организации и экономики производства), **Кузин В.В.,** д-р техн. наук, **Попов Д.Н.,** д-р техн. наук, **Попов А.В.,** д-р техн. наук, **Рыбин В.В.,** д-р техн. наук, член-корр. РАН, **Салтыков М.А.,** д-р техн. наук, **Трегубов Г.П.,** д-р техн. наук, **Скугаревская Н.В.** (ответственный секретарь)

СОДЕРЖАНИЕ

КОНСТРУИРОВАНИЕ, РАСЧЕТ, ИСПЫТАНИЯ И НАДЕЖНОСТЬ МАШИН

Гордеев Б. А., Охулков С. Н., Плехов А. С., Бугайский В. В., Горсков В. П. — Частотный метод измерения крутящего момента вращающихся валов 3

Джомартов А. А. — Моделирование динамики боевого механизма бесчелночного ткацкого станка с помощью программного комплекса SimulationX 8

Черняков А. А., Даршт Я. А. — Характеристика регулирования подачи аксиально-плунжерного насоса 11

Балакин П. Д., Згонник И. П. — Исследование динамики адаптивного автовариатора . . 15

Нахатакян Ф. Г. — Податливость роликовых подшипников 19

Ишин Н. Н., Гоман А. М., Скороходов А. С., Гаврилов С. А. — Прогнозирование остаточного ресурса планетарных редукторов 21

Бетковский Ю. Я. — Построение матриц масс и жесткостей цельноповоротных конструкций по результатам частотных испытаний 26

Дильман В. Л., Карпета Т. В. — Анализ прочности неоднородных сварных швов стержней арматуры 29

Клочков Ю. В., Николаев А. П., Вахнина О. В. — Совершенствование расчетов тонких оболочек вращения на основе высокоточного треугольного конечного элемента дискретизации с корректирующими множителями Лагранжа 33

Бурьян Ю. А., Сорокин В. Н., Галуза Ю. Ф., Поляков С. Н. — Активная система виброизоляции с экстремальным регулятором 37

Гусев А. С., Щербаков В. И. — Расчет усталостной долговечности конструкции при плоском напряженном состоянии и случайном нагружении 40

Цикл статей
"Проблемы трибологии — трения, изнашивания и смазки"

Дроздов Ю. Н., Маленко И. П., Маленко П. И. — Исследование резонансных процессов в поверхностных слоях пар трения скольжения со смазочным материалом, вызванных термическими ударами 44

Седакова Е. Б., Козырев Ю. П. — Теоретический и экспериментальный анализы эффекта повышения износостойкости политетрафторэтилена при его наполнении дисперсными частицами 52

Легаев В. П., Клименков Ю. С. — Распределения давления в зазорах аэростатических опор радиального и осевого действия 56

ТЕХНОЛОГИЯ МАШИНОСТРОЕНИЯ

Николенко С. В., Сюй Н. А., Карпович Н. Ф., Макаревич К. С., Чигрин П. Г., Метлицкая Л. П. — Исследование физико-химических свойств модифицированного поверхностного слоя стали Х12Ф1 после электроискрового легирования вольфрамсодержащими электродными материалами с добавками минерального сырья 59

Николаенко А. А. — Термодинамическая модель скоростного точения 63

Барботько А. И., Разумов М. С., Пыхтин А. И., Понкратов П. А. — Аналитическое определение формы режущей кромки профильного долбежного инструмента 67

Серия статей
"Проблемы теории и практики резания материалов"

Заславский И. Я. — Теплопроводность резца и температура в зоне резания 70

Кузнецов А. П. — Структуры процессов и оборудования для обработки резанием. Часть 1. Энергоинформационная модель структуры процессов обработки 73

Обработка материалов без снятия стружки

Чумаченко Е. Н., Корзо В. Н., Степаненкова Л. П. — Экспресс-расчет основных параметров штамповки длинномерных поковок 84

CONTENTS

DESIGN, CALCULATION, TESTS AND RELIABILITY OF MACHINES

Gordeev B. A., Okhulkov S. N., Plekhov A. S., Bugayskiy V. V., Gorskov V. P. — Frequency method of measuring of torque moment of rotating shafts

Dzhomartov A. A. — Modeling of dynamics of picking mechanism of shuttleless loom using SimulationX software

Chernyakov A. A., Darsht Ya. A. — Characteristics of feed control of axial piston pump

Balakin P. D., Zgonnik I. P. — Research of dynamics of adaptive autovariator

Nakhatakyan F. G. — Flexibility of roller bearings

Ishin N. N., Goman A. M., Skorokhodov A. S., Gavrilov S. A. — Forecasting of residual life of epicyclic gearboxes

Betkovskiy Yu. Ya. — Construction of mass and stiffness matrixes of all-moving structures based on frequency testing results

Dil'man V. L., Karpeta T. V. — Strength analysis of nonuniform welded joints of bars

Klochkov Yu. V., Nikolaev A. P., Vakhnina O. V. — Improvement of analyses of thin shells of revolution on the base of high accuracy triangle finite discretization element with correcting the Lagrange multipliers

Bur'yan Yu. A., Sorokin V. N., Galuza Yu. F., Polyakov S. N. — Active vibration isolation system with extremal regulator

Gusev A. S., Shcherbakov V. I. — Analysis of fatigue life of structure at plane stresses state and stochastic loading

A series of articles
"Problems of tribology — friction, wearing away and lubrication"

Drozdov Yu. N., Malenko I. P., Malenko P. I. — Research of resonance processes in surface layers of sliding friction pairs with lubricant, caused by thermal impacts

Sedakova E. B., Kozyrev Yu. P. — Theoretical and experimental analyses of the effect of wear resistance increase of polytetrafluoroethylene at its filling by disperse particles

Legaev V. P., Klimenkov Yu. S. — Distribution of pressure in gaps of aerostatic bearing of radial and thrust action of boring machine

MANUFACTURING ENGINEERING

Nikolenko S. V., Syui N. A., Karpovich N. F., Makarevich K. S., Chigrin P. G., Metlitskaya L. P. — Research of physicochemical properties of modified surface layer of "Xl2Ф1" steel after electrospark alloying by tungsten-containing electrode materials with mineral additives

Nikolaenko A. A. — Thermodynamic model of high-speed turning

Barbot'ko A. I., Razumov M. S., Pykhtin A. I., Ponkratov P. A. — Analytical determination of cutting edge shape of profile mortising tool

A series of articles
"Problems of theory and practice of materials cutting"

Zaslavskiy I. Ya. — Cutter heat conduction and temperature in cutting zone

Kuznetsov A. P. — Structures of processes and equipment for cutting processing. Part 1. Energy informational model of structure of manufacturing processes

Chipless processing of materials

Chumachenko E. N., Korzo V. N., Stepanenkova L. P. — Express-analysis of general parameters of forging of long forged pieces

Технический редактор *Т. А. Шацкая*
Корректор *Т. В. Пчелкина*

Сдано в набор 05.12.2014. Подписано в печать 14.01.2015.
Формат 60 × 88 1/8. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 10,78.

Перепечатка материалов из журнала "Вестник машиностроения" возможна при обязательном письменном согласовании с редакцией журнала; ссылка на журнал при перепечатке обязательна.
За содержание рекламных материалов ответственность несет рекламодатель.

© ООО "Издательство Машиностроение", "Вестник машиностроения", 2015

КОНСТРУИРОВАНИЕ, РАСЧЕТ, ИСПЫТАНИЯ И НАДЕЖНОСТЬ МАШИН

УДК 621.752.3

Б. А. ГОРДЕЕВ, д-р техн. наук, С. Н. ОХУЛКОВ, канд. физ.-мат, наук (Ин-т проблем машиностроения РАН, г. Нижний Новгород), А. С. ПЛЕХОВ, канд. техн. наук (Нижегородский ГТУ), В. В. БУГАЙСКИЙ (ИПМ РАН), В. П. ГОРСКОВ (Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет), e-mail: vibro@mts-nn.ru

Частотный метод измерения крутящего момента вращающихся валов*

Рассмотрен метод измерения крутящего момента упругих валов на основе нового диагностического признака — частоты биений, выделенной с помощью широкополосной частотной модуляции высокочастотных генераторов качающейся частоты.

Ключевые слова: упругий вал, крутящий момент, крутильные колебания, деформация кручения, широкополосная частотная модуляция, генератор качающейся частоты, биение, частотный детектор.

The method of measuring of torque moment of elastic shafts on the base of new diagnostic character — whipping frequency, obtained using broadband frequency modulation of high-frequency generators of swept frequency is considered.

Keywords: elastic shaft, torque moment, torsional vibrations, torsional strain, broadband frequency modulation, swept frequency generator, whipping, frequency detector.

Существующие методы и средства для измерения малых крутящих моментов валов машин разного назначения в большинстве своем предназначены для технических систем определенного класса [1, 2]. Например, для определения крутящего момента по углу закручивания шнековых валов применяют метод измерения фазовых сдвигов между опорным и отраженным от вала ультразвуковыми сигналами.

Предлагаемый метод измерения крутящего момента упругих валов основан на определении деформации кручения с помощью широкополосной частотной модуляции (ЧМ).

Для измерения крутящего момента $M_{кр}$ по деформации кручения вала используют торсионные динамометры [1, 4—6], которые фиксируют угол $\Delta\varphi$ закручивания вала — угол относительного поворота двух сечений вала, находящихся друг от друга на расстоянии H. Этот угол определяется выражением [7, 8]

$$\Delta\varphi = \frac{H}{GJ_p} M_{кр}, \qquad (1)$$

где G — модуль сдвига материала вала; J_p — полярный момент сечения вала.

Для сплошного круглого вала диаметром d формула (1) имеет вид [7, 8]:

$$\Delta\varphi = \frac{32H}{\pi d^4 G} M_{кр}.$$

Следовательно, в пределах упругих деформаций угол закручивания вала пропорционален приложенному к валу крутящему моменту. Принято, что наибольший угол закручивания вала ограничивается допустимым касательным напряжением τ в поверхностном слое вала:

$$\tau = 16M_{кр}/(\pi d^3). \qquad (2)$$

С учетом формулы (2) угол закручивания вала имеет вид:

$$\Delta\varphi = 2H\tau/(Gd). \qquad (3)$$

Учитывая, что угол закручивания вала составляет $\Delta\varphi = \Omega_{вр} t_з$, где $\Omega_{вр}$ — угловая скорость вала; $t_з$ — время задержки одного сечения вала относительно другого, расположенного на расстоянии H, выражение (3) представим как

$$\Omega_{вр} t_з = 2\tau H/(Gd).$$

* Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства образования и науки России № 8.2668.2014/К.

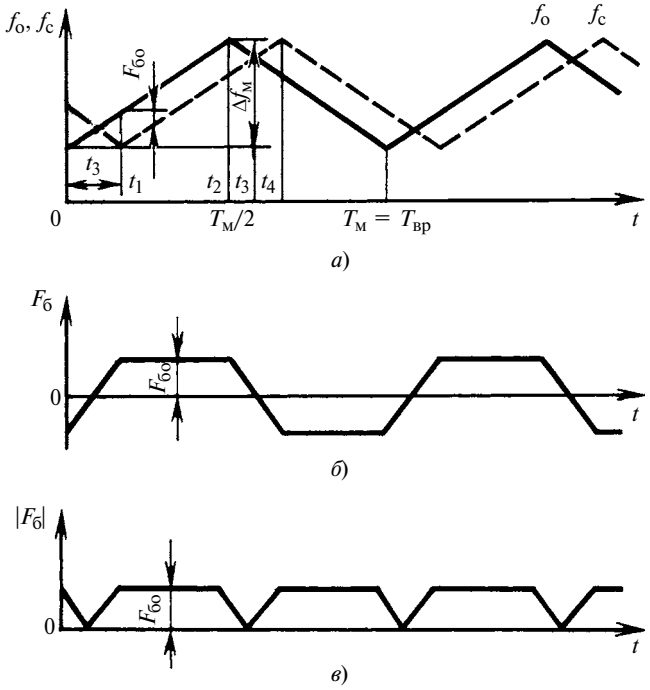


Рис. 1. Изменение во времени частот опорного (f_o) и смещенного (f_c) частотно-модулированных сигналов (*а*) и частоты $F_б$ (*б*, *в*) биений в измерителе крутящего момента на низкой или нулевой промежуточной частоте [5, 6]

Тогда

$$t_з = 2\tau H/(\Omega_{вр} G d). \qquad (4)$$

Установлено, что при частотном методе измерения крутящего момента вращающихся валов [1] закручивание вала приводит к сдвигу во времени опорной (f_o) и смещенной (f_c) частот сигналов высокочастотных генераторов качающейся частоты (ГКЧ), симметричные пилообразные законы изменения которых представлены на рис. 1, *а*.

В измерителе крутящего момента используется симметричный линейный закон периодической модуляции частоты ГКЧ [7, 10]. Заметим, что на рис. 1 масштаб не выдержан, так как всегда средняя частота $f_o \gg \Delta f_м$, где $\Delta f_м = 20 \div 50$ МГц — девиация частоты.

Частота смещенного во времени сигнала под действием крутящего момента изменяется таким же образом, как и частота f_o опорного сигнала, но со сдвигом на время запаздывания $t_з = \Delta\varphi/\Omega_{вр}$ относительно частоты f_o (рис. 1, *а*).

В результате смещения колебаний ГКЧ возникают биения.

Изменение частоты генераторов ГКЧ согласно рис. 1, *а* составляет

$$F_б = t_з \mathrm{tg}\alpha = t_з \frac{\mathrm{d}f_o}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}f_o/\mathrm{d}t}{\Omega_{вр}} \Delta\varphi, \qquad (5)$$

т. е. пропорционально углу $\Delta\varphi$ закручивания вращающегося вала при деформации кручения [7—9].

Измерение частотного сдвига в измерителе крутящего момента основано на сравнении частоты опорного сигнала от ГКЧ1 (рис. 2) и частоты смещенного сигнала от ГКЧ2. На выходе смесителя выделяется нулевая разностная частота $F_{б0}$.

Измеритель крутящего момента на нулевой промежуточной частоте

Измеритель с низкой или нулевой промежуточной частотой реализован следующим образом (см. рис. 2) [7, 9].

С помощью разнесенных вдоль вала фотоэлектрических (или индуктивных) датчиков 1 и 2 частоты вращения вала синхронно и синфазно снимают с вращающегося вала два сдвинутых по фазе

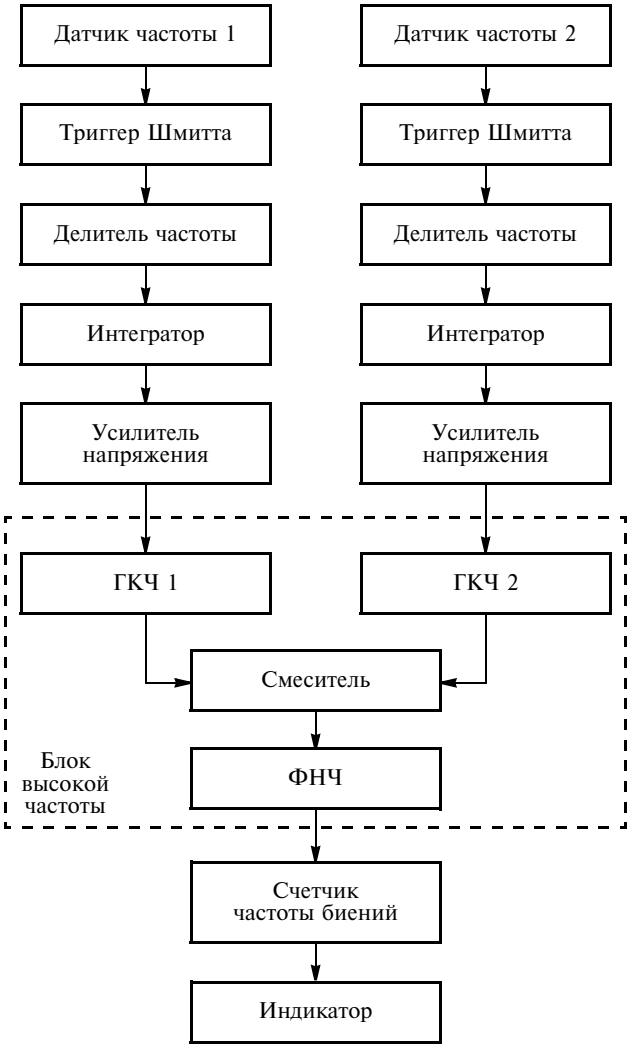


Рис. 2. Структура устройства для измерения крутящего момента на низкой или нулевой промежуточной частоте [7]

сигнала с частотой, пропорциональной частоте вращения вала. При этом следует уточнить, что использование терминов *синхронность* и *синфазность* относительно сигналов с датчиков правомерно только при постоянном торсионном моменте на валу, так как в противном случае синхронность и синфазность нарушаются.

Пройдя через триггеры Шмитта — делители частоты, подготовленные сигналы поступают на интеграторы. Полученные низкочастотные сигналы треугольной формы пропускают через усилители напряжения на ГКЧ1 и ГКЧ2 для обеспечения периодической частотной модуляции.

Далее сохранившие фазовый сдвиг сформированные частотно-модулированные опорный сигнал с датчика 1 с частотой f_o и сдвинутый вследствие деформации кручения сигнал с датчика 2 с частотой f_c подают на смеситель, снабженный на выходе фильтром низкой частоты (ФНЧ) с полосой пропускания $\Delta F_0 = F_{б0max}$.

ФНЧ соединен с входом счетчика частоты биений, который преобразует частоту биений в значения деформации кручения упругого вала. Счетчик состоит из формирователя прямоугольных импульсов, длительность которых соответствует половине периода частоты биений, и высокостабильного генератора тактовых импульсов (ГТИ) с тактовой частотой порядка 100 МГц. Использовать более высокую частоту нецелесообразно из-за погрешности фотоэлектрических датчиков.

Поскольку условие линейной зависимости угла закручивания вала от изменения момента на валу сохраняется, то число импульсов ГТИ, занесенных в счетчик, пропорционально углу $\Delta\varphi$ закручивания вала.

Вычисленная деформация кручения упругого вала в виде его угла $\Delta\varphi$ закручивания или в виде торсионных моментов отображается на индикаторе.

В рассмотренном устройстве измерения крутящего момента используется измеритель на низкой или нулевой промежуточной частоте, однако можно использовать и супергетеродинный метод.

Подставив формулу (4) в формулу (5), получим выражение, определяющее изменение частоты ГКЧ1 за время $t_з$ задержки [5]:

$$F_б = t_з \mathrm{tg}\alpha = t_з \frac{\mathrm{d}f_o}{\mathrm{d}t} = \frac{2(\mathrm{d}f_o/\mathrm{d}t)H}{\Omega_{вр} Gd}\tau. \qquad (6)$$

Согласно формуле (6) приращение $F_б$ пропорционально касательным напряжениям τ на поверхности вала.

Измерение крутящего момента методом счета числа импульсов

Для измерения крутящего момента можно использовать и более простой метод измерения частоты биений, например, отсчитывая число импульсов преобразованного сигнала [10, 11].

Одним из основных узлов измерителя крутящего момента является смеситель [7, 9, 11]. В нем начинается обработка опорной и смещенной частот высокочастотных генераторов качающейся частоты: в смесителе перемножаются смещенный сигнал с частотой f_c, который подводится от ГКЧ2, и опорный сигнал с частотой f_o, который подводится от ГКЧ1. Накопление энергии происходит в активном ФНЧ, следующим за смесителем. Как и во всяком смесителе, перемножение сигналов происходит в нелинейном элементе, в результате образуются составляющие суммарной и разностной частот смещенного и опорного (прямого) сигналов.

Сигнал с частотой биений пропускается через ФНЧ, в котором составляющие суммарных частот подавляются.

Как показывает временная диаграмма сигнала $U_б$ биений (рис. 3, *б*), при отклонении частоты $F_б$ (рис. 3, *а*) от основного значения синусоидальность напряжения сигнала $U_б$ нарушается.

Двусторонний ограничитель амплитуды, как правило, следующий за ФНЧ, преобразует полученное несинусоидальное напряжение (см. рис. 3, *б*) с периодом $T_м$ в прямоугольные колебания (рис. 3, *в*).

Так называемый *счетчик нулей* определяет частоту $F_б$ биений по числу переходов через ноль, ко-

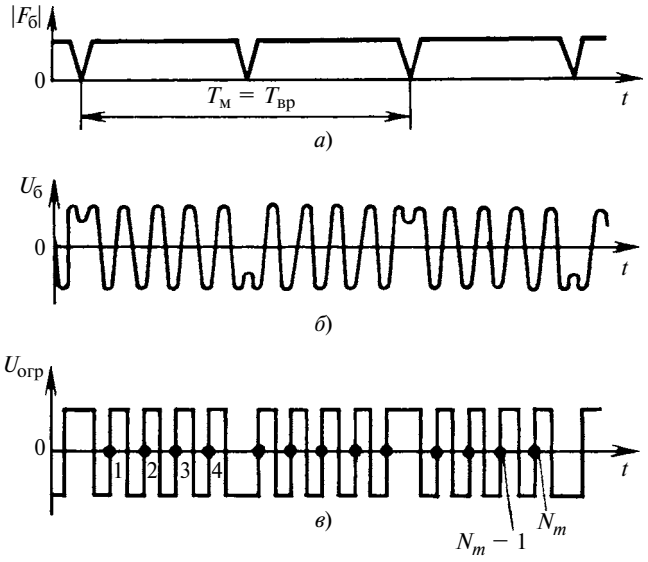


Рис. 3. Временны́е диаграммы частоты биений (*а*) и напряжений (*б*, *в*) в измерителе крутящего момента на нулевой промежуточной частоте [7, 8]

торые совершают положительные перепады этих колебаний за период $T_м$ модуляции. Переходы отмечены точками $1...N_m$ на временной диаграмме (см. рис. 3, *в*). При переходе через ноль вырабатываются счетные стандартные импульсы (определенной амплитуды, длительности и формы). Умножив число переходов через ноль на частоту $F_м$ модуляции, получим частоту измеряемого крутящего момента, которую фиксирует цифровой индикатор.

При симметричном пилообразном законе модуляции число импульсов за период модуляции составляет

$$n_{T_м} = F_{б0} T_м = 2\Delta f_м t_{см},$$

где $\Delta f_м$ — девиация частоты ГКЧ; $t_{см}$ — время смещения сечений вала.

Число импульсов в секунду, т. е. средняя частота повторения импульсов, фиксируемая счетчиком, составляет

$$n_1 = n_{T_м} / T_м = 2\Delta f_м F_м t_{см}. \quad (7)$$

В данном случае независимо от продолжительности измерения ($T_и = T_м$ или $T_и \gg T_м$) имеет место методическая ошибка дискретности отсчета. Действительно, для изменения показаний требуется, чтобы за период модуляции число $n_{T_м}$ импульсов изменилось, по крайней мере, на единицу. Как видно из формулы (7), это требует изменения времени смещения $\Delta t_{см} = 1/2\Delta f_м$.

Существует ряд способов устранения влияния дискретности отсчета показаний цифрового индикатора. В частности, эффективно непосредственное измерение длительности периодов колебаний преобразованного сигнала, которые являются монотонной функцией крутящего момента. Однако следует отметить, что дискретность проявляется только в статических условиях. На практике при измерении крутящего момента происходит усреднение, устраняющее влияние дискретности.

Оценка дискретной погрешности

Создание измерителя крутящего момента с широкополосной ЧМ основано на применении ГКЧ, которые вырабатывают сигнал с частотой, изменяющейся периодически, например, по симметричному линейному закону [7, 10, 11].

В этом случае изменение — девиация частот смещенного и опорного ЧМ-сигналов ГКЧ составит [7, 11]:

$$\Delta f = 2\Delta f_м F_м t_{см} = 2\Delta f_м F_м \frac{\Delta\varphi}{\Omega_{вр}},$$

где $\Omega_{вр} = \Omega_м = 2\pi F_м$ ($\Omega_м$ — круговая частота модуляции).

Однако у частотного измерителя крутящего момента есть серьезный недостаток — наличие дискретной погрешности $\delta\Delta\varphi_{max}$ измерения угла $\Delta\varphi$, обусловленной периодичностью модуляции ЧМ-сигналов ГКЧ.

Рассмотрим физическую природу дискретной погрешности. Сигналы ГКЧ определяются выражениями [11]:

опорный

$$e_о(t) = E_с \cos[\omega t + \beta \sin(\Omega_м t + \varphi_0)];$$

смещенный

$$e_с(t) = E_о \cos[\omega(t - \tau) + \beta \sin(\Omega_м(t - \tau) + \varphi_0)],$$

где $E_с$, $E_о$ — амплитуды высокочастотных сигналов ГКЧ1 и ГКЧ2; $\tau = \frac{\Delta\varphi}{\Omega_{вр}} = \frac{\Delta\varphi}{\Omega_м}$ — время смещения вала; φ_0 — начальный фазовый угол; $\beta = 2\pi\frac{\Delta f_м}{\Omega_м}$ — индекс частотной модуляции.

Сигнал на выходе смесителя имеет вид [11]:

$$e(t) = E\cos\varphi.$$

Здесь $\varphi = \omega\tau + \varphi_м \cos\Omega_м t$ — текущая фаза, где ω — круговая несущая частота, а $\varphi_м$ определяется выражением [11]:

$$\varphi_м = 2\beta\sin(\Omega_м\tau/2) \approx \beta\Omega_м\tau = \beta\Omega_м\frac{\Delta\varphi}{\Omega_м} = \beta\Delta\varphi.$$

Наличие зависимости $\varphi_м$ от измеряемой деформации кручения приводит к тому, что при незначительном изменении крутящего момента (угла закручивания вала) изменяется форма сигнала на выходе смесителя. Это изменение также обусловлено небольшими отрезками времени, равными времени $t_з$ запаздывания, в течение которых частота биений не остается постоянной (см. рис. 1, *б* и рис. 3, *а*, *б*), т. е. так называемыми зонами обращения. В средних точках этих зон функция $F_б(t)$ проходит через ноль. В зонах обращения функция $|F_б(t)|$ (см. рис. 1, *в*) отличается от $F_{б0}$. Влияние зон обращения тем меньше, чем больше отличие $T_м$ от $t_з$, т. е. при $T_м \gg t_з$.

Сигнал на выходе смесителя имеет постоянную частоту $F_{б0}$, исключая участки длительностью $t_з$, периодичность которых составляет $T_м/2$ (фаза сигнала за время $t_з$ изменяется на π, т. е. на 180°).

Так как измерение частоты сигнала основано на подсчете числа N_m, т. е. на определении сколько раз за определенное время частота равнялась нулю (число нулей), то деформация формы сигнала при-

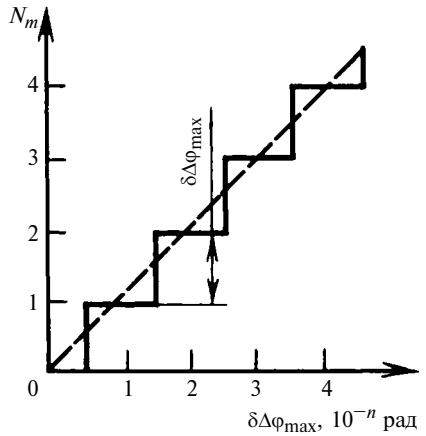


Рис. 4. Изменение числа N_m нулевых частот сигнала в зависимости от допустимого угла закручивания двух сечений вала (n — число ступенек, каждая из которых зависит от условий эксперимента)

водит к дискретному изменению числа нулей. Изменение числа нулевых частот сигнала в зависимости от допустимого угла закручивания двух сечений вала под действием крутящего момента $M_{кр}$ показано на рис. 4, где отрезки ступенчатой линии — допустимые погрешности при измерении углов закрутки вала, штриховая линия — среднеквадратичное значение погрешности измерений во всем диапазоне изменения углов закрутки.

Минимальный допустимый угол $\delta\Delta\varphi_{max}$ закручивания вала называют минимальным допустимым смещением или дискретной погрешностью. Его значение определяют, исходя из условия изменения числа N_m нолей на единицу [11].

Если $\varphi_м$ изменяется на π, то в соответствии с работами [10, 11] имеем:

$$\left.\begin{aligned} &\beta\Omega_м(\delta t_{см\ min}) = \pi;\\ &\beta\Omega_м\left(\frac{\Delta F_{б0}}{2\Delta f_м F_м}\right) = \pi;\\ &\beta\Omega_м\left(\frac{1}{2\Delta f_м}\right) = \pi;\\ &2\pi\frac{\Delta f_м}{\Omega_м}\Omega_м\left(\frac{1}{2\Delta f_м}\right) = \pi. \end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

Из выражений (8) следует:

$$\delta\Delta\varphi_{max} = \frac{\varphi F_{б0}}{2\Delta f_м} = \frac{\varphi F_м}{2\Delta f_м},\ \text{рад}.$$

Так как счетчики подсчитывают число полных биений, показания частотного измерителя крутящего момента на нулевой промежуточной частоте изменяются скачками [11]. Наименьшая деформация кручения, которую способен измерить частотный измеритель крутящего момента, соответствует одному полному биению за период модуляции ($n_1 = 1$).

Возникновение дискретной ошибки и определение минимальной деформации кручения рассматривали на примере определения разностной частоты методом счета нулей. Однако эти вопросы связаны с дискретной структурой спектра преобразованного сигнала, что обусловливает появление дискретной ошибки при любом методе измерения частоты.

Предложенный метод измерения и контроля торсионных моментов позволяет диагностировать и оценивать остаточный ресурс валов в реальном времени, что важно при технической диагностике энергоемких машин — прессов, компрессоров, насосов АЭС.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Гордеев Б. А., Леонтьева А. В.** Измерение радиальных вибраций шнековых валов волновыми методами // Вестник машиностроения. 2013. № 10. С. 34—38.

2. **Гордеев Б. А., Куклина И. Г.** Определение дисбаланса жестких роторов дорожных машин акустическими методами // Строительные и дорожные машины. 2010. № 2. С. 32—35.

3. **Пат. 2472109 Рос. Федерации.** Ультразвуковой фазовый вибропреобразователь.

4. **Одинец С. С.** Методы и средства измерения механической мощности. М.: Машиностроение, 1991. 160 с.

5. **Одинец С. С., Топилин Г. Е.** Средства измерения крутящего момента. М.: Машиностроение, 1977. 120 с.

6. **Парфенова М. М., Пчелинцева В. Н.** Современное состояние и перспективы развития преобразователей крутящего момента. М.: ЦНИИТЭИ приборостроения, 1980. 30 с.

7. **Частотный** метод измерения деформации кручения на вращающихся валах машин и механизмов / Б. А. Гордеев, В. В. Бугайский, В. И. Ерофеев, С. Н. Охулков // Вестник Волжской государственной академии водного транспорта. Надежность и ресурс в машиностроении. 2006. Вып. 16. С. 62—70.

8. **Экспериментальные** методы исследования деформаций и напряжений: Справочное пособие / Б. С. Касаткин, А. Б. Кудрин, Л. М. Лобанов и др. // Киев: Наукова думка, 1981. 584 с.

9. **Пат. 2196309 Рос. Федерации.** Способ определения крутящего момента.

10. **Финкельштейн М. И.** Основы радиолокации. М.: Радио и связь, 1983. 113 с.

11. **Викторов В. А., Лункин Б. В., Совлуков А. С.** Радиоволновые измерения параметров технологических процессов. М.: Энергоиздат, 1989. 208 с.

УДК 621.01.001.57

А. А. ДЖОМАРТОВ, д-р техн. наук (Институт механики и машиноведения, Казахстан, г. Алматы),
e-mail: legsert@mail.ru

Моделирование динамики боевого механизма бесчелночного ткацкого станка с помощью программного комплекса SimulationX

С использованием программного комплекса SimulationX исследована динамика и получен закон движения погонялки боевого механизма бесчелночного ткацкого станка при разрядке.

Ключевые слова: ткацкий станок, боевой механизм, прокладчик, торсион.

Using SimulationX Software, the dynamics is investigated and motion law is obtained of picking mechanism arm of shuttleless loom at spacing.

Keywords: loom, picking mechanism, plotting device, torsion bar.

Одним из основных и ответственных узлов бесчелночных ткацких станков (СТБ) является боевой механизм (рис. 1) [1], предназначенный для разгона прокладчиков в уточно-боевой коробке до скорости 25 м/с. Начальная скорость прокладчика утка на СТБ не зависит от скорости станка и определяется потенциальной энергией закрученного вала.

Разгон прокладчика утка боевым механизмом осуществляется вследствие упругости закрученного стального торсиона, причем в момент разгона и торможения механизм работает независимо от остальных узлов станка, так как не имеет с главным валом станка кинематической связи: с приводом станка боевой механизм связан только при зарядке (закручивании) торсиона и выводе из силового замка.

Боевой механизм СТБ (см. рис. 1) относится к цикловым, быстродействующим механизмам переменной структуры, работающим при значительных динамических нагрузках. Его особенность — резко меняющийся режим движения при разгоне и торможении. Особенности конструкции: несимметричное расположение звеньев, присоединенных к полому валу, относительно его опор и несимметричное расположение гонка *3* относительно его направляющей планки; высокая точность изготовления подвижных соединений. Статическая неопределимость механизма влияет на характер нагружения звеньев и кинематических пар. Время срабатывания механизма составляет 0,005÷0,010 с и зависит от начального угла закручивания и размеров торсиона.

В боевом механизме на валу *1* жестко закреплен боевой кулак *8*, непрерывно вращающийся по часовой стрелке. Под валом *1* установлен трехплечий рычаг *10* с возможностью качания вокруг неподвижной оси, представляющий собой две одинаковые пластины, между которыми на валике установлен ролик *16*, соприкасающийся с боевым кулаком *8*. Верхнее плечо рычага *10* через шатун *11* связано с проушинами *9* подвижной трубы *13*,

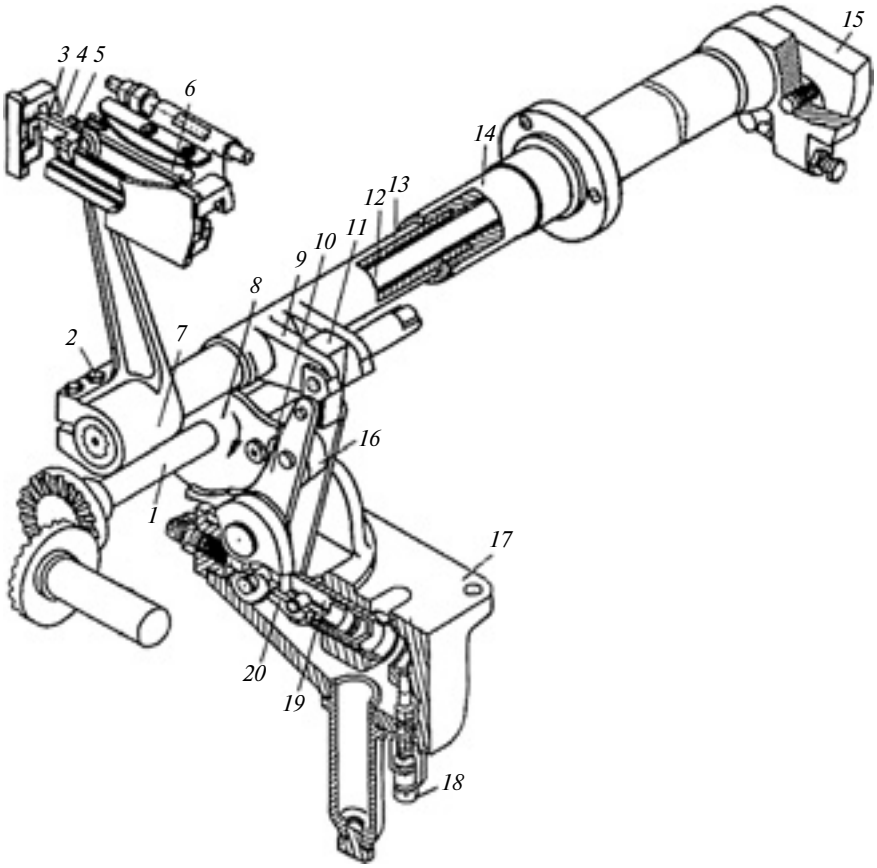


Рис. 1. Боевой механизм СТБ

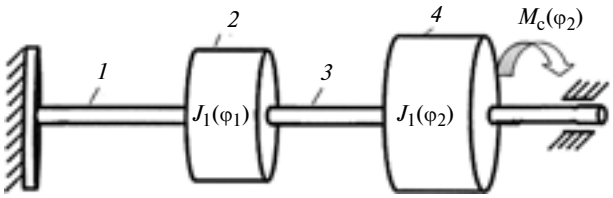


Рис. 2. Эквивалентная модель ведущего звена боевого механизма

имеющей с обоих концов хорошо обработанные шипы, которые вставляются в два подшипника скольжения. Правый подшипник установлен в неподвижной трубе *14*, левый — на станине станка. Внутри подвижной трубы *13* находится торсионный вал *12*, один конец которого закреплен посредством шлицевого соединения в подвижной трубе *13*, другой — в заводной муфте *15*, установленной в неподвижной трубе *14*. На конце подвижной трубы *13* зажимными болтами *2* закреплен боевой рычаг *7*, соединенный через шатун *4* с гонком *3* — прямоугольной металлической деталью, совершающей возвратно-поступательные движения по направляющим. Гонок *3* имеет боевой выступ *5*, посредством которого приводится в движение прокладчик *6*.

При движении торсионный вал закручивается кулачковым механизмом и накапливает потенциальную энергию упругих деформаций, которую возвращает при раскручивании и сообщает движение звеньям механизма и прокладчику. Величина потенциальной энергии зависит от угла закручивания торсионного вала и его диаметра. При раскручивании торсионного вала кинетическая энергия механизма боя достигает значительной величины, которая гасится специальным амортизирующим устройством — масляным тормозным механизмом *17*, который состоит из плунжера *19*, шарнирно соединенного с рычажной системой *20* механизма боя, входящего при торможении в цилиндр-гильзу. Масляный тормозной механизм настраивают с помощью регулировочной иглы *18*.

Один цикл работы боевого механизма состоит из четырех этапов: зарядка (закручивание) торсионного вала; вывод из мертвого положения; разрядка (раскручивание) торсионного вала и разгон прокладчика; торможение.

Модель движения боевого механизма

Модель ведущего звена боевого механизма при рабочем ходе (разрядка) представлена на рис. 2. Она включает в себя: торсион *4* и полый вал *3*, к которым приведены массы и моменты инерции всех подвижных звеньев механизма, а также действующие в нем силы. Неподвижная труба представлена как жесткая заделка конца торсиона. Массы двух групп ведомых звеньев механизма, присоединенных к полому валу, движутся в параллельных плоскостях, перпендикулярных оси вращения полого вала, представлены в виде неуравновешенных дисков *2* и *4* с приведенными моментами инерции $J_1(\varphi_1)$, J_2 и $J_2(\varphi_2)$. К диску *2* приложен приведенный момент силы сопротивления со стороны масляного тормозного механизма.

Для динамического расчета боевого механизма использовали программный комплекс SimulationX фирмы ITI GmbH (Германия) [2], предназначенный для моделирования, анализа и виртуального тестирования сложных мехатронных систем.

На рис. 3 приведена динамическая модель боевого механизма ткацкого станка СТБ-180 при его разрядке, полученная с помощью комплекса SimulationX при следующих параметрах для боевого механизма: диаметр 15 мм торсиона; угол его закручивания — 31°, жесткость торсиона — 590 Н · м/рад, жесткость полой трубы — 80 911 Н · м/рад.

На рис. 4, *а*, *б* показаны зависимости приведенных моментов инерции $J_1(\varphi_1)$ и $J_2(\varphi_2)$, а рис. 4, *в* — приведенный момент M_c силы сопротивления от масляного тормозного механизма [2].

Анализ полученных результатов

На основании расчета модели получен закон движения погонялки боевого механизма при разрядке, построены зависимости изменения углового перемещения $\alpha_п$ (рис. 5, *а*), угловой скорости $\omega_п$ (рис. 5, *б*) и углового ускорения $\varepsilon_п$ (рис. 5, *в*) погонялки боевого механизма в текущем времени. Собственная частота *f* колебаний боевого механизма составила 49,8 Гц.

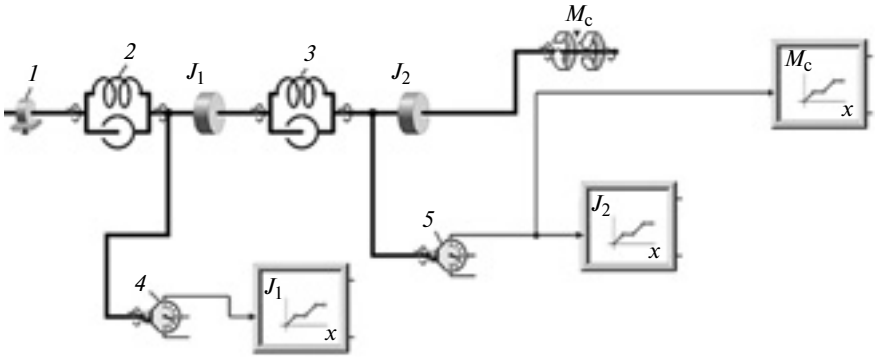


Рис. 3. Динамическая модель боевого механизма ткацкого станка СТБ:
1 — опора; *2* — торсион; *3* — полый вал; *4*, *5* — датчики

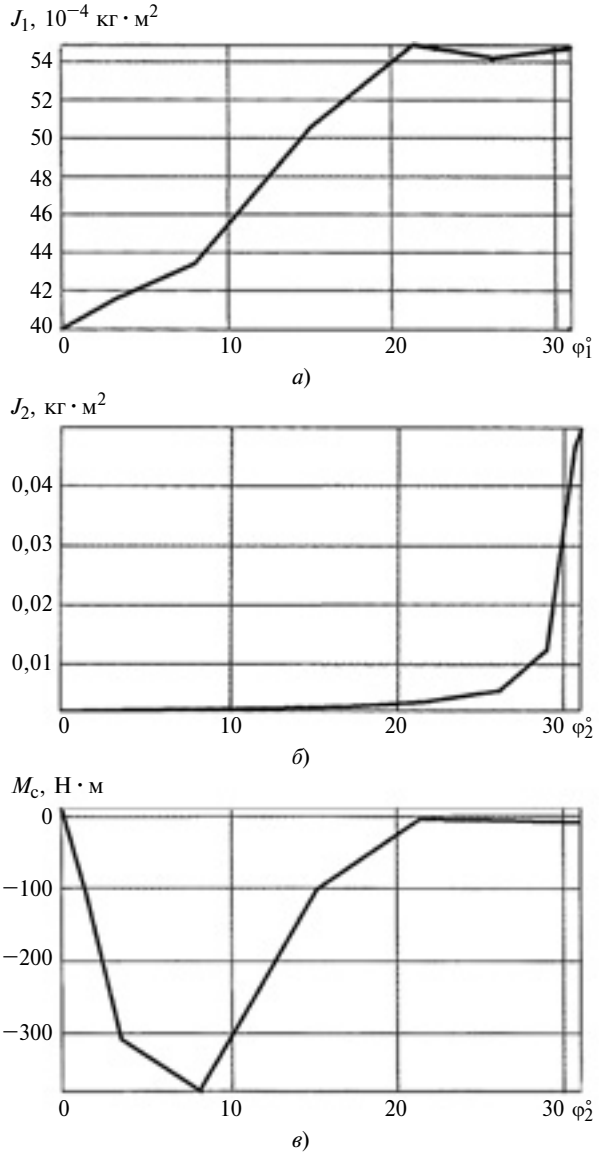


Рис. 4. Зависимости изменения во времени приведенных моментов инерции $J_1\varphi_1$ (*а*) и $J_2\varphi_2$ (*б*) и приведенного момента $M_c(\varphi_2)$ силы сопротивления со стороны масляного тормозного механизма боевого механизма ткацкого станка СТБ в текущем времени

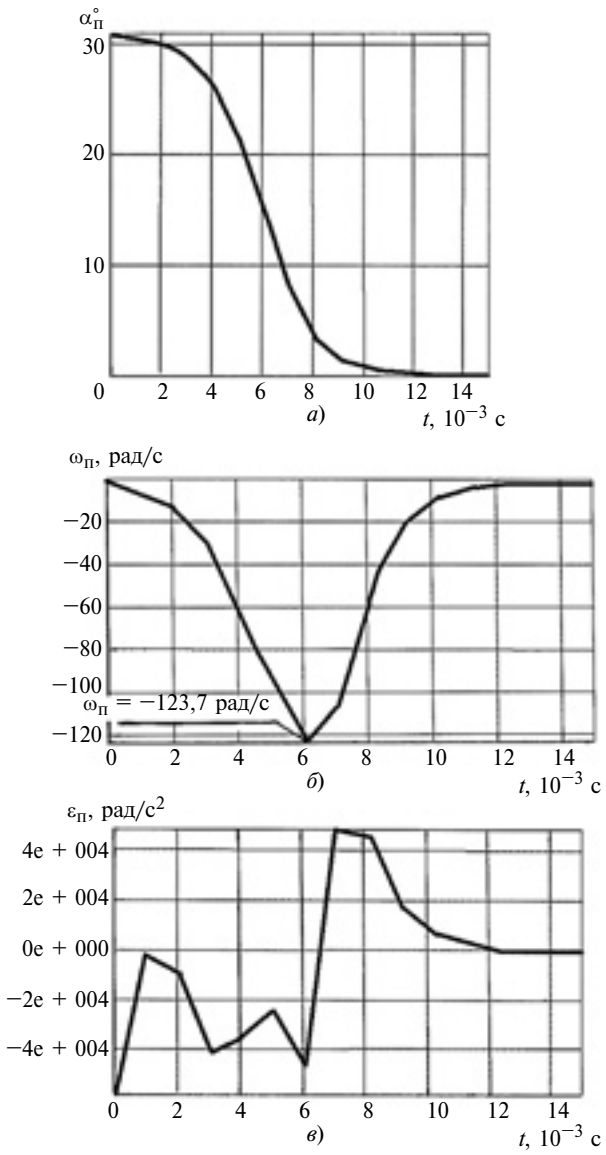


Рис. 5. Расчетные зависимости изменения углового перемещения (*а*), угловой скорости (*б*) и углового ускорения (*в*) погонялки боевого механизма при разрядке

На рис. 6 показана диаграмма Кембелла, на которой прямые 1÷5 соответствуют 1-й—5-й гармоникам колебаний. При их совпадении с собственной частотой колебаний боевого механизма возникают резонансы. Таким образом, можно определить, при какой угловой скорости ω механизма возникнет резонанс. Так, для 1-й гармоники колебаний резонанс наступает при угловой скорости 3000 рад/мин$^{-1}$.

Как видно из рис. 5, *б*, максимальная угловая скорость погонялки боевого механизма $\omega_{п\ max}$ = = 123,7 рад/с при t = 0,006 с. В этот момент происходит отрыв прокладчика уточной нити со скоростью $v = \omega_п l$ (l = 0,185 м — длина погонялки), при этом скорость прокладчика v = 22,89 м/с, что

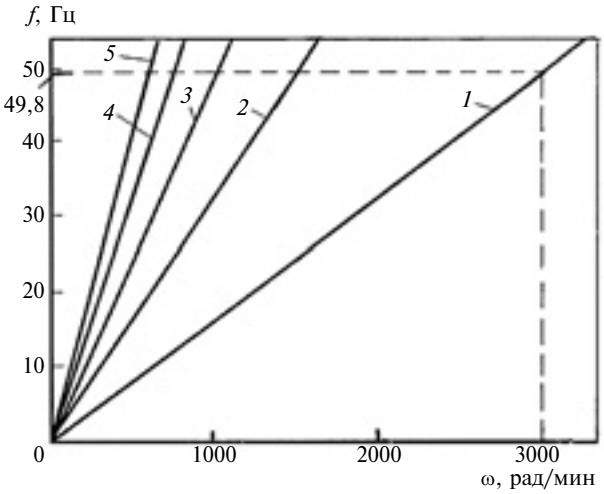


Рис. 6. Диаграммы Кембелла (*1÷5* — гармоники)

УДК 621.225.7.001.57

А. А. ЧЕРНЯКОВ (ОАО "СКБ ПА", г. Ковров), Я. А. ДАРШТ, д-р техн. наук (КГТА им. В. А. Дегтярева, г. Ковров), e-mail: darscht@mail.ru

Характеристика регулирования подачи аксиально-плунжерного насоса

Проведено аналитическое исследование зоны нечувствительности характеристики регулирования подачи аксиально-плунжерного насоса с целью ее уменьшения. Определены направления по улучшению характеристик насоса и гидропривода в целом.

Ключевые слова: аксиально-плунжерный насос, следящий гидропривод, гидропривод объемного регулирования, подача, зона нечувствительности, точность.

The analytical research of dead zone of feed control characteristics of axial piston pump is carried out for the purpose of its decrease. The ways of improvement of the pump characteristics and hydraulic drive in the whole are determined.

Keywords: axial piston pump, fluid servodrive, delivery control hydraulic drive, feed, dead zone, accuracy.

Характеристика регулирования подачи (ХРП) насоса — это зависимость подачи от параметра регулирования (угла наклона диска или блока цилиндров и т. п.), которую получают при работе насоса в составе гидропередачи без нагрузки.

При модельных исследованиях (как правило, на линеаризованных моделях) полагают, что ХРП линейна и проходит через начало координат, а зону нечувствительности скоростной характеристики гидропередачи связывают с ее утечками и нагрузкой [1].

ХРП во многом определяет и динамические свойства и точность следящего гидропривода, в состав которого входит данный насос.

В следящих гидроприводах, используемых для двухосевого позиционирования, как правило, в качестве приводных применяют аксиально-поршневые насосы с наклонным блоком и двойным несиловым карданом [2]. Однако их массогабаритные параметры превышают приемлемые для сдвоенных насосных агрегатов.

Для уменьшения габаритных размеров гидропривода вместо насосов с наклонным блоком применяют насосные установки, состоящие из насосов аксиально-плунжерного типа с наклонным диском, приводимых от одного двигателя. Однако характеристики аксиально-плунжерных насосов хуже, в частности они имеют большую зону нечувствительности к управляющему воздействию, что отражается на точности привода в целом, особенно при работе в режиме слежения, при котором параметр регулирования подачи насоса близок к нулю.

Проведено исследование работы двухосевого электрогидравлического следящего гидропривода, представляющего собой следящую систему для дистанционного наведения и стабилизации объекта управления (рис. 1).

Принцип действия приводов стабилизации и наведения при работе по разным осям (см. рис. 1) во многом одинаков. Каждый из двух приводов является следящей системой, работа которой основана на отработке рассогласования (ошибки), т. е. на сравнении действительного значения регулируемого параметра с заданным.

Известно, что при некоторой малой величине угла отклонения регулирующего органа насоса может не происходить вращение вала нагруженного гидромотора [3]. Это наступает в тот момент, когда подача становится равной объемным потерям в гидроприводе вследствие перетекания рабочей жидкости из полостей насоса и гидромотора с высоким давлением в полости с низким давлением, утечек в корпусе гидромашины по зазорам элементов ходовых частей, сжимаемости рабочей жидкости и др. При таком положении регулирующего органа насоса гидропривод будет иметь зону нечувствительности и выходной вал гидромотора не будет вращаться.

Для уменьшения зоны нечувствительности необходимо изучить обусловливающие ее факторы.

Рассмотрим расчетную схему привода (рис. 2). В исследуемом гидроприводе с объемным регули-

(Окончание статьи. Начало см. на стр. 8)

хорошо согласуется с результатами экспериментальных исследований.

Полученная динамическая модель боевого механизма ткацкого станка СТБ-180 с помощью программного комплекса SimulationX позволяет рассчитать диссипативные силы и силы сопротивления для торсионов разной толщины с учетом зазоров в соединениях и узлах, а также проанализировать его собственные частоты и формы колебаний.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Арнаутов П. Н., Варнаков М. Я.** Ткацкие автоматические станки СТБ. М.: Легкая индустрия, 1972. 216 с.
2. http://www.simulationx.com/

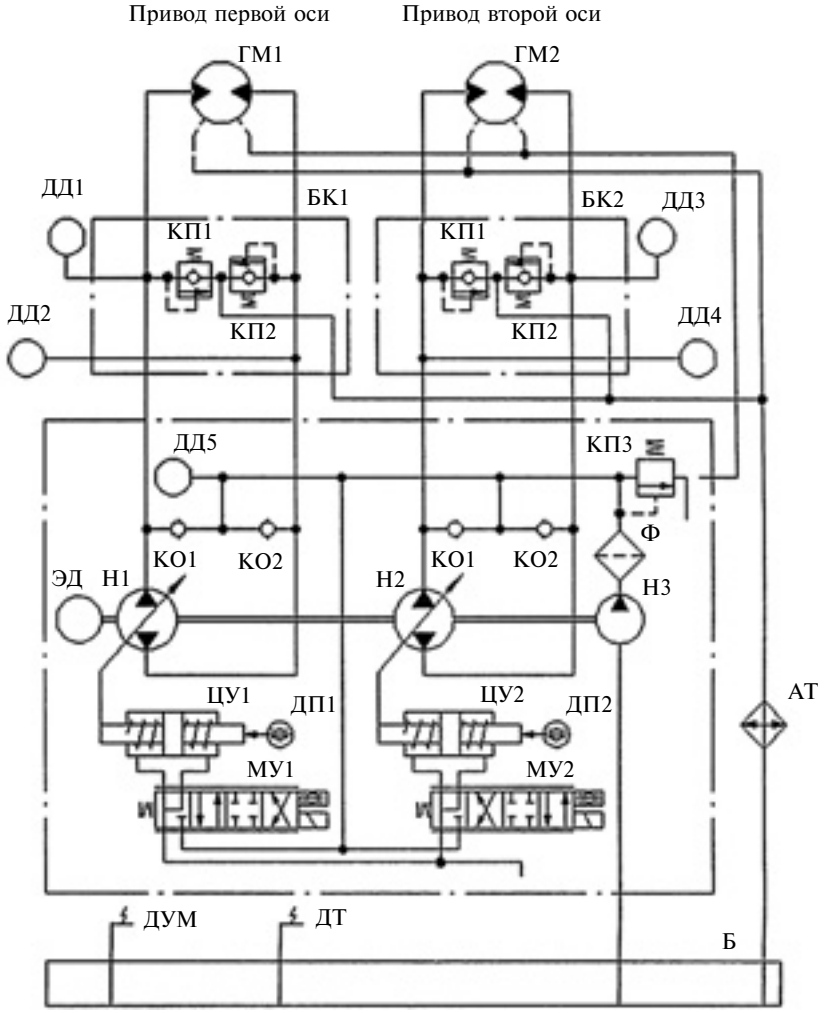


Рис. 1. Гидравлическая схема двухосевого следящего гидропривода:
АТ — теплообменный аппарат; Б — бак; БК1, БК2 — блоки клапанов; ДД1—ДД4 — датчики давления; ДТ — датчик температуры; ДП1, ДП2 — датчики положения; ДУМ — датчик уровня масла; КО1, КО2 — обратные клапаны; КП1, КП2 — предохранительные клапаны; ГМ1, ГМ2 — гидромоторы; МУ1, МУ2 — механизмы управления; Н1, Н2 — аксиально-плунжерные насосы; Н3 — насос подпитки; Ф — фильтр; ЦУ1, ЦУ2 — цилиндры управления; ЭД — приводной электродвигатель

рованием можно выделить силовую и управляющую части [4]. Силовая часть — два регулируемых аксиально-плунжерных насоса, вспомогательные устройства и два аксиально-поршневых гидромотора с двойным несиловым карданом, традиционно применяемые в следящих приводах в качестве исполнительных двигателей. Управляющая часть следящего гидропривода представляет собой электрогидравлический привод дроссельного регулирования.

Проанализируем баланс расходов в силовой части привода. Так как структуры приводов первой и второй осей идентичны, рассмотрим привод одной оси (см. рис. 2), принимая следующие допущения: приводной асинхронный электродвигатель ЭД вращает вал насоса Н с постоянной угловой скоростью; при работе гидропривода давления в гидролиниях *1* и *2* не достигают значений, при которых срабатывают предохранительные клапаны, поэтому в схеме они условно не показаны; давление в гидролинии перед подпиточными клапанами поддерживается постоянным; трубопроводы гидролиний рассматриваем как емкости, пренебрегая инерцией жидкости и потерей давления в них из-за трения.

Баланс расходов составляем, исходя из того, что гидролиния *1* — нагнетающая, а гидролиния *2* — всасывающая.

Уравнение расходов для гидролинии 1:

$$Q_{\text{н}} + Q_{\text{под1}} = \\ = Q_{\text{гм}} + Q_{\text{пер.н}} + Q_{\text{пер.гм}} + \\ + Q_{\text{ут.н1}} + Q_{\text{ут.гм1}} + Q_{\text{сж1}}. \quad (1)$$

Уравнение расходов для гидролинии *2*:

$$Q_{\text{гм}} + Q_{\text{под2}} + Q_{\text{пер.н}} + Q_{\text{пер.гм}} = \\ = Q_{\text{н}} + Q_{\text{ут.н1}} + Q_{\text{ут.гм1}} + Q_{\text{сж2}}. \quad (2)$$

Определим отдельные составляющие уравнений расходов (1) и (2).

Подача аксиально-плунжерного насоса:

$$Q_{\text{н}} = \frac{\pi d_{\text{п}}^2 z}{4} \frac{\text{d}x}{\text{d}t},$$

где x — перемещение поршня насоса, определяемое из кинематических соотношений ходовой части; z — число поршней; $d_{\text{п}}$ — диаметр поршня.

Расход гидромотора:

$$Q_{\text{гм}} = V_{\text{гм}} \frac{\text{d}\alpha_{\text{гм}}}{\text{d}t},$$

где $V_{\text{гм}}$ — характерный рабочий объем гидромотора; $\alpha_{\text{гм}}$ — угол поворота вала гидромотора.

Подача подпитки:

$$Q_{\text{под1,2}} = k_{\text{кл}}(p_{\text{под}} - p_{1,2}),$$

где $k_{\text{кл}}$ — проводимость подпиточного клапана; $p_{\text{пол}}$ — давление настройки подпиточного клапана.

Перетечки рабочей жидкости между полостями насоса:

$$Q_{\text{пер.н}} = k_{\text{пер.н}}(p_1 - p_2).$$

Перетечки рабочей жидкости между полостями гидромотора:

$$Q_{\text{пер.гм}} = k_{\text{пер.гм}}(p_1 - p_2),$$

где $k_{\text{пер.н}}$, $k_{\text{пер.гм}}$ — коэффициенты перетечек соответственно в насосе и гидромоторе.

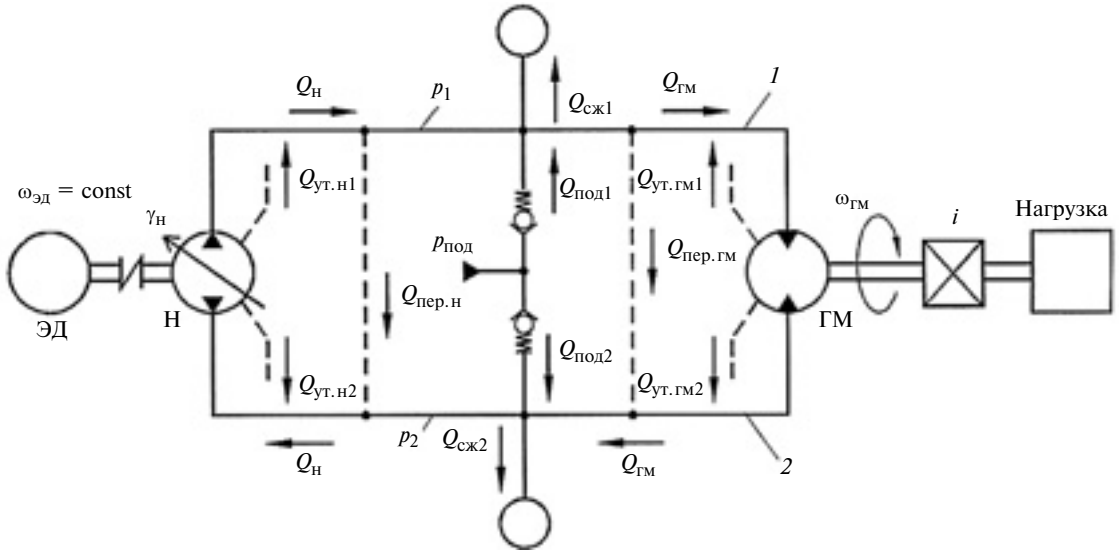


Рис. 2. Расчетная схема гидропривода:
1 и *2* — нагнетающая и всасывающая гидролинии; $Q_н$ — геометрическая подача насоса; $Q_{гм}$ — геометрический расход гидромотора; $Q_{пер.н}$ и $Q_{пер.гм}$ — расходы на дросселирование жидкости из полости высокого давления в полость низкого давления соответственно насоса и гидромотора; $Q_{под1}$, $Q_{под2}$ — расходы подпитки; $Q_{ут.н1}$, $Q_{ут.н2}$ — расходы утечек насоса (по распределителю, через зазор в паре "поршень—отверстие блока цилиндров", через гидростатическую опору поршня, через сферическую заделку опоры поршня); $Q_{ут.гм1}$, $Q_{ут.гм2}$ — расходы утечек гидромотора (по распределителю, через зазор в паре "поршень—отверстие блока цилиндров"); $Q_{сж1}$, $Q_{сж2}$ — деформационный расход, связанный со сжатием рабочей жидкости

Утечки:

в насосе $Q_{ут.н1,2} = k_{ут.н} p_{1,2}$;

в гидромоторе $Q_{ут.гм1,2} = k_{ут.гм} p_{1,2}$,

где $k_{ут.н}$ и $k_{ут.гм}$ — коэффициенты утечек в зависимости от давления соответственно в насосе и гидромоторе.

Расходы из-за сжимаемости рабочей жидкости [4]:

$$Q_{сж1,2} = \frac{V_{1,2}}{E(p)} \frac{\mathrm{d}p_{1,2}}{\mathrm{d}t},$$

где V_1, V_2 — объемы гидролиний с учетом внутреннего объема насоса и гидромотора; $E(p)$ — модуль объемной упругости жидкости.

Составляющие ($Q_{ут.гм1}$, $Q_{ут.гм2}$, $Q_{пер.гм1}$, $Q_{пер.гм2}$) объемных потерь гидромотора в уравнении баланса определяем из зависимости объемных потерь от давления. Конструктивно гидромотор выполнен с оптимальными объемными потерями и дополнительной оптимизации не требует.

Геометрическую подачу $Q_н$ насоса и геометрический расход $Q_{гм}$ гидромотора определяем из конструктивных размеров применяемых гидромашин, они зависят от параметра регулирования и угловой скорости выходного вала.

Выражение, определяющее зону нечувствительности от объемных потерь в гидроприводе, имеет вид:

$$\Delta\gamma_н = f(Q_{ут.гм}, Q_{ут.н}, Q_{пер.н}, Q_{пер.гм}, Q_{сж}).$$

К потерям при сжатии рабочей жидкости ($Q_{сж}$) следует отнести потери при переносе рабочей жидкости из полости всасывания в полость нагнетания в гидромашинах гидропривода, которые при работе в пределах зоны нечувствительности при малых углах отклонения регулирующего органа и перепаде давлений, близком к нулю, незначительны.

Упрощенная расчетная схема гидропривода приведена на рис. 3.

Зона нечувствительности ХРП насоса или отсутствие подачи в области малых углов поворота органа регулирования имеет место при условии $p_1 = p_2 \approx p_{под}$, т. е. при небольшом перепаде давления в гидролиниях $\Delta p \approx 0$. В этом случае уравнение неразрывности потока, например, для гидролинии *1* в соответствии со схемой на рис. 3 имеет вид:

$$Q_н + Q_{под} = Q_{ут} + Q_{гм}. \qquad (3)$$

Здесь подача насоса

$$Q_н = \frac{V_н}{2\pi} \omega_н \bar{\gamma}_н; \qquad (4)$$

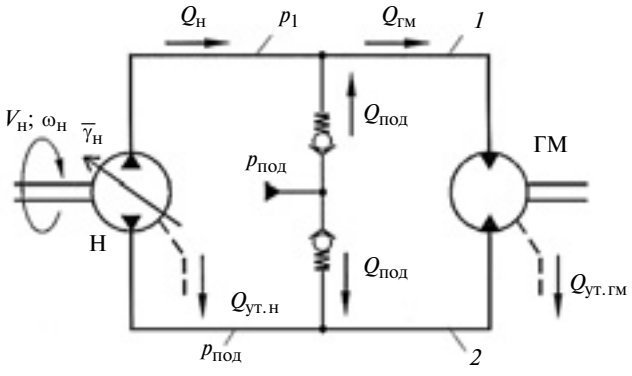


Рис. 3. Упрощенная расчетная схема гидропривода

расход утечек

$$Q_{ут} = k_{ут} p_1. \quad (5)$$

В пределах зоны нечувствительности при $p_1 = p_2 \approx p_{под}$ имеем $Q_{гм} = 0$, перетечки в насосе ($Q_{пер.н}$) близки к нулю, а расход утечек определяется формулой

$$Q_{ут} = k_{ут} p_{под}. \quad (6)$$

Согласно формуле (6) $Q_{ут}$ — величина постоянная, так как постоянными являются и давление $p_{под}$ подпитки, и коэффициент $k_{ут}$ утечек привода. С учетом последнего уравнение (3) принимает вид:

$$Q_н + Q_{под} = Q_{ут} = \text{const}. \quad (7)$$

Следовательно, с увеличением угла наклона органа регулирования подача подпитки уменьшается и становится равной нулю в точке, где $Q_н = Q_{ут}$, т. е., можно записать:

$$\frac{V_н}{2\pi} \omega_н \bar{\gamma}_н = k_{ут} p_{под},$$

откуда

$$\bar{\gamma}_{з.н} = \bar{\gamma}_н = \frac{2\pi k_{ут} p_{под}}{V_н \omega_н}, \quad (8)$$

где $\bar{\gamma}_{з.н}$ — минимальное значение зоны нечувствительности гидропривода.

Если пренебречь влиянием механизма управления насоса на зону нечувствительности его ХРП (что допустимо, так как зона нечувствительности механизма управления с золотниками с отрицательным перекрытием практически отсутствует), то при прочих равных условиях она будет определяться выражением

$$\bar{\gamma}_{з.н} = \frac{2\pi k_{ут.н} p_{под}}{V_н \omega_н}.$$

В серийно выпускаемых аксиально-плунжерных насосах (в частности, в насосах объемом 33,3 см^3/об производства ОАО "СКБ ПА" и ОАО "КЭМЗ", г. Ковров) зона нечувствительности составляет 0,3÷0,45°. Только при большем отклонении органа регулирования насоса приращение подачи затрачивается на создание перепада давления в приводе и затем на вращение гидромотора с нагрузкой:

$$Q_{гм} = \frac{V_н \omega_н [\bar{\gamma}_н - (\bar{\gamma}_{з.н} + \Delta\bar{\gamma}_н)]}{2\pi}.$$

Из формулы (8) следует, что минимальная величина зоны нечувствительности тем больше, чем больше давление подпитки. Очевидно также, что зона нечувствительности тем больше, чем больше зазоры в машинах, и тем меньше, чем больше частота вращения вала насоса и его рабочий объем.

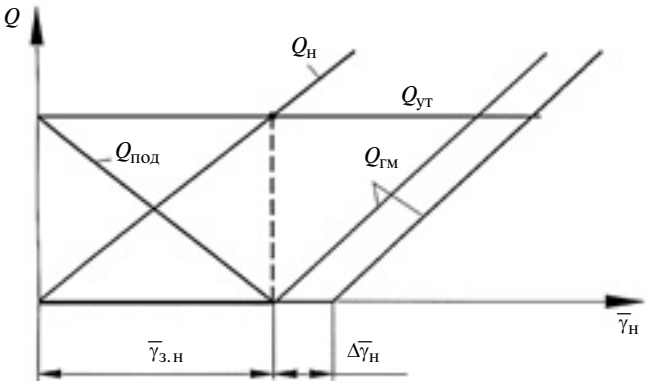


Рис. 4. Диаграмма изменения $\bar{\gamma}_н$ зоны нечувствительности гидропривода при изменении разных расходов

Изменение зоны нечувствительности ($\Delta\gamma_н$) при изменении всех расходов согласно формулам (3)—(7) показано на рис. 4.

Формула (8) определяет минимальную зону нечувствительности и справедлива при малых давлениях в приводе. На практике это имеет место при работе привода в составе следящей системы с преимущественно инерционной нагрузкой в области малых сигналов управления и давлений. В этом случае фактическая зона нечувствительности близка к получаемой по формуле (8).

При работе привода со значительной нагрузкой зона нечувствительности расширяется, но приращение зоны и в этом случае отсчитывается от ее минимальной величины по формуле (8).

Уменьшение зоны нечувствительности ХРП насоса снижает зону нечувствительности скоростной характеристики гидропривода и повышает точность привода при его замыкании обратной связью.

Установлено, что величина минимальной зоны нечувствительности прямо пропорциональна утечкам в насосе и давлению подпитки. Зону нечувствительности можно уменьшить, снизив давление подпитки насоса. После обоснованного снижения давления подпитки гидропривода и уменьшения составляющих объемных потерь аксиально-плунжерных насосов достигнуто уменьшение зоны нечувствительности с $\gamma_{з.н} = 0{,}37°$ до $\gamma_{з.н} = 0{,}095°$, соответственно динамическая ошибка привода снизилась в 1,5—4 раза для разных режимов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Даршт Я. А., Черняков А. А.** Исследование зоны нечувствительности скоростной характеристики гидропередачи с аксиально-плунжерным насосом // Вестник машиностроения. 2013. № 1. С. 12—15.

2. **Следящие** приводы / Под ред. Б. К. Чемоданова. Кн. 2. М.: Энергия, 1976. 384 с.

3. **Гамынин Н. С.** Проектирование следящих гидравлических приводов летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1972. 376 с.

4. **Попов Д. Н.** Динамика и регулирование гидро- и пневмосистем. М.: Машиностроение, 1977. 424 с.

УДК 621.839-86.001.573

П. Д. БАЛАКИН, д-р техн. наук, И. П. ЗГОННИК, канд. техн. наук (Омский ГТУ), e-mail: tmm@omgtu.ru

Исследование динамики адаптивного автовариатора

Составлена и использована динамическая модель движения автовариатора, гармонизирующего компоненты трансформируемой мощности при различных вариантах переменного внешнего нагружения.

Ключевые слова: автовариатор, динамика, управляемая координата, передаточная функция.

The dynamic model of autovariator movement, harmonizing the components of the convertible power at different variants of variable external loading, is constructed and applied.

Keywords: autovariator, dynamics, controllable axis, transfer function.

В последнее время в технологических и транспортных машинах все чаще применяют механические бесступенчатые передачи для повышения их производительности и экономичности путем гармонизации компонентов трансформируемой мощности, что достигается изменением скорости исполнительного органа машины при стационарном режиме работы приводного двигателя.

Механические бесступенчатые передачи бывают трех видов:

1) управляемые — оснащенные специальной электронной аппаратурой управления (авторегуляторами), которая изменяет кинематические характеристики передачи так, что угловая скорость и крутящий момент на валу двигателя остаются стационарными в условиях переменного внешнего нагружения;

2) бесступенчатые с ручным управлением [1];

3) автовариаторы — бесступенчатые со встроенной цепью автоматического управления передаточной функцией в зависимости от переменного внешнего нагружения, причем цепь функционирует исключительно на основании законов механики [2—9].

Для практики важна динамика механического привода подобной передачи [4—7], особенно закон управления передаточной функцией для обеспечения стационарной работы энергетической установки — двигателя.

Рассмотрим бесступенчатую клиноременную передачу со встроенной в ведомое звено цепью управления (рис. 1) [6].

Поддержание постоянной угловой скорости $\dot{\varphi}_1$ ведущей части данной передачи при изменении внешней нагрузки осуществляется автоматическим изменением передаточной функции, реализуемым встроенной цепью управления с усилителем, который изменяет кинематические размеры основных звеньев. Допустим, что такая конструкция встроена в ведомое звено автовариатора. При увеличении внешнего нагружения полушкивы *4* и *6* с помощью винтовой связи сближаются, клиновой ремень вытесняется на периферию, т. е. кинематический размер ρ_2 шкива увеличивается и при неизменном размере ведущего шкива передаточное отношение также увеличивается. При уменьшении внешнего нагружения происходят обратные изменения механической системы.

Угловые скорости ведущей и ведомой частей бесступенчатой управляемой передачи связаны условием:

$$i = \frac{\dot{\varphi}_1}{\dot{\varphi}_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1},$$

где i — передаточное отношение (передаточная функция) бесступенчатой передачи; ρ_1 — постоянный радиус ведущего шкива; ρ_2 — переменный радиус ведомого шкива.

Тогда

$$\dot{\varphi}_1 = i\dot{\varphi}_2. \qquad (1)$$

Управляющее воздействие встроенной цепи управления (винтовая связь) на бесступенчатую передачу характеризуется управляемой координатой $m = f_0(t)$. По сути эта зависимость является законом линейного сближения полушкивов ведомого звена (такой подход использован в работе [10]).

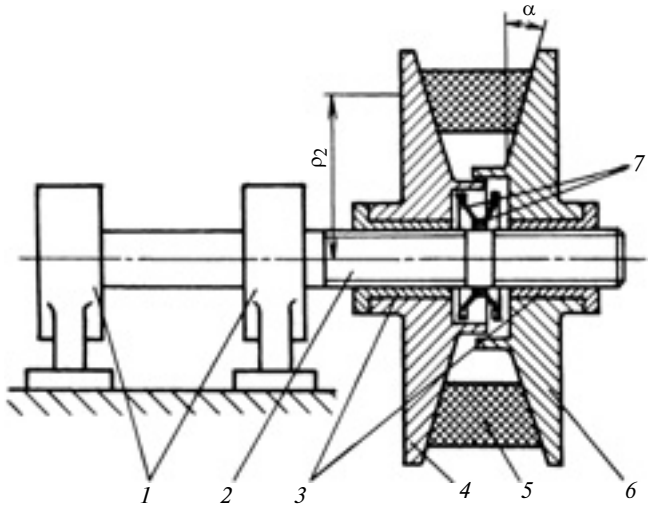


Рис. 1. Автоматический клиноременный вариатор:
1 — опоры ведомого вала; *2* — винт с правой и левой резьбами; *3* — гайки с правой и левой резьбой; *4* и *6* — полушкивы; *5* — ремень; *7* — плоские пружины

Так как изменение координаты m связано с изменением внешней нагрузки, характер которого часто не известен, то m — величина переменная и закон ее изменения заранее неизвестен.

В общем случае передаточное отношение i бесступенчатой передачи, зависящее от m, выражается функцией $i = f(m)$.

В нашем случае, зная угол α конической поверхности ведомого шкива, запишем изменение $\Delta\rho_2$ кинематического размера в функции m:

$$\Delta\rho_2 = \Delta m/\mathrm{tg}\alpha.$$

Таким образом, до создания совокупной системы двух уравнений, описывающих в конкретных условиях поведение динамической системы, и ее разрешения нельзя судить о возможном законе изменения передаточного отношения бесступенчатой передачи, входящей в состав системы, без знания закономерностей внешнего нагружения. Такие уравнения механических систем с наложенными дифференциальными неинтегрируемыми связями получили название неголономных систем, т. е. уравнение (1) является уравнением неголономной связи, которое нельзя проинтегрировать и представить в конечном виде.

Будем полагать, что в простейшем случае по условиям работы передача должна изменять передаточное отношение $i = f(m)$ по линейному закону:

$$i = a + bm,$$

где a и b — некоторые постоянные, определяемые конструктивными данными управляемой передачи (например: a определяет исходное значение передаточного отношения; $b = 1/\mathrm{tg}\alpha$).

Соответственно зависимость (1) примет вид:

$$\dot{\varphi}_1 = (a + bm)\dot{\varphi}_2. \qquad (2)$$

В представленной динамической системе диапазон регулирования бесступенчатой передачи $D = i_{\max}/i_{\min}$, где $i_{\min}$ можно принять за исходное значение.

Рассматриваемая механическая система с автоуправляемой передачей представляет собой систему с двумя степенями свободы: вращение основных звеньев вокруг своих осей и осевые перемещения полушкивов ведомого шкива. Для составления уравнений движения вала приводного двигателя и ведомого шкива в обобщенных координатах с неопределенными множителями используем метод аналитической механики:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_1}\right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_1} = Q_1 + \lambda i_{2,1}; \qquad (3)$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_2}\right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_2} = Q_2 - \lambda \cdot 1, \qquad (4)$$

где T — кинетическая энергия вращающихся масс; Q_1 и Q_2 — обобщенные силы, приведенные соответственно к ведущему и ведомому звеньям; λ — неопределенный множитель; $i_{2,1} = \dot{\varphi}_2/\dot{\varphi}_1$, при этом $i_{2,1}\dot{\varphi}_1 = 1\dot{\varphi}_2$.

Кинетическая энергия системы определяется выражением

$$T = \frac{1}{2}\left(J_1\dot{\varphi}_1^2 + J_2\dot{\varphi}_2^2\right),$$

где J_1 — момент инерции элементов, кинематически связанных с ротором приводного двигателя, и приведенных к нему масс (ротор, промежуточные передаточные элементы, ведущая часть бесступенчатой передачи); J_2 — момент инерции элементов, кинематически связанных с ведомой частью бесступенчатой управляемой передачи, приведенный к ведомому валу (ее ведомая часть, промежуточные элементы и исполнительный орган машины).

Для определения обобщенных сил Q_1 и Q_2 составим выражение работы всех действующих в системе сил, которую определяем как разность работ движущих сил ($\delta W_\text{д}$) и сил сопротивления ($\delta W_\text{с}$):

$$\delta W = \delta W_\text{д} - \delta W_\text{с}.$$

В приводах технологических машин чаще всего применяют асинхронные трехфазные двигатели с однозначной токовой и прямолинейной (или близкой к ней) механической характеристиками в их устойчивых частях с изменяющимся крутящим моментом $M_\text{д} = f_1(\dot{\varphi}_1)$ на валу. Допустим, что момент $M_\text{д}$ изменяется по линейному закону в функции от $\dot{\varphi}_1$:

$$M_\text{д} = A - B\dot{\varphi}_1, \qquad (5)$$

где A и B — параметры прямой, которой аппроксимируется линейная часть механической характеристики электродвигателя: $A = M_{\text{д}\max}$; B — тангенс угла наклона линейной части характеристики.

В этом случае при некотором перемещении электродвигатель совершает работу:

$$\delta W_\text{д} = M_\text{д}\delta\varphi_1 = (A - B\dot{\varphi}_1)\delta\varphi_1.$$

При этом работа сил сопротивления составит:

$$\delta W_\text{с} = M_\text{д}\delta\varphi_2,$$

где $M_\text{с}$ — момент сопротивления исполнительного органа машины, приведенный к ведомой части бесступенчатой передачи.

Тогда

$$\delta W = (A - B\dot{\varphi}_1)\delta\varphi_1 - M_\text{с}\delta\varphi_2,$$

Искомые обобщенные силы Q_1 и Q_2 найдем как коэффициенты при соответствующих вариациях обобщенных координат. Продифференцировав уравнения (3) и (4) и подставив значения обобщенных сил, получим:

$$J_1\ddot{\varphi}_1 = (A - B\dot{\varphi}_1) + \lambda; \quad (6)$$

$$J_2\ddot{\varphi}_2 = -M_c - \lambda i. \quad (7)$$

Для исключения из уравнений (6) и (7) неопределенного множителя λ воспользуемся выражением (2), предварительно его продифференцировав:

$$\ddot{\varphi}_1 = (a + bm)\ddot{\varphi}_2 + b\dot{m}\,\dot{\varphi}_2. \quad (8)$$

Подставив значение $\ddot{\varphi}_1$ в уравнение (6) и перегруппировав его члены, найдем величину λ, предварительно заменив $\dot{\varphi}_1$ на $\dot{\varphi}_2$ согласно уравнению (2):

$$\lambda = J_1(b\dot{m}\,\dot{\varphi}_2 + (a + bm)\ddot{\varphi}_2) - \\ - (A - B(a + bm)\dot{\varphi}_2). \quad (9)$$

С учетом выражений (2), (5) и (8) уравнение (9) примет вид:

$$\lambda = J_1\ddot{\varphi}_1 - M_д. \quad (10)$$

Подставив выражение (10) в формулу (6), получим:

$$J_1\ddot{\varphi}_1 = M_д + J_1\ddot{\varphi}_1 - M_д.$$

Подставив выражение (10) в уравнение (7), получим:

$$J_2\ddot{\varphi}_2 = -i[J_1(b\dot{m}\,\dot{\varphi}_2 + (a + bm)\ddot{\varphi}_2) - \\ - (A - B(a + bm)\dot{\varphi}_2)] - M_c. \quad (11)$$

С учетом выражений (2), (5) и (8) уравнение (11) преобразуется к виду:

$$J_2\ddot{\varphi}_2 = -i(J_1\ddot{\varphi}_1 - M_д) = M_c.$$

Приняв в соответствии с условием решаемой задачи, что $\ddot{\varphi}_1 = 0$, получим:

$$J_2\ddot{\varphi}_2 = iM_д - M_c. \quad (12)$$

Момент, развиваемый асинхронным двигателем в переходном процессе регулирования, при наличии бесступенчатой управляемой передачи составит:

$$M_д = A - B(a + bm)\dot{\varphi}_2 = \\ = J_1((a + bm)\ddot{\varphi}_2 + b\dot{m}\,\dot{\varphi}_2) + (J_2\ddot{\varphi}_2 + M_c)/i. \quad (13)$$

Уравнение (13) можно получить и другим способом, воспользовавшись уравнением Аппеля в избранных обобщенных координатах [8, 9].

Момент M_c, приведенный к ведомой части бесступенчатой управляемой передачи, в соответствии с уравнением (11) имеет вид:

$$M_c = -i[J_1(b\dot{m}\,\dot{\varphi}_2 + (a + bm)\ddot{\varphi}_2) - \\ - (A - B(a + bm)\dot{\varphi}_2]$$

или в компактной форме:

$$M_c = -i(J_1\ddot{\varphi}_1 - M_д).$$

При $\ddot{\varphi}_1 = 0$ получим $M_c = iM_д$, что соответствует действительности.

При установившемся движении $M_c = iM_д$ и $iM_д - M_c = \dot{\Delta}\,M_c = 0$, следовательно, $\ddot{\varphi}_2 = 0$.

При изменении внешнего нагружения ($\Delta M_c \neq 0$) возникает переходный процесс, определяемый законом изменения $\Delta M_c = M_c(t)$.

Так, при ступенчатом изменении $\Delta M_c = \text{const}$, что физически можно представить как линеаризацию переменной нагрузки в первом приближении, по формуле (12) получим: $J_2\dfrac{d\omega_2}{dt} = \Delta M_c = \text{const}$ или

$$d\omega_2 = \frac{\Delta M_c}{J_2}\,dt. \quad (14)$$

Проинтегрировав выражение (14) и сохранив $\Delta M_c = \text{const}$, получим линейную зависимость $\omega_2 = \omega_2(t)$.

Допустим, что ΔM_c отрицательная величина (например, ступенчато увеличился силовой момент на ведомом шкиве). Тогда при техническом решении, представленном на рис. 1, ΔM_c преобразуется в осевую силу P_{oc}, вызывающую сближение полушкивов:

$$P_{oc} = \frac{2M_c}{D_{cp}\text{tg}(\beta + \gamma)}. \quad (15)$$

Здесь D_{cp} — средний диаметр полушкива; β — угол подъема витков резьбы; $\gamma = \text{arctg}f$ — угол трения, где $\dfrac{f}{\cos\delta/2} = f'$ — приведенный коэффициент трения; δ — угол профиля резьбы.

Осевая сила P_{oc}, преодолевая усилие плоских пружин *7* (см. рис. 1) с жесткостью c, вызывает управляющее движение:

$$\Delta m = P_{oc}/c, \quad (16)$$

которое изменяет кинематический радиус ρ_2 на величину

$$\Delta\rho_2 = \Delta m/\text{tg}\alpha. \quad (17)$$

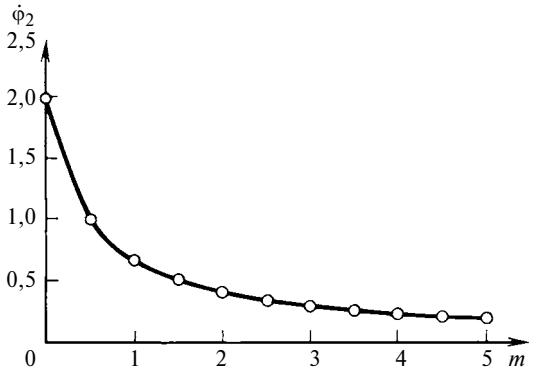


Рис. 2. Зависимость изменения угловой скорости $\dot{\varphi}_2$ от управляемой координаты m

При этом передаточное отношение составит:

$$i = \frac{\rho_2 + \Delta\rho_2}{\rho_1}. \qquad (18)$$

Как следует из зависимостей (14)—(18), при ступенчатом изменении внешнего нагружения передаточное отношение автовариатора изменяется линейно, что обеспечивает постоянная жесткость упругих элементов *7* в цепи управления.

Если переменное внешнее нагружение представить зависимостью вида $\Delta M_c = M_0 + kt$, что физически означает линеаризацию ΔM_c второго приближения, то согласно формуле (14) получим:

$$d\omega_2 = \frac{1}{J_2}(M_0 + kt)dt.$$

Тогда

$$\omega_2 = \frac{1}{J_2}\left(M_0 t + k\frac{t^2}{2}\right).$$

Отсюда передаточное отношение $i = \omega_1/\omega_2$, следовательно, при линейном изменении внешней нагрузки во времени, зависимость $i = i(t)$ будет нелинейной и в цепи управления должен быть элемент с переменной характеристикой. Например, в представленном на рис. 1 вариаторе резьбовое базирование полушкивов можно заменить торцевым кулачковым соединением и использовать упругие элементы *7* с переменной жесткостью или выполнить шкивы с переменным углом α.

Для получения общих законов управления передаточной функцией автовариатора из выражений (2) и (5) определим силовой момент двигателя:

$$M_д = A - B(a + bm)\dot{\varphi}_2. \qquad (19)$$

По условию задачи $M_д$ = const и согласно формуле (19)

$$\dot{\varphi}_2 = \frac{A - M_д}{B(a + bm)}. \qquad (20)$$

Константы A, B, $M_д$, a, b зависят от назначения привода, трансформируемой мощности, механической характеристики двигателя и предполагаемой схемы встроенной цепи управления передаточной функцией автовариатора.

Для определенности зададим следующие параметры механической системы: $A = 20$; $B = 5$; $M_д = 10$; $a = 1{,}0$; $b = 2{,}0$, изменяя m от 0 до 5 с шагом 0,5, получим зависимость $\dot{\varphi}_2 = \dot{\varphi}_2(m)$ на рис. 2.

Анализ выражения (20) показал, что угловая скорость второго шкива $\dot{\varphi}_2 = \dot{\varphi}_2(m)$ изменяется по закону, близкому к гиперболическому, а m в свою очередь зависит от силового потока M_c жесткости с упругих элементов *7* (см. рис. 1), параметров кинематической схемы автовариатора и встроенной цепи управления. Таким образом, при известных общей мощности привода, механической характеристике двигателя, диапазоне изменения M_c можно вариациями α, β, c, δ обеспечить требуемый режим автоматической работы привода, в том числе стационарный режим работы двигателя ($M_д$ = const) при переменном внешнем силовом нагружении.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Пронин Б. А., Ревков Г. А.** Бесступенчатые клиноременные и фрикционные передачи (вариаторы). М.: Машиностроение, 1980. 320 с.

2. **Балакин П. Д.** Механические автовариаторы: Учеб. пособие. Омск: ОмГТУ, 1998. 146 с.

3. **Балакин П. Д., Згонник И. П.** Механические автовариаторы в приводах транспортных машин // Омский научный вестник. 2008. 4(73). С. 39—43.

4. **Пат. 2101584 RU:** МКИ[7] 6F16H 15/50. Автоматический фрикционный вариатор.

5. **Пат. 2120070 RU:** МКИ[7] 6F16H 15/10. Автоматический фрикционный вариатор.

6. **Пат. 2122670 RU:** МКИ[7] 6F16H 9/18. Автоматический клиноременный вариатор.

7. **Пат. 127841 RU:** МКИ[7] 6F16H 9/10. Шкив.

8. **Балакин П. Д.** Динамика машин: Учеб. пособие. Омск: ОмГТУ, 2006. 320 с.

9. **Балакин П. Д.** Динамическая модель механического привода с автовариатором на базе уравнений Аппеля // Анализ и синтез механических систем: Сб. науч. тр. / Под ред. В. В. Евстифеева. Омск: ОмГТУ, 1998. С. 29—33.

10. **Передаточные** механизмы: Сборник статей / Под ред. Б. А. Пронина. М.: Машгиз, 1963. 293 с.

УДК 621.822

Ф. Г. НАХАТАКЯН, канд. техн. наук (ИМАШ им. А. А. Благонравова РАН), e-mail: filnahat7@mail.ru

Податливость роликовых подшипников

Изложен метод аналитического определения упругой податливости роликовых подшипников на основе теории Герца. Установлено, что данный показатель зависит от внешней нагрузки, и предварительный натяг подшипников следует устанавливать с учетом ее изменения.

Ключевые слова: упругая податливость, контактная задача Герца, роликовый подшипник, касание, упругое тело, предварительный натяг.

The method of analytical determination of elastic flexibility of roller bearings on the base of Hertz theory is described. It is determined, that this parameter depends on external loading, and bearing preload should be set taking into account the change in external load.

Keywords: elastic flexibility, Hertz contact problem, roller bearing, contact, elastic body, preload.

При расчете нагруженности и прочности роликовых подшипников, как правило, используют решение так называемой контактной задачи теории упругости о сжатии двух цилиндров с параллельными осями.

Известно, что Г. Герц, впервые решивший контактную задачу, лежащую в основе контактных расчетов деталей машин, не вывел зависимости для контактной деформации цилиндров с параллельными осями [1]. По мнению многих ученых [2, 3], теория Герца (расчетная модель — упругое полупространство) непригодна для решения данной задачи, так как для этого параметра она дает логарифмическую бесконечность.

Однако эта задача решена в работе [4] с применением предложенного в работе [5] метода и принципа суперпозиции на основе модели упругого полупространства. Для контактной деформации круговых цилиндров радиусом R_0 получена формула

$$\alpha = -\frac{4q(1-\nu^2)}{\pi E}\left[\ln\frac{4R_0}{b} - \frac{1}{2}\right],$$

где ν и E — коэффициент Пуассона и модуль упругости материала; q — удельная нагрузка; b — полуширина площадки контакта по Герцу.

Очевидно, что для определения контактной податливости роликового подшипника необходимо учитывать суммарную деформацию всех его деталей, находящихся в силовом контакте, т. е. внутреннего и наружного колец и роликов.

Предложенный в работе [5] метод позволил также определить совместную деформацию двух упругих тел, находящихся в контакте до деформации по линии. В частности, на его основе для двух тел (цилиндрический сегмент—ролик), находящихся в контакте по линии (рис. 1), в работе [6] получена формула сближения центра A ролика с основанием сегмента (точка B):

$$w_{A/B} = \frac{4(1-\nu^2)q}{\pi E}\ln\left[1{,}842\sqrt{\frac{EC(R_i+R_0)}{qR_i}}\right]. \qquad (1)$$

Имея формулу (1) суммарной деформации двух упругих тел, нетрудно определить упругую податливость роликовых подшипников. В работе [7] для этого параметра на основе экспериментальных данных сжатия стальных роликов плоскими плитами получено значение $26 \cdot 10^{-6}$ мм^2/Н (для одного тела).

Определим этот параметр с помощью формулы (1). Суммарное относительное смещение $w_{B/H}$ двух точек B и H (рис. 2) определим как сумму сближений $w_{A/H}$ точек H и A с одной стороны (контакт ролик—наружное кольцо) и $w_{A/B}$ точек A

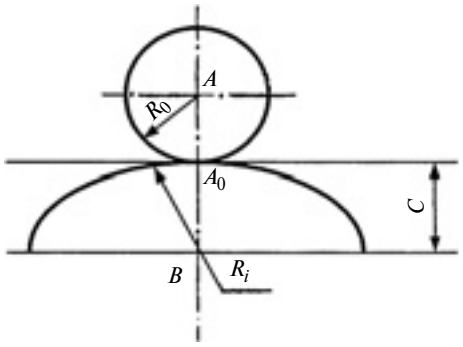


Рис. 1. Контакт ролика и цилиндрического сегмента по линии

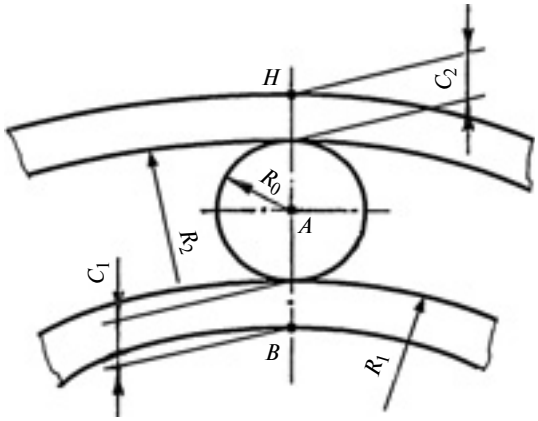


Рис. 2. Контакт ролика с кольцами в подшипнике

и B с другой стороны (контакт ролик—внутреннее кольцо):

$$w_{B/H} = w_{A/B} + w_{A/H}, \qquad (2)$$

где $w_{A/B}$ и $w_{A/H}$ определяются по формуле (1) с учетом приведенного радиуса кривизны:

$$w_{A/B} = \frac{4(1-\nu^2)q}{\pi E} \ln\left[1{,}842\sqrt{\frac{EC_1(R_1+R_0)}{qR_1}}\right];$$

$$w_{A/H} = \frac{4(1-\nu^2)q}{\pi E} \ln\left[1{,}842\sqrt{\frac{EC_2(R_2+R_0)}{qR_2}}\right].$$

Тогда выражение (2) примет вид:

$$w_{B/H} = 2\frac{4(1-\nu^2)q}{\pi E} \times$$

$$\times \ln\left[1{,}842\sqrt{\frac{E\sqrt{C_1C_2}}{q}}\sqrt{\frac{(R_1+R_0)(R_2-R_0)}{R_1R_2}}\right] \approx$$

$$\approx 2\frac{4(1-\nu^2)q}{\pi E} \ln\left[1{,}842\sqrt{\frac{E\sqrt{C_1C_2}}{q}\left(1+\frac{1}{2}\frac{R_0^2}{R_1R_2}\right)}\right]. \qquad (3)$$

Структура формулы (3) такова, что даже двукратное увеличение толщины C_i приводит к увеличению $w_{B/F}$ в среднем всего на 8 % (несмотря на то, что при $C \to \infty$ перемещение $w_{B/F} \to \infty$). Учитывая, что $\frac{1}{2}\frac{R_0^2}{R_1R_2} \ll 1$, запишем формулу (3) в виде:

$$w_{B/H} = 2\frac{4(1-\nu^2)q}{\pi E} \ln\left[1{,}842\sqrt{\frac{EC}{q}}\right], \qquad (4)$$

где C — усредненное значение.

Согласно формуле (4) для удельной податливости получим выражение

$$\bar{w} = \frac{w_{B/H}}{q} = 2\frac{4(1-\nu^2)}{\pi E} \ln\left[1{,}842\sqrt{\frac{EC}{q}}\right], \qquad (5)$$

из которого видно, что удельная податливость $\bar{w}$ зависит от внешней нагрузки — растет с уменьшением q, что объясняется большой податливостью системы в начальный момент нагружения, когда только формируется площадка контакта. Из формулы (5) следует также, что жесткость не зависит от радиуса ролика; это подтверждается многочисленными экспериментальными исследованиями [8, 9].

На рис. 3 приведены зависимости удельной податливости $\bar{w}$ от удельной нагрузки q для роликовых подшипников 2211 при $E = 2{,}15 \cdot 10^5$ МПа; $\nu = 0{,}3$; $C = 4{,}1$ мм. Согласно рис. 3, *а*—*в*, влияние нагрузки q на удельную податливость $\bar{w}$ значительнее при малых q. Кроме того, видно, что только при определенном диапазоне изменения нагрузки q можно удельную податливость $\bar{w}$ с приемлемой точностью считать постоянной, а при изменении нагрузки в более широком диапазоне (см. рис. 3, *а*), удельная податливость изменяется от $20 \cdot 10^{-6}$ до $30 \cdot 10^{-6}$ мм^2/Н.

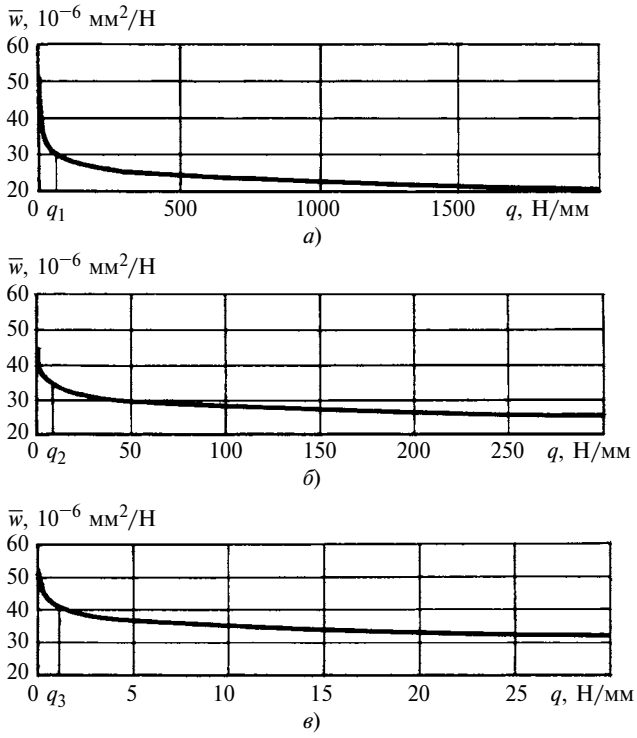


Рис. 3. Зависимости упругой податливости $\bar{w}$ для одного тела роликового подшипника от удельной нагрузки q при ее изменении в диапазоне от 0 до 30 (*а*), 300 (*б*) и 2000 Н/мм (*в*)

И последнее. Известно [10], что жесткость подшипников может быть в значительной степени повышена их предварительным натягом. Изменение жесткости таким путем на определенных режимах работы можно использовать для снижения уровня вибрации подшипников [11]. Согласно формуле (4) одинаковое приращение нагрузки вызывает большие приращения перемещений в зоне малых нагрузок q и малые приращения перемещений в зоне больших нагрузок. Используя выражение (5), можно определить величину преднатяга в зависимости от диапазона изменения q. Например, при изменении q, Н/мм: от 0 до 2000 (см. рис. 3, *а*) преднатяг необходимо установить при $q = q_1$; от 0 до 300 (см. рис. 3, *б*) — при $q = q_2$; от 0 до 30 (см. рис. 3, *в*) — при $q = q_3$, т. е. чтобы "срезать" тот участок графика податливости, где она стремительно растет при $q \to 0$.

Таким образом, полученную аналитическую зависимость (5), которая позволяет вычислить упругую податливость роликовых подшипников, можно рекомендовать для практического использования.

УДК 620.169.2

Н. Н. ИШИН, А. М. ГОМАН, А. С. СКОРОХОДОВ, кандидаты технических наук (Объединенный институт машиностроения НАН Беларуси, г. Минск), С. А. ГАВРИЛОВ (ОАО "Полтава-БелАЗ-сервис", Украина, г. Комсомольск), e-mail: Nik_Ishin@mail.ru)

Прогнозирование остаточного ресурса планетарных редукторов

Предложен метод прогнозирования остаточного ресурса зубчатых приводных механизмов, основанный на их периодическом вибромониторинге при эксплуатации. Метод базируется на оценке изменения динамической нагруженности, определяемой параметрами ударных виброимпульсов в зубчатом зацеплении.

Ключевые слова: зубчатая передача, виброимпульс, динамические характеристики, вибромониторинг, остаточный ресурс.

The method of forecasting of residual life of gear drive mechanisms based on their periodic vibrational monitoring at service is suggested. The method is based on the assessment of change in dynamic loading, determined by parameters of impact vibrational impulses in gearing.

Keywords: gear drive, vibrational impulse, dynamic characteristics, vibrational monitoring, residual life.

Эффективный контроль текущего технического состояния наиболее сложных систем и их ответственных элементов невозможен без современных методических и инструментальных средств диагностики [1—3], однако для широкого применения диагностических комплексов требуется дополнительное развитие ряда научных и практических приложений, в частности таких, как прогнозирование остаточного ресурса зубчатых передач по данным периодического мониторинга динамики зацепления. Одним из направлений данных исследований является анализ возникающего при входе в зацепление зубьев зубчатых колес ударного импульса, связанного с мгновенным сообщением зубом шестерни зубу колеса некоторой избыточной скорости [4]. Ударный импульс является источником упругих колебаний зубчатых приводных механизмов, используемых в качестве диагностического сигнала, так как его параметры зависят от технического состояния зубчатой передачи.

В ГОСТ 21354—87 и работах [5, 6] даны зависимости для расчета ресурса зубчатых передач, учитывающие изменяющиеся в процессе эксплуатации факторы, связанные с изменением динамической составляющей нагрузки в зацеплении, обусловленным изнашиванием и контактным выкрашиванием зубьев. Для установления корреляционной связи между степенью повреждения зубьев и изменением динамических параметров зацепления можно использовать метод вибрационного диагностирования нагруженности зубчатых передач при стендовых испытаниях [7], который основан на том, что изнашивание и контактное выкрашивание меняют шаг зацепления зубьев, что изменяет амплитуду и форму ударного импульса, а следовательно, и динамическую составляющую на-

(Окончание статьи. Начало см. на стр. 19)

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Hertz H.** Uber die Beruchtung fester elastischen Korper // Gesamelte Werke. Bd 1. Leipzig: 1895. S. 155—174.

2. **Динник А. Н.** Избранные труды. Киев: АН УССР, 1952. Т. 1. 151 с.

3. **Айрапетов Э. Л.** Контактная деформация цилиндров с параллельными осями // Вестник машиностроения. 1988. № 6. С. 6—10.

4. **Нахатакян Ф. Г.** Об одном методе точного решения контактной задачи Герца для круговых цилиндров с параллельными осями // Вестник машиностроения. 2011. № 3. С. 3—6.

5. **Нахатакян Ф. Г.** Механика контактного сближения упругих тел в задаче Герца // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2010. № 5. С. 48—56.

6. **Нахатакян Ф. Г.** Сближение упругих тел конечных размеров при начальном касании по линии // Вестник машиностроения. 2014. № 2. С. 24—27.

7. **Орлов А. В.** Влияние износа на работоспособность опор качения // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2007. № 5. С. 71—79.

8. **Орлов А. В.** Упругие деформации и напряжения на линейном контакте // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2006. № 6. С. 31—36.

9. **Хоприх, Цантопулос.** Контактные деформации вдоль прямой линии: цилиндр между двумя плоскими плитами // Тр. Американского общества инженеров-механиков. Проблемы трения и смазки. М.: Мир, 1974. № 3. С. 193—198.

10. **Решетов Д. Н.** Детали машин. М.: Машиностроение, 1989. 496 с.

11. **Пат. 1781477 Рос. Федерации.** Способ снижения уровня вибрации подшипника качения.

грузки в зубчатом зацеплении. В свою очередь величина последней определяет виброакустическую активность зубчатой передачи, что дает возможность установить связь параметров вибраций с величиной динамической составляющей нагрузки и степенью повреждения отдельных пар зубьев. Такой подход позволяет при проведении стендовых ресурсных испытаний зубчатых передач по результатам периодического вибромониторинга и тензометрирования зацепления определять коэффициенты динамичности для каждой пары зубьев, а также рассчитывать их остаточные ресурсы и вероятность безотказной работы с учетом достигнутой наработки [8, 9].

На основе указанных исследований в области вибрационного диагностирования нагруженности зубьев разработан метод оценки остаточного ресурса зубчатых приводных механизмов, который основан на расчете наибольшего контактного напряжения в каждой паре сопряженных зубьев зубчатой передачи по результатам вибромониторинга [10]. Его недостатком является необходимость тензометрирования полного окружного усилия в зацеплении в реальном времени с оценкой динамической составляющей нагрузки и амплитуды импульса виброускорения на подшипниковом узле передачи.

При проведении вибромониторинга технического состояния зубчатых передач при эксплуатации, как правило, невозможно использовать методы тензометрирования зубчатых пар. Однако при наличии корреляции между степенью повреждения зубьев и изменением вибрации на корпусе редуктора для оценки остаточного ресурса зубчатой пары, лимитирующей надежность редуктора, можно использовать доработанный вариант метода, приведенного в работе [10], в котором вместо блока нагружения на каждом обороте зубчатого колеса рассматривается зацепление наиболее нагруженной пары зубьев. При этом в процессе вибромониторинга передачи регулярно измеряется максимальное виброускорение для корректировки значения коэффициента внутренней динамической нагрузки и, соответственно, расчетного контактного напряжения.

Метод расчета остаточного ресурса

Рассмотрим расчет остаточного ресурса высокоскоростного двухрядного планетарного редуктора мотор-колеса (РМК) большегрузного самосвала БелАЗ 75132 грузоподъемностью 130 т, принимая во внимание, что для этого РМК основной причиной выхода из строя зубчатых передач являются износ и контактное выкрашивание рабочих поверх-

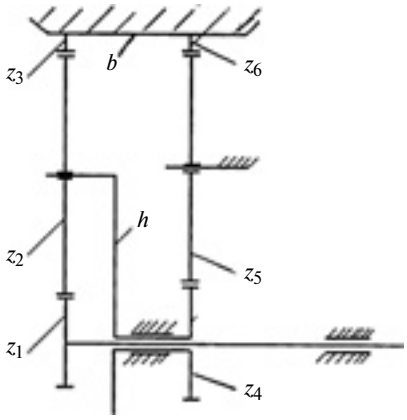


Рис. 1. Кинематическая схема планетарного РМК большегрузного самосвала БелАЗ 75132

ностей зубьев (рис. 1). Число сателлитов в каждом ряду $n_w = 3$.

Остаточный ресурс зубчатой передачи (остаточное число $N_{\text{ос}}$ циклов нагружения зубьев) определяется выражением

$$N_{\text{ос}} = \frac{R_H - Q_{im}}{Q_i}, \qquad (1)$$

где R_H — мера несущей способности зубчатой передачи; Q_{im} — мера повреждения зубчатой передачи в течение времени, равного m интервалам времени замеров вибрации; Q_i — мера повреждения пары зубьев за один оборот сателлита.

Величина R_H вычисляется по формуле

$$R_H = \sigma_{H_{\text{lim}}}^{q_H} N_{H_0}, \qquad (2)$$

где $\sigma_{H_{\text{lim}}}$ — предел контактной выносливости, МПа; N_{H_0} — число циклов напряжений, соответствующее перегибу кривой усталости, при расчете на контактную выносливость; q_H — показатель степени кривой усталости при расчете на контактную выносливость [11].

Мера повреждения пары зубьев за один оборот сателлита

$$Q_i = \sigma_{H_i}^{q_H}. \qquad (3)$$

Рассматривая на каждом обороте сателлита только зацепление наиболее нагруженной пары зубьев и принимая вместо блока нагружения максимальные напряжения в интервалах времени между замерами вибрации, получим меру повреждения зубчатой передачи в течение времени, равного m интервалам между замерами вибрации, в виде:

$$Q_{im} = \sum_{i=1}^{i=m} N_i n_w \sigma_{H_i}^{q_H}, \qquad (4)$$

где N_i — число циклов нагружения зубьев; σ_{H_i} — расчетное контактное напряжение, МПа.

После подстановки в выражение (1) формул (2)—(4) выражение для остаточной наработки зубчатой передачи в числах циклов нагружения зубьев примет вид

$$N_{\text{ос}} = \frac{\sigma_{H\lim}^{q_H} - \sum_{i=1}^{i=m} N_i \sigma_{H_i}^{q_H}}{\sigma_{H_i}^{q_H}}. \qquad (5)$$

Расчетное контактное напряжение определяем по формуле [11]

$$\sigma_H = \sigma_{H_0} \sqrt{K_H}, \qquad (6)$$

где σ_{H_0} — контактное напряжение; K_H — коэффициент нагрузки.

Контактное напряжение находим по формуле

$$\sigma_{H_0} = Z_E Z_H Z_\varepsilon \sqrt{\frac{F_t}{b_w d_1} \frac{u+1}{u}}, \qquad (7)$$

где Z_E, Z_H и Z_ε — коэффициенты, учитывающие соответственно механические свойства материалов, форму и суммарную длину контактных линий [11]; F_t — окружная сила на делительном диаметре; b_w и d_1 — рабочая ширина зубчатого венца и делительный диаметр шестерни; u — передаточное число зубчатой передачи.

Коэффициент нагрузки K_H определяем по зависимости [11]

$$K_H = K_A K_{HV} K_{H\beta} K_{H\alpha}, \qquad (8)$$

где K_A — коэффициент, учитывающий внешнюю динамическую нагрузку; $K_{HV} = 1 + F_{\max}/F_t$ — коэффициент внутренней динамической нагрузки ($F_{\max}$ — амплитуда ударного импульса); $K_{H\beta}$, $K_{H\alpha}$ — коэффициенты, учитывающие неравномерность распределения нагрузки по длине контактных линий и распределение нагрузки между зубьями.

Для первоначальной оценки $F_{\max}$ можно использовать модифицированную полуэмпирическую формулу [11]

$$F_{\max} = \delta_H \sqrt{(\Delta_0 + \delta_c)}\, V b_w \sqrt{\frac{a_w}{u}}, \text{ Н}, \qquad (9)$$

где δ_H — коэффициент, учитывающий влияние вида зубчатой передачи; Δ_0 — разность основных шагов сопрягаемых зубьев, входящих в зацепление (определяется погрешностью изготовления); δ_c — суммарная деформация пары зубьев, находящейся в зацеплении до момента кромочного удара; V — окружная скорость на делительном диаметре; a_w — межосевое расстояние передачи.

В дальнейшем при корректировке значения K_{HV} считаем, что амплитуда $F_{\max}$ изменяется пропорционально изменению максимальных значений виброускорений.

Пример расчета остаточного ресурса

Рассчитаем остаточный ресурс зубчатой пары: центральное колесо с числом зубьев z_4 — сателлит с числом зубьев z_5 (см. рис. 1) второй ступени РМК 130-тонного самосвала БелАЗ, эксплуатируемого в карьере Полтавского горнообогатительного комбината. После 200 тыс. км пробега самосвала наблюдается существенное увеличение виброускорений, создаваемых этой зубчатой парой.

Исходные данные:

числа зубьев: $z_4 = 22$, $z_5 = 29$; неподвижного зубчатого колеса $z_6 = 83$;

нормальный модуль $m = 10$ мм;

передаточное число $u = z_5/z_4 = 1{,}32$;

ширина венца: центрального колеса $b_{w4} = 164$ мм, сателлита $b_{w5} = 143$ мм;

коэффициенты смещения: $x_4 = 0{,}71$; $x_5 = 0{,}671$;

угол наклона зуба $\beta = 0$;

степень точности передачи — 8 (ГОСТ 1643—81);

окружная скорость вращения центрального колеса $V_4 = 1{,}21$ м/с;

межосевое расстояние: $a_w = 266{,}99$ мм;

окружной момент на центральном колесе: $T_4 = 12\,625$ Н · м;

окружная сила на делительном диаметре центрального колеса: $F_{i4} = 114750$ Н;

материал зубчатых колес — сталь 20Х2Н4А, способ упрочняющей обработки — цементация;

твердость поверхности зуба 627 *HB* (62 *HRC*);

радиус колеса самосвала $r_к = 1{,}43$ м.

Контактное напряжение определяем по формуле (7). При $Z_E = 190$, $Z_H = 2{,}147$ и $Z_\varepsilon = 0{,}919$ [11] получим $\sigma_{H_0} = 950$ МПа.

При $\delta_H = 0{,}14$, $\Delta_0 = 43$ мк, $\delta_c = 55{,}5$ мк, $u = 1{,}32$, $b_{w5} = 143$ мм по формуле (9) находим амплитудное значение ударного импульса $F_{\max} = 3475$ Н.

Тогда согласно формуле (8) коэффициент внутренней динамической нагрузки K_{HV} и коэффициент нагрузки K_H составят:

$$K_{HV} = 1 + 3475/114750 = 1{,}03;$$

$$K_H = 1{,}5 \cdot 1{,}03 \cdot 1{,}07 \cdot 1 = 1{,}653.$$

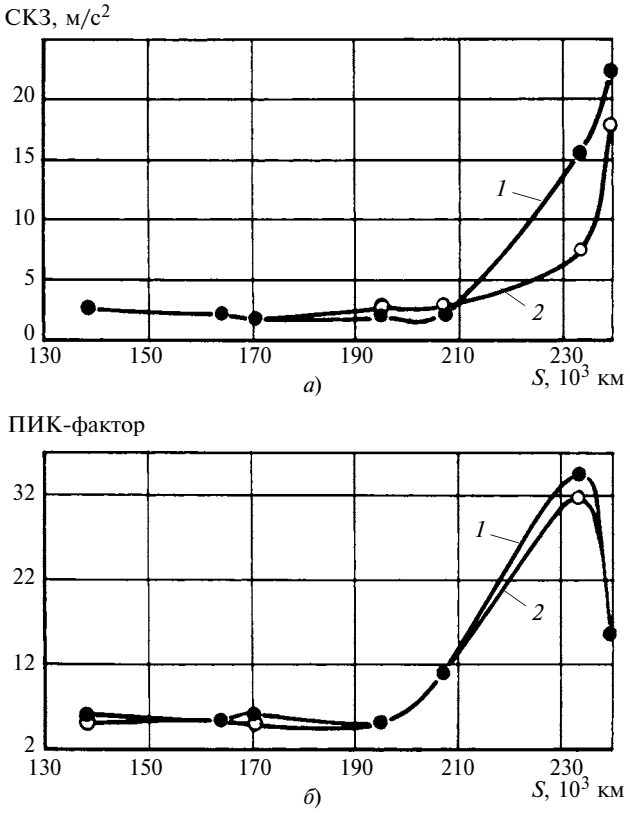


Рис. 2. Зависимости СКЗ (*а*) и ПИК-фактора (*б*) виброускорений от пробега самосвала БелАЗ 75132:
1 — значения, усредненные по всем скоростям самосвала; *2* — при скорости 20 км/ч

Согласно формуле (6) расчетное значение контактного напряжения

$$\sigma_H = 950\sqrt{1{,}653} = 1221 \text{ МПа}.$$

Согласно работе [12] предел контактной выносливости зубчатой пары, соответствующий вероятности неразрушения $\gamma = 90$ %, составляет $\sigma_{H\lim} = 1260$ МПа, а базовое число циклов напряжений, соответствующее пределу выносливости, $N_{H_0} = 1{,}2 \cdot 10^8$.

Полный ресурс работы зубчатой передачи:

$$R_H = \sigma^{q_H}_{H\lim} N_{H_0} = 1260^6 \cdot 1{,}2 \cdot 10^8 = 4{,}8 \cdot 10^{26} \text{ МПа}^6.$$

На рис. 2 приведены результаты проведенного авторами мониторинга среднего квадратического значения (СКЗ) и ПИК-фактора виброускорений РМК самосвала БелАЗ 75132 в зависимости от его наработки в километрах пробега.

Анализ изменения СКЗ виброускорений (рис. 2, *а*) показал, что при наработке самосвала $S \leqslant 200$ тыс. км эта величина практически не изменяется как во всем диапазоне скоростей самосвала, так и при скорости $\upsilon = 20 \pm 5$ км/ч. При $S > 200$ тыс. км СКЗ резко возрастает, одновременно увеличивается и ПИК-фактор (рис. 2, *б*) до $S = 235$ тыс. км, а далее на фоне активного роста СКЗ виброускорений наблюдается резкое снижение ПИК-фактора. Это указывает на то, что данный редуктор находится на грани выхода из строя и требуются более тщательный контроль и анализ его вибрационных характеристик.

Исследования [1] показали, что между амплитудой ударного импульса и значениями виброускорений существует линейная зависимость. Следовательно, с ростом виброускорений пропорционально возрастает коэффициент динамичности K_{HV}.

Накопление повреждений (расходование ресурса) происходит в основном при движении груженого самосвала на подъем, при этом наработка самосвала в режиме подъема составила $S_{\text{наг}} \approx 0{,}4S$. При спуске и движении в транспортном режиме вне карьера напряжения незначительны и повреждения практически не накапливаются. В таблице приведены результаты расчета показателей, определяющих остаточный ресурс зубчатой пары для разных интервалов наработки самосвала при его работе в карьере на подъеме.

Значения показателя в интервале наработки

Интервал наработки	$S_{\text{наг}i}$, км	N_i, 10^8	Максимальные значения виброускорений	$K_{\text{в}}^{**}$	K_{HVi}	K_{Hi}	σ_{Hi}, МПа	Q_{im}, 10^{26} МПа^6
1	0÷77924	0,981	11,62*	1	1,030	1,653	1221	3,25
2	77924÷82846	0,062	27,53	2,37	1,071	1,719	1246	0,232
3	82846÷93423	0,132	232,82	20	1,600	2,658	1522	1,643
4	93423÷95804	0,030	272,03	23,33	1,700	2,729	1569	2,581

* Усредненное значение.
** $K_{\text{в}}$ — отношение максимального значения виброускорений на i-м интервале к соответствующему его значению на первом интервале.

Число циклов нагружения центрального колеса z_4 при наработке $S_{\text{наг}\,i}$ рассчитываем по формуле

$$N_i = \frac{S_{\text{наг}\,i}}{2\pi r_k}\frac{z_6}{z_4}n_w.$$

Остаточная наработка самосвала под нагрузкой в километрах пробега составит

$$S_{\text{ос.наг}} = \frac{z_4 N_{\text{ос}}}{z_6 n_w}2\pi r_{\text{к}},\ \text{км}. \qquad (10)$$

Остаточная наработка в числах циклов нагружения зубьев при движении самосвала на подъеме в карьере согласно формуле (5) для интервала 2 наработки составит

$$N_{\text{ос}2} = \frac{1{,}318\cdot 10^{26}}{1246^6} = 0{,}35\cdot 10^8,$$

или в пересчете по формуле (10) в километрах пробега под нагрузкой — $S_{\text{ос.наг}} = 27\,946$ км, т. е. самосвал можно эксплуатировать еще ≈10 мес., так как работа в режиме подъема составляет 40 % от всех режимов эксплуатации и, следовательно, $S_{\text{ос}} = 27\,946/0{,}4 = 69\,865$ км.

Определим остаточный ресурс самосвала на интервале 3 наработки:

$$Q_3 = 4{,}8\cdot 10^{26} - (3{,}25 + 0{,}232 + 1{,}643)10^{26} = \\ = -0{,}325\cdot 10^{26}\ \text{МПа}^6.$$

Отрицательное значение полученной величины указывает на то, что еще до очередного вибромониторинга весь ресурс зубчатой пары уже был выбран. Расчет показал, что нулевой остаточный ресурс самосвала достигается при пробеге $S = 228\,145$ км. Выбор всего ресурса еще не означает выхода редуктора из строя, однако, в этом случае прохождение ПИК-фактором точки перегиба при $S = 233\,357$ км служит сигналом к ремонту РМК. Практика эксплуатации редукторных систем показывает, что изменение величины ПИК-фактора отражает развитие повреждений элементов редукторов, и после достижения его максимума и последующего спада через определенный промежуток времени возможно разрушение этих элементов.

Таким образом, в результате проведенных исследований предложен метод определения остаточного ресурса зубчатых приводных механизмов на основе пиковых значений виброускорений ресурсов при эксплуатации, который применим при наличии корреляционной связи между степенью повреждения зубьев и увеличением вибрации корпуса редуктора.

Преимущество данного метода заключается в возможности автоматизации определения остаточного ресурса зубчатых передач путем вибромониторинга. На его основе открывается перспектива разработки алгоритмов диагностирования, интегрируемых в бортовую компьютерную систему большегрузных самосвалов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Комплексный** контроль и повышение качества зубчатых приводных механизмов для машиностроения / О. В. Берестнев, В. Е. Антонюк, Н. Н. Ишин и др. Минск: БелГИСС, 2009. 115 с.

2. **Пат. 4261 Респ. Беларусь:** МПК C2 G 01 M 13/02. Способ вибрационной диагностики нагруженности зубьев зубчатых передач при испытаниях.

3. **Берестнев Я. О., Ишин Н. Н.** Новые методы экспериментального определения критериальных параметров динамических систем приводных механизмов. Минск: УП "Технопринт", 2004. 117 с.

4. **Абрамов Б. М.** Колебания прямозубых зубчатых колес. Харьков: ХГУ, 1968. 175 с.

5. **Альгин В. Б.** Динамика, надежность и ресурсное проектирование трансмиссий мобильных машин. Минск: Наука и техника, 1995. 256 с.

6. **Болотин В. В.** Прогнозирование ресурса машин и конструкций. М.: Машиностроение, 1984. 312 с.

7. **Расчетно-экспериментальный** метод прогнозирования остаточного ресурса зубчатых передач / Н. Н. Ишин, А. М. Гоман, А. С. Скороходов, М. К. Натурьева // Автомобильная промышленность. 2010. № 11. С. 20—23.

8. **Ишин Н. Н., Гоман А. М., Скороходов А. С.** Оценка остаточного ресурса зубчатых передач при стендовых испытаниях по данным вибромониторинга // Вестник Национального технического университета "ХПИ". Вып. № 35. 2012. С. 37—51.

9. **Ишин Н. Н., Гоман А. М., Скороходов А. С.** К вопросу о прогнозировании остаточного ресурса зубчатых колес по данным периодического вибромониторинга динамики // Вестник БрГТУ. Машиностроение. 2010. № 4(64). С. 50—53.

10. **Методология** оценки остаточного ресурса зубчатых приводных механизмов по данным вибромониторинга / Н. Н. Ишин, А. М. Гоман, А. С. Скороходов, М. К. Натурьева // Сб. тр. междунар. науч.-техн. конф. "Инновации в машиностроении—2012" (17—19 октября 2012 г., г. Минск). ОИМ НАН Беларуси. 2013. С. 301—303.

11. **ГОСТ 21354—87.** Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные внешнего зацепления. Расчет на прочность. М.: Изд-во стандартов, 1987. 130 с.

12. **Цитович И. С., Каноник И. В., Вавуло В. А.** Трансмиссии автомобилей. Минск: Наука и техника, 1979. 256 с.

УДК 534.1

Ю. Я. БЕТКОВСКИЙ, канд. техн. наук, (ОАО "ГосМКБ "Радуга" им. А. Я. Березняка", г. Дубна),
e-mail: betkovsky@yandex.ru

Построение матриц масс и жесткостей цельноповоротных конструкций по результатам частотных испытаний

Разработан расчетно-экспериментальный способ определения по результатам частотных испытаний обобщенных масс и жесткостей цельноповоротных жестких плоских конструкций, закрепленных на оси вращения, типа крыла и оперения самолетов.

Ключевые слова: колебания, собственные частоты, обобщенные массы, цельноповоротные плоские конструкции.

The experiment-calculated method of determination of generalized masses and stiffnesses of all-moving stiff plain structures, fixed along rotation axis, of airplane wing and empennage type, based on the results of frequency tests, is developed.

Keywords: vibrations, eigenfrequencies, generalized masses, all-moving plain structures.

Обобщенные массы жестких цельноповоротных конструкций

Узловые линии $R\xi_1$ и $R\xi_2$ (рис. 1) форм собственных колебаний первых тонов цельноповоротных жестких плоских конструкций, закрепленных на оси вращения, близки к прямым. Если угол поворота $r(t)$ вокруг одной из узловых линий (далее ось ξ) принять за обобщенную координату, то вынужденные одностепенные колебания вокруг этой узловой линии под действием приложенной в точке с координатами (ξ, η) силы $Pe^{i\omega t}$ определяются уравнением:

$$\ddot{r} + \frac{\omega_0\delta}{\pi}\dot{r} + \omega_0^2 r = \frac{\eta P}{c}e^{i\omega t},$$

где $R\eta$ — ось, ортогональная к узловой линии $R\xi$; c — массовый момент инерции конструкции (обобщенная масса); ω_0 — собственная (круговая) частота; δ — логарифмический декремент колебаний (вращений) относительно узловой линии.

Решение относительно угловых ускорений вынужденных установившихся колебаний имеет вид:

$$\ddot{r} = \frac{\eta P}{c}\left\{\frac{\omega^2(\omega^2-\omega_0^2)}{(\omega^2-\omega_0^2)^2+(\omega\omega_0\delta/\pi)^2} + i\frac{\omega^2\omega_0\delta/\pi}{(\omega^2-\omega_0^2)^2+(\omega\omega_0\delta/\pi)^2}\right\}e^{i\omega t}.$$

При резонансе $\omega = \omega_0$ синфазная составляющая отклика равна нулю, а квадратурная составит

$$Im_{\max} = Im\ddot{r}(\omega_0) = \frac{\pi\eta P}{c\delta}.$$

При частотных испытаниях определяют резонансную частоту колебаний и пиковое значение квадратурных составляющих перемещений W или ускорений $\ddot{W}$ произвольных точек конструкции.

Если измерения перемещения $W(\xi, \eta) = r\eta$ или ускорения $\ddot{W}(\xi, \eta) = \ddot{r}\eta$ выполнять в точке приложения возбуждающей силы, т. е. в точке с координатами (ξ, η), и определять логарифмический декремент δ одним из известных способов, то обобщенная масса $c(\omega_0)$ конструкции, соответствующая ее собственным угловым колебаниям относительно узловой линии $R\xi$ с частотой ω_0, определяется как

$$c = c(\omega_0) = \frac{\pi P\eta^2}{\delta Im\,\ddot{W}(\omega_0)} = \frac{\pi P\eta^2}{\omega^2\delta Im\,\ddot{W}(\omega_0)}. \qquad (1)$$

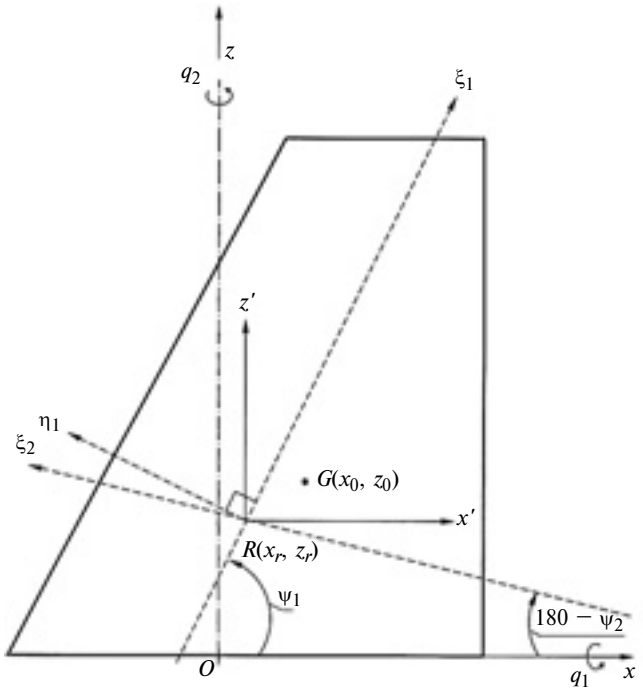


Рис. 1

Построение матрицы масс жесткого поворотного руля относительно оси поворота в бортовой нервюры

При расчете двухстепенного консольного флаттера управляющих цельноповоротных рулей летательных аппаратов предполагается, что узловыми линиями являются ост бортовой нервюры (ось x) и

ось вращения руля (ось z). Математическая модель такого флаттера описывается в координатах углов поворота относительно осей $x(q_1)$ и $z(q_2)$ системой дифференциальных уравнений:

$$\sum_{j=1}^{2} c_{ij}\ddot{q}_j + (h_{ij} + Vd_{ij})\dot{q}_j + (a_{ij} + V^2 b_{ij})q_j = 0,$$

где $i = 1, 2$; $j = 1, 2$; $c_{11} = I_x$ и $c_{22} = I_z$ — массовые моменты инерции руля относительно осей x и z соответственно, $c_{12} = I_{xz}$ — массовый центробежный момент; $a_{11} = c_{11}p_1^2$ и $a_{22} = c_{22}p_2^2$ — обобщенные жесткости, которые рассчитывают по частотам p_1 и p_2 собственных колебаний вокруг осей x и z.

Частотными испытаниями рулей получают синфазные и квадратурные составляющие отклика, по которым определяют собственные частоты ω_1 и ω_2, декременты δ_1 и δ_2 и две формы колебаний (вращений) относительно соответствующих узловых линий $R\xi_1$ и $R\xi_2$.

По этим данным и используя формулу (1), можно рассчитать обобщенные массы (моменты инерции) $c_1 = c_1(\omega_1)$ и $c_2 = c_2(\omega_2)$ относительно узловых линий $R\xi_1$ и $R\xi_2$ (см. рис. 1).

В системе координат x, z уравнения форм колебаний имеют вид:

$$w_1(x, z, \omega_1) = zq_1(\omega_1) + xq_2(\omega_1);$$

$$w_2(x, z, \omega_2) = zq_1(\omega_2) + xq_2(\omega_2);.$$

Если точка $R(x_r, z_r)$ пересечения узловых линий совпадает с началом координат (точка O) и узловые линии образуют с осью x углы $\psi_1 = \angle\xi_1 Ox$ и $\psi_2 = \angle\xi_2 Ox\psi_2$, то, принимая их общую точку пересечения за начало координат, на узловых линиях $R\xi_i$ имеем: $z = k_i x$, где $k_i = \mathrm{tg}\psi_i$,

$$w_i(x, k_i x, \omega_i) = k_i x q_1(\omega_i) + xq_2(\omega_i) = 0.$$

Отсюда следует: $q_2(\omega_i) = -k_i q_1(\omega_i)$.

Из условия ортогональности форм колебаний:

$$\iint m(x, z)w_1(x, z, \omega_1)w_2(x, z, \omega_2)\mathrm{d}S =$$

$$= q_1(\omega_1)q_1(\omega_2)\iint m(x, z)(z - k_1 x)(z - k_2 x)\mathrm{d}S = 0,$$

где $m(x, z)$ — распределенная по площади S пластины масса поворотного руля, получим формулу, связывающую величины c_{ij} между собой и с углами ψ_1 и ψ_2 наклона узловых линий:

$$c_{12} = \frac{c_{11} + k_1 k_2 c_{22}}{k_1 + k_2} = \frac{c_{11} + c_{22}\mathrm{tg}\psi_1\mathrm{tg}\psi_2}{\mathrm{tg}\psi_1 + \mathrm{tg}\psi_2}. \qquad (2)$$

Из формул изменения моментов инерции при повороте осей следует:

$$c_{11}\cos^2\psi_1 + c_{22}\sin^2\psi_1 - c_{12}\sin 2\psi_1 = c_1;$$

$$c_{11}\cos^2\psi_2 + c_{22}\sin^2\psi_2 - c_{12}\sin 2\psi_2 = c_2.$$

Решая совместно с уравнением (2) последние уравнения, находим обобщенные массы c_{ij}, экспериментально полученные из частотных испытаний:

$$\left.\begin{aligned} c_{11} &= \frac{c_1\sin^2\psi_2 + c_2\sin^2\psi_1}{\sin^2(\psi_2 - \psi_1)};\\ c_{22} &= \frac{c_1\cos^2\psi_2 + c_2\cos^2\psi_1}{\sin^2(\psi_2 - \psi_1)};\\ c_{12} &= \frac{c_1\sin 2\psi_2 + c_2\sin 2\psi_1}{2\sin^2(\psi_2 - \psi_1).} \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

При $\psi_1 = 0$ и $\psi_2 = 90°$ получим: $c_{11} = c_1$; $c_{22} = c_2$; $c_{12} = 0$.

Если точа $R(x_r, z_r)$ пересечения узловых линий не совпадает с началом координат, то формула (3) определяют моменты инерции c'_{11}, c'_{22} и c'_{12} относительно осей Rx' и Rz', параллельных осям x и z соответственно. Применив в этом случае формулы изменения моментов инерции при параллельном переносе осей координат, получим обобщенные массы относительно поворота вокруг осей x и z:

$$\left.\begin{aligned} c_{11} &= c'_{11} + Mz_r(2z_0 - z_r);\\ c_{22} &= c'_{22} + Mx_r(2x_0 - x_r);\\ c_{12} &= c'_{12} + M(x_r z_0 + x_0 z_r - x_r z_r), \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

где M — масса руля; x_0 и z_0 — координаты центра масс в системе координат xz.

Построение матрицы жесткости

Условие существования нетривиального решения системы однородных уравнений

$$c_{11}\ddot{q}_1 + c_{12}\ddot{q}^2 + a_{11}q_1 + a_{12}q_2 = Pz\mathrm{e}^{i\omega t};$$

$$c_{12}\ddot{q}_1 + c_{22}\ddot{q}_2 + a_{12}q_1 + a_{22}q_2 = Px\mathrm{e}^{i\omega t}$$

является соотношение[1]

$$\frac{a_{11} - \omega^2 c_{11}}{a_{12} - \omega^2 c_{12}} = \frac{a_{12} - \omega^2 c_{12}}{a_{22} - \omega^2 c_{22}}. \qquad (5)$$

При вынужденных установившихся колебаниях, возбуждаемых силой $P\mathrm{e}^{i\omega t}$, приложенной в точке (x_P, z_P), амплитуды углов поворота определяются как

$$q_{01} = \frac{(a_{22} - \omega^2 c_{22})z_v - (a_{12} - \omega^2 c_{12})x_v}{(a_{11} - \omega^2 c_{11})(a_{22} - \omega^2 c_{22}) - (a_{12} - \omega^2 c_{12})^2} P;$$

[1] **С. П. Стрелков.** Введение в теорию колебаний. СПб, М., Краснодар: Лань, 2005.

$$q_{02} = \frac{(a_{11} - \omega^2 c_{11})x_v - (a_{12} - \omega^2 c_{12})z_v}{(a_{11} - \omega^2 c_{11})(a_{22} - \omega^2 c_{22}) - (a_{12} - \omega^2 c_{12})^2} P.$$

Из уравнений угловых линий $k_i x q_1(\omega_i) + x q_2(\omega_i) = 0$ с учетом выражения (5) следует:

$$\mathrm{tg}\psi_i = -\frac{q_2(\omega_i)}{q_1(\omega_i)} = \frac{a_{12} - \omega_i^2 c_{12}}{a_{22} - \omega_i^2 c_{22}}. \qquad (6)$$

Из выражения (6) следует:

1) узловые линии при свободных и вынужденных колебаниях совпадают;

2) они не зависят ни от величины, ни от координат точки приложения возбуждающей силы и могут быть получены для любой точки, кроме точек самой узловой линии.

Из условий существования свободных колебаний [см. выражение (5)] получим уравнения, связывающие инерционные и жесткостные характеристики конструкции:

$$\frac{a_{11} - \omega_1^2 c_{11}}{a_{12} - \omega_1^2 c_{12}} = \frac{a_{12} - \omega_1^2 c_{12}}{a_{22} - \omega_1^2 c_{22}} = \mathrm{tg}\psi_1;$$

$$\frac{a_{11} - \omega_2^2 c_{11}}{a_{12} - \omega_2^2 c_{12}} = \frac{a_{12} - \omega_2^2 c_{12}}{a_{22} - \omega_2^2 c_{22}} = \mathrm{tg}\psi_2,$$

решения которых образуют матрицу обобщенных жесткостей, полученных экспериментально:

$$\left.\begin{aligned} a_{11} &= \frac{C_1\omega_1^2 \sin^2\psi_2 + C_2\omega_2^2 \sin^2\psi_1}{\sin^2(\psi_2 - \psi_1)}; \\ a_{22} &= \frac{C_1\omega_1^2 \cos^2\psi_2 + C_2\omega_2^2 \cos^2\psi_1}{\sin^2(\psi_2 - \psi_1)}; \\ a_{12} &= \frac{C_1\omega_1^2 \sin 2\psi_2 + C_2\omega_2^2 \sin 2\psi_1}{2\sin^2(\psi_2 - \psi_1)}. \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

Соответственно частоты колебаний вокруг оси вращения (p_1) и оси бортовой нервюры (p_2) составят:

$$\left.\begin{aligned} p_1 &= \sqrt{\frac{C_1\omega_1^2 \sin^2\psi_2 + C_2\omega_2^2 \sin^2\psi_1}{C_1 \sin^2\psi_2 + C_2 \sin^2\psi_1}}; \\ p_2 &= \sqrt{\frac{C_1\omega_1^2 \cos^2\psi_2 + C_2\omega_2^2 \cos^2\psi_1}{C_1 \cos^2\psi_2 + C_2 \cos^2\psi_1}}. \end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

Пример. Рассчитаем матрицу масс и жесткостей цельноповоротного стабилизатора летательного аппарата, основные геометрические параметры которого показаны на рис. 2.

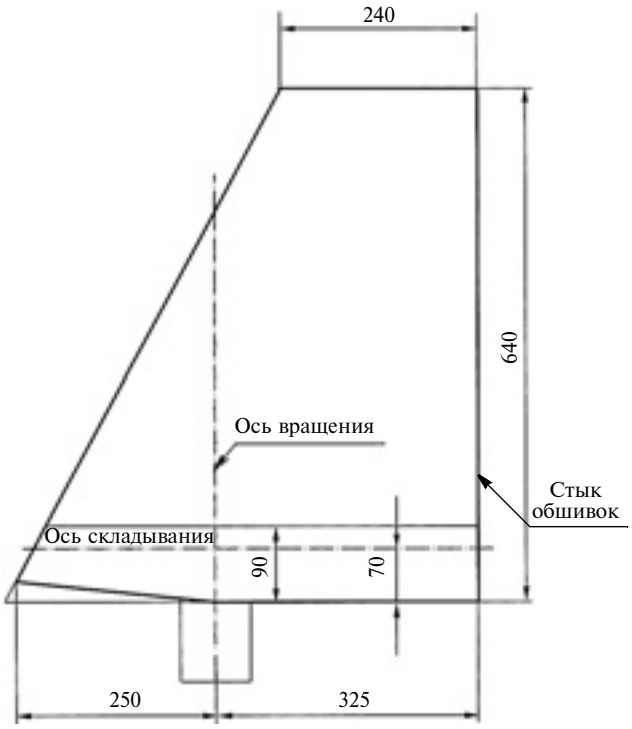


Рис. 2

Взвешиванием, центровкой и прокачкой получены следующие массинерционные характеристики стабилизатора: масса стабилизатора M = 10,79 кг; координаты центра масс: x_0 = 0,025 м; z_0 = 0,093 м; моменты инерции: I_x = 0,274 кг · м^2; I_z = 0,092 кг · м^2; центробежный момент инерции относительно борта и оси вращения I_{xz} = 0,086 кг · м^2.

Для частотных испытаний стабилизатор совместно с качалкой и тягой установили по штатным посадочным местам в специальном приспособлении, закрепленном на силовом валу. Возбуждение колебаний осуществляли с помощью электродинамического вибратора 20 IE20/C (максимальная сила возбуждения — 200 Н, рабочий диапазон частот 0÷300 Гц, максимальный ход штока — 10 мм). Колебания стабилизатора измеряли акселерометром АС-565/1 (масса 5 г).

Были получены частоты собственных колебаний стабилизатора вокруг узловых линий ω_1 = 48,8 Гц и ω_2 = 121,1 Гц, углы наклона узловых линий $\psi_1 = 151^\circ$ и $\psi_2 = 70^\circ$ и координаты точки их пересечения R(0,03 м; 0,11 м).

На основании полученных результатов по формуле (1) рассчитаны обобщенные массы собственных колебаний стабилизатора вокруг узловых линий c_1 = 0,224 кг · м^2 и c_2 = 0,047 кг · м^2, затем по формулам (3), (4), (7) и (8) определены элементы матриц масс c_{ij} и жесткости a_{ij}, частоты колебаний стабилизатора вокруг оси бортовой нервюры и оси вращения: c_{11} = 0,302 Н · м^2; a_{11} = 25 770 Н · м; p_1 = 44,6 Гц; c_{22} = 0,076 Н · м^2; a_{22} = 25 270 Н · м; p_2 = 91,8 Гц; c_{12} = 0,086 кг · м^2; a_{12} = −3080 Н · м.

УДК 539.374:621.791.052

В. Л. ДИЛЬМАН, д-р физ.-мат. наук, Т. В. КАРПЕТА, канд. физ.-мат. наук (Южно-Уральский ГТУ, г. Челябинск), e-mail: dilman49@mail.ru

Анализ прочности неоднородных сварных швов стержней арматуры

Разработана методика теоретического исследования напряженного состояния механически неоднородных сварных соединений стержней арматуры при плоской разделке кромок. Определены условия, при которых основной металл пластически деформируется.

Ключевые слова: арматура, сварное соединение, напряженное состояние, неоднородный пластический слой, осесимметричная деформация, критическое состояние.

The methodic of theoretical research of stressed state of mechanically nonuniform welded joints of reinforcing bars at plain grooving is developed. The conditions, at which plastic deformation of base metal occurs, are determined.

Keywords: reinforcement, welded joint, stressed state, nonuniform plastic layer, axisymmetrical deformation, critical state.

Прочность сварных швов, диффузионных прослоек в зонах плавления, участков разупрочнения в зонах термического влияния, технологических прослоек при сварке разнородных материалов, спаев соединений часто оказывается меньше прочности основного металла (ОМ). Так, при монтаже железобетонных конструкций стержни арматуры соединяют плавлением в сварочной ванне непосредственно на строительной площадке [1]. При этом сварочные электроды Э-50 марки УОНИ 13/55 (предел прочности $\sigma_{cr} = 500$ МПа) и проволока СВ08ГА имеют более низкую прочность, чем металл арматуры — сталь 35ГС класса А-Ш ($\sigma_{cr} = 600$ МПа). Геометрия менее прочной прослойки, соотношение механических свойств ее материала и материалов соседних участков, размеры сечения сварного соединения определяют его прочность и пластичность, а также место и характер возможного разрушения. Прочность "мягких" прослоек (МП) в сварных соединениях, определяющая также их пластичность, вследствие контактного упрочнения выше прочности стержней из того же материала. Степень контактного упрочнения зависит от соотношения толщины прослойки и размера сечения. При этом менее прочная прослойка также является неоднородной [2].

В работе [3] отмечалось, что все вышеперечисленные особенности сварных соединений арматуры и закладных деталей в железобетонных конструкциях не учитывают ГОСТы [4—6]. В частности, ГОСТ 6996—66 [4, табл. 1 и 8] рекомендует оценивать прочность наиболее слабого участка соединения по растяжению цилиндрических образцов, начиная с типа I ($d = 3$ мм) до типа XIV ($d = 70$ мм), вырезанных перпендикулярно шву. При этом в образцах относительная толщина χ (отношение толщины к диаметру) менее прочной прослойки отличается от данного параметра реального сварного соединения, что искажает представление о действительных механических свойствах конструкций: прочности, пластичности, месте и характере возможного разрушения. Теоретическое исследование напряженного состояния менее прочных поперечных прослоек при осесимметричной деформации позволяет оценить прочность механически неоднородных цилиндрических сварных соединений для обеспечения корректной постановки натурных экспериментов, например при испытании сплошных цилиндрических неоднородных образцов на прочность или экспериментальном определении сопротивления отрыву.

Для теоретического решения рассматриваемых задач необходимы:

1) аналитические зависимости, позволяющие определить напряженное состояние поперечной менее прочной прослойки, в том числе неоднородной, в круглом стержне;

2) критерии для определения предельного усилия и несущей способности цилиндрического образца с поперечной менее прочной неоднородной прослойкой, испытывающего осевое нагружение;

3) алгоритмы и программы для вычислительных экспериментов;

4) возможность получения равнопрочной однородной конструкции при соединении с тонкой менее прочной прослойкой.

В работе [3] задачи 1, 2 и 4 решались для однородного слоя, однако получение новых результатов потребовало некоторых уточнений.

Допущения и математическая постановка задачи

При изучении прочностных свойств неоднородных соединений с менее прочной прослойкой можно выделить три модельных случая распределения прочности: постоянная по толщине слоя, минимальная и максимальная в среднем сечении слоя.

Первый случай рассмотрен в работах [3, 7—15] для сплошного круглого цилиндра. Второй случай до работы [16] рассматривался только в задачах

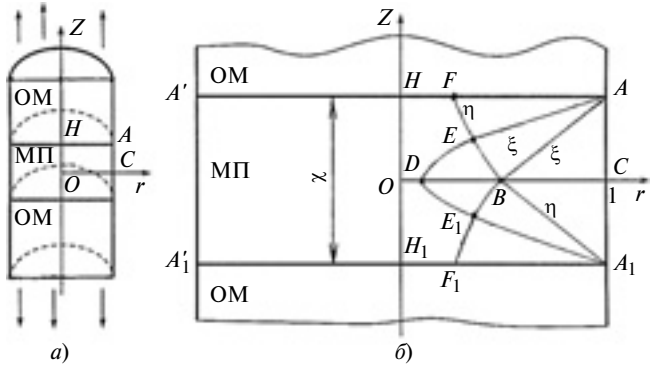


Рис. 1. Цилиндрический образец с МП (*а*) и его сечение в плоскости, ортогональной оси МП (*б*)

плоской деформации. Работа [2] основана на гипотезе Прандтля о постоянстве касательных напряжений по длине прослойки — допущении, которое удовлетворительно характеризует реальное распределение напряжений только в очень тонких прослойках. В работах [9, 17] при исследовании второго и третьего случаев при плоской деформации впервые разработаны математические модели, не использующие гипотезу Прандтля. Третий случай до работ [16, 17] не рассматривался. В работе [3], основанной на модели работы [13], использовали результаты исследования других математических моделей критического состояния менее прочного слоя [15, 16], которые содержат меньше априорных допущений, чем модель в работе [13], и, как показали сравнения [15], соответствуют экспериментальным данным [9, 11].

В качестве модели сварного стыка стержня арматуры рассмотрим сплошной цилиндрический образец с поперечной "мягкой" неоднородной прослойкой прямоугольного сечения (рис. 1, *а*), симметричный относительно некоторой (проходящей по прослойке) плоскости, ортогональной оси. Предположим, что предел прочности (временное сопротивление) σ_{cr}^{+} ОМ больше предела прочности σ_{cr}^{-} металла МП: $\sigma_{cr}^{+} > \sigma_{cr}^{-}$. Предполагаем, что ОМ — однородный: $\sigma_{cr}^{+} = \text{const}$. Относительную толщину χ прослойки используем в качестве безразмерной координаты, принимая радиус стержня $r = 1$. Пусть $\sigma_{cr}^{-} = T(z)\sigma_{cr}^{-}(0)$, где $T(z)$ — функция неоднородности слоя; $K_l = \sigma_{cr}^{-}(\chi)/\sigma_{cr}^{-}(0)$ — коэффициент механической неоднородности слоя; $K = \sigma_{cr}^{+}/\sigma_{cr}^{-}(\chi)$ — коэффициент механической неоднородности на границе МП и ОМ. Механическая неоднородность всего соединения оценивается произведением K_lK: для ручной дуговой сварки — $K_lK = 1{,}2$; для полуавтоматической сварки проволокой СВ-08ГА — $K_lK = 1{,}5$ [1].

Исследуем критический момент нагружения. Известен деформационный критерий критического состояния дискретно-неоднородного соединения с поперечной менее прочной прослойкой и не очень большой механической неоднородностью [18], который характеризует начало течения ОМ в приконтактных зонах. В работах [3, 15, 16] на основании этого критерия создана схема определения критической нагрузки (в работе [15] схема реализована для однородной прослойки), но до сих пор не установлены границы его применимости. В данной работе впервые в явной аналитической форме определены условия, количественно характеризующие начало пластического течения основного металла, в том числе неоднородного слоя, в зависимости от коэффициентов K и K_l механической неоднородности и относительной толщины χ слоя.

В данной работе принята гипотеза плоских поперечных сечений (ГППС), предполагающая, что скорости перемещений точек внутренней части прослойки — между осью стержня и точкой F (см. рис. 1), в направлении оси Z образца не зависят от координаты r. Это предположение, которое не противоречит экспериментам и возможно для прослойки, расположенной между более прочными участками, использовано в работах [3, 7, 12—16]. При выполнении ГППС можно считать, что точки внутренней части прослойки перемещаются со скоростью $v_z = W(z)$, где W — дважды дифференцируемая функция одной переменной. Тогда осесимметричное напряженно-деформированное состояние пластического материала определится системой уравнений [13]:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} = 0; \tag{1}$$

$$\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = -\frac{\tau_{rz}}{z}; \tag{2}$$

$$\sigma_z - \sigma_r = \pm 3\sqrt{(\sigma_{cr}^{-})^2 - \tau_{rz}^2}; \tag{3}$$

$$\frac{3W'(z)}{\sigma_z - \sigma_r} = -\frac{rW''(z)}{2\tau_{rz}}, \tag{4}$$

где τ_{rz}, σ_z и σ_r — соответственно касательное, нормальные в направлении оси стержня и ортогонально к ней напряжения.

Система гиперболических уравнений (1)—(4) позволяет применить к ним метод характеристик [13]. Искомые функции определяются в осевом сечении AA_1H_1H образца (см. рис. 1), в силу симметрии ограничимся областью $OCAH$. Выполняются очевидные граничные условия:

$$\sigma_r(1; z) = 0; \quad \tau_{rz}(1; z) = 0; \quad \tau_{rz}(0; z) = 0; \quad \tau_{rz}(r; 0) = 0. \tag{5}$$

На границе контакта выполняются условия:

$$\sigma_z^+ = \sigma_z^-; \quad \tau_{rz}^+ = \tau_{rz}^-. \tag{6}$$

Для определения несущей способности соединения под осевой нагрузкой найдем среднее предельное усилие, создающее напряжение σ_{cr} в сечении образца плоскостью, проходящей через поверхность контакта:

$$\sigma_{cr} = 2\int_0^1 r\sigma_z(r, \chi)\mathrm{d}r, \tag{7}$$

для чего решим уравнения (1)—(4) с учетом условий (5), (6) и ГППС в области AA_1H_1H.

Решение и основные результаты

В работе [15] предлагается общий подход к исследованию напряженного состояния слоя в два этапа, когда для однозначного решения недостаточно граничных условий, но есть ограничения на вид решения — в данном случае это ГППС. На первом этапе напряженное состояние определяется в окрестности свободной поверхности, где граничные условия ввиду гиперболичности уравнений (1)—(4) однозначно определяют решение. На втором этапе определяется напряженное состояние на остальной части прослойки — в окрестности оси стержня. При этом используются решение, полученное на первом этапе, и ГППС. На контактных поверхностях граница между этими зонами определяется точками F и F_1 (см. рис. 1).

В работе [16], на основе выведенных там уравнений характеристик ξ и η, с помощью подходов работы [15] и условий (6) решена задача сопряжения напряжений на поверхности контакта, что позволило определить:

1) координату точки F (см. рис. 1):

$$r_F = 1 - 1{,}995\chi - 0{,}017\chi^2 + \\ + (0{,}32\chi + 0{,}283\chi^2)(K - 1); \tag{8}$$

2) зависимость касательных напряжений от параметров слоя на участке FA контакта границы в критический момент нагружения. При $\chi < 0{,}5$ в точке F зависимость имеет вид:

$$\tau_{rzF} = (K_l(K - 1)(0{,}8 + 0{,}707\chi) + \\ + 0{,}013 - 0{,}043\chi)\sigma_{cr}^-(0); \tag{9}$$

3) зависимость нормальных напряжений от параметров слоя на участке FA границы контакта в критический момент нагружения. При $\chi < 0{,}5$ зависимость имеет вид:

$$\sigma_{zF} = K_l(1 + (0{,}487 - 0{,}008\chi - 0{,}035\chi^2)(K - 1) - \\ - (0{,}169 + 0{,}049\chi + 1{,}066\chi^2)(K - 1)^2)\sigma_{cr}^-(0). \tag{10}$$

Относительная погрешность формул (8)—(10) при $1 < K < 1{,}5$ и $0 < \chi < 0{,}5$ составляет $\approx 0{,}002$ [16]. Формула (9) позволяет установить критерий достижения критического состояния неоднородным сплошным стержнем под растягивающей нагрузкой. Как было установлено по результатам работы [18], под действием растягивающей нагрузки в менее прочном слое контактное упрочнение возрастает до тех пор, пока основной металл в приконтактных зонах не перейдет в пластическое состояние (первый случай критического состояния) или пока касательные напряжения не достигнут максимума, равного σ_{cr}^- (второй случай критического состояния). Следовательно, в первом случае критическое состояние на границе контакта определяется неравенством $\max\tau_{rz}(\chi) < \sigma_{cr}^-(\chi)$ (максимум берется при $z = \chi$). Известно [15, 16], что на отрезке HF $\max\tau_{rz}(\chi) = \tau_{rzF}$, тогда согласно зависимости (9),

$$K_l(K - 1)(0{,}8 + 0{,}707\chi) + 0{,}013 - 0{,}043\chi = \\ = \frac{\tau_{rzF}}{\sigma_{cr}^-(0)} < \frac{\sigma_{cr}^-(\chi)}{\sigma_{cr}^-(0)} = K_l,$$

откуда, несколько упростив выражение, получим условие, при котором основной металл вовлекается в пластическое деформирование:

$$K < K_{cr} = \frac{1}{0{,}8 + 0{,}707\chi} + 1, \tag{11}$$

где K_{cr} — граничное значение коэффициента механической неоднородности соединения между первым и вторым критическими состояниями.

В реальных сварных соединениях арматуры $K < 1{,}5$ [1], поэтому для них характерен первый случай критического состояния — в критический момент нагружения основной металл приконтактных зон находится в состоянии пластического течения.

Формулы (8)—(10) позволяют дополнить решение задачи (1)—(5) на участке $HFBF_1H_1$ (см. рис. 1). В работе [16] эта задача решена приближенно в виде явных аналитических зависимостей напряжений τ_{rz}, δ_r, σ_z от координат r и z и параметров соединения. Результаты получены в предположении разделения переменных в зависимостях касательных напряжений от координат в окрестности оси стержня: $\tau_{rz} = R(r)Z(z)$. Не приводя громоздкие формулы, отметим, что их явный вид позволяет с помощью программных средств рассчитать по формуле (7) среднее критическое напряжение в зависимости от параметров K, K_l и χ (рис. 2).

Несущая способность неоднородного соединения в результате контактного упрочнения повышается с уменьшением толщины χ прослойки, т. е. на зависимости средних критических напря-

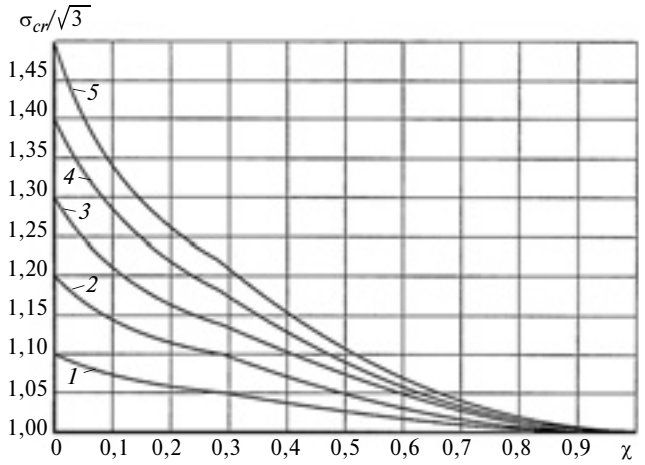


Рис. 2. Зависимости показателя $\sigma_{cr}/\sqrt{3}$ от толщины χ слоя при KK_l = 1,1 (*1*); 1,2 (*2*); 1,3 (*3*); 1,4 (*4*); 1,5 (*5*)

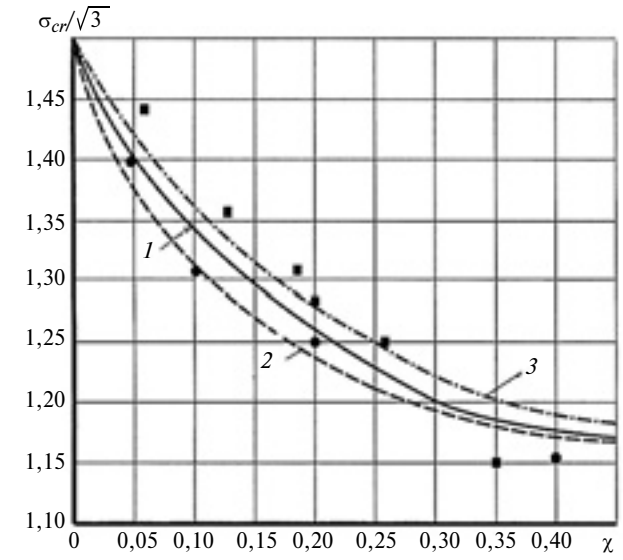


Рис. 3. Зависимости показателя $\sigma_{cr}/\sqrt{3}$ от толщины χ при KK_l = 1,5:
● и ■ — экспериментальные данные соответственно работ [9] и [8]

жений $\sigma_{cr}/\sqrt{3}$ от относительной толщины χ слоя "ступенька равнопрочности" отсутствует. Максимальные напряжения в МП ограничиваются максимальными напряжениями в более прочном ОМ, однако при расчете критической нагрузки в работах [3, 7, 8, 10] ограничения на величину нормальных напряжений в менее прочном слое отсутствовали. Такое упрощение математической модели привело к упрощению расчета критической нагрузки и завышению ее значения, особенно для тонких прослоек. Так как напряжения в МП не могут превышать напряжения в соседних зонах ОМ, то очевидно, что даже очень тонкие прослойки снижают прочность соединения. Это подтверждают теоретические результаты (см. рис. 2) и натурные эксперименты [8—11].

На рис. 3 приведены теоретические зависимости средних критических напряжений от относительной толщины χ слоя при коэффициенте неоднородности KK_l = 1,5 для однородного менее прочного слоя (зависимость *1*), для неоднородных слоев при K_l = 0,8 (зависимость *2*) и K_l = 1,2 (зависимость *3*). Отклонения результатов расчетов находятся в пределах точности приведенных данных натурных экспериментов и объясняются незначительными отклонениями прочности МП от прочности однородных слоев, обусловленными отличиями технологий изготовления экспериментальных образцов [8, 9]. Поэтому полученные теоретические результаты можно использовать для новых натурных экспериментов.

Таким образом, предложен эффективный метод определения критических осевых нагрузок для механически неоднородных сварных соединений стержней арматуры на основании критерия (11) начала пластического течения основного металла стержня с поперечным менее прочным слоем под осевой растягивающей нагрузкой, характеризующего наиболее часто встречающееся на практике критическое состояние стержня.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Бродский А. Я., Евстратов Г. И., Фридман А. М.** Сварка арматуры железобетонных конструкций на строительной площадке. М.: Стройиздат, 1978. 271 с.

2. **Когут Н. С., Шахматов М. В., Ерофеев В. В.** Несущая способность сварных соединений. Львов: Свит, 1991. 184 с.

3. **Дильман В. Л., Остсемин А. А., Ерошкина Т. В.** Прочность механически неоднородных сварных соединений стержней арматуры // Вестник машиностроения. 2008. № 9. С. 13—17.

4. **ГОСТ 6996—66.** Сварные соединения. Методы определения механических свойств. М.: Стандартинформ, 2005. 44 с.

5. **ГОСТ 10922—64.** Арматура и закладные детали сварные для железобетонных конструкций. М.: Изд-во стандартов, 1990. 30 с.

6. **ГОСТ 14098—91.** Соединения сварные арматуры и закладных изделий в железобетонных конструкциях. М.: Изд-во стандартов, 1991. 32 с.

7. **Бакши О. А., Качанов Л. М.** О напряженном состоянии пластичной прослойки при осесимметричной деформации // Известия АН СССР. Механика. 1965. № 2. С. 134—137.

8. **К вопросу** о расчетной прочности составных образцов с мягкой прослойкой при статическом нагружении / А. В. Гурьев, В. П. Багмутов, Ю. Д. Хесин и др. // Проблемы прочности. 1973. № 1. С. 9—13.

9. **Satoh K., Toyoda M.** Joint strength of heavy plates with lower strength weld metal // Welding Journal. 1975. N 9. P. 311—319.

10. **Даунис М. А., Браженас А. П.** Сопротивление деформированию и разрушению механически неодно-

УДК 539.3.001.24

Ю. В. КЛОЧКОВ, А. П. НИКОЛАЕВ, доктора технических наук, О. В. ВАХНИНА, канд. техн. наук
(Волгоградский государственный аграрный университет), e-mail: Klochkov@bk.ru

Совершенствование расчетов тонких оболочек вращения на основе высокоточного треугольного конечного элемента дискретизации с корректирующими множителями Лагранжа

Предложен алгоритм расчета тонких оболочек вращения на основе высокоточного треугольного элемента дискретизации с восемнадцатью степенями свободы в вершинах и множителями Лагранжа в качестве дополнительных узловых неизвестных в серединах сторон элементов.

Ключевые слова: оболочка вращения, метод конечных элементов, треугольный конечный элемент, множители Лагранжа, матрица жесткости, дискретизация.

The algorithm of analysis of thin shells of revolution on the base of high accuracy triangular finite discretization element with eighteen degrees of freedom in vertexes and Lagrangian coefficients as additional nodal unknowns in the middles of elements' sides is suggested.

Keywords: she11 of revolution, finite element method, triangular finite element, Lagrangian coefficients, stiffness matrix, discretization.

При конечно-элементном анализе оболочек чаще всего используют элементы дискретизации четырехугольной и треугольной форм, причем треугольные конечные элементы (ТКЭ) более удобны при моделировании оболочечных конструкций с пазами, вырезами, отверстиями и т. д. Однако исследования [1] показали, что треугольные элементы дискретизации весьма чувствительны к виду внешней нагрузки и граничным условиям. Так, при сосредоточенном характере нагрузок или жестком защемлении по контуру погрешности вычислений могут достигать неприемлемых величин [2]. При использовании теории тонких оболочек [3, 4] целесообразнее применение элементов дискретизации, узловыми варьируемыми параметрами которых наряду с компонентами вектора перемещения выбираются их первые и вторые производные по координатам. Увеличение числа узловых неизвестных ТКЭ хотя и повышает точность вычислений, однако не устраняет указанных его недостатков. Повысить точность конечно-элементных решений, получаемых на основе ТКЭ, можно их совершенствованием с помощью множителей Лагранжа, включаемых в число узловых варьируемых параметров треугольного элемента дискретизации.

Рассмотрим в качестве ТКЭ треугольный фрагмент срединной поверхности оболочки вращения с узлами i, j, k, отображаемый для удобства численного интегрирования на прямоугольный треугольник с катетами единичной длины (рис. 1, *а*, *б*).

Столбцы узловых варьируемых параметров ТКЭ в локальной ($0 \le \xi, \eta \le 1$) и глобальной (S — длина дуги меридиана, θ — угол, отсчитываемый от плос-

(Окончание статьи. Начало см. на стр. 29)

родных сварных соединений при однократном нагружении // Проблемы прочности. 1979. № 12. С. 53—58.

11. **An G B., Ohata M., Toyoda M.** Effect of strength mis-match and dinamic loading on ductile fracture initiation // Engineering Fracture Mechanics. 2003. Vol. 70. P. 1359—1377.

12. **Дильман В. Л., Ерошкина Т. В.** Об одной модели, описывающей напряженное состояние в круглом стержне // Обозрение прикладной и промышленной математики. 2004. Т. 11. Вып. 4. С. 793, 794.

13. **Дильман В. Л.** О некоторых математических моделях напряженного состояния пластической среды при осесимметричном состоянии // Вестник ЮУрГУ. Сер. Математика. Физика. Химия. 2005. № 2. С. 3—8.

14. **Дильман В. Л., Ерошкина Т. В.** Математические модели осесимметричного напряженного состояния при гипотезе разделения переменных для касательных напряжений // Известия Челябинского научного центра. 2006. Вып. 2(32). С. 1—4.

15. **Ерошкина Т. В., Дильман В. Л.** Математическое моделирование напряженного состояния поперечного пластического слоя в круглом стержне // Известия вузов. Математика. 2011. № 11. С. 1—11.

16. **Дильман В. Л., Ерошкина Т. В.** Исследование математических моделей напряженного состояния неоднородного поперечного слоя в круглом стержне // Вестник ЮУрГУ. Сер. Математическое моделирование и программирование. 2009. Вып. 4. № 37(170). С. 65—77.

17. **Дильман В. Л., Остсемин А. А.** Напряженное состояние пластического слоя с переменной прочностью по толщине // Известия РАН. Механика твердого тела. 2000. № 1. С. 141—148.

18. **Бакши О. А., Шатов А. А.** О напряженном состоянии и деформации твердого металла в сварных соединениях с твердой и мягкой прослойкой // Сварочное производство. 1966. № 5. С. 17—20.

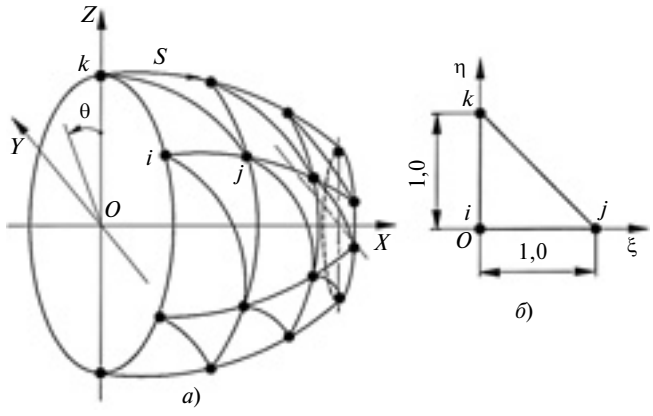


Рис. 1

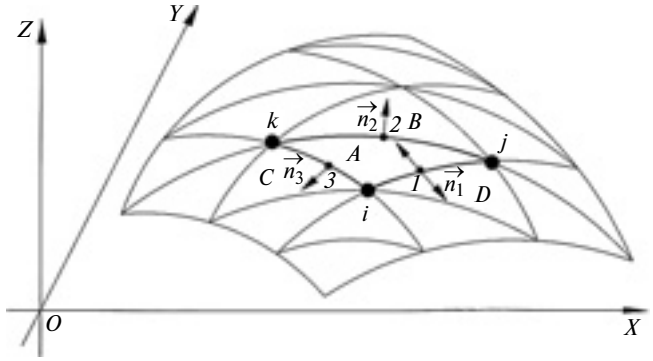


Рис. 2

кости *XOY* против хода часовой стрелки) системах координат выбирались в виде

$$\underset{1\times54}{\{U_y^{л}\}^T} = \left\{ \underset{1\times18}{\{v_y^{1л}\}^T} \underset{1\times18}{\{v_y^{2л}\}^T} \underset{1\times18}{\{v_y^{л}\}^T} \right\};$$

$$\underset{1\times54}{\{U_y^{Г}\}^T} = \left\{ \underset{1\times18}{\{v_y^{1Г}\}^T} \underset{1\times18}{\{v_y^{2Г}\}^T} \underset{1\times18}{\{v_y^{Г}\}^T} \right\}; \qquad (1)$$

где $\underset{1\times18}{\{q_y^{л}\}^T} = \{q^i, q^j, q^k, q^i_\xi, q^j_\xi, q^k_\xi, q^i_\eta, q^j_\eta, q^k_\eta, q^i_{\xi\xi},$

$q^j_{\xi\xi}, q^k_{\xi\xi}, q^i_{\eta\eta}, q^j_{\eta\eta}, q^k_{\eta\eta}, q^i_{\xi\eta}, q^j_{\xi\eta}, q^k_{\xi\eta}\}$;

$\underset{1\times18}{\{q_y^{Г}\}^T} = \{q^i, q^j, q^k, q^i_S, q^j_S, q^k_S, q^i_\theta, q^j_\theta, q^k_\theta, q^i_{SS}, q^j_{SS},$

$q^k_{SS}, q^i_{\theta\theta}, q^j_{\theta\theta}, q^k_{\theta\theta}, q^i_{S\theta}, q^j_{S\theta}, q^k_{S\theta}\}$.

Здесь q^m — тангенциальные v^1 и v^2 или нормальная v компоненты векторов перемещений узлов ТКЭ, $m = i, j, k$.

Рассматриваемые ТКЭ являются совместными на контурных сторонах по компонентам вектора перемещения и несовместными по их производным. Введем в серединах сторон рассматриваемого ТКЭ дополнительные узлы *1*, *2*, *3*, в которых укажем направления внешних нормалей $\vec{n}_1$, $\vec{n}_2$, $\vec{n}_3$ (рис. 2). В каждом дополнительном узле рассмотрим производную нормальной компоненты вектора перемещения в направлении внешней нормали $\partial v/\partial \vec{n}_t$ ($t = 1, 2, 3$).

Для смежных ТКЭ *A*, *B*, *C*, *D* должны быть справедливы равенства:

$$\left(\frac{\partial v}{\partial \vec{n}_1}\right)^A = \left(\frac{\partial v}{\partial \vec{n}'_1}\right)^D; \quad \left(\frac{\partial v}{\partial \vec{n}_2}\right)^A = \left(\frac{\partial v}{\partial \vec{n}'_2}\right)^B;$$

$$\left(\frac{\partial v}{\partial \vec{n}_3}\right)^A = \left(\frac{\partial v}{\partial \vec{n}'_3}\right)^C, \qquad (2)$$

где штрихом отмечены внешние нормали смежных элементов, противоположные нормалям $\vec{n}_1$, $\vec{n}_2$, $\vec{n}_3$.

Равенства (2) в силу несовместности используемого ТКЭ не соблюдаются. Для устранения этого недостатка введем в каждое из равенств (2) корректирующие множители Лагранжа:

$$\begin{cases} \lambda_1 \left[\left(\dfrac{\partial v}{\partial \vec{n}_1}\right)^A - \left(\dfrac{\partial v}{\partial \vec{n}'_1}\right)^D \right] = 0; \\ \lambda_2 \left[\left(\dfrac{\partial v}{\partial \vec{n}_2}\right)^A - \left(\dfrac{\partial v}{\partial \vec{n}'_2}\right)^B \right] = 0; \\ \lambda_3 \left[\left(\dfrac{\partial v}{\partial \vec{n}_3}\right)^A - \left(\dfrac{\partial v}{\partial \vec{n}'_3}\right)^C \right] = 0. \end{cases} \qquad (3)$$

Принимая во внимание, что $\vec{n}_i = \vec{n}'_t$, для треугольного элемента *A* дискретизации запишем дополнительное соотношение

$$\lambda_1 \frac{\partial v}{\partial \vec{n}_1} + \lambda_2 \frac{\partial v}{\partial \vec{n}_2} + \lambda_3 \frac{\partial v}{\partial \vec{n}_3} = 0. \qquad (4)$$

Входящие в формулу (4) производные $\partial v/\partial \vec{n}_i$ выразим через столбец (1) узловых варьируемых параметров ТКЭ:

$$\frac{\partial v}{\partial \vec{n}_t} = \underset{1\times54}{\{f_t\}^T} \underset{54\times1}{\{U_y^{л}\}^T} = \underset{1\times54}{\{F_t\}^T} \underset{54\times1}{\{U_y^{Г}\}^T}. \qquad (5)$$

С учетом равенства (5) уравнение (4) запишем в виде матричного произведения:

$$\underset{1\times3}{\{\lambda\}^T} \underset{3\times1}{\left\{\frac{\partial v}{\partial \vec{n}_t}\right\}} = \underset{1\times3}{\{\lambda\}^T} \underset{3\times54}{[D]} \underset{54\times1}{\{U_y^{Г}\}} = 0, \qquad (6)$$

где $\underset{1\times3}{\{\lambda\}^T} = \{\lambda_1\ \lambda_2\ \lambda_3\}$; $\underset{3\times54}{[D]} = \begin{bmatrix} \{F_1\}^T \\ \{F_2\}^T \\ \{F_3\}^T \end{bmatrix}$.

Функционал Лагранжа, выражающий равенство работ внешних и внутренних сил на возможных перемещениях, для ТКЭ с учетом равенства (6) примет вид:

$$\Phi = \int\limits_V \underset{1\times3}{\{\varepsilon^{\varsigma}_{\alpha\beta}\}^{\mathrm{T}}} \underset{3\times1}{\{\sigma_{\alpha\beta}\}} dV - \int\limits_F \underset{1\times3}{\{U\}^{\mathrm{T}}} \underset{3\times1}{\{P\}} dF + \\ + \underset{1\times3}{\{\lambda\}^{\mathrm{T}}} \underset{3\times54}{[D]} \underset{54\times1}{\{U^{\Gamma}_{y}\}} = 0, \quad (7)$$

где $\{\varepsilon^{\varsigma}_{\alpha\beta}\}^{\mathrm{T}} = \{\varepsilon^{\varsigma}_{11}\ \varepsilon^{\varsigma}_{22}\ 2\varepsilon^{\varsigma}_{12}\}$; $\{\sigma_{\alpha\beta}\}^{\mathrm{T}} = \{\sigma_{11}\ \sigma_{22}\ 2\sigma_{12}\}$ — деформации и напряжения в произвольном слое оболочки, отстоящем от срединной поверхности на расстоянии ζ; $\{U\}^{\mathrm{T}} = \{v^1\ v^2\ v\}$; $\{P\}$ — столбец внешней нагрузки.

Соотношение (7) можно представить следующим образом [5]:

$$\Phi = \{U^{\Gamma}_{y}\}^{\mathrm{T}} [P_R]^{\mathrm{T}} \int\limits_V [B]^{\mathrm{T}}[\Gamma]^{\mathrm{T}}[C][\Gamma][B] dV [P_R]\{U^{\Gamma}_{y}\} - \\ - \{U^{\Gamma}_{y}\}^{\mathrm{T}} [P_R]^{\mathrm{T}} \int\limits_F [A]^{\mathrm{T}}\{P\} dF + \{\lambda\}^{\mathrm{T}}[D]\{U^{\Gamma}_{y}\} = 0, \quad (8)$$

где $[P_R]$ — матрица преобразования узловых неизвестных от столбца $\{U^{\text{л}}_{y}\}$ к столбцу $\{U^{\Gamma}_{y}\}$; $[B]$ — матрица функций формы и их производных в соответствии с соотношениями Коши; $[C]$ — матрица упругости; $[A]$— матрица функций формы, представленных полиномами пятой степени [5].

Минимизируя выражение (8) по узловым неизвестным $\{U^{\Gamma}_{y}\}^{\mathrm{T}}$ и множителям $\{\lambda\}^{\mathrm{T}}$ Лагранжа, получим систему уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\Phi}{\partial\{U^{\Gamma}_{y}\}^{\mathrm{T}}} = [K]\{U^{\Gamma}_{y}\} - \{R\} + [D]^{\mathrm{T}}\{\lambda\} = 0; \\ \dfrac{\partial\Phi}{\partial\{\lambda\}^{\mathrm{T}}} = [D]\{U^{\Gamma}_{y}\} = 0, \end{cases} \quad (9)$$

где $[K] = \int\limits_V [B]^{\mathrm{T}}[\Gamma]^{\mathrm{T}}[C][\Gamma][B] dV$ и $\{R\} = \int\limits_F [A]^{\mathrm{T}}\{P\} dF$ — матрица жесткости и столбец узловых усилий ТКЭ.

Для реализации конечно-элементной процедуры систему (9) можно записать в более удобной форме:

$$\underset{57\times57}{[K_{\text{м}}]} \underset{57\times1}{\{U^{\Gamma}_{y\text{м}}\}} = \underset{57\times1}{\{R_{\text{м}}\}}, \quad (10)$$

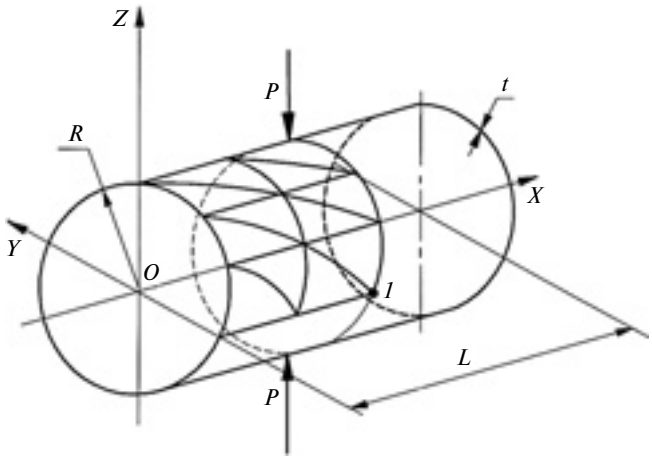


Рис. 3

где $\underset{1\times57}{\{U^{\Gamma}_{y\text{м}}\}^{\mathrm{T}}} = \left\{ \underset{1\times54}{\{U^{\Gamma}_{y}\}^{\mathrm{T}}}\ \underset{1\times3}{\{\lambda\}^{\mathrm{T}}} \right\}$; $\underset{1\times57}{\{R_{\text{м}}\}^{\mathrm{T}}} = \left\{ \underset{1\times54}{\{R\}}\ \underset{1\times3}{\{0\ 0\ 0\}} \right\}$; $\underset{57\times57}{[K_{\text{м}}]} = \begin{bmatrix} \underset{54\times54}{[K]} & \underset{54\times3}{[D]^{\mathrm{T}}} \\ \underset{3\times54}{[D]} & \underset{3\times3}{[0]} \end{bmatrix}$.

Пример 1. Определяли НДС цилиндра, нагруженного в середине двумя диаметрально противоположными силами P (рис. 3), при следующих исходных данных: модуль упругости $E = 7{,}38 \cdot 10^6$ Н/см^2; коэффициент Пуассона $\nu = 0{,}3125$; $R = 12{,}58$ см; $t = 0{,}24$ см; $P = 453{,}6$ Н; $L = 26{,}29$ см.

Вследствие наличия плоскостей симметрии рассматривали 1/8 часть цилиндра.

Выполнили два варианта расчетов. Для первого варианта в качестве элемента дискретизации выбирали ТКЭ 54×54 без множителей Лагранжа [5], во втором варианте реализовали алгоритм, определяемый формулами (3)—(10).

Расчеты прогиба в точке приложения сосредоточенной силы в зависимости от густоты сетки дискретизации представлены в табл. 1, в которой также приведены значения прогибов, полученные зарубежными исследователями при использовании четырехугольных КЭ [6]. Анализ данных табл. 1 показал практическое совпадение значений прогибов, полученных по второму варианту расчета, с известными решениями. Значения прогибов, рассчитанные по первому варианту, оказались больше по сравнению с расчетом по второму варианту примерно на 14÷15 % (при сетке узлов 5×5 и 6×6). Погрешность расчета напряжений по первому варианту оказалась существенно больше погрешности прогиба.

В табл. 2 приведены кольцевые напряжения на внутренней ($\sigma^{\text{В}}_{\text{К}}$) и наружной ($\sigma^{\text{Н}}_{\text{К}}$) поверхностях оболочки в точке *1* с координатами $x = L/2$, $\theta = -\pi/2$ (см. рис. 3). Видно, что напряжения, рассчитанные

по первому варианту, в 1,6÷1,9 раза больше напряжений, полученных по второму варианту расчета.

Анализ данных табл. 1 и 2 показал, что использование корректирующих множителей Лагранжа в алгоритме формирования ТКЭ позволяет существенно повысить точность конечно-элементных решений в расчетах оболочек с локальным характером приложения нагрузок.

Таблица 1

Сетка узлов	Прогибы, рассчитанные по варианту расчета		Расчет прогиба по работе [6] (авторы)
	54 × 54	57 × 57	
3 × 3	0,3008	0,2817	0,2789 (Богнер, Фокс, Шмидт)
4 × 4	0,3185	0,2832	
5 × 5	0,3251	0,2850	0,2865 (Кантин, Клауф)
6 × 6	0,3283	0,2861	
8 × 8	0,3315	0,2873	0,2888 (Ашвел, Сабир)

Таблица 2

Сетка узлов	Напряжения, МПа, рассчитанные по варианту	
	54 × 54	57 × 57
3 × 3	−66,51/52,37	−40,74/39,16
4 × 4	−76,31/62,26	−40,78/40,21
5 × 5	−77,94/65,39	−41,49/40,90
6 × 6	−76,81/66,65	−42,06/66,65

Примечание. В числителе приведены напряжения $\sigma_к^в$, в знаменателе — $\sigma_к^н$.

Таблица 3

Координаты точек	Напряжения, МПа, рассчитанные по варианту					
	54 × 54			57 × 57		
	для сетки узлов					
	4 × 9	4 × 13	4 × 17	4 × 9	4 × 13	4 × 17
$x = L/2$; $\theta = 0$	383,7 / −264,2	297,9 / −178,2	247,1 / −127,1	479,3 / −359,9	475,7 / −356,3	471,3 / −351,9
$x = L/2$; $\theta = \pi/60$	555,8 / −435,7	651,9 / −531,7	720,2 / −599,9	481,6 / −362,3	482,9 / −363,6	485,3 / −365,9

Примечание. В числителе приведены напряжения $\sigma_м^в$, в знаменателе — $\sigma_м^н$.

Пример 2. Рассчитывали жестко защемленный по торцам цилиндр, нагруженный внутренним давлением интенсивности q, при исходных данных: $R = 100$ см; $q = 5$ МПа; $E = 2 \cdot 10^5$ МПа; $\nu = 0{,}3$; $t = 2$ см; $L = 100$ см.

Выполняли также два варианта расчетов. В табл. 3 приведены меридианальные напряжения на внутренней ($\sigma_м^в$) и наружной ($\sigma_м^н$) поверхностях цилиндра с жестко защемленным торцом в зависимости от густоты сетки дискретизации. Вследствие наличия осевой симметрии рассматривали фрагмент цилиндра ($0 \leqslant x \leqslant L/2$; $0 \leqslant \theta \leqslant \pi/60$). Как видно из табл. 3, результаты расчета существенно различаются между собой. В первом варианте отсутствует сходимость вычислительного процесса. Кроме того, напряжения в точке с координатами $\theta = 0$ и $\theta \leqslant \pi/60$ в разы различаются между собой, тогда как по условиям задачи они должны быть одинаковыми. Во втором варианте наблюдается устойчивая сходимость вычислительного процесса, а расхождение значений напряжений в двух контролируемых точках не превышает 4 %, что можно считать вполне удовлетворительным.

На основании данных табл. 1÷3 можно сделать вывод: при расчете оболочек с локальным приложением нагрузок или жестко закрепленных необходимо использовать только модифицированные ТКЭ с множителями Лагранжа. Применение в расчетах тонких оболочек стандартных ТКЭ, даже и имеющих высокую (пятую) степень интерполяционных полиномов, не приводит к удовлетворительному результату.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Клочков Ю. В., Николаев А. П., Гуреева Н. А.** Сравнительная оценка точности конечно-элементных решений оболочек при использовании высокоточных конечных элементов треугольной и четырехугольной форм // Известия вузов. Машиностроение. 2003. № 10. С. 3—10.

2. **Клочков Ю. В., Николаев А. П., Гуреева Н. А.** Сравнительный анализ эффективности использования конечных элементов треугольной и четырехугольной форм в расчетах оболочек вращения // Известия вузов. Строительство. 2004. № 3. С. 103—109.

3. **Новожилов В. В.** Теория тонких оболочек. Л.: Судостроение, 1962. 431 с.

4. **Тимошенко С. П., Войновский-Кригер С.** Пластинки и оболочки. М.: Наука, 1966. 636 с.

5. **Клочков Ю. В., Николаев А. П., Киселев А. П.** Особенности формирования матрицы жесткости треугольного конечного элемента размером 54×54 // Известия вузов. Строительство. 1998. № 2. С. 32—37.

6. **Секулович М.** Метод конечных элементов: Пер. с сербского. М.: Стройиздат, 1993. 645 с.

УДК 534

Ю. А. БУРЬЯН, В. Н. СОРОКИН, доктора технических наук, Ю. Ф. ГАЛУЗА (Омский ГТУ),
С. Н. ПОЛЯКОВ, канд. техн. наук (ФГУП "НПП "Прогресс", г. Омск), e-mail: burian@omgtu.ru

Активная система виброизоляции с экстремальным регулятором

Рассмотрена возможность построения экстремальной системы автоматического управления в активной виброизоляционной опоре с инерционным преобразователем движения, обеспечивающая для заданной частоты автоматическую настройку виброизолятора на передачу минимального усилия на основание.

Ключевые слова: виброизоляция, инерционный преобразователь движения, автоматическое управление, экстремальная система.

The opportunity of construction of extremal automatic control system in active vibration isolation support with inertia movement converter, providing an automatic adjustment of vibration isolator on transfer of minimal force to the support for a specified frequency, is considered.

Keywords: vibration isolation, inertia movement converter, automatic control, extremal system.

Системы виброизоляции силовых агрегатов с упруго-диссипативными опорами давно и успешно применяются, например, в судостроении для снижения вибрационной нагрузки на корпус судна. Если высокочастотные составляющие усилий виброактивных агрегатов хорошо ослабляются пассивной системой виброизоляции, то снижение нагрузки на корпус для низких частот остается в настоящее время достаточно актуальной проблемой. Известно [1, 2], что использование инерционных преобразователей движения, например гидравлических, в таких опорах позволяет существенно снизить коэффициент передачи усилия на корпус на частоте настройки, которая может быть достаточно низкой. При эксплуатации силовых агрегатов, например судовых двигателей, частота силового воздействия, зависящая от частоты вращения вала, существенно меняется, вследствие чего требуется изменение частоты настройки.

Если для виброзащиты достаточно широко применяются активные виброзащитные системы, в которых в качестве силового устройства (актуатора) используют гидравлические, электродинамические, пьезоэлектрические и другие устройства, например активные виброзащитные платформы фирм HALCYONICS (Германия) и Minus K (США) с диапазоном активного подавления 5÷20 Гц, то для виброизоляции, т. е. уменьшения передачи усилия на основание (что особенно актуально для судостроения), активные системы практически не применяют, хотя создание эффективной системы виброизоляции на частотах 5÷16 Гц и ниже является актуальной и не решенной в настоящее время проблемой.

Один из путей решения этой задачи — использование активных систем виброизоляции. Принципиальная схема такой системы в предположении идеальной работы акселерометра и актуатора приведена на рис. 1. Создание актуатором усилия, пропорционального ускорению массы m_0, приводит к результату, аналогичному использованию инерционных преобразователей движения [3].

Дифференциальное уравнение, описывающее динамику механической системы на рис. 1, имеет вид:

$$(m_0 + k)\ddot{x} + b\dot{x} + cx = F_0 \sin\omega t,$$

где k — коэффициент передачи усилия последовательно соединенными акселерометром, усилителем и актуатором, представляющими собой аналог приведенной массы в гидроопоре с инерционным преобразователем движения; F_0, ω — амплитуда и частота внешнего воздействия; c, b — коэффициенты жесткости и демпфирования.

Усилие, передаваемое на основание, определяется выражением:

$$R = cx + b\dot{x} + k\ddot{x}.$$

Комплексный коэффициент передачи усилия на основание через активную виброизоляционную опору определяется выражением:

$$K_{\text{п}}(i\omega) = \frac{R(i\omega)}{F(i\omega)} = \frac{c - k\omega^2 + bi\omega}{c - (m_0 + k)\omega^2 + bi\omega}, \qquad (1)$$

где $i = \sqrt{-1}$.

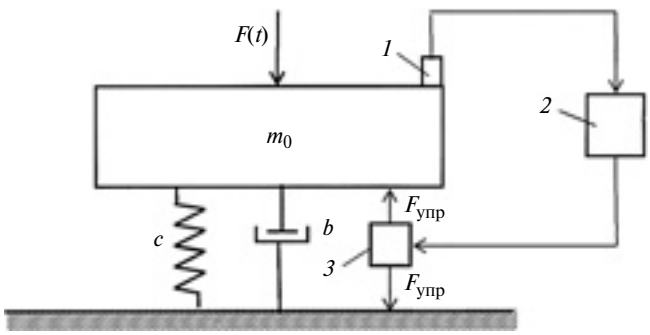


Рис. 1. Принципиальная схема активной системы виброизоляции: *1* — акселерометр; *2* — усилитель; *3* — актуатор

Определив модуль $|K_{\text{п}}(i\omega)|$, выражение (1) после несложных преобразований можно привести к виду [2]:

$$K_{\text{п}} = \frac{1}{n+1}\sqrt{\frac{(z^2-n)^2 + 4\nu_0^2 n^2 z^2}{\left(z^2 - \frac{n}{n+1}\right)^2 + 4\nu_0^2\left(\frac{n}{n+1}\right)^2 z^2}}, \qquad (2)$$

где $z = \omega/\omega_0$; $\omega_0 = \sqrt{c/m_0}$; $\nu_0 = b/2m_0\omega_0$; $n = m_0/k$.

Из выражения (2) можно определить частоту настройки активной виброопоры: $\omega_{\text{н}} = \omega_0\sqrt{n}$.

Представляет интерес оценка эффективности виброизоляции в точках настройки в зависимости от параметра n при разных значениях z. Результаты расчетов для $\nu_0 = 0{,}01$ приведены на рис. 2 в виде зависимости $K_{\text{п}}$ от n. Коэффициент k актуатора имеет экстремум — минимум. Следовательно, если измерить амплитуду силы, передаваемой через активную виброопору на основание, то можно построить экстремальную систему управления активной виброопорой.

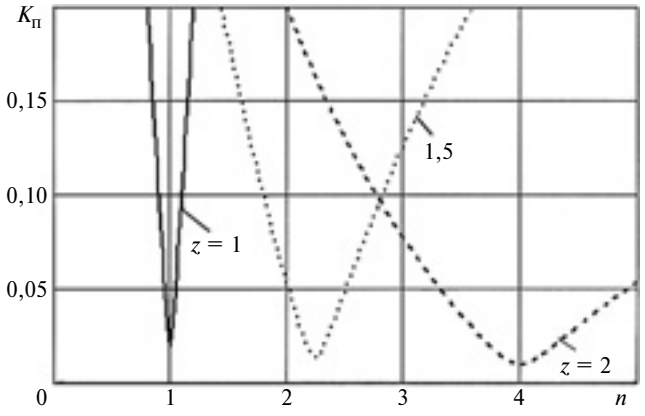


Рис. 2. Зависимости коэффициента $K_{\text{п}}$ передачи усилия от параметра n при разных значениях z

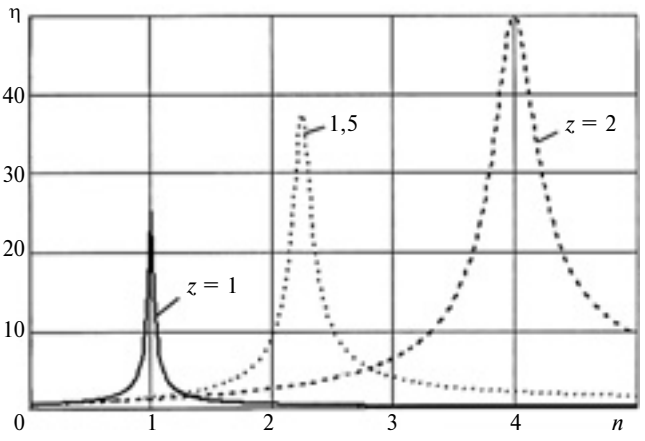


Рис. 3. Зависимости величины $\eta = 1/K_{\text{п}}$ от параметра n при разных значениях z

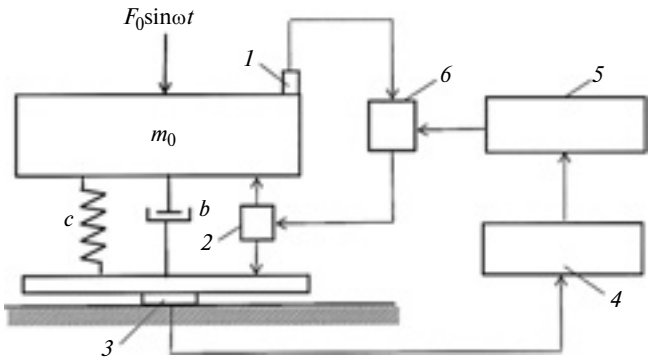


Рис. 4. Принципиальная схема активной системы виброизоляции с экстремальным управлением:
1 — акселерометр; *2* — актуатор; *3* — датчик силы; *4* — блок определения амплитуды; *5* — экстремальный регулятор; *6* — переменный коэффициент усиления

При построении экстремального регулятора (ЭР) удобно использовать другой экстремум — максимум. Для этого целесообразно ввести функцию $\eta = 1/K_{\text{п}}$, зависимости которой от параметра n при разных значениях z даны на рис. 3. Экстремальная САУ должна автоматически определить значение k, которое при произвольных z (т. е. ω) обеспечивает $\min K_{\text{п}}$ ($\max \eta$).

Принципиальная схема активной виброизоляционной опоры с экстремальной системой управления показана на рис. 4.

Экстремальная зависимость $K_{\text{п}}(n)$ (см. рис. 2) определяет отношение амплитуд внешнего воздействия и силоизмерительного устройства, поэтому для обеспечения функционирования ЭР необходимо определить амплитуду сигнала с датчика силы. Для оценки амплитуды гармонического сигнала можно использовать однополупериодный выпрямитель и фильтр низких частот (ФНЧ).

Если на вход идеального однополупериодного выпрямителя поступает сигнал вида $U_m\sin\omega t$, то при разложении выходного сигнала $U_{\text{вых}}(t)$ в ряд Фурье получим:

$$U_{\text{вых}} = \frac{1}{\pi}U_m + \frac{1}{2}U_m\sin(\omega t) - \frac{2}{3\pi}U_m\cos(2\omega t). \qquad (3)$$

Из выражения (3) следует, что для получения приближенного значения амплитуды входного сигнала выходной сигнал с ФНЧ необходимо умножить на π.

Для обеспечения помехозащищенности в качестве ЭР целесообразно выбрать, например, дискретный шаговый регулятор [4]. В таком ЭР амплитуда R_m сигнала с датчика силы после преобразования $\eta = 1/K_{\text{п}}$ определяется дискретно через интервалы времени Δt. По результатам сравнения

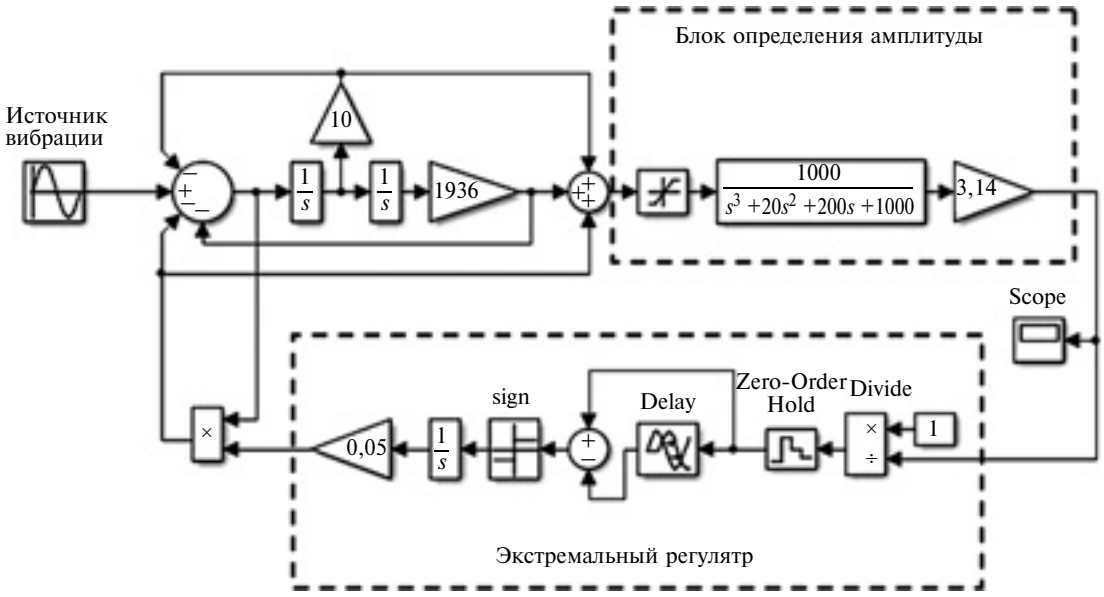


Рис. 5. Схема моделирования активной системы виброизоляции с экстремальным управлением в программе Simulink

величин η в начале и конце каждого шага управляющее воздействие u (в предположении отсутствия зоны нечувствительности регулятора) изменяется согласно алгоритму:

$$U_{n+1} = U_n + \Delta u \Phi_{n+1}, \qquad (4)$$

где $\Phi_{n+1} = \text{sign}(\Delta\eta)\text{sign}\Phi_n$ — функция переключения на $(n + 1)$-м шаге квантования по времени; U_n, U_{n+1} — управляющие воздействия на n-м и $(n + 1)$-м шаге квантования по времени; Δu — приращение управляющего воздействия на каждом шаге квантования по времени; $\Delta\eta$ — приращение критерия η на n-м шаге.

Математическое моделирование активной системы виброизоляции с ЭР в соответствии со схемой на рис. 4 и алгоритмом (4) осуществлено в программе MatLab/Simulink (рис. 5). Результаты численного решения для параметров

$$f_0 = 7 \text{ Гц } (\omega_0 = 43{,}96 \text{ 1/с}); \quad m_0 = 10 \text{ кг};$$
$$\nu_0 = 0{,}1; \quad F_{\text{вн}} = F_0 \sin\omega_{\text{в}} t; \quad F_0 = 1,$$

где F_0, $\omega_{\text{в}}$ — амплитуда и частота внешнего воздействия приведены на рис. 6.

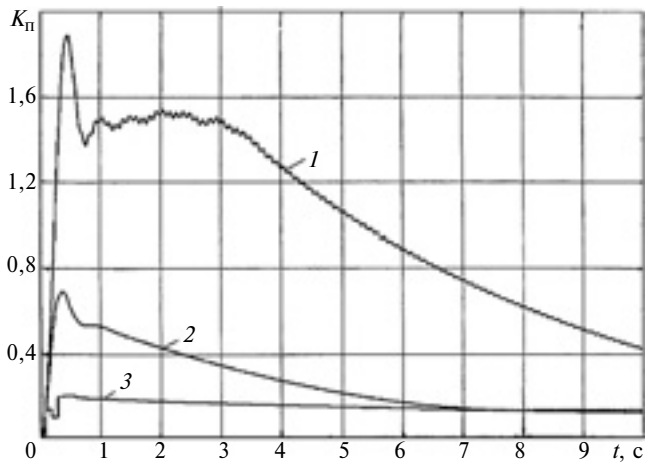


Рис. 6. Зависимости $K_{\text{п}}$ от времени t:
1 — $f_{\text{в}}$ = 9 Гц ($\omega_{\text{в}}$ = 56,5 рад/с); *2* — $f_{\text{в}}$ = 12 Гц ($\omega_{\text{в}}$ = 75,4 рад/с); *3* — $f_{\text{в}}$ = 15 Гц ($\omega_{\text{в}}$ = 94,2 рад/с)

Результаты моделирования показали, что в экстремальной системе управления виброзащитой после переходного процесса длительностью 7÷10 с возникают автоколебания с относительной амплитудой 1÷3 % и периодом 0,1 с около положения экстремума, соответствующего частоте настройки. Систему с ЭР целесообразно использовать в диапазоне частот $\omega_{\text{в}} = (1{,}3 \div 5)\omega_0$, так как для более высоких частот эффективность виброизоляции обеспечивается пассивной системой.

Таким образом, показана возможность построения активной системы виброизоляции с ЭР, который обеспечивает автоматическую настройку системы на минимальный коэффициент $K_{\text{п}}$ в заданном диапазоне частот.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Системы** виброзащиты с использованием инерционности и диссипации реологических сред / Б. А. Гордеев, В. И. Ерофеев, А. В. Синёв, О. О. Мугин. М.: Физматлит, 2004. 176 с.

2. **Бурьян Ю. А., Поляков С. Н., Комаров Ю. П.** Резинокордная пневмогидравлическая опора с инерционным преобразователем движения // Омский научный вестник. 2013. № 3(123). С. 68—72.

3. **Елисеев С. В., Резник Ю. Н., Хоменко А. П.** Мехатронные подходы в динамике механических колебательных систем. Новосибирск: Наука, 2011. 384 с.

4. **Власов К. П.** Теория автоматического управления: Учеб. пособие. Харьков: Гуманитарный центр, 2007. 526 с.

УДК 539.4

А. С. ГУСЕВ, д-р техн. наук (МГТУ им. Н. Э. Баумана),
В. И. ЩЕРБАКОВ, канд. техн. наук (Университет машиностроения — МАМИ), e-mail: sopr@mami.ru

Расчет усталостной долговечности конструкции при плоском напряженном состоянии и случайном нагружении

Предложена методика расчета усталостной долговечности конструкции при сложном напряженном состоянии с несинхронными и несинфазными случайными изменениями компонентов тензора напряжений.

Ключевые слова: конструкция, усталостная долговечность, случайный процесс, напряжения, линеаризация, надежность.

The methodic of analysis of fatigue life of a structure at combined stressed state with nonsynchronous and out-of-phase stochastic changes of stress tensor components is suggested.

Keywords: structure, fatigue life, stochastic process, stresses, linearization, durability.

Большинство элементов конструкций при эксплуатации находятся в сложном напряженном состоянии. Компоненты тензора напряжений изменяются во времени t по несинхронным и несинфазным случайным законам. Пример плоского напряженного состояния и законы случайного изменения напряжений $\sigma_x(t)$, $\sigma_y(t)$ и $\tau(t)$ приведены соответственно на рис. 1, *а—г*. Такое состояние характерно для металлоконструкций автомобилей и тракторов, испытывающих упругие колебания в продольной и поперечной плоскостях при движении по дорогам со случайными неровностями, а также для крупногабаритных легкодеформируемых сборных объектов при их транспортировке по таким дорогам [1, 2]. В этих случаях для расчета усталостной долговечности необходимо определить вероятности отказов по прочности и жесткости и накопленные усталостные повреждения. Использование в таких расчетах различных теорий статической прочности [3, 4] часто приводит к сложным и малоэффективным решениям.

Для расчета усталостной долговечности элементов конструкции при случайных циклических воздействиях авторы использовали энергетическую теорию прочности, учитывающую смену знаков напряжений (растяжение/сжатие). В связи с этим ввели энергетический параметр $p(t)$ циклической нагруженности элементарного объема материала в зависимости от вида нагружения:

1) при одноосном детерминированном гармоническом нагружении:

$$p(t) = p\sin\omega t|\sin\omega t|, \qquad (1)$$

где $p = \sigma^2$; ω — циклическая частота нагружения с амплитудой напряжения

$$\sigma(t) = \sigma\sin\omega t; \qquad (2)$$

2) при одноосном случайном нагружении $\sigma(t)$:

$$p(t) = \sigma(t)|\sigma(t)|; \qquad (3)$$

3) при изгибе с кручением и случайными изменениями нормального $\sigma(t)$ и касательного $\tau(t)$ напряжений:

$$p(t) = \sigma(t)|\sigma(t)| + 3\tau(t)|\tau(t)|; \qquad (4)$$

4) при плоском напряженном состоянии и случайных изменениях нормальных $\sigma_x(t)$, $\sigma_y(t)$ и касательного $\tau(t)$ напряжений:

$$p(t) \approx [\sigma_x(t) - \sigma_y(t)] \times \times (|\sigma_x(t) - \sigma_y(t)|) + 3\tau(t)|\tau(t)|. \qquad (5)$$

Стандартное уравнение кривой усталости при N циклах до разрушения имеет вид:

$$N(\sigma) = \begin{cases} N_0 \dfrac{\sigma_{-1}^m}{\sigma^m}, & \sigma \ge \sigma_{-1}; \\ \infty, & \sigma < \sigma_{-1}, \end{cases} \qquad (6)$$

где N_0, σ_{-1}, m — база испытаний, предел выносливости и показатель степени наклона кривой усталости соответственно.

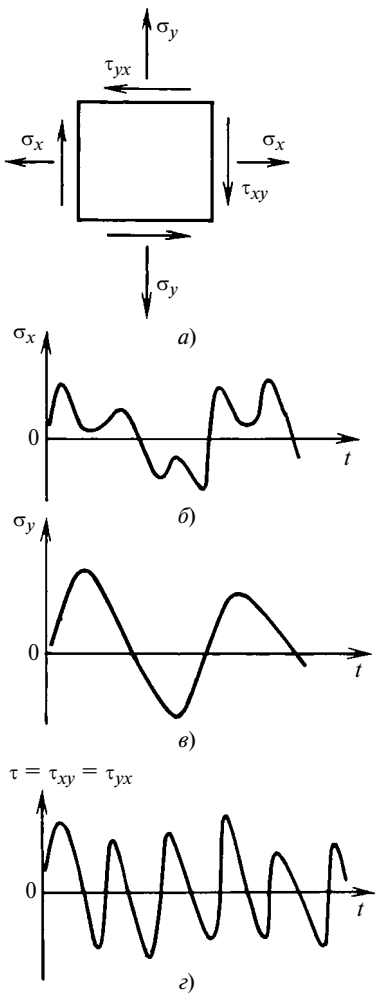


Рис. 1

С учетом энергетического параметра циклической нагруженности уравнение (6) запишем в виде:

$$N(p) = \begin{cases} N_0 \dfrac{p_{-1}^{m/2}}{p^{m/2}}, & p \ge p_{-1} = \sigma_{-1}^2; \\ \infty, & p < p_{-1}, \end{cases} \quad (7)$$

где p — амплитуда энергетического параметра циклической нагруженности.

Согласно уравнению (6) определение нагруженности по равенству (1) или (2) дает одинаковый результат.

Для узкополосных случайных изменений напряжений $\sigma(t)$ распределение вероятностей амплитуд σ циклов нагружения задается плотностью [5]:

$$f(\sigma) = \frac{\sigma}{s_\sigma^2} \exp\left(-\frac{\sigma^2}{2s_\sigma^2}\right), \quad (8)$$

где s_σ^2 — дисперсия $\sigma(t)$.

В этом случае в соответствии с первой теорией прочности, уравнением (6) и гипотезой линейного накопления усталостных повреждений среднее число циклов до разрушения определяется по формуле [5—7]

$$N = \frac{N_0 \sigma_{-1}^m}{2^{m/2} s_\sigma^m \Gamma\left[\dfrac{m}{2} + 1, \sigma_{-1}^2/(2s_\sigma^2)\right]}, \quad (9)$$

где $\Gamma(\beta, \alpha) = \int\limits_\alpha^\infty e^{-t} t^{\beta-1} dt$ — неполная Г-функция с параметрами $\beta = m/2 + 1$ и $\alpha = \sigma_{-1}^2/(2s_\sigma^2)$.

При использовании энергетической теории прочности циклическая нагруженность в опасной точке описывается уравнением (3), а кривая усталости — уравнением (7). Так как функцию $p(t)$ получаем нелинейным преобразованием исходного случайного изменения $\sigma(t)$, то в этом случае точное определение распределения вероятностей его амплитуд будет сложной, не имеющей эффективного решения задачей. Поэтому ограничимся приближенным определением распределения методом статистической линеаризации и нелинейный закон нагружения (3) заменим линейным вида [2]

$$p(t) = k\sigma(t), \quad (10)$$

в котором в соответствии с критерием равенства дисперсий коэффициент линеаризации

$$k = \sqrt{3}\, s_\sigma. \quad (11)$$

Тогда на основании зависимостей (8), (10) и (11) распределение вероятностей амплитуд $p(t)$ можно записать в виде:

$$f(p) = \frac{p}{s_p^2} \exp\left(-\frac{p^2}{2s_p^2}\right),$$

где $s_p^2 = 3s_\sigma^4$ — дисперсия $p(t)$.

Ожидаемое среднее число циклов нагружений до разрушения:

$$N = \frac{N_0 p_{-1}^{m/2}}{2^{m/4} s_p^{m/2} \Gamma\left[\dfrac{m}{4} + 1, p_{-1}^2/(2s_p^2)\right]}. \quad (12)$$

Ввиду приближенного определения распределения вероятностей амплитуд циклов нагружения и использования энергетической теории прочности вместо теории наибольших нормальных напряжений результаты расчета числа циклов нагружения до разрушения по уравнениям (9) и (12) не совпадают, но мало отличаются друг от друга. Это позволяет применить предложенный метод расчета и для случайного плоского напряженного состояния, определяемого, например, равенствами (4) и (5).

Далее уравнение (4) представим в виде

$$z(t) = x(t)|x(t)| + y(t)|y(t)|, \quad (13)$$

где $z(t) = p(t)$; $x(t) = \sigma(t)$; $y(t) = \sqrt{3}\,\tau(t)$.

Функции $x(t)$ и $y(t)$ будем считать гауссовскими узкополосными стационарными процессами со следующими матрицами корреляционных функций и спектральных плотностей:

$$K(\tau) = \begin{bmatrix} K_x(\tau) & K_{xy}(\tau) \\ K_{yx}(\tau) & K_y(\tau) \end{bmatrix};$$

$$S(\omega) = \begin{bmatrix} S_x(\omega) & S_{xy}(\omega) \\ S_{yx}(\omega) & S_y(\omega) \end{bmatrix},$$

где τ — время корреляции.

После линеаризации по критерию равенства дисперсий вместо выражения (13) получим композицию гауссовских стационарных процессов:

$$z(t) = k_1 x(t) + k_2 y(t), \quad (14)$$

где $k_1 = \sqrt{3}\, s_x$ и $k_2 = \sqrt{3}\, s_y$ — коэффициенты линеаризации.

Далее для упрощения записи получаемых соотношений коэффициенты k_1 и k_2 в формуле (14) опустим (их можно учесть после) и рассмотрим сумму двух случайных процессов с известными вероятностными характеристиками

$$z(t) = x(t) + y(t).$$

Дисперсии функции $z(t)$ и ее первых двух производных определим по формулам:

$$s_z^2 = s_x^2 + s_y^2 + 2s_{xy}^2;$$

$$s_{\dot z}^2 = s_{\dot x}^2 + s_{\dot y}^2 + 2s_{\dot x \dot y}^2;$$

$$s_{\ddot z}^2 = s_{\ddot x}^2 + s_{\ddot y}^2 + 2s_{\ddot x \ddot y}^2,$$

где $s_x^2 = K_x(0)$; $s_y^2 = K_y(0)$;

$s_{xy}^2 = K_{xy}(0)$; $s_{\dot x}^2 = K_{\dot x}(0) = -\ddot K_x(0)$;

$s_{\dot y}^2 = K_{\dot y}(0) = -\ddot K_y(0)$;

$$s^2_{\dot{x}\dot{y}} = K_{\dot{x}\dot{y}}(0) = -\ddot{K}_{xy}(0);$$

$$s^2_{\ddot{x}} = K_{\ddot{x}}(0) = K^{IY}_{x}(0);$$

$$s^2_{\ddot{y}} = K_{\ddot{y}}(0) = K^{IY}_{y}(0);$$

$$s^2_{\ddot{x}\ddot{y}} = K_{\ddot{x}\ddot{y}}(0) = K^{IY}_{xy}(0).$$

Определим нулевые и экстремальные эффективные частоты функции $z(t)$: $\omega_0 = s_{\dot{z}}/s_z$; $\omega_э = s_{\ddot{z}}/s_{\dot{z}}$.

Отношение числа экстремумов к числу нулей является параметром, определяющим сложность случайного процесса [7]: $k = \omega_э/\omega_0$.

Если спектральные плотности статистически независимых функций $x(t)$ и $y(t)$ принять в виде δ-функций на частотах ω_1 и ω_2, т. е. в виде

$$S_x(\omega) = s^2_x \delta(\omega - \omega_1);$$

$$S_y(\omega) = s^2_y \delta(\omega - \omega_2),$$

то получим:

$$\omega_0^2 = \frac{\omega_1^2 s_x^2 + \omega_2^2 s_y^2}{s_x^2 + s_y^2};$$

$$\omega_э^2 = \frac{\omega_1^4 s_x^2 + \omega_2^4 s_y^2}{\omega_1^2 s_x^2 + \omega_2^2 s_y^2};$$

$$k_2 = \frac{(1+\alpha)(\alpha+\beta^2)}{(\alpha+\beta)^2},$$

где $\alpha = s_x^2/s_y^2$; $\beta = \omega_2^2/\omega_1^2$.

Приведенные выражения показывают, что функция $z(t)$ имеет сложную структуру с параметром $k \gg 1$, даже если она состоит из двух функций с простой структурой ($k = 1$). Понятия цикла нагружения и его амплитуды для такого процесса однозначно не определяются, поэтому в расчетах усталостной долговечности следует использовать приближенные методы приведения процессов со сложной структурой к процессам с простой структурой [5, 7]. При

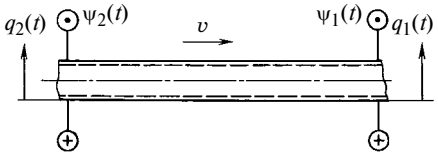


Рис. 2

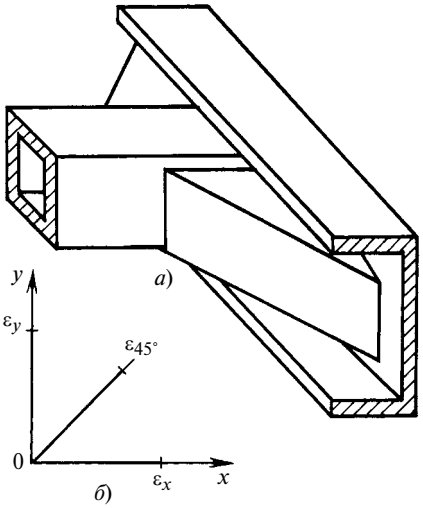


Рис. 3

этом к наибольшему повреждающему действию (наименьшей усталостной долговечности) приводит метод максимумов, в котором за амплитуды напряжений принимают положительные максимумы, а за расчетную частоту циклов — среднее число таких максимумов в единицу времени. Схематизация процесса в этом случае состоит в переносе положительных минимумов и отрицательных максимумов на нулевую (среднюю) линию.

Такой подход эквивалентен рассмотрению функции $p(t)$ как узкополосного процесса с дисперсией $s_p^2 = 3s_\sigma^4 + 18 s_\sigma s_\tau s_{\sigma\tau}^2 + 27 s_\tau^4$, дисперсией его первой производной $s_{\dot{p}}^2 = 3s_{\dot{\sigma}}^4 + 18 s_{\dot{\sigma}} s_{\dot{\tau}} s_{\dot{\sigma}\dot{\tau}}^2 + 27 s_{\dot{\tau}}^4$ и частотой $\omega_p = s_{\dot{p}}/s_p$, где s_σ^2, s_τ^2, $s_{\dot{\sigma}}^2$, $s_{\dot{\tau}}^2$ — дисперсии процессов $\sigma(t)$ и $\tau(t)$ и их первых производных; $s_{\sigma\tau}^2$, $s_{\dot{\sigma}\dot{\tau}}^2$ — коэффициенты взаимной корреляции процессов $\sigma(t)$ и $\tau(t)$ и их первых производных.

Ожидаемое число N циклов нагружений до разрушения можно рассчитать по формуле (12), а время до разрушения — по формуле

$$T = \frac{2\pi s_p}{s_{\dot{p}}} N. \qquad (15)$$

Необходимую исходную информацию для расчета функций $\sigma(t)$ и $\tau(t)$ получим решением соответствующей задачи статистической динамики [1, 2, 8] или по экспериментальным данным напряженного состояния натурных элементов конструкций при эксплуатации [3, 9]. В качестве примера на рис. 2 приведена схема расчета нагружения гибкого объекта (тонкостенной трубы) при его транспортировке на четырехточечной подвеске колесного шасси по дорогам со случайными неровностями, где q_1, q_2 — кинематические вертикальные вибрации; ψ_1, ψ_2 — кинематические угловые воздействия. Задача состоит в определении вероятностных характеристик нормальных и касательных напряжений в опасном поперечном сечении объекта транспортировки по вероятностным характеристикам вектора кинематических воздействий. Такая задача решена в работе [1], полученные статистические данные которой авторы использовали для определения накопленного при транспортировке усталостного повреждения по предлагаемому методу.

При экспериментальном исследовании напряженного состояния сложных элементов металлоконструкций (рис. 3, *а*) [9] нагружения рассчитывали по формуле (5), в которой исходные данные о компонентах напряжений σ_x, σ_y, τ получены методами электротензометрии по измерениям деформаций в опасной точке в трех направлениях (рис. 3, *б*). Если использовать прямоуголь-

ную розетку тензодатчиков и определить вероятностные характеристики трехмерного случайного процесса деформаций (ε_x, ε_y, $\varepsilon_{45°}$), то напряжения можно рассчитать по формулам:

$$\left.\begin{aligned}
\sigma_x(t) &= \frac{E}{1-\mu^2}[\varepsilon_x(t) + \mu\varepsilon_y(t)];\\
\sigma_y(t) &= \frac{E}{1-\mu^2}[\varepsilon_y(t) + \mu\varepsilon_x(t)];\\
\tau(t) &= \frac{E}{2(1+\mu)} \times\\
&\times [2\varepsilon_{45°}(t) - \varepsilon_x(t) - \varepsilon_y(t)].
\end{aligned}\right\} \quad (16)$$

Стандартными методами обработки осциллограмм случайных процессов сначала получим корреляционные функции и спектральные плотности для деформаций, затем по формулам (16) — для напряжений [7]. Так, матрицы корреляционных функций и спектральных плотностей для деформаций имеют вид:

$$K_{\bar{\varepsilon}}(\tau) = \begin{bmatrix} K_{\varepsilon_x}(\tau) & K_{\varepsilon_x\varepsilon_y}(\tau) & K_{\varepsilon_x\tau}(\tau) \\ K_{\varepsilon_y\varepsilon_x}(\tau) & K_{\varepsilon_y}(\tau) & K_{\varepsilon_y\tau}(\tau) \\ K_{\tau\varepsilon_x}(\tau) & K_{\tau\varepsilon_y}(\tau) & K_{\tau}(\tau) \end{bmatrix};$$

$$S_{\bar{\varepsilon}}(\omega) = \begin{bmatrix} S_{\varepsilon_x}(\omega) & S_{\varepsilon_x\varepsilon_y}(\omega) & S_{\varepsilon_x\tau}(\omega) \\ S_{\varepsilon_y\varepsilon_x}(\omega) & S_{\varepsilon_y}(\omega) & S_{\varepsilon_y\tau}(\omega) \\ S_{\tau\varepsilon_x}(\omega) & S_{\tau\varepsilon_y}(\omega) & S_{\tau}(\omega) \end{bmatrix}.$$

Для упрощения записи формул выражения (16) представим в виде

$$y_i(t) = \sum_{g=1}^{3} c_{ig} x_g,$$

где y_i и x_g — напряжения и деформации; c_{ig} — коэффициенты влияния; $i = 1, 2, 3$.

Элементы матрицы корреляционных функций и матрицы спектральных плотностей для напряжений имеют вид:

$$K_{y_i y_g}(\tau) = \sum_{\alpha=1}^{3}\sum_{\beta=1}^{3} c_{i\alpha}c_{g\beta}K_{x_\alpha x_\beta}(\tau);$$

$$S_{y_i y_g}(\omega) = \sum_{\alpha=1}^{3}\sum_{\beta=1}^{3} c_{i\alpha}c_{g\beta}S_{x_\alpha x_\beta}(\omega).$$

Таким образом, все вероятностные характеристики случайных процессов в уравнении (5) становятся известными. Представим это выражение в линеаризованном по критерию равенства дисперсий виде:

$$p(t) = k_1(x - y) + k_2 z(t),$$

где $x = \sigma_x$; $y = \sigma_y$; $z = \sqrt{3}\,\tau$;

$$k_1^2 = \frac{\langle (x-y)^4 \rangle}{\langle (x-y)^2 \rangle} = \frac{3s_x^4 - 12s_x^2 s_{xy}^2 + s_x^2 - 2s_{xy}^2 + 6s_x^2 s_y^2 + 12s_{xy}^4 - 12s_{xy}^2 s_y^2 + 3s_y^4}{+ s_y^2};$$

$k_2 = \sqrt{3}\, s_z$.

При статистически независимых $x(t)$ и $y(t)$ имеем: $k_1^2 = 3(s_x^2 + s_y^2)$.

В случае статистически независимых напряжений $\sigma_x(t)$, $\sigma_y(t)$ и $\tau(t)$ дисперсию энергетического параметра $p(t)$ напряженности материала конструкции и дисперсию его первой производной $\dot{p}(t)$ определим по формулам:

$$s_p^2 = 3s_{\sigma_x}^4 + 3s_{\sigma_y}^4 + 9s_{\tau}^4;$$

$$s_{\dot{p}}^2 = 3s_{\dot{\sigma}_x}^4 + 3s_{\dot{\sigma}_y}^4 + 9s_{\dot{\tau}}^4.$$

Подставив эти равенства в формулы (12) и (15), найдем ожидаемое число нагружений до разрушения и усталостную долговечность в единицах времени.

Таким образом, используя в качестве меры циклической нагруженности материала энергетический параметр, решили задачу по расчетному прогнозированию усталостной долговечности конструкций при несинхронных и несинфазных случайных изменениях во времени компонент тензора напряжений. Полученные формулы позволяют оценить усталостную долговечность как на этапе проектирования конструкции, когда исходные данные о нагруженности получают аналитическими методами статистической динамики, так и на этапе доводочных испытаний и эксплуатации конструкции, когда данные формируются на основании экспериментальных измерений деформаций и пересчета их в напряжения.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Гусев А. С.** Случайные колебания деформируемых объектов при транспортировке // Проблемы машиностроения и надежности машин. 1998. № 1.

2. **Гусев А. С., Стародубцева С. А., Щербаков В. И.** Теория колебаний в автомобиле- и тракторостроении. М.: МГТУ—МАМИ, 2007. 336 с.

3. **Когаев В. П., Махутов Н. А., Гусенков А. П.** Расчеты деталей машин и конструкций на прочность и долговечность. М.: Машиностроение, 1985. 223 с.

4. **Whitney C. A.** Random processes in physical systems. New York: John Willey, 1990. 320 p.

5. **Гусев А. С.** Вероятностные методы в механике машин и конструкций. М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2009. 224 с.

6. **Болотин В. В.** Ресурс машин и конструкций. М.: Машиностроение, 1990. 448 с.

7. **Гусев А. С.** Сопротивление усталости и живучесть конструкций при случайных нагрузках. М.: Машиностроение, 1984. 245 с.

8. **Щербаков В. И., Чабунин И. С., Стародубцева С. А.** Избранные задачи по динамике механических систем и конструкций. М.: МГТУ—МАМИ, 2010. 288 с.

9. **Сравнительный** анализ конструкций узловых соединений каркасных кабин тракторов / И. М. Илинич, А. С. Гусев, В. И. Щербаков, Б. И. Петров. // Тракторы и сельскохозяйственные машины. 1988. № 3. С. 14—18.

Цикл статей
"Проблемы трибологии — трения, изнашивания и смазки"
(под общей редакцией академика Российской инженерной академии и академии космонавтики, д-ра техн. наук Ю. Н. Дроздова)

УДК 669.14:534.242:531.44:621.892

Ю. Н. ДРОЗДОВ, д-р техн. наук (ИМАШ им. А. А. Благонравова РАН), И. П. МАЛЕНКО, канд. техн. наук, П. И. МАЛЕНКО, канд. техн. наук (Тульский ГУ), e-mail: malenko@tsu.tula.ru

Исследование резонансных процессов в поверхностных слоях пар трения скольжения со смазочным материалом, вызванных термическими ударами

Исследован механизм резонансной диффузии в сталях под действием термических ударов в поверхностных слоях теплостойких сталей с никотрированным покрытием. Установлено, что в поверхностных слоях пары трения в результате резонансных процессов происходят структурно-фазовые превращения, приводящие к образованию вторичных структур, которые и предопределяют их эксплуатационные свойства.

Ключевые слова: пара трения, трение скольжения, диффузия, резонанс, термический удар, вторичные структуры, структурно-фазовые превращения, смазочный материал.

The mechanism of resonance diffusion in steels under thermal impacts in surface layers of heat-resistant steels with carbonitride coverages is investigated. It is determined, that in surface layers of friction pair under resonance processes the structural-phase transformations take place, leading to formation of secondary structures, which predetermine their service characteristics.

Keywords: friction pair, sliding friction, diffusion, resonance, thermal impact, secondary structures, structural-phase transformations, lubricant.

При работе пары трения в поверхностных слоях происходят структурно-фазовые превращения с образованием вторичных структур (ВС), которые определяют их эксплуатационные свойства и, в частности, склонность к схватыванию, обусловленную резким повышением коэффициента трения [1]. Образование ВС связано с диффузионными и полиморфными (бездиффузионными) процессами в поверхностных слоях. При этом происходит значительное повышение коэффициента диффузии ($D = 10^{-5} \div 10^{-8}$ м^2/с), что подтверждено экспериментально.

Это объясняется морфологией поверхностей трения, а именно, наличием суб- и микрошероховатостей, вызывающих пульсирующее изменение температуры, т. е. термоциклирование [2], которое, в свою очередь, является причиной возникновения термических ударов (ТУ), а следовательно, резкого повышения давления p в поверхностных слоях [3]. Известные механизмы диффузии (вакансионные, обменные и др.) не объясняют резкого повышения коэффициентов диффузии, поэтому исследование данного явления весьма актуально.

В настоящее время при изучении диффузионных процессов применяют методы молекулярной динамики (ММД), позволяющие моделировать исследуемые процессы.

Заметим, что при моделировании ТУ часто не учитываются атомная решетка и электроны, а рассматриваются объемные явления (континуум), при моделировании же диффузионных процессов предпочтительно рассматривать процессы на уровне кристаллической решетки. Так как механизм диффузии следует оценивать с энергических позиций, предопределяющих процесс, то необходимо задавать энергии связей между атомами в виде потенциалов парных взаимодействий (ППВ). При наличии ППВ можно формировать кристаллиты с заданными свойствами и числом N атомов (как правило, $N \leqslant 10^5$), однако возможности вычислительной техники накладывают некоторые ограничения. Поэтому при моделировании рассматривают колебательные процессы, так как волновые процессы возникают в металле при $N \geqslant 10^6$ [4].

Для реализации диффузионного процесса необходимо, чтобы давление от ТУ было больше разрывного напряжения σ в межатомной связи, т. е. $p \geqslant \sigma$. Напряжение определяем по формуле Журкова [5]:

$$\sigma = \frac{1}{V}\left(E_{\text{св}} - kT\ln\frac{\tau}{\tau_0}\right). \qquad (1)$$

Здесь V — объем решетки; $E_{\text{св}}$ — энергия межатомной связи; k — постоянная Больцмана; T — темпе-

ратура; $\tau_0 = \omega_0^{-1}$ — период колебаний атома, где ω_0 — частота; $\tau = a\text{Fo}/v_з$ — продолжительность действия ТУ [3], где a — коэффициент температуропроводности; Fo = 8 — число Фурье; $v_з$ — скорость звука в металле.

Используя формулу (1) для решетки α-Fe имеем $\sigma = (2{,}89 \div 2{,}86)10^{10}$ Н/м^2, а при $T = 700$ °С давление составляет $p = 1{,}92 \cdot 10^{10}$ Н/м^2, т. е. $\sigma > p$. Однако межатомная связь будет разорвана за n ударов, так как релаксация решетки наступает только после покидания ее атомом, а время релаксации $\tau_р \gg \tau$ [6].

В работах [7, 8] приведены результаты моделирования ММД процесса перемещения атомов под действием ТУ в поверхностной зоне теплостойкой стали 25Х3М3НБЦА с никотрированным покрытием. Анализ траекторий перемещений атомов позволил определить механизм диффузии как кооперативный (эстафетный) с коэффициентами диффузии $D = 10^{-6} \div 10^{-8}$ м^2/с. Однако объяснить более высокие экспериментальные коэффициенты диффузии порядка $D = 10^{-5}$ м^2/с на основании данного механизма не представляется возможным. Предварительные расчеты показали, что под действием ТУ может возникать другой механизм, определенный как резонансный. Данное предположение основывается на возможности совпадения частот ω_0 колебаний атомов в кристаллической решетке и частот ω колебаний внешнего воздействия, т. е. тепловых ударов.

Экспериментально установлено наличие в кристаллах зон с аномально высокими амплитудами колебаний атомов без внешнего воздействия. Теоретическое обоснование данному явлению дал М. Борн [9]. Наличие примесей и дефектов в кристалле влияет на колебания атомов, что обусловлено собственными колебаниями, которые назвали локализованными модами. При больших искажениях решетки могут возникать резонансные моды, приводящие к микрообъемным резонансам. Позднее в работах [10—12] микрорезонансные явления были объяснены ангармонизмом колебаний решетки. В работе [13] были исследованы решетки с сильным ангармонизмом, учитывались коллективные явления в фононной подсистеме, а также было установлено, что в результате этого возникает нелинейный резонанс и происходит синхронизация фононных частот. Данные процессы приводят к структурной неустойчивости решетки, мартенситным превращениям и плавлению. В данном случае рассматриваются два типа ангармонизма — внутренний и межмодовый. При трении возникает тепловой ангармонизм, с которым связано тепловое расширение металла при нагревании, причем температура $T_{тр}$ трения меньше температур мартенситных превращений и плавления.

Постановка задачи

Резонансные процессы при трении — быстродействующие ($\tau \approx 10^{-12}$ с), что является непреодолимым барьером для экспериментальных исследований. Поэтому предпочтительнее моделирование, при котором резонанс определяется как резкое повышение амплитуд вынужденных колебаний N атомов, расположенных в наборе кристаллических решеток виртуального кристаллита. Атомы совершают тепловые колебания частотой ω_0 и испытывают внешние периодические воздействия — ТУ частотой ω. Согласно теореме Борна—Лидермана распределение частот колебаний реального металла, представляющего собой большую кристаллическую решетку из N атомов, близко к распределению частот виртуальной решетки с циклическими граничными условиями [9]. В свою очередь, виртуальная система из N атомов эквивалентна цепочке простых гармонических осцилляторов с соответствующими частотами $\omega_0^{(i)}$. Если данную цепочку связать ППВ, то относительно теории колебаний движение атомов в цепочке определяется как движение осцилляторов в поле, заданном ППВ [14]. При отсутствии внешнего воздействия данная система математически описывается как автономная. Так как кристаллическая решетка обладает жесткостью, то ее колебания будут диссипативными. Если в разложении ППВ учесть члены третьего порядка, т. е. тепловой ангармонизм, то, во-первых, система будет кубической (нелинейной), во-вторых, в ней появляются дисперсионные частоты, так как ангармонические члены обеспечивают связь между нормальными колебаниями решетки. Если учитывать ангармонические члены, то члены более низких порядков являются по сути вязкой средой, диссипирующей энергию дисперсионных осцилляторов.

При наличии ТУ система превращается в неавтономную с кубической нелинейностью диссипаций и дисперсий. Математическое описание такой системы имеет вид [14]

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = -2\gamma\dot{x} + \beta x^3 + f\cos(\omega + \varphi), \qquad (2)$$

где левая часть уравнения — тепловые колебания атомов частотой ω_0, правая — параметры, отражающие воздействие ТУ.

Физический смысл коэффициентов уравнения (2) устанавливается анализом размерностей входящих в него величин: $\gamma = \frac{\gamma'}{m}\tau$ — изменение диссипации энергии, связанное с жесткостью γ' решетки и массой m атома под действием ТУ; $\beta = \beta'/m$ — изменение коэффициента β' теплового ангармонизма под действием массы m; $f = pS/m$ — относительная

сила внешнего воздействия (p — давление ТУ, S — площадь центрального сечения атома); ω — частота колебаний от давления p; φ — сдвиг фаз колебаний.

Рассмотрим методику расчета коэффициентов и параметров уравнения (2). Параметр f пропорционален давлению от ТУ, которое определяется выражением [3]

$$p = \frac{1}{3}\sigma_{z'z'}\alpha_T E\frac{1+2\nu}{(1-2\nu)(1-\nu)}(T_c - T_0), \qquad (3)$$

где $\sigma_{z'z'}$ — изменения относительных термоупругих напряжений во время ТУ [3]; $\alpha_T = 1{,}17 \cdot 10^{-5}$ 1/°С — коэффициент теплового расширения теплостойкой стали; $E = 2{,}15 \cdot 10^{11}$ Н/м^2 — модуль упругости стали; $\nu = 0{,}28$ — коэффициент Пуассона стали; T_c — температура среды (кипящего смазочного материала).

Подставив численные значения параметров в формулу (2), получим:

$$p = C(T_c - T_0), \qquad (4)$$

где $C = 2{,}75 \cdot 10^7$ Н/(м$^2 \cdot$ °С).

Температура T_c определяется морфологией поверхности трения (суб- и микрошероховатостями). Частотно-временной анализ колебаний температуры T_c, выполненный дискретным вейвлет-преобразованием [15, 16], показал, что температура T_c, а следовательно, и давление p, кроме основной частоты ω имеют гармоники (ω_1, ω_2, ...) более низких порядков, которые также могут создавать резонансы, что может оказывать влияние на диффузионные процессы.

Отметим, что теплота распространяется на определенную глубину поверхностного слоя, т. е. температура по глубине слоя снижается и, следовательно, резонансные явления имеют ограничение по глубине поверхностного слоя.

В металлах колебания атомов имеют хаотичный характер. Поэтому использование формул, предложенных М. Борном [9], для определения так называемой основной частоты ω_0 ограничено. Корректнее описывать хаотичные колебания атомов с помощью спектра колебаний. Аналитическое описание спектра классическими методами затруднительно. Квантовые же методы позволяют с высокой точностью определять спектр колебаний атомов. Так, для описания колебательного спектра используют функции плотности колебательного состояния атомов (ПКСА) (плотность фононного спектра). В последнее время для этих целей применяют дискретное преобразование Хартли [17], легко встраиваемое в программу ММД.

Жесткость γ' решетки можно рассчитывать разными методами. Приближенную оценку дает формула $\gamma' = m\omega_0^2$, где m — масса атома [18], а более точное выражение — $\gamma' = \varphi''(S/2)$, где $\varphi''(S/2)$ — вторая производная от ППВ [9].

Для нахождения коэффициента β' теплового ангармонизма используем коэффициент α теплового расширения [19]:

$$\beta' = \frac{4\alpha_T \gamma'^2}{3K_Б}, \qquad (5)$$

где $K_Б$ — постоянная Больцмана.

Необходимые ППВ для исследований, основанные на методе погруженного атома, вычисляли по принципам, заложенным в основополагающей работе [20] или использовали уже известные ППВ.

С учетом вышеизложенного задачи данного исследования можно сформулировать следующим образом:

1) определение параметров кубического резонанса для основных частот ω_0 и ω_1;

2) анализ параметров кубического резонанса с учетом спектра колебаний атомов (частота ω_0) и гармонического разложения частот внешнего воздействия (частоты $\omega_{(i)}$), т. е. резонанса на гармониках;

3) исследование изменений параметров резонансных процессов по глубине поверхностного слоя, обусловленных затуханием температурных процессов.

Результаты исследований

Цель настоящих исследований — сравнительный анализ амплитуды A нелинейного резонанса при разных сочетаниях частот ω_0 и ω_1 и параметра a кристаллической решетки. Предполагается, что при $A > a$ атом выбивается из решетки, т. е. инициируется диффузия. При $A \le a$ имеют место резонансные колебания без диффузии (повышение активности атомов). Однако решетка находится в напряженном состоянии, так как ее релаксация произойдет только после выхода атома из решетки. Следовательно, в этом случае диффузия начнется после $n = a/A$ резонансных актов.

Уравнение (2) запишем как

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0 x - \beta x^3 = f\cos(\omega + \varphi). \qquad (6)$$

Выражение (6) — нелинейное дифференциальное уравнение, получить его аналитическое решение в общем виде не представляется возможным. В работе [14] рассмотрены разные методы решения для частных случаев. Рассмотрим один из них — метод медленно меняющихся амплитуд.

Предлагается решение уравнения (6) в виде уравнения резонансной кривой

$$(\gamma A)^2 + A^2\left(\delta\frac{3\beta A^2}{8\omega_0}\right)^2 = \frac{f^2}{4\omega_0^2}, \qquad (7)$$

где $\delta = \omega - \omega_0$ — расстройка частот.

Данное уравнение неявно определяет искомую частоту резонансных колебаний как функцию амплитуды и частоты вынуждающей силы. Для явного определения уравнение (7) преобразуем в более удобную для анализа форму, минимизируя число переменных и параметров. Для определенности параметр β нелинейности (ангармонизма) будем считать отрицательным.

Введем следующие обозначения.

Безразмерный параметр, характеризующий интенсивность внешнего воздействия:

$$Q = \frac{3\beta f^2}{32\gamma 3\omega_0^3}. \qquad (8)$$

Безразмерный параметр, характеризующий интенсивность вынужденных колебаний:

$$X = \frac{3}{8}\frac{\beta A^2}{\gamma\omega_0}. \qquad (9)$$

Относительная расстройка частот:

$$\Delta = \frac{\delta}{\gamma} = \frac{\omega - \omega_0}{\gamma}. \qquad (10)$$

Подставив уравнения (8)—(10) в выражение (7), получим:

$$X = \frac{Q}{(X+\Delta)^2 + 1}. \qquad (11)$$

Варьируя параметр интенсивности Q, получим семейство кривых $X = X(\Delta)$, представляющих собой резонансные кривые кубического осциллятора.

Используем полученные результаты для анализа резонансных процессов в теплостойкой стали 25Х3М3НБЦА, прошедшей термохимическую обработку — низкотемпературную нитроцементацию (никотрирование). Основной химический элемент — α-Fe, который имеет объемноцентрированную кубическую решетку (ОЦК). Найдем коэффициенты уравнения (6). Масса атома железа $m = 0{,}927 \cdot 10^{-25}$ Н $\cdot$ с^2/м, радиус атома $r = 1{,}26 \cdot 10^{-10}$ Н, параметр решетки $a = 2{,}87 \cdot 10^{-10}$ м. Относительную силу внешнего воздействия определим как

$$f = \frac{pS}{m} = p\frac{\pi r^2}{m} = 5{,}378 \cdot 10^5 p. \qquad (12)$$

Давление p от ТУ определяется температурой трения на субшероховатостях [3]. Значения f приведены в табл. 1.

Основная частота внешнего воздействия определяется формулой [21] $\omega_1 = \upsilon_з^2/a_0$, где $\upsilon_з = 5{,}8 \cdot 10^3$ м/с — скорость звука в кристалле; a_0 — коэффициент температуропроводности кристалла.

Как уже отмечалось, гармоники колебаний более низких порядков определяются с помощью дискретного вейвлет-преобразования (ДВП). В качестве основного использовали вейвлет Морле с центральной частотой $Fr = 0{,}8125$ Гц [15]. В компьютерную программу MATLAB с графическим интерфейсом MATLAB Wavelet Toolbox [22] вводили исследуемый сигнал, сформированный с помощью преобразованной формулы (4):

$$f = 1{,}48 \cdot 10^{13}(T_с - T_0). \qquad (13)$$

Формула (13) подтверждает предположение о том, что колебания относительной силы f определяются колебаниями температуры на субшероховатостях $T_с$. Программа определяет центральную частоту для первого разложения по формуле $Fr_1 = \omega_1 = 0{,}8125N$, где N — общее число отсчетов за 1 с. Для последующих центральных разложений имеем: $Fr_2 = \omega_2 = \omega_1/2$; $Fr_3 = \omega_3 = \omega_2/2$; ... . Значения гармоник (до третьей) колебаний частот в зависимости от температуры $T_с$ приведены в табл. 1. Дискретное гармоническое разложение частот показано на рис. 1.

Для расчета плотности H фононного спектра от ω_0 используем дискретное преобразование Хартли (ДПХ), которое, как и преобразование Фурье, можно применять для спектрального анализа и различных обработок сигналов, но оно имеет ряд преимуществ: вычисление прямого и обратного преобразований Хартли осуществляется по симметричным формулам, вид которых совпадает с точностью до множителя $1/N$; прямое преобразование Хартли дает ряд действительных чисел [17].

Для преобразования в частотную область (получения спектра) использовали так называемую автокорреляционную функцию $p(t)$ (усредненная зависимость направления и модуля скорости атомов от начального положения атомов и времени).

Таблица 1

Параметры ТУ при разных температурах T трения

T, °С	p, ГПа	f, 10^{-15} м/с^2	a, 10^6 м/с^2	ω_1, 10^{-12} с$^{-1}$	ω_2, 10^{-12} с$^{-1}$	ω_3, 10^{-12} с$^{-1}$
200	6,40	3,49	10,49	2,96	1,48	0,74
300	8,10	4,44	9,20	3,20	1,60	0,80
400	10,80	5,92	8,30	3,48	1,74	0,87
500	14,70	7,40	7,12	4,32	2,16	1,08
600	16,70	8,88	6,06	5,54	2,77	1,39
700	19,20	10,36	4,95	6,80	3,40	1,70

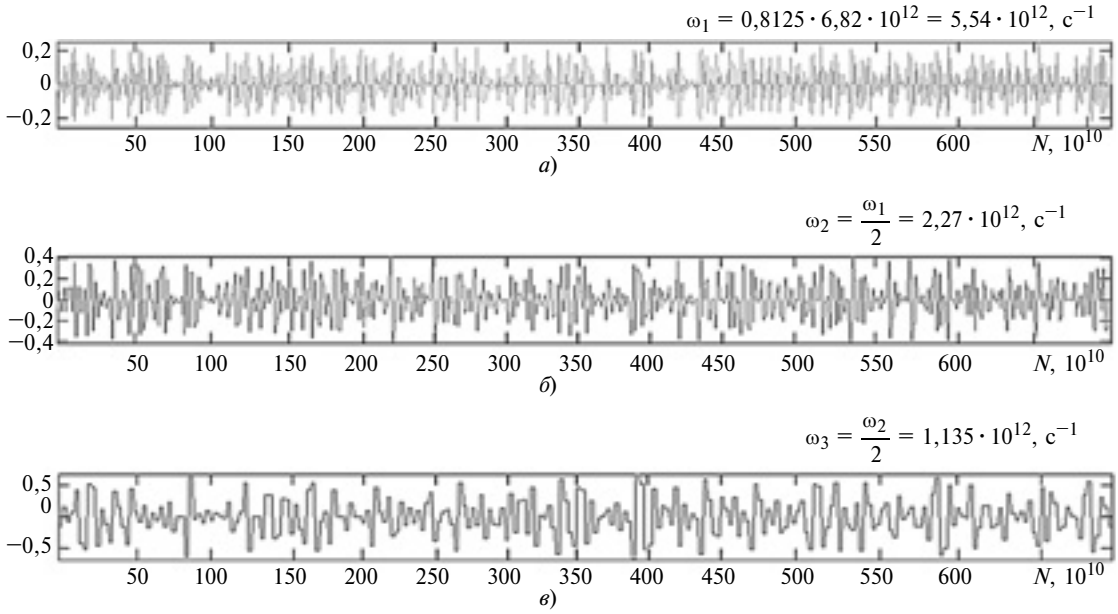


Рис. 1. Дискретное разложение (вейвлет-преобразование) частот ω_1 (*а*), ω_2 (*б*), ω_3 (*в*) внешнего воздействия

В этом случае дискретное преобразование Хартли выражается суммой

$$H(\omega_0) = 1/N \sum_{t=0}^{N-1} p(t)\mathrm{cas}(2\pi\omega t), \qquad (14)$$

где cas$x$ = cos$x$ + sin$x$.

Модули и направления колебаний атомов во времени для автокорреляционной функции получены с помощью пакета программ XMD. Симуляцию осуществляли при следующих параметрах кристаллита α-Fe: число атомов — 100; температуры — 400, 500 и 600 °С; a = 0,287 нм; использовали метод "зажима" температуры и повторяющиеся граничные условия. Применяли апробированный потенциал Д. Фаркаша для моделирования 20 тыс. шагов с временны́м шагом 10^{-16} с. Полученные по формуле (14) зависимости плотности H фононного спектра от ω_0 при разных температурах представлены на рис. 2.

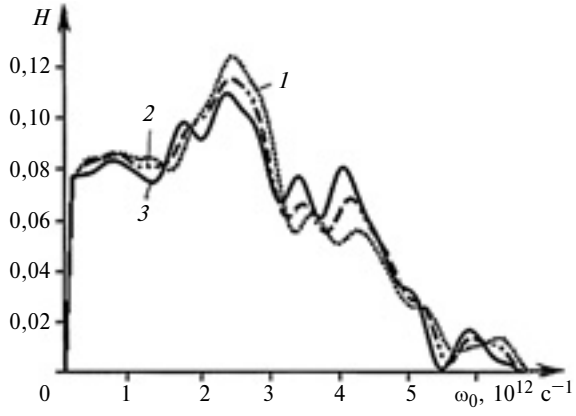


Рис. 2. Зависимости плотности H фононного спектра α-Fe от частоты ω_0 колебаний атомов при температурах T = 400 (*1*); 500 (*2*); 600 °С (*3*)

Жесткость решетки оцениваем по формуле $\gamma' = m\omega_0^2$ = 3,1 Н/м [18]. Более точное значение дает вторая производная от ППВ для α-Fe [20]: $\gamma' = \gamma''(S/2)$ = 3,4 Н/м. Следовательно, изменение диссипации энергии составит $\gamma = \frac{\gamma'}{m}\tau = 0{,}785 \cdot 10^{12}$ 1/с.

По формуле (5) найдем коэффициент теплового ангармонизма $\beta' = 1{,}498 \cdot 10^{12}$ Н/м^3. Изменение ангармонизма под действием массы составит $\beta = \frac{\beta'}{m} = 1{,}62 \cdot 10^{44}$ 1/м$^2 \cdot$ с^2. По полученным данным и зависимости (8) определим безразмерный параметр Q, характеризующий интенсивность внешнего воздействия для основной частоты колебаний атома $\omega_0 = 6{,}0 \cdot 10^{12}$ 1/с, а по формуле (11) получим семейство резонансных кривых кубического осциллятора (рис. 3). Из выражения (9) получим:

$$A = \sqrt{\frac{8\gamma\omega_0 X}{3\beta}}. \qquad (15)$$

Подставив в формулу (9) вместо полученных по формуле (15) значений максимальных резонансных амплитуд A параметр кристаллической решетки $a_0 = 2{,}867 \cdot 10^{-10}$ м, найдем критическое значение X, которому соответствует граница диффузионного процесса: X = 1,18. Следовательно, резонансный механизм диффузии будет иметь место при температурах T > 230 °С. Так как частоты ω_1 силы f фиксированы, то, используя зависимость

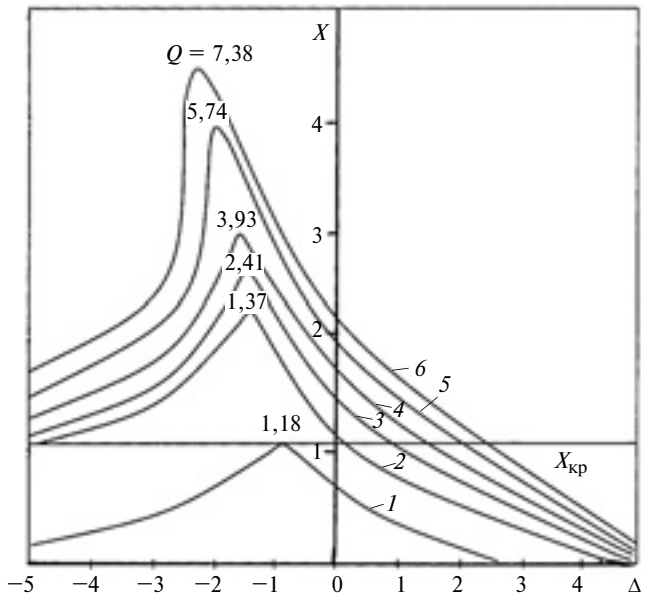


Рис. 3. Семейство резонансных кривых в координатах при температурах трения T = 230 (*1*); 300 (*2*); 400 (*3*); 500 (*4*); 600 (*5*); 700 °С (*6*)

(10), определим для A_{max} "плавающие" значения частот ω_0 из спектра, которые с повышением температуры понижаются (табл. 2).

Резонанс на гармониках. Резонанс имеет место при совпадении частоты ω внешнего воздействия с собственной частотой ω_0 колебаний атомов при условии [14]

$$n\omega + k\omega_0 = 0, \qquad (16)$$

где n = 1, 2, ..., и k = 2, 3, ... — целые числа.

В формуле (16) ω — фиксированные величины (гармоники), ω_0 — "плавающие" в пределах спектра частоты. Следовательно, для каждого фиксированного значения ω можно вычислить значение ω_0. В табл. 3 приведены значения $n\omega$ и $k\omega_0$ для разных температур, рассчитанные по формуле (16). Значения частот ω_2 и ω_3 взяты из табл. 1.

В табл. 3 также приведены значения относительной расстройки Δ частот, рассчитанные по формуле (10) и соответствующие им значения параметра X. Имеем $X < X_{кр} = 1{,}18$, следовательно, резонансы на гармониках есть, но они не инициируют диффузионные процессы.

Перекрытие резонансов на гармониках зависит от расстояния между соседними частотами, которое равно ω_2, а также от ширины резонанса $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_3$. Введем параметр $k = \Delta\omega/\omega_2$ — критерий Чирикова [14].

При $k \ll 1$ резонансы изолированы и динамика регулярна; при $k \approx 1$ перекрытие резонансов увеличивается, и колебания могут стать хаотичными. В рассматриваемом случае для всех частот k = 0,5, следовательно, существует вероятность появления хаоса. Однако принимая во внимание отсутствие влияния резонансов на гармониках на диффузионный процесс, вероятность появления хаотических колебаний анализировать не будем.

Затухание резонанса. Проанализируем изменение параметров резонанса, связанное с затуханием температуры по глубине слоя. Сначала оценим глубину проникновения тепловой энергии в результате ТУ. Известны два механизма переноса энергии — диффузионный (электронный) и звуковой (фононный) [3]. Общая формула глубины проникновения имеет вид [23]: $z = 200\lambda_0$, где λ_0 — длина свободного пробега электрона или фонона.

Для диффузионного механизма λ_0 определяется взаимодействием электронов проводимости с тепловыми колебаниями ионов решетки. Длину свободного пробега электронов находим по формуле [18] $\lambda_0^e = \frac{\varepsilon}{T} a_0$, где ε = 5÷10 эВ — энергия Ферми для электронов; $T \approx 10^{-2}$ эВ — температура трения в энергетических единицах; $a_0 = 2{,}87 \cdot 10^{-10}$ м — постоянная решетки α-Fe.

Подставив значения, получим: $\lambda_0^e = 2{,}87 \cdot 10^{-7}$ м.

Для фононного механизма переноса энергии [21] $\lambda_0^ф = a/v_з$, где $a = (0{,}6 \div 1) \cdot 10^{-5}$ м^2/с — коэффициент температуропроводности стали; $v_з = 5{,}8 \cdot 10^3$ м/с — скорость звука в металле.

Получим $\lambda_0^ф = (1 \div 2)10^{-8}$ м.

Таблица 2

Значения параметров Q, X и A_{max} в зависимости от температуры T трения и расстройки частот A

T, °С	Δ	Q	X	ω_0, 10^{-12} с$^{-1}$	A_{max}, 10^{-12} с$^{-1}$
230	−1,5	1,04	1,18	5,40	2,87
300	−2,0	1,37	2,25	4,80	3,73
400	−2,3	2,41	2,80	4,70	4,12
500	−2,8	3,93	3,17	4,55	4,31
600	−3,0	5,74	3,80	4,40	4,70
700	−3,2	7,38	4,17	4,30	4,81

Таблица 3

Значения параметров резонансов на гармониках при разных температурах T трения

T, °С	ω_2, 10^{-12}	ω_3, 10^{-12}	$\omega_{0(2)}$, 10^{-12}	$\omega_{0(3)}$, 10^{-12}	$\Delta_{(2)}$	$\Delta_{(2)}$	$X_{(2)}$	$X_{(3)}$
200	1,48	0,740	0,740	0,370	0,94	0,47	0,35	0,48
300	1,60	0,800	0,800	0,400	1,02	0,51	0,50	0,65
400	1,74	0,870	0,870	0,435	1,10	0,55	0,72	0,83
500	2,16	1,080	1,080	0,540	1,37	0,68	0,77	0,91
600	2,77	1,385	1,385	0,693	1,70	0,85	0,82	0,93
700	3,40	1,700	1,700	0,850	2,00	1,00	0,90	1,00

Следовательно, для диффузионного механизма $z_д = 6 \cdot 10^{-5}$ м, для фононного $z_ф = 3 \cdot 10^{-6}$ м.

Дрейфовая скорость электрона определяется выражением $v_e \approx v_з\sqrt{M/m}$, где M и m — массы иона и электрона [18]. Тогда $v_e \approx 1{,}82 \cdot 10^7$ м/с.

Для определения температур диффузионного и фононного механизмов при затухании надо правую часть уравнения (6) приравнять к нулю:

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0 x - \beta x^3 = 0. \qquad (17)$$

При этом начальные условия:

$$\left.\begin{aligned} x_0 &= x(0) = T_c; \\ y_0 &= y(0) = \dot{T}_c, \end{aligned}\right\} \qquad (18)$$

где T_c — температура трения; $\dot{T}_c$ — скорость распространения изотермы.

Согласно работе [23] $\dot{T}_c = 5$ м/с.

Уравнение (17) с начальными условиями (18) описывает осциллятор Дуффинга. Разделив его на ω_0, т. е. имея $\varepsilon = 1/\omega_0^2 \ll 1$, получим:

$$\varepsilon\ddot{x} + 2\gamma\varepsilon\dot{x} + x - \varepsilon\beta x^3 = 0. \qquad (19)$$

Один из методов решения уравнения (19) — разделение быстрых и медленных движений. В нашем случае под быстрыми движениями понимается диффузионный механизм ($v_e = 1{,}82 \cdot 10^7$ м/с), под медленными — фононный ($v_з = 5{,}8 \cdot 10^3$ м/с). Решение уравнения (19) приведено в работе [14]. Окончательный результат имеет вид:

$$\left.\begin{aligned} T_д(\tau) &= T_c - \frac{\omega_0}{2\gamma}\dot{T}_c\left[1 - \exp\left(-\frac{2\gamma}{\omega_0}\right)\right]; \\ T_ф(\tau) &= \left(T_c - \frac{\omega_0}{2\gamma}\dot{T}_c\right)\exp\left(-\frac{2\gamma}{\omega_0}\right). \end{aligned}\right\} \qquad (20)$$

Пример. Имеем: $\gamma = 0{,}785 \cdot 10^{12}$; $\omega_0 = 4 \cdot 10^{12}$. По формулам (20) получим: $T_д(\tau) = T_c - 2{,}55\dot{T}_c \times$ $\times [1 - \exp(-0{,}39\tau)]$; $T_ф(\tau) = (T_c - 2{,}55\dot{T}_c)\exp(-0{,}39\tau)$.

На рис. 4 приведены зависимости изменения диффузионных и фоновых затуханий в текущем времени. При диффузионном механизме наблюдается переходный процесс ($\tau < 1$ с), затем температура стабилизируется и распространяется, затухая до глубины $z_д$. При фононном механизме имеет место экспоненциальное уменьшение температуры до глубины $z_ф$. Следовательно, параметры резонанса при затухании температуры определяются главным образом диффузионным механизмом. Так как стационарная температура $T_д$ параллельна оси z, то она не зависит от ангармонизма процесса, определяемого параметром β, то ее колебания описываются линейным дифференциальным уравнением

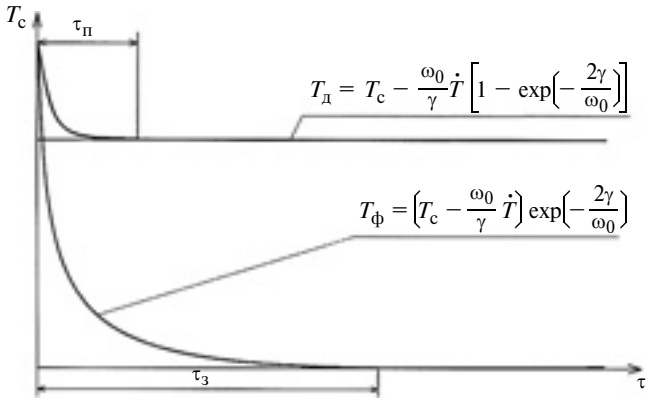


Рис. 4. Зависимости изменения диффузионных ($T_д$) и фононных ($T_ф$) колебаний в текущем времени

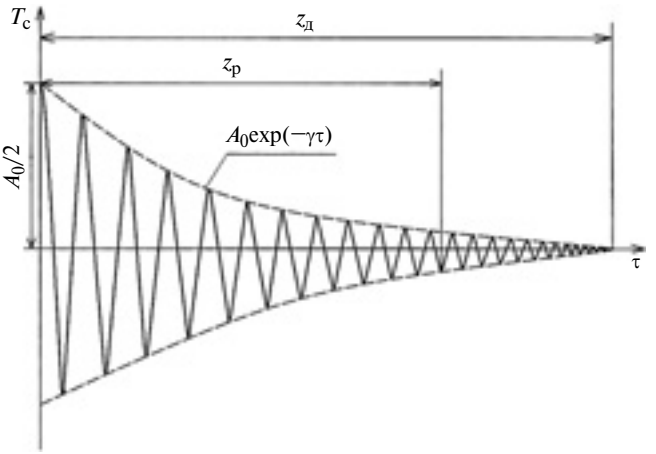


Рис. 5. Затухание диффузионной (электронной) волны

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \qquad (21)$$

с начальными условиями

$$x_0 = x(0) = T_c;$$

$$\dot{x}_0 = \dot{x}(0) = \dot{T}_c.$$

Решение уравнения (21) приведено в работе [24]:

$$T(\tau) = A(\tau)\cos(\omega\tau + \varphi_0), \qquad (22)$$

где $A(\tau) = A_0\exp(-\gamma\tau)$; $A_0 = \sqrt{T_c^2 + \left(\frac{\dot{T} + \gamma T_c}{\omega}\right)^2}$;

$\cos\varphi_0 = T_c/A_0$; $\sin\varphi_0 = -\frac{\dot{T}_c + \gamma T_c}{\omega A_0}$.

Графическое изображение функции $T(\tau)$ (22) показано на рис. 5, а значения его параметров как функции температур трения приведены в табл. 4. Видим, что колебания осциллятора больше не яв-

ляются периодическими, поэтому понятия амплитуды, частоты и периода колебаний в прежнем их понимании теряют смысл. Однако точки максимума и минимума функции $T(\tau)$ периодичны (период $\tau_п$), период прохождения осциллятором положения равновесия составляет $\tau_п/2$. Поэтому параметр ω, находящийся, естественно, в пределах фононного спектра, называют частотой затухающих колебаний, а параметр $\tau_п$ — их периодом.

Полученные зависимости позволяют определить критическую глубину $z_{кр}$ резонансной диффузии в зависимости от температуры T трения.

Последовательность нахождения $z_{кр}$:

1) из формулы (8) при $Q = Q_{кр} = 0{,}94$ находим критический параметр $f_{кр} = 3{,}38 \cdot 10^{15}$;

2) из формулы (12) находим критическое давление $p_{кр} = 0{,}61 \cdot 10^{10}$ Па;

3) используя формулу (3), определяем критическую температуру затухания резонанса $T_{кр} = 230$ °С;

4) по формуле (20) находим $T_{кр} = A_0 e^{-\gamma\tau}$, откуда $e^{-\gamma\tau} = T_{кр}/A_0$;

5) находим критическое время затухания резонанса $\tau_{кр}$;

6) критическую глубину затухания резонанса определяем по зависимости $z_{кр} = v_e\tau_{кр}$.

Значения рассмотренных параметров приведены в табл. 4.

Анализ полученных результатов применительно к теплостойкой стали 25Х3М3НБЦА с никотрированным покрытием ($h \approx 10^{-5}$ м) показал, что при температуре $T = 400$ °С практически мгновенно ($\tau \ll 1$ с) начинается диффузионный процесс и происходят структурно-фазовая трансформация покрытия и образование ВС. При дальнейшей эксплуатации ВС определяют ресурс работы стали с покрытием.

Таким образом, решением нелинейного кубического дифференциального уравнения, описывающего колебания связанных осцилляторов под действием ТУ, определены параметры резонанса, главным из которых является амплитуда резонанса $A = f(T)$. Установлена нижняя граница начала диффузионного процесса, соответствующая условию $A = a$.

Таблица 4

Значения критической глубины $z_{кр}$ распространения резонансной диффузии при разных температурах T трения и $\varphi_0 = 8/0{,}134$ градуса/рад

T, °С	A_0	$T_{кр}/T$	$\gamma\tau$	τ, 10^{12}	z, 10^{-5} м
200	203	1,15	—	—	—
300	306	0,75	0,26	0,20	0,37
400	409	0,56	0,55	0,71	1,30
500	510	0,42	0,77	0,99	1,81
600	611	0,38	0,97	1,24	2,27
700	718	0,33	1,10	1,40	2,54

Исследованы свойства диффузионного процесса (резонансной диффузии): наличие резонансов на гармониках и затухание резонансных колебаний по глубине поверхности трения.

Установлено, что возникающие резонансы на второй и третей гармониках ТУ не влияют на диффузионный процесс. Резонансная диффузия зависит от столкновений электронов и тепловых колебаний атомов в узлах кристаллической решетки, определяющих дрейфовую скорость v_e электронов. Звуковые (фононные) волны практически не влияют на резонансную диффузию.

На основании определения нижней температуры затухания резонансной диффузии ($T = 230$ °С) установлена ее глубина $z_д$.

Проверка полученных результатов на теплостойкой стали 25Х3М3НБЦА с никотрированным покрытием показала, что при температуре $T \geq 400$ °С за время $\tau < 1$ с происходят структурно-фазовые изменения с образованием ВС, которые и определяют эксплуатационные свойства стали с покрытием.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Маленко П. И., Зеленко В. К., Левин Д. М.** Температурные поля и эксплуатационные свойства пар трения скольжения со смазочным материалом / Под ред. Ю. Н. Дроздова. М.: Машиностроение, 2011. 239 с.

2. **Маленко П. И.** Исследование температур на дискретных субшероховатых поверхностях при трении скольжения со смазочным материалом // Вестник машиностроения. 2011. № 7. С. 38—42.

3. **Дроздов Ю. Н., Маленко П. И.** Структурно-фазовые превращения в поверхностных слоях сталей при трении скольжения // Трение и износ. 2014. Т. 35. № 1. С. 87—98.

4. **Шульце Г.** Металлофизика. М.: Мир, 1971. 503 с.

5. **Журков С. Н.** К вопросу о физической природе прочности // ФТТ. 1980. Т. 22. Вып. 11. С. 3344—3349.

6. **Особенности** процесса динамического разрушения металлов при воздействии теплового удара, вызываемого импульсами проникающих излучений и мощных импульсов лазерного излучения / Учаев А. Я., Пунин В. Т., Морозов А. П. и др. // VII Забабахинские научные чтения. Снежинск: 2003. С. 1—5.

7. **Дроздов Ю. Н., Маленко П. И.** Применение метода молекулярной динамики для анализа кинетики структурно-фазовых превращений в поверхностных слоях упрочненных теплостойких сталей при трении скольжения с ресурсным смазыванием // Фундаментальные исследования и инновационные технологии в машиностроении: Тез. докл. III междунар. науч. конф. М.: Издательский дом Спектр. 2014. С. 90—92.

8. **Дроздов Ю. Н., Маленко П. И.** Исследование методом молекулярной динамики диффузионных процессов в поверхностных слоях теплостойких сталей с покрытием при трении скольжения с ресурсным смазыванием // УРАЛ-ТРИБО: Матем. междунар. науч.-техн. конф. ученых, ведущих специалистов в области трибологии. Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ. 2014. С. 7—9.

УДУ 621.892

Е. Б. СЕДАКОВА, Ю. П. КОЗЫРЕВ, кандидаты технических наук (Институт проблем машиноведения РАН, г. Санкт-Петербург), e-mail: elenasedakova2006@yandex.ru

Теоретический и экспериментальный анализы эффекта повышения износостойкости политетрафторэтилена при его наполнении дисперсными частицами

Дано объяснение снижению изнашивания политетрафторэтилена (ПТФЭ) в присутствии дисперсного наполнителя. Показано, что уменьшение нагрузки на ПТФЭ-матрицу повышает механическую составляющую изнашивания композита на основе ПТФЭ. Расчеты подтверждены результатами экспериментов на изнашивание композита Ф4К15М5.

Ключевые слова: износостойкость, интенсивность, линейное изнашивание, политетрафторэтилен, композит, трение, полимер.

The explanation for wear decrease of polytetrafluoroethylene (PTFE) with presence of disperse filler is given. It is shown, that reduction of load on PTFE matrix increases the mechanical component of composite wear on the PTFE base. The calculations are confirmed by the results of experiments on "Ф4К15М5" composite wear.

Keywords: wear resistance, intensity, linear wear, polytetrafluoroethylene, composite, friction, polymer.

Политетрафторэтилен (ПТФЭ) в чистом виде практически не используют в узлах трения ввиду его низкой износостойкости [1]. Полимерные материалы, как правило, при трении на металлическом контртеле в результате адгезии образуют пленки [2]. При изнашивании ПТФЭ перенос полимера происходит вследствие деструкции его ленточной структуры [3]. При этом отдельные частицы (ламели) длиной ≈0,3 мкм и шириной 20÷30 нм заполняют впадины и частично переносятся на вершины микронеровностей контртела [4], что снижает коэффициент трения в паре полимер—сталь. В дальнейшем мелкие перенесенные частицы укрупняются и образуют слой, который при достижении определенного размера удаляется с контактной поверхности в виде частиц износа. Чтобы уменьшить изнашивание в ПТФЭ добавляют наполнители, которые значительно повышают его износостойкость в результате сдерживания распространения подповерхностных трещин и формирования более тонкой защитной пленки [3, 5].

До настоящего времени нет теоретических обоснований эффекта резкого снижения изнашивания ПТФЭ в присутствии дисперсного наполнителя. Для разработки научного подхода к созданию композитов на основе ПТФЭ с дисперсными наполнителями проанализируем механизмы изнашивания. В данной работе на основе эмпирического закона изнашивания (ЭЗИ) предложено объяснение положительного влияния дисперсного наполнителя на изнашивание ПТФЭ.

(Окончание статьи. Начало см. на стр. 44)

9. **Борн М., Хуан Кунь.** Динамическая теория кристаллических решеток. М.: Изд-во иностр. лит., 1958. 488 с.

10. **Марадудин А. А.** Дефекты и колебательный спектр в кристаллах. М.: Мир, 1968. 432 с.

11. **Бетгер Х.** Принципы динамической теории решетки. М.: Мир, 1986. 392 с.

12. **Лейбфрид Г., Бройер Н.** Точечные дефекты в металлах. Введение в теорию. М.: Мир, 1981. 440 с.

13. **Кацнельсон М. И., Трефилов А. В.** Коллективные явления в динамике и механизмы развития структурных неустойчивостей // ФММ. 1987. Т. 64. № 4. С. 629—642.

14. **Кузнецов А. П., Кузнецов С. П., Рыскин Н. М.** Нелинейные колебания. М.: Физматлит, 2002. 292 с.

15. **Маленко П. И., Леонов А. Ю.** Частотно-временной анализ и исследование динамики температурных и упругих колебаний на дискретных множественных субшероховатых контактах при трении скольжения со смазочным материалом // Вестник машиностроения. 2012. № 7. С. 39—44.

16. **Мусалимов В. М., Валетов В. А.** Динамика фрикционного взаимодействия. СПб: СПбГУ ИТМО, 2006. 191 с.

17. **Брейсуэлл Р.** Преобразование Хартли. М.: Мир, 1990. 175 с.

18. **Крайнов В. П.** Качественные методы в физической кинетике и гидрогазодинамике. М.: Высшая школа, 1989. 224 с.

19. **Зиненко В. И., Сорокин В. П., Турчин П. П.** Основы физики твердого тела. М.: Физматлит, 2001. 335 с.

20. **Baskes M. I.** Modified embedded-atom potentials for cubic materials and impurities // Physical Review B. 1992. V. 46. N 5. P. 2727—2742.

21. **Коломейцев В. В., Коломейцева Е. Ф.** Основы теории теплового удара в акустическом диапазоне волн напряжений // Огнеупоры и техническая керамика. 1999. № 1, 2. С. 62—68.

22. **Дьяконов В., Абраменкова И.** MATLAB. Обработка сигналов и изображений. СПб.: Питер, 2002. 608 с.

23. **Трубецков Д. И., Рожнева А. Г.** Линейные колебания и волны. М.: Физматлит, 2001. 416 с.

24. **Коломейцев В. В., Коломейцева Е. Ф., Суворов С. А.** Феноменологическая теория температуропроводности // Огнеупоры и техническая керамика. 2001. № 4. С. 35, 36.

Рассмотрим аналитическое выражение ЭЗИ, которое применительно к интенсивности I_h линейного изнашивания материала имеет вид [6]:

$$I_h = I_{h\,\text{мх}} + I_{h\,\text{м}} = ap^2\upsilon e^{-bp\upsilon} + cp(e^{dp\upsilon} - 1), \quad (1)$$

где $I_{h\,\text{мх}}$ и $I_{h\,\text{м}}$ — интенсивности механохимической и механической составляющих изнашивания; p — контактное давление; υ — скорость скольжения; a, b, c и d — коэффициенты.

В работе [6] предложена физическая модель изнашивания полимерных композитов с учетом структурных параметров, влияющих на распределение нагрузки на контактных поверхностях полимерной матрицей и дисперсного наполнителя. Для того чтобы представить эту модель в развернутом виде, обозначим интенсивность линейного изнашивания матрицы композита в виде суммы $I_h^m = I_{h\,\text{мх}}^m + I_{h\,\text{м}}^m$, где $I_{h\,\text{мх}}^m$ и $I_{h\,\text{м}}^m$ — интенсивности механохимической и механической составляющих изнашивания матрицы. Для наполнителя соответственно получим $I_h^f = I_{h\,\text{мх}}^f + I_{h\,\text{м}}^f$, где $I_{h\,\text{мх}}^f$ и $I_{h\,\text{м}}^f$ — интенсивности механохимической и механической составляющих изнашивания наполнителя. Размерные коэффициенты в ЭЗИ для материала матрицы обозначим как a_1, b_1, c_1, d_1, а для материала наполнителя как a_2, b_2, c_2, d_2, тогда общую интенсивность линейного изнашивания композита $I_{h\Sigma}$, можно записать в виде:

$$I_{h\Sigma} = I_{h\,\text{мх}}^m + I_{h\,\text{м}}^m + I_{h\,\text{мх}}^f + I_{h\,\text{м}}^f =$$
$$= \beta^2 p^2 \upsilon a_1 e^{-b_1 p\upsilon} + \beta p c_1 (e^{d_1 p\upsilon} - 1) +$$
$$+ (1-\beta)^2 p^2 \upsilon a_2 e^{-b_2 p\upsilon} + (1-\beta) p c_2 (e^{d_2 p\upsilon} - 1), \quad (2)$$

где β — контактное давление, приходящееся на матрицу.

Полимерные композиты на основе ПТФЭ можно отнести к композитам с пространственной структурой наполнителя [7], которая образуется ввиду особенности технологического процесса их изготовления, включающего этап перемешивания крупных гранулированных частиц ПТФЭ с более мелкими частицами наполнителя. При этом дисперсные частицы наполнителя микрометровых размеров в большинстве случаев образуют однослойные структуры вокруг частиц полимера. При введении в матрицу наноразмерных частиц получают многослойные структуры наполнителя [8]. В настоящей работе проведен анализ износостойкости композита с однослойной структурой наполнителя.

Рассмотрим модельный композит с матрицей из ПТФЭ, наполненный дисперсным наполнителем микрометровых размеров из углеродного материала АГ-600 СО5 [9]. Для упрощения расчета параметра распределения нагрузки примем, что частицы полимера и наполнителя имеют кубическую форму с гранями r_p и r_f соответственно. В этом случае параметр β определяется выражением [7]

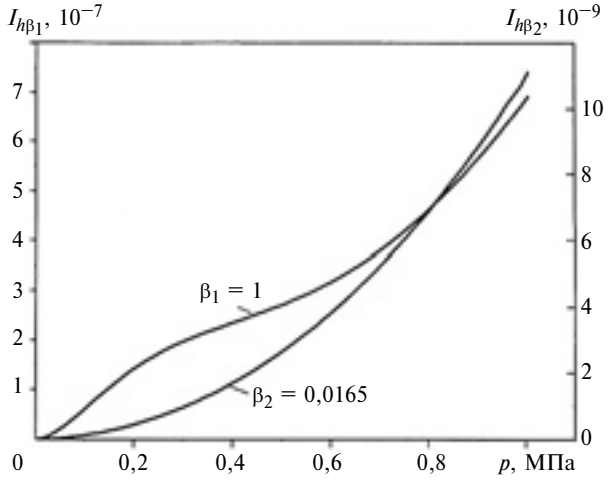


Рис. 1. Зависимости изменения интенсивности I_h изнашивания ПТФЭ от давления p при $\beta_1 = 1$, $\beta_2 = 0{,}0165$ и $\upsilon = 1$ м/с (коэффициенты ЭЗИ: $a_1 = 1{,}1 \cdot 10^{-11}$; $b_1 = 6{,}2$; $c_1 = 3 \cdot 10^{-12}$; $d_1 = 0{,}2$)

$$\beta = \frac{(1 - 0{,}7\varphi_f)}{(1 - 0{,}7\varphi_f) + 0{,}7\chi\varphi_{SK}\varphi_f}, \quad (3)$$

где φ_f — концентрация наполнителя; $\chi = E_m/E_{f0}$; E_m — модуль упругости матрицы; E_{f0} — сопротивление деформированию стенки структуры из частиц наполнителя; φ_{SK} — дефектность стенки.

Дефектность стенки структуры, образуемой наполнителем, определяется формулой [7]

$$\varphi_{SK} = \frac{\varphi_f r_p}{3(1 - \varphi_f) r_f}. \quad (4)$$

Для рассматриваемой композиции приняты размеры: $r_p = 63$ мкм и $r_f = 7$ мкм, и в соответствии с работой [10] приняты $E_m = 0{,}45$ ГПа и $E_{f0} = 220$ ГПа.

При использовании наполнителей микрометровых размеров оптимальная величина φ_f, как правило, составляет ≈20 об. % [11]. Для этой концентрации по формулам (4) и (3) находим $\beta = 0{,}0165$.

Для анализа значимости износостойкости материалов наполнителя и матрицы в изнашивании композита и определения коэффициентов ЭЗИ проведены испытания образцов из материалов ПТФЭ и АГ-600 СО5 по методике, приведенной в работе [12]. В качестве материала контртела выбрана сталь 45 (ГОСТ 1050—88). На рис. 1 представлены зависимости интенсивности линейного изнашивания от давления, построенные по сумме

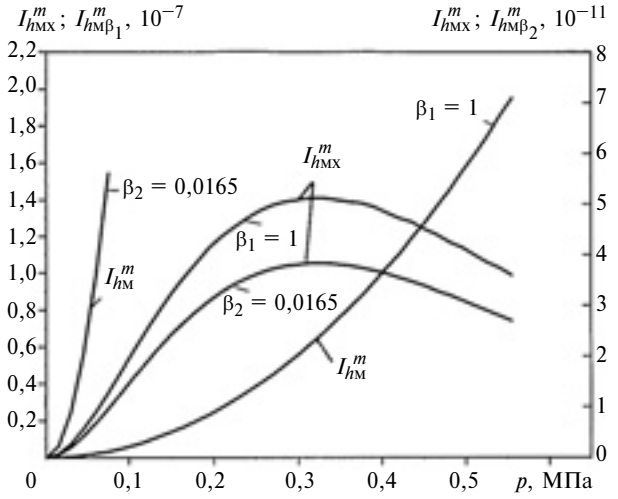


Рис. 2. Зависимости изменения составляющих $I_{h\,\text{мх}}^m$ и $I_{h\,\text{м}}^m$ изнашивания ПТФЭ от давления p при $v = 1$ м/с и разных значениях β, полученные по первому и второму слагаемым формулы (2) (коэффициенты ЭЗИ: $a_1 = 1{,}1 \cdot 10^{-11}$; $b_1 = 6{,}2$; $c_1 = 3 \cdot 10^{-12}$; $d_1 = 0{,}2$)

первых двух слагаемых выражения (2) для чистого ПТФЭ, т. е. при β = 1 и ПТФЭ в составе модельного композита, т. е. при β = 0,165.

Анализ полученных зависимостей показал, что интенсивность линейного изнашивания ПТФЭ в составе композита приблизительно на 2 порядка меньше по сравнению с интенсивностью линейного изнашивания чистого ПТФЭ. Кроме того, зависимость I_h от p при β = 0,0165 имеет монотонно возрастающий характер, а при β = 1 данная зависимость имеет диапазон нагрузок, в котором наблюдается стабилизация I_h [7, 9]. Для детального анализа разницы исследуемых зависимостей построены графики по первому и второму слагаемым выражения (2).

Установлено, что при трении ПТФЭ в составе композита происходит резкое (более чем на три порядка) снижение амплитуды значений $I_{h\,\text{мх}}^m$ по сравнению с амплитудой данного параметра для чистого ПТФЭ. Вероятно, это связано с низкой интенсивностью образования пленки на поверхности контртела вследствие малой нагруженности ПТФЭ в составе композита. Кроме того, из рис. 2 следует, что при изнашивании в диапазоне рабочих нагрузок у ПТФЭ в составе композита существенно преобладает механическая составляющая изнашивания, а у чистого ПТФЭ — механохимическая составляющая изнашивания.

Зависимости интенсивности линейного изнашивания от давления для материала АГ-600 СО5, используемого в качестве наполнителя в композите, полученные по третьему и четвертому слагаемым выражения (2), приведены на рис. 3.

Для получения зависимости $I_{h\Sigma}$ от давления p на основе выражения (2) в приведенном виде зависимость *1*, представленную на рис. 3, применять некорректно, так как при трении структура, образуемая наполнителем, контактирует не с контртелом, а со слоем переноса. Необходимо скорректировать коэффициенты механохимической составляющей изнашивания ЭЗИ, полученные при обработке экспериментальных данных по изнашиванию АГ-600 СО5, с учетом использования его в составе композита, т. е. при β = 0,0165.

В публикациях отмечается, что при изнашивании композитов на основе ПТФЭ по стали на контртело переносится не только материал матрицы, но и материал наполнителя [4]. Сделано предположение, что это связано с эффектом дальнодействия поверхностей. Так, по данным работы [13] силы взаимодействия поверхностей не изменяют свою величину при зазорах в несколько сотен нанометров. При покрытии твердой поверхности экранирующей пленкой полимера эффект дальнодействия достигает 100÷150 нм [14]. Так как толщина первичных ламелей переноса составляет 20÷30 нм, то ввиду эффекта дальнодействия при переносе наполнителя на контртело можно не принимать во внимание наличие пленки переноса. Однако при наличии экранирующих полимерных пленок на поверхности твердого тела необходимо учитывать влияние температуры этих пленок. Известно, что адгезионная способность ПТФЭ к металлу в значительной степени зависит от температуры [4], что может при определенных условиях

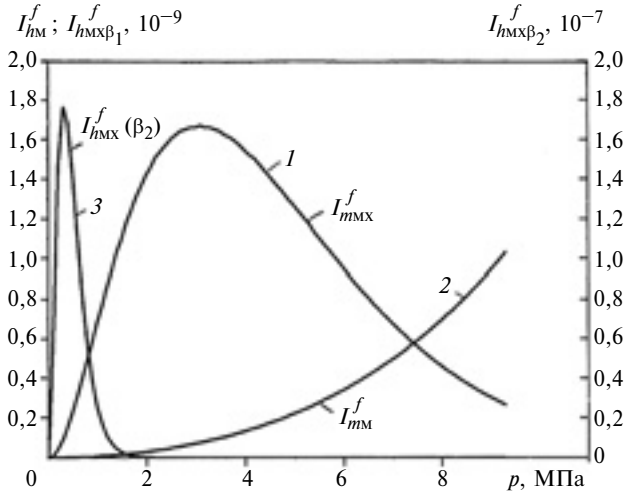


Рис. 3. Зависимости изменения составляющих $I_{h\,\text{мх}}^f$ и $I_{h\,\text{м}}^f$ изнашивания материала АГ-600 СО5 от давления p при $v = 1$ м/с и разных значениях β, полученные по третьему и четвертому слагаемым формулы (2):

1 и *2* — β = 0 (коэффициенты ЭЗИ: $a_2 = 1{,}3 \cdot 10^{-13}$; $b_2 = 0{,}65$; $c_2 = 5{,}4 \cdot 10^{-15}$; $d_2 = 0{,}12$); *3* — β = 0,0165 (коэффициенты ЭЗИ: $a_2 = 1{,}3 \cdot 10^{-13}$; $b_2 = b_1 = 6{,}2$)

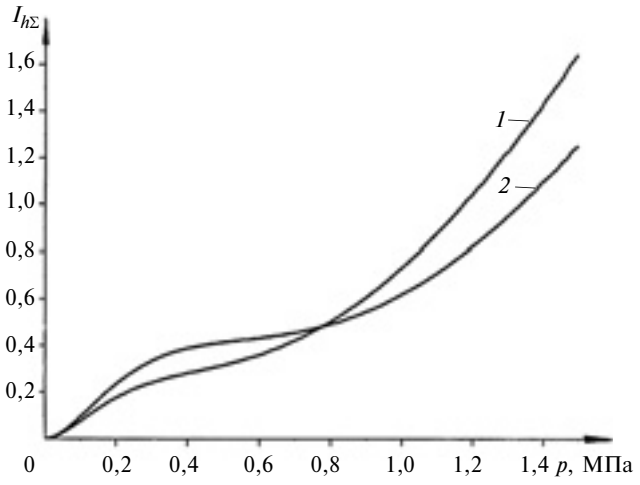


Рис. 4. Зависимости изменения показателя $I_{h\Sigma}$ от давления p при v = 1 м/с для композитов:
1 — ПТФЭ + АГ 500 СО5 (коэффициенты ЭЗИ: $a_2 = 1{,}3 \cdot 10^{-13}$; $b_2 = b_1 = 6{,}2$; $c_2 = 5{,}4 \cdot 10^{-15}$; $d_2 = 0{,}12$); *2* — Ф4К15М5 (коэффициенты ЭЗИ: $a = 1{,}5 \cdot 10^{-13}$; $b = 5{,}15$; $c = 4 \cdot 10^{-14}$; $d = 0{,}125$)

препятствовать переносу наполнителя на контртело. Поэтому в слагаемом, относящемся к параметру $I^f_{h\,\text{мх}}$ в выражении (2), размерный коэффициент b_2, учитывающий влияние температуры на изнашивание, следует принять равным b_1. Тогда уточненная зависимость механохимической составляющей изнашивания от давления для наполнителя в составе композита, полученная по третьему слагаемому выражения (2), принимает вид зависимости *3*, приведенной на рис. 3. Таким образом, полученная зависимость смещается в диапазон значений pv, где также наблюдается изнашивание матрицы.

Для проверки правильности предложенного анализа значимости износостойкостей наполнителя и матрицы в общем изнашивании композита на основе ПТФЭ сравним расчетные зависимости, построенные по выражению (2) для модельного композита ПТФЭ + АГ-600 СО5 (20 об. %), с зависимостью интенсивности линейного изнашивания от давления, полученной экспериментальными исследованиями на изнашивание промышленной композиции Ф4К15М5, в которой в качестве наполнителя используется литейный кокс. Коэффициенты ЭЗИ для Ф4К15М5: $a = 150 \cdot 10^{-15}$; $b = 515$; $c = 4 \cdot 10^{-14}$; $d = 0{,}125$. Отметим, что коэффициент b близок к b_1, полученному при обработке экспериментальных данных по изнашиванию ПТФЭ по стали 45.

На рис. 4 приведены зависимости показателя $I_{h\Sigma}$ от давления p при v = 1 м/с, построенные по выражениям (1) и (2) для Ф4К15М5 и модельного композита. Зависимости *1* и *2* на рис. 4 близки. Некоторые отличия обусловлены триботехническими свойствами литейного кокса и углерода АГ-600 СО5 и несоответствием принятых размеров r_p и r_f частиц промышленного композита их реальным значениям.

Отметим, что удовлетворительное соответствие зависимостей *1* и *2* на рис. 4 подтверждает адекватность принятого подхода для оценки значимости износостойкости материалов наполнителя и матрицы для общей износостойкости композита. Это дает возможность прогнозировать износостойкость композитов на основе ПТФЭ на этапе разработки, используя полученные аналитические выражения.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Воронков Б. Д.** Подшипники сухого трения. Л.: Машиностроение, 1979. 234 с.
2. **Bahadur S.** The development of transfer layers and their role in polymer tribology // Wear. 2000. V. 245. N 1, 2. P. 92—99.
3. **Blancher T. A., Kennedy F. E.** Sliding wear mechanism of polytetrafluoroethylene (PTFE) and PTFE composites // Wear. 1992. V. 153. N 1. P. 229—243.
4. **Kong D.** Physical model of adhesive wear PTFE // Wear. 1991. V. 147. N 1. P. 9—24.
5. **Tanaka K., Kawakami S.** Effect of various fillers on the friction and wear pf polytetrafluoroethylene-based composites // Wear. 1982. V. 79. N 2. P. 221—234.
6. **Седакова Е. Б., Козырев Ю. П.** Прогнозирование триботехнических свойств полимерных композитов на основе физической модели изнашивания // Вестник машиностроения. 2013. № 11. С. 34—38.
7. **Козырев Ю. П., Седакова Е. Б.** Влияние особенностей структуры композиционных материалов на основе политетрафторэтилена на снижение нагруженности матрицы // Проблемы машиностроения и надежность машин. 2010. № 2. С. 40—45.
8. **Седакова Е. Б.** Особенности структуры композитов триботехнического назначения на основе политетрафторэтилена с наноразмерными наполнителями // Вопросы материаловедения. 2013. № 2. С. 75—82.
9. **Козырев Ю. П., Седакова Е. Б.** Влияние состава углеродных композиционных материалов на их несущую способность // Вестник машиностроения. 2008. № 2. С. 28—30.
10. **Козырев Ю. П., Седакова Е. Б.** Оценка доли нагрузки на матрицу в полимерном композите Ф4К15М5 по результатам сравнительного анализа размеров частиц износа // Вопросы материаловедения. 2011. № 1. С. 118—122.
11. **Справочник** по пластическим массам / Под ред. В. М. Катаева, В. А. Попова, Б. И. Сажина. Т. 1. М.: Химия, 1985. 448 с.
12. **Пат. 2338178 Рос. Федерации:** Способ определения диапазона оптимальных рабочих нагрузок пар трения скольжения.
13. **Крагельский И. В., Добычин И. Н., Комбалов В. С.** Основы расчетов на трение и износ. М.: Машиностроение, 1977. 528 с.
14. **Берлин А. А., Басин В. Е.** Основы адгезии полимеров. М.: Химия, 1969. 320 с.

УДК 621.822.1

В. П. ЛЕГАЕВ, д-р техн. наук, Ю. С. КЛИМЕНКОВ, канд. техн. наук
(Владимирский ГУ им. А. Г. и Н. Г. Столетовых), e-mail: Legaev@vlsu.ru

Распределения давления в зазорах аэростатических опор радиального и осевого действия

Исследованы распределения давлений в зазорах аэростатической опоры радиального и осевого действия, приведены методика расчета и эпюры распределения исследуемых давлений.

Ключевые слова: радиальный и осевой подшипники, жесткость, несущая способность, давление, распределение, эпюра.

The distributions of pressures in gaps of aerostatic bearing of radial and thrust action are investigated, the analysis methodic and distribution diagrams of pressures under consideration are presented.

Keywords: radial and thrust bearings, stiffness, load-carrying ability, pressure, distribution, distribution diagram.

Изменения давления в зазоре газостатического подшипника определяет его основные рабочие характеристики — несущую способность и жесткость, и представляет большой интерес для разработчика и исследователя. В связи с этим авторы исследовали распределение давления в зазорах радиального и осевого подшипников.

Для экспериментов использовали центральную бабку агрегатного расточного станка, имеющего замкнутую осевую опору с двумя однорядными радиальными подшипниками. Разработанная методика заключалась в следующем. В радиальное и осевое отверстия, выполненные в роторе, вклеивали цилиндрические вставки (рис. 1) так, чтобы они немного возвышались над поверхностью ротора. Затем выступающую часть вставок снимали шабером и доводили заподлицо с поверхностью ротора. Это необходимо выполнять особенно тщательно, так как любая неровность в несколько микрометров может совершенно исказить картину распределения давлений. В каждой вставке были выполнены три отверстия ∅0,6 мм, выходящие в зазор подшипника. Через тонкие медные трубки и хлорвиниловые шланги измерительные отверстия соединялись с образцовыми манометрами.

Поворачивая ротор и останавливая его в разных положениях, измеряли давления в любом сечении, перпендикулярном к микроканавке. На рис. 2 даны развертка сегмента радиального подшипника и распределения давлений в зазоре подшипника при давлениях питания: $p_1 = 0{,}2$ МПа, $p_2 = 0{,}3$ МПа и $p_3 = 0{,}4$ МПа. Два радиальных подшипника шпиндельного узла были нагружены только весом ротора. Эпюры распределения давлений во всех сегментах подшипника показаны на рис. 3. Поскольку падение давления вдоль микроканавки почти отсутствует, можно считать, что ее глубина чрезмерно велика. Известно, что микро-

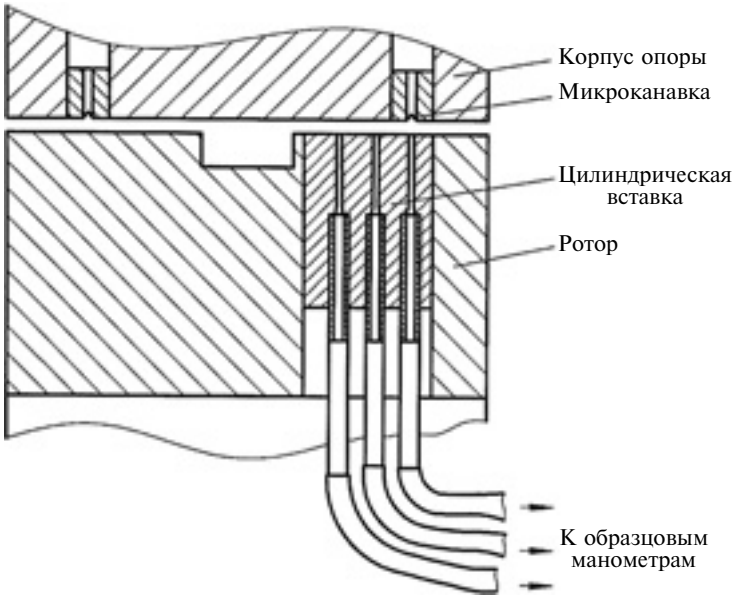


Рис. 1. Схема измерения давлений в зазоре подшипника

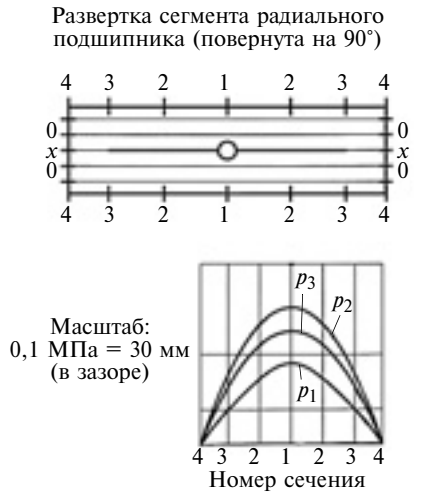


Рис. 2. Развертка радиального подшипника и распределение давлений в зазоре в сечениях 1, 2, 3 и 4

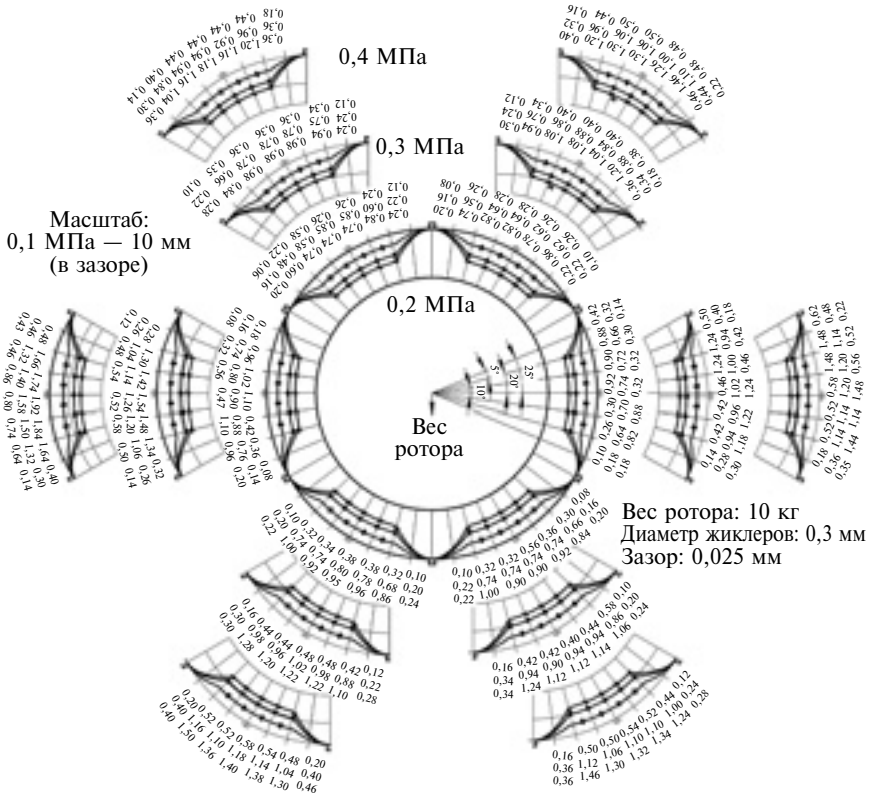


Рис. 3. Эпюры распределения давлений в зазоре радиального подшипника во всех сегментах

канавки повышают устойчивость ротора, если имеет место падение давления вдоль них [1]. Полученные экспериментально результаты подтверждают то, что глубина микроканавки не должна превышать 0,3 мм (в случае ее треугольного сечения).

На рис. 4 приведены развертка сегмента осевого подшипника и распределение давления в зазоре осевого подшипника шпиндельного узла. Замкнутый осевой подшипник в процессе измерения давлений не нагружали. Измерения проводили только при двух значениях давления питания (p_1 = 0,2 МПа и p_2 = 0,275 МПа), так как при давлении 0,3 МПа подшипник терял устойчивость, и возникал эффект пневматического молотка. Поскольку все сегменты подшипника находились в равных условиях, эпюры распределения давлений даны только для двух произвольно выбранных сегментов (рис. 5). Микроканавки осевого подшипника в отличие от радиального подшипника имели меньшую глубину, что отражают эпюры, показывающие падение давления вдоль микроканавок.

Рассчитаем давления в карманах радиального подшипника и сравним их с экспериментальными давлениями, приведенными на рис. 3. Для этого используем метод расчета, основанный на расходных характеристиках [2]. Исходные данные: диаметр подшипника D = 20 см; длина подшипника: L = 25 см; расстояние между центрами шипа и подшипника l = 1,25 см; число питающих жиклеров n = 6; диаметр питающего жиклера $d_ж$ = 0,03 см; ширина рассматриваемого элемента подшипника a = 8,5 см; толщина газового слоя c = 0,00125 см. При центральном положении ротора безразмерный параметр зазора $K_{30} = c^3 2al_0/(lc_0^3 a_0)$, где a_0, l_0, c_0 — параметры единичного зазора, экспериментально полученные в работе [2]. При $d_ж$ = 0,03 см и K_{30} = 26,5 определим давление в кармане зазора: $p_к$ = 0,29 МПа. При относительном эксцентриситете ротора ε = 0,1 получим: $K_1 = K_{30}(1 - \varepsilon\cos\theta)^2$ = 20,2; $K_2 = K_{30}$ = 26,5; K_3 = 34,3, где K_1, K_2, K_3 — безразмерные параметры зазоров для сегментов 1, 2 и 3 подшипника; θ — угол между приложенной нагрузкой и осью жиклера. Находим соответствующие давления в карманах радиального подшипника, воспользовавшись расходными характеристиками жиклера и зазора, представленными в работе [2]: $p_{к1}$ = 0,328 МПа; $p_{к2}$ = 0,29 МПа; $p_{к3}$ = 0,26 МПа. Несущая способность радиального подшипника при ε = 0,1:

$$W = 2(L - l)a\left[p_{к1}\cos\frac{\pi}{n} + p_{к2}\cos\frac{3\pi}{n} + p_{к3}\cos\frac{5\pi}{n} + \ldots + p_{к\frac{n}{2}}\cos\left(\pi - \frac{\pi}{n}\right)\right]0{,}5 = 6{,}26 \text{ кг}.$$

Следовательно, жесткость радиального подшипника j = 5 кг/мкм. Это означает, что ротор под действием своего веса сместится

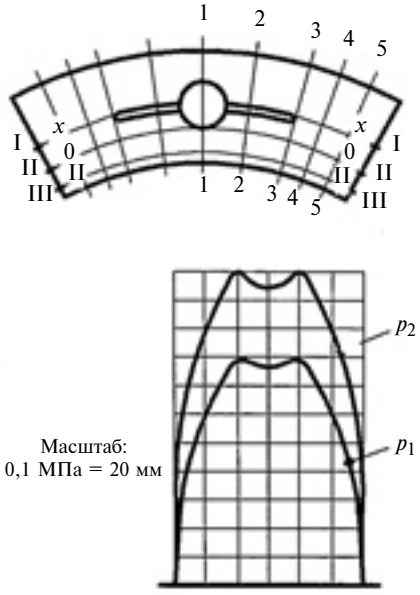


Рис. 4. Развертка сегмента осевого подшипника и распределение давлений в зазоре в сечении 1

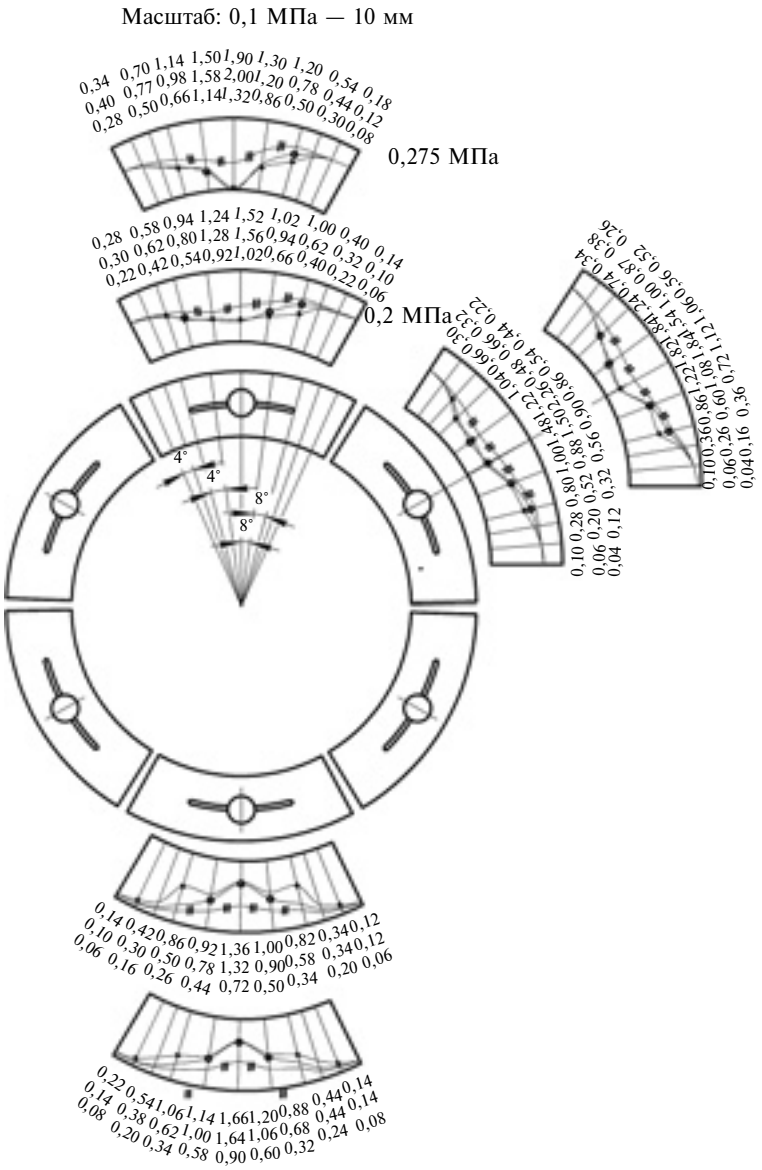


Рис. 5. Эпюры распределения давлений в части сегментов осевого подшипника

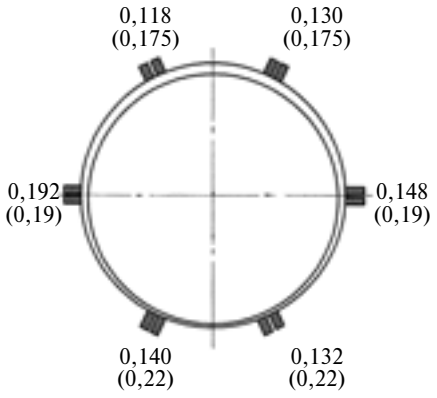


Рис. 6. Экспериментальные и расчетные (в скобках) давления в карманах радиальной опоры

на 1 мкм, что соответствует относительному эксцентриситету $\varepsilon = e/h_0 = 1/12{,}5 = 0{,}08$ (e — смещение вала под действием приложенной нагрузки; h_0 — безразмерный параметр), т. е. при эксцентриситете $\varepsilon = 0{,}08$ получим: $K_1 = 21{,}4$; $K_2 = K_{30} = 26{,}5$; $K_3 = 32{,}5$. Тогда соответствующие давления в карманах радиального подшипника составят: $p_{к1} = 0{,}32$ МПа; $p_{к2} = 0{,}29$ МПа; $p_{к3} = 0{,}275$ МПа.

На рис. 6 приведены расчетные и экспериментальные давления в карманах радиального подшипника: видно их значительное расхождение. Кроме того, изменения экспериментальных давлений от сегмента к сегменту отражают искажения формы отверстия. Только этим можно объяснить то, что в нагруженном подшипнике давления в карманах боковых секций выше, чем в карманах нижних секций. Как отмечалось, качество доводки поверхности вставок имеет большое значение при измерении давлений в зазоре подшипника. В нашем случае это было выполнено недостаточно хорошо, и на поверхности вставок оставались следы от шабера, что, несомненно, повлияло на результаты измерения.

Несмотря на отмеченные недостатки, предложенную методику измерения распределения давлений в зазорах подшипников можно рекомендовать для исследования подшипников разных типов, в том числе и плоских направляющих. Экспериментальное исследование подшипников позволяет оценить достоверность предлагаемых способов расчета.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Шейнберг С. А.** Открытые аэростатические направляющие. М.: ЭНИМС, 1966. 55 с.

2. **Легаев В. П., Клименков Ю. С.** Анализ методик расчета газостатических радиальных подшипников // Вестник машиностроения. 2014. № 9. С. 46—51.

3. **Шейнберг С. А.** Современные высокоскоростные машины с аэродинамическими опорами // Передовой научно-технический опыт, № 58-432/18. М.: ВИНИТИ, 1958. 200 с.

4. **Грэссем Н. С., Пауэлл Дж. У.** Подшипники с газовой смазкой: пер. М.: Мир, 1966. 423 с.

5. **Richardson C. H.** Static and dinamic characteristics of compansated gas bearings // Memo N RM 7401-1 Mass. INST. Tech. Cambridge, Mass., April 1957; Trans ASME. 80. N. 7. 1503 (1958).

УДК 621.9.048.4

С. В. НИКОЛЕНКО, д-р техн. наук, Н. А. СЮЙ,
Н. Ф. КАРПОВИЧ, канд. хим. наук, К. С. МАКАРЕВИЧ, канд. техн. наук,
П. Г. ЧИГРИН, канд. хим. наук, Л. П. МЕТЛИЦКАЯ
(Институт материаловедения ХНЦ ДВО РАН, г. Хабаровск),
e-mail: nikola1960@mail.ru

Исследование физико-химических свойств модифицированного поверхностного слоя стали Х12Ф1 после электроискрового легирования вольфрамсодержащими электродными материалами с добавками минерального сырья

Исследованы физико-химические свойства, в частности жаростойкость, модифицированного поверхностного слоя стали Х12Ф1 после электроискрового легирования вольфрамсодержащими электродными материалами с добавками борсодержащего минерального сырья и металлическим хромом. Определены оптимальные режимы электроискрового воздействия.

Ключевые слова: электродный материал, карбид вольфрама, датолитовый концентрат, электроискровое легирование, легированный слой, жаростойкость.

The physicochemical properties, in particular heat resistance, of modified surface layer of "Х12Ф1" steel after electrospark alloying by tungsten containing electrode materials with additives of boron-containing minerals and metallic chromium are investigated. The optimal modes of electrospark action are defined.

Keywords: electrode material, tungsten carbide, datolite concentrate, electrospark alloying, doped layer, heat resistance.

Эффективность эксплуатации и ресурс технических систем во многом зависит от рабочих поверхностей их элементов. Для повышения эксплуатационных показателей на поверхностях конструкционных материалов создают защитные покрытия [1]. Поверхностный слой с улучшенными эксплуатационными свойствами по сравнению с основным материалом может создаваться путем модификации поверхности детали или нанесением на подложку моно- или многослойного покрытия из другого материала. Комбинация подложки с покрытием называется системой покрытия и в случае модификации материала, хотя по сути это поверхностно модифицированная система.

Как правило, покрытия применяют для деталей, работающих при высоких температурах, так как даже использование новейших конструкционных материалов с улучшенными физическими и механическими свойствами не обеспечивает требуемых эксплуатационных показателей деталей и узлов. Выбор конкретной системы покрытия определяется соотношением степени улучшения эксплуатационных показателей и затрат на создание покрытия [2].

В настоящее время существует множество методов изменения физико-химических и эксплуатационных свойств металлических поверхностей, решающих определенные задачи. К таким методам относится электроискровое легирование (ЭИЛ) [3—9], достоинствами которого являются: возможность нанесения на поверхности компактным электродом любых токопроводящих и не проводящих ток порошковых материалов, высокая прочность сцепления наносимого слоя с основой, низкая энергоемкость процесса (0,5÷1,0 кВт), простота технологической операции.

Цель настоящей работы — исследование модифицированного поверхностного слоя стали Х12Ф1 после электроискрового легирования, направленного на повышение жаростойких и других эксплуатационных свойств обработанной поверхности.

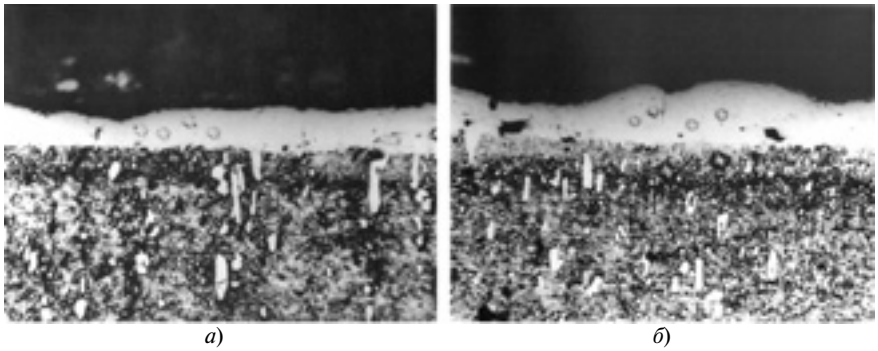
Электродные материалы (ЭМ) на основе карбида вольфрама получали методами порошковой металлургии. Порошок WC—Co со средним размером частиц 2,8 мкм смешивали с борсодержащим минеральным сырьем датолитового концентрата (ДТК) в планетарной шаровой мельнице Retsch PM 400 в течение 15 мин при частоте вращения 250 мин$^{-1}$; отношение массы шаров к массе материала 4:1. Полученную смесь прессовали под давлением 145 МПа и затем спекали в условиях высокого разрежения под давлением 10 Па. Выдержка при температу-

ре 1440 °С составляла 1 ч, охлаждение осуществляли со скоростью 50 °С/мин.

В процессе ЭИЛ определяли изменение массы катода (сталь Х12Ф1) и массу эрозии анодов — сплава ВК6М и новых электродных материалов на основе карбида вольфрама, в зависимости от времени легирования при разных электрических параметрах процесса. Электродные материалы на основе карбида вольфрама с добавкой борсодержащего минерального сырья: В0 (ВК6М); В4 (97 % ВК6М + 2 % ДТК + 1 % С); В7 (96,5 % ВК6М + 2,5 % ДТК + + 1 % С). Химический состав датолитового концентрата, мас. %: SiO_2 — 36,72; B_2O_3 — 17,14; CaO — 37,12; Fe_2O_3 — 2,05; MnO — 0,27; TiO_2 — 0,02; FeO — 0,56; Al_2O_3 — 0,83; MgO — 0,91; H_2O — 0,02; Na_2O — 0,08; H_2O^+ — 4,4; SO_3 — 0,10; P_2O_5 — 0,02.

Электроискровую обработку выполняли электрическими импульсами с помощью генератора IMES импульсов, управление которым можно осуществлять встроенным контроллером или внешним компьютером. Параметры электроискрового легирования представлены в таблице.

Металлографический анализ шлифов электродов и легированных слоев проводили на микроскопе ММР-2Р, дюрометрический анализ — на микротвердомере ПМТ-3М с нагрузкой в 50 Н. Фазовый состав покрытий исследовали с помощью рентгеновского дифрактометра ДРОН-7 в (Cu—Kα)-излучении. Для расшифровки дифрактограмм использовали программное обеспечение PDWin. Кинетику высокотемпературного окисления покрытий изучали методами термогравиметрии (ТГ) и дифференциальной сканирующей калориметрии (ДСК) на приборе NETZSCH STA 449 F3. Методом ТГ оценивали изменения массы (Δ_m) образца и скорости v_o окисления.



а) *б*)

Рис. 1. Микроструктура (×700) поверхностного слоя образцов из стали Х12Ф1 после ЭИЛ электродами В4 (*а*) и В7 (*б*) на основе ВК6М с добавками ДТК

При создании ЭМ необходимо учитывать, что ЭИЛ осуществляется на воздухе, что обусловливает образование хрупких оксидов и снижение эффективности формирования легированного слоя (ЛС). Для уменьшения оксидных пленок на поверхности ЛС в состав материала электрода вводили компоненты — минеральные ассоциации, которые являлись одновременно и микролегирующей добавкой поверхностного слоя, и флюсом, создающим защитную среду в зоне легирования.

Исследование составов и свойств минерального сырья показало, что многие из них имеют соединения, химический и фазовый состав которых близок к составам получаемых новых материалов и защитных покрытий из чистых химических элементов. Было сделано предположение, что при синтезе материалов можно использовать минеральное сырье, что значительно упростило бы и удешевило технологический процесс.

Рентгенофазовый анализ (РФА) ЭМ показал, что в композиции WC—Co—ДТК—С кроме основной фазы WC есть фазы B_4C и SiC. С повышением содержания борсодержащего сырья и углерода в твердом сплаве наблюдается повышение пористости, что связано с увеличением содержания оксидной фазы в шихте. Снижение физико-механических свойств ЭМ повышает эрозию при ЭИЛ, а следовательно, и эффективность массопереноса.

Исследования микроструктуры поверхностных слоев, полученных ЭИЛ электродами на основе WC—Co с добавками ДТК и сажи, показали, что сплошность и толщина нанесенного слоя больше у образцов, легированных электродами с содержанием ДТК 1,5÷3 % и сажи до 1 %. На рис. 1 показана микроструктура ЛС стали Х12Ф1 после ЭИЛ. Введение ДТК в ЭМ улучшает свойства ЛС.

РФА покрытий показал, что в композициях WC—Co—ДТК—С кроме основных фаз WC, W_2C и Fe_3W_2C имеются фазы W_2B и B_4C.

Термогравиметрическим анализом исследовали образцы из стали Х12Ф1 без покрытия и с однослойными и двухслойными

Продолжительность искрового разряда, мкс	Напряжение U, В	Частота импульса, Гц	Сила тока I, А	Скважность	Энергия разряда, Дж
10	40	500	160	200	0,20
20			180	100	0,72
40			195	50	3,12
60			210	33	7,60
80			225	25	14,4

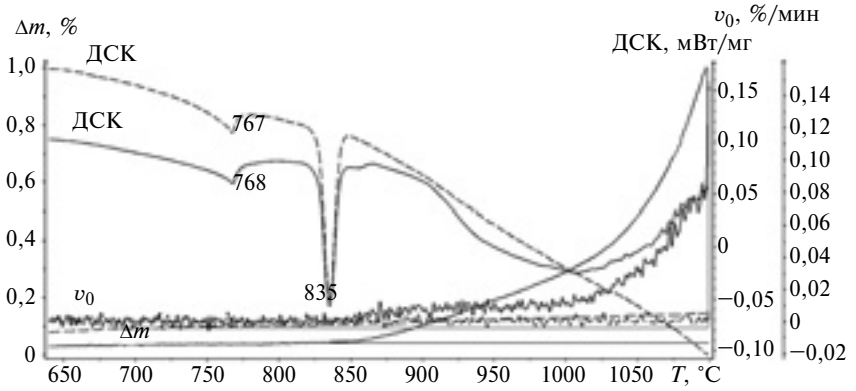


Рис. 2. Зависимости изменения относительного прироста Δ_m массы образцов из стали Х12Ф1 и относительной скорости v_0 их окисления от температуры T нагревания на воздухе (——) и в аргоне (---)

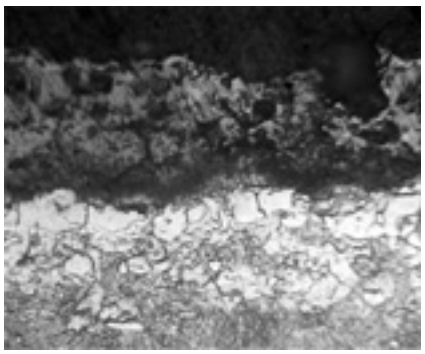


Рис. 3. Микроструктура (×500) поверхности стали Х12Ф1 после нагревания до температуры 1100 °С

покрытиями при нагревании до температуры 1100 °С на воздухе и в аргоне. В качестве ЭМ использовали В0, В4 и В7, а также наносили покрытия из вышеперечисленных ЭМ и хрома, последний использовали в качестве карбидообразующего элемента. При нагревании стали Х12Ф1 до температуры 1100 °С выявлены структурно-полиморфные превращения (при температуре 767 °С) и выраженный эндотермический эффект с максимумом при температуре 835 °С (рис. 2).

Анализ полученных данных показал, что при температурах от 600 до 1100 °С масса образца увеличивается, что обусловлено увеличением скорости диффузии кислорода и образованием оксидных фаз на поверхности образца. При температурах 768 °С (A_{C1} : П → А) и 835 °С (A_{Cm} : Ф → А) наблюдается эндоэффект — структурные полиморфные превращения стали.

Металлографические исследования на жаростойкость образцов из стали Х12Ф1 показали, что все образцы имеют оксидные покрытия толщиной до 80 мкм, кроме того, наблюдается обезуглероживание поверхности (рис. 3).

На рис. 4 представлены зависимости изменения массы и тепловых эффектов от температуры при окислении стали Х12Ф1 с покрытиями на основе карбида вольфрама. При работе в условиях высоких температур важно, чтобы оксиды защитных покрытий имели хорошую адгезию с подложкой. В данном эксперименте была сделана попытка улучшить адгезию оксидного слоя, сформировав двухслойные покрытия. ТГ анализ показал, что на образцах без покрытия и с покрытиями, полученными ЭИЛ с использованием электродов на основе карбида вольфрама с добавкой ДТК, имеет место увеличение массы. Наиболее интенсивно окисление протекает при температурах больше 1000 °С. При этих же температурах наблюдается экзоэффект. Не исключено, что имеют место диффузия ванадия и образование летучих оксидов, а высокая температура способствует его диффузии в поверхностный слой, трещины в пленке улучшают доступ кислорода в металл. Это может быть связано и с окислением вольфрама, который входит в состав покрытия и имеет большое сродство к кислороду.

В состав двухслойного покрытия стали Х12Ф1 входит хром. У образцов с данным покрытием наблюдается увеличение массы на 0,19 %, что в 4 раза меньше, чем на образцах с покрытиями без хрома, экзоэффект окисления отсутствует. Окисление всех образцов начинается при температурах выше 750 °С и характеризуется низкой скоростью (см. рис. 4). При нагревании хром окисляется до устойчивого оксида Cr_2O_3, который хорошо защищает основной металл от интенсивного окисления.

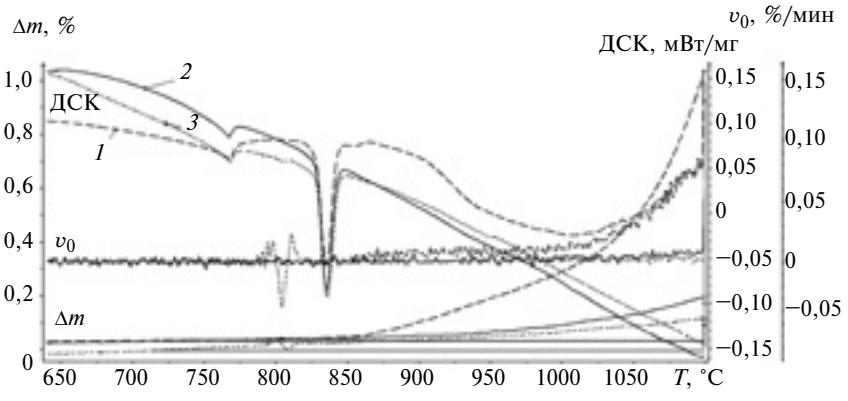
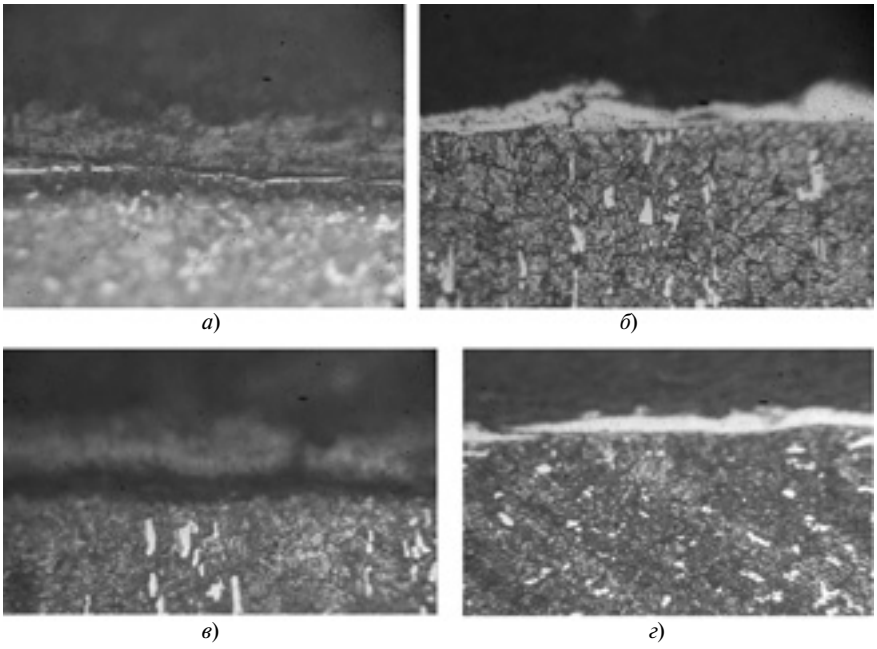


Рис. 4. Зависимости изменения относительного прироста Δ_m массы образцов из стали Х12Ф1 с покрытиями В4 + Cr (*2*), В0 + Cr (*3*) и без него (*1*) и относительной скорости v_0 их окисления от температуры T нагревания



а) *б*) *в*) *г*)

Рис. 5. Микроструктура (×500) поверхности стали Х12Ф1, легированной электродами В0 (*а*), В0 + Cr (*б*), В4 (*в*) и В4 + Cr (*г*) на основе WC, после нагревания до температуры 1100 °С

Структуры поверхностных слоев представлены на рис. 5. На стали Х12Ф1 (см. рис. 5, *а*) образуется равномерный слой из оксидов толщиной до 70 мкм, который состоит из продуктов сгоревшего покрытия, полученного стандартным методом на твердом сплаве; обезуглероживание стали не происходит.

Сформированное двухслойное покрытие В0 + Cr (см. рис. 5, *а*, *б*) сохранилось на поверхности стали в виде слоя неравномерной толщины от 4 до 40 мкм, есть оксидный слой, обезуглероживание подложки не обнаружено. На поверхности стали Х12Ф1 (см. рис. 5, *в*) образуется равномерный слой окислов толщиной до 80 мкм, не обнаружено обезуглероживания стали и ЛС. Коррозионное повреждение поверхности образца из стали Х12Ф1 (см. рис. 5, *г*) отличается от рассмотренных выше тем, что ЛС толщиной от 4 до 160 мкм сохранился полностью, присутствует оксидный слой, обезуглероживание стали не наблюдается. Модифицированный поверхностный слой стали Х12Ф1 во всех случаях легирования электродами на основе карбида вольфрама при испытаниях на жаростойкость окисляется, но образующийся на поверхности оксидный слой не отслаивается, что обусловлено хорошей адгезией. Кроме того, уменьшает увеличение массы образцов и не происходит обезуглероживания стали. При двухслойном покрытии ЛС толщиной от 4 до 160 мкм сохраняется полностью, присутствует оксидный слой Cr_2O_3, обезуглероживание стали не происходит.

Таким образом, установлено, что нагревание стали Х12Ф1 выше температуры структурных полиморфных превращений вызывает интенсивное окисление. Образцы с покрытиями ВК6М + + 2,5 % ДТК + Cr, которые образовались в результате ЭИЛ, при температуре 1100 °С отличаются большей жаростойкостью, чем образцы из стали Х12Ф1, так как хром образует оксидную пленку, которая защищает основной металл от интенсивного окисления при нагревании.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Сомов О. В.** Разработка процессов осаждения из газовой фазы и устройства для получения защитных износостойких покрытий: Дис. ... канд. техн. наук / Пермский ГТУ. Пермь. 2010.

2. **Спектор Ю. Е., Еромасов Р. Г.** Технология нанесения и свойства покрытий: Курс лекций. Красноярск: Сибирский федеральный ун-т. 2008. 271 с.

3. **Влияние** электроискрового легирования на жаростойкость твердых сплавов / А. Д. Верхотуров, Л. А. Коневцов, П. С. Гордиенко, Е. С. Панин // Металлообработка. 2011. № 3. С. 8—14.

4. **Влияние** электроискрового легирования на повышение жаростойкости вольфрамсодержащих твердых сплавов / А. Д. Верхотуров, А. М. Шпилев, П. С. Гордиенко и др. // Порошковая металлургия. 2008. № 1, 2. С. 145—150.

5. **Астапова Е. С., Борилко А. С.** Разработка электроискровых жаростойких покрытий на W—Co твердых сплавах // Физика и химия обработки материалов. 2013. № 3. С. 38—43.

6. **Формирование** жаростойких покрытий методом электроискрового легирования с использованием интерметаллидных сплавов Ni—Al / С. Н. Химухин, И. А. Астапов, М. А. Теслина, К. П. Безматерных // Технические науки: от теории к практике. 2012. № 15. С. 91—98.

7. **Николенко С. В., Потапова Н. М., Метлицкая Л. П.** Исследование жаростойкости модифицированного поверхностного слоя стали Р6М5 после электроискрового легирования // Упрочняющие технологии и покрытия. 2008. № 8. С. 32—37.

8. **Николенко С. В.** Исследование модифицированного поверхностного слоя стали 35 после электроискрового легирования // Вопросы материаловедения. 2007. № 2(50). С. 53—59.

9. **Николенко С. В.** Новые электродные материалы для электроискрового легирования. Владивосток: Дальнаука, 2005. 218 с.

УДУ 621.941.01+536.2

А. А. НИКОЛАЕНКО, д-р техн. наук (Южно-Уральский ГУ, г. Челябинск), e-mail: mail.nikolaenko@inbox.ru

Термодинамическая модель скоростного точения

Рассмотрен процесс высокоскоростного наружного точения. Предложены математические модели для расчета составляющих силы резания, мощности, затрачиваемой на резание, и температуры заготовки в процессе резания. Разработаны модели технологических ограничений на режим резания.

Ключевые слова: высокоскоростное точение, составляющие силы резания, мощность резания, температура заготовки, технологические ограничения.

The process of high-speed external turning is considered. The mathematical models for calculation of cutting force components, power, required for cutting, and workpiece temperature at cutting process are suggested. The models of processing limits on cutting mode are developed.

Keywords: high-speed turning, components of cutting force, cutting power, workpiece temperature, processing limits.

Скоростное резание металлов к настоящему времени получило не только широкое практическое применение, но и теоретическое обоснование. Это вид механической обработки со скоростями резания, в несколько раз превышающими традиционные скорости для данной группы обрабатываемых материалов. Так, при чистовом и получистовом скоростном точении углеродистой стали скорость варьируется от 500 до 600 м/мин вместо традиционной скорости 100÷150 м/мин, при обработке алюминиевых сплавов скорость составляет 2000÷3000 м/мин вместо 500÷600 м/мин.

Скоростное точение (СТ) получило развитие усилиями таких ученых и инженеров, как А. В. Кривоухов, А. И. Исаев, П. П. Грудов, токарей-новаторов: Г. С. Борткевича, П. Б. Быкова, В. М. Бирюкова, В. Н. Трутнева, В. Я. Карасева, В. К. Семинского, Д. И. Рыжкова, В. А. Колесова и др.

Скоростное резание металлов стало возможным в результате совершенствования режущих инструментов и использования современных станков с ЧПУ. Для высокоскоростной обработки используют инструментальные материалы, имеющие повышенные прочность и износостойкость, а также твердые сплавы, минералокерамику, искусственные алмазы и нитрид бора.

Обеспечивая высокое качество обработанной поверхности, СТ повышает производительность лезвийной обработки, но при этом ухудшаются условия работы режущей кромки резца — увеличивается количество теплоты, поступающей в резец и заготовку за одно и то же время. Скоростное точение — сложный процесс, включающий упругую и пластическую деформации обрабатываемого материала, стружкообразование, механическое взаимодействие элементов технологической системы и теплообмен между ними. Существенный фактор СТ — тепловые процессы, для описания которых используют законы термодинамики.

Цель исследования — разработка термодинамической модели СТ, связывающей силу, мощность резания и температуру заготовки. Задачи исследования: разработка аналитических математических моделей составляющих силы резания, мощности резания, средней температуры заготовки и аналитических технических и технологических ограничений на режим резания.

Рассмотрим взаимозависимое моделирование сил резания и температуры заготовки на примере операции прорезания канавки. Процесс СТ можно условно разделить на следующие этапы:

1) упругое отжатие заготовки под действием резца и возникновение силы прижима;

2) вдавливание резца в материал заготовки, физические свойства которого зависят от температуры;

3) сдвиг удаляемого металла и возникновение силы собственно резания;

4) скольжение режущего инструмента по образуемой поверхности и возникновение силы трения;

5) образование теплоты от сил собственно резания и трения;

6) поступление части образовавшейся теплоты в тело заготовки и ее нагревание;

7) изменение показателей λ_U, ρ_U, C_U, α_U, HB_U физических свойств металла заготовки в зависимости от температуры U;

8) увеличение диаметральных и линейных размеров заготовки в результате нагревания.

Для исследования силовых и тепловых параметров процесса рассмотрим схему СТ канавки на наружном диаметре цилиндра (рис. 1): канавочный резец *1* перемещается перпендикулярно к цилиндрической поверхности заготовки *2*. Срезаемый металл и резец являются источниками теплоты. Операции выполняются на высоких скоростях резания.

Число оборотов заготовки за расчетное время $\tau_р$ определим по формуле

$$n_{\tau_р} = \upsilon_в/(\pi D_н) = \text{const}, \qquad (1)$$

где $\upsilon_в$ — скорость вращения заготовки, м/с; $D_н$ — наружный диаметр заготовки перед началом резания, м; $\tau_р = 1$ — расчетное время, с.

За расчетное время $\tau_р$ резец пройдет путь

$$S_{y\tau} = S_{поп} n_{\tau_р} = \text{const}, \qquad (2)$$

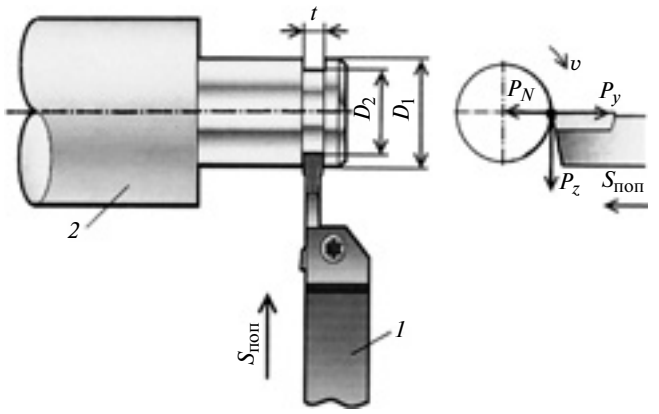


Рис. 1. Схема прорезания канавки на наружном диаметре цилиндра

где $S_{\text{поп}}$ — поперечная подача резца, м/об.

Перемещение резца в направлении центра заготовки вызывает ее упругое отжатие на величину

$$y_{\text{р}\tau} = S_{y\tau}. \tag{3}$$

С другой стороны, упругое отжатие можно определить через приложенную силу и упругую податливость заготовки:

$$y_{\text{р}\tau} = P_{N\tau}/f_{\text{з.у}}, \tag{4}$$

где $P_{N\tau}$ — сила, приложенная к заготовке в направлении ее центра, Н; $f_{\text{з.у}}$ — упругая податливость заготовки в направлении приложенной силы, м/Н.

Приравняв уравнения (3) и (4), получим приложенную силу:

$$P_{N\tau} = S_{y\tau}/f_{\text{з.у}}. \tag{5}$$

Технологическая система препятствует упругому перемещению заготовки, создавая силу сопротивления $P_{\text{у}\tau}$, которая согласно третьему закону Ньютона равна силе $P_{N\tau}$ вдавливания инструмента в заготовку:

$$P_{\text{у}\tau} = P_{N\tau} = y_{\text{р}\tau}/f_{\text{з.у}}. \tag{6}$$

Заготовка при резании нагревается. Температуру заготовки в текущий момент времени τ обозначим U_τ.

Глубину вдавливания резца в заготовку в зоне контакта с учетом выражения (6) рассчитаем по формуле Бринелля:

$$h_{yU_\tau} = \frac{P_{\text{у}\tau}}{HB_{U_{\tau-1}} k_\tau t} = P_{\text{у}\tau} f_{\text{м.з}U_\tau}, \tag{7}$$

где $HB_{U_{\tau-1}}$ — твердость материала заготовки по Бринеллю в момент времени $(\tau - 1)$, Н/м^2; k_τ — коэффициент, учитывающий затупление главной режущей кромки и длительность приложения силы $P_{\text{у}\tau}$; t — ширина резца, м; $f_{\text{м.з}U_\tau}$ — пластическая податливость материала заготовки в зависимости от температуры и времени резания, м/Н.

Глубина вдавливания резца в поверхность заготовки соответствует глубине срезаемого слоя металла в момент времени τ.

Твердость HB_U связана с допускаемым напряжением $\sigma_{\text{в}}$ зависимостью $HB_U = 0{,}3\sigma_{\text{в}U}$. Значения $\sigma_{\text{в}U}$ в зависимости от температуры U приведены в работе [1].

Увеличение диаметра заготовки в результате повышения ее температуры в момент времени $(\tau - 1)$ рассчитаем по формуле

$$\Delta D_{\text{з}U_{\tau-1}} = \frac{\alpha_{U_{\tau-1}} D_{U_{\tau=0}} \Delta U_{\tau-1}}{10^9}, \tag{8}$$

где $\alpha_{U_{\tau-1}}$ — коэффициент линейного расширения при температуре заготовки в момент времени $(\tau - 1)$, °C^{-1}; $D_{U_{\tau=0}}$ — диаметр заготовки перед началом резания, м; $\Delta U_{\tau-1}$ — разность температур заготовки в момент времени $(\tau - 1)$ и перед началом резания, °C.

Значения α_U в зависимости от температуры U приведены в работе [2].

Канавки можно прорезать при закреплении заготовки в трехкулачковом патроне (рис. 2, схема I) и в центрах (рис. 2, схема II).

При закреплении в трехкулачковом патроне, подставив выражение (8) в уравнение (4), получим упругое отжатие заготовки в точке приложение силы в момент времени τ:

$$y^{\text{I}}_{P_{\text{у}\tau}} = P_{\text{у}\tau} \frac{a^3}{3E_{U_{\tau-1}}\left[0{,}05\left(D_{1\tau} + \Delta D_{\text{з}U_{\tau-1}}\right)^4\right]} = P_{\text{у}\tau} f^{\text{I}}_{\text{з.у}\tau}, \tag{9}$$

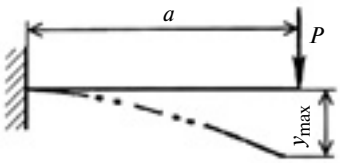


Схема I

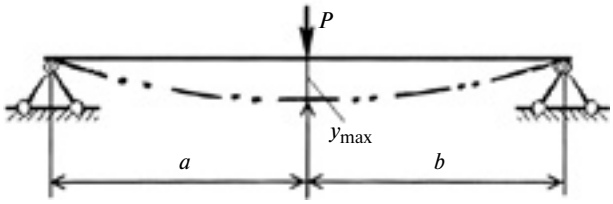


Схема II

Рис. 2. Схемы закрепления и нагружения заготовок в трехкулачковом патроне (схема I) и в центрах (схема II)

где $E_{U_{\tau-1}}$ — модуль упругости материала заготовки в момент времени $(\tau - 1)$, Н/м^2; $D_{1\tau}$ — диаметр заготовки на момент времени τ, м; a — длина заготовки от заделки до точки приложения силы, м; $f^{\text{I}}_{\text{з.у}\tau}$ — упругая податливость заготовки в направлении приложения силы в момент времени τ, м/Н.

Значения E_U в зависимости от температуры U приведены в работе [2].

Фактическую радиальную составляющую силы резания для схемы I в момент времени τ определим по формуле

$$P^{\text{I}}_{\text{уф}\tau} = \left(y^{\text{I}}_{P_{\text{у}\tau}} - h_{\text{у}U_\tau}\right) f^{\text{I}}_{\text{з.у}\tau} < P_{\text{кр}}, \qquad (10)$$

где $P_{\text{кр}}$ — критическая сила, при которой твердосплавная пластина разрушается, Н.

Формула (10) является моделью технологического ограничения на режим резания по прочности режущей пластины при закреплении заготовки в трехкулачковом патроне.

При закреплении в центрах, подставив выражение (8) в уравнение (4), получим упругое отжатие заготовки в точке приложение силы в момент времени τ:

$$y^{\text{II}}_{P_{\text{у}\tau}} = P_{\text{у}\tau} \frac{a^2 b^2}{3E_{U_{\tau-1}}\left[0{,}05\left(D_{1\tau} + \Delta D_{\text{з}U_{\tau-1}}\right)^4\right] L_{U_{\tau-1}}} = P_{\text{у}\tau} f^{\text{II}}_{\text{з.у}\tau}, \qquad (11)$$

где $f^{\text{II}}_{\text{з.у}\tau}$ — упругая податливость заготовки в направлении приложения силы в момент времени τ, м/Н; $L_{U_{\tau-1}} = (a + b)$ — длина заготовки в момент времени $(\tau - 1)$, м; a и b — длины участков заготовки соответственно от центра, закрепленного в передней бабке, и от центра, закрепленного в задней бабке, до точки приложения силы.

Фактическую радиальную составляющую силы резания для схемы II в момент времени τ определим по формуле

$$P^{\text{II}}_{\text{уф}\tau} = \left(y^{\text{II}}_{P_{\text{у}\tau}} - h_{\text{у}U_\tau}\right) f^{\text{II}}_{\text{з.у}\tau} < P_{\text{кр}}. \qquad (12)$$

Формула (12) является моделью технологического ограничения на режим резания по прочности режущей пластины резца при закреплении заготовки в центрах.

Точение сопровождается большой силой трения, которая является частью тангенциальной составляющей силы резания и рассчитывается по формуле:

$$P_{z\text{тр}\,U_\tau} = P^{K}_{\text{уф}\,U_\tau}\,\mu_{U_{\tau-1}}, \qquad (13)$$

где $P^{K}_{\text{уф}\,U_\tau}$ — фактическая радиальная составляющая силы резания для K-й схемы обработки, Н (I или II согласно рис. 2); $\mu_{U_{\tau-1}}$ — коэффициент трения в момент времени $(\tau - 1)$.

Формула (13) показывает, что сила трения зависит от радиальной составляющей силы резания и коэффициента трения, который в свою очередь зависит от характеристик резца, материала заготовки и свойств смазочно-охлаждающей жидкости.

Сила, затрачиваемая собственно на срез металла, зависит от его площади и напряжения в металле при пластическом деформировании. Площадь среза определяется его шириной и длиной.

Ширина среза при прорезании канавки равна ширине режущей пластины резца или ее части:

$$t_\tau = b_{\text{пл}} k_b, \qquad (14)$$

где t_τ — ширина среза, м; $b_{\text{пл}}$ — ширина режущей пластины канавочного резца, м; $k_b \leqslant 1$ — часть ширины пластины, участвующая в резании.

Средняя длина среза при прорезании канавки для момента времени τ рассчитывается по формуле

$$l_\tau = \frac{\frac{\pi}{4}\left[D^2_{1\tau} - \left(D_{1\tau} - 2h_{\text{у}U_\tau}\right)^2\right]}{h_{\text{у}U_\tau}}, \qquad (15)$$

где $D_{1\tau}$ — наружный диаметр канавки в момент времени τ, м; h_{yU_τ} — глубина вдавливания резца в поверхность заготовки (глубина срезаемого слоя металла), м.

При прорезании канавки площадь среза для текущего момента времени τ составит:

$$F_{\text{ср}\tau} = t_\tau l_\tau. \qquad (16)$$

Сила, необходимая для среза металла, есть тангенциальная составляющая силы резания, которая определяется по формуле

$$P_{zsU_\tau} = \sigma_{U_{\tau-1}} F_{\text{ср}\tau}, \qquad (17)$$

где $\sigma_{U_{\tau-1}}$ — напряжение в металле при пластическом деформировании в момент времени $(\tau - 1)$, зависящее от температуры в этот момент, Н/м^2.

Значения σ_U для разных металлов и сплавов в зависимости от температуры U приведены в работе [2].

Полная тангенциальная составляющая силы резания — сумма силы собственно резания и силы трения, определяется по формуле

$$P_{zU_\tau} = P_{zsU_\tau} + P_{z\text{тр}\,U_\tau}. \qquad (18)$$

Формула (18) учитывает время от начала резания, параметры режима резания, податливость технологической системы, показатели свойств

материала заготовки и его температуру. Расчеты по формуле (18) показали, что по мере приближения канавочного резца к центру обрабатываемой заготовки полная тангенциальная составляющая силы резания уменьшается.

Среднюю скорость вращения заготовки для текущего момента τ рассчитаем по формуле:

$$v_\tau = \pi n_{\tau p} \frac{D_{1\tau} + \left(D_{1\tau} - 2h_{y U_\tau}\right)}{2}. \qquad (19)$$

Формула (19) показывает, что по мере приближения канавочного резца к центру заготовки скорость ее вращения снижается, так как $D_{1\tau} < D_{1\tau-1}$, а $n_{\tau p} = \text{const}$.

Мощность, затрачиваемая на резание, связана с тангенциальной составляющей силы резания и скоростью вращения заготовки зависимостью

$$N_{p U_\tau} = P_{z U_\tau} v_\tau < N_{дв}\eta, \qquad (20)$$

где $N_{дв}$ и η — мощность и КПД электродвигателя главного привода станка.

Расчеты по формуле (20) показали, что по мере приближения канавочного резца к центру заготовки мощность, затрачиваемая на резание, снижается. Формула (20) — модель технологического ограничения на режим резания по мощности электродвигателя главного привода станка.

Количество теплоты, поступающей при прорезании канавки в заготовку, на текущий момент времени τ:

$$Q_\tau = N_{p U_\tau} k_д \tau_p, \qquad (21)$$

где $k_д$ — часть теплоты, поступающая в заготовку; $\tau_p = 1$ — расчетный интервал времени, с.

Средняя температура заготовки в текущий момент τ:

$$U_\tau = U_{\tau-1} + \frac{Q_{\tau p}}{C_{U_{\tau-1}} m_{з\tau-1}} < U_{кр}, \qquad (22)$$

где $U_{\tau-1}$ — температура заготовки в момент времени $(\tau - 1)$, °С; $C_{U_{\tau-1}}$ — теплоемкость материала заготовки в момент времени $(\tau - 1)$, Н · м/(кг · °С); $m_{з\tau-1}$ — масса заготовки в момент времени $(\tau - 1)$, кг.

Значения C_U в зависимости от температуры U приведены в работе [2].

Формула (22) — модель технологического ограничения на режим резания по отсутствию структурных изменений в материале заготовки. Она показывает, что температура заготовки зависит от количества теплоты, поступившей в нее за время обработки, и показателей физических свойств материала заготовки, являющихся функцией температуры в предшествующий момент времени.

Массу заготовки в момент времени $(\tau - 1)$ рассчитаем по формуле

$$m_{з\tau-1} = m_{з\tau-2} - \pi\left[\left[(0{,}5D_{1\tau-2})^2 - \left(0{,}5D_{1\tau-2} - 2h_{y U_\tau}\right)^2\right]\right] \frac{t}{\rho_{U_{\tau-2}}}. \qquad (23)$$

где $m_{з\tau-2}$ — масса заготовки в момент времени $(\tau - 2)$, кг; $D_{1\tau-2}$ — диаметр канавки в момент времени $(\tau - 2)$, м; t — ширина резца (глубина резания), м; $\rho_{U_{\tau-2}}$ — плотность материала заготовки в момент времени $(\tau - 2)$, кг/м^3.

Значения ρ_U в зависимости от температуры U приведены в работе [2].

Расчеты по формулам (1)—(23) выполняются циклически до окончания обработки. Общее время обработки при прорезании канавки:

$$\tau_{общ} = \frac{0{,}5(D_н - D_к)\tau_p}{S_{поп} n_{\tau p}}, \qquad (24)$$

где $D_н$ и $D_к$ — диаметры заготовки в начале обработки и канавки в конце обработки, м.

Рассмотрим технологические особенности СТ канавки. В момент $\tau_{общ}$ окончания обработки сформированный диаметр канавки составит:

$$D_{д U_{\tau_{общ}}} = D_{1\tau=0} - 2\left(h_{y U_\tau} \tau_{общ}\right), \qquad (25)$$

где $D_{1\tau=0}$ — диаметр заготовки до обработки, м; $h_{y U_\tau}$ — глубина вдавливания резца в поверхность заготовки (глубина срезаемого слоя металла), м.

Практика показала, что сформированный диаметр разогретой детали уменьшится на величину удлинения при ее остывании до температуры 20 °С. Необходимо учитывать и то, что при обработке диаметр увеличится относительно заданного на двойную величину упругого отжатия. Следовательно, размер обработанной и остывшей детали должен соответствовать условию

$$[D_{min}] \le D_{д U_{\tau_{общ}}} - \Delta D_{з U_{\tau_{общ}}} \leqslant [D_{max}], \qquad (26)$$

где $[D_{min}]$ и $[D_{max}]$ — минимальный и максимальный предельные диаметры детали; $\Delta D_{з U_{\tau_{общ}}}$ — увеличение диаметра детали в результате повышения ее температуры за время $\tau_{общ}$ обработки, м.

Формула (26) — модель технологического ограничения на режим резания по точности формируемого диаметра детали. Увеличение $\Delta D_{з U_{\tau_{общ}}}$ диаметра детали в результате нагревания рассчитаем по формуле (8), а упругое отжатие $y^K_{P_{y\tau}}$ — по формулам (9) или (11).

УДК 621.91.02

А. И. БАРБОТЬКО, М. С. РАЗУМОВ, А. И. ПЫХТИН, кандидаты технических наук, П. А. ПОНКРАТОВ (Юго-Западный ГУ, г. Курск), e-mail: anivanbar@yandex.ru

Аналитическое определение формы режущей кромки профильного долбежного инструмента

Предложено определение параметров режущей кромки при заточке профильного долбежного инструмента для автоматизации проектирования.

Ключевые слова: долбяк, профильное соединение, инструмент, режущая кромка.

The determination of cutting edge parameters at profile mortising tool grinding for design automation is suggested.

Keywords: shaping cutter, profile connection, tool, cutting edge.

В большинстве машин и механизмов крутящий момент передается соединением вала и втулки. При равных нагрузках предпочтительнее применение профильных соединений, так как они имеют меньшие габаритные размеры и лучшие эксплуатационные характеристики по сравнению со шлицевыми и шпоночными соединениями [1, 2].

Обработка профильных деталей долбежным инструментом более целесообразна благодаря использованию единого оборудования для обработки валов и втулок, что обеспечивает необходимое качество поверхностей деталей соединения. Для обработки деталей профильных соединений экономически оправдано долбление методом обкатки.

Известный способ проектирования долбяка позволяет получать его контур в нулевом сечении [3, 4]. Работоспособность инструмента в течение всего срока эксплуатации обеспечивается своевременной и качественной его заточкой. Для переточки сложных инструментов требуются специальные станки с ЧПУ, не искажающие спроектированную режущую кромку (рис. 1, *а*). Однако они недоступны для большинства машиностроительных предприятий ввиду их значительной стоимости. Возможность заточки специального долбежного инструмента на стандартном оборудовании (рис. 1, *б*) связана со сложностью определения и задания степени искажения проекции режущей кромки на основную плоскость (рис. 2) в зависимости от переднего и заднего углов заточки [5, 6].

Исследования показали, что траекторию режущей кромки в нулевом сечении можно аппрок-

(Окончание статьи. Начало см. на стр. 63)

При прорезание канавки формируется не только диаметральный размер, но и линейные размеры — длина от торца (или технологической базы) до края канавки и ширина канавки. Сформированная длина от торца до края канавки у остывшей детали должна соответствовать условию

$$[L_{\min}] \leq L_{\text{д}U_{\tau_{\text{общ}}}} - \Delta L_{\text{з}U_{\tau_{\text{общ}}}} \leqslant [L_{\max}], \qquad (27)$$

где $[L_{\min}]$ и $[L_{\max}]$ — минимальная и максимальная предельные длины от торца (или технологической базы) до края канавки, м; $\Delta L_{\text{з}U_{\tau_{\text{общ}}}}$ — увеличение длины детали в результате повышения ее температуры за время $\tau_{\text{общ}}$ обработки, м.

Формула (27) — модель точности формируемого линейного размера детали от торца (или технологической базы) до края канавки.

Сформированная ширина канавки у остывшей детали должна соответствовать условию:

$$[B_{\min}] \leqslant B_{\text{д}U_{\tau_{\text{общ}}}} - \Delta B_{\text{з}U_{\tau_{\text{общ}}}} \leqslant [B_{\max}], \qquad (28)$$

где $[B_{\min}]$ и $[B_{\max}]$ — минимальная и максимальная предельные ширины канавки, м; $\Delta B_{\text{з}U_{\tau_{\text{общ}}}}$ — уменьшение ширины детали в результате ее остывания, м.

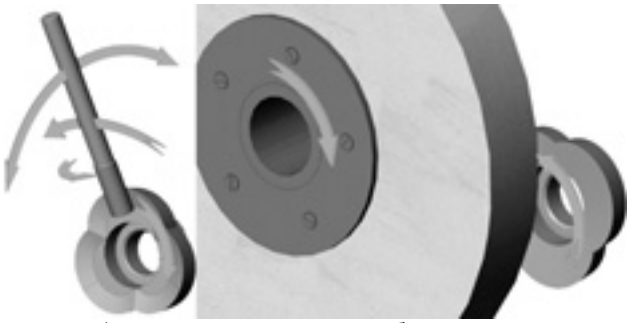
Формула (28) — модель точности формируемой ширины канавки.

Уменьшение размеров детали при остывании необходимо учитывать при их окончательном формировании. На предприятии изменение формируемых размеров детали можно учесть только после экспериментального определения ее температуры по окончанию обработки. Кроме того, при СТ необходимо избегать структурных превращений в материале детали. Экспериментально определить температуру детали при изготовлении затруднительно. Компьютерная программа на основании математических моделей (1)—(28) позволяет исключить экспериментальное определение температуры детали при изготовлении.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Расчеты** на прочность. URL: http://www.stresscalc.ru/)

2. **Марочник** сталей и сплавов / В. Г. Сорокин, А. В. Волосников, С. А. Вяткин и др. М.: Машиностроение, 1989. 640 с.



а) *б*)

Рис. 1. Способы заточки передней поверхности инструмента:
а — посекторная; *б* — из центра

симировать окружностью. В этом случае задние угол и поверхность формируются в виде конусной поверхности с осью, проходящей через точку O_C и перпендикулярной к основной плоскости (рис. 3). Форму задней поверхности можно описать уравнением конуса с вершиной в начале координат:

$$z(x_к, y_к) = \sqrt{x_к^2 + y_к^2}\,\frac{1}{\mathrm{tg}\alpha},$$

где α — угол заточки долбяка по задней поверхности; $x_к$ и $y_к$ — координаты точек поверхности конуса.

Сместим конус вверх по оси z в точку K на расстояние h (высоту конуса) (см. рис. 3) от плоскости: $h = R_C/\mathrm{tg}\alpha$, где R_C — радиус окружности, аппроксимирующей режущую кромку.

В классическом виде радиус R_C можно определить из уравнения окружности

$$(x_{окр} - x_C)^2 + (y_{окр} - y_C)^2 = R_C^2,$$

где $x_{окр}$ и $y_{окр}$ — координаты точек окружности; x_C и y_C — координаты центра окружности.

Уравнение окружности, аппроксимирующей режущую кромку, для точки A (рис. 4) имеет вид:

$$(x_A)^2 + [y_A - (R_д + \Delta_{max} - R_C)]^2 = R_C^2,$$

где $R_д$ — радиус окружности, вписанной в профиль долбяка; Δ_{max} — расстояние между описанной и вписанной окружностями.

Точка A в декартовой системе имеет координаты $(R_д + \Delta_{max}) \times \cos\left(\frac{\pi}{2N}\right)$ и $(R_д + \Delta_{max})\sin\left(\frac{\pi}{2N}\right)$, где N — число граней профильного вала (втулки).

Подставив координаты x и y точек, получим:

$$\left[R_д\cos\left(\frac{\pi}{2N}\right)\right]^2 + \left[R_д\sin\left(\frac{\pi}{2N}\right) - (R_д + \Delta_{max} - R_C)\right]^2 = R_C^2.$$

Преобразовав полученное уравнение в программе Mathcad к виду

$$R_C = \frac{R_д + \Delta_{max} - R_д\sin\left(\frac{\pi}{2N}\right)^2 + \rightarrow}{2\left[R_д + \Delta_{max} - \rightarrow\right.}$$
$$\rightarrow \frac{+ R_д^2\cos\left(\frac{\pi}{2N}\right)^2}{\left. - R_д\left(\frac{\pi}{2N}\right)\right]},$$

получим уравнение конуса

$$z(x_к, y_к) = \sqrt{x_к^2 + y_к^2}\,\frac{1}{\mathrm{tg}\alpha} + \frac{R_C}{\mathrm{tg}\alpha}. \quad (1)$$

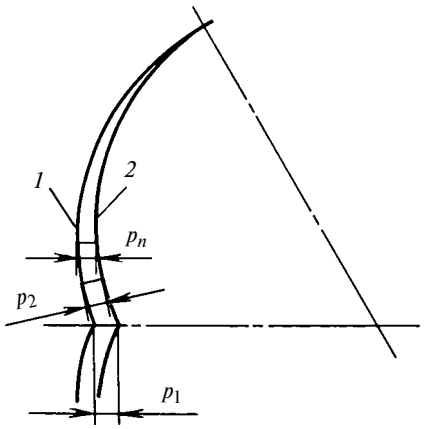


Рис. 2. Схема наложения нулевого контура *1* и контура *2* режущей кромки заточенного долбяка на основную плоскость:
p_1, p_2, p_3 — отклонения контура *2* заточенного долбяка от контура *1*, полученного при проектировании в нулевом сечении в соответствующих точках

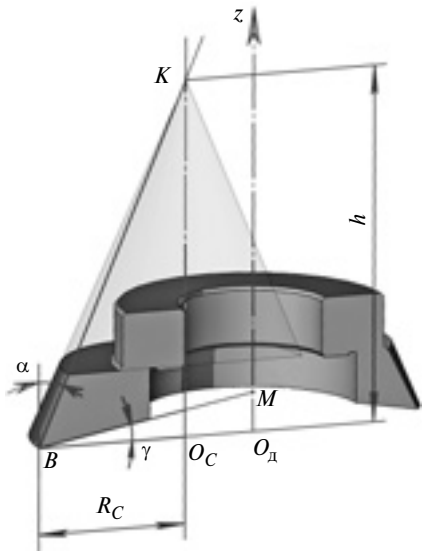


Рис. 3. Схема задания режущей кромки в нулевом сечении:
$R_д$ — радиус вписанной (обкаточной) окружности долбяка; Δ_{max} — расстояние от вписанной в долбяк окружности до максимально удаленной от его центра $O_д$ (половина разности между вписанной и описанной окружностями)

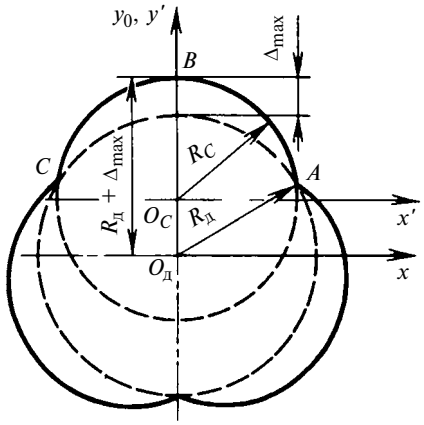


Рис. 4. Схема сечения конусной части долбяка:
$O_д$ — геометрический центр долбяка (начало координат); O_C — центр конусной части сектора режущей кромки долбяка; B — точка наибольшего удаления режущей кромки от центра $O_д$ (точка с нулевой погрешностью)

При формировании переднего угла γ резания осуществляется сечение конусной поверхности плоскостью, проходящей через точки A, B и C под этим углом. Для нашего случая уравнение плоскости имеет вид:

$$z_{\text{пл}} = ky_{\text{пл}} + b,$$

где $z_{\text{пл}}$ и $y_{\text{пл}}$ — координаты плоскости; b и k — неизвестные постоянные.

Для определения постоянных k и b рассмотрим рис. 3 и 4 и найдем координаты точек $B(y_B; z_B)$ и $M(y_M; z_M)$: $y_B = R_{\text{д}} + \Delta_{\max}$, $z_B = 0$; $y_M = 0$, $z_M = \text{tg}\gamma(R_{\text{д}} + \Delta_{\max})$. Таким образом, точки имеют координаты: B $(R_{\text{д}} + \Delta_{\max}; 0)$, M $[\text{tg}\gamma(R_{\text{д}} + \Delta_{\max}); 0]$.

Для точек B и M получим соответственно уравнения:

$$k(R_{\text{д}} + \Delta_{\max}) + b = 0; \qquad (2)$$

$$\text{tg}\gamma(R_{\text{д}} + \Delta_{\max}) = b. \qquad (3)$$

Подставив уравнение (3) в уравнение (2), получим:

$$k(R_{\text{д}} + \Delta_{\max}) + \text{tg}\gamma(R_{\text{д}} + \Delta_{\max}) = 0,$$

откуда

$$k = -\text{tg}\gamma. \qquad (4)$$

Подставив в уравнение (1) равенства (3) и (4), получим уравнение искомой плоскости:

$$z(x_{\text{пл}}; y_{\text{пл}}) = -\text{tg}\gamma y_{\text{пл}} + \text{tg}\gamma(R_{\text{д}} + \Delta_{\max}) = \text{tg}\gamma(R_{\text{д}} + \Delta_{\max} - y_{\text{пл}}).$$

Для удобства расчета сместим начало координат в точку O_C — центр основания конуса (см. рис. 3) и определим смещение:

$$\varepsilon = R_{\text{д}} + \Delta_{\max} - R_C.$$

Тогда уравнение плоскости можно записать в виде:

$$z(x_{\text{пл}}; y_{\text{пл}}) = \text{tg}\gamma[R_{\text{д}} + \Delta_{\max} - y_{\text{пл}} - (R_{\text{д}} + \Delta_{\max} - R_C)].$$

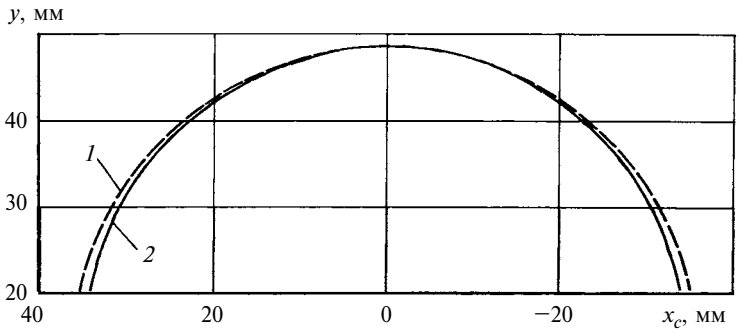


Рис. 5. Графическое отображение разности между расчетным *1* и фактическим *2* положениями проекции режущей кромки на основную плоскость при наложении переднего и заднего углов заточки

Для определения координат x и y пересечения плоскости и конуса приравняем уравнения (1) и (4):

$$\sqrt{x^2 + y^2}\,\frac{1}{\text{tg}\alpha} + \frac{R_C}{\text{tg}\alpha} = \text{tg}\gamma(R_{\text{д}} + \Delta_{\max} - y).$$

Решив данное уравнение, получим уравнение проекции на основную плоскость эллипса, являющегося линией пересечения конусной части задней поверхности долбяка с плоскостью, проходящей по передней поверхности под углом γ, которое ввиду его громоздкости и сложности в статье не приводим. Функцию эллипса определим в программе Mathcad, подставив, конкретные значения, например $R_{\text{д}} = 40{,}7$ мм, $R_C = 36{,}16$ мм, $\alpha = 8°$ и $\gamma = 5°$:

$$y = 0{,}434 - 5{,}274\text{e}^{-21}\sqrt{4{,}470 - 3{,}595x^2}.$$

Полученная формула в виде графиков описывает расчетный и фактический профили (рис. 5).

Таким образом, установлено, как искажается профиль обрабатываемой детали в зависимости от значения угла заточки долбяка. Выполнены расчет и программирование погрешности долбежного инструмента для обработки профильных поверхностей по изменению режущей кромки, являющейся линией пересечения конуса с плоскостью, наклоненной к нему под углом γ передней поверхности.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Чарнко Д. В., Тимченко А. И.** Профильные соединения валов и втулок в машиностроении // Вестник машиностроения. 1981. № 1. С. 33—37.

2. **Борович Л. С.** Бесшпоночное соединение деталей машин. М.: Машгиз, 1951. 132 с.

3. **Заявка 2011142677 Рос. Федерации:** Способ графического проектирования долбяков при обработке профильных валов.

4. **Разумов М. С., Понкратов П. А.** Автоматизированное проектирование профиля инструмента для формообразования деталей по методу обката // Сб. статей III междунар. науч.-техн. конф. "Современные автомобильные материалы и технологии". Курск: ЮЗГУ, 2011. С. 113—117.

5. **Барботько А. И., Понкратов П. А., Разумов М. С.** Особенности изготовления долбежного инструмента для обработки профильных соединений // Материалы 2-й междунар. науч.-практ. конф. "Техника и технологии: Пути инновационного развития". Курск: ЮЗГУ, 2012. С. 36—39.

6. **Анализ** погрешности формы профильного вала при обработке фасонным долбяком / А. И. Барботько, П. А. Понкратов, М. С. Разумов и др. // Известия ЮЗГУ. Сер. Техника и технология. 2012. № 2. Ч. 1. С. 54—57.

УДК 621.91:536.21

И. Я. ЗАСЛАВСКИЙ (Тольяттинский государственный университет),
e-mail: i.y.zaslavsky@rambler.ru

Теплопроводность резца и температура в зоне резания

Представлены методика и результаты исследования влияния теплопроводности резца на температуру в зоне резания с учетом воздействия других свойств инструментального материала. Приведены расчетные формулы для оценки влияния теплопроводности инструмента на температуру резания.

Ключевые слова: резание, резец, коэффициент теплопроводности, стружкообразование, метод тепловых цепей, термическое сопротивление.

The methodic and research results of influence of cutter heat conduction on temperature in cutting zone taking into account other properties of tool material are presented. The design formulas for assessment of influence of tool heat conduction on cutting temperature are given.

Keywords: cutting, cutter, heat conduction coefficient, chip formation, thermal chain method, thermal resistance.

Теплофизические свойства режущего инструмента во многом определяют температуру в зоне обработки. Наиболее полный анализ влияния теплопроводности материала резца на тепловой режим в зоне резания сделан в работе [1], где влияние коэффициента λ_p теплопроводности исследовалось без учета изменений других показателей при изменении коэффициента λ_p. Однако при смене режущего инструмента на инструмент из материала с другой теплопроводностью, как правило, изменяются и показатели процесса взаимодействия инструмента и заготовки, прежде всего способность к адгезии с обрабатываемым материалом, которые в свою очередь оказывают влияние на процесс резания, в частности на температуру в зоне резания.

Поэтому важно установить степень влияния теплопроводности инструмента на температуру в зоне резания, а также значимость других показателей свойств резца. Упростить предварительную оценку возможного изменения температуры резания в результате изменения теплопроводности резца при разных условиях резания можно, используя простые аналитические выражения и минимальный объем экспериментальных исследований.

Для изучения влияния теплопроводности инструмента на температуру в зоне резания и других его свойств выполняли серию экспериментов, используя тонкослойные покрытия, которые наносили на режущие пластины из твердых сплавов разной теплопроводности. В условиях кратковременного резания, при котором практически не происходит изнашивание покрытия, можно принять, что применение одинакового покрытия нивелирует разницу свойств инструментальных материалов, влияющих на температуру при резании, т. е. важна только разница коэффициентов теплопроводности применяемых материалов. Следовательно, разные температуры при точении разными режущими пластинами объясняются только влиянием теплопроводности инструментального материала. Сравнением процессов резания в тех же условиях пластинами с покрытиями и без них можно оценить влияние свойств материала резца на температуру резания.

При исследовании выполняли точение стали ШХ15 резцами с неперетачиваемыми пластинами из твердых сплавов ВК6 и Т15К6, коэффициенты λ_p теплопроводности которых отличались примерно в 2 раза [1]. Показатели режима точения: глубина $t = 0{,}5$ мм; подача $S = 0{,}11$ мм/об; скорость $v = 50 \div 200$ м/мин.

В качестве покрытия использовали нитрид титана TiN. Толщина покрытия составляла 5÷6 мкм. Такой тонкий слой при установившемся режиме точения практически не влияет на температуру в зоне резания.

Для расчетов определяли такие показатели процесса, как длину $l_к$ контакта стружки с резцом, коэффициент продольной усадки стружки, силу резания.

Исследования показали, что при точении сплавом ВК6 длина $l_к$ контакта стружки с резцом меньше, чем при использовании резца из сплава Т15R6 во всем диапазоне исследованных скоростей резания (рис. 1, *а*). При точении резцами без покрытия характер влияния инструментального материала на длину контакта сохраняется (рис. 1, *б*).

Усадка стружки и сила резания при точении сплавом ВК6 тоже больше, чем при точении сплавом Т15К6, причем это характерно и для точения пластинами без покрытия.

Используя полученные параметры стружкообразования по методике работы [1], рассчитали

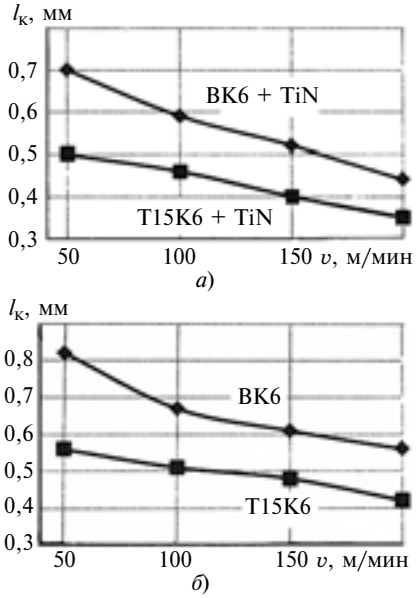


Рис. 1. Зависимости длин $l_к$ контакта режущих пластин из сплавов ВК6 и Т15К6 с покрытием TiN (*а*) и без него (*б*) со стружкой от скорости v резания

температуры на контактных площадках инструментов.

На рис. 2 и 3 приведены графики распределения теплоты Q (выражена через температуру T) по длине контактирующей площадки на передней поверхности резцов из сплавов ВК6 и Т15К6 с покрытием TiN и без него при точении со скоростью $v = 50$ м/мин. На рис. 2 зависимость *1* рассчитана на основе экспериментальных данных, полученных для твердого сплава ВК6 с покрытием. Было принято, что значения длин контактов, усадок стружек и сил резания при точении сплавами ВК6 и Т15К6 одинаковы.

Анализ экспериментальных данных показал, что при меньшей теплопроводности материала инструмента температура во всех точках контакта на передней поверхности резца, кроме вершины, меньше. Исследователем М. Ф. Полетикой [2] и другими было сделано предположение о том, что разности температур по длине контакта и соответственно максимальные температуры, обусловленные уменьшением теплопроводности инструмента, являются причиной уменьшения параметров площадки контакта и, прежде всего, длины $l_к$.

Сравнение зависимостей *1* и *3* на рис. 2 показало, что при уменьшении теплопроводности материала резца (прямое влияние $\lambda_р$) и изменении показателей процесса стружкообразования (косвенное влияние $\lambda_р$) максимальная температура по площадке контакта смещается к вершине инструмента, что обусловлено уменьшением длины контакта. Максимальная и средняя температуры передней поверхности у резца с меньшей теплопроводностью выше. Причем при учете суммарного влияния теплопроводности длины контакта значения этих показателей выше. При этом длина контакта является более значимым фактором.

Точение резцами без покрытий (см. рис. 3) показало, что характер полученных графиков не изменился, т. е. влияние других факторов на температуру резания несущественно.

Оценить прямое и косвенное влияние теплопроводности материала инструмента на температуру резания при различных условиях точения можно на основании такого показателя, как термическое сопротивление твердого тела [3, 4], и анализа теплопередачи в зоне резания по методу тепловых цепей. Термическое сопротивление $R_р$ инструмента рассчитывают по формуле

$$R_р = 0{,}96\frac{K_р}{\lambda_р\sqrt{F}}, \qquad (1)$$

где $F = l_к b$ — площадь контакта резца со стружкой (b — ширина контактной площадки); $K_р$ — коэффициент, учитывающий геометрию режущей части и конструктивные особенности инструмента.

Применив к упрощенной эквивалентной цепи зоны резания тепловые аналоги законов Кирхгофа, получили [5] выражения, связывающие изменение теплоты

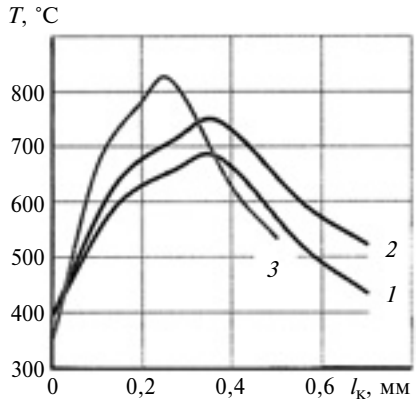


Рис. 2. Расчетные распределения теплоты Q по длине $l_к$ площадки контакта со стружкой резцов с покрытиями из сплавов ВК6 (*1*) и Т15К6 с учетом только прямого влияния показателя $\lambda_р$ (*2*) и косвенного (*3*)

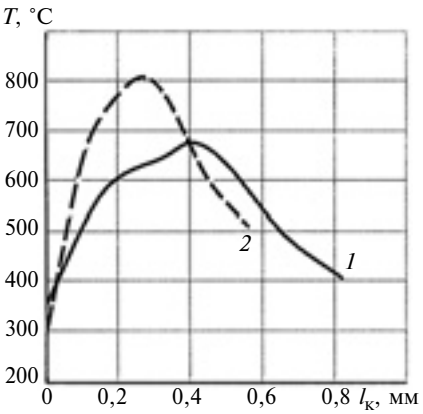


Рис. 3. Расчетные распределения теплоты Q по длине $l_к$ площадки контакта резцов из сплавов ВК6 (*1*) и Т15К6 (*2*) без покрытий

в инструменте и температуры резания с термическим сопротивлением $R_р$ инструмента.

Если сопротивление инструмента изменяется от $R_{р1}$ до $R_{р2}$, то отношение соответствующих средних температур в зоне резания определяется формулой

$$\vartheta = \frac{1}{1 + Q^*_р(R_{р0}/R_{р1} - 1)}. \qquad (2)$$

Чтобы учесть влияние на температуру изменения $\lambda_р$, заменим в выражении (2) отношение $R_{р0}/R_{р1}$ обратным отношением коэффициентов теплопроводности:

$$\vartheta = \frac{1}{1 + Q^*_р(\lambda_{р0}/\lambda_{р1} - 1)}. \qquad (3)$$

В формулах (2) и (3) $Q_{\text{р}}^{*}$ — часть выделяющейся в процессе обработки теплоты, поступающая в резец с термическим сопротивлением $R_{\text{р}0}$ (или теплопроводностью $\lambda_{\text{р}0}$), которую определяем по формуле

$$Q_{\text{р}}^{*} = \frac{1}{1 + 1{,}28\sqrt{\text{Pe}}/\Lambda}.$$

Здесь $\text{Pe} = vb/(k\omega)$ — критерий Пекле, где k — коэффициент усадки стружки, ω — коэффициент температуропроводности обрабатываемого материала; $\Lambda = \lambda_{\text{р}0}/\lambda$ — относительная теплопроводность исходного инструментального материала, где λ — коэффициент теплопроводности обрабатываемого материала.

Выражение (3) позволяет оценить только прямое влияние изменения теплопроводности резца.

Используя выражение (1), найдем $R_{\text{р}0}/R_{\text{р}1}$ с учетом того, что одновременно с $\lambda_{\text{р}}$ изменяется и длина $l_{\text{к}}$ контакта резца со стружкой:

$$R_{\text{р}0}/R_{\text{р}1} = \frac{\lambda_{\text{р}0}}{\lambda_{\text{р}1}}\sqrt{l_{\text{к}1}/l_{\text{к}2}}, \qquad (4)$$

где $l_{\text{к}1}$ и $l_{\text{к}2}$ — длины контакта со стружкой резцов с теплопроводностью соответственно $\lambda_{\text{р}0}$ и $\lambda_{\text{р}1}$.

Подставив выражение (4) в выражение (2), получим формулу, учитывающую как прямое, так и косвенное влияние теплопроводности инструмента на температуру резания:

$$\vartheta = \frac{1}{Q_{\text{р}}^{*}(\lambda_{\text{р}0}/\lambda_{\text{р}1}\sqrt{l_{\text{к}1}/l_{\text{к}2}} - 1)}. \qquad (5)$$

На рис. 4 представлены зависимости изменения температуры резания от скорости резания, рассчитанные соответственно по формуле (3) и (5), поэтому зависимость *1* учитывает только прямое влияние изменения теплопроводности резца, а зависимость *2* учитывает еще и косвенное. В последнем случае оценка более точная. Заметим, что чем

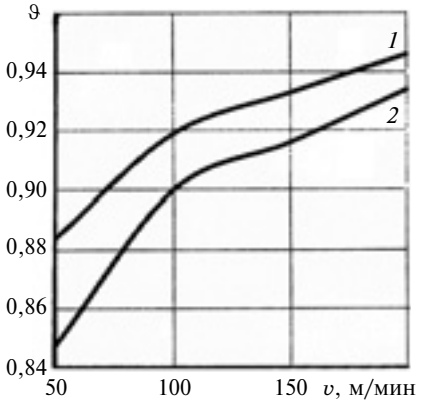


Рис. 4. Расчетные зависимости изменения показателя ϑ от скорости v обработки с учетом теплопроводности резца по формулам (3) (*1*) и (5) (*2*)

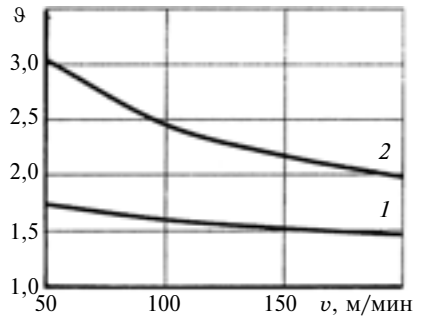


Рис. 5. Зависимость изменения показателя ϑ от скорости v обработки при переходе от алмазного резца к твердосплавному (*1*) и инструменту, оснащенному режущей керамикой (*2*)

меньше скорость резания, тем данное влияние значительнее.

Полученные аналитические выражения позволяют без трудоемких экспериментов и расчетов определить, в каких случаях изменение теплопроводности инструментального материала существенно изменит температуру резания. Показатель ϑ зависит от теплоты в резце, которая определяется параметрами v и b режима резания, а также соотношением коэффициентов теплопроводности инструментального и обрабатываемого материалов. При этом чем меньше скорость и глубина резания и больше теплопроводность инструмента относительно обрабатываемого материала, тем больше температура резца.

В рассматриваемых в настоящей статье случаях влияние изменения теплопроводности резца сравнительно невелико. В работе [6] получены аналогичные результаты, а именно при обработке стали твердосплавным инструментом резец нагревается незначительно; изменение теплопроводности инструмента не приводит к существенному изменению температуры. Однако эти результаты не означают, что и в других случаях изменение теплопроводности резца не изменит температуру в зоне резания.

Проанализируем расчеты ϑ на основании экспериментальных данных [7]. Условия резания: обрабатываемый материал — титановый сплав ОТ4-2 с низкой теплопроводностью; $t = 0{,}04$ мм, $S = 0{,}03$ мм/об, $v = 50 \div 200$ м/мин.

По вышеприведенным формулам рассчитали величину ϑ при переходе от высокотеплопроводного алмазного резца к инструменту, оснащенному твердым сплавом ВК8, коэффициент теплопроводности которого примерно в 3 раза ниже [1], чем у алмаза. При этом ввиду отсутствия в справочнике [7] данных о длине контакта для алмазного и твердосплавного инструментов учитывали только прямое влияние изменения теплопроводности.

Для определения ϑ необходимо определить коэффициент k усадки при обработке взятым резцом. В данном случае значение коэффициента k для точения алмазным инструментом взято по справочнику [7].

На рис. 5 приведены зависимости показателя ϑ от скорости v резания при переходе от алмазного резца к твердосплавному инструменту, т. е. с меньшей теплопроводностью (зависимость *1*) и к инструменту, оснащенному режущей керамикой (зависимость *2*). В первом случае температура резания повышается более чем в 1,5 раза, во втором — в 2÷3 раза.

Таким образом, предложенный метод позволяет оценить влияние теплопроводности инструментального материала на характеристики стружкообразова-

УДК 621.9.002.001.57

А. П. КУЗНЕЦОВ, д-р техн. наук (МГТУ "Станкин"), e-mail: stankin-okm@yandex.ru

Структуры процессов и оборудования для обработки резанием. Часть 1. Энергоинформационная модель структуры процессов обработки*

Рассмотрены основные положения формирования и классификации структуры процессов обработки резанием. Анализом энергоинформационных компонентов и характеристик процессов выявлена система их структурирования с учетом взаимного влияния. Приведены классификация и методы оценки процессов обработки резанием по критериям энергоэффективности.

Ключевые слова: обработка резанием, технологический процесс, классификация, структура, оценка, эффективность.

The fundamentals of formation and classification of structure of cutting processes are considered. By analysis of energy informational components and characteristics of processes the system of their structuring taking into account interference is revealed. The classification and methods of assessment of cutting processes on energy efficiency criteria are presented.

Keywords: cutting processing, manufacturing process, classification, structure, assessment, efficiency.

Развитие научно-технического прогресса в области материального производства обусловлено применением научных и технических достижений, базирующихся на изучении физических процессов, явлений, систем и структур, способов, форм и видов их взаимодействий, приводящих к созданию новых технологических принципов, более эффективных технологий, машин, оборудования, а также к совершенствованию существующих способов производства изделий. Материальное производство как система состоит из двух элементов: предмета с присущими ему свойствами и технологии его изготовления с присущими ей параметрами и характеристиками. Это обусловливает принципиальную возможность развития такой системы в двух направлениях: совершенствование и создание нового предмета и его свойств, совершенствование и создание новых технологий производства. Первое направление развития в длительной перспективе менее эффективно и конкурентоспособно, так как новый предмет и его свойства (очевидное и обозримое множество) достаточно быстро воспроизводятся при существующей технологии, что могут использовать конкуренты. Развитие по второму направлению предпочтительнее, так как его воспроизводство менее очевидно для конкурентов и достижимее для разработчиков в ближайшей перспективе в силу множества параметров и характеристик, формирующих и обусловливающих создание новой технологии. Очевидно, что возможно и третье направление — комбинация двух названных, но оно требует значительно больше ресурсов для развития, поэтому при ограниченных ресурсах предпочтение отдается второму направлению.

Таким образом, рассматривая понятие *развитие* подразумеваем прежде всего систему, которую согласно работе [1] можно определить как множество

* Продолжение — см. ж. "Вестник машиностроения" № 3 за 2015 г.

(Окончание статьи. Начало см. на стр. 70)

ния и температуру резания, а также прямое и косвенное влияние коэффициента теплопроводности резца на температуру в зоне резания в зависимости от теплопроводности обрабатываемого материала и режима обработки.

Показано, что при определенных условиях резания влияние теплопроводности инструмента на температуру может быть значительным, следовательно, изменением теплофизических показателей инструментального материала можно регулировать тепловой режим в зоне обработки.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Резников А. Н.** Теплофизика резания. М.: Машиностроение, 1969. 288 с.

2. **Полетика М. Ф.** Контактные нагрузки на режущих поверхностях инструмента. М.: Машиностроение, 1969. 150 с.

3. **Дульнев Г. Н.** Тепло- и массообмен в радиоэлектронной аппаратуре. М.: Высшая школа, 1984. 247 с.

4. **Резников А. Н., Резников Л. А.** Тепловые процессы в технологических системах: Учебник для вузов. М.: Машиностроение, 1990. 288 с.

5. **Заславский И. Я., Нахратова Г. В.** Применение метода эквивалентных тепловых схем для анализа влияния параметров инструмента и условий обработки на температуру в зоне резания // Тр. II междунар. науч.-техн. конф. "Теплофизические и технологические аспекты управления качеством в машиностроении". Тольятти. 2008. С. 278—284.

6. **Васин С. А., Верещака А. С., Кушнер В. С.** Резание материалов: Термомеханический подход к системе взаимосвязей при резании. М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2001. 448 с.

7. **Резников А. Н.** Краткий справочник по алмазной обработке. Куйбышев: Куйбышевское книжное издательство, 1967. 202 с.

составляющих элементов и их связей — отношений и взаимодействий между собой и между ними и внешней средой, которое обеспечивает присущие данной системе целостность, качественную определенность и целенаправленность. В системах происходят преобразования (процессы), в результате которых изменяются состояния элементов: входные элементы преобразуются в выходные. Окружающая среда — это совокупность систем, изменение свойств которых изменяет свойства элементов и системы. Свойства окружающей среды также могут изменяться под воздействием самой системы.

Система S представляет собой [2] упорядоченную пару $S = (A, R)$, где A — множество элементов, R — множество отношений между элементами A, что позволяет на системном уровне для практических целей рассматривать два класса задач: первый — система базируется на элементах определенных типов (при этом никакой определенный тип отношений не фиксируется); второй — система базируется на отношениях определенных типов (в этом случае тип элементов, для которых определены отношения, не задается).

Понятием *элемент* будем определять минимальный и далее неделимый в рамках системы компонент, т. е. неделимый по отношению к данной системе, в других же отношениях он сам может быть системой. Бинарные отношения между элементами определяют их *свойства*. Следовательно, *состояние* элемента характеризуется устойчивыми отношениями, а изменение отношений влечет за собой изменение состояний элементов. Тогда *функции* системы определяют виды, формы, параметры и характеристики свойств системы.

Относительно структуры системы элементы делят на внешние $A^{\text{н}}_{1i}(S_1)$ и внутренние $A^{\text{в}}_{1i}(S_1)$, а связи и отношения определяются только между элементами и системами:

$A_1(S_1) = [A^{\text{в}}_{1i}(S_1), A^{\text{н}}_{1i}(S_1)]$ — элементы системы 1;

$R_{A^{\text{в}}_{1i}(S_1)}$ — отношения между внутренними элементами системы 1;

$R_{A^{\text{н}}_{1i}(S_1)}$ — отношения между внешними элементами системы 1;

$R_1(S_1) = \left[R_{A^{\text{в}}_{1i}(S_1)}(S_1),\ R_{A^{\text{н}}_{1i}(S_1)}(S_1) \right]$ — отношения между элементами системы 1;

$S_1 = [A_1(S_1), R_1(S_1)]\left\{[A^{\text{в}}_{1i}(S_1), A^{\text{н}}_{1i}(S_1)], \left[R_{A^{\text{в}}_{1i}(S_1)}(S_1),\ R_{A^{\text{н}}_{1i}(S_1)}(S_1) \right] \right\}$ — структура системы;

$A(S^2_1) = [A^{\text{н}}_{1i}(S_1),\ A^{\text{н}}_{2i}(S_2)]$ — общие элементы системы, объединенной из систем 1 и 2;

$R^{A^{\text{н}}_{2i}(S_2)}_{A^{\text{н}}_{1i}(S_1)} = \left[R_{A^{\text{н}}_{1i}}(S_1),\ R_{A^{\text{н}}_{2i}(S_2)}(S_2) \right]$ — отношения между внешними элементами системы 1 и системы 2;

$S^2_1 = \left\{ [A^{\text{н}}_{1i}(S_1), A^{\text{н}}_{2i}(S_2)], \left[R_{A^{\text{н}}_{1i}(S_1)}(S_1), R_{A^{\text{н}}_{2i}(S_2)}(S_2) \right] \right\}$ — новая система, результат объединения систем 1 и 2.

Таким образом, *структура системы* — совокупность элементов системы и связей между ними.

Процессы характеризуются поведением системы и изменением ее свойств и состояний при взаимодействии элементов и под воздействиями на саму систему, т. е. последовательностью изменений состояний и пространственно-временным изменением свойств объекта.

В настоящее время применяются многочисленные способы обработки, получения и формирования деталей и изделий, разнообразные технологические процессы и оборудование для их осуществления. Тенденции повышения производительности, точности, надежности, гибкости, экономичности и эффективности как производственного и технологического оборудования, так и всей системы производства, создание производств с все меньшим участием человека, потребность в разработке перестраиваемых и переналаживаемых производств на базе оборудования с переменной структурой, с широким спектром технологических методов воздействия на объект производства обусловливают необходимость разработки новых системных методов анализа для реализации указанных задач и создания новых конструкций, в полном объеме реализующих различные физические процессы.

Это вызывает необходимость более глубокого и всестороннего структурного и системного описания (для представления технологий и оборудования) и анализа элементов системы, их связей и отношений, взаимодействия между элементами системы и окружающими системами и их элементами, состояний и свойств, а также физических процессов и явлений, протекающих при воздействии на систему и внутри нее.

С этой точки зрения наиболее общую и системную модель, представляющую технологию (на основе модели построены машины и оборудование, реализующие эту технологию), предложил И. И. Артоболевский [3]: "Машина есть устройство, выполняющее механические движения для преобразования материи, энергии и информации", т. е. **в основу системы положены элементы (материя, энергия и информация) без определения типа отношений между ними.**

Л. Н. Кошкин предложил классифицировать технологические машины по сочетанию функций, выполняемых при изготовлении изделий, т. е. технологического движения (обработка предмета) и транспортного движения (подача предмета обработки в рабочую зону). Здесь **в основу положен характер отношений транспортного и технологического движений (как элементов системы)** между собой и их влияние на конструктивные особенности и производительность машин. Таким образом сформированы четыре класса машин:

1) обработка предмета происходит только до завершения его транспортного движения (например пресс, станки);

2) равные скорости транспортного и технологического движений, т. е. движения совпадают во времени (например бесцентрово-шлифовальные станки, накатные станки);

3) транспортное и технологическое движения независимы друг от друга, а обработка происходит в процессе непрерывного транспортирования предмета и инструмента (например роторные машины [4]);

4) скорость транспортного движения не зависит от технологической скорости и других параметров технологической операции, а обрабатывающий инструмент заменяется обрабатывающей средой, которая воздействует на всю партию предметов обработки (например шнековые и барабанные агрегаты для термической или химической обработки).

В. Н. Подураев определяет структуру технологической системы обработки [5] как "взаимосвязь между первичными (входными) параметрами (задаваемые конструктором: размер, материал, деталь и технологом: припуск, станок, приспособление, инструмент), физико-химическим механизмом резания и вторичными (выходными) параметрами (определяющие результаты обработки: точность, качество поверхности, стойкость и прочность инструмента, производительность и экономичность обработки)". Он подчеркивает: "Функциональные связи между элементами структурной схемы определяют значения основных функций F, в совокупности формирующих математическую модель структурной схемы обработки; среди них основными являются функция $F_{пр}$, связывающая первичные параметры с процессом резания, и $F_{рв}$, связывающая процесс резания с вторичными параметрами. Конечный результат — получение функции $F_{пв}$, связывающей вторичные (выходные) параметры с задаваемыми первичными (входными) параметрами". Таким образом, **выделены элементы (первичные, процесс, вторичные) и указана последовательность связей.**

В. К. Старков в работе [6] предложил структурную модель процесса резания, в которой последний рассматривается как "физико-химический механизм взаимодействия инструмента с обрабатываемым материалом в условиях рассеяния свойств всех составляющих элементов технологической системы". Параметры, определяющие протекание процесса резания, предлагалось разделить на *входные*, *функциональные* и *выходные*.

К *входным параметрам* отнесены: определяющие (марка обрабатываемого материала, выбранный метод механической обработки, требования к точности и качеству обработки и др.), управляемые (марка инструментального материала, конструкция и геометрия режущего инструмента, модель станка, режим обработки, состав, способ и интенсивность подачи смазывающе-охлаждающей технологической среды и т. д.); возмущающие систематические (изменение скорости, глубины резания, геометрии инструмента) и случайные (неконтролируемые изменения физико-механических свойств заготовки и инструмента, припуска; статические и динамические характеристики оборудования, технологической системы и др.).

Функциональные параметры (напряжение, время деформирования и температура) количественно характеризуют физико-химический механизм процесса резания (пластическая деформация и упрочнение обрабатываемого материала).

К выходным или вторичным параметрам процесса резания отнесены производительность и точность обработки, свойства поверхностного слоя детали, экономические показатели и надежность процесса, т. е. **выделены элементы (входные, функциональные и выходные) с их дополнительной детализацией (внутренние связи подсистем как элементов) и указана общая последовательность связей.**

В стандарте DIN8580—2003-09 технологические процессы классифицируются по следующим видам: 1 — первичное формообразование — заготовительные (в основном литейные процессы); 2 — технологии пластического деформирования материала; 3 — обработка резанием (3.1 — геометрически определенным лезвием; 3.2 — абразивная обработка; 3.3 — процессы резки, вырубки); 4 — процессы сварки, сборочные процессы; 5 — нанесение покрытий; 6 — изменение свойств материала. Таким образом, **в основу положена структура связей материала как системы: 1 — связи, образующие новый материальный объект; 2 — связи сохраняющие; 3 — разрушающие, 4, 5 — увеличивающие; 6 — изменяющие свойства внутренних связей материала. Иными словами, в основу положены виды внутренних связей и их отношений, а в качестве элементов приняты атомарное или молекулярное строение вещества материи.**

В работе [7] *типовой процесс обработки* определен как отдельный этап производства готовой продукции, на котором преобразуется сырье, а заготовка в процессе обработки получает прибавочную стоимость. Сырье или деталь, обработанная на предыдущем этапе, являются исходными элемен-

тами. Выходными элементами являются деталь, форма которой после обработки становится ближе к требуемой, а также воздействие обработки на окружающую среду (например загрязнение микрочастицами или шум). К параметрам исходной информации и регулирования типового процесса обработки относятся: параметры продукции, процесса обработки и методы управления этим процессом. К ресурсам, необходимым для выполнения типового процесса обработки, относятся: производственное оборудование, энергия, трудовые ресурсы.

Типовые процессы обработки делятся [7] на пять категорий:

1. Процессы изменения массы — съема материала: механическая, электрическая и химическая обработки, а также нестандартные обработки — электроэрозионная и электрохимическая.

2. Процессы фазовых изменений — преобразование жидкой (или газовой) фазы материала в твердую: литье металлов, пропитка композитов, инжекционное прессование полимеров.

3. Процессы структурных изменений — изменение микроструктуры заготовки или всей заготовки, или определенной поверхности заготовки: термообработка, упрочнение поверхности.

4. Процессы деформирования — изменение формы твердой заготовки (не изменяются ни ее масса, ни химический состав): прокатывание, ковка, глубокая вытяжка, волочение.

5. Процессы объединения (соединения) — соединение частиц, волокон, твердых фаз с целью создания детали или компонента: порошковая металлургия, прессование керамики композитов на основе полимерных матриц, сварка, пайка. Таким образом, **технологические процессы как система описываются структурой (видом) физических изменений как элементов систем без определения и рассмотрения отношений между элементами.**

В табл. 1 приведены наиболее распространенные классификации технологических процессов и способов обработки.

Таблица 1

Характеристики классификаций технологических процессов и способов обработки

Классификация	Принцип классификации	Критерий классификации	Преимущества
Национального исследовательского совета (США)	5 групп физических процессов: изменения массы; фазовых изменений; структурных изменений; деформирования; объединения	Физическое изменение	Использование научных данных
По Тодду и др. (США)	6 групп процессов формообразования: уменьшение массы; тепловое уменьшение массы; химическое уменьшение массы; сохранение массы; объединение, соединение. 4 группы процессов обработки: упрочнение; размягчение; подготовка поверхности; нанесение покрытий	Форма: изменяется; не изменяется	Проста в использовании
По стандарту DN 8580—2003—09 (Германия)	6 групп процессов обработки: первичное формообразование; пластическое формообразование; отделение материала; соединение; нанесение покрытий и финишная обработка; изменение свойств материала	Формообразование, изменение свойств материалов	Используется в программе CO2PE! для определения характеристик процессов обработки
По Полу ДеГармо (США)	7 групп процессов обработки: литье или прессование; формоизменение или резка; обработка (съем материала); термообработка; финишная обработка; сборка, контроль	Литье, формоизменение, свойства материала	Простота представления
По Эшби (Великобритания)	4 группы процессов обработки: первичного формообразования; вторичного формообразования; соединения; финишная обработка	Первичные и вторичные процессы	Простота представления
По МИЛу (США)	Этапы производства: проектирование; проектирование процесса и контроль; снабжение материалами	Управление производством	Описываются этапы обработки

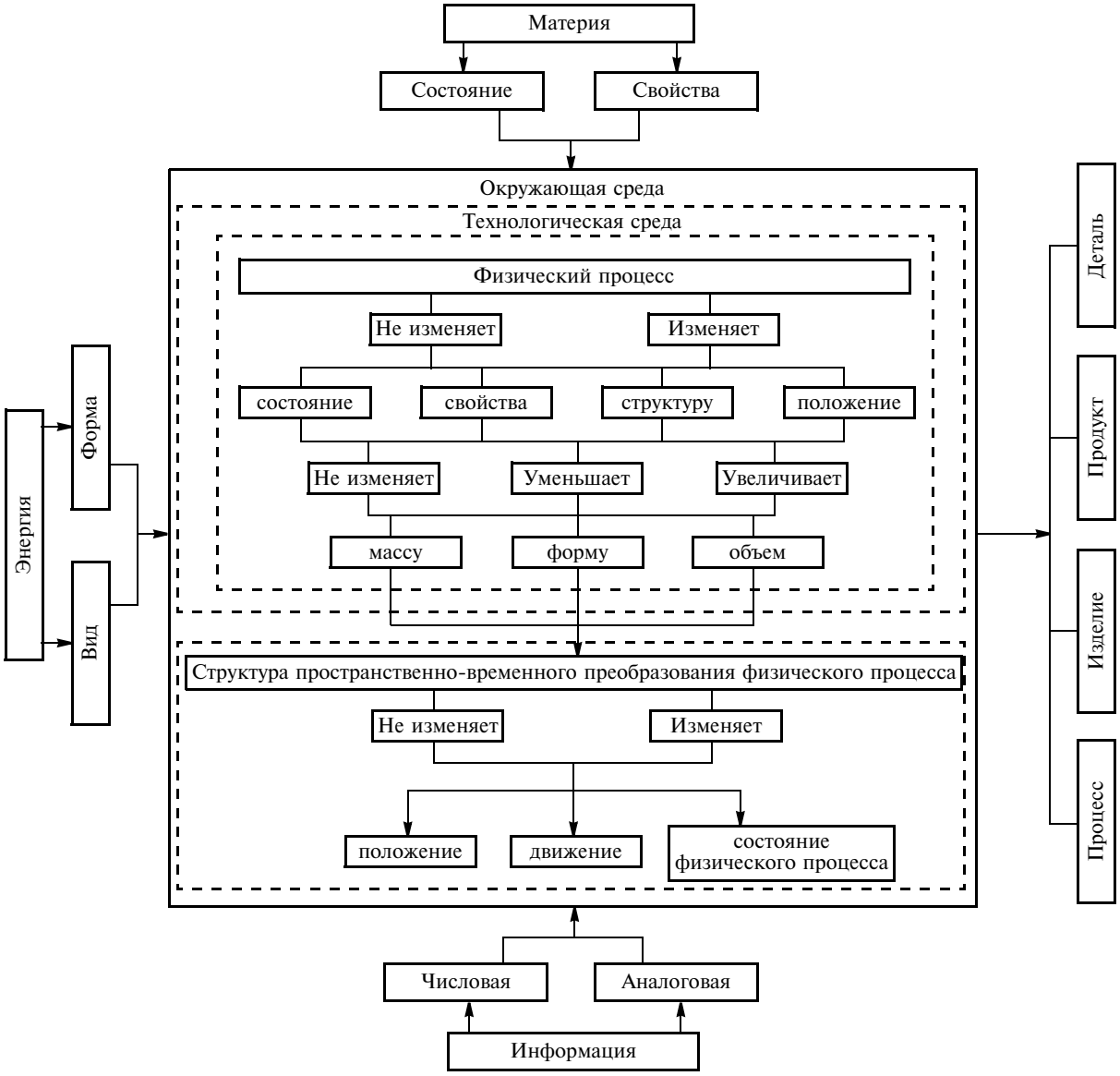


Рис. 1. Обобщенная энергоинформационная модель технологических процессов производства изделий

С точки зрения системного единства предлагаемые системы классификации, схемы построения, формирования, описания и обобщений технологических процессов играют важную концептуальную роль в понимании, анализе, развитии и прогнозе направлений их создания и совершенствования в рамках предложенных моделей. Однако каждая из рассмотренных концептуальных систем в большей или меньшей степени отражает признаки общности и единства системности построения.

Предлагается обобщенная системная энергоинформационная модель производства изделий (рис. 1), базирующаяся также на положениях работ [8—11].

Отметим, что в обобщенной энергоинформационной модели технологических процессов производства изделий (предметов) рассматривается некоторый созданный в данной системе **образ** — воспроизведение объекта (продукта, детали, изделия, процесса) в виде информации о нем или его описания, структурно сходного, но не всегда совпадающего с ним [9].

Образы характеризуются тем, что ознакомление с конечным числом явлений из одного и того же множества, соответствующего данному образу, позволяет узнавать сколь угодно большое число его представителей. В качестве образа можно рассматривать и совокупность состояний объекта, которая характеризуется тем, что для достижения заданной цели требуется определенное воздействие на объект. Образам свойственна объективность, что подтверждает практика их использования: исследователи, изучающие объекты на разном экспериментальном материале в большинстве случаев оди-

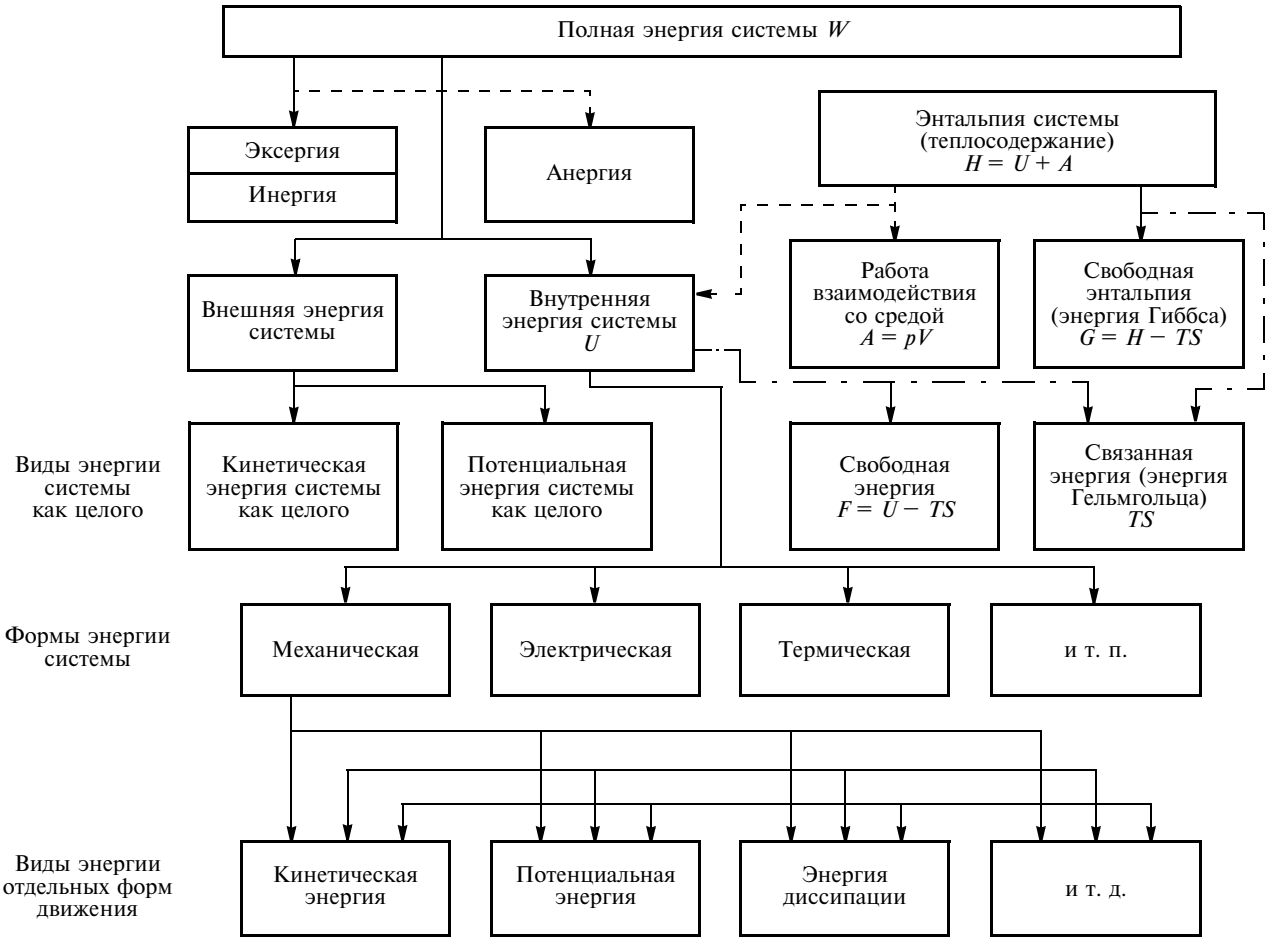


Рис. 2. Виды и формы энергии системы

наково и независимо друг от друга классифицируют одни и те же объекты. Объективность образов позволяет людям всего мира понимать друг друга.

Необходимо еще раз подчеркнуть: запись с помощью символов при описании явлений и процессов допустима только *после создания образов* и представлений о процессах и явлениях, а не вместо них.

Понятие *энергия* (от греческого — действие, деятельность) определяет физическую величину, которая характеризует способность тела или системы тел совершать работу вследствие изменения своего состояния; мера изменения энергии — совершаемая работа.

По виду энергия делится (рис. 2) на кинетическую, потенциальную, энергию диссипации и др., **по форме** — на механическую, электрическую, тепловую, химическую, магнитную, электромагнитную, гравитационную и др., т. е. в основе энергии любой формы лежит движение энергоносителей (электронов, ионов, молекул газа или жидкости). На рис. 2. связи между полной энергией системы и ее составными (аддитивными) частями показаны сплошными линиями. Связь энтальпии системы с ее внутренней энергией и совершенной системой работой взаимодействия со средой показана штриховыми линиями, взаимосвязь свободной и связанной энергий — штрих-пунктирными линиями.

На практике наиболее часто используются механическая, электрическая, электромагнитная, тепловая, химическая, атомная (внутриядерная) энергии, из которых последние три относятся к внутренней энергии, т. е. обусловлены потенциальной энергией взаимодействия частиц или кинетической энергией их беспорядочного движения. Энергия, образующаяся в результате изменения состояния движения материальных точек или тел, называется *кинетической*. К ней относят механическую энергию движения тел и тепловую энергию, обусловленную движением молекул.

Энергия, образующаяся в результате изменения взаимного расположения частей данной системы или ее положения по отношению к другим телам, называется *потенциальной*. К ней относят энергию масс, притягивающихся согласно закону всемирного тяготения, энергию положения однородных частиц, например энергию упругого деформированного тела, химическую энергию.

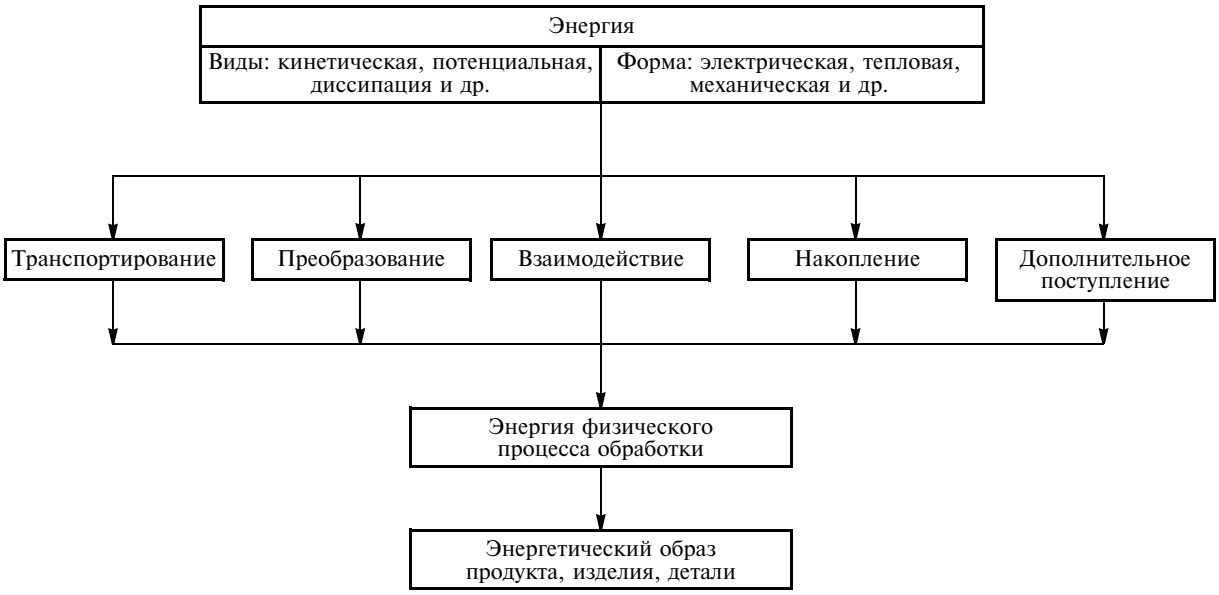


Рис. 3. Виды и взаимосвязь изменений энергии

Диссипативная энергия вызывает одинаковые и по характеру и по значению изменения энергосостояния системы: повышение или снижение температуры, давления, массы и т. п. Иными словами, *диссипативная* энергия не изменяет равновесия системы и ее способности совершать работу и, следовательно обусловливает только *перенос энергии*, *не изменяя ее форму*.

Энергии разных видов могут переходить друг в друга, оставаясь при этом принадлежащими одной и той же форме энергии. Переход энергий разных видов друг в друга является следствием перераспределения значений этих видов энергии внутри одной и той же формы движения. При этом не исключается переход любого вида энергии данной формы движения в любой вид энергии другой формы движения. Процессы преобразования энергии (рис. 3) обусловлены и определяются видами взаимодействия с материальной средой в физических полях сил: упругих, динамических и т. п.

Вид энергии реализуемого физического процесса является одной из основных качественных характеристик, определяющих способ воздействия на взаимодействующие материалы изделия и рабочего инструмента. По способу воздействия принято называть и метод обработки, с помощью которого реализуется тот или иной технологический процесс. Под воздействием энергии происходят изменения состояния, и/или структуры, и/или свойств. Эти процессы сопровождаются реальными физическими явлениями: упругим деформированием, пластическим деформированием, диффузией, испарением и т. п. Пластическая деформация зависит от того, как и в каком порядке прикладываются силы. На этом основаны такие технологические процессы, как обработка резанием, штамповка, ковка, волочение. Изучение воздействия, осуществляемого лазерным лучом, позволило разработать технологические процессы лазерной резки, сварки, термической обработки, бесконтактного контроля размеров, прошивки отверстий и др.

Физический процесс производства продукта является результатом взаимодействия между материей (телами), материей и состоянием материи (жидким, газообразным, плазматическим), материей и физическими полями (электрическим, магнитным, гравитационным), а также их комбинациями. Это обусловило многообразие проявления физических процессов, явлений и их форм, которые могут быть одинаковыми при разных видах взаимодействия и различными при одном и том же виде, могут отличаться количественно и качественно или не отличаться при комплексных воздействиях, приводить к взаимодействию нового вида, давать аналогичные результаты при разных взаимодействиях.

В общем случае модель физического процесса F_p может быть представлена структурной зависимостью: $F_p = L_p(V_i, PV_j, t_{ij})$, где L_p — оператор преобразования взаимодействия, V_i — виды взаимодействия, PV_j — параметры объектов взаимодействия, t_{ij} — время взаимодействия.

Преобразование L_p форм взаимодействия обусловливает следующие виды физических процессов: *деформирование* (упругое, пластическое, упругопластическое, вязкое, вязкоупругое и т. п.); *изменения фазовых состояний и переходов* (плавление, кристаллизация, испарение, ионизация, конденсация, десублимация и т. п.); *изменения свойств и*

структур материала; *изменения положения* частей системы; *изменения химического состояния*.

Единый подход к оценке энергоэффективности системы с точки зрения общности методологической оценки дает возможность рассматривать ее как энергоинформационную модель (см. рис. 1), в которой происходит преобразование энергии любых видов и форм. Данный подход позволяет рассматривать понятие *энергоэффективность* [10] как относительный КПД совокупности всех видов энергопреобразующих систем. Следовательно, отношение E_j E_i энергий на выходе и на входе является оценкой энергоэффективности $E_{ээ}$, где числитель характеризует действительно совершаемую физическим процессом (технологической машиной, технологической или производственной системой) полезную работу, знаменатель — ее теоретически максимально возможное значение:

$$E_{ээ} = E_j / E_i. \qquad (1)$$

Выражение энергоэффективности в данном виде — универсальный метод оценки, применимый также к анализу многофункциональных систем, одновременно преобразующих нескольких видов (форм) энергии. Этот метод также дает возможность оценивать эффективность протекающих в системе процессов, что обусловлено возможностью учета всех видов энергоизменений как при переносе энергии от источника к энергопреобразующим системам (механизмам и устройствам), так и при преобразовании энергии в них самих.

Таблица 2

Показатели энергоэффективности системы

Показатель	Зависимость	Диапазон изменения
Потенциальная энергоэффективность	$U_{п} = \dfrac{E^f_{fp}}{E^f_{fp} + E^f_{fv}}$	0÷1
Энергоэффективность использования энергии	$U_{ис} = \dfrac{E^f_{fp}}{E^r_{fp}}$	0÷1
Фактическая энергоэффективность	$U_{ф} = \dfrac{E^r_{fp}}{E^r_{fp} + E^r_{fv}}$	0÷1
Энергонасыщенность	$U_{эн} = U_{ис} U_{ф} = \dfrac{E^f_{fp}}{E^r_{fp} + E^r_{fv}}$	0÷1
Повышение энергонасыщенности	$U_{п.эн} = \dfrac{E^f_{fp}}{E^r_{fp}} \dfrac{E^r_{fp} + E^r_{fv}}{E^f_{fp} + E^f_{fv}} = \dfrac{U_{п}}{U_{ф}} = \dfrac{U_{ис}}{U_{ин}}$	0÷∞
Интегральная энергоэффективность	$U_{ин} = \dfrac{U_{ис} U_{ф}}{U_{п}} = \dfrac{E^f_{fp} + E^f_{fv}}{E^r_{fp} + E^r_{fv}}$	0÷1
Интегральный показатель снижения энергоэффективности	$U_{ин.с} = \dfrac{U_{п}}{U_{ис} U_{ф}}$	0÷∞

Введем обозначения:

E^f_{fp} — энергия, необходимая для выполнения собственно физического процесса резания;

E^f_{fv} — энергия, требующаяся для изменения положения в пространстве вектора физического процесса;

E^r_{fp} — подводимая энергия, требующаяся для физического процесса и других связанных с ним процессов (в том числе и иной физической природы), обеспечивающих выполнение физического процесса;

E^r_{fv} — подводимая энергия, необходимая для изменения положения в пространстве вектора физического процесса и других, связанных с ним процессов (в том числе и иной физической природы), обеспечивающих изменение положения в пространстве вектора физического процесса.

В соответствии с формулой (1) запишем:

$$U_{ин} = \frac{E^f_{fp} + E^f_{fv}}{E^r_{fp} + E^r_{fv}}, \qquad (2)$$

где $U_{ин}$ — интегральный показатель энергоэффективности системы.

Подставив принятые выше обозначения видов энергии, получим показатели энергоэффективности (табл. 2), свойств и характеристик энергоинформационной системы (см. рис. 1), инвариантной к объекту рассмотрения (оборудованию, машине, процессу, изделию).

Выражение (2) дает возможность оценивать интегральный показатель $U_{ин}$ энергоэффективности системы (оборудования, процесса), так как входящие в него величины описывают энергетические процессы преобразования соотношений энергий системы. Причем в этом случае базой для сравнения являются нормированные величины самого физического процесса и его пространственного изменения (для оборудования обработки резанием — формообразования). Это положение является существенным с учетом того, что количество удельной энергии взаимодействия для необратимого физического процесса (например пластической деформации) — величина для данных условий по-

стоянная и определяемая только свойствами энергии взаимодействия.

В табл. 3 приведены диапазоны значений удельной энергии, необходимой для выполнения собственно физического процесса резания — пластической деформации материала, характер которой определяется физическим явлением, обусловливающим этот процесс (трещина, смещение, сдвиг) в соответствии с величиной снимаемого материала [12].

Таким образом, числитель выражения (2) является нормированной величиной базы сравнения (выходной параметр), а все изменения энергий, в том числе и подводимой к системе энергии (входной параметр) (см. рис. 1), рассматриваются в качестве переменного параметра и фигурируют только в знаменателе этого выражения.

Схема, при которой в выражении (2) E_{fv}^{f} и E_{fv}^{r} равны нулю, соответствует ручному процессу обработки, в котором подводимая энергия (электрическая, гидравлическая, пневматическая и т. п.) осуществляет только физический процесс, а при отсутствии подводимой энергии получаем схему только для ручного инструмента, т. е. процесса, в котором применяется мускульная энергия человека.

Информация, являясь элементом системы (см. рис. 1), содержит информацию об изделии, процессе и управлении процессом. По виду информация может быть аналоговой (точка, линия, поверхность, объем), символьной, графической и числовой. Преобразование и перенос информации во времени может совпадать или не совпадать со временем преобразования материи и/или энергии. В идеальном случае количество информации в системе, как и энергии, остается постоянным на протяжении всего процесса, хотя в реальных условиях наблюдается некоторая потеря количества информации, т. е. ее начальное количество $I_{\text{н}}$ в исходном состоянии системы не равно ее количеству $I_{\text{к}}$ в конечном состоянии после завершения процесса получения изделия или детали. Количество информации определяется известной зависимостью [13]:

$$I = -\sum_{i=1}^{N} p_i \log_2 p_i, \qquad (3)$$

где I — количество информации; N — число возможных событий; p_i — вероятность отдельных событий.

Если вероятность появления отдельных событий одинакова, и они образуют полную группу событий, т. е. $\sum_{i=1}^{N} p_i = 1$, то формула (3) преобразуется в формулу Р. Хартли: $I = \log_2 P$ или $I = K\ln(P)$, где P — число равновероятных событий или вероятность осуществления некоторого события; K — постоянная, величина которой зависит от выбора системы единиц измерения.

Используя свойство аддитивности информации, можно записать [13]:

$$I_0 = K\ln(P_1 P_2 \times \ldots \times P_n) = I_1 + I_2 + \ldots + I_n,$$

где I_0 — общий объем информации системы, равный сумме составляющих.

Следовательно, в рассматриваемой нами энергоинформационной системе общее количество информации состоит из информаций о продукте (изделии, детали) ($I_{\text{п}}$), физическом процессе ($I_{\text{ф.п}}$) и управлении процессом ($I_{\text{у.п}}$).

$$I_0 = \sum_{k=1}^{K} I_{\text{п}k} + \sum_{m=1}^{M} I_{\text{ф.п}m} + \sum_{n=1}^{N} I_{\text{у.п}n}.$$

Каждая из этих информаций состоит из соответствующего множества K, M, N каждого вида информации. Следовательно, в зависимости от соотношений указанных видов информации процессы и оборудование можно классифицировать (например: управляемое и неуправляемое; частично управляемое или полностью и т. д.).

Допустим есть чертеж детали, которая состоит из p элементов, а каждый из них имеет m связей. Тогда $N = pm$, $P = N^N$. Следовательно, получим: $I = K\ln(P) = K\ln(N^N) = KN\ln(N) = \log_2 e N\ln(N) = N\log_2(N)$. При $p = 1000$ и $m = 10$ получим $I \approx 140\,000$. Количество информации, которое ха-

Таблица 3

Характеристика видов обработки и их удельной энергоемкости

Типоразмер съема стружки		Вид разрушения		Дефект	Удельная энергия, Дж/м^3
Вид	Диапазон, м	Хрупкое	Сдвигом		
Атомарный	$10^{-9}\div10^{-7}$	Атомарная трещина	Атомарное смещение	Точечный	$10^3\div10^4$
Субкристаллический	$10^{-7}\div10^{-5}$	Микротрещина	Скольжение	Межкристаллический	$10^2\div10^3$
Мультикристаллический	$10^{-5}\div10^{-3}$	Хрупкая трещина	Деформация сдвига	Межзёренный	$10^1\div10^2$

рактеризует точку ($I_т$), линию ($I_л$), поверхность ($I_{пов}$) или объем ($I_{об}$), соответственно составит [13]:

$$I_т = \log_2\left(\frac{L}{\Delta x}\right) = -\log_2(\varepsilon_с);$$

$$I_л = -3\left(\frac{1}{\varepsilon_с}\right)\log_2(\varepsilon_с);$$

$$I_{пов} = -3\left(\frac{1}{\varepsilon_с}\right)^2 \log_2(\varepsilon_с);$$

$$I_{об} = -3\left(\frac{1}{\varepsilon_с}\right)^3 \log_2(\varepsilon_с),$$

где $\varepsilon_с = \Delta x/L$ — сравнительная погрешность; L — характерный размер.

Например, при задании положения точки с характерным размером в 1 м и сравнительной погрешностью 10^{-6} м получим $I_т = 20$, $I_л = 60 \cdot 10^6$, $I_{пов} = 60 \cdot 10^{12}$, $I_{об} = 60 \cdot 10^{18}$. Поэтому при создании оборудования чаще всего используют сочетание аналоговой и числовой информации, что позволяет значительно снизить требуемые объемы преобразования информации. В частности, в металлорежущих станках направляющие перемещений с точки зрения объема информации представляют собой объем, который заключен в линии, что при точности перемещения в 1 мкм соответствует количеству информации, равному $I_л = 60 \cdot 10^6$. Исходя из этого к аналоговым и иным носителям информации предъявляются требования многократного их применения и сохранения в течение заданного периода времени, а также недопустимости ее потери в процессе эксплуатации при внешних и внутренних воздействиях на количество и качество передаваемой и преобразуемой информации.

Запишем общее количество информации системы (см. рис. 1) в следующем виде:

$$I_0 = \sum_{k=1}^{K} I_{пk} + \sum_{m=1}^{M} I_{ф.пm} + \sum_{n=1}^{N} I_{уn} = I_{in} + I_{ot} + I_{us},$$

где I_{in}, I_{ot} — количество соответственно входной и выходной информации, I_{us} — количество преобразуемой информации, используемое системой.

Количество входной информации $I_{in} = I_{in}^{tf} + I_{in}^{ot}$.

Здесь I_{in}^{tf} — количество единиц входной информации, используемой в процессах преобразования и функционирования системы, необходимых для получения требуемого количества и качества выходной информации; I_{in}^{ot} — количество единиц входной информации, не участвующей в процессах преобразования и функционирования системы, но содержащейся в выходной информации (например служебная информация: номер чертежа, наименование подразделения, номер цеха или участка и т. д.).

Соответственно количество выходной информации представим также в виде двух составляющих: $I_{ot} = I_{in}^{ot} + I_{ot}^{tf}$, где I_{in}^{ot} — количество единиц входной информации, не участвующей в процессах преобразования и функционирования системы, но содержащейся в выходной информации; I_{ot}^{tf} — количество единиц выходной информации, полученной в процессах преобразования и функционирования системы.

Введем также величины, которые характеризуют время t_f функционирования системы (переработки всего объема информации I_0) и время t_h, необходимое для подготовки требуемого объема входной информации, поступающей в систему. Тогда можно определить показатели информационной емкости, сложности и использования информации системой (табл. 4). Составим отношение:

$$U_{cop} = \frac{I_{in}}{I_0} = \frac{I_{in}}{I_{in} + I_{ot} + I_{us}}.$$

Подставляя принятые выше обозначения видов информации, получим показатели (см. табл. 4) информационной эффективности энергоинформационной системы (см. рис. 1), инвариантной к объекту рассмотрения.

Материя как элемент системы (см. рис. 1) характеризуется состоянием и свойствами. Известны следующие *состояния* материи — твердое (сохраняет и форму, и объем), аморфное, жидкое (сохраняют объем), газообразное (не сохраняет ни форму, ни объем), низко- и высокотемпературная плазма (не сохраняет ни форму, ни объем). В зависимости от устойчивости формы или объема различают виды материи: однородный, неоднородный, изотропный, анизотропный, атомарный, молекулярный, кристаллический, порошкообразный, пористый, сыпучий, сплошной, а также гранулы, волокна, нити, пленки.

Свойства материи отражают физические (размер, поверхность, объем, масса), физико-механические, теплофизические, электрофизические, химические параметры и характеристики. Массу можно также рассматривать как обобщающий параметр, равный произведению удельного веса и объема, а объем — как произведение площади поверхности на размер.

Технологическая среда может быть однородной или неоднородной, ее виды — атмосфера, вакуум, газ, жидкость и др.

Таким образом, многообразие видов и форм взаимодействия материи, энергии и информации обусловливает, определяет и формирует множество возможных видов технологических процессов, требует разработки для каждого из них своих методов

Таблица 4

Показатели энергоэффективности системы

Показатель	Зависимость	Характеристика	Диапазон изменения
Информационная производительность системы	$U_{fh} = t_f/t_h$	Определяет затраты времени функционирования системы на единицу времени подготовки входной информации	0÷1
Автоматизация процесса функционирования системы	$U_{a.p} = \frac{t_h}{t_f + t_h} = \frac{1}{1 + U_{fh}}$	Определяет долю времени по подготовке входной информации в общем объеме времени функционирования системы	0÷1
Сложность входной информации	$U_{el} = I_{in}^{ot} / I_{ot}^{tf}$	Характеризует долю входной информации, не участвующей в функционировании системы, относительно информации процесса функционирования системы	0÷1
Объем преобразуемой входной информации	$U_{val} = I_{ot} / I_{in}^{tf}$	Характеризует количество информации, приходящейся на единицу входной информации, обеспечивающей функционирование системы	0÷1
Информативность входной информации	$U_{ic} = I_{us} / I_{in}^{tf}$	Характеризует объем используемой информации, приходящейся на единицу входной информации для управления функционированием системы	0÷1
Снижение нетворческого труда в процессе функционирования системы	$U_{ht} = \frac{1 + U_{el}}{1 + U_{val}}$	Характеризует снижение трудозатрат на формирование данных, полученных при функционировании системы	0÷1
Информационная емкость входной информации	$U_{cop} = \frac{1 + U_{el}}{2U_{el} + U_{val} + U_{ic}}$	Характеризует долю входной информации в объеме преобразуемой информации для осуществления одного цикла функционирования системы	0÷1
Повышение информационной производительности	$U_{gr} = \frac{1 + U_{el}}{U_{el} + U_{val} + U_{ic}} = \frac{U_{cop}}{1 - U_{cop}}$	Характеризует снижение при применении системы количества информации, перерабатываемой вручную	0÷∞

проектирования, которые учитывают специфику преобразования материи, энергии и информации в каждом конкретном случае. В машиностроении применяются практически все возможные виды технологических процессов, но соотношение между частотой применения тех или иных видов различно и зависит от многих факторов.

Физический процесс обусловливается и определяется связями и отношениями взаимодействия элементов системы: материи, энергии и информации, в то время как структура пространственно-временного преобразования физического процесса характеризуется положением, движением и состоянием процесса как внутреннего элемента системы.

Таким образом, базируясь на энергоинформационной модели структуры процессов обработки и рассматривая ее свойства как системы, решают различные задачи оценки и анализа характеристик эффективности технологических процессов, оборудования и производственных систем, определяют направления их совершенствования, развития и создания их новых видов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Клир Дж.** Системология. М.: Радио и связь, 1973. 262 с.
2. **Клир Дж.** Системология. Автоматизация решения системных задач. М.: Радио и связь, 1990. 538 с.
3. **Артоболевский И. И.** Теория механизмов и машин. М.: Наука, 1975. 640 с.
4. **Прейс В. В.** Технологические роторные машины: вчера, сегодня, завтра. М.: Машиностроение, 1986. 128 с.
5. **Подураев В. Н.** Обработка резанием с вибрациями. М.: Машиностроение, 1970. 350 с.
6. **Старков В. К.** Физика и оптимизация резания материалов. М.: Машиностроение, 2009. 640 с.
7. **Review** on Sustainability Characterization for Manufacturing Processes / M. Mani, J. Madan, J.-H. Lee et al. Geithersburg: National Institute of Standards and Technology (NISTIR 7913). 2013. 22 p.
8. **Кузнецов А. П., Ткачева О. Н.** Современные системы автоматизированного проектирования технологических процессов в машиностроении. М.: НИИмаш, 1984. 72 с.
9. **Косов М. Г., Кузнецов А. П.** Философское осмысление понятия "образ" в моделировании технологических процессов и машин // Вестник МГТУ "Станкин". 2012. Т. 19. № 1. С. 148—155.
10. **Классификация** металлорежущих станков по уровню их энергоэффективности / С. Н. Григорьев, А. П. Кузнецов, М. А. Волосова, Х.-Й. Кориат // Вестник машиностроения. 2013. № 12. С. 51—57.
11. **Коган И. Ш.** Обобщение и систематизация физических величин и понятий. Хайфа: Ун-т г. Хайфа, 2006. 207 с.
12. **Jackson M. J., Morell J. S.** Machining with Nanomaterials. N. Y.: Springer science-business Media LLC, 2009. 372 p.
13. **Бриллюэн Л.** Наука и теория информации. М.: Гос. изд-во физ-.мат. литературы, 1960. 392 с.

УДК 621.73.011:658.512.24

Е. Н. ЧУМАЧЕНКО, академик РАЕН, д-р техн. наук, В. Н. КОРЗО, Л. П. СТЕПАНЕНКОВА, канд. физ.-мат. наук (МИЭМ НИУ ВШЭ), e-mail: mmlaf@miem.ru

Экспресс-расчет основных параметров штамповки длинномерных поковок[1]

Рассматривается компьютерное моделирование процесса штамповки тонкостенных изделий с гравюрой и ребрами жесткости на основе метода песчаной аналогии.

Ключевые слова: штамповка, моделирование, тонкостенное изделие, технологические параметры.

The computer simulation of forging process of thin-walled products with engraving and webbing on the base of sand analogue method is considered.

Keywords: forging, simulation, thin-walled product, technological parameters.

Современные требования к качеству изделий из металлов и энергоемкости их производства заставляют постоянно совершенствовать методы проектирования технологий производства, создавать алгоритмы и компьютерные системы, прогнозирующие течение металла при обработке давлением. Поиск оптимальных решений, обеспечивающих заданное качество конечного изделия, идет по двум направлениям.

Во-первых, получение максимально достоверного прогноза с применением всех современных средств механики, прикладной математики, компьютерных технологий и вычислительной техники [1, 2]. В настоящее время здесь достигнуты заметные результаты. При проектировании практически всех уникальных изделий в авиакосмической промышленности используют для моделирования 3D-системы, работа с которыми достаточно сложна и требует специальной подготовки пользователя и мощного компьютерного ресурса.

Во-вторых, для принятия оперативных решений о производстве изделия в условиях рынка с учетом технических возможностей производителя требуется оперативный экспресс-прогноз особенностей технологического процесса и способов его реализации. Для этого необходимо разработать так называемые быстрые алгоритмы расчетов, позволяющие с допустимой достоверностью перебрать большое число вариантов технологий и определить методологию производства качественных изделий.

В настоящее время от 50 до 95 % деталей изготовляют давлением на кузнечно-прессовых машинах. От научно-технического уровня и совершенства кузнечно-штамповочного производства зависят качество и эксплуатационные характеристики всех объектов машиностроения, включая самые ответственные — космические, авиационные, энергетические, оборонные, транспортные и др.

Рассмотрим задачи моделирования формоизменения и расчета энергосиловых параметров процессов кузнечно-штамповочного производства при изготовлении длинномерных поковок.

Особенности решения

Рассмотрим сжатие тонкого слоя металла между двумя параллельными жесткими плитами, сближающимися по нормали с постоянной скоростью. Предполагается, что в нижней плите выполнены определенной глубины полости под ребра жесткости.

Решения основаны на гипотезах теории течения тонкого пластического слоя А. А. Ильюшина [3, 4]:

1) на условии полной пластичности $\sigma_{12} = 0$, $\sigma_1 = \sigma_2 = -q$, $\sigma_4 = p = q + \sigma_s$, где σ_s — предел текучести; p — контактное удельное давление слоя на инструмент; q — боковое давление в слое;

2) на кинематическом условии, которое заключается в том, что поперечные скорости течения частиц среды постоянны по толщине слоя. Контактное давление на участке границы полостей определяем по формуле

$$p_s = k\sigma_s. \qquad (1)$$

Здесь $k = k_0 + k_H$ — коэффициент сопротивления истечению металла в полость на данном участке, где k_0 и $k_H = \frac{f}{2\mathrm{tg}\alpha}\ln\frac{b}{b-2H\mathrm{tg}\alpha}$ — коэффициенты, характеризующие сопротивление затеканию слоя металла, расположенного над полостью штампа, и металла, затекшего в полость штампа.

Для центральных ребер жесткости $k_0 = 2 + \frac{h}{2b}$; для контурных ребер жесткости $k_0 = 2 + \frac{h_3}{2b} + \frac{f + 1 - 2\mathrm{tg}\alpha}{4\mathrm{tg}\alpha}\ln\frac{b}{b + (h_3 - h)\mathrm{tg}\alpha}$, где α — штамповочный уклон полости; f — коэффициент трения; H —

[1] Работа выполнена в рамках Программы фундаментальных исследований НИУ ВШЭ.

глубина затекания металла в данную полость; b — ширина полости под ребро жесткости; $h_з$ — высота порога заусенечной канавки.

Изготовим пластину такой же формы, как и у нижнего штампа. Полости ограничим вертикальными бортами, высота которых пропорциональна величине граничного давления. Сверху через сито насыпем сухой однородный песок, коэффициент трения которого $\nu = 1$. Через некоторое время образуется предельная песчаная насыпь. Контактное давление выразим через ординату насыпи в виде линейной однородной функции. В этом случае полное усилие P, необходимое для сжатия слоя металла, пропорционально объему V песчаной насыпи $P = \iint p\,dx\,dy = \frac{2\tau_s}{h} V$. След ребра, являющийся проекцией ребра насыпи на плоскость XY, совпадает с линией раздела течения металла. На границе полостей для каждой точки следа ребра существуют, по крайней мере, две разные точки, для которых $r_1 + b_1 = r_2 + b_2 = R$, где r_1, r_2 — расстояния от рассматриваемой точки следа ребра до точек на границе; b_1, b_2 — высоты бортов в соответствующих точках границы. Причем величины R минимальны для всех точек границы.

Линии течения металла будут совпадать с проекциями линий ската в песчаной насыпи. Скорость течения металла в произвольной точке A области течения (рис. 1): $v_A = \frac{v}{2h} MA$. Контактное давление в точке A: $p_A = \frac{2\tau_s}{h}(AN + b_N)$, b_N — высота борта в точке N.

Таким образом, поставленная задача течения тонкого слоя металла полностью решается на основании применения метода песчаной аналогии.

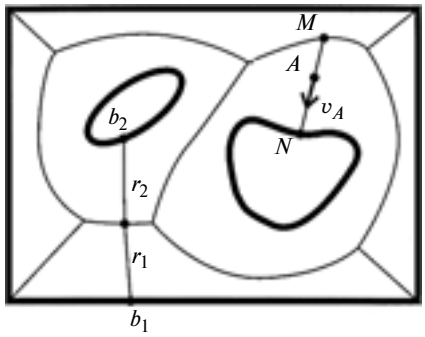


Рис. 1. Расчетная схема условного штампа

В соответствии с изложенным написана компьютерная программа, позволяющая построить картину течения слоя металла для произвольных поковок и проанализировать процесс формообразования ребер жесткости.

Алгоритм программы:

1. Граница области течения разбивается на участки. Каждый участок аппроксимируется отрезком, длина которого не превышает некоторого параметра d разбиения.

2. Для концов всех отрезков разбиения границы определяются граничные давления по формуле (1) с учетом коэффициентов k_0 и k_H. В качестве параметра b берется средняя ширина полости — среднее арифметическое ширины во всех точках разбиения границы этой полости.

3. Набор точек (рис. 2) выбирают так, чтобы в окрестности каждой из них проходила линия ε раздела течения, причем величину приближения точек к линии ε раздела можно регулировать, а линия раздела должна полностью лежать в окрестностях выбранных точек. Сначала область течения разбивается на небольшое число квадратных ячеек (порядка 100÷200). Для каждой ячейки определяется, проходит ли линия раздела через окружность, описанную вокруг данной квадратной ячейки. Определяется это перебором по всем отрезкам из границы значений $(r^* + b^*)$, где r^* — расстояние от центра рассматриваемой квадратной ячейки до перебираемого отрезка границы; b^* — высота борта в одной из точек перебираемого отрезка границы. Линия раздела будет проходить через описанную вокруг квадратной ячейки окружность, если существуют хотя бы два отрезка, для которых значение $(r^* + b^*)$ лежит в $D\sqrt{2}$-окрестности от минимального значения $(r^* + b^*)$, где D — длина стороны квадратной ячейки. Каждая ячейка, удовлетворяющая данному условию, делится двумя перпендикулярными линиями на четыре равные части и для каждой полученной четверти проводится аналогичная процедура. Деление квадратов продолжается до тех пор, пока длина стороны квадра-

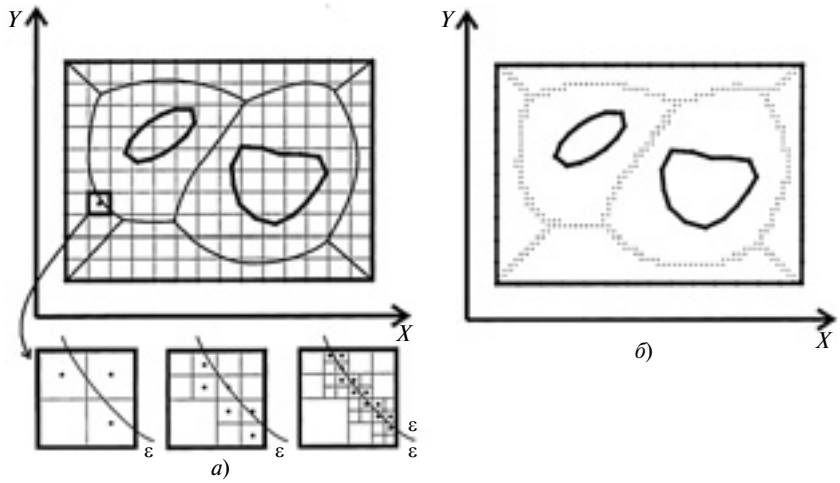


Рис. 2. Схемы определения линий раздела течения металла действительные (*а*) и рассчитанные компьютером на одном из приближений (*б*)

та превышает величину $\varepsilon\sqrt{2}$. Центры окончательных квадратов и будут искомым набором точек.

4. Для определения скорости течения слоя в произвольной точке ищем такую линию течения, расстояние до которой от точки минимально (рис. 3). Например, ближайшая к точке O линия течения — отрезок MK (M — точка, в ε-окрестности которой проходит линия раздела, K — точка на границе полости). Спроецируем точку O на этот отрезок и получим точку O_1,

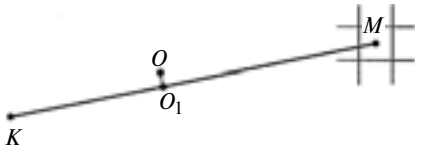


Рис. 3. Схема определения скорости течения металла

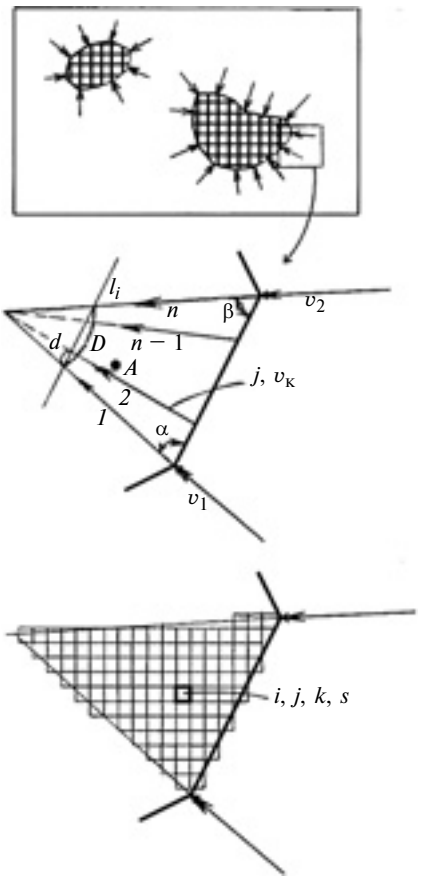


Рис. 4. Схемы заполнения и разбиения сектора полости (вид в плане)

скорость течения в которой $v_{O_1} = \frac{v}{2h} MO_1$. Скорость течения в точке O можно считать приближенно равной скорости течения в точке O_1.

5. Каждому сегменту границы области течения сопоставляется сектор полости, в которую через данный сегмент вытечет металл. Сектор ограничен сегментами границы полости и биссектрисами углов между рассматриваемым сегментом и соседними сегментами границы полости.

В секторе определяются n линий течения ($n \geqslant 2$), которые внутри полости направлены так, чтобы для каждой линии уровня l_i сохранялось соотношение $d/D = 1/(n-1)$ (рис. 4).

В узлах рассматриваемого сегмента границы полости определяются скоростями v_1 и v_2 течения металла. В основании k-й линии течения скорость $v_k = v_1 + \frac{k-1}{n-1}(v_2 - v_1)$. Кроме скорости v_k для k-й линии течения учитывается номер j сектора (сегмента, на который сектор опирается), так как в процессе пошаговой осадки скорости течения изменяются. Считаем, что произвольная точка A сектора лежит на определенной линии течения, если расстояние до этой линии минимально. Тогда данную точку можно спроецировать на линию течения.

Вся область течения разбивается на маленькие квадратные элементы. Элементам, центры которых лежат внутри сектора, сопоставляются линии течения в нем. Каждому такому элементу (см. рис. 4) соответствуют номер i полости, номер j сектора, номер k линии течения и расстояние s от проекции центра элемента на соответствующую линию течения до ее основания.

На каждом шаге осадки рассчитываются приращения высоты ребра $\Delta h_\Sigma = \Delta h + \Delta h_v$, где Δh —

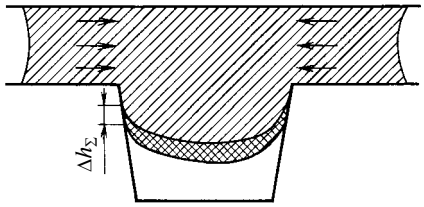


Рис. 5. Схема заполнения полости штампа металлом

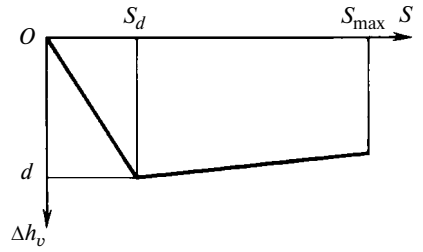


Рис. 6. Диаграмма распределения металла в полости штампа при осадке

шаг осадки; Δh_v — приращение высоты ребра жесткости вследствие поперечного течения слоя металла в полость. Величины Δh_Σ прибавляются к высоте ребра жесткости на всех элементах рассматриваемой линии течения (рис. 5). Величины Δh_v вычисляются вдоль линий течения согласно рис. 6, где $S_{\max}$ — расстояние от начала до конца рассматриваемой линии течения. Конец линии лежит или на границе соответствующего сектора, или на пересечении с линией течения другого сектора, если рассчитанная величина Δh_v для точки пересечения на другой линии течения больше величины Δh_v, рассчитанной для рассматриваемой линии течения.

Координаты этой точки $d = \frac{2v_k \Delta t h}{D} a$ и $s_d = D - \frac{d}{2}\frac{v_k}{v}$, где D — диаметр полости вдоль рассматриваемой линии течения; Δt — время шага осадки, $a = \frac{2l + v_k \Delta t(\operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta)}{2l - D(\operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta)}$; l — длина сегмента, на который опирается рассматриваемый сектор; α и β — углы (см. рис. 4).

Приращение высоты ребра составляет $\Delta h_v(s) = d - \frac{v}{v_k}(s - s_d)$ при $s > s_d$.

Далее металл вдоль линий течения перераспределяется таким образом, чтобы разность Δh_v на соседних элементах не превышала расстояния между ними. В точках пересечения разных линий течения образуются разновысотные ребра жесткости. Разность высот сглаживается, и на всех элементах разбиения полости от точки пересечения линий течения к их основаниям происходит перераспределение металла.

Объем металла, распределенный в полости, необходимо скорректировать в соответствии с отношением $\Sigma s_e \Delta h_v/(S\Delta h)$, в числителе которого дается сумма произведений площади квадратных элементов разбиения на приращение высоты ребра в результате поперечного течения, в знаменателе — произведение площади S области вокруг полости, образованной векторами $\overline{v_i \Delta t}$, где v_i — скорости течения в узлах границы полости; Δt — время шага осадки. После этого все приращения Δh_v на элементах разбиения делятся на найденное отношение.

6. Этапы 2—6 повторяются до тех пор, пока не будет достигнута заданная (конечная) толщина $h_к$ слоя.

Оценка методики

Результаты работы программы представлены на рис. 7: промежуточные этапы формообразования двух центральных ребер (см. рис. 7, *а*) и верхнего контурного ребра, которое заполняется по длине неравномерно (см. рис. 7, *б*). Если некоторые полости под ребрами жесткости заполнятся раньше остальных, то при дальнейшем сжатии металл будет протекать над уже заполненными полостями. В этом случае возможно образование дефектов типа "прострел", для устранения которых используют специальные дополнительные выступы или полости, способствующие более равномерному формообразованию ребер жесткости.

Разработанная компьютерная система позволяет рассчитать необходимое усилие штамповки, анализировать процесс формообразования рельефа поковки и ее ребер жесткости, прогнозировать возможное образование дефектов и оптимизировать гравюру штампов для бездефектного ее заполнения.

Для качественной экспериментальной проверки системы были выполнены расчеты и проведено сравнение с реальной штамповкой изделия, формоизменение которого приведено в работе [5]. Расчеты показали, что при экспериментальной штамповке центральный выступ и контурные ребра недооформились из-за нехватки материала.

Перспективы экспресс-системы

Компьютерная методика позволила провести расчеты значительно быстрее, чем при использовании программ, основанных, например, на конечно-элементных методах. Хотя результаты, полученные с помощью данной программы, являются приближенными, их можно использовать для экспресс-оценок параметров исследуемого процесса и выявления возможных дефектов, вызванных неравномерным заполнением полостей штампа, а также способов их устранения. На точность результата оказывают влияние неравномерное распределение металла внутри полости, погрешности, вызванные принятыми гипотезами, и интенсивный теплообмен между слоем и инструментом.

Штамповка тонкостенных изделий характеризуется большими контактными давлениями, следовательно, для повышения точности расчетов следует учитывать упругие деформации инструмента. Эти и другие вопросы, связанные с моделированием течения тонкого слоя, рассмотрены, например, в работах [6—8].

Для реализации точной штамповки актуальна задача нахождения такой исходной формы инструмента, которая позволяла бы

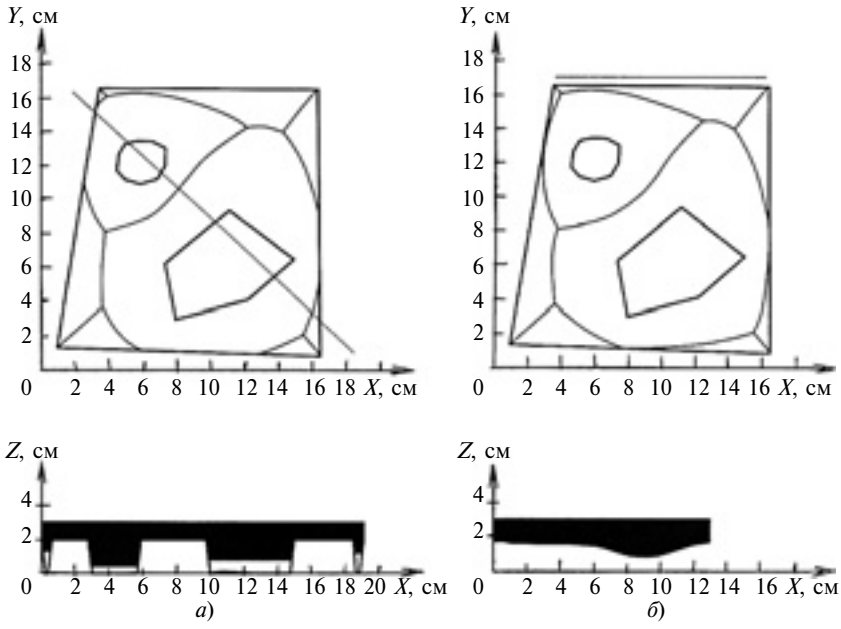


Рис. 7. Этапы формообразования ребер

получать изделия заданной формы с наименьшей погрешностью. При подобных расчетах противоизгиба на гравюре штампов следует учитывать изменение эпюры давлений вследствие неравномерности толщины деформируемого слоя.

В настоящее время проводится усовершенствование экспертной системы, основанной на вышеизложенных положениях, что позволит сделать экспресс-прогноз формоизменения длинномерных изделий и оптимизации технологии их изготовления вследствие улучшения геометрических и энергосиловых параметров штамповки. Основные преимущества этой системы — скорость работы, универсальность (подходит для любого числа и любых форм полостей), наглядный интерфейс.

Таким образом, реализован алгоритм построения линий раздела течения металла при разных граничных условиях. Алгоритм разработан на основе рекурсивного разбиения очага деформации на части с последующим уточнением координат линии раздела течения.

Рассмотрен кинематический случай, когда вытекающий через контур металл изменяет граничные условия и, следовательно, линию раздела течения.

Разработанная методика позволяет прогнозировать образование дефектов и обоснованно выбирать размеры и форму технологических конструктивных элементов, предотвращающих их появление.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Чумаченко Е. Н., Смирнов О. М., Цепин М. А.** Сверхпластичность: материалы, теория, технологии. М.: ЛИБРОКОМ, 2009. 320 с.

2. **Чумаченко Е. Н., Логашина И. В.** Математическое моделирование и оптимизация процессов деформирования материалов при обработке давлением, М.: ЭКОМЕТ, 2008. 400 с.

3. **Ильюшин А. А.** Вопросы теории течения пластического вещества по поверхностям // Прикладная математика и механика. 1954. Т. XVIII. Вып. 3. С. 265—288.

4. **Ильюшин А. А.** Полная пластичность в процессах течения между жесткими поверхностями, аналогия с песчаной насыпью и некоторые приложения // Прикладная математика и механика. 1955. Т. XIX. Вып. 6. С. 693—713.

5. **Соломонов К. Н., Свирин В. В., Фролов А. И.** Использование САПР для решения прикладных задач // САПР и графика. 2011. № 2. С. 88—90.

6. **Кийко И. А.** Течение тонкого слоя пластического материала по упруго-деформируемым поверхностям / Инженерный журнал. 1965. Т. 5. Вып. 2. С. 372—375.

7. **Кийко И. А.** Течение между параллельными плоскостями пластически анизотропного слоя в области, имеющей сток // Вестник московского университета. Сер. 1. Математика и механика. 2013. № 3. С. 35—38.

8. **Кийко И. А.** О форме пластического слоя, сжимаемого параллельными плоскостями // Прикладная математика и механика. 2011. Т. 75. № 1. С. 15—26.

Вниманию авторов

Не допускается предлагать к публикации уже опубликованные или намеченные к публикации в других журналах материалы.

Статьи в редакцию можно присылать на e-mail: vestmash@mashin.ru. В случае пересылки статьи почтой, кроме текста, напечатанного на белой бумаге формата А4 на одной стороне листа через 1,5—2 интервала 14-м кеглем, необходимо прикладывать электронную версию (шрифт Times New Roman в Microsoft Word, 14-й кегль, расстояние между строк 1,5).

К статье прилагаются:

1) акт экспертной комиссии, подтверждающий, что статья не содержит материалов, входящих в перечень сведений, отнесенных к государственной тайне Указом Президента РФ № 1203 от 30.11.1995, и может быть опубликована в открытой печати;

2) аннотация (1—3 предложения) и ключевые слова;

3) сведения об авторах (фамилия, имя, отчество, место работы, должность, ученая степень, адрес, e-mail, телефон).

Объем статьи не должен превышать 20 страниц (с рисунками и таблицами). Все страницы должны быть пронумерованы. Рисунки и таблицы давать после текста.

Представляя статью в редакцию для публикации, авторы выражают согласие с тем, что:

1) статья может быть переведена и опубликована на английском языке;

2) после публикации в журнале материал может быть размещен в Интернете;

3) авторский гонорар за публикацию статьи не выплачивается.

Редакция оставляет за собой право сообщать автору о результатах рецензирования без предоставления рецензии.

Представленные в редакцию материалы обратно не высылаются.

Минимальный срок публикации — 4 месяца со дня предоставления рукописи в редакцию при соблюдении всех изложенных выше требований (обусловлен технологическим процессом).